INSTITUT
DE RECHERCHE
POUR L'ENSEIGNEMENT
DES MATHEMATIQUES

53
Septembre 2006

CAHIER DE DIDIREM

MASTER DE DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES
OPTION RECHERCHE

« Quand les démonstrations s'écrivent ou se disent… », études de cas en classe de seconde

Fatiha BOUKHELIFA

Nòra REVAI

Directeur : Christophe HACHE

DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES

UNIVERSITE PARIS 7 - DENIS DIDEROT

MASTER DE DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES
OPTION RECHERCHE

« Quand les démonstrations s'écrivent ou se disent… », études de cas en classe de seconde

Fatiha BOUKHELIFA

Nòra REVAI

Directeur : Christophe HACHE

TABLE DES MATIERES

I. Bases de recherche 5

1. Introduction 7

2. Problématique 9

3. Terminologie 13
3.1. Terminologie - la démonstration 13
3.2. Terminologie - la géométrie 16

4. Méthodologie 18
4.1. Les choix 18
4.2. Description de l'expérimentation 23
4.3. Analyse a priori des outils mathématiques 27

II. « Quand les démonstrations se disent… » 33

1. Analyse « avant séance » 35

2. Outil d'analyse du contenu des séances puis du discours 39

3. Analyse des discours 46
3.1. Découpage de la séance 46
3.2. Point de vue « global » 58
3.3. Point de vue « argumentatif » 65

4. Croisement des points de vue 76

III. « Quand les démonstrations s'écrivent… » 87

1. Grille d'analyse 89

2. Analyse des copies 102
2.1 Les tendances 102
2.2 Les relations 111

IV. « Quand les démonstrations se réécrivent…»: 121

1. Critères de lecture des copies 123

2. Lecture des copies 125
2.1. Codage et figure 125
2.2. Enchaînement des pas démonstration 126
2.3. Type d'argumentation 132

3. Bilan 134

V. « Quand les démonstrations se relisent… » : 137

1. Analyse des copies sélectionnées 139

2. Analyse des corrections 144
2.1 L'objet des annotations 144
2.2 La nature des annotations 153

3. Bilan 157

VI. Conclusion 161

Bibliographie **165**

Annexes **167**

Ce travail est issu de deux mémoires de master, réalisés sous la direction de Monsieur Christophe HACHE. Bien que les résultats aient été regroupés, il est possible de retrouver plus spécifiquement ceux de Fatiha Boukhelifa (II et IV) et ceux de Nora Revai (III et V).

Remerciements

Nous tenons à remercier vivement Mr Christophe Hache d'avoir accepté de diriger nos travaux. Son écoute, ses précieux conseils et remarques, sa disponibilité ont enrichi notre recherche.

Nous remercions également les professeurs de Mathématiques du lycée Gay-lussac pour leur participation ; en particulier Messieurs C et D, qui se sont amicalement prêtés au jeu de l'expérimentation.

I. Bases de recherche

1. Introduction

2. Problématique

3. Terminologie
   - 3.1. Terminologie - la démonstration
   - 3.2. Terminologie - la géométrie

4. Méthodologie
   - 4.1. Les choix
   - 4.2. Description de l'expérimentation
   - 4.3. Analyse a priori des outils mathématiques

1. Introduction

L'origine des résultats présentés dans ce document est une recherche menée dans le cadre du master de didactique. Basés sur une même expérimentation nos deux mémoires nous ont permis d'aborder deux problématiques différentes. Nous proposons ici une étude transversale qui résulte de ces deux recherches.

En plus de transmettre un savoir mathématique, les professeurs de mathématiques véhiculent un mode particulier d'expression : le langage mathématique. L'apprentissage de ce langage présente des similitudes avec celui de n'importe quelle langue. Notamment, il faut bien sûr comprendre le sens des mots et la structure des phrases. Par ailleurs, il faut apprendre à utiliser ce langage : créer des phrases basées sur le vocabulaire mathématique. Lors d'un cours de mathématiques, l'élève perçoit rarement tout ce qui lui est communiqué, le langage mathématique en particulier. Et, il n'est pas rare que l'élève éprouve des difficultés à formuler des explications en mathématiques.

Des questionnements sur l'apprentissage du langage mathématique sont au point de départ de notre travail. Comme le langage naturel, le langage mathématique peut être exprimé à l'écrit et à l'oral, chacun de ces registres présentant ses propres spécificités. Le langage mathématique est indispensable pour l'explication d'un raisonnement mathématique. La transmission du langage mathématique trouve donc toute sa place lors de l'exposé d'une démonstration. Aussi avons-nous fait de la démonstration l'objet de notre étude. Nous nous sommes interrogées sur la perception qu'en avaient l'élève et le professeur et, transversalement, sur le lien entre les deux registres (oral et écrit).

Notre travail comporte trois temps.
Dans le premier volet, nous nous intéresserons à l'apprentissage de la démonstration en considérant le rôle du professeur : nous voulons essayer de saisir, dans le discours de l'enseignant, ce qui peut influer sur les rédactions de l'élève. Nous proposerons une analyse du discours de deux professeurs au cours de la correction d'un exercice. Dans ces discours, nous chercherons en particulier à cibler et à comparer les attentes de chaque enseignant, en lien avec l'apprentissage qui nous intéresse.

Le deuxième volet est basé sur un constat : les démonstrations écrites par les élèves diffèrent de celles attendues par l'enseignant. Nous voulons comprendre où réside cette différence et essayer de la décrire. En analysant deux séries de copies de deux classes de seconde, nous allons proposer une méthode pour caractériser la représentation qu'ont les élèves de la démonstration.

Enfin, suite aux deux études précédentes, nous mènerons parallèlement deux réflexions. D'une part, nous discuterons de l'apport des discours dans le travail des élèves sur la démonstration ; et d'autre part, nous tenterons de décrire les exigences de six professeurs à partir d'une analyse de leurs corrections de copies.

2. Problématique

Le texte de démonstration est le produit du mathématicien qui témoigne de son activité mathématique. Il joue ainsi un rôle clef dans la communication entre mathématiciens. Puisque dans le contexte scolaire le professeur essaie de reproduire l'activité mathématique des savants (Brousseau, 1998), faire écrire des textes de démonstration aux élèves fait partie de l'activité mathématique scolaire. Le document d'accompagnement du programme de seconde (2000) en fait d'ailleurs état ainsi que les travaux de nombreux chercheurs. Duval, par exemple, écrit (dans l'avant propos de Barbin, Duval, Giorgiutti, Houdebine, Laborde, 2001):

> « Une démonstration et un texte de démonstration, ce sont à la fois deux choses différentes et la même chose. Cela veut dire que non seulement un texte particulier de démonstration mais tout texte de démonstration, même s'il répond aux conventions de rédaction et à des critères d'économie, peut être analysé, discuté, et relativisé. Cela semble évidemment ruiner tout repère dans le cadre de l'enseignement. Mais cela montre également la nécessité de l'écriture des démonstrations par les élèves eux-mêmes pour les faire entrer dans la compréhension d'une démarche de démonstration. ».

La distinction entre démonstration et texte de démonstration nous indique qu'une rédaction apporte quelque chose de plus par rapport à la démonstration faite à l'oral ou par rapport à la recherche d'une démonstration à l'écrit. Cette hypothèse est confirmée par de nombreux chercheurs, Tanguay (2005) souligne par exemple que

> « le passage d'une compréhension apparemment satisfaisante d'une preuve, des liens entre ses idées générales, à sa rédaction sous l'égide d'un bon contrôle logique, constitue un saut fondamental pour les élèves et est intimement lié à leur maîtrise de la structure déductive ».

Pour pouvoir comprendre le processus de l'apprentissage de la démonstration et de sa rédaction, il nous semble important de connaître ce que sous-tend ce phénomène. Comment comprendre l'expression « enseigner la démonstration » ? S'agit-il d'enseigner une rédaction ? Une rédaction propre aux mathématiques enseignées ?

À propos de la rédaction, nous pouvons constater que, souvent, la valeur ajoutée de la rédaction d'une démonstration n'est pas soulignée : après avoir démontré une propriété, résolu un problème, « il ne reste qu'à l'écrire », disent les professeurs, comme si la rédaction n'apportait rien de plus à la phase de la recherche. Puis ils constatent que les élèves ont du mal à produire un texte de démonstration cohérent et organisé, bien qu'ils aient compris les mathématiques de la démonstration. A. Robert (2005) souligne quatre fonctions de l'écrit: préciser, ordonner,

compléter et simplifier. Un texte de démonstration a donc ses propres spécificités qui constituent l'objet de l'apprentissage autant que les mathématiques elles mêmes.

La démonstration, elle aussi, soulève un problème d'apprentissage pour l'élève et un problème d'enseignement pour le professeur. Balacheff (1999) écrit :

> « le premier diagnostic posé sur ce que pourraient être les sources de difficulté à enseigner et apprendre la démonstration en mathématique a été la nature du contrat didactique le plus naturellement émergeant des positions de l'élève et de l'enseignant relativement aux savoirs en jeu. Parce que l'enseignant est le garant de la légitimité et de la validité épistémologique de ce qui est construit dans la classe, alors l'élève serait privé d'un accès authentique à une problématique de la vérité et de la preuve. Le dépassement de cette difficulté inhérente à la nature des systèmes didactiques peut être recherché dans des situations permettant la dévolution aux élèves de la responsabilité mathématique de ce qu'ils produisent, ce qui signifie l'effacement de l'enseignant dans les processus de prise de décision au cours de la résolution d'un problème au bénéfice d'un effort de construction par les élèves de moyens autonomes de preuve ».

Dans la pratique, cette phase de dévolution existe-t-elle ? Sous quelle forme ?

En gardant à l'esprit qu'une démonstration existe dans un contexte mathématique donné, qu'elle se fonde sur des connaissances mathématiques précises, quelles connaissances sont enseignées exclusivement pour l'élaboration d'une démonstration par l'élève ? Quelles sont les compétences nécessaires à l'élève ? Comment l'enseignant l'aide-t-il à les développer ou à les révéler ? En a-t-il les moyens ? Possède-t-il une technique ? En existe-t-il une? Finalement, que signifie pour l'enseignant l'apprentissage de la démonstration ? Comment son enseignement est-il investi par ses élèves ?

Une réflexion sur l'apprentissage de la démonstration ne peut s'en tenir à l'étude de l'écrit. Le professeur peut, de différentes manières, se rendre compte du stade auquel se situent ses élèves dans l'apprentissage de la démonstration. En passant dans les rangs, en procédant à des interrogations orales et surtout en consultant les copies, il peut tirer un certain nombre d'informations pour chaque élève. Mais, le cours de mathématiques est essentiellement parlé. La séance orale est pour le professeur l'occasion d'apporter des connaissances et de les faire mémoriser. C'est un moment d'échange où peuvent se confronter des informations. À l'oral, le professeur peut également faire élaborer un raisonnement et vérifier la compréhension de ses élèves ; il formule et transmet ses attentes sans intermédiaire. Le discours du professeur renseignerait donc sur sa propre représentation de l'apprentissage de la démonstration. Que dit exactement le professeur lors d'une séance dans le cadre de l'apprentissage de la

démonstration ? En particulier, lorsque la résolution d'un exercice passe par la démonstration, que dit le professeur lors de la correction en classe d'un tel exercice ?

La rédaction d'une démonstration apporte quelque chose de plus par rapport à un exposé oral. De la part de l'élève cet apport se manifeste dans la manière dont il rédige, les changements qu'il fait par rapport à la production dans la phase de la recherche, les questions qu'il pose au professeur par rapport à la rédaction. On peut donc se demander : quelle représentation les élèves ont-ils de la rédaction ? Le terme « représentation » concerne ici une exigence vis à vis de soi, nous allons donc examiner ce qui témoigne dans la rédaction des élèves d'une réflexion postérieure à la phase de la recherche.

Témoignant de leur degré d'aptitude à la rédaction d'une démonstration, les productions des élèves permettent aussi d'appréhender le degré de leur compréhension des mathématiques concernées. Néanmoins, elles ne donnent que peu accès aux stratégies élaborées lors de la phase de recherche. Le travail sur la démonstration paraît difficile si la recherche n'est pas, au moins partiellement, achevée. Lors de la correction d'une démonstration ou d'une recherche collective, le professeur peut aider à reformuler un énoncé ou expliciter une méthode. Cet ajout apparent d'informations peut permettre de débloquer un élève et aussi de vérifier la compréhension. C'est également un moment adapté pour comparer des méthodes et développer l'aptitude à chercher des élèves. De quelle manière le discours du professeur influe-t-il alors sur les démonstrations des élèves ?

Par ailleurs, le professeur note et annote les copies, qui sont un très bon média entre le professeur et l'élève. En dehors de la séance de cours, l'enseignant transmet aussi ses attentes par ses corrections des copies d'élèves. On peut donc traduire la question de la manière suivante: quelles sont les exigences des professeurs par rapport à la rédaction? Remarquons que le terme « exigence » se réfère à une attente, destiné à l'élève. Le professeur ne peut prétendre à ces attentes que si elles correspondent à un savoir qu'il a transmis. Nous allons donc nous interroger sur les critères que les professeurs formulent concernant la rédaction, et la manière dont ils les formulent. Nous allons regarder également si ces critères dépendent du professeur ou non.

Nous nous proposons, dans le cadre de l'apprentissage de la démonstration, de cibler notre étude sur les acteurs, professeurs et élèves, et les registres, oral et écrit. Nous avons retenu quatre axes de réflexion :

Interrogation n°1 :

Que dit le professeur à propos de la démonstration lors de la correction d'un exercice en classe?

Interrogation n°2 :

Quelle « représentation » les élèves ont-ils de la rédaction ?

Interrogation n°3 :

De quelle manière le discours du professeur influe-t-il sur les démonstrations des élèves ?

Interrogation n°4 :

Quelles sont les exigences des professeurs par rapport à la rédaction ?

3. Terminologie

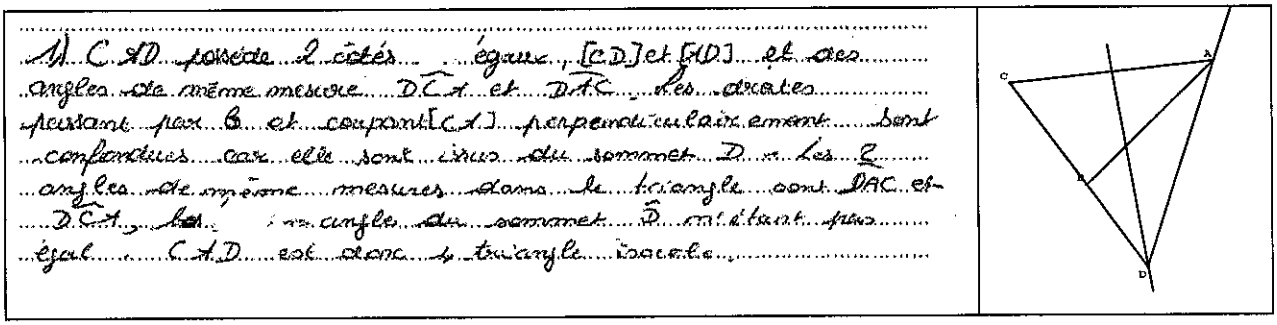
Il nous a semblé important de commencer par préciser le vocabulaire que nous allons utiliser au sujet de la démonstration et de la géométrie.

3.1. Terminologie - la démonstration

Il n'est pas rare que, dans les exercices proposés, les justifications que les élèves pensent devoir fournir diffèrent de celles attendues par les enseignants. Pour l'élève, l'exercice consiste à donner au lecteur de sa copie ou à son interlocuteur oral une explication, à lister des raisons, constats ou affirmations, qui appuieraient la réponse fournie. Cependant, dès la fin de la troisième, le professeur attend généralement que ce stade soit dépassé souhaite obtenir de ses élèves l'exposé d'un *raisonnement*, à l'oral comme à l'écrit.

Argumenter ou démontrer, c'est rendre compte d'un raisonnement. A l'instar de Duval (1992), nous distinguons l'explication d'un raisonnement. La première n'est qu'une énumération de raisons alors que le second soumet ces raisons à un examen de validité.

Exemple 1 : une énumération descriptive:



Dans cet exemple, la tâche de l'élève était de montrer que le triangle CAD est isocèle, figure à l'appui. Il se contente d'énumérer des affirmations relatives aux propriétés des triangles isocèles, sans fournir de preuve.

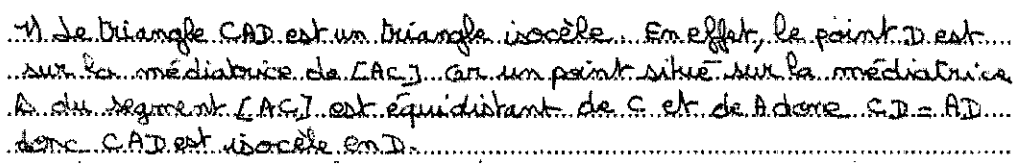
Nous prenons ici les termes de R. Duval (1990) et les utiliserons comme support à notre propos.

> « Un raisonnement est [...] une démarche discursive qui s'organise en fonction des différences de valeur épistémique entre propositions et qui entraîne la modification de la valeur épistémique de l'une des propositions. »

De cette définition, nous extrayons les termes phare de *valeur épistémique* et d'*organisation*, autour desquels s'opérerait la différence entre argumentation et démonstration. Concernant la **valeur épistémique**, il s'agit de saisir la distinction qu'établissent les élèves entre savoir et croire. La valeur épistémique d'une proposition est à associer à ce qui est crû, supposé ou perçu comme définition, règle ou principe, etc. La proposition en question joue alors un rôle particulier dans l'organisation du raisonnement. En effet, si l'élève perçoit une proposition comme une évidence, il peut la valider sans chercher à prouver ; tandis que, si la proposition a, par exemple, la valeur d'une supposition dans l'esprit de l'élève, il pose une condition de validité à son raisonnement. Dans l'argumentation, comme dans la démonstration, la valeur épistémique des propositions se transforme mais pas de la même manière.

Pour l'argumentation, la valeur épistémique repose sur la compréhension du *contenu d'un argument* porté par la proposition : on cherche à convaincre, le contenu prime. Pour la démonstration, la valeur épistémique est liée au *statut théorique* de <u>la proposition d'entrée ou prémisse, de l'énoncé-tiers et de la conclusion d'un pas</u> de démonstration.

<u>Exemple 2 :</u> un pas de démonstration

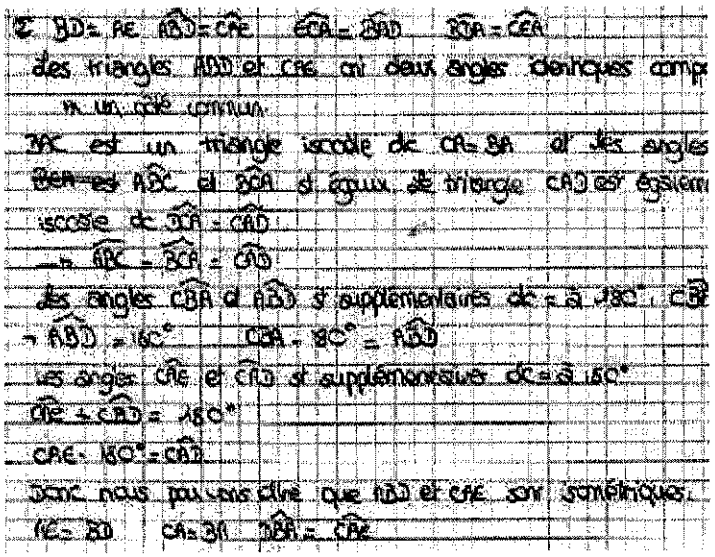


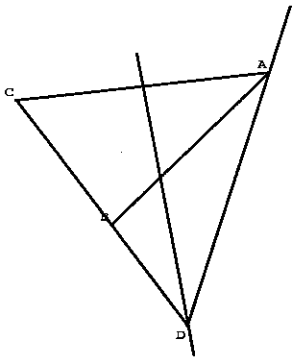
> Dans cet exemple, « D est sur la médiatrice de [AC] » est la proposition d'entrée qui est une hypothèse de l'énoncé, « un point situé sur la médiatrice Δ du segment [AC] est équidistant de C et de A » est l'énoncé-tiers, et la conclusion déduite est « CD=AD ».

L'énoncé-tiers ou la conclusion se rapportent indifféremment à un théorème, une définition, une propriété, une conjecture, etc. Quant à la prémisse, elle peut en plus être une hypothèse de l'énoncé.

Pour aboutir à une démonstration, un élève doit considérer, dans un premier temps, les arguments potentiellement utiles, de procéder au tri et de peser la validité de ceux-ci. Il peut alors envisager leur agencement en vue d'une rédaction finale. Cette dernière constitue la *démonstration*. Elle se reconnaît à son organisation structurée, dans laquelle existe un enchaînement des pas. L'achèvement d'une démonstration nécessite un va-et-vient entre des phases d'argumentation, de recherche, et des phases d'écriture, de restitution organisée. La structure d'une argumentation, quant à elle, s'appuie sur les relations entre les contenus des propositions. Ainsi, les pas de raisonnement associés ne nécessitent pas de référence à un énoncé-tiers. Par ailleurs, l'absence d'une organisation structurellement identique à celle d'une démonstration caractérise le discours ou le texte d'argumentation.

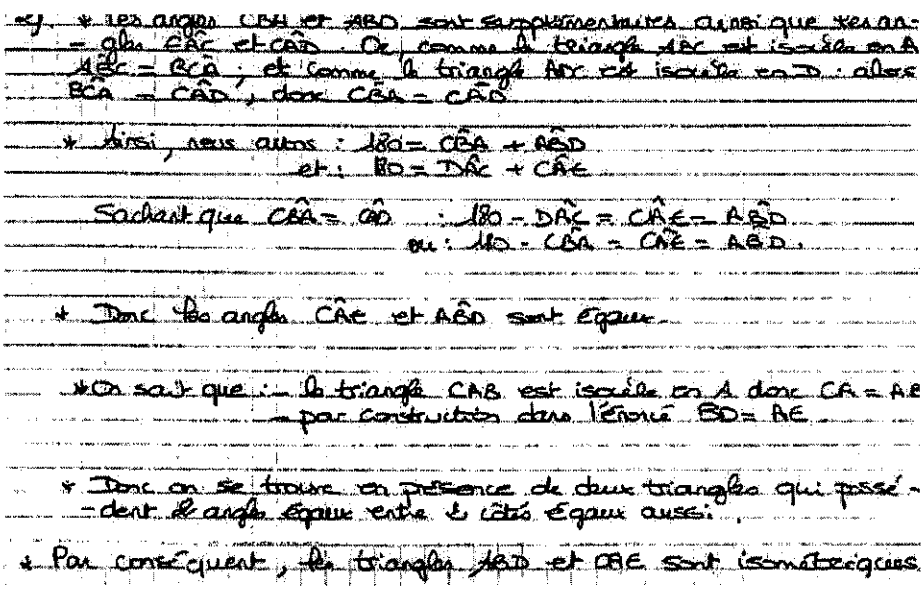
Exemple 3 : une argumentation





Le but est de montrer que deux triangles sont isométriques, l'élève est en phase de recherche. Elle envisage d'utiliser une caractérisation des triangles isométriques en (**1**) mais finalement montre et conclut à l'aide d'une autre (**2**).

Exemple 4 : une démonstration



En conclusion, on peut dire que l'argumentation est encore dans la phase de recherche et se présente comme une liste de justifications allant dans le sens de la thèse que l'on veut défendre ; ce qui s'apparente au discours oral. Ce n'est qu'une fois la recherche terminée que peut s'opérer l'organisation des arguments. Ceux-ci sont agencés et aboutissent à un enchaînement des pas de démonstration. Une démonstration est en place.

3.2. Terminologie - la géométrie

Pour l'étude des solutions d'un énoncé de la géométrie nous nous servirons de concepts des résultats de recherche sur l'enseignement de la géométrie introduits par Houdement et Kuzniak (1998). Ainsi nous utiliseront l'idée qu'il y a deux paradigmes géométriques : la géométrie naturelle et la géométrie axiomatique naturelle. Nous nous permettrons de résumer en quelques mots la nature de ces deux géométries.

La première, (intitulée aussi géométrie I) « a pour source de validation la réalité, le sensible. Elle comprend les trois aspects, intuition, expérience, déduction, mais la déduction s'exerce prioritairement sur des objets matériels à l'aide de la perception et de la manipulation d'instruments ». L'expérience sur laquelle la déduction souvent s'appuie est liée à un espace mesurable, « pliage, découpage et constructions à la règle et au compas constituent la base de

cette approche expérimentale ». Dans une telle approche le dessin sert à valider ce que l'intuition a suggéré.

La base de la géométrie axiomatique naturelle (ou géométrie II) est le « monde abstrait des figures géométriques avec leurs propriétés mathématiques ». La déduction logique et la démonstration basée sur des axiomes constituent les éléments les plus importants de ce paradigme. L'espace du travail n'est plus un espace sensible, mais un espace conceptualisé dans lequel l'expérience effectuée devient un schéma de la réalité.

4. Méthodologie

Pour terminer cette première partie consacrée aux bases de notre recherche nous précisons notre méthodologie :

- justification des choix du niveau, du thème abordé et de l'énoncé
- organisation de l'expérimentation
- analyse a priori de l'exercice choisi.

4.1. Les choix

4.1.1. Choix du niveau

Après avoir été précédé en sixième de « courtes séquences déductives », un réel travail sur la démonstration apparaît pour la première fois explicitement dans le programme du cycle central, c'est à dire, dans la classe de cinquième et quatrième: « Le programme du cycle central du collège a pour objectif de permettre [...] l'apprentissage progressif de la démonstration ». On trouve dans l'introduction générale pour le collège en mathématiques, la distinction de deux étapes :

> « La recherche et la production d'une preuve d'une part, la mise en forme de cette preuve d'autre part. Le rôle essentiel de la première étape (production d'une preuve) ne doit pas être occulté par des exigences trop importantes sur la deuxième (mise en forme de la preuve). Pour cela, la responsabilité de produire les éléments d'une démonstration doit être progressivement confiés aux élèves. A partir des éléments qu'il fournissent, la mise en forme peut, elle être réalisée collectivement avec l'aide de l'enseignant.
>
> La prise de conscience de ce qu'est la recherche et la mise en oeuvre d'une démonstration est également facilitée par le fait que, en certaines occasions, l'enseignant se livre à ce travail devant la classe, avec la participation des élèves. »

En troisième cet apprentissage continue: « ils [les élèves] seront le plus souvent possible, en classe et en dehors de la classe, mis en situation d'élaborer et de rédiger des démonstrations ». Au collège les professeurs proposent souvent un schéma de démonstration qui appuie sur la structure ternaire: proposition d'entrée, énoncé tiers, conclusion, et exige l'explicitation de l'énoncé tiers (voir des exemples dans Bellard, Lewillion, 2001).

Le document d'accompagnement du programme de la classe de seconde souligne non seulement l'importance de l'apprentissage de la démonstration, mais consacre une partie intégrale à la rédaction. Selon le document « il convient de faire comprendre à l'élève ce que rédiger veut dire et peut apporter. [...] La rédaction est l'occasion pour l'élève de réorganiser en démonstration son raisonnement originel, de choisir les notations qui facilitent la pensée et de dégager les arguments essentiels... ». Le programme du lycée met l'accent sur la liberté de forme: « Pour éviter le recours systématique à des rédactions obéissant à un protocole rigide, on variera le type de rédaction... ».

Notre objectif étant d'étudier la transition de l'argumentation faite oralement à la démonstration faite à l'écrit, et d'étudier la vision des élèves et les exigences des professeurs par rapport à la rédaction des preuves, nous avons considéré que la classe de seconde serait le niveau le plus adapté pour l'expérimentation. Non seulement parce que la mise en forme des démonstrations est un enjeu principal dans cette classe, mais aussi parce qu'à ce niveau les élèves ont déjà une attitude plus ou moins fixée par rapport à ce travail. En particulier, ils ont pu déjà se faire une idée sur ce qu'est la démonstration, éventuellement ils ont pris des habitudes, et ils ont aussi été exposés à des exigences différentes. C'est la démonstration qui fera l'objet de notre étude.

4.1.2. Choix du chapitre et de l'énoncé

Deux principes directeurs nous ont guidées dans le choix de l'énoncé. D'une part nous voulions que la résolution de l'exercice se prête à une grande variété de rédactions. D'autre part, afin de pouvoir, dans l'analyse, nous concentrer sur les outils rédactionnels et non pas ceux mathématiques, il nous fallait un énoncé qui ne faisait pas intervenir beaucoup de nouvelles connaissances.

Depuis le collège le domaine favorisé pour l'enseignement de la démonstration est celui de la géométrie. La « poursuite du développement des capacités de découverte et de démonstration, mises en œuvre en particulier dans des situations non calculatoires » est un objectif du programme du cycle central. Par ailleurs, « Les diverses activités de géométrie habitueront les élèves à expérimenter et à conjecturer et permettront progressivement de s'entraîner à des justification au moyen de courtes séquences déductives... ». Dans le domaine de l'algèbre ou l'analyse la démonstration peut souvent être réduite à une méthode ou un calcul. En géométrie,

en revanche, la langue naturelle joue un rôle important; ainsi les démonstrations géométriques se prêtent à une plus grande variété de rédactions.

Les chapitres de géométrie traitant des configurations en classe seconde s'appuient essentiellement sur les notions apprises au collège, et le programme « invite également à prendre du temps pour la recherche et la résolution de problèmes » (document d'accompagnement, 2000). Nous avons donc décidé de choisir un énoncé dans le cadre des configurations. Pour satisfaire le premier principe directeur nous avons précisé trois conditions.

Première condition

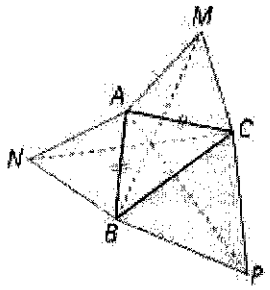
Nous souhaitions que la résolution consiste en plusieurs pas de démonstration et de différents types ; ceci afin d'éviter qu'une même méthode de résolution soit répétée.

L'exercice ci-contre, par exemple, tiré Déclic 2000, que nous avions sélectionné dans un premier temps a été écarté. En effet, pour montrer chacune des égalités, l'élève reproduit la même méthode, avec des arguments analogues.

A priori, une solution de cet exercice comporterait deux pas fortement similaire : éléments de la structure ternaire analogues. Phénomène que nous souhaitions éviter.

36 ★ À l'extérieur du triangle ABC isocèle en A, on construit les triangles équilatéraux ACM, BAN et CBP.

Montrer que l'on a :
$BM = CN = AP$.



Deuxième condition

L'exercice doit donner la possibilité de développer une argumentation. Cela exige tout d'abord que les solutions envisageables ne se réduisent pas à des applications simples et isolées des propriétés. Les questions ne devront donc pas guider explicitement l'élève vers l'application de certains théorèmes ou certaines propriétés. Il est préférable par exemple qu'il existe plusieurs solutions pour une même question, ou alors que les objets mathématiques de l'énoncé évoquent des propriétés différentes. Par exemple la présence d'un triangle isocèle peut suggérer l'utilisation de plusieurs propriétés : côtés égaux, angles égaux, droites remarquables... Quoi qu'il en soit, l'élève est susceptible pendant la phase de la recherche d'accumuler des arguments et de produire

une argumentation; et ce en négligeant la phase de la rédaction, pendant laquelle il est censé sélectionner et organiser certains de ces arguments. Un énoncé de ce type nous permettra donc de différencier argumentation et démonstration.

Troisième condition

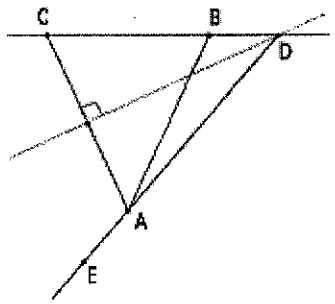
La lecture de la figure constitue un objet d'étude complexe du point de vue de la démonstration. Dans notre pratique d'enseignant on constate que ce que l'on peut lire sur la figure est trop souvent validé comme vérité. Nous aimerions étudier principalement comment élève et professeur interprètent ce que la figure suggère. Il est donc souhaitable que l'énoncé puisse s'accompagner d'une figure. L'existence d'une figure nous permet par ailleurs d'analyser l'usage des notations et l'entrelacement de la langue naturelle et les symboles dans la rédaction.

En tenant compte de ces conditions nous avons choisi un énoncé figurant dans Pythagore 2000. Pour que l'énoncé corresponde mieux à nos objectifs, nous avons effectué quelques modifications. Nous avons d'abord décidé de compléter les hypothèses en précisant la position relative des points A, D et E d'une part et B, C et D d'autre part. Ces hypothèses sont indispensables, elles ne sont que suggérées par la figure dans l'énoncé original. Bien que l'énoncé modifié n'exige plus la figure, nous avons décidé de garder une figure afin de faciliter le travail des élèves. Nous avons ensuite transformé les questions 1 et 3 en questions ouvertes.

Voici les énoncés, tiré du Pythagore et celui finalement utilisé :

Enoncé tiré du Pythagore 2000 :

37* ABC est un triangle isocèle en A. La médiatrice du côte [AC] est sécante à (BC) en D. Le point E appartient à (AD) et vérifie AE = BD.



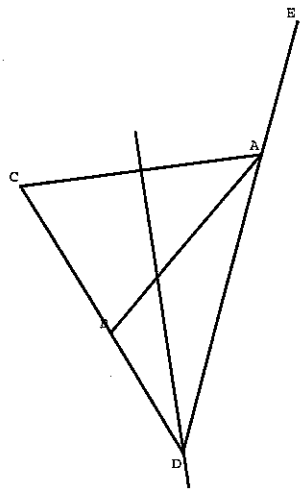
a) Montrer que le triangle ACD est isocèle.

b) Montrer que les triangles ABD et CAE sont isométriques.

c) Déduire des questions précédentes que le triangle CDE est isocèle.

Énoncé final :

Soit ABC un triangle isocèle en A. La médiatrice du côté [AC] est sécante à (BC) en D. On suppose que D est à l'extérieur du segment [BC]. On a placé le point E sur (AD) tel que E n'appartient pas au segment [AD] et vérifie AE = BD.



1. Quelle est la nature du triangle CAD? Justifier.
2. Montrer que les triangles ABD et CAE sont isométriques.
3. Quelle est la nature du triangle CDE? Justifier.

4.2. Description de l'expérimentation

Nous avons eu la possibilité de filmer deux classes au Lycée Gay Lussac de Chauny (02), établissement en Picardie. Le Lycée général et technologique, mais aussi professionnel, compte près de 1700 élèves dont 1395 dans la filière générale. Les élèves sont préparés aux bacs généraux S, ES et L, et aux bacs technologiques STT, et SMS. Les élèves de seconde sont répartis dans 14 classes suivants leurs options : SMS, IGC, SES, MPI et Art. Les 13 enseignants de mathématiques se partagent ces classes. Nous avons observé une 2nde Art et une 2nde MPI. Les élèves de 2nde Art visent principalement un baccalauréat littéraire (L) tandis que parmi les 2nde MPI, on trouve essentiellement des élèves qui envisagent une poursuite d'étude en S.

Deux enseignants, messieurs C et D, ont accepté de se prêter à notre expérimentation. Monsieur C est un jeune professeur, il enseigne depuis 3 ans, toujours au lycée Gay Lussac. Il assure par ailleurs le rôle de professeur coordinateur de l'équipe de Mathématiques. Monsieur C est coutumier de l'enseignement en 2nde Art depuis trois ans, il enseigne en 2nde 4, unique classe affichant cette option Art, et, par ailleurs, en 1e S, 1e L et T STT.
Monsieur D a, quant à lui, plus de vingt années d'ancienneté. Il a déjà enseigné en TS, 1e S, aussi a-t-il une vision orientée des capacités attendues pour ses élèves de 2nde 13, une des quatre 2nde MPI du lycée. Il enseigne cette année également en T SMS, 1e SMS et 1e STG.

L'expérimentation en quatre temps :

- un devoir à la maison
- une séance de correction
- le même devoir à la maison
- les corrections du DM par des professeurs

Première étape : Les copies témoins

Dans un premier temps, l'énoncé a été donné comme devoir maison dans le cadre du chapitre de géométrie portant sur les triangles isométriques (IV,1.2). Le traitement des triangles isométriques a précédé celui des triangles semblables pour les deux classes étudiées. Pour chacune d'elle, le devoir a été donné à mi-chemin entre ces deux grandes parties.
Nous avons récupéré les photocopies de toutes les productions avant que le professeur n'y porte ses annotations. Ces photocopies constituent nos copies témoins.

Puisque nous souhaitions la production de nouvelles rédactions, quelle qu'en soit la qualité des premières, il nous a semblé préférable qu'aucune note ne soit attribuée. Et, pour ne pas couper un élan quasi-naturel du professeur, nous avons décidé que les copies seraient rendues annotées. Cela peut, par ailleurs, permettre à l'enseignant d'organiser la correction orale du devoir qui constitue l'étape suivante.

Deuxième étape : La séance orale

Dans un deuxième temps, chaque professeur a procédé à sa manière à une séance de correction orale. La séance tout entière a été filmée, mais seule la partie concernant la correction de l'exercice a été transcrite.

Durant cette séance, nous souhaitions que les différents outils mathématiques soient exposés, en tenant compte des solutions et des fautes apparues dans les devoirs maison. Chaque professeur était libre d'organiser sa séance, de choisir, par exemple, d'insister sur tel point plutôt qu'un autre. La seule contrainte à la laquelle les enseignants se sont pliés, est de ne faire apparaître aucune démonstration complète au tableau (Annexe 2). Il s'agissait pour nous d'éviter que les élèves se contentent de recopier cette démonstration et surtout de la restituer telle quelle pour la seconde rédaction.

Troisième étape : Les nouvelles productions

Le même énoncé est donné une deuxième fois comme devoir maison, les élèves ont donc la possibilité d'intégrer tout ce qui a été discuté pendant la séance orale et ont ainsi les moyens d'améliorer leurs rédactions. Comme pour la première étape, ces deuxièmes copies ont été récupérées avant que les professeurs ne les aient notées.

Quatrième étape : Corrections des professeurs

Six professeurs du même lycée ont accepté de corriger les 10 copies que nous avons sélectionnées parmi les premières et les deuxièmes copies des deux classes. Bien que ce soient les exigences par rapport à la rédaction qui nous intéresse, si nous avions précisé cela (en donnant comme consigne « mettez votre appréciation concernant la rédaction » ou « quel conseil donneriez-vous à cet élève pour qu'il puisse améliorer sa rédaction ») nous aurions risqué d'obtenir des données biaisées par rapport à notre questionnement, car la tâche inhabituelle aurait pu provoquer des réflexions et des réactions non-quotidiennes chez les enseignants. Nous leur

avons donc tout simplement demandé de mettre leurs appréciations, de noter les copies sur 5 et d'écrire un commentaire général.

Reprenons maintenant les quatre questions de notre problématique et regardons comment cette expérimentation permettra de répondre :
Interrogation n°1 :
Que dit le professeur à propos de la démonstration lors de la correction d'un exercice en classe?
Interrogation n°2 :
Quelle « représentation » les élèves ont-ils de la rédaction ?
Interrogation n°3 :
De quelle manière le discours du professeur influe-t-il sur les démonstrations des élèves ?
Interrogation n°4 :
Quelles sont les exigences des professeurs par rapport à la rédaction ?

Pour répondre à notre interrogation n°1, nous voulons cibler à la fois ce que dit l'enseignant et à qui s'adresse ce discours. La première étape nous permettra de décrire les destinataires du discours, les élèves par leurs productions, ainsi que d'envisager en partie le déroulement de la séance. La deuxième étape, par les transcriptions (Annexes 3 et 4) nous permettra de considérer de façon plus directe le discours des enseignants.

Dans l'optique de pouvoir nous concentrer sur la rédaction, il nous importait d'avoir des copies mathématiquement satisfaisantes. Les copies récupérées avant la séance orale représentent une production spontanée, un devoir tout à fait habituel, tandis que lors de la deuxième rédaction, les élèves disposeront de tous les outils mathématiques, leur tâche principale ne consistera qu'en l'organisation, l'agencement des arguments. Évidemment, cette tâche ne sera pas explicitement formulée par le professeur, cela reflète notre interprétation des deuxièmes copies. Ainsi, l'introduction de deux étapes de rédaction nous permet de créer les conditions d'une analyse concentrée sur le texte de démonstration et non pas sur la qualité de la production mathématique. Cela nous permettra de répondre à notre deuxième interrogation : « Quelle représentation les élèves ont-ils de la rédaction ? ».

Pour pouvoir mesurer l'impact du discours du professeur sur les productions des élèves, il nous fallait d'abord pouvoir situer les capacités rédactionnelles des élèves, le moment zéro de l'évolution des rédactions si l'on peut dire. Bien sûr, nous aurions pu récolter les anciennes

copies des élèves et travailler sur cette base. Cependant, aucun des deux enseignants volontaires n'ayant deux classes de seconde, nous aurions été confrontées à une difficulté majeure, celle de comparer deux classes de même niveau, d'un même établissement mais n'ayant pas suivi le même enseignement avec le même professeur. La variété des productions et des contenus d'enseignement nous a conduit à diminuer le nombre de paramètres, avec la contrainte d'éviter au maximum de perturber le cours habituel des séances. Les trois premières étapes devraient nous permettre de répondre à l'interrogation n°3 : « de quelle manière le discours du professeur influe-t-il sur les copies ? ».

Nous allons aborder notre quatrième question « Quelles sont les exigences des professeurs par rapport à la rédaction? » en analysant la correction de 6 professeurs du même établissement. Pour éviter de surcharger les professeurs, nous avons décidé de sélectionner 10 copies. La grille d'analyse servira comme moyen de sélection, avec le but d'avoir un ensemble de copies présentant la plus grande variété possible dans leurs valeurs des différentes composantes. Nous allons présenter une analyse détaillée des textes sélectionnés avant d'examiner les appréciations écrites. Ensuite, dans un premier temps nous allons effectuer une analyse copie par copie, regarder quels éléments du texte les six enseignants jugent important de corriger, aux quelles composantes ces éléments correspondent, quelles sont les valeurs acceptées. Dans un deuxième temps nous allons analyser toutes les corrections de chaque professeur, en les comparant nous allons tenter de décrire un profil d'exigence.
Afin de pouvoir mieux interpréter les corrections nous avons décidé d'ajouter deux questions supplémentaires que nous avons photocopiées sur toutes les copies sélectionnées. Nous avons donc demandé aux professeurs de noter les copies sur 5. Cela nous permet d'avoir une idée de la valeur des copies dans l'esprit des professeurs. En revanche, nous ne voulions pas donner comme consigne de noter les copies (sur 20 comme d'habitude) tout simplement, car nous aurions risqué d'obtenir des copies avec une seule note dessus, sans aucune appréciation ou remarque. La deuxième question posée (écrire un commentaire général) sert à découvrir sur quels points l'enseignant met l'accent, ce qu'il juge important de souligner dans la copie donnée.

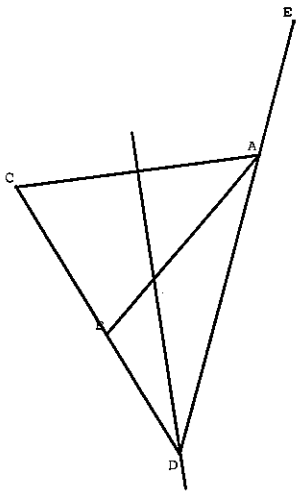
Avant d'aborder l'ensemble de nos questions, il nous importe d'analyser les outils mathématiques de l'énoncé sur lequel repose toute notre expérimentation.

4.3. Analyse a priori des outils mathématiques

Énoncé

Soit ABC un triangle isocèle en A. La médiatrice du côté [AC] est sécante à (BC) en D. On suppose que D est à l'extérieur du segment [BC]. On a placé le point E sur (AD) tel que E n'appartient pas au segment [AD] et vérifie AE = BD.

1. Quelle est la nature du triangle CAD? Justifier.
2. Montrer que les triangles ABD et CAE sont isométriques.
3. Quelle est la nature du triangle CDE? Justifier.



La première question

La première question invite l'élève à une double lecture de l'énoncé : la figure d'abord, les hypothèses du texte ensuite. En effet, l'élève repérera aisément la nature du triangle CAD sur la figure, le triangle ayant bien l'air isocèle et ne portant pas d'autres particularités. Ensuite, l'élève pourra chercher les éléments du texte qui lui permettront d'élaborer une justification.

Pour cette question, la connaissance de la notion de triangle isocèle, comme triangle ayant deux côtés de même longueur, est nécessaire et constitue une connaissance ancienne et mobilisable. Une première manière de répondre, pour un élève de seconde, est d'utiliser la propriété de la médiatrice comme ensemble des points équidistants des extrémités d'un segment. C'est également une connaissance ancienne, et mobilisable car souvent retravaillée et exploitée lors du chapitre « Configuration du plan ». Ce chapitre précède en effet généralement l'étude des triangles, comme ce fut le cas dans les deux classes observées. Ainsi, on peut penser que ce sera l'outil majoritairement utilisé. Notons par ailleurs que l'élève aura à sa charge d'interpréter la phrase « La médiatrice du côté [AC] est sécante à (BC) en D » : en tirer que D appartient à cette médiatrice.

D'autres démarches sont envisageables, notamment l'utilisation des connaissances en cours d'acquisition sur les triangles isométriques. En effet, en notant par exemple H le milieu du segment [AC], l'élève peut démontrer que les triangles CHD et AHD sont isométriques, en

justifiant que les deux côtés adjacents à l'angle droit sont deux à deux égaux. Cette méthode exige plusieurs types d'adaptation : l'introduction du point H, l'extraction des deux sous-triangles et la sélection du critère d'isométrie adapté.

Toujours en utilisant la médiatrice du segment [AC], on peut aussi justifier la nature du triangle CAD par symétrie axiale. Il faut pour cela considérer la médiatrice comme axe de symétrie du segment [AC] (et interpréter comme précédemment la phrase « La médiatrice du côté [AC] est sécante à (BC) en D »).

Enfin, l'élève peut investir les propriétés sur les droites remarquables d'un triangle en disant que la médiatrice du segment [AC] est également une hauteur dans le triangle CAD. Si un rappel a été fait sur les droites remarquables dans un triangle, c'est une connaissance mobilisable. Cependant, l'élève doit extraire de l'ensemble des propriétés de la droite remarquable issue du sommet d'un triangle isocèle celle concernant le lien entre la médiatrice et la hauteur. Le même raisonnement est possible avec la médiatrice et la médiane.

La deuxième question

Afin de répondre à la deuxième question, il est nécessaire de connaître les critères de caractérisation des triangles isométriques, c'est une connaissance en cours d'acquisition. La question est fermée (« montrer... ») et le mot « isométrique » est cité, l'élève devrait donc identifier clairement la relation entre les deux triangles, la notion de triangles isométriques est ici une connaissance mobilisable.

Cependant la résolution de cette partie nécessite plusieurs types d'adaptation. Tout d'abord c'est à l'élève de reconnaître à quel cas d'isométrie les données de l'exercice renvoient. Dans cette question les triangles ont été nommés en faisant apparaître les sommets homologues dans le bon ordre. Après la lecture du texte, l'élève observera « les triangles ABD et CAE » en suivant les sommets dans l'ordre indiqué. Ainsi, l'élève rencontrera respectivement les côtés homologues AB et CA, puis BD et AE. Cette double lecture énoncé figure invite à montrer l'égalité de ces côtés homologues et de l'angle compris entre ces deux côtés. Remarquons par ailleurs, que le segment [CE] n'est pas tracé sur la figure : c'est une autre invitation à ne pas l'utiliser. L'énoncé incite donc à utiliser le deuxième critère de triangles isométriques : « un angle de même mesure et les côtés

adjacents à cet angle deux à deux égaux ». Il est néanmoins possible d'appliquer l'un ou l'autre des deux critères restant, mais cela exige des adaptations plus nombreuses.

Concernant les « côtés deux à deux égaux », une première égalité (AE = BD) est donnée dans l'énoncé. Quant à la deuxième égalité, l'élève doit traduire l'hypothèse relative au triangle isocèle ABC, la transformer en l'égalité de longueurs : AB = AC. Il reste à démontrer l'égalité des angles $\widehat{CAE}$ et $\widehat{ABD}$. Celle-ci peut se faire de différentes manières.

Première solution :

Il faut tout d'abord reconnaître qu'il s'agit de montrer que $\widehat{CAD} = \widehat{CBA}$. Pour cela l'élève doit extraire les sous-figures imbriquées, c'est à dire, les triangles CAD et ABC. D'une part l'élève utilisera une conséquence de la première question : l'égalité des angles $\widehat{CAD}$ et $\widehat{ACD}$ issue de la nature du triangle CAD (isocèle). D'autre part, il réinvestira l'hypothèse de l'énoncé : « ABC est un triangle isocèle » en utilisant cette fois l'égalité des angles à la base $\widehat{ACB}$ et $\widehat{ABC}$. Enfin, il faut utiliser la relation entre angles supplémentaires et alignement, ce qui est une connaissance disponible. Notons que l'élève a deux possibilités pour terminer le raisonnement. Il peut se référer au fait que les angles supplémentaires de deux angles égaux sont égaux, ou bien il peut passer au cadre algébrique et remarquer que $180° - \widehat{CAD} = 180° - \widehat{ABC}$.

Pour cette dernière étape, en toute rigueur, l'élève devrait justifier sa démarche par l'alignement des points C, B, D, et E, A, D dans cet ordre, deux hypothèses explicitées dans l'énoncé. En effet, si le point D était sur [CB] les angles $\widehat{ABD}$ et $\widehat{ABC}$ ne seraient pas des angles supplémentaires, également si E était sur [AD], $\widehat{CAE}$ et $\widehat{CAD}$ seraient le même angle, les deux triangles ne seraient isométriques dans aucun des deux cas. Mais on peut faire l'hypothèse que cette étape du raisonnement n'est pas attendue. Remarquons qu'une condition nécessaire et suffisante pour l'alignement de C, B et D dans cet ordre est que $\widehat{CAB} \leq 60°$, de fait la reproduction de la figure pourrait poser des problèmes.

Deuxième solution :

On ne va pas montrer l'égalité des angles à la base des deux triangles isocèles ABC et CAD, mais montrer l'égalité des angles au sommet : $\widehat{CAB} = \widehat{CDA}$. Pour cela l'élève utilisera la connaissance

ancienne relative à la somme des angles d'un triangle. En considérant l'égalité des angles à la base de chacun des triangle, on peut raisonner comme suit : $\widehat{CDA} = 180° - 2 \times \widehat{ACB}$, $\widehat{CAB} = 180° - 2 \times \widehat{ACB}$, d'où $\widehat{CAB} = \widehat{CDA}$. La propriété de la somme des angles du triangle ABD permet ensuite d'exprimer l'angle $\widehat{ABD}$ en fonction des angles $\widehat{CDA}$ et $\widehat{BAD}$. Pour ce qui est de $\widehat{CAE}$, il sera ici considéré comme l'angle supplémentaire de la somme $\widehat{CAB} + \widehat{BAD}$. Cette solution nécessite, outre les adaptations de la première solution, un calcul algébrique.

Nous soulignons par ailleurs que, bien que la notation des angles ($\widehat{XYZ}$) soit connue et utilisée depuis la cinquième elle est porteuse de plusieurs ambiguïtés. D'une part, $\widehat{XYZ}$ et $\widehat{ZYX}$ se réfèrent au même angle ce qui n'est pas évident dans le cadre purement algébrique. D'autre part, en présence des points alignés, par exemple C, B, D dans notre exercice, les notations $\widehat{ACB}$ et $\widehat{ACD}$ désignent le même angle. Cet ostensif peut donc constituer la source de difficulté, dès que l'élève ne le relie pas à la figure. De fait, la conclusion $\widehat{CAD} = \widehat{CBA}$ est immédiate dans le cadre du graphique, mais si l'élève change au cadre algébrique, la déduction devient plus difficile, voire impossible s'il perd de vue le fait que C, B et D étant alignés $\widehat{ACD} = \widehat{ACB}$. La démonstration exige donc un constant changement de cadre entre cadre géométrique et cadre algébrique.

La troisième question

L'enchaînement des questions de l'énoncé et la figure conduit à montrer que le triangle CED est isocèle. Cependant le triangle CED semble présenter un angle droit en C. Aussi, l'identification de la nature du triangle peut poser problème.

Pour justifier que CED est isocèle, il existe deux méthodes. Les deux caractéristiques principales d'un triangle isocèle sont en effet utilisées depuis la sixième, et donc disponibles. Pour démontrer l'égalité des angles $\widehat{CED}$ et $\widehat{CDE}$, l'adaptation consiste à utiliser une conséquence de la deuxième question : l'isométrie des triangles ABD et CAE implique l'égalité des angles $\widehat{CED}$ et $\widehat{CDA}$, ce qui suffit pour conclure. On peut aussi démontrer l'égalité des côtés AC et CD, cela requiert la mise en relation des conséquences de la première et de la deuxième question.

Soulevons maintenant le problème suscité par la nature trompeuse du triangle CED : rectangle en C. En dehors de la figure, rien dans l'énoncé ni dans l'enchaînement des questions n'invite à se lancer dans cette preuve mais l'élève pourrait mener une réflexion pour se convaincre de la

nature de CED. Il pourrait, par exemple, refaire une figure en modifiant le triangle de départ ABC, et il pourrait alors invalider, par simple constat, le fait que le triangle CED est rectangle dans l'absolu. Une étude plus approfondie pourrait consister à déterminer les conditions nécessaires pour que ce triangle soit rectangle, mais cette étude n'est pas demandée.

Nous allons maintenant présenter notre travail de recherche et nos résultats en les organisant en quatre parties qui correspondent à nos quatre interrogations :

- « Quand les démonstrations se disent… » : analyse des séances (II)
- « Quand les démonstrations s'écrivent… » : analyse des copies (III)
- « Quand les démonstrations se réécrivent… » : étude de l'influence de l'oral (IV)
- « Quand les démonstrations se relisent… » : analyse des corrections des professeurs (V)

1. Analyse « avant séance »
2. Outil d'analyse du contenu des séances puis du discours
3. Analyse des discours
   - 3.1. Découpage de la séance
   - 3.2. Point de vue « global »
   - 3.3. Point de vue « argumentatif »
4. Croisement des points de vue

Dans cette partie, nous allons tenter de répondre à notre première interrogation : « que dit le professeur lors d'une séance de correction d'un exercice comportant une démonstration ? ».

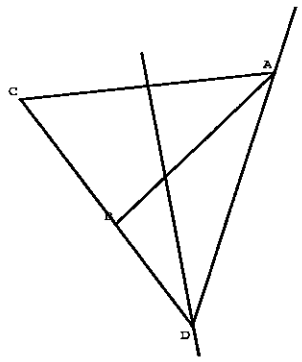
1. Analyse « avant séance »

Cette partie doit nous permettre d'envisager le déroulement des séances, notamment le scénario que chacun des professeurs adoptera pour animer sa correction. Etant donné que Monsieur C et Monsieur D ont déjà consulté et annoté les copies des élèves, nous pouvons considérer ces productions comme un paramètre dans notre analyse.

L'énoncé, support de la correction

Nous nous sommes fixées comme objectif d'étudier jusqu'où l'activité orale du professeur peut aller pour orienter les élèves vers une « bonne » rédaction. L'énoncé proposé en devoir maison, rappelé ci-dessous, présente en fait les étapes d'une démonstration. Il s'agit en effet de montrer que le triangle CED est isocèle en C.

Énoncé :
Soit ABC un triangle isocèle en A. La médiatrice du côté [AC] est sécante à (BC) en D. On suppose que D est à l'extérieur du segment [BC]. On a placé le point E sur (AD) tel que E n'appartient pas au segment [AD] et vérifie AE = BD.
Quelle est la nature du triangle CAD? Justifier.
Montrer que les triangles ABD et CAE sont isométriques.
Quelle est la nature du triangle CDE? Justifier.



Pour la correction de cet exercice, le professeur a la liberté de traiter chaque question une par une ou de proposer un exposé argumentatif sans tenir compte des questions intermédiaires dans un premier temps. Cependant, sur l'ensemble des deux paquets de copies, nous n'avons relevé que deux productions pour lesquelles l'ordre des questions n'a pas été respecté, la numérotation étant néanmoins conservée. Par ailleurs, le lien entre deux questions consécutives n'a pas été majoritairement perçu. Par exemple, 62 % des élèves de Monsieur C et 40 % des élèves de Monsieur D énoncent ou produisent des conclusions superflues, au lieu d'exploiter les conclusions que l'énoncé et les questions précédentes permettent de tirer. Aussi, il est fort probable que le discours du professeur suive l'ordre indiqué par l'énoncé et qu'il insiste sur l'enchaînement des questions.

Les erreurs des élèves

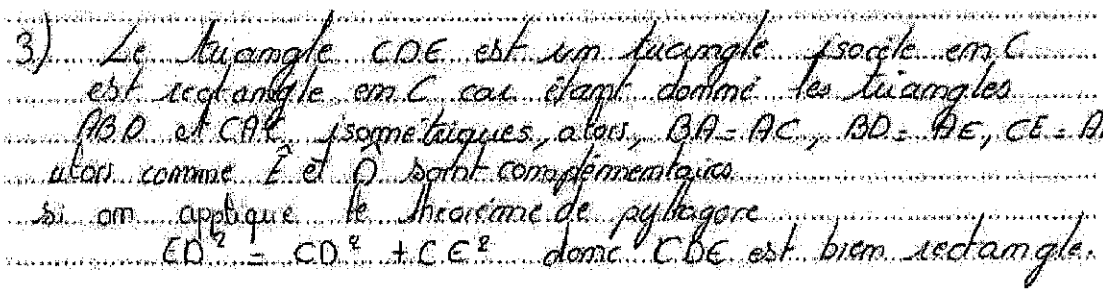
Le phénomène précédemment évoqué indique les difficultés de certains élèves à sélectionner et à organiser les outils mathématiques utiles pour la démonstration. La correction peut donc comporter une partie consacrée au rappel des connaissances utiles et par ailleurs, une partie visant à rectifier l'argumentation des élèves. En effet, pour la question 1) par exemple, dans la classe de Monsieur C, 53% des élèves n'ont pas su prouver que le triangle CAD est isocèle en D. Ces élèves, qui ont reconnu la nature du triangle, ont soit décrit la figure soit énuméré une liste trop longue d'arguments sans liens logiques et surtout non justifiés. Monsieur C devrait appuyer son discours par une réflexion ou un travail autour de l'argumentation. Il pourrait en être de même au cours de la séance de Monsieur D. Pour le 2) par exemple, 68 % des élèves ont indiqué les hypothèses nécessaires à l'utilisation du deuxième critère d'isométrie (un angle égal encadré par deux côtés deux à eux de même longueur) mais celles-ci sont seulement citées et semblent provenir d'une simple lecture de la figure ou d'une mesure (ce que Balacheff (1987) désigne par empirisme naïf). Cet élément de l'analyse est intéressant car c'est justement ce que l'on veut observer.

« Entretiens » préliminaires

Afin de ne pas influer sur le contenu des séances des deux enseignants, nous avons évité de formaliser les entretiens eus avec les enseignants. À travers nos questions, nous risquions de modifier le cours de la séance ; nous craignions de trop en dire, ou en tout cas suffisamment, pour orienter les corrections des professeurs plus exclusivement vers la démonstration, objet de notre recherche. Néanmoins, de rapides rencontres entre deux cours nous ont permis de récolter certaines informations, bien que partielles, sur la préparation de la séance par l'enseignant.

Monsieur C a signalé que, sur certaines copies, des élèves se contentent de regarder la figure et se forgent ainsi des certitudes, ce qui lèse la teneur de la démonstration. En effet, cette impression est confirmée, on retrouve ce trait dans les copies : si les propriétés sont explicitées dans 75 % des copies, seuls 19 % des copies présentent des prémisses de pas de démonstration pertinentes. Par exemple, Monsieur C précise que beaucoup d'élèves (19 sur 32) ont vu et affirmé que le triangle CED était rectangle et se sont lancés, par exemple, dans une application du théorème de Pythagore sans chercher à vérifier effectivement les hypothèses nécessaires.

Exemple tiré des copies de Monsieur C


3) Le triangle CDE est un triangle isocèle en C
est rectangle en C car étant donné les triangles
ABD et CAE isométriques, alors, BA = AC, BD = AE, CE = AD
alors comme Ê et D sont complémentaires
si on applique le théorème de pythagore
ED² = CD² + CE² donc CDE est bien rectangle.

Les élèves semblent donc s'être arrêtés sur des évidences que suscitait la figure. Par ailleurs, comme l'a souligné Monsieur C, le codage des figures n'est pas toujours un réflexe chez les élèves (53% des figures sont codées) or pour lui, il semble que ce soit le « médium » des informations de la figure. Enfin, Monsieur C a déploré le manque de sélection, de tri dans les arguments utiles à la démonstration. Nous avons déjà évoqué le cas de ces énumérations de propriétés pour le traitement de la question 1).

Une partie du discours de Monsieur C peut donc être consacrée à la lecture et à l'exploitation du codage de la figure avec l'objectif de convaincre que voir ne suffit pas pour affirmer et de cibler les propriétés utiles.

Dans les copies de la classe de Monsieur D, la situation est quelque peu différente. On peut donc penser que l'organisation de la séance devrait différer de celle de Monsieur C. On trouve, par exemple, moins de figures non codées (23 %). De plus, plus de la moitié des élèves (59 %) a utilisé les conclusions intermédiaires et dans 73 % des productions, les conclusions sont pertinentes. Avant la séance, Monsieur D nous a surtout interpellé sur le problème lié à la preuve de la nature du triangle CED. On retrouve effectivement sur les copies des difficultés liées à la nature ambiguë du triangle CED : 32 % des élèves ont affirmé que le triangle CED était rectangle mais 36 % n'ont pas su correctement justifier qu'il était isocèle. Aussi est-il à prévoir une part de la séance consacrée à ce problème.

À l'issue de ces rapides conversations, nous ne sommes pas en mesure de connaître précisément le déroulement de chaque séance. D'abord, au niveau de la figure, celle-ci est porteuse d'informations, mais aussi peut être source d'erreur. Ensuite, le professeur peut choisir d'utiliser un rétroprojecteur, ce qui est possible dans l'établissement, ou de refaire une figure au tableau. Un tracé fidèle à celui du polycopié des élèves qui permet de rejouer la situation de première recherche à laquelle se sont livrés les élèves ou un tracé différent (choix du triangle ABC de départ) qui permettrait peut-être de mettre en évidence de fausses certitudes, notamment que le

triangle CED n'est pas rectangle absolument. On peut aussi envisager la projection d'une figure du logiciel Geoplan, par exemple.
Par ailleurs, nous ignorons si l'exercice tout entier va être corrigé ou si seuls quelques points vont être précisés. À quel point les professeurs vont-ils prendre en compte le fait que les élèves ont déjà travaillé cet exercice ? En effet, nos consignes n'imposent pas qu'une correction intégrale soit menée.
Nous ignorons également quelle part d'informations tirées de l'énoncé et des copies le professeur va admettre durant la séance, ainsi que la priorité qu'il donnera à son discours.

Insistera-t-il sur la rédaction ou l'argumentation liées à la résolution de cet exercice ? De plus, quel type de correction le professeur va-t-il proposer ? S'agit-il d'un corrigé « générique » ? De quelle manière les erreurs des élèves vont-elles être prises en compte? Un élargissement du problème va-t-il être proposé ?
À partir de ces questions, entre autres, nous avons décidé d'établir une grille nous permettant d'analyser les deux discours.

2. Outil d'analyse du contenu des séances puis du discours

Pour analyser les discours des deux professeurs, nous voulions disposer d'un seul outil ; en particulier, parce que nous souhaitions pouvoir les comparer. Nous voulions également que cet outil nous permette de considérer l'influence des discours sur les secondes productions dans les deux classes. Pour cela, nous nous sommes inspirés de différents travaux déjà existants en essayant de les adapter à notre propos. Il nous faut cependant préciser que cet outil ne saurait sans doute pas être adapté pour une autre étude que la nôtre. Aussi allons nous tout d'abord justifier nos choix.

Précisons ici que nous ne nous sommes intéressées qu'au discours du professeur en relation avec la correction de l'exercice. Il paraît difficile de séparer le discours d'un professeur des caractéristiques de la classe (nombre d'élèves, option...) les élèves eux-mêmes, voire la salle de cours ou l'heure du cours pouvant jouer sur le contenu de la séance. Ce sont des paramètres que nous n'avons pas oubliés même s'ils n'apparaissent pas dans notre grille d'analyse. Nous avons choisi d'étudier l'activité orale du professeur, en tant que transmetteur du langage mathématique, ce qu'il dit, ce qu'il demande, ce qu'il exige... Les interventions des élèves nous intéressent, ici, dans une moindre mesure. Les observations des deux classes nous ont par ailleurs confortées dans le choix d'exclure de notre analyse le temps de parole des élèves et les moments de rappel à l'ordre.

Les travaux de C.M. Chiocca, E. Josse, A. Robert (1992), puis de C.Hache (1999) et plus récemment de M. Pariés (2004) proposent des méthodes d'analyse du discours du professeur basées sur sa transcription. Notre analyse visant le discours dans sa relation avec l'argumentation et la démonstration, il n'était évidemment pas possible de reprendre ces méthodes telles quelles, celles-ci privilégiant surtout les aspects du discours « global ». Par *discours global*, entendons tout ce que dit l'enseignant (pour communiquer avec la classe, pour présenter sa séance, pour commenter ou discuter sur les contenus mathématiques...), sans privilégier particulièrement une caractérisation du volet « argumentatif » du discours. Par *discours argumentatif*, il faut comprendre ce qui relève de l'argumentation dans le discours. Cependant, il nous a semblé pertinent de reprendre certains éléments de ces outils.

De l'étude de M. Pariés (2004), qui concerne surtout l'aspect langagier du discours, nous avons surtout considérés la répartition des fonctions cognitives du discours. Par ailleurs, centrées sur l'activité du professeur et non celle des élèves, nous nous sommes surtout intéressées aux catégories suivantes : structuration du discours, justification, évaluation et bilan. Pour notre part, nous classerons ces éléments dans une seule et même catégorie.

C.M. Chiocca, E. Josse, A. Robert (1992) proposent une méthode composée de trois volets : une « description linéaire », qui est un découpage de la séance en « unités » ; une « étude catégorielle » où sont localisées trois types de fonctions du discours (communication, informations, réflexion) et une « étude longitudinale » où sont repérés des « invariants » tels que le recours à la mémoire, aux questions ou le traitement des erreurs. Enfin, ces trois études sont croisées.

Pour notre part, nous allons étudier le discours des enseignants observés en trois temps :

- découpage de la séance
- analyse « globale » du discours
- analyse « argumentative » du discours

Chacun de ces trois volets se nourrit des recherches citées ci-dessus. Nous allons maintenant préciser la nature de notre travail sur ces trois points.

1er volet : Découpage de la séance

Conformément à notre analyse « avant séance », nous avons retenu comme épisodes ceux relatifs à la résolution de chacune des questions de l'exercice, auxquels s'ajoutent un épisode consacré au codage de la figure et un épisode intitulé « discours libre », qui fait partie de la correction de l'exercice sans être une stricte réponse à une question de l'exercice. Ce découpage du discours commun pour les deux séances observées n'est donc pas une description strictement linéaire. Chaque épisode sera néanmoins soumis à un découpage propre à chaque enseignant pour permettre une description plus fine et lecture locale plus rapide de la transcription.

1er volet : Description du discours

Codage et figure
1. Justification de « CAD isocèle »
2. Traitement de l'isométrie
3. Justification de « CED isocèle »
Discours libre

2e volet : Analyse du discours global

Notre deuxième volet est consacré au *discours global*, il correspond en quelque sorte au mariage avec compromission d'une « étude catégorielle » et d'une « étude longitudinale » (de C.M. Chiocca, E. Josse, A. Robert 1992). En effet, il s'agissait pour nous de localiser dans les discours à la fois ce qui provient des premières productions des élèves et ce qui peut influer sur les secondes. Encore une fois, rappelons que notre outil ne vise pas à une utilisation générale pour toute analyse de discours de professeur. Notre étude a priori nous permet de penser que ces séances de correction présenteront des invariants tels que les questions, le traitement des erreurs, le recours à la mémoire, les répétitions. Par ailleurs, nous pensons que le discours aura nécessairement une part liée à la démarche strictement personnelle de l'enseignant (ses remarques, ses conseils), qui peuvent par exemple dévoiler ses attentes ou encore être simplement des remarques relatives à la gestion de la classe.
Et en raison de l'exercice proposé, une part du discours sera liée à un raisonnement.

Nous avons donc choisi de classer la quasi-totalité des fragments de discours du professeur, sans permettre les croisements, dans l'une de ces six catégories : Personnel, Erreurs, Mémoire, Raisonnement, Questions et Répétitions.

2e volet : Grille d'analyse du discours global

P	Remarques personnelles, conseils	Le professeur fait référence à sa démarche personnelle, donne des conseils ou gère la classe.
E	Traitement des erreurs	Le professeur reprend, rectifie ou corrige, des remarques entendues à la séance orale ou lues dans les copies
Mém	Recours à la mémoire	Le professeur demande aux élèves de mobiliser des connaissances. Il fait appel à leur mémoire immédiate ou à des connaissances plus anciennes.
R	Raisonnement	Le professeur conseille une démarche à suivre ou une piste. Le professeur indique comment traiter un argument.
Q	Questions	Le professeur pose des questions : questions collectives, questions directes à un élève, questions ouvertes et phrases « à trous ».
Rép	Répétitions	Le professeur répète les mêmes expressions ou le professeur répète une proposition d'élève.

Voyons l'utilisation de cette grille sur un exemple du discours:

Monsieur D **2. Traitement de l'isométrie** **2.2. Rappel des critères d'isométrie**	Temps écoulé	P	E	Mém	R	Q	Rép
P : Alors, certains ont été m'inventer des isométries, transformations qui sont effectivement des isométries mais ils se sont trompés sur les images. On m'a parlé d'un point oméga situé ici, qui échangerait A en B, D en ce que vous voulez. Non, ça ne marche pas du tout, ça c'est totalement faux.	00:11:26		X				
Donc, j'ai barré. Vous vous en convaincrez.	00:11:31	X					
Bon, alors, y a certaines transformations qu'on peut éliminer. Par exemple, la translation c'est hors de question parce que vous savez que la translation conserve le parallélisme. Une droite - enfin conserve le parallélisme - une droite est transformée en une droite parallèle, or ici n'y a pas de côtés parallèles dans les triangles, donc ça ne marche pas.	00:11:48				X		
Par contre, on vient de faire une première question, y a des égalités de longueurs, et on pourrait peut-être penser aux cas d'isométrie.	00:11:57			X			
Alors, on va rappeler un petit peu, les trois cas d'isométrie, de deux triangles.	00:12:01			X			
Allez, Laura, on en donne un.	00:12:03					X	
E. : deux triangles sont isométriques, s'ils ont deux côtés isométriques encadrant un angle égal	00:12:10						
P : s'ils ont deux côtés isométriques, donc respectivement isométriques, encadrant un angle égal, ça c'est, je dirais, le deuxième cas d'isométrie.	00:12:17						X
Bien, parfait.	00:12:19	X					
Un autre cas d'isométrie ? Aurore.	00:12:21					X	

Ce deuxième volet ne rend pas compte de l'argumentation du discours. Il met en évidence que cette caractéristique du discours n'en constitue pas son intégralité. Aussi allons nous procéder à un découpage du texte et attribuer à chaque morceau de discours relevant de l'argumentation un type de discours argumentatif et une forme.

3e volet : Analyse du discours argumentatif

Dans son discours, l'enseignant propose une correction argumentée de l'exercice. Il communique oralement avec ses élèves. Donc, en dehors des particularités de la langue parlée (interjection, hésitations, questions, emphases éventuelles, etc.) son argumentation peut revêtir plusieurs formes. Elle peut être de type *logico déductif*, c'est-à-dire que la sélection des arguments a été achevée et que leur organisation est perceptible. Le discours peut également être constitué d'aides à la recherche de preuve ; il peut servir à expliquer ou expliciter des arguments. Dans ce cas, nous dirons que le discours est de type *heuristique*. Enfin, le professeur peut faire appel à

une justification pour étayer une argumentation, préciser la validité de certains arguments. Le type de discours correspond à une *attente de justification*. Ce dernier type nous renseigne sur les propriétés que le professeur peut explicitement attendre dans les copies. D'ailleurs, nous signalerons les passages relatifs à ces *énoncés-tiers*. Enfin, bien que la consigne de ne pas inscrire de démonstration toute faite au tableau ait été donnée, on ne peut pas exclure que le professeur énonce une preuve, présente son discours comme une démonstration : un discours logico-déductif s'apparenterait alors à une rédaction. Ces passages ainsi que ceux relatifs à la conception même de la rédaction finale seront indiqués dans la catégorie *Rédaction*.

Dans l'étude de C. Hache (1999), le discours est analysé suivant trois caractères : objet, teneur et fonction du discours. L'objet du discours est décrit comme étant soit contextualisé (en lien immédiat avec l'exercice présent) soit décontextualisé (relevant d'un degré de mathématiques plus générales) ou « portant sur le lien » entre les mathématiques contextualisées évoquées pendant la séance et un discours décontextualisé (Par exemple, faire référence à un théorème général pour justifier un argument dans un exercice). Pour notre propos, cela signifierait que le discours est en lien direct avec l'exercice ou qu'il relève de mathématiques plus générales. Nous avons envisagé une classification de la forme du discours, suivant qu'il est contextualisé ou non. Dans notre étude nous entendrons par discours argumentatif *décontextualisé* tout discours qui n'est pas contextualisé : cela englobe les deux dernières catégories de C. Hache (1999) concernant l'objet du discours. Dans le cas d'un discours contextualisé, on distinguera la forme *instanciée* lorsque l'enseignant reprend les notations de la figure ou de l'énoncé, de la forme *désignée* lorsque le professeur utilise des démonstratifs, éventuellement accompagnés de gestes pour évoquer les objets de la figure.

3e volet : Grille d'analyse du discours argumentatif

Type de discours argumentatif	**LD**	Exposé logico-déductif	Apparente organisation des arguments
	H	Exposé heuristique	Indications d'aide à la recherche ou d'utilisation des arguments ou explications
	JA	Justifications attendues	Le professeur réclame une justification pour parfaire une argumentation ou la démonstration ou le professeur semble manifester une attente dans l'élaboration de la preuve.
	Rd	Référence à la rédaction	Le professeur fait référence à la rédaction finale. Le discours du professeur s'apparente à une rédaction finale
	ET	Enoncé-tiers	Le professeur énonce ou fait énoncer une propriété.
Forme du discours argumentatif	**i**	Exposé par instanciation	Le professeur utilise les notations, les noms des objets de la figure.
	d	Exposé par désignation	Le professeur désigne les objets de la figure ou de l'énoncé sans les nommer
	Dé	Décontextualisation	Le professeur ne parle pas exclusivement de l'exercice.

Voyons l'utilisation de cette grille :

Monsieur C **2. Traitement de l'isométrie** **2.4. Annonce de la preuve**	Temps écoulé	**LD**	**H**	**JA**	**Dé**	**i**	**d**	**ET**	**Rd**
P: isocèle. L'autre est isocèle donc cet angle-là est égal à celui-ci puisque ABC est isocèle celui-là est égal à celui-ci puisque ADC est isocèle donc cet angle-ci est égal à l'angle ici. Vous êtes d'accord?	00:31:50	X					X	X	

Limites de cette méthode

Pour élaborer notre outil, nous nous sommes basées sur la transcription de la séance de correction et sur la vidéo. Pour mesurer la longueur des fragments de discours, nous avons choisi la durée. Chaque phrase ou morceau de phrase a été discuté puis classé dans l'une des catégories du discours global puis suivant sa valeur argumentative rangé ou non dans l'une de celles du discours argumentatif. Afin d'éviter certains croisements, nous avons parfois tranché en faveur d'un catégorie ; rien ne laisse penser que ce choix fasse l'unanimité. Mais il a été autant que possible systématisé.

Ce choix de l'unité de temps à la seconde près peut être également discuté. En effet, les coupures effectuées sont le fruit d'une décision, d'autres auraient pu en décider autrement. Par ailleurs, nous ne voulions pas interrompre le fil de la séance à cause de la présence de « blancs ». Aussi, chacun de ces silences, ne figurant pas dans la transcription, a été compté en général avec le discours qui précède. Là encore, il s'agit d'un choix. Par exemple, lorsque le professeur pose une question à un élève, le silence qui peut suivre est comptabilisé avec cette question. Nous estimions en effet que la question se poursuit jusqu'à un début de formulation de réponse. De même lorsque le professeur écrit au tableau ce qu'il vient annoncer sans parler, nous avons jugé inutile de séparer ce passage de l'annonce faite. Par contre lorsque la réponse d'un élève est suivie d'un silence, nous avons considéré que mettre fin à ce silence relevait de la décision du professeur et de l'intervention qu'il ferait suivre.

On peut noter que le fait d'utiliser la durée pour mesurer les fragments de discours nous rapproche du point de vue d'un élève durant la séance, dans sa perception du temps consacré par l'enseignant à chaque étape de l'exposé. Ce choix nous permettra ainsi de disposer d'un instrument de comparaison des deux discours.

3. Analyse des discours

Les deux morceaux de séances observés, correspondant à la correction de l'exercice, ont sensiblement la même durée, une vingtaine de minutes. Désormais, pour faciliter la lecture, on conviendra que le mot « séance » désigne ces vingt minutes de correction. Le même exercice avec les mêmes consignes ayant été remis, on pouvait s'attendre à des similitudes dans la mise en œuvre de la séance. Nous allons ici explorer la correction suivant nos trois volets puis, par croisement, voir quelles informations cette nouvelle approche nous apporte.

3.1. Découpage de la séance

L'ensemble du discours a été transcrit. La transcription complète est consultable en annexe.
Nous allons considérer ici chacun des épisodes du 1er volet. En effet, leur ordre et surtout l'organisation de chacun d'eux diffèrent. Découpons et décrivons les discours. Nous citerons parfois en petits caractères certaines phrases de l'enseignant, certaines phrases des élèves apparaîtront en italique. P désigne le professeur, *é* un ou plusieurs élèves.

Monsieur C

La séance complète de Monsieur C ne débute pas par la correction du devoir maison. Pendant les quatorze premières minutes, non transcrites, des élèves ont été envoyés au tableau pour procéder à la correction d'autres exercices sur les triangles isométriques. En guise de transition avec l'exercice qui nous intéresse, Monsieur C et ses élèves dialoguent sur la difficulté de l'exercice. Puis, Monsieur C commence par commenter les productions des élèves. La figure a déjà été refaite au tableau avant le début de la séance. Avant de nous intéresser au découpage, il convient de préciser que l'heure à laquelle se déroule la séance en classe entière n'est pas habituelle. En effet, le film a été réalisé au cours de « la semaine de Bac Blanc » du lycée, durant laquelle seules les classes de secondes ont cours et leur emploi du temps est aménagé de ce fait. Ceci peut expliquer le fait que Monsieur C va-t-il s'interrompe ou interroge ostensiblement certains élèves dont l'attention ne serait pas exclusivement dirigée vers la correction de l'exercice.

Le découpage chronologique en épisodes et sous-épisodes pour Monsieur C est le suivant :

Discours Libre : Commentaires sur les productions	**2 min 36 s**

Codage et figure	2 min 20 s
1. CAD isocèle	**3 min 30 s**
1.1. Retour sur les erreurs de élèves	50 s
1.2. Listage des propriétés potentiellement utilisables	43 s
1.3. Retour sur la notion de médiatrice	44 s
1.4. Justification de l'égalité des longueurs	32 s
1.5. Conclusion liée à la question	41 s
2. Isométrie	**7 min 57 s**
2.1. Rappel sur la définition des triangles isométriques	32 s
2.2. Première égalité de longueurs	43 s
2.3. Listage des connaissances, des critères, choix d'une piste	3 min 06 s
2.4. Annonce de la preuve	1 min 38 s
2.5. Fin de la preuve	38 s
2.6. Restitution dialoguée menée par le professeur	1 min 20 s
3. CED isocèle	**2 min 16 s**
3.1 Egalité des angles	58 s
3.2. Egalité des longueurs	1 min 18 s

1er épisode : Discours libre - Commentaires sur les productions

Le professeur met ici le doigt sur une « erreur » récurrente dans les premières productions : des affirmations sans preuve :

> la première erreur c'est ne pas dire « parce que je vois que ceci alors c'est bon » d'accord ? ça c'était une des erreurs qui est revenu le plus souvent

Il explique quelle doit être la démarche générale à adopter pour démontrer et justifie son propos en précisant que la figure peut être source de fausses affirmations, l'exemple donné étant celui la nature du triangle CED :

> il y a beaucoup de gens parmi vous qui ont vu le triangle à la fin qui était rectangle mais le triangle il est pas rectangle, d'accord ? Donc ça, ça marche pas.

Monsieur C réclame de l'attention et demande à toute la classe de ne pas écrire durant la correction:

> Donc je vous demanderai un petit peu exceptionnellement là et puis aussi parce que l'exercice n'est pas forcement évident de lâcher le crayon.

2e épisode : Codage et figure

Monsieur C poursuit en lisant le début de l'énoncé et s'arrête pour soulever l'absence de codage de certaines figures. Il expose son point de vue à ce sujet et procède au codage par équivalences sémantiques. Il énonce lui-même les propriétés matérialisées et dispense des conseils pour faciliter la lecture de la figure.

> Si vous avez une figure codée vous allez voir les choses. Si vous avez rien de codé à ce moment vous ne verrez pas il y a des choses qui vont vous passer à côté

[...] je pense que c'est une bonne chose vous allez voir vous allez voir que avec le codage de la figure on fait beaucoup.

3e épisode : « 1. CAD isocèle »

a. *Retour sur les erreurs de élèves (1.1)*

Le professeur signale la nécessité de trier les informations à utiliser avant de procéder à l'inventaire de toutes les propriétés suffisant à prouver qu'un triangle est isocèle.

[...] moi j'ai pas envie de le montrer dix fois qu'il est isocèle. Le triangle. Une fois suffit.

b. *Listage des propriétés potentiellement utilisables (1.2)*

Les élèves énoncent les propriétés attendues par l'enseignant. Ce dernier les met face au choix deux méthodes et, pour trancher, les invitent à observer la figure, il désigne lui-même la médiatrice du segment [AC], clef de l'argumentation.

Alors ici côtés égaux ou angles égaux ?

Quelle est la particularité de cette droite là ?

c. *Retour sur la notion de médiatrice (1.3)*

Dans cette sous-partie, le professeur fait énoncer aux élèves les propriétés de la médiatrice d'un segment. L'existence de ce moment de la séance peut être justifié par la part d'élèves ayant évoqué les droites remarquables du triangle CAD. Notons que le professeur a lui-même montré du doigt la sous-figure à prendre en compte et qu'il ne la considère pas ici dans le contexte de l'exercice. D'où le léger malentendu ci-dessous. L'élève interrogé a, par ailleurs, du mal de se défaire de la figure.

Théoriquement on sait deux choses, vas-y
é : elle est perpendiculaire elle passe par le
P : perpendiculaire elle passe par le
é : milieu d'un sommet
P : le milieu alors
é : opposément
P : d'un segment médiatrice, d'un segment d'accord ? Dans un triangle c'est les côtés opposés je suis d'accord avec toi. Deuxième chose très importante
é : elle passe par le sommet
P : Ah non, ça c'est bon alors elle passe pas forcément par le sommet pour un triangle isocèle mais on est plus dans le cadre d'un triangle on est dans le cadre de la médiatrice d'un segment un segment, une médiatrice

d. *Justification de l'égalité des longueurs (1.4)*

Monsieur C obtient d'un élève la caractérisation qu'il attendait (l'équidistance des points de la médiatrice d'un segment avec les extrémités de celui-ci), la répète et conclut immédiatement l'égalité recherchée en la montrant sur la figure.

e. Conclusion liée à la question (1.5)

Monsieur C restitue la réponse à la 1ère question sous forme d'un bilan organisé des informations puis complète le codage de la figure ;

4e épisode : « 2. Isométrie »

a. Rappel sur la définition des triangles isométriques (2.1)

En faisant énoncer la définition des triangles isométriques, Monsieur C doit préciser que l'égalité des angles en découle. Un très court rappel à l'ordre conclut ce sous-épisode.

b. Première égalité de longueurs (2.2)

Il s'agit maintenant de localiser les longueurs égales dans les deux triangles. Guidés par l'enseignant, les élèves indiquent des égalités de longueurs, pour chacune desquelles il réclame une justification.

> Ce qu'il vient de dire Mickael la BD égale AE...ça, c'est dans le texte donc c'est dans le texte on a l'égalité BD égale AE
>
> AC égale BA. ça c'est du à quoi ça?

c. Listage des connaissances, des critères, choix d'une piste (2.3)

Après avoir fait rappeler deux critères d'isométrie et ayant déjà obtenu l'égalité de deux longueurs, Monsieur C propose deux pistes : celle des angles, compris entre les deux longueurs égales, et celle des longueurs, conformément à la définition. Il élimine cette dernière, dont il dit qu'elle est plus compliquée.

> A priori c'est plus compliqué toujours de montrer que deux longueurs sont égales surtout que vu que comme est placé le point E il n'a aucun rapport avec le point C

Pour démontrer l'égalité des angles, un élève, Michael, lui propose d'utiliser les angles correspondants. L'argument ne figure pas dans la production de celui-ci. Seulement deux élèves ont précisé dans leur copie la présence d'angles alternes internes. Monsieur C pointe l'absence de l'hypothèse du parallélisme pour invalider la proposition.

Monsieur C poursuit orientant la classe vers l'enchaînement des questions et vers la deuxième caractérisation d'un triangle isocèle.

d. Annonce de la preuve (2.4)

Un élève propose de considérer l'égalité des angles. Le professeur code les angles puis attire l'attention des élèves sur le tableau. À ce moment de la séance, certains bavardages se font

entendre. Monsieur C accélère le rythme et il donne une preuve en s'appuyant et en montrant les éléments de la figure.

> L'autre est isocèle donc cet angle-là est égal à celui-ci puisque ABC est isocèle celui-là est égal à celui-ci puisque ADC est isocèle donc cet angle-ci est égal à l'angle ici. Vous êtes d'accord?

e. Fin de la preuve (2.5)

Une interruption pour rappeler à l'ordre, puis de la même manière, preuve par « désignation » sur la figure, le professeur suit l'argument de l'égalité des angles supplémentaires proposé par un élève ; il désigne les éléments de la preuve sans les nommer.

f. Restitution dialoguée menée par le professeur (2.6)

Monsieur C demande à un élève de restituer l'ensemble de la preuve de la 2e question. Il guide le dialogue. Tous les arguments sont explicités et ordonnés logiquement.

5e épisode : « 3. CED isocèle »

Comme pour établir l'isométrie des triangles à la question 2, le professeur s'interrompt pour réclamer l'attention de tous les élèves. Les arguments s'enchaînent et essentiellement désignés à la l'aide de la figure. Deux méthodes de résolution sont successivement envisagées.

- *Egalité des angles (3.1)*
- *Egalité des longueurs (3.2)*

Monsieur D

La séance de Monsieur D commence d'emblée par la correction du devoir maison. La séance a lieu un samedi matin à 8h. Contrairement à Monsieur C, la figure n'a pas été tracée au préalable. Ce tracé ouvre la séance.

Le découpage chronologique en épisodes et sous-épisodes pour Monsieur D est le suivant :

Codage et figure	**4 min 14 s**
c1. Tracé commenté de la figure	2 min 34 s
c2. Codage de la figure	1 min 40 s
1. CAD isocèle	**4 min 03 s**
1.1. Solution commentée d'un élève	1 min 21 s
1.2. Retour sur le module	2 min 42 s
2. Isométrie	**7 min 43 s**
2.1. Codage de la figure	1 min 58 s
2.2. Rappel des critères d'isométrie	2 min 20 s
2.3. Nouvelle lecture de la figure	50 s
2.4. Repérage des angles utiles	1 min 48 s
2.5. Conséquences	47 s
3. CED isocèle	**2 min 15 s**
Discours Libre : Problème de l'angle droit	**6 min 19 s**
AD.1. La figure	1 min 29 s
AD.2. Retour sur les triangles semblables	1 min 16 s
AD.3. Le triangle n'est pas rectangle	3 min 34 s

1er épisode : Codage et figure

a. Tracé commenté de la figure (c.1)

Monsieur D construit la figure au tableau, en suivant l'énoncé dans l'ordre et en commentant les étapes du tracé.

b. Codage de la figure (c.2)

Monsieur D procède au codage de la figure par équivalences sémantiques. Il précise les propriétés qui justifient d'un code et signale que le codage ne s'arrête pas à l'énoncé, qu'il devra être complété au fil des résultats obtenus. Les figures de 5 copies sur 22 ne sont pas du tout codées.

> en principe il faut réinvestir les questions précédentes pour avancer
> il faudra toujours indiquer les résultats d'une question, sur la figure, pour essayer de trouver le raisonnement pour les questions suivantes. Jamais laisser une figure en panne! On a trouvé quelque chose, on le fait apparaître sur la figure.

2e épisode : « 1. CAD isocèle »

a. Solution commentée d'un élève (1.1)

Pour la première question, Monsieur C a interrogé un élève. La réponse de celui-ci dure 27 secondes et est ponctuée par les approbations du professeur. Monsieur C commente l'utilisation d'une hypothèse qui lui paraît superflue. L'hypothèse en question concerne l'alignement des points C, B, D dans cet ordre et n'apparaît dans aucune des premières copies. Ensuite, Monsieur D propose de s'attarder sur la notion de médiatrice.

b. Retour sur le module (1.2)

Les semaines précédant la séance, la notion de médiatrice a fait l'objet d'un module. Au cours de celui-ci, l'équivalence entre les deux caractérisations a été établie: l'ensemble des points équidistants des extrémités d'un segment et la perpendiculaire au segment en son milieu. Monsieur D conclut lui-même sur la nature du triangle à l'aide de la première caractérisation et rappelle les éléments vus lors de ce module. Signalons que 5 élèves sur 22 n'ont pas su exploiter la médiatrice du segment [AC].

3e épisode : « 2. Isométrie »

a. Codage de la figure (2.1)

Conformément à ce qu'il avait annoncé à l'épisode 1. , Monsieur D indique par codage l'égalité de longueurs déduite.

b. Rappel des critères d'isométrie (2.2)

Il envisage d'exhiber une isométrie particulière pour établir que les triangles ABD et CAE sont isométriques (5 élèves sur 22 l'ont envisagé), puis écarte l'idée : Monsieur D fait rappeler tous les critères d'isométrie de deux triangles. Le rappel de la définition est ensuite énoncé par les élèves.

c. Nouvelle lecture de la figure (2.3)

Monsieur D s'appuie sur la figure. Il repère deux paires longueurs égales puis, sans envisager la piste des trois longueurs égales, il indique les deux angles dont il reste à montrer l'égalité.

> Donc, il vous reste à prouver que cet angle-ci [le professeur code l'angle]...voilà, a la même mesure que celui-là. Si vous arrivez à démontrer cette égalité d'angle, vous appliquerez le deuxième cas d'isométrie dans le cours et vous en déduirez donc que les deux triangles sont sont isométriques.

d. Repérage des angles utiles (2.4)

Retour sur le codage de la figure. Monsieur D le reconsidère et marque les angles égaux au regard de l'énoncé et des questions précédentes. Il énonce lui-même les propriétés qui justifient

ces égalités. Monsieur D entame une preuve de l'isométrie des deux triangles, en désignant les objets au tableau, mais ne l'achève pas. La consigne donnée est implicitement de poursuivre.

> Voilà. Je vais pas en dire plus. [...]
> il me semble qu'on est tous capable, tout le monde va être capable maintenant de conclure, sur l'égalité des angles en question. Pas bien compliqué. Je vous donne pas l'argument.
> Vous y réfléchirez [...].

e. Conséquences (2.5)

Monsieur D en déduit l'égalité des longueurs des troisièmes côtés et code alors la figure. Ce qui répondra à la question suivante.

4e épisode : « 3. CED isocèle »

Malgré le peu d'outils à sa disposition dans sa salle de cours, le professeur propose dans un premier temps de mesurer, comme moyen de se convaincre de la nature du triangle CED. Trois cas ont envisagés : équilatéral - cas rapidement écarté - isocèle et rectangle. Le codage de l'épisode 2.5, lui permet d'établir que le triangle CED est isocèle. La preuve n'est pas mise en forme : la structuration de la preuve est laissée aux élèves mais ces derniers ne s'y pencheront pas au cours de la séance.

> Donc, il est isocèle.
> Alors, à vous de rédiger, hein,
> c'est une conséquence de la question précédente.

Après avoir répété qu'« il semblerait » que le triangle CED soit rectangle, Monsieur D engage les élèves vers une preuve.

5e épisode : Discours libre - Commentaires sur les productions

a. La figure (AD.1)

La figure jointe à l énoncé laisse à penser que le triangle CED est rectangle en C. Après avoir annoncé son intention de prouver ce qu'il en est vraiment, Monsieur D va introduire un angle α à l'épisode AD.3, mais avant cela il propose de considérer la figure de départ pour justifier sa démarche.

> Finalement, toute la figure tient au choix du triangle de départ ABC.

Puis, le professeur compare sa figure avec celle du polycopié.

> la mienne est beaucoup plus grande que la vôtre

b. Retour sur les triangles semblables (AD.2)

Monsieur D saisit l'occasion de faire rappeler la définition des triangles semblables, notion qui a été juste introduite dans un cours précédent. Les élèves n'en donnent pas immédiatement une définition. Le professeur conclut ce rappel en revenant à l'exercice et en insistant sur le fait que les triangles ABC du tableau et de l'énoncé sont de même forme.

c. Le triangle n'est pas rectangle (AD.3)

Monsieur D poursuit son propos en nommant α la mesure de l'un des deux angles à la base du triangle ABC et propose de déterminer à quelle condition sur l'angle α le triangle est rectangle. Il donne la consigne aux élèves de démontrer une expression de l'angle ECD en fonction de l'angle α mais la démonstration n'est pas établie au cours de la séance. Le problème géométrique est traité dans le cadre algébrique via la résolution d'une équation. Monsieur D aboutit à une condition nécessaire qui n'est pas vérifiée (mesure sur la figure du polycopié). Monsieur D explique ce qui a rendu la figure trompeuse. Il termine en commentant les rédactions des élèves.

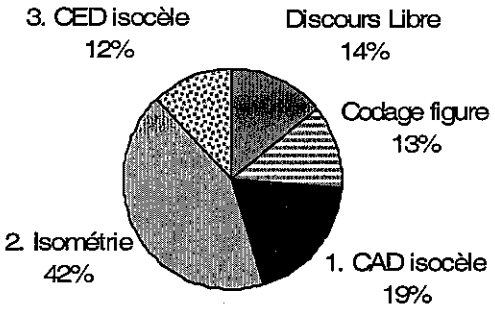
> on va voir un petit peu la valeur de alpha qui ferait qu'on aurait 90 degré.
> Bah c'est une équation à résoudre.
> [...]ça nous fait 67 degrés et demi.[P note le résultat]
> Et, j'ai noté ça sur ma petite feuille [...] Il se trouve que l'angle alpha que vous aviez sur l'énoncé, eh bah, c'est un angle qui mesure...je l'ai mesuré encore hier, environ 66 degré.
> Donc effectivement, avec le coefficient 4, on avait une erreur de 4 degré, mais 4 degrés, bah, on a toujours l'impression qu'il est rectangle.
> Alors, j'ai apprécié dans vos copies, la rédaction, y en a qu'ont cherché à faire des phrases
> mais j'ai regretté par moment, le fait que vous affirmiez des choses sans les démontrer. Dans une matière scientifique, on démontre. Sinon, on dit je ne sais pas. Mais on affirme pas.

Comparaison - Interprétations

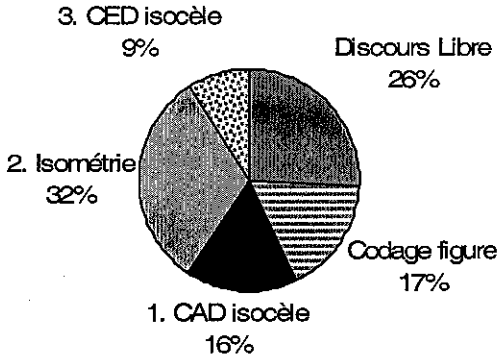
Etant donné que les deux professeurs ont eu le même énoncé, on aurait pu penser que les épisodes auraient des durées voisines. N'oublions pas , cependant, que les enseignants ont eu connaissance des premières productions de leurs élèves. Cela peut expliquer en partie la différence tant dans le contenu que dans la durée des phases au cours de chaque séance.

Les diagrammes suivants présente la part en % du temps de chaque épisode au cours de la séance.

Séance C



Séance D

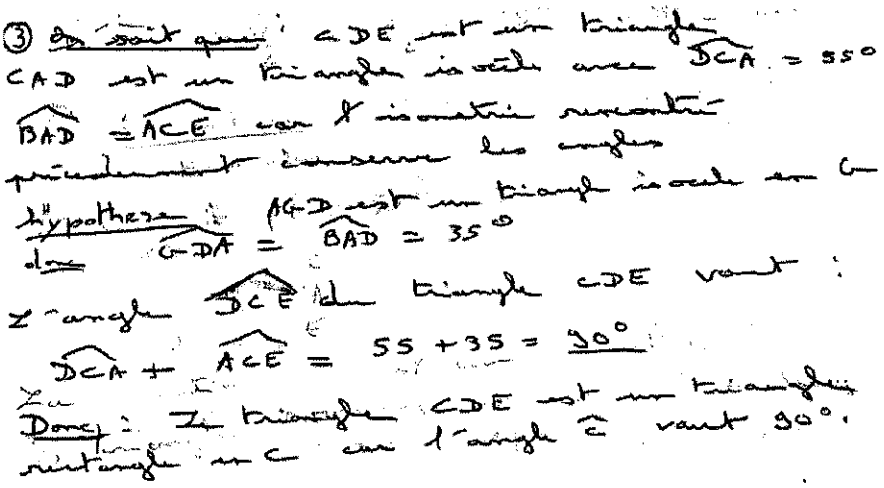


Les discours libres de chacun des deux enseignants traitent des certitudes fondées à partir de la figure. Pour Monsieur C, l'invitation à vaincre ces certitudes ouvre la correction et est constituée de remarques générales non strictement mathématiques. Pour Monsieur D, cette phase du discours clôt la séance et il propose un exercice pour infirmer ce qui paraissait certain à première vue sur la figure. On comprend que cette différence de traitements provoque en particulier un écart dans les durées de cet épisode. On peut penser que le choix dans la manière de traiter cette question provient des affirmations des élèves, dans les copies.

En effet, dans la classe de Monsieur C, 19 élèves sur 32 ont affirmé que le triangle CED était rectangle mais aucun n'a cherché à établir une preuve de cela et seules des affirmations gratuites ont été formulées. On pourrait dire que Monsieur C invalide la réponse des élèves en affirmant de la même manière le contraire et en soulignant la nécessité d'une preuve.

Dans la classe de Monsieur D, un élève a rédigé une preuve exposée de manière logico-déductive mais celle-ci - comme tout ce qui est exposé dans la copie - s'appuie sur des données obtenues par mesure.

Extrait de la copie :



D'autres élèves ayant affirmé le caractère rectangle du triangle CED et comme il l'avait précisé à l'entretien préliminaire, Monsieur D en fait l'une de ses priorités en y consacrant plus d'un quart de la séance. Une manière de contrecarrer l'argumentation produite est de prouver plutôt que d'affirmer.

Monsieur D passe plus de temps sur l'épisode « Codage et figure » mais la figure n'a pas été tracée au préalable. Il est assez surprenant de constater que les deux enseignants aient représenté au tableau sensiblement le même triangle ABC, une reproduction fidèle de l'énoncé qui conduit à « voir » le triangle CED rectangle. Une figure rendant visible l'absence d'angle droit aurait peut-être suffi à prouver que la figure ne contient pas de flagrantes vérités. Concernant l'utilisation de la figure, les secondes de Monsieur D sont systématiquement conviés, pendant à séance, à une observation préliminaire de la figure avant le traitement de chaque question. En revanche, pour Monsieur C, au début de chaque question, c'est le texte et sa signification qui sont immédiatement considérés.

Si Messieurs C et D font tous deux rappeler les critères d'isométrie des triangles, seul Monsieur C propose une preuve achevée où les différentes pistes auront été envisagées. Monsieur D laisse aux élèves le soin de continuer de chercher pour finir la démonstration. Les nouvelles productions nous indiqueront comment les arguments auront été considérés. Observons par ailleurs le découpage de l'épisode « Isométrie », les rappels de cours ou des connaissances utiles occupent 30 % de la séance D. Dans le discours de Monsieur C, ce rappel est imbriqué dans les sous-épisodes 2.1. et 2.3.

Séance C - 2. Traitement de l'isométrie	100 %
2.1. Rappel sur la définition des triangles isométriques	7 %
2.2. Première égalité de longueurs	9 %
2.3. Listing des connaissances, des critères, choix d'une piste	39 %
2.4. Annonce de la preuve	20 %
2.5. Fin de la preuve	8 %
2.6. Restitution dialoguée menée par le professeur	17 %

Séance D - 2. Traitement de l'isométrie	100 %
2.1. Codage de la figure	26 %
2.2. Rappel des critères d'isométrie	30 %
2.3. Nouvelle lecture de la figure	11 %
2.4. Repérage des angles utiles	23 %
2.5. Conséquences	10 %

Il en est de même dans l'épisode consacré à la <u>première question</u> : le rappel de connaissances est un passage plus nettement détachable dans le discours de Monsieur D que dans celui de Monsieur C.

Séance C - 1. Justification de « CAD isocèle »	100 %
1.1. Retour sur les erreurs de élèves	24 %
1.2. Listing des propriétés potentiellement utilisables	20 %
1.3. Retour sur la notion de médiatrice	21 %
1.4. Justification de l'égalité des longueurs	15 %
1.5. Conclusion liée à la question	20 %

Séance D - 1. Justification de « CAD isocèle »	100 %
1.1. Solution commentée d'un élève	33 %
1.2. Retour sur le module	67 %

Pour cette question, le rappel porte sur la notion de médiatrice : il occupe 20% du temps de discours consacré à la première question chez Monsieur C contre 67 % chez Monsieur D. Dans la classe de ce dernier, dans 8 copies sur 22, l'argument de l'équidistance est absent et parmi ces huit élèves, trois proposent une preuve basée sur l'isométrie de deux triangles, comme envisagée dans notre analyse a priori de l'exercice. Néanmoins, cette méthode ne fera pas l'objet d'un exposé ou d'une discussion. Elle n'apparaît pas non plus durant la séance de Monsieur C, dont aucun élève n'a emprunté cette piste. Pour cet enseignant, il s'agissait surtout de faire le tri et la sélection de tous les arguments énumérés sans justification autour de la médiatrice.

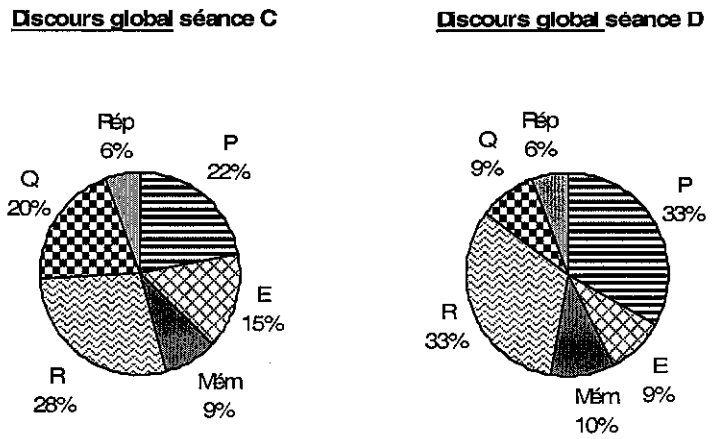
Enfin, l'épisode <u>3. CED isocèle</u> est traité de manière égale en « temps » dans les deux classes observées. Mais Monsieur C propose deux preuves possibles via l'égalité des angles, piste envisagée par 3 élèves, puis via l'égalité des longueurs. Monsieur D établit l'égalité des longueurs comme conséquence immédiate de la question 2. et ce avant même de classer le triangle CED comme triangle isocèle.

3.2. Point de vue « global »

La description précédente donne un aperçu du déroulement de la séance. Nous allons maintenant nous intéresser à ce que nous pouvons désigner par les « fonctions du discours ». Nous rappelons ici que nous avons divisé et classé les parties du discours dans une seule des six catégories suivantes : personnel (P), erreurs (E), mémoire (Mém), raisonnement (R), questions (Q), répétitions (Rép).

Répartition du discours global sur l'ensemble de chaque séance

Pourcentages de temps sur la séance entière.



Pour les deux enseignants observés, ce sont les catégories « Personnel » et « Raisonnement » qui ont dominé sur l'ensemble de la séance. Les premières productions ont mis en évidence une mauvaise mobilisation des connaissances de la part des élèves de Monsieur C, cela peut peut-être expliquer la part plus conséquente (15% contre 9%) réservée au traitement des erreurs. Par ailleurs, pour maintenir l'attention de ces mêmes élèves, comme nous l'avons déjà vu, Monsieur C a posé de nombreuses questions ; un stratagème dont Monsieur D n'a pas eu besoin face à sa classe de 2nde MPI. Mais avant d'en tirer d'autres interprétations, il nous semble intéressant de considérer pour chacun des professeurs l'évolution de la répartition des types de discours global à l'intérieur de chaque épisode.

Monsieur C

	Discours Libre	Codage et figure	1. CAD isocèle	2. Isométrie	3. CED isocèle	Séance C
P	29 %	61 %	18 %	14 %	10 %	22 %
E	32 %	0 %	27 %	11 %	7 %	15 %
Mém	4 %	0 %	11 %	11 %	10 %	9 %
R	35 %	26 %	17 %	30 %	34 %	28 %
Q	0 %	4 %	25 %	27 %	31 %	20 %
Rép	0 %	9 %	3 %	7 %	7 %	6 %

Part des types de discours global au sein de chaque épisode - Monsieur C -

Les répartitions en types de discours global sont inégales d'une phase à une autre. Monsieur C a ouvert la correction avec des remarques générales sur les copies ; son propos tournait surtout autour de ce qu'il avait constaté (Erreurs), ce qu'il attendait ou souhaitait dans les copies (Personnel) et enfin comment construire une preuve valide (Raisonnement). On retrouve que ces trois catégories se partagent presque le premier épisode.

Vient ensuite le codage de la figure. Monsieur C ne manque pas de spécifier quelle propriété il utilise et à quel codage il procède (longueur, angle), d'où 26 % de discours de raisonnement, mais ce sont essentiellement l'organisation et la présentation de la figure qu'il va évoquer (usage de couleur, difficulté de codage). Après avoir ainsi atteint 61 % de l'épisode codage, la part de discours personnel chute en faveur de toutes les autres catégories.

À partir de la correction de la 1ère question de l'énoncé, le discours est de plus en plus raisonné et traite de moins en moins les erreurs. Pour expliquer ces évolutions contraires, on peut encore une fois se baser sur les premières productions. En effet, sur l'ensemble de la classe, la 1ère question n'a pas été correctement traitée donc Monsieur C est revenu sur les principales erreurs (27 % de l'épisode, tableau précédent), certaines exclusivement liées au raisonnement. Il a de fait réuni les argum ents à utiliser et a fait rappeler la définition et la caractérisation de la médiatrice. Avec 53 % du temps (tableau ci-dessous), le sous-épisode (1.4.) consacré à la justification de l'égalité des longueurs est à dominante « Mémoire », le jeu des questions alimentant d'ailleurs ce caractère.

1. CAD isocèle	1.1. Retour sur les erreurs de élèves	1.2. Listage des propriétés potentiellement utilisables	1.3. Retour sur la notion de médiatrice	1.4. Justification de l'égalité des longueurs	1.5. Conclusion liée à la question
P	22 %	0 %	14 %	6 %	44 %
E	70 %	19 %	30 %	0 %	0 %
Mém	0 %	0 %	14 %	53 %	0 %
R	0 %	16 %	16 %	0 %	54 %
Q	8 %	65 %	16 %	41 %	0 %
Rép	0 %	0 %	11 %	0 %	2 %

Part des types de discours global au sein de chaque sous-épisode de l'épisode 1. CAD isocèle - Monsieur C -

Les parts de raisonnement en augmentent au fil des épisodes. Nous pouvons interpréter cette augmentation par le fait que peu d'élèves ont su traiter correctement les questions suivantes: seulement 8 sur 32 pour la 2e question et 15 élèves sur 32 concluent uniquement que CED est un triangle rectangle pour la 3e question. Signalons également que les connaissances sur les triangles isométriques sont encore en cours d'acquisition. Ainsi, Monsieur C présente de plus en plus les méthodes de raisonnement (choix de pistes, observation de codage de la figure, va-et-vient entre figure et énoncé).

Passons maintenant à l'étude de Monsieur D.

Monsieur D

	Codage et figure	1. CAD isocèle	2. Isométrie	3. CED isocèle	Discours Libre	Séance D
P	61 %	19 %	26 %	40 %	30 %	33 %
E	15 %	6 %	7 %	0 %	13 %	9 %
Mém	0 %	27 %	12 %	0 %	7 %	10 %
R	24 %	14 %	46 %	54 %	28 %	33 %
Q	0 %	15 %	5 %	6 %	17 %	9 %
Rép	0 %	19 %	5 %	0 %	5 %	6 %

Part des types de discours global au sein de chaque épisode - Monsieur D -

La séance de Monsieur D débute par le tracé de la figure ; ses commentaires sont inévitablement liés à son activité au tableau : l'espace occupé par la figure ou les traits de construction par exemple, sa démarche de construction en somme. D'où une majeure partie de remarques personnelles (P).

> On effacera les traits de construction.Alors on va faire la même chose au-dessus, en espérant que ce soit pas en-dehors du tableau [inaudible] voilà ; c'est bon. Allez, on va mettre un peu de couleur.

Tout en traçant, il évoque l'absence de codage dans certaines copies - cela justifie les 15 % de l'épisode consacrés aux erreurs (E) - et il laisse entendre les motivations de son codage en précisant des fragments de l'énoncé ; celles-ci occupent « en gros » la catégorie raisonnement, 24 % de l'épisode.

En dehors du deuxième épisode (noté 1. pour « 1e question ») lié à la nature du triangle CAD, les catégories P et R sont plus fortement représentées. Rappelons-nous que le deuxième épisode est caractérisé par des rappels sur la médiatrice, telle que vue en module. Ce rappel occupe deux tiers de l'épisode et est constitué pour plus d'un tiers de sollicitation de la mémoire (Mém) des élèves. Cela explique en partie les 27 % (voir ci-dessus) relevant de la catégorie Mém.

1. CAD isocèle	1.1. Solution commentée d'un élève	**1.2. Retour sur le module**
P	21 %	18 %
E	9 %	5 %
Mém	7 %	**37 %**
R	19 %	11 %
Q	40 %	3 %
Rép	5 %	26 %
Temps	33 %	**67 %**

Part des types de discours global au sein de chaque sous-épisode de l'épisode « 1. CAD isocèle » - Monsieur D -

Dans l'épisode 2. « Isométrie », le raisonnement (46 %) est de deux types. En effet, dans le sous-épisode 2.2. Rappel des critères d'isométrie, Monsieur D indique un moyen mnémotechnique de retenir la définition du cours - trouver une isométrie particulière - et considère la possibilité de valider la démarche qui en découle. Puis les sous-épisodes sont marqués par une forte dominante de raisonnement (R).

2. Isométrie	2.1. Codage de la figure	2.2. Rappel des critères d'isométrie	2.3. Nouvelle lecture de la figure	2.4. Repérage des angles utiles	2.5. Conséquences
P	64	14	0	23	0
E	14	13	0	0	0
Mém	8	**27**	0	6	0
R	8	**31**	**70**	**71**	**100**
Q	6	6	10	0	0
Rép	0	8	20	0	0

Part des types de discours global au sein de chaque sous-épisode de l'épisode 2. Isométrie - Monsieur D -

Même si les élèves sont peu sollicités, faible part de questions en particulier, et si la preuve est incomplète, le professeur bâtit toute une démarche argumentée, rythmée de va-et-vient avec la

figure. A l'épisode 2.4., il reviendra d'ailleurs sur le choix des codages de la figure et ces remarques relèvent davantage de la catégorie P.

Présentant la 3e question de l'analyse comme une conséquence directe de la précédente, on retrouve dans son traitement des caractéristiques de l'évolution observée au cours de l'épisode précédent : forte part de raisonnement, accompagnée de remarques personnelles relatives à la figure.

Concernant son discours libre, le sous-épisode AD.2. (voir tableau ci-dessous) n'est pas directement lié à l'exercice. Durant ces rappels concernant les triangles semblables, Monsieur D posent des questions (29%) pour faire remémorer (17 %) aux élèves ces récentes connaissances. Ceux-ci ne donnant pas immédiatement les réponses attendues par l'enseignant, Monsieur D fait des remarques concernant leurs erreurs (24 %). L'enseignant propose une preuve qui lui est propre, ce qui explique que la part de P dépasse celle de R en AD.1. et AD.3..

Discours Libre : Angle Droit	AD.1. La figure	AD.2. Retour sur les triangles semblables	AD.3. Le triangle n'est pas rectangle
P	**43 %**	1 %	**36 %**
E	11 %	**24 %**	10 %
Mém	7 %	17 %	3 %
R	**21 %**	18 %	**34 %**
Q	4 %	**29 %**	17 %
Rép	13 %	11 %	0 %
Temps	23 %	20 %	56 %

Part des types de discours global pour chaque sous-épisode du discours libre
- Monsieur D -

Nous allons maintenant chercher à voir les similarités et les différences entre nos deux enseignants.

Comparaison

La forme des deux séances dans cette description globale caractérise relativement bien les discours des deux enseignants. Reprenons les différentes catégories du discours global.

Le discours de Monsieur C s'apparente davantage à un discours dialogué que celui de Monsieur D. Même si les élèves de ce premier parlent peu durant la séance, le professeur les sollicitent, en les questionnant, à parts presque égales (environ 28 %) aux trois épisodes relatifs aux questions de l'exercice. La forme des questions est intéressante à considérer : beaucoup de petites phrases à terminer disséminées dans le discours. La question n'est donc pas nécessairement une phrase de forme interrogative mais une interrogation comprise comme telle.

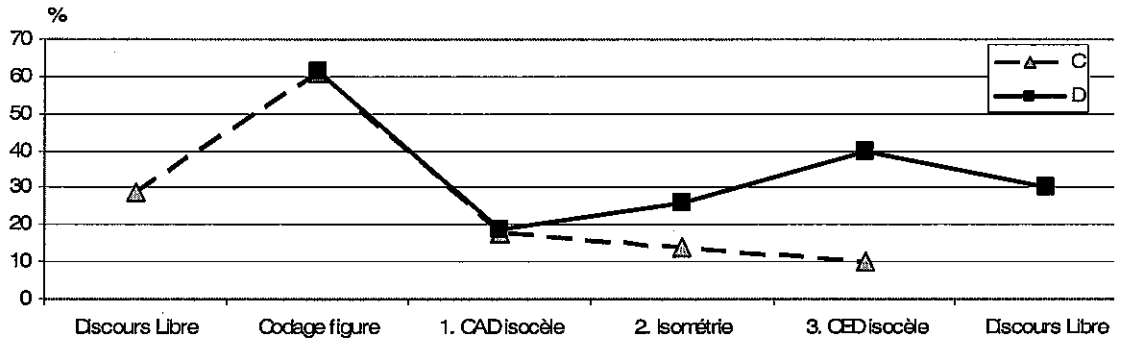
Par ailleurs, les questions de Monsieur C sont orientées vers deux types de réponses : rappel de connaissances anciennes ou récentes et mise en place d'une argumentation. Chez Monsieur D, en

revanche, les questions sont quasi exclusivement du premier type. En effet, l'argumentation de Monsieur D n'a pas de coupure, elle est exposée de manière continue durant chaque sous-épisode.

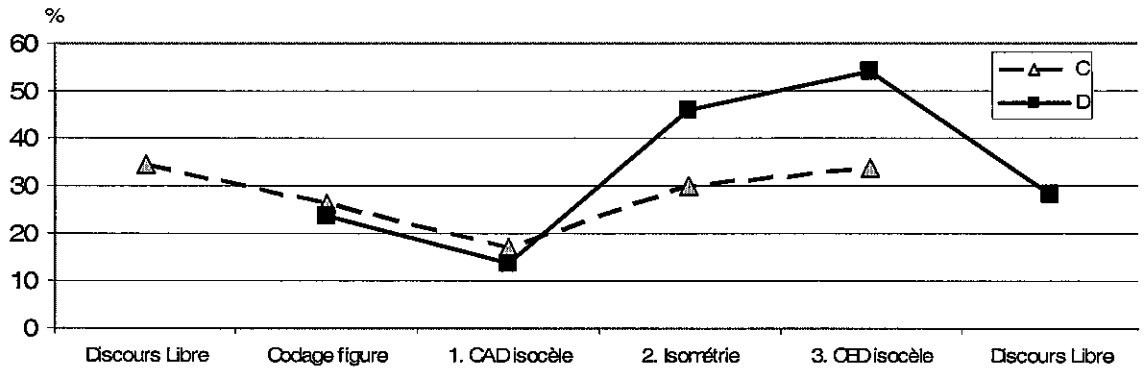
Concernant le temps passé sur les erreurs des élèves, on note un fort écart entre Messieurs C et D. Bien sûr, cela est directement dû aux premières productions, plus nombreuses et moins abouties dans la seconde Arts que dans la seconde MPI. Mais, les élèves de Monsieur C, qui rappelons-le, parlent peu mais davantage que ceux de Monsieur D, proposent des réponses dont l'ambiguïté amène de la part de l'enseignant davantage de précisions.

Les parts liées aux catégories P et R sont les plus significatives. Nous avons représenté ci-dessous l'évolution au cours du temps de ces deux caractères chez les deux professeurs. Les épisodes nous servent d'unité de temps et le découpage similaire des deux séances nous a permis de faire coïncider quatre unités sur cinq.

Personnel
Evolution de la répartition du discours global de type P
en %par épisode



Raisonnement
Evolution de la répartition du discours global de type R
en %par épisode



Dans les deux cas, les évolutions sont proches.

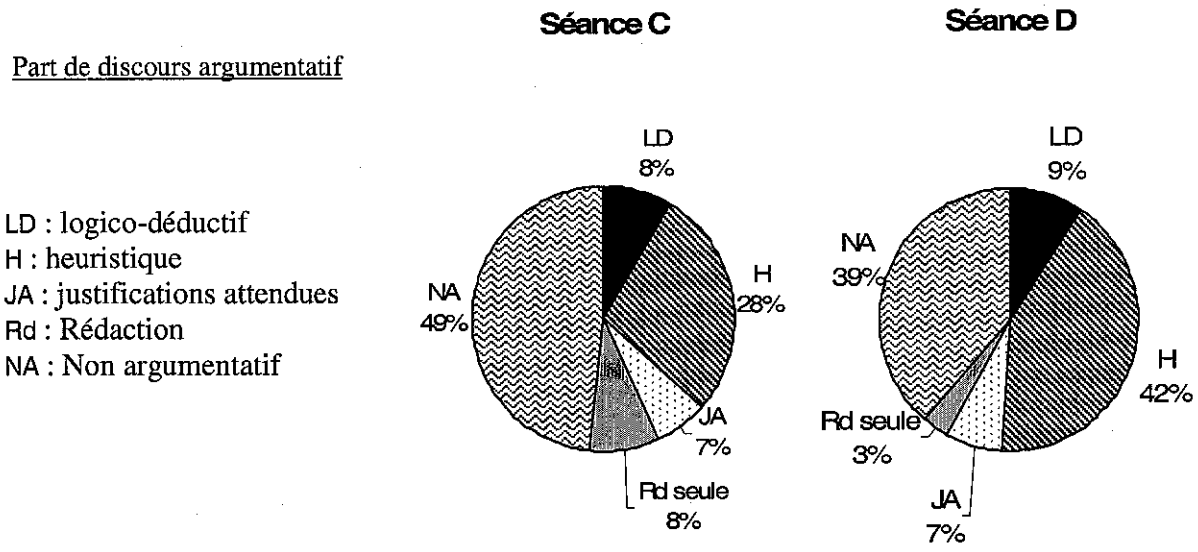
Le caractère P atteint son maximum à l'unité « codage et figure » puis s'amenuise en faveur du caractère R dans les deux séances. Les trois derniers épisodes de Monsieur D relève davantage du raisonnement ; et sollicitant moins les élèves, il expose beaucoup plus sa manière de faire, sa démarche personnelle dans le traitement des questions. Pour Monsieur C, la fin de la séance est de plus en plus neutre, c'est-à-dire que les considérations personnelles ont été délaissées pour proposer une ou plusieurs solutions par question, dont la généricité s'appuie essentiellement sur le texte et les propriétés du cours. Monsieur D entretient un va-et-vient régulier avec la figure, siège du caractère P, ce qui explique que les solutions proposées semblent moins génériques, ce sont « ses » solutions.

La répartition du discours global sur chacune des séances laisse apparaître autant de répétitions (Rép) et presque autant de recours à la mémoire (Mém) chez les deux enseignants. Concernant la catégorie Rép, la concentration la plus forte est à l'épisode « Codage et Figure » pour Monsieur C et correspond au traitement de la 1e question pour Monsieur D. Même si la répartition par épisode est assez différente, la transcription révèle que sur l'ensemble des deux séances, les deux enseignants répètent essentiellement les mêmes objets : des réponses d'élèves, des propriétés de cours, des hypothèses de l'énoncé ou déduites des questions pour engager des pas de raisonnement, prémisses d'énoncé-tiers dans un pas de raisonnement en somme.

Nous allons, ci-après, considérer le volet argumentatif du discours de chaque enseignant. De ce point de vue, la description globale laisse déjà apparaître certains éléments de comparaison entre Messieurs C et D. Nous allons décortiquer davantage leurs discours afin de percevoir plus finement l'organisation argumentative des deux discours avant de les comparer.

3.3. Point de vue « argumentatif »

Afin de mesurer et de traduire l'apport de la séance orale sur les démonstrations des élèves, il nous fallait cibler les parties du discours à teneur argumentative. La catégorie raisonnement (R) du discours global n'est pas seule porteuse de cette caractéristique. En effet, chacune des autres catégories peut ou non alimenter l'aspect argumentatif du discours. Par exemple, on imagine aisément que certaines questions de l'enseignant (Q) ou certaines référence à sa démarche personnelle (P) puissent enrichir ou orienter une argumentation. Aussi, en utilisant le découpage du discours du volet 1 de notre analyse, nous avons classé les moments du discours suivant les catégories : logico-déductif (LD), heuristique (H), justifications attendues (JA) et rédaction seule (Rd). Nous reviendrons au fur et à mesure de l'analyse sur les sous-catégories établies dans l'exposé de nos outils d'analyse.

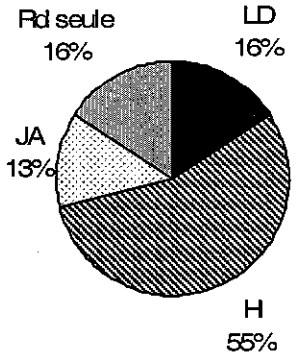


Certaines parties du discours sont sans lien avec l'exposé d'une argumentation. Aussi 49 % et 39 % des discours respectifs de Monsieur C et de Monsieur D ont été exclus de l'étude qui suit. Après avoir considérer des discours de nos deux enseignants, nous comparerons leurs approches.

Monsieur C

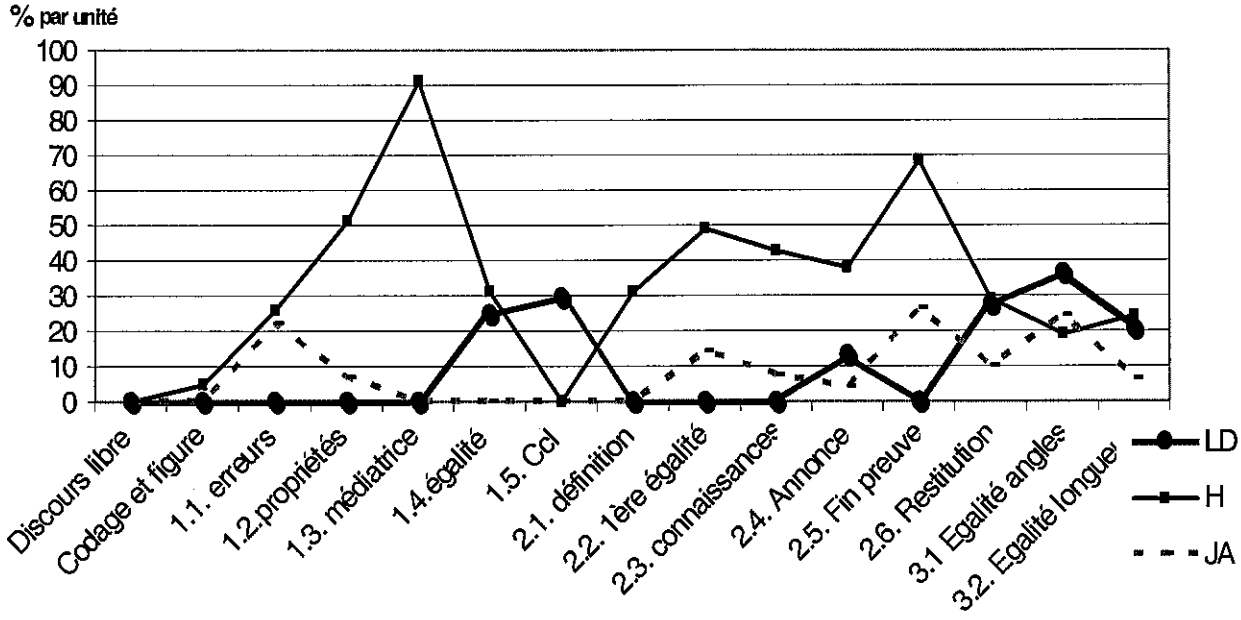
Dans la séance de Monsieur C, plus de la moitié de l'argumentation exposée est de type heuristique (H, 55%). Mais cette répartition, quelque peu brutale, du discours argumentatif ne nous permet pas de tirer de réelles conclusions concernant l'approche de Monsieur C. En effet, par exemple, bien que 16 % du discours argumentatif ait trait uniquement à la rédaction, cette caractéristique n'est apparente qu'au cours du tout dernier épisode de la séance (3.2) la nature du triangle CED y est obtenue via l'égalité de longueurs.

Séance C
Répartition du discours argumentatif



Nous allons observer les occurrences de chaque type de discours argumentatif tout au long de la séance de Monsieur C. Pour cela, nous avons réalisé un diagramme illustrant l'évolution de la répartition de chacun de ces types. Chaque sous-épisode constitue une unité de temps. La courbe représentative de la catégorie « Rédaction » (Rd) n'a pas été représentée ; car comme nous le disions ci-dessus, elle n'apparaît qu'à l'épisode 3.2.

Evolution de la répartition du discours argumentatif - Séance C



Si la prégnance du caractère heuristique (H) n'était pas encore tout à fait établie, elle ne fait plus aucun doute. Le discours de type heuristique s'impose dans la quasi-totalité des unités. Les quatre épisodes à orientation moins heuristique (1.4 ; 1.5 ; 2.6 ; 3.1) font suite à une période de

recherche et de traitement d'arguments. Ils correspondent de fait à des bilans. Ils sont davantage de type « logico-déductif » (LD).

L'ensemble des justifications que Monsieur C attendrait dans les copies n'est pas la seule priorité de son discours. Cette séance de correction s'inscrit dans l'apprentissage des connaissances en cours d'acquisition et révèle la volonté exprimée par l'enseignant d'insister sur le traitement des arguments dans l'élaboration de la preuve. Nous l'avons vu, les premières copies péchaient beaucoup de ce point de vue : connaissances pas encore installées et raisonnements bancals voire absents. Monsieur C n'a pas un discours explicite sur le raisonnement (discours métamathématique), il expose le raisonnement de l'exercice et montre l'importance des justifications en posant des questions systématiques à chaque étape. Nous avons relevé tous les passages classés « justifications attendues » (JA).

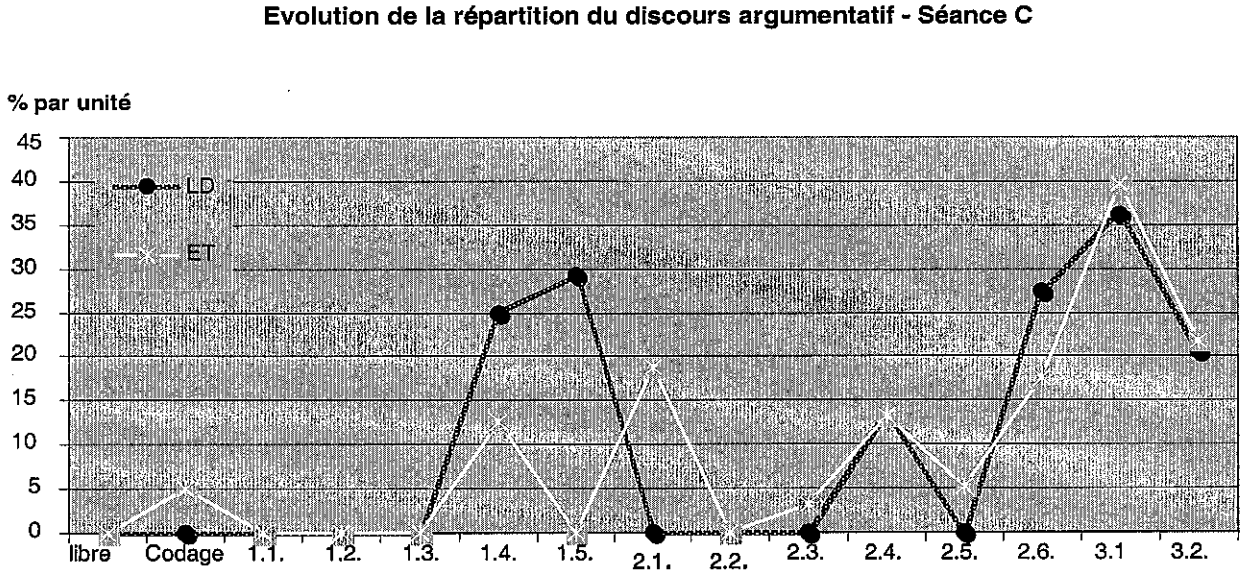
Heure	épisode	Eléments du discours de Monsieur C à valeur JA	Interprétation
21:12	1.1	La c'est qu'on a en fait vous m'avez répété certains toutes les méthodes possibles et moi j'ai pas envie de le montrer dix fois qu'il est isocèle. Le triangle.	Type de justification non souhaitée : énumération
21:43	1.2	angles égaux ? Qu'est-ce qui te fait penser plutôt les angles ?	Justifier le choix d'une démarche : anticiper
26:18	2.2	ça c'est dans le texte donc c'est dans le texte on a l'égalité BD égale AE	Pas d'affirmations nées uniquement de la figure.
26:28	2.3	Au fait que on vous dit dans le texte que ABC est	ABC isocèle, justification attendue
27:39	2.3	Donc ici les angles en question ce sont lesquels	Passage du décontextualisé à son application
29:32	2.3	Conclusion il va falloir qu'on démontre que ces angles la sont égaux avec autre chose	Il faut prouver
30:07	2.4	Quels angles égaux dans le triangle ACD ? Damien ?	Argumentation orale
32:23	2.5	Comment tu appelles celui ci?	Supplémentaire, justification attendue
32:34	2.5	supplémentaire puisque les deux angles la sont égaux.	Justification du caractère précédent
32:54	2.5	J'ai bien deux angles égaux entre deux côtés de même	Justifier l'application du critère d'isométrie
33:38	2.6	Quelles sont les choses qui sont égales et qui permettent de de de dire que ces triangles sont isométriques?	Localisation des éléments nécessaires, à justifier.
33:49	2.6	non, non, non, mais quels sont tous les tu me les donnes celui-la, celui-la, celui-la	Retour au contexte de l'exercice
35:15	3.1	Isocèle pourquoi alors? Sergine? Tu peux continuer?	Justifier une affirmation.
35:22	3.1	Ah non non non non non Bah on a dit que ça se voit ça marche pas parce que la ça se voit presque qu'il est rectangle et il est pas rectangle.	Dépasser la géométrie I.
36:10	3.1	Les triangles sont isométriques. En particulier?	Cibler une information utile
37:04	3.2	Pourquoi ils ont les mêmes longueurs?	Justifier une affirmation.
37:20	3.2	les mêmes longueurs de côtés alors AD égale CE ça me parait un petit peu rapide	Détailler les étapes de raisonnement

On constate que Monsieur C précise à chaque épisode ses attentes en matière de justification. Il ne valide aucune proposition qui n'aurait pour seul appui que le regard porté sur la figure. Il souhaite obtenir l'expression d'un travail sur la base d'hypothèses, de propriétés et de conclusions ainsi construites, un exposé émergeant d'une géométrie axiomatique en somme.

La foule des propriétés citées lors de la séance est cependant organisée de sorte à suivre l'ordre des questions, d'une part, et à n'anticiper aucun résultat qui suivrait d'autre part.
D'ailleurs, si nous considérons les moments où sont exprimées des propriétés, à l'aide du caractère complémentaire (ET), nous observons les résultats suivants :

Part de discours au sein de chaque épisode codé « énoncé-tiers » (ET)

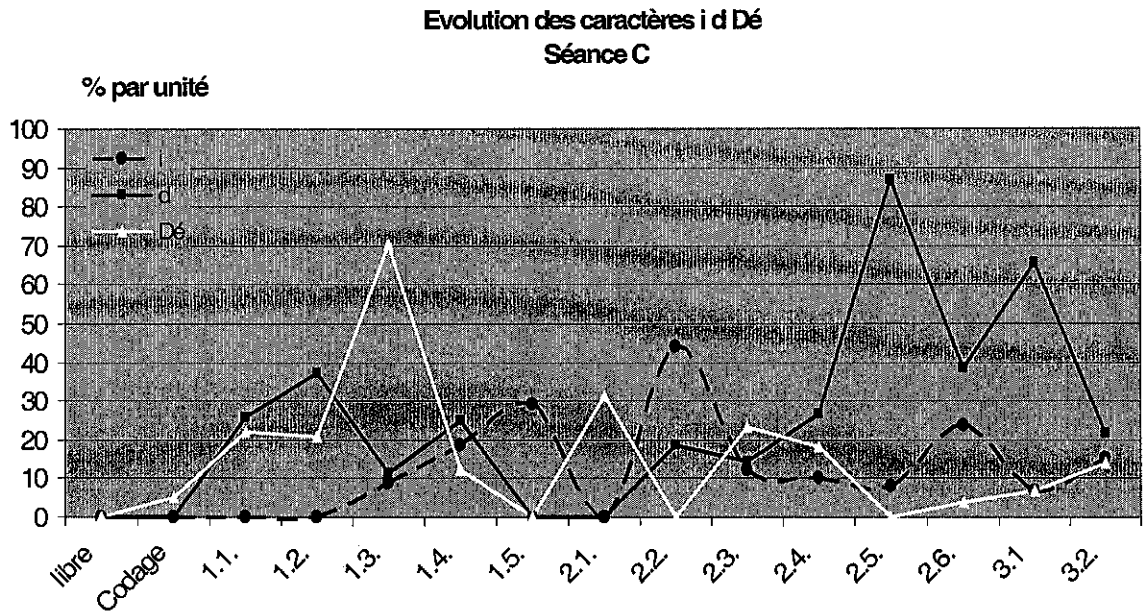
Libre	Codes	1.	1.1.	1.2.	1.3.	1.4.	1.5.	2.	2.1.	2.2.	2.3.	2.4.	2.5.	2.6.	3.	3.1	3.2.
0%	5%	2%	0%	0%	0%	**12%**	0%	9%	**19%**	0%	3%	**13%**	5%	**18%**	29%	**40%**	**22%**



L'énoncé des propriétés (ET) apparaît ponctuellement au cours des premiers épisodes, pour établir l'égalité des deux côtés du triangle CAD (1.4.) et dans le rappel de la définition des triangles isométriques (2.1.). Dans ces deux cas, l'énoncé des propriétés utiles permet d'obtenir un résultat faisant avancer l'argumentation.

Ensuite, le caractère ET suit assez fidèlement la courbe du caractère LD, c'est-à-dire que la fin du discours est de type LD-ET, logico-déductif avec explicitation de l'énoncé-tiers. On peut y voir le résultat d'une démarche de raisonnement propre à Monsieur C: dans un pas de raisonnement, l'explicitation de l'énoncé tiers est attendue.
Sur l'ensemble de la séance, la recherche précède l'organisation des arguments d'une preuve. C'est sans doute ce à quoi souhaitait parvenir Monsieur C ; néanmoins, il se peut que l'exposé logico-déductif de fin de séance soit aussi le fait d'une agitation sentie au sein de la classe en fin de séance. Lors du dernier épisode, les preuves sont plus rapidement données ; aussi peut-on penser que cette accélération marque la double intention de l'enseignant de terminer la correction et de présenter l'intégralité des éléments exigibles dans la copie.

Rappelons ici que le discours à valeur argumentative constitue 43% de la séance. Afin de préciser notre analyse, nous avions pris soin de distinguer à l'intérieur des catégories LD, H et JA les moments du discours décontextualisés (Dé) des moments durant lesquels le professeur parle exclusivement de l'exercice, en reprenant et en « nommant les notations » de l'énoncé (forme instanciée (i)) ou en montrant ou en désignant moins explicitement les objets de l'exercice (forme désignée (d)). L'évolution de ces trois caractères au cours de la séance met en évidence un parallélisme certain entre les passages de discours décontextualisés (Dé) et heuristiques (H) jusqu'à la moitié du traitement de la deuxième question. En particulier, dans les épisodes où le recours à la mémoire est a priori nécessaire (1.3. ; 2.1. et 2.3.), la forme Dé est particulièrement présente.



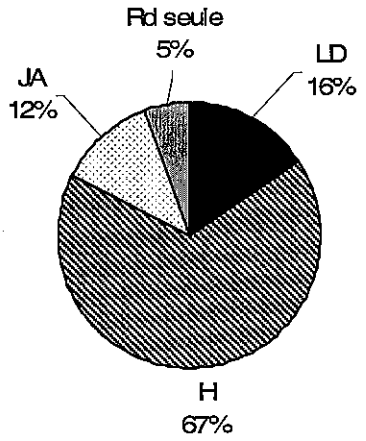
Concernant les passages codés « instanciés », ce sont ceux à dominante LD déjà cités, 1.4 ; 1.5 ; 2.6 ; 3.1, ainsi que les autres bilans d'étapes de raisonnement 1.5 et 2.2.

Considérons enfin le dernier épisode, nous avons indiqué qu'une place plus importante y était donnée à la « rédaction » (Rd). Le discours de l'enseignant s'apparente en effet à une rédaction finale, à ceci près qu'il ne s'agit aucunement d'une rédaction dictée. La forte présence du caractère « forme désignée » (d) oblige, pour suivre la preuve, de suivre la figure au tableau et les gestes du professeur. Monsieur C maintient ainsi l'attention de ses élèves mais ceux-ci auront la charge de restituer plus formellement les résultats exposés. Les deuxièmes productions nous éclairerons sur le traitement et l'organisation des arguments qui découlent de ce passage en particulier.

Monsieur D

La séance de Monsieur D apparaît plus clairement privilégier une démarche de recherche avec une forte part de caractère H, 67 % du discours à valeur argumentative. Plus nette encore, la faible proportion de ce discours référant à la rédaction. Comme pour l'étude précédente, nous n'allons pas nous contenter de cette représentation générale du discours argumentatif de Monsieur D mais nous allons considérer la répartition des quatre caractères, LD, H, JA et Rd à l'intérieur de chaque unité de discours, obtenue à partir du découpage du 1er volet de notre analyse.

Séance D
Répartition du discours argumentatif



Bien que ne représentant que 5 % de l'ensemble du discours argumentatif, considérons dès à présent le cas du caractère « rédaction » (Rd). En effet, contrairement à Monsieur C, les manifestions de ce caractère sont plus étalées durant la séance.

	Code	c1.	c2.	**1.**	1.1.	1.2.	**2.**	2.1.	2.2.	2.3.	2.4.	2.5.	**3.**	**AD**	AD.1.	AD.2.	AD.3.
Rd	**0 %**	0 %	0 %	**3 %**	0 %	5 %	**3 %**	13 %	0 %	0 %	0 %	0 %	**0 %**	**6 %**	0 %	0 %	11 %

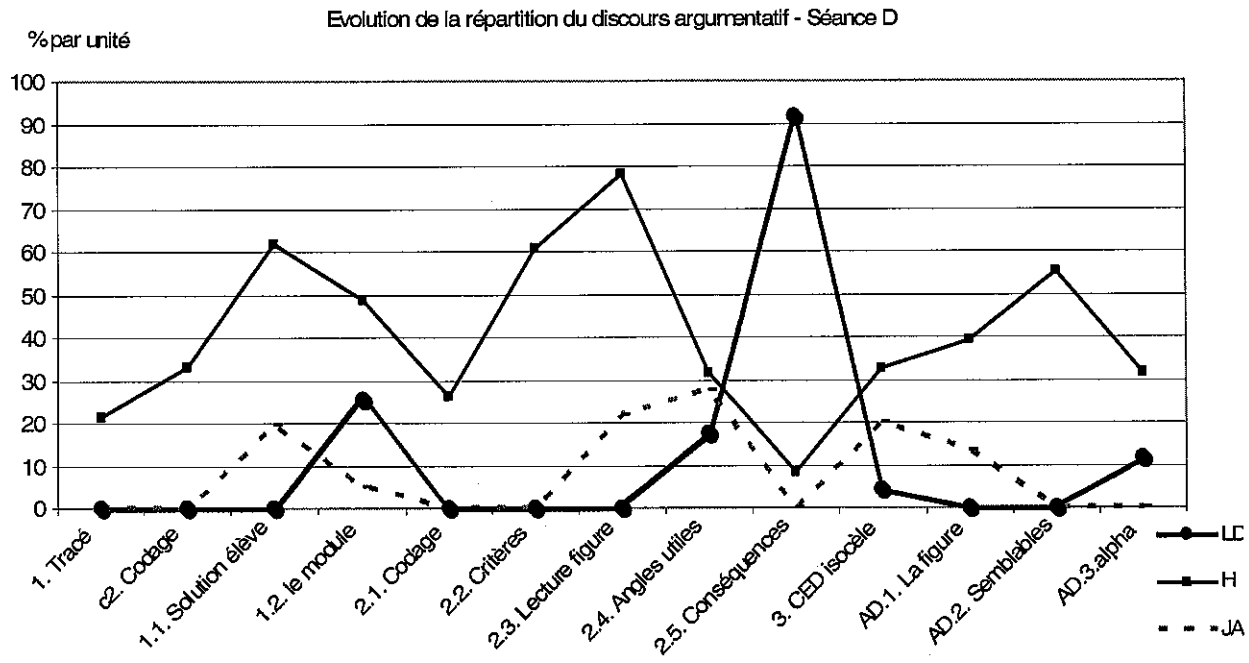
Part en % de Rd dans le discours argumentatif de chaque sous-épisode

La classification dans la catégorie Rd relève de deux motifs : référence à la rédaction finale et discours apparenté à une rédaction finale. Les occurrences du second type concernent les sous-épisodes 1.2 et AD.3. En particulier, lors de ce dernier exposé, le texte dit est celui qui est directement transcrit au tableau (il donne quasiment la rédaction au tableau). Dans l'épisode 2.1., Monsieur D évoque sa notation des triangles, à l'aide de parenthèses. Autrement dit, il ne s'agit pas pour Monsieur D de dicter un modèle de rédaction à ces élèves, qui rappelons-le, prennent des notes au fil de la correction (contrairement à Monsieur C : « je vous demanderai [...]de lâcher le crayon »).

Procédons maintenant à l'étude de l'évolution de la représentation des trois caractères du discours argumentatif au cours de la séance. Premier constat : en dehors du seul sous-épisode 2.5, tous les épisodes sont à dominante heuristique (H). Le sous-épisode 2.5 anticipe la réponse à la 3e question de l'exercice. À ce moment du discours, à dominante logico-déductive (LD), Monsieur D tire les conséquences de l'isométrie des triangles obtenue juste avant.

> Ils sont isométriques, ils ont exactement les mêmes angles, et donc en particulier et aussi, en parlant des côtés, le troisième côté qu'on avait pas encore évoqué, eh bien, le troisième côté de chacun des deux triangles, a même mesure. Quels sont les côtés qui restaient en suspens ? Eh bien, le côté qu'on a pas utilisé, c'est AD. AD va avoir même mesure que CE. Donc je vais pouvoir mettre le même symbole ici. Voilà pour les conséquences.

Nous retrouvons la tendance, qui semble être celle de Monsieur D, qui ramène systématiquement le raisonnement à une lecture de la figure.



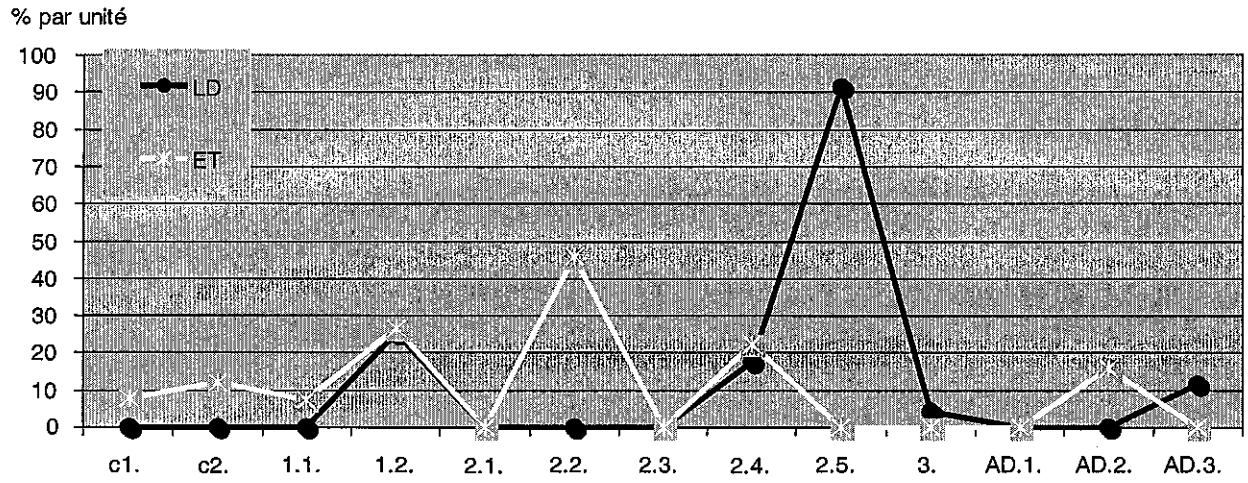
La part de « justifications attendues » (JA) n'est pas majoritaire par sous-épisode, les attentes de Monsieur D sont exprimées de manière implicite dans le traitement de chaque question. Considérons ci-dessous les 10 passages du discours de Monsieur D que nous avons classés dans la catégorie JA.

épisode	Heure	Eléments du discours de Monsieur D à valeur JA	Interprétation
1.1	05:41	L'hypothèse essentielle, qu'on retire de l'énoncé, la seule hypothèse qui va servir, c'est que le point D soit sur la médiatrice. On a un point sur la médiatrice ;	Indiquer l'argument : D est sur la médiatrice
1.2	08:15	Naturellement, il est hors de question de prouver qu'il est équilatéral ou [inaudible] . Isocèle, c'est bon. On est d'accord sur cette question ?	Ne pas chercher à prouver que CAD est équilatéral
2.3	14:13	Si vous arrivez à démontrer cette égalité d'angle, vous appliquerez le deuxième cas d'isométrie dans le cours et vous en déduirez donc que les deux triangles sont sont isométriques. Donc.	Questionner la validité des hypothèses du 2e critère ; sans quoi, ne pas l'utiliser.
2.4	15:05	Au départ de notre exercice, y avait ABC qu'était isocèle. Donc, cet angle-ci on le retrouve là.	Justifier la paire d'angles égaux : ABC isocèle
2.4	15:41	Voilà. Je vais pas en dire plus. Evidemment, ici j'ai mis le point d'interrogation parce qu'on a pas encore prouvé l'égalité...	Prouver l'égalité
2.4	16:01	Vous y réfléchirez et donc, on a bien, on est bien dans le cadre du deuxième cas d'isométrie, donc les deux triangles sont isométriques.	S'assurer de la validité des hypothèses du 2e critère
3	18:06	il semblerait qu'il soit rectangle. Oui, hein, il semblerait. Il semblerait.	Ne pas affirmer
3	18:14	Alors, on va tirer tout ça au clair. Est-il vraiment isocèle ? Est-il rectangle ? Donc est-il rectangle isocèle, évidemment, la moitié d'un carré.	Dépasser la 1e intuition. Prouver.
3	18:42	Le symbole ici, on l'a aussi là, il est isocèle. C'est sûr, c'est sûr qu'il est pas équilatéral. Parce que celle longueur-là, on la retrouve ici et en plus on lui rajoute un E. Donc c'est sûr qu'il est pas équilatéral	Justifier toute affirmation.
AD.1	19:13	Donc, isocèle, oui. La justification, vous saurez trouver, il me semble que j'ai donné assez de renseignements, en réinvestissant les résultats.	Justifier à l'aide d'un raisonnement logique.

Il s'agit pour l'enseignant d'ouvrir les élèves sur un espace de travail géométrique ne s'appuyant plus seulement sur un espace sensible et mesurable. Autrement dit, d'entrer dans l'espace de la géométrie axiomatique, comme définie par Houdement et Kuzniak (1998). Le discours de Monsieur D est alimenté d'allers-retours répétés entre raisonnement et figure mais il ne valide aucune évidence ; son propos est justifié ou attend de l'être.

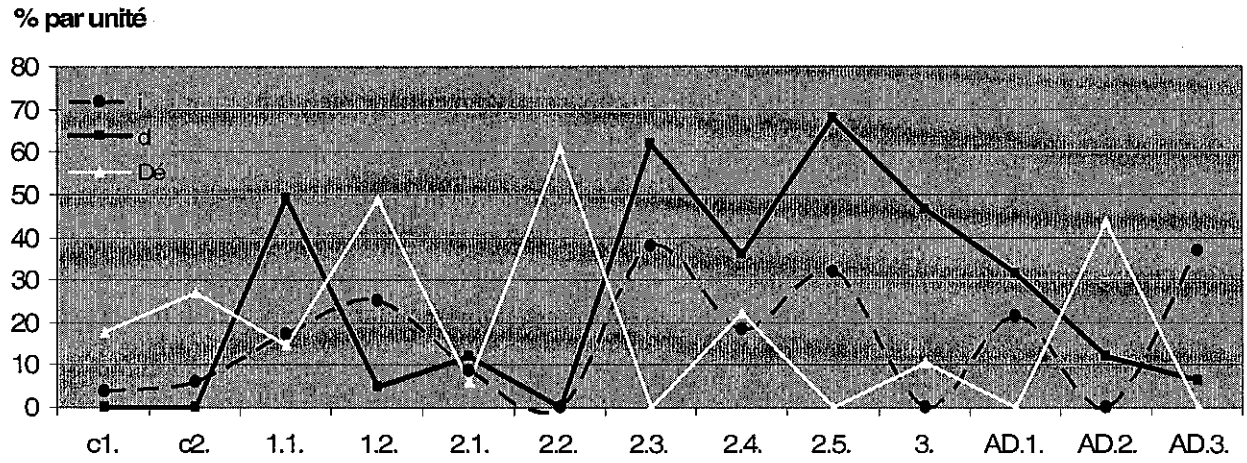
Concernant l'énoncé des propriétés proprement dites, considérons le graphique suivant :

Evolution de la répartition du discours argumentatif - Séance D



Le caractère ET est apparu sur 12 % du temps total de la séance (3 % chez Monsieur C) et représente 20% du discours argumentatif. Notre découpage de la transcription laisse également apparaître que l'explicitation des propriétés (ET) n'apparaît presque jamais lors d'un exposé de type logico-déductif (LD) (l'épisode 1.2 est un retour sur le module, et pendant l'épisode 2.4, Monsieur D repère les angles utiles avant une « véritable » restitution logico-déductive en 2.5. Comme tend à le montrer le graphique, cette explicitation précède l'exposé LD, elle appartient la phase de heuristique (graphique précédent). Autrement dit, les énoncés-tiers sont implicites, non redits, à l'intérieur d'un pas de raisonnement.

Evolution des caractères i d Dé
Séance D



Comme pour Monsieur C, les passages de type fortement Dé sont ceux des recours à la mémoire (1.2, 2.2 et AD.2). Lors de 1.2., Monsieur D revient sur un travail autour de la médiatrice, il

dessinera à cet effet un autre segment [AB] et sa médiatrice. Son rappel s'appuie d'ailleurs sur cette figure, elle-même sortie du contexte de l'énoncé. En 2.2 et en 2.3, les rappels sont ceux relatifs à aux critères et définitions des triangles isométriques et semblables.

Contrairement à Monsieur C, aucun passage n'est plus particulièrement «instancié ». Monsieur D nomme explicitement les objets de la figure aux épisodes 1.1, lorsqu'il reprend la solution, qui, elle, est complètement « instanciée », d'un élève et lorsqu'il « lit » la figure (aux sous-épisodes 2.3. et 2.4) et pour traiter la 3e question, lorsqu'il redonne le bilan obtenu et codé sur la figure à l'épisode précédent.

Extrait du sous-épisode 1.1 :

é : on sait que le segment CD est sur la droite BC
P : alors, CD est sur la droite BC...d'accord.
é : en plus que le point D est sur la médiatrice de CA.
P : Oui
é : or tout point de la médiatrice est équidistant des extrémités du segment
P : Oui. Donc ?
é : donc, on en déduit que le triangle CAD est isocèle.
P : est isocèle, en ?
é : en D.
P : est isocèle en D. Bon. à un moment donné, tu m'as parlé du point D ; c'est vrai que les trois points CBD par construction sont alignés ; pour l'instant, on a pas besoin du point B.
Les allers-retours entre figure et raisonnement sont également perceptibles par la plus importante représentation du caractère d.

Bilan

Alors que l'exercice a déjà été travaillé et rédigé par les élèves, que toutes les connaissances utiles à sa résolution étaient mobilisables, fraîchement apprises, les deux enseignants sont revenus sur l'intégralité des connaissances en jeu. Bien sûr, cela est sans aucun doute le fait de la consigne écrite que nous leur avons transmise concernant la présentation des outils mathématiques nécessaires à l'exercice. Ce qui nous intéresse ici, ce n'est pas tant que tout cela ait été rappelé, ni même la preuve liée à cet exercice mais la manière dont les deux enseignants les ont présentés.

Entre nos catégories du discours argumentatif, nous pouvons établir une hiérarchie du type de discours le moins lié à l'écriture de la démonstration au type le plus proche : dans cet ordre, cela peut donner H, JA, LD, Rd.

Pour les deux enseignants, le discours est une argumentation orale. Ils invitent les élèves, le groupe classe, à rejouer la phase de recherche. Le professeur redémontre même ce qui a déjà été trouvé, par certains élèves, lors du travail à la maison. Une majorité de passages heuristiques (H)

ont en effet constatés dans les épisodes de chacune des deux séances. Cependant, on notera que ce qui caractérise la démarche heuristique de Monsieur D sont les va-et-vient avec la figure. Il l'utilise pour faire évoluer, rebondir ou orienter l'argumentation tandis que chez Monsieur C ce sont les sens des données du texte et les connaissances, critères, définitions, qui jouent ce rôle.
Dans les deux cas, la démarche attendue par l'enseignant de la part des élèves est une manifestation d'une réflexion qui ne se contente pas des évidences de la figure : les fragments de discours liés à l'attente de justifications (JA) convient les élèves dans le paradigme de la géométrie axiomatique (C. Houdement et A. Kuzniak).

La principale différence retenue entre les deux professeurs sont dans les passages logico-déductifs (LD), non les passages eux-mêmes, mais les types de discours logico-déductif. Il est clair que nous ne nous permettrons pas de comparer les deux discours libres : fortement logico-déductif et « instancié » (LD-i) chez Monsieur D et aucunement argumentatif chez Monsieur C. Considérons donc les discours attachés aux questions de l'exercice. La forme des exposés LD est complètement différente : logico-déductive avec explicitation des énoncés-tiers pour Monsieur C et aucune explicitation des propriétés pour Monsieur D, qui a réservé celle-ci à la phase de recherche.
Enfin, les marques directement relatives à la rédaction sont peu présentes chez nos deux enseignants. Ils terminent tous deux leur séance par un discours apparenté à un texte de démonstration, même si les épisodes ne sont pas comparables (3e question pour l'un et discours libre pour l'autre).

Les deux études du discours « global » et du discours « argumentatif » peuvent maintenant être croisées. Nous allons essayer préciser ainsi les contenus de chaque catégorie et de « débusquer » quelques éléments de discours transportables dans les copies, via l'oral.

4. Croisement des points de vue

Nous avons choisi de considérer la démonstration, objet de notre étude, comme un savoir à part entière de la séance ; et nous voulons tenter de préciser, dans la mesure du possible, ce que le professeur veut mettre en avant durant la séances et éventuellement quelques éléments du contrat dans cet apprentissage de la démonstration.

Notre première analyse, du point de vue « global », nous renseigne sur les fonctions que nous pouvons attribuer au discours général du professeur au cours de la séance. En particulier, elle permet de percevoir la manière dont le professeur peut communiquer les connaissances mathématiques à ses élèves. Elle n'éclaire cependant pas suffisamment sur les attentes du professeur en ce qui concerne la démarche privilégiée pour l'élaboration d'une démonstration. Une précaution est donc à prendre quant au découpage quelque peu brutale du « discours global ». En effet, la démonstration, bien que le fruit d'un raisonnement, ne serait se retrouver uniquement dans la catégorie « Raisonnement », dont nous rappelons les caractéristiques ci-dessous.

R	Raisonnement	Le professeur conseille une démarche à suivre ou une piste. Le professeur indique comment traiter un argument.

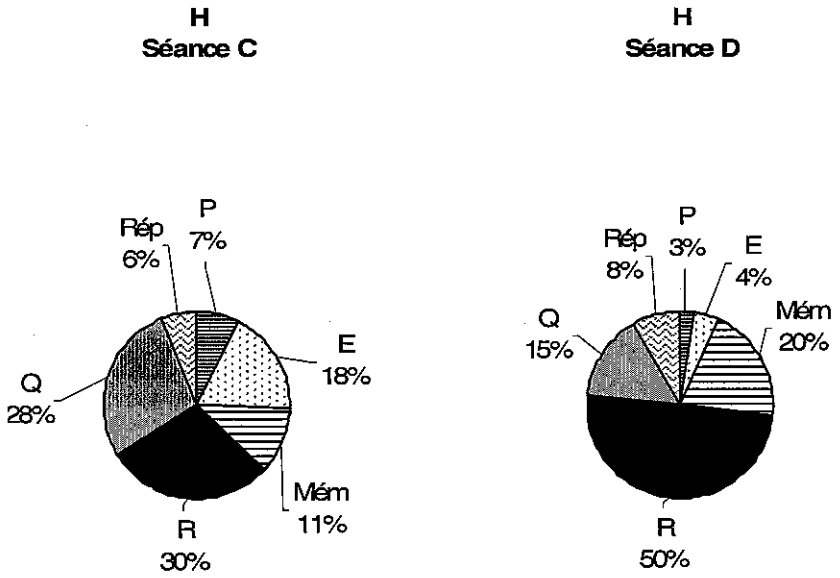
Cette catégorie ne rend pas compte du type de raisonnement en question mais uniquement des fragments de discours qui s'y rattache assez directement. Les autres catégories peuvent tout à fait enrichir ou rythmer une argumentation, un exposé de raisonnement.

La deuxième analyse a permis de considérer une décomposition du discours dans sa valeur argumentative. En comparant ces discours chez nos deux enseignants, nous avons pu, par exemple, considérer la distance qui les sépare de la rédaction d'une preuve, de la démonstration. Nous allons tenter d'identifier la manière dont chacun des types de discours dit « argumentatif » est présenté. Pour cela, nous allons croiser nos deux analyses, en considérant la part de chaque catégorie du « discours global » suivant les classes de « discours argumentatif » au cours de la séance. Nous avons considéré chacune de ces classes dans l'ordre décroissant de proximité du discours à la démonstration. Précisons dès à présent que, comme nous allons le voir et comme nous pouvions le présupposer, dans toutes ces classes, c'est une démarche de type

« raisonnement » qui est privilégiée. Nous allons nous attacher aux autres manières de mettre en œuvre le discours argumentatif.

Discours heuristique

Répartition des catégories du discours global au sein du discours de type « heuristique » (H)



Une grande partie du discours des deux enseignants est, nous l'avons vu, consacrée à la recherche de preuves (caractère « heuristique » (H), 28% et 42% de la séance pour Messieurs C et D respectivement). De ces graphiques se dégagent deux tendances distinctes pour inviter les élèves à la recherche heuristique.

Chez Monsieur C, ce sont les questions et le retour sur les erreurs qui alimentent le plus la phase de recherche. L'activité du professeur s'appuie ici sur « l'état des lieux » des connaissances des élèves à l'issue de leurs productions antérieures à la séance et des réponses aux questions posées en classe. Dans cette phase de recherche qui s'assimile à une phase de « remédiation », l'élève est directement impliqué.

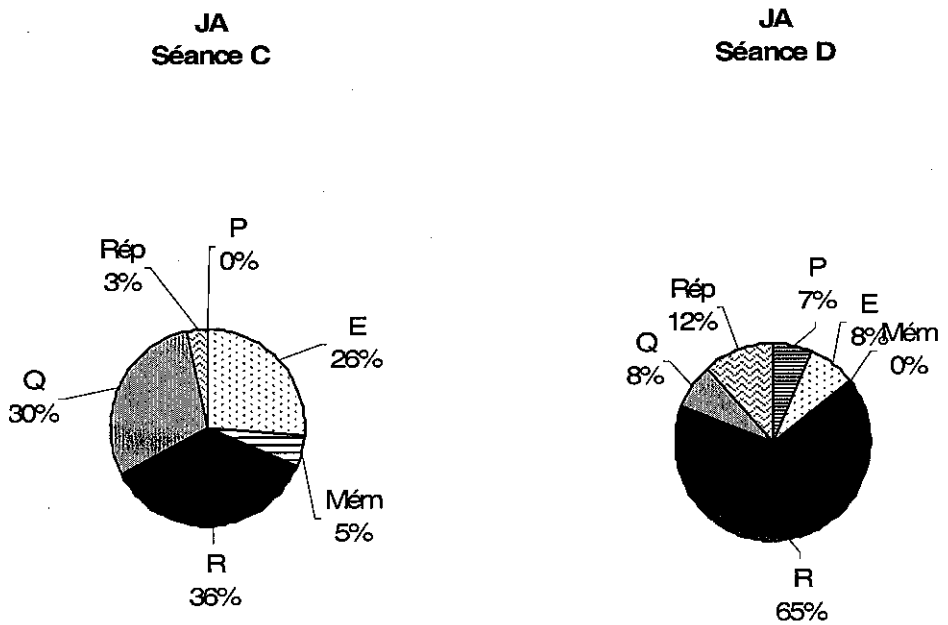
Cette tendance est beaucoup moins perceptible dans la séance de Monsieur D. L'exposé de démarches de raisonnement caractérise plus fortement la phase de recherche. Au cours de celle-ci, ce ne sont pas les erreurs des élèves qui en priorité motivent le discours heuristique (tableau

ci-dessus) : la catégorie (E) (lorsque le professeur demande aux élèves de mobiliser des connaissances ou lorsqu'il fait appel à leur mémoire immédiate ou à des connaissances plus anciennes) représente 4% du discours heuristique chez Monsieur D contre 18% chez Monsieur C). La proportion de ce discours faisant appel à la mémoire des élève (classée «Mémoire ») est plus forte chez Monsieur D (20% contre 11%). Cette différence peut nous laisser penser que, dans le cas de Monsieur D, la phase de recherche est davantage motivée par l'exposé des connaissances, anciennes ou en cours d'acquisition, qu'influencée par l'issue des productions des élèves.

En conséquence, cette phase de discours, heuristique, telle qu'elle apparaît chez Monsieur D, serait reproductible face à un autre public, une autre classe de seconde, ou en tout cas nécessiterait alors bien moins d'adaptations que chez Monsieur C.

Justifications attendues

Répartition des catégories du discours global au sein du discours caractérisé par des attentes de justifications. (JA)



La manière dont les deux enseignants manifestent leurs attentes en matière de demandes de justifications est très différente. L'analyse du point de vue « argumentatif » a mis en évidence que la nature des « justifications attendues » est assez peu variable d'un enseignant à l'autre. L'intention, semble-t-il, des deux enseignants est une utilisation d'un espace de géométrie qui ne

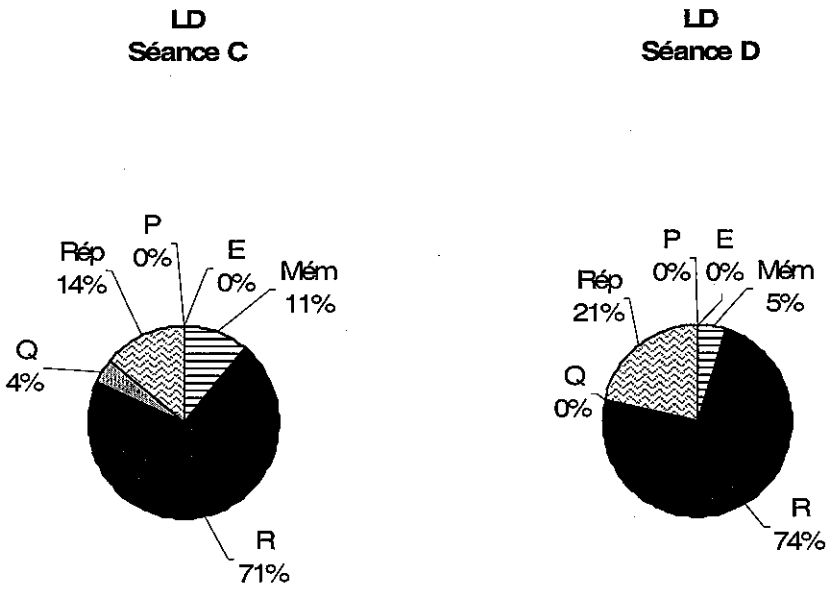
soit plus celui de la géométrie naturelle. Ces graphiques nous renseignent sur l'expression de la manifestation des attentes : une demande de justification en somme. En effet, les demandes de justifications sont plus explicitement formulées dans le discours de Monsieur C, par le biais des questions ou la référence aux erreurs commises par les élèves : les attentes en sont plus perceptibles. Chez Monsieur D, en revanche, ces demandes de justifications sont implicitement présentes, portées par l'exposé des démarches de raisonnement.

Pour insister sur les justifications qu'il attend, Monsieur D donne davantage de conseils personnels ou bien répète certaines informations. Dans le cas de Monsieur C, qui s'appuie plus sur les réponses des élèves, on peut penser qu'il compte sur une prise de conscience de ses attentes par ses élèves, en les confrontant à leurs anciennes affirmations.

On peut donc en conclure que si les attentes de justification sont plus implicitement exprimées chez Monsieur D, les demandes de justifications sont par contre moins implicite que chez Monsieur C.

Discours Logico déductif

Répartition des catégories du discours global au sein du discours de type « logico-déductif » (LD)



La répartition des formes de discours logico-déductifs est plus similaire que dans les deux types de discours précédents. Le discours de type « logico-déductif » se manifeste quasi exclusivement dans l'exposé d'une démarche de raisonnement pour les deux enseignants observés.

La part de « répétitions » dans le discours traduit des insistances sur certains éléments de l'exposé logico-déductif de la solution des 2e et 3e questions de l'exercice. La présence de questions chez Monsieur C ne fait que souligner ces insistances ; c'est du moins ainsi que nous pouvons l'interpréter. Nous avons ci-dessous produit les seuls passages des discours logico-déductifs de Monsieur C et de Monsieur D que nous avons classé dans la catégorie « répétition » (Rép). Dans les deux cas, il s'agit de répétitions dans le cadre d'une restitution organisée de preuve. Ce n'est donc pas à niveau (catégorie « répétition ») que nous situons une réelle différence dans les formes de discours.

Passages des discours logico-déductifs classés dans la catégorie « Rép »

Monsieur C -

2.6. Restitution dialoguée	Temps écoulé
P: ABD	33:29
P: EAC d'accord.	33:33
P: longueurs	34:02
P: AB.	34:05
P: EA avec?	34:22
P: BD	34:24
P: EAC et puis	34:37
P: ABD	34:41
P: Ils sont isométriques.	34:53
3.1 Egalité des angles	
P: Les angles à la base sont égaux	35:29
3.2 Egalité des longueurs	
P: isocèle.	38:05

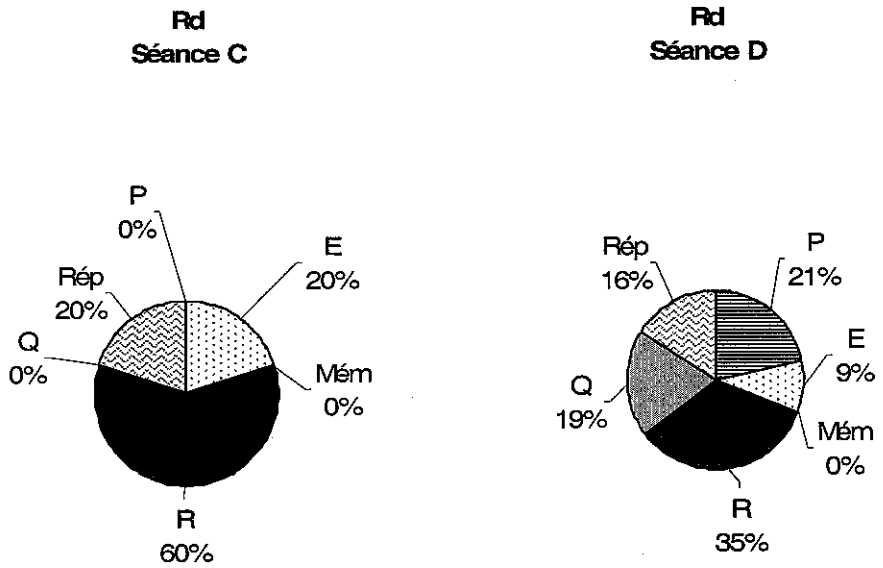
Monsieur D -

1.2. Retour sur le module	Temps écoulé
P :Donc voilà. Médiatrice ; on s'en est servi avec l'équidistance. Donc on rédige, je donne les grandes idées. La grande idée. Ici y en a qu'une : D appartient à la médiatrice ; donc D est équidistant des extrémités ; donc DA=DC. Donc le ACD est isocèle en D.	08:07

La catégorie « Mémoire » est représentée inégalement chez les deux professeurs. Il semble que le rappel des connaissances soit présenté de manière plus organisée, plus logico-déductive, pendant la séance de Monsieur C. Cela peut permettre à Monsieur C d'insérer plus aisément ces rappels dans la structure du raisonnement. Cette dernière interprétation est motivée par le fait qu'au cours de l'exposé argumentatif, les propriétés, les connaissances utiles à un pas de raisonnement, sont plus systématiquement explicitées par Monsieur C que par Monsieur D.

Rédaction

Répartition des catégories du discours global au sein du discours lié à la rédaction (Rd)



La différence entre les deux discours référant à la rédaction est ici très nette. Confortées par la transcription, nous pouvons affirmer que les remarques concernant la rédaction sont révélées à travers les catégories autres que celle intitulée « raisonnement » ou « répétition ». Celles-ci rendent davantage compte du discours apparenté à une rédaction finale.

La manière dont Monsieur D donne des conseils en matière de rédaction est bien plus variée que chez Monsieur C. Monsieur D s'implique plus personnellement à ce point de vue, pose des questions et pointe les erreurs.
Pour Monsieur C, on note une certaine distance. Les conseils ne sont pas directement donnés, pour les saisir, il faut essentiellement « décrypter » les allusions aux erreurs des élèves.

En conséquence, il apparaît que comme pour l'expression des « justifications attendues », les conseils de rédaction de Monsieur C sont moins explicites que chez Monsieur D tandis que, en proportion, une plus grande partie de son discours est proche d'un écrit.

Autre paramètre : « Décontextualisation »

Nous pourrions poursuivre cette comparaison des répartitions avec les quatre autres paramètres du discours argumentatif. Pour terminer cette étude croisée, nous avons cependant choisi de ne considérer que celui qui présente des caractéristiques plus particulières, le discours « décontextualisé ». Pour justifier ou traiter entre eux certains arguments, des escapades vers un discours mathématique plus général est souvent intéressant.

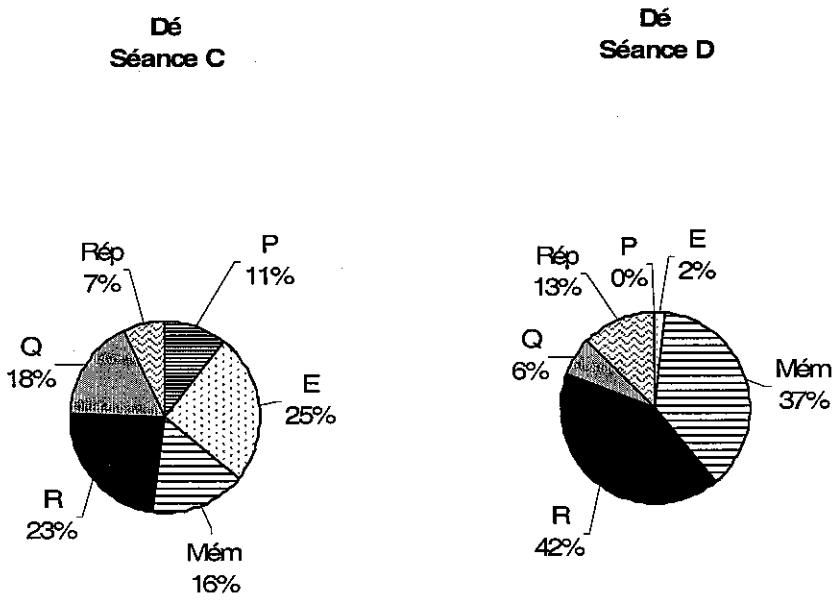
Parts de discours de nature « décontextualisée » au sein du discours argumentatif

Monsieur C	
Décontextualisé (Dé)	Non Décontextualisé
23 %	77 %

Monsieur D	
Décontextualisé (Dé)	Non Décontextualisé
30 %	70 %

Pour les deux enseignants considérés, plus de 20% du discours argumentatif est de nature « décontextualisée », sous forme d'allers-retours.

Répartition des catégories du discours global au sein du discours argumentatif décontextualisé (Dé)



Les moments où le discours s'écarte de l'exercice en cours de correction sont essentiellement présents lors de la restitution de la démarche de raisonnement (R) et pour le rappel des connaissances (Mém) chez Monsieur D. Si ces deux catégories présentent bien des fragments de discours décontextualisé, Monsieur C amène ses élèves à s'éloigner de la stricte résolution de

l'exercice par des moyens plus variés : le jeu des questions, par exemple, caractéristique de la séance entière de Monsieur C, permet l'accès à un degré de mathématiques plus générales.

Par ailleurs, remarquons la place particulière occupée par le traitement des erreurs chez Monsieur C. Les 25% du discours décontextualisé (graphique précédent) permettent à l'enseignant de s'exprimer vis-à-vis des erreurs de ses élèves. Autrement dit, pour corriger, Monsieur C est amené à projeter le problème en question dans un cadre plus large et on imagine - la transcription nous le confirme (voir extrait ci-dessous) - que dans ce cadre plus large, il apporte des conseils issus de sa propre perception du problème ; ce qui explique la part présente de caractère « personnel » (P) dans le discours de Monsieur C qui est nulle dans celle de Monsieur D.

Extrait du sous-épisode 2.3 - Monsieur C :

> A priori c'est plus compliqué toujours de montrer que deux longueurs sont égales surtout que vu que comme est placé le point E il n'a aucun rapport avec le point C ça va être très compliqué a priori d'aller démontrer l'égalité des longueurs donc on va peut- plutôt partir sur l'égalité des angles. Bien.

Bilan

La principale remarque qui ressort du croisement entre les catégories du discours « global » et celles du discours « argumentatif » concerne la traduction de ces analyses en termes d'objectifs supposés des deux enseignants.

Tout ce que dit Monsieur C a pour référence les erreurs commises ou possibles des élèves. C'est sur cette base qu'il développe son discours « argumentatif », que s'expriment ses attentes et que sont délivrés des conseils. Monsieur C n'indique pas explicitement à ces élèves ce qu'il veut voir dans les copies, ce qu'il attend, mais insiste sur toutes les connaissances mathématiques en jeu dans l'exercice, si bien que son discours de Monsieur C apparaît très rigoureux. L'initiative dont feront preuve les élèves dans leurs rédactions et la qualité de celles-ci doivent être le résultat d'une prise de conscience de chaque élève.

En revanche, pour Monsieur D, qui donne pourtant plus explicitement ses conseils concernant l'organisation des arguments ou la rédaction elle-même, le discours ne laisse pas transparaître exactement ses attentes. Pour saisir ce qu'il souhaite voir apparaître dans les copies, il faut décoder : détacher ses attentes de sa démarche de raisonnement où elles sont imbriquées. Par ailleurs, son exposé étant moins directement que Monsieur C lié aux productions des élèves, il

gagne en généricité ; et la démarche du professeur peut ainsi être utilisée comme « modèle » par les élèves.

L'étude du discours du professeur menée dans cette partie aura un écho dans la partie IV, portant spécifiquement sur l'impact du discours de l'enseignant sur les copies des élèves.
Nous allons préalablement aborder l'interrogation n°2 : « quelle « représentation » les élèves ont-ils de la rédaction ? » et étudier dans ce but les copies produites par les élèves.

III. « Quand les démonstrations s'écrivent… »

1. Grille d'analyse
2. Analyse des copies
   - 2.1. Les tendances
   - 2.2. Les relations
   - 2.3. Bilan

1. Grille d'analyse

Afin d'analyser les copies des élèves et les corrections des professeurs nous avons construit une grille d'analyse s'appuyant essentiellement sur la méthode d'analyse de copies d'élèves décrite par Houdebine (2001b), et par Barbin, Duval, Houdebine, Laborde (2001) et Guichard (2001). Nous soulignons que cet outil d'analyse ne vise pas une application générale valable pour tout texte de démonstration: la grande diversité de ceux-ci exigerait une méthode d'analyse bien plus complexe. Il ne s'applique même pas à toutes les démonstrations du domaine de la géométrie, en effet Houdebine donne des exemples de démonstrations qui ne se réduisent pas à un simple enchaînement de pas, une caractéristique que cette grille présuppose (2001a). Nous allons donc présenter cette grille d'analyse, décrire ses spécificités concernant son domaine de l'application, et examiner son fonctionnement dans le cas d'un énoncé qui resservira dans la suite de l'étude. Mais avant de nous lancer dans cette description jetons un regard plus approfondi sur l'énoncé choisi. (Voir l'énoncé en annexe 2.)

Au premier regard il n'est même pas clair qu'il s'agit d'une démonstration dans cet énoncé, vu que, à part dans la deuxième partie, il comporte des questions ouvertes et ne demande pas de démontrer une propriété. Remarquons cependant, que les deux premières questions sont des questions intermédiaires ayant l'objectif de faciliter la justification de la troisième question. La propriété à démontrer pourrait être formulée explicitement ainsi: « démontrer que le triangle CDE est isocèle » et c'est dans ce sens là que nous allons considérer la résolution de l'exercice comme une démonstration. Notons aussi que c'est souvent avec ce type d'exercice que les élèves travaillent les démonstrations.

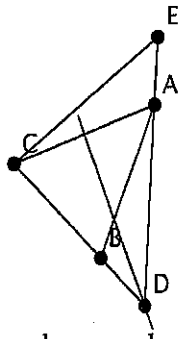
Voici donc la grille d'analyse dont les caractéristiques seront présentées en détail ci-dessous. Afin de montrer son fonctionnement nous allons proposer une rédaction possible d'une démonstration et l'utiliser comme exemple.

Caractéristique	Composante	Valeur
STYLE	type d'argumentation	heuristique (H) / logico-déductif (LD)
	langage (registre)	langue naturelle (LN) / symboles (S) / mixte (M)

Caractéristique	Composante	Valeur
	rapport personnel	personnel (P) / impersonnel-on (IP-on) / impersonnel (IP)
	vocabulaire	académique (A) / peu ou non-académique (NA)
LES PAS DE DEMONSTRATION	proposition d'entrée du pas	pertinente (P) / non pertinente (NP) / non démontrée (ND) / superflue (S)
	énoncé-tiers	explicitement cité (EX) / implicite (IM)
	conclusion du pas	compatible avec la conclusion à prouver (Cm) / non pertinente (NP) / fausse (F)
FIGURE	instanciation	cohérente (Ch) / non-cohérente (NCh)
	pertinence de la figure	objets nécessaires (ON) / objets superflus (OS) / objets manquants (OM)
	codage	codée (C) / non-codée (NC)
STATUT	type de marqueur	connecteurs, expressions (E) / disposition du texte (D) / symboles (S)
	variété	mêmes marqueurs (M) / divers marqueurs (Dv)
	cohérence	cohérente (Ch) / non-cohérente (NCh)
	changement du statut	marqué explicitement (EX) / implicite (IM)
ENCHAINEMENT DES PAS	conclusion intermédiaire	utilisée ultérieurement (U) / superflue (S)
	hypothèses de l'énoncé	utilisées (U) / il y en a qui ne sont pas utilisées (∃)

Notre démarche présuppose que la démonstration se décompose en des pas distincts, qui se caractérisent par la structure ternaire classique: une proposition d'entrée, un énoncé-tiers qui peut être un théorème, une propriété ou une définition permettant de tirer enfin une conclusion. Le nombre des pas de démonstration dépend évidemment de la solution considérée. Appliquons maintenant la grille d'analyse pour la rédaction suivante.

DÉMONSTRATION



1) Puisque le point D appartient à la médiatrice de [AC], AD=DC.
Le triangle CAD est donc isocèle.

2) – AE = BD
– CA = BA car ABC est isocèle
– $\widehat{ACB} = \widehat{CAD}$ car CAD est isocèle; $\widehat{ACB} = \widehat{CBA}$ car ABC est isocèle, donc $\widehat{CAD} = \widehat{CBA}$.
$\widehat{ABD}$ étant l'angle supplémentaire de $\widehat{CBA}$, et $\widehat{CAE}$ celui de $\widehat{CAD}$, ces deux angles ($\widehat{ABD}$ et $\widehat{CAE}$) sont égaux.
Or, les triangles ABD et CAE ont deux côtés égaux et les angles déterminés par ces deux côtés sont aussi égaux, ces deux triangles sont donc isométriques.

3) Puisque ABD et CAE sont isométriques, $\widehat{CED} = \widehat{CDE}$, le triangle CDE est donc isocèle.

Nous proposons le découpage suivant:

Pas	**Proposition d'entrée**	**Théorème, propriété, définition**	**Conclusion**
1er	D appartient à la médiatrice de [BC]	les points de la médiatrice d'un segment sont à égale distance de deux extrémités	DB=DC
2ème	DB=DC	définition de triangle isocèle	CAD est isocèle
3ème	ABC est isocèle	définition de triangle isocèle	CA = BA
4ème	CAD est isocèle	les angles à la base d'un triangle isocèle sont égaux	$\widehat{ACB} = \widehat{CAD}$
5ème	ABC est isocèle	les angles à la base d'un triangle isocèle sont égaux	$\widehat{ACB} = \widehat{CBA}$
6ème	$\widehat{ACB} = \widehat{CAD}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{CBA}$	transitivité de l'égalité des angles	$\widehat{CAD} = \widehat{CBA}$
7ème	$\widehat{ABD}$ est l'angle supplémentaire de $\widehat{CBA}$ et $\widehat{CAE}$ est l'angle supplémentaire de $\widehat{CAD}$	les angles supplémentaires des angles égaux sont égaux (définition d'angle supplémentaire)	$\widehat{ABD}$ et $\widehat{CAE}$ sont égaux
8ème	AE = BD, CA = BA, $\widehat{ABD} = \widehat{CAE}$	si deux côtés et leur angle compris de deux triangles sont égaux alors les triangles sont isométriques	ABD et CAE sont deux triangles isométriques

Pas	Proposition d'entrée	Théorème, propriété, définition	Conclusion
9ème	ABD et CAE sont isométriques	définition d'isométrie	$\widehat{CED} = \widehat{CDE}$
10ème	$\widehat{CED} = \widehat{CDE}$	si deux angles d'un triangle sont égaux, alors le triangle est isocèle	le triangle CDE est isocèle

Nous allons maintenant préciser ce que nous entendons par les différentes caractéristiques, présenter leurs composantes et préciser comment elles seront évaluées.

Style

Les quatre composantes du style de la rédaction décrivent la démarche langagière d'une manière générale. Le type d'argumentation caractérise globalement la structure du raisonnement, tandis que les trois autres composantes saisissent les caractéristiques d'un texte mathématique.

Type d'argumentation

Nous dirons que l'argumentation est du type logico-déductif si elle se caractérise par l'effacement de la démarche d'élaboration, et procède des données vers la conclusion. L'argumentation logico-déductif vient d'Euclide et comme remarque Guichard (2001) « le canon euclidien est souvent le modèle donné encore de nos jours dans les classes lors de l'apprentissage de la démonstration ». Une argumentation du type heuristique explicite la démarche de la démonstration, elle utilise des expressions comme « Pour... il faut démontrer que... », « On va montrer que... ». Bien qu'une argumentation heuristique se reconnaisse par son caractère explicatif en général, nous n'allons retenir que le changement d'ordre dans la présentation des pas de démonstration afin de la distinguer du type logico-déductif.

Le texte proposé ci-dessus est plutôt du type logico-déductif: les prémisses sont annoncées d'abord, suivies par les conclusions déduites. Cependant on peut voir des éléments heuristiques, notamment dans les pas 3, 4 et 5, où l'ordre est inversé: la conclusion du pas est énoncée d'abord et justifiée après. En réalité, il n'est guère possible de donner une argumentation complètement heuristique pour notre énoncé à cause de sa division en questions intermédiaires, qui mène déjà la démarche de la démonstration dans une direction logico-déductif. Il est en revanche tout à fait possible d'argumenter d'une façon heuristique en répondant la deuxième question. Cela pourrait prendre la forme suivante:

Comme AE = BD et CA = BA, il suffit de montrer que $\widehat{ABD} = \widehat{CAE}$, pour que les deux triangles soient isométriques. Puisque $\widehat{ABD}$ est l'angle supplémentaire de $\widehat{CBA}$, et $\widehat{CAE}$ est celui de $\widehat{CAD}$, il ne reste qu'à montrer que $\widehat{CAD} = \widehat{CBA}$. Mais cela est vrai car CAD étant isocèle $\widehat{ACB} = \widehat{CAD}$, de même, ABC étant isocèle $\widehat{ACB} = \widehat{CBA}$.

Langage

Le langage d'une réponse dépend largement de l'énoncé. Les énoncés algébriques ou vectoriels se prêtent souvent à une démonstration en langage symbolique, tandis que dans les démonstrations géométriques c'est souvent la langue naturelle qui domine. Le mélange de ces deux langages est un phénomène assez typique dans les démonstrations en général.

Dans la démonstration proposée la langue naturelle se mélange avec les symboles. Mais on peut également envisager une démonstration dans laquelle les symboles dominent, au lieu d'utiliser par exemple la notion d'angle supplémentaire, on pourrait écrire $\widehat{ABD} = 180° - \widehat{CBA}$, et on peut aussi utiliser des symboles pour indiquer les déductions logiques. Il est également possible que la langue naturelle domine, les égalités peuvent être exprimées avec des mots.

Rapport personnel

Le rapport est personnel si la première personne du singulier est utilisée. Nous allons distinguer entre deux variations du style impersonnel: si c'est seulement le sujet impersonnel « on » qui apparaît nous dirons que le rapport est « impersonnel (on) », et finalement le rapport sera dit impersonnel si le texte ne contient pas de sujet pronominal. Cette distinction sert à différencier les niveaux de dépersonnalisation. Dans certains cas, l'utilisation de « on » peut signaler que l'acteur (celui qui démontre) n'est pas tout à fait détaché de l'action. Un tel attachement personnel est une des caractéristiques d'un langage de la familiarité, langage qui n'est pas suffisant pour produire une démonstration. (Balacheff, 1987)

Ici, le texte est écrit dans un style impersonnel. Remarquons cependant qu'au collège il est habituel d'écrire des phrases à la première personne du singulier: « Je vais montrer que... », « Je sais que... », tandis qu'au lycée le style impersonnel est plus utilisé.

Vocabulaire

Comme toutes les disciplines, les mathématiques ont aussi des termes techniques spécifiques. On parle par exemple du « milieu » d'un segment et non pas « la moitié », on dit que « deux côtés sont égaux » mais « deux segments sont de même mesure ». Nous dirons qu'un élève utilise un vocabulaire académique si les mots et les expressions utilisés dans son texte de démonstration sont conformes aux usages de la communauté des mathématiciens.

Le vocabulaire de l'exemple examiné est académique. Dès que l'on choisi de rédiger la démonstration en formulant des phrases, cet énoncé permet la mise en oeuvre de nombreux termes techniques. On verra lors de l'analyse a priori que les différentes solutions de l'exercice évoquent la variété de vocabulaire mathématique que l'on peut envisager.

Les pas de démonstration

Les composantes des pas de démonstration décrivent les trois éléments de la structure ternaire d'un pas. Ces éléments de la rédaction sont en étroite relation avec la pertinence mathématique. Si une démonstration n'est pas satisfaisante mathématiquement, cela se manifestera dans les valeurs de ces composantes, il y aura par exemple des propositions d'entrée non pertinentes ou des conclusions fausses.

Proposition d'entrée

La prémisse (ou proposition d'entrée) est considérée pertinente dans trois cas: soit elle a été démontrée antérieurement, soit elle est une hypothèse de l'énoncé ou alors elle est signalée comme devant être démontrée ultérieurement. Si elle ne correspond à aucun de ces cas, alors trois possibilités peuvent être envisagées. Premièrement, il est possible que la proposition d'entrée n'ait pas été démontrée. Une forme de cette lacune est quand la prémisse est obtenue par équivalence sémantique d'une hypothèse de l'énoncé ou d'une propriété démontrée antérieurement. Cela signifie que dans l'esprit de l'élève ces deux propositions veulent dire la même chose, par conséquence l'élève n'éprouve pas la nécessité de déduire l'une de l'autre. Un exemple typique est l'équivalence sémantique de « le triangle est isocèle en P » et « les côtés issus de P sont égaux ». Deuxièmement, la proposition d'entrée peut être non pertinente et ce de plusieurs façons: elle peut être fausse ou elle peut être vraie mais inadaptée pour déduire la conclusion. Finalement, la prémisse peut être superflue dans le cas où il y a plusieurs prémisses.

Dans la démonstration proposée la proposition d'entrée de tous les pas à part le septième sont pertinentes, les hypothèses de l'énoncé apparaissent dans le 1er, le 3ème, le 5ème et le 8ème pas, des

propriétés démontrées antérieurement figurent dans le 2nd, le 4ème, le 6ème, le 8ème et le 9ème pas. Examinons maintenant la proposition d'entrée du septième pas. Est-elle pertinente, est-elle obtenue par une certaine équivalence? En effet, pour que l'angle $\widehat{ABD}$ soit l'angle supplémentaire de $\widehat{CBA}$ il faut que C, B et D soient alignés, et que D soit à l'extérieur du segment [BC]. On utilise ici implicitement une hypothèse de l'énoncé, qui est pourtant essentielle, car si le point D était sur le segment [BC] les triangles ABD et CAE ne seraient pas isométriques. L'autre proposition, $\widehat{CAE}$ est l'angle supplémentaire de $\widehat{CAD}$, présente un cas encore plus compliqué. Non seulement il faut que D, A et E soient alignés, et que E soit à l'extérieur du segment [AD], mais il faut aussi que E soit sur la demi-droite (DA). Or $\widehat{ABD}$ est un angle obtus, AD > BD. Cela implique que si le point E vérifie AE = BD, et il n'appartient pas au segment [AD], il ne peut que être situé sur la demi-droite (DA). Nous supposons que ces justifications ne sont pas attendues, et nous dirons que ces propositions d'entrée étaient obtenues par une équivalence sémantique du type visuel après avoir lu la figure.

L'équivalence sémantique peut se présenter dans d'autres pas aussi, par exemple, en considérant la même démonstration sans le troisième pas, nous pourrions supposer que dans le huitième pas CA = BA serait obtenue par l'équivalence des expressions « le triangle ABC est isocèle en A » et « CA = BA ».

Énoncé-tiers

En ce qui concerne les justifications, les démonstrations des élèves ainsi que celles produites par la communauté des mathématiciens comportent souvent beaucoup d'implicites, l'énoncé tiers étant sous-entendu. Duval souligne qu'une démonstration peut être envisagée à l'échelle d'un extrait ou à l'échelle d'une oeuvre. « Didactiquement c'est toujours à l'échelle de l'extrait [...] que l'on envisage la démonstration. La démonstration correspond alors au découpage de la mise en page ou de la production de l'élève qui suit l'énoncé donné par l'enseignant. » (Barbin, Duval, Houdebine, Laborde, 2001) Mais il ajoute qu'une analyse doit prendre en compte l'échelle d'une oeuvre aussi, car la production de l'élève n'est compréhensible qu'en sachant quels théorèmes étaient démontrés dans les séances précédentes et les années précédentes, quel chapitre est en train d'être travaillé etc.

Nous pouvons observer dans cette démonstration que toutes les propriétés du triangle isocèle sont utilisées implicitement, ce sont des connaissances anciennes, beaucoup travaillées dans les chapitres de géométrie du collège, nous pouvons donc supposer qu'elles seront implicites dans les démonstrations des élèves et que les enseignants les accepteront. En ce qui concerne les

définitions, il est rare que des références explicites apparaissent dans les démonstrations, ces implicites seront donc probablement aussi acceptés. La même chose est valable pour la propriété de transitivité. La seule propriété citée explicitement dans notre exemple était celle des triangles isométriques, qui est en cours d'acquisition. Il aurait été possible d'écrire tout simplement « Les triangles ABD et CAE sont donc isométriques » et laisser ainsi cette propriété implicite.

Conclusion du pas

La conclusion est compatible avec la conclusion finale si elle peut être utilisée pour prouver la propriété à démontrer. Cela n'implique pas qu'elle est en effet utilisé dans la démonstration, l'élève peut accumuler des conclusions dont chacune sont compatibles mais n'en utiliser que certaines. Une conclusion peut être non-compatible avec la conclusion finale dans le cas où elle résulte d'une faute déductive. Nous pouvons en distinguer trois types: la conclusion d'un pas est non pertinente, une hypothèse de l'énoncé par exemple, elle est fausse comme déclaration générale (mais elle peut être vrai dans certains cas particuliers), elle est toujours fausse. Notons que ces erreurs peuvent être considérer comme des fautes mathématiques mais aussi comme des fautes rédactionnelles dans la mesure où c'est dans la phase de la rédaction que l'on vérifie la raison d'être des conclusions.

Dans cette démonstration toutes les conclusions étaient utilisées ultérieurement et étaient compatibles avec la conclusion de l'énoncé. Toutes les possibilités sont envisageable, l'élève peut par exemple conclure que le triangle CDE est rectangle, qui n'est vrai que dans le cas où $\widehat{CAB} = 45°$, ou que CAD est un triangle équilatéral, qui est toujours faux, car l'énoncé suppose que le point D est à l'extérieur du segment [BC].

Figure

La figure joue un rôle fondamental dans les démonstrations géométriques. L'interprétation d'un texte de démonstration exige presque toujours une lecture parallèle de la figure et du texte. Les composantes liées à la description de la figure tiennent compte de ce lien fort, en caractérisant les notations, les objets de la figure et le codage.

Instanciation

Les notations sont utilisées d'une manière cohérente si une notation fait référence à un seul objet de la figure qui est repérable sur la figure. Notons que l'on n'attend pas qu'il y ait une bijection entre objet et notation. Par exemple, un angle déterminé par les demi droites (AB) et (BC) pourrait être noté $\widehat{ABC}$ ou $\widehat{CBA}$. Puisque les deux se réfèrent au même angle, nous dirons que l'élève

utilise ces notations d'une manière cohérente même s'il utilise toutes les deux dans un même texte de démonstration. La même chose est valable pour les triangles, où il y a six notations possibles pour un même triangle. L'usage des notations sera dit non-cohérent si plusieurs types de notations ($\hat{B}$ et $\widehat{ABC}$ par exemple) sont utilisés pour un même objet géométrique, ou si les notations ne désignent pas un objet sans ambiguïté.

Dans notre démonstration nous avons utilisé des symboles pour désigner les angles, les segments et les triangles de la figure. Pour un angle $\widehat{ABC}$ il existe une autre notation habituelle, $\hat{B}$, bien plus ambiguë, car elle peut faire référence à plusieurs angles, notamment dans notre énoncé à $\widehat{ABC}$, mais aussi à $\widehat{ABD}$. Concernant les segments, la démonstration utilise deux notations: AB et [AB]. La première se réfère à la longueur du segment, la deuxième à l'objet géométrique même. Les deux constituent des notations usuelles depuis le collège, mais on peut souvent constater que les élèves les utilisent d'une façon incohérente.

Pertinence de la figure

La phase de la recherche se caractérise par des essais sur la figure, on trace des segments, des droites, des cercles, on introduit des points etc. en essayant de trouver une démarche de démonstration. Lors la rédaction finale de la démonstration le mathématicien effacera les objets dont il n'a pas besoin et ainsi rendra la lecture plus compréhensible. Nous distinguerons donc la figure qui ne contient que les objets nécessaires et celle qui contient des objets non utilisés dans la démonstration, c'est à dire, superflus. Il est aussi possible que le texte utilise des objets qui ne sont pas indiqué sur la figure. En ce cas, on parlera d'objets manquants. Dans le cadre de notre recherche, nous analyserons la figure des copies, ce qui signifie, dans la plupart des cas, la figure jointe à l'énoncé et complétée par l'élève, et plus rarement la figure reproduite par l'élève.

Ici, la figure jointe à l'énoncé contient la plupart des objets nécessaires pour la démonstration, il manque le segment [CE], et aucun angle n'est indiqué. En cherchant la solution on peut éventuellement tracer la médiatrice du segment [BC], le segment [BE], ou si on essaye de démontrer l'isométrie à l'aide des transformations, des vecteurs et une figure transformée peuvent apparaître.

Codage

Quelques propriétés géométriques peuvent apparaître sur la figure en les traduisant par des codes. On peut ainsi faire apparaître les hypothèses de l'énoncé et les conclusions intermédiaires. Bien que le codage ne fasse pas une partie indispensable de la démonstration, il peut faciliter non

seulement la résolution du problème mais aussi la lecture du texte de démonstration.

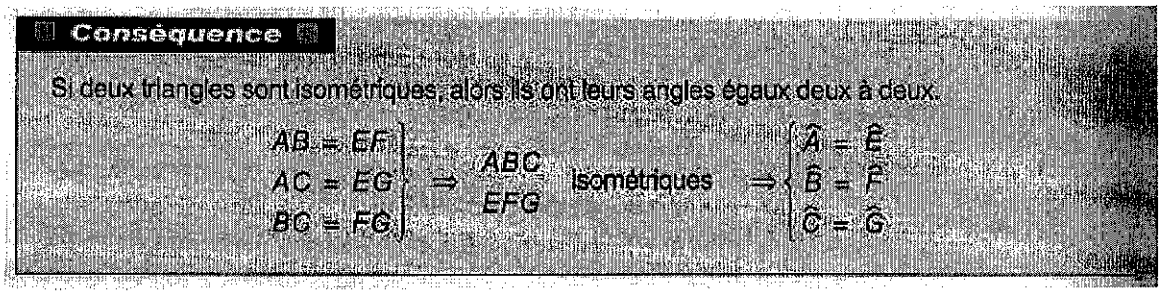
Notre figure n'est pas codée, mais il aurait été possible de faire apparaître l'égalité des côtés AE et BD, AC et AB, AD et CD et celle des trois angles égaux.

Statut

Comme nous avons vu ci-dessus, le statut théorique des propositions est au cœur de la démonstration mathématique. D'être conscient des statuts et de la modification des statuts des propositions facilite largement le travail de rédiger une démonstration (et non pas une argumentation). Les composantes de cette caractéristique décrivent la gestion des statuts théoriques.

Type de marqueur

Les marqueurs les plus typiques sont les connecteurs comme « donc », « car », « puisque » etc. mais on trouve aussi des expressions ou des structures grammaticales qui désignent le statut, par exemple « on sait que ...», « sachant que », « on en déduit que » sont aussi des marqueurs. Les dispositions du texte et les symboles constituent un tout autre type de marqueurs. L'histoire nous montre des exemples de démonstrations dans lesquelles une disposition du texte en colonnes exprime certains rapports entre les propositions (voir Barbin, Duval, Houdebine, Laborde, 2001, p41). Dans certains manuels de la seconde (Déclic, Maths repères, 2004 Hachette; DiMathème 2000 et Modulo 2004, Didier) on trouve des formes similaires à celle ci-dessous:



(*page 254 de Déclic 2004*)

Dans d'autres manuels (par exemple Hyperbole, 2000 Nathan; Indice, 2004 Bordas) ces types de marqueurs ne sont pas utilisés. Notre expérience témoigne de l'utilisation fréquente d'autres symboles comme marqueur de statut, notamment le soulignement, les flèches, les parenthèses apparaissent souvent. Ces types de marqueur, n'ayant pas toujours une signification officiellement acceptée par la communauté scientifique, peuvent être difficile à interpréter et demandent un examen plus attentif de la part du professeur. (Voir l'exemple de Houdebine, 2001b)

Dans la démonstration proposée ci-dessus, la majorité des marqueurs sont des connecteurs: « puisque », « donc », « car », « or... donc », mais la disposition du texte est aussi exploitée, notamment pour indiquer les trois propositions d'entrée du huitième pas, le symbole « – » a été utilisé.

Variété, Cohérence

Afin d'analyser les marqueurs nous allons examiner leur variété et la cohérence de leur usage. « La variété des mots, expressions et dispositions indiquant les statuts des propositions ou articulant les pas entre eux est a priori un indice favorable, à condition, bien sûr, qu'il n'y ait pas trop de contresens dans leur usage. Au contraire, l'utilisation de formules très stéréotypées peut être l'indice d'une prudence excessive liée à un manque de maîtrise de la démonstration (ou l'indice d'un contrat didactique trop contraignant). » (Houdebine, 2001b) Nous soulignons que la manipulation des divers marqueurs recèle plusieurs difficultés. Il faut évidemment maîtriser leur signification (maîtrise sémantique) mais aussi leur usage dans une phrase (maîtrise syntaxique) pour pouvoir indiquer le statut souhaité. La maîtrise sémantique implique que le marqueur est utilisé d'une manière cohérente, c'est à dire qu'il doit toujours marquer le même statut. Quand il s'agit d'un marqueur non-officiel (comme le tiret), cela est particulièrement important, car c'est à partir de l'usage cohérent que l'on peut comprendre la fonction du marqueur. En effet, un tiret (qui marque les propositions d'entrée dans notre démonstration) pourrait aussi marquer les conclusions par exemple, mais si ces deux emplois apparaissent dans un même texte, il perd sa fonction en tant que marqueur.

Pour une démonstration relativement courte, notre exemple comporte une grande diversité de marqueurs: outre les connecteurs déjà mentionnés, le participe présent « $\widehat{ABD}$ étant l'angle supplémentaire de $\widehat{CBA}$ ... » et le tiret « – » ont aussi le rôle d'indiquer les statuts. Ces marqueurs sont utilisés d'une manière cohérente.

Changement de statut

Lorsque dans une démonstration des conclusions intermédiaires sont réutilisées, les déclarations correspondantes changent de statut au moment où elles sont énoncées comme proposition d'entrée. Pour marquer ce changement on peut par exemple répéter la proposition, mais souvent c'est la structure interne d'une phrase qui le fait apparaître. La proposition peut être liée à deux connecteurs à la fois, dont un indique son statut comme prémisse, l'autre comme conclusion.

Les deux déclarations dont le changement de statut est très explicitement indiqué sont « CAD est

isocèle » et « ABD et CAE sont deux triangles isométriques ». En effet, ces deux phrases apparaissent deux fois dans la démonstration, la première fois comme conclusion, la deuxième fois comme proposition d'entrée d'un pas. Mais ce n'est pas un hasard, car ce sont les réponses aux questions intermédiaires de l'énoncé. En suivant donc la décomposition en parties de l'énoncé on est obligé de les formuler comme conclusion une fois, et les réutiliser plus tard.

Regardons maintenant comment les autres changements de statut sont marqués. Les égalités CA = BA et $\widehat{ABD} = \widehat{CAE}$ ont le statut de conclusion dans les phrases où elles apparaissent, et sont à la fois (sans être répétées) des propositions d'entrée qui est indiqué par un tiret. On peut donc dire que leur changement de statut est explicite dans la mesure où elles ont deux différents marqueurs indiquant leurs deux statuts. Il est plus difficile de repérer les changements de statut des autres conclusions. La conclusion du premier et du neuvième pas (DB=DC, $\widehat{CED} = \widehat{CDE}$) se transforme en proposition d'entrée comme on continue à lire, mais ce changement n'est marqué d'aucune façon. Dans le cas du quatrième et cinquième pas c'est la syntaxe de la phrase qui marque le changement de statut des deux égalités d'angles ($\widehat{ACB} = \widehat{CAD}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{CBA}$). Elles sont des conclusions en tant qu'éléments des propositions « $\widehat{ACB} = \widehat{CAD}$ car CAD est isocèle » et « $\widehat{ACB} = \widehat{CBA}$ car ABC est isocèle », et elles deviennent des propositions d'entrée au moment où on les considère comme la première proposition coordonnée de la phrase « ..., donc $\widehat{CAD} = \widehat{CBA}$ ». Puisque elles sont liées à deux connecteurs, on peut dire que le changement est explicitement marqué. Finalement, l'égalité $\widehat{CAD} = \widehat{CBA}$ et réutilisée implicitement dans la phrase suivant, mais son statut de proposition d'entrée n'est pas explicitement indiqué.

Enchaînement des pas

Afin d'analyser comment les pas de démonstration sont articulés avec les autres pas, il faut examiner le lien entre les prémisses et les conclusions intermédiaires. Nous avons déjà partiellement traité cette question dans la partie sur les changements de statuts d'une part, et lors de l'analyse des prémisses d'autre part. Nous allons maintenant considérer l'existence des conclusions intermédiaires et le rapport entre l'énoncé et la démonstration.

Conclusions intermédiaires

L'existence des conclusions superflues, semblablement aux objets superflus de la figure, est symptomatique de la phase de la recherche: on accumule des propriétés dont on sélectionnera celles qui nous mènent à la solution.

Le tableau de la décomposition en pas nous montre bien que dans la démonstration proposée

toutes les conclusions ont été utilisées ultérieurement. Cependant il y a de nombreuses conclusions intermédiaires que l'on peut tirer en cherchant la solution mais qui ne sont pas effectivement utilisées dans la démonstration. Par exemple en essayant de prouver que $\widehat{ABD} = \widehat{CAE}$, on peut trouver les égalités suivantes: $\widehat{CAE} = \widehat{ACD} + \widehat{CDA}$, $\widehat{CDA} = 180° - 2\widehat{ACB}$ etc.

Hypothèse de l'énoncé

Vérifier si les hypothèses d'un énoncé formulent vraiment des conditions nécessaires fait partie de la phase de la rédaction d'une démonstration dans l'activité des mathématiciens. Est-ce que les exigences de l'activité scolaire sont les mêmes que celles des savants? De nombreux exercices des manuels scolaires du collège et du lycée comportent des hypothèses implicites (par exemple sur la position relative des objets) en général sous-entendu par la figure jointe.

Comme nous avons déjà vu, cette démonstration n'a pas utilisé explicitement toutes les hypothèses de l'énoncé, notamment les hypothèses concernant les positions relatives des point C, B, D, et D, A, E sont indispensables pour le théorème.

Pour conclure, nous soulignons encore une fois que cette grille d'analyse a été élaborée pour un certain type d'énoncé et elle ne sera pas forcément pertinente pour d'autres. Elle vise à rendre compte des spécificités les plus importantes d'un texte de démonstration et ainsi donner un moyen d'analyser les copies des élèves et les corrections des enseignants.

2. Analyse des copies

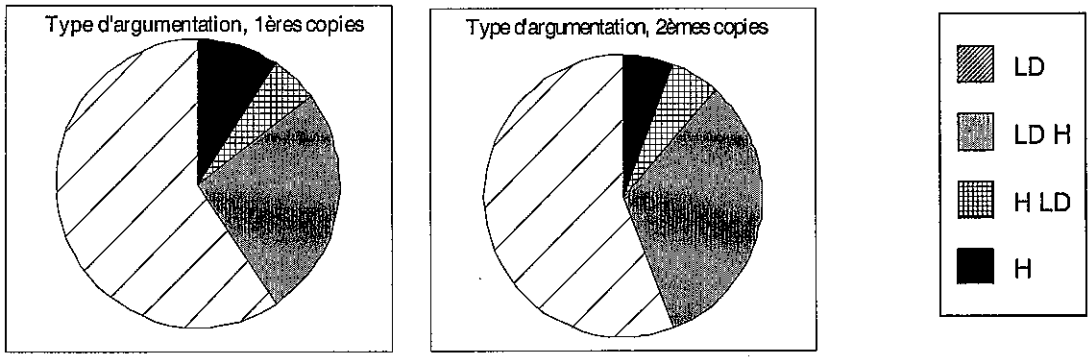
2.1 Les tendances

Dans cette partie nous allons tenter de décrire les tendances générales que l'on peut observer dans les rédactions des élèves. Nous allons seulement présenter les résultats qui nous ont révélé une tendance claire ou des particularités concernant la composante correspondante. L'intégralité des résultats sera jointe en annexe sous forme de diagrammes circulaires.

Pour la plupart des résultats nous allons considérer les copies des deux classes ensemble, car la comparaison ne fait pas partie de notre problématique. Cependant, la différence entre les deux classes était parfois si marquante que nous avons jugé intéressant d'analyser les copies séparément. D'autre part nous traiterons séparément les deux paquets de copies, car c'est souvent l'évolution qui témoigne de la représentation des élèves de la rédaction. Ainsi ce que nous appellerons « premières copies » sont les copies récupérées avant la séance, tandis que « les deuxièmes copies » ont été rédigées après la correction orale. Pour la présentation des résultats nous reprendrons les questions de notre problématique dans le même ordre: caractéristique par caractéristique. En dehors des résultats quantifiés, nous préciserons quelques détails sur les interprétations possibles et les difficultés rencontrées durant l'analyse.

Style

Type d'argumentation



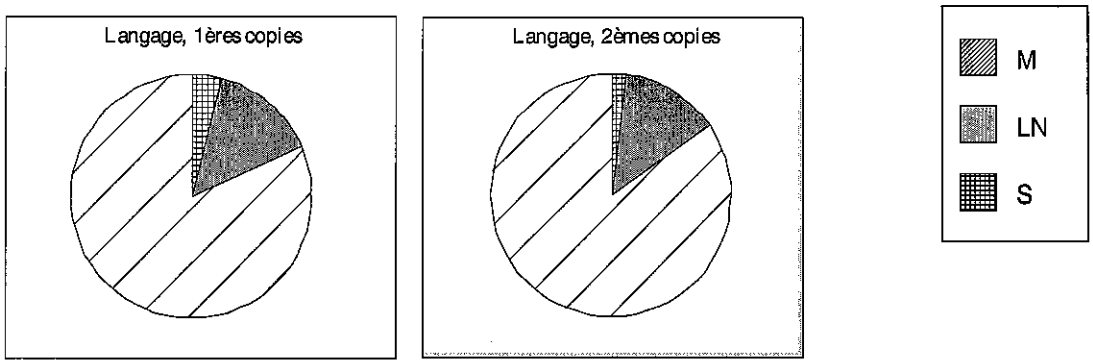
Lors de l'analyse des copies nous avons décidé de raffiner l'éventail des valeurs en y rajoutant deux valeurs supplémentaires : LD H et H LD. La première indique une argumentation essentiellement de type logico-déductif mais qui contient aussi des éléments heuristiques, tandis

que la deuxième fait référence à une argumentation essentiellement heuristique avec quelques éléments logico-déductif.

Les diagrammes montrent clairement que l'argumentation de type logico-déductif est largement majoritaire dans les copies. En effet, dans les premières copies 85% des argumentations sont essentiellement logico-déductives (LD ou LD H), dans les deuxièmes copies ce taux est de 88%. Le canon euclidien souvent proposé au collège comme modèle de démonstration (Bellard, Lewillion 2001 et Guichard 2001) reste donc très dominant au lycée.

Des éléments heuristiques apparaissent en général dans les réponses à la première et à la troisième question de l'énoncé. Il semble que les élèves ont d'abord identifié la nature des triangles, souvent leur intuition a été liée à leur perception de la figure. Ensuite ils ont cherché à justifier cette intuition. Cette manière de procéder donne lieu à des argumentations heuristiques.

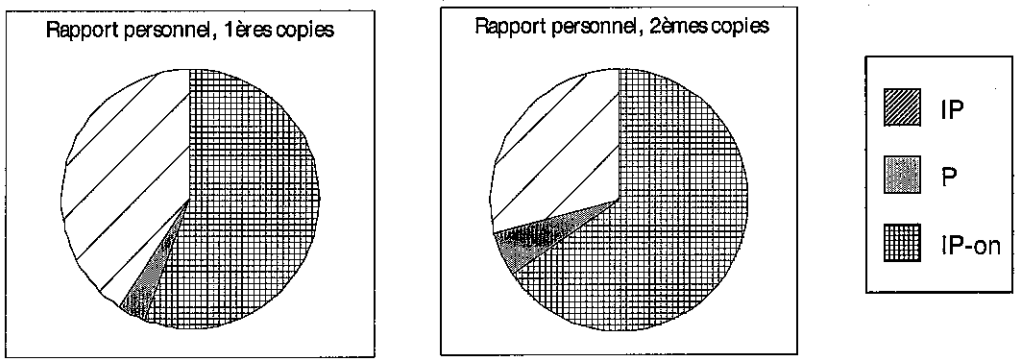
Langage



La majorité des élèves ont utilisé un langage mixte (M) : les symboles étaient intégrés dans des phrases écrites en langue naturelle. Cela s'explique par le fait que le texte était toujours instancié. Dans la plupart des copies les deux formes possibles ont été utilisées pour exprimer les égalités : dans certains cas le signe d'égalité, dans d'autres, des expressions (les deux segments / angles ont la même longueur / mesure etc.).

Remarquons que parmi les copies dans lesquelles une des formes de langage (symbolique (S) ou langue naturelle (LN)) dominaient, c'était presque toujours la langue naturelle. Parmi les premières copies il n'y en avait que deux et parmi les deuxièmes une seule où les symboles étaient dominants. Cela semble être en contradiction avec les habitudes des manuels qui utilisent souvent des symboles algébriques. Dans les manuels les plus utilisés en seconde (Hyperbole 2000, Indice 2004, Déclic 2004, Modulo 2004, Maths repères 2004, Fractale 2004 etc.) les égalités sont par exemple presque toujours exprimées avec le signe d'égalité, et on trouve souvent d'autres signes (« $\in$ », « // », « $\perp$ ») aussi. Il faut en revanche tenir en compte l'impact du discours du professeur qui, lors son exposé oral, est obligé de formuler tout en langue naturelle. Or, vu que Monsieur C. n'a rien rédigé au tableau et Monsieur D. très peu, il est possible que certains élèves ont rédigé en fait un exposé oral.

Rapport personnel



Seulement deux copies parmi les premières, et trois parmi les deuxièmes contenaient des formes personnelles (P). Parmi les formes impersonnelles (IP + IP-on) on trouve très souvent le sujet impersonnel « on » (IP-on), qui apparaît en général dans des expressions comme « on sait que » ou « on en déduit que ». Mais les copies ne comportant aucun sujet pronominal (IP) sont également nombreuse.

Ce résultat témoigne d'un processus de dépersonnalisation : la grande majorité de ces élèves se détachent de l'action de démonstration et on ne trouve plus les marques d'un langage de la

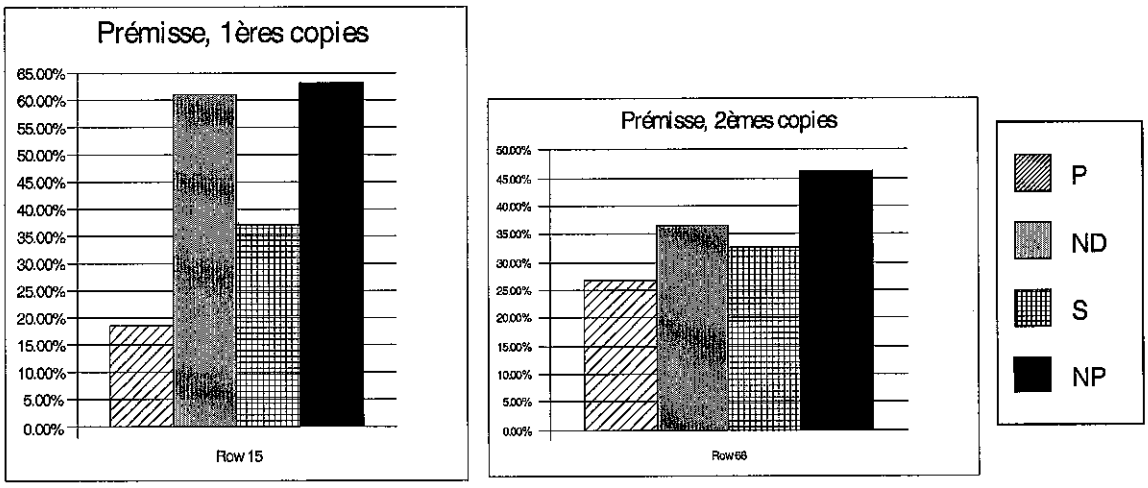
familiarité dans leurs rédactions. Néanmoins « on » peut aussi être un « je » dépersonnalisé. En effet, dans quelques copies les actions personnelles exprimées avec le sujet « on » sont des éléments des arguments. (Par exemple Adeline écrit : « on trace le cercle... ».)

Vocabulaire

Parmi les premières copies 35% et parmi les deuxièmes 33% contiennent des mots ou expressions peu académiques. De ce point de vue donc la qualité des rédactions n'évolue presque pas : approximativement un tiers des élèves n'utilisent pas le vocabulaire mathématique de façon conventionnelle et cohérente et les deux séances observées ne modifient pas cet effectif. Les incohérences du vocabulaire étaient de diverses natures: dans quelques copies seulement un ou deux termes étaient utilisés d'une manière incohérente (par exemple l'élève a confondu les termes « médiane » et « médiatrice »), tandis que d'autres comportaient plusieurs expressions peu académiques (en décrivant par exemple des égalités certains élèves ont écrit : « [AC] et [AB] ont même valeur » ou « les angles $\widehat{EAC}$ et $\widehat{ABD}$ sont donc équivalents »).

Les pas de démonstration

Prémisse

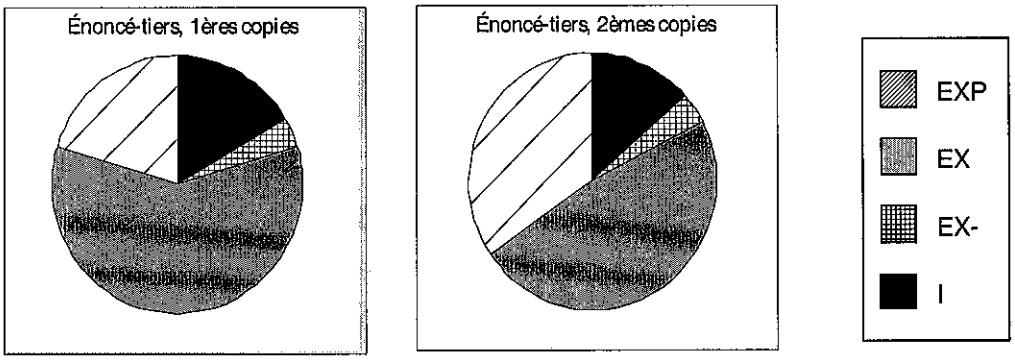


Vu que dans une copie plusieurs types de prémisse peuvent être présents à la fois, la somme des pourcentages correspondants aux différents types n'est pas de 100%. Comme toutes les copies contenait au moins une prémisse pertinente, la colonne orange correspond aux copies dans lesquelles il n'y avait que des prémisses pertinentes (P).

On peut observer une très grande présence des prémisses non-démontrées (ND) (59%) et non-pertinentes (NP) (63%) dans les premières copies, mais les taux restent remarquables dans les deuxièmes copies également (37% et 46%). Remarquons qu'une prémisse est toujours en étroite liaison avec la conclusion du pas. Notamment, si une conclusion est fausse, la proposition d'entrée de ce pas est, dans la plupart des cas, non-pertinente et/ou non-démontrée. Ce phénomène s'est produit le plus souvent a propos de la troisième question : beaucoup d'élèves ont dit que le triangle était rectangle, et souvent les propositions d'entrée de cette conclusion n'étaient pas pertinentes. Ces prémisses relevaient parfois de la géométrie naturelle (ou géométrie I – terminologie de Houdement, Kuzniak, 1998), les élèves ont mesuré l'angle, ou effectué une expérience pour vérifier leur intuition (ils ont tracé un cercle par exemple). Mais certaines d'entre elles étaient des propositions de la géométrie II, le théorème de Pythagore par exemple. Dans de nombreuses copies on a également observé des propositions d'entrée non-démontrées dans les réponses à la deuxième question. En général c'était l'égalité des angles que les élèves n'ont pas démontré.

Approximativement un tiers des copies contenaient des propositions d'entrée superflues (S), qui étaient le plus souvent liées à la première question. Les élèves ont souvent énuméré les différentes caractéristiques du triangle isocèle, produisant ainsi une explication plutôt qu'une argumentation ou une démonstration.

Énoncé-tiers



Nous avons rajouté deux valeurs supplémentaires aux valeurs décrites dans le cadre théorique afin de mieux pouvoir décrire la quantité d'explicites dans les copies. Ainsi, nous avons attribué

la valeur « EXP » aux copies dans lesquelles plusieurs énoncé-tiers étaient explicites. « EX » signifie que le seul énoncé-tiers explicite était celui correspondant à la propriété de l'isométrie, la seule propriété en cours d'acquisition. Dans certaines copies une ou plusieurs propriétés étaient citées explicitement, mais non celle de l'isométrie, nous avons associé la valeur « EX- » à ces copies.

Nous pouvons dire que les élèves considèrent généralement important de citer explicitement au moins la propriété en cours d'acquisition (80% dans les premières et 83% dans les deuxièmes copies). On peut également observer que dans les deuxièmes copies le nombre de propriétés citées explicitement a augmenté. Cela peut être le résultat de la correction orale pendant laquelle les deux professeurs ont cité ou ont fait cité par les élèves presque toutes les propriétés utilisées dans la démonstration.

Figure

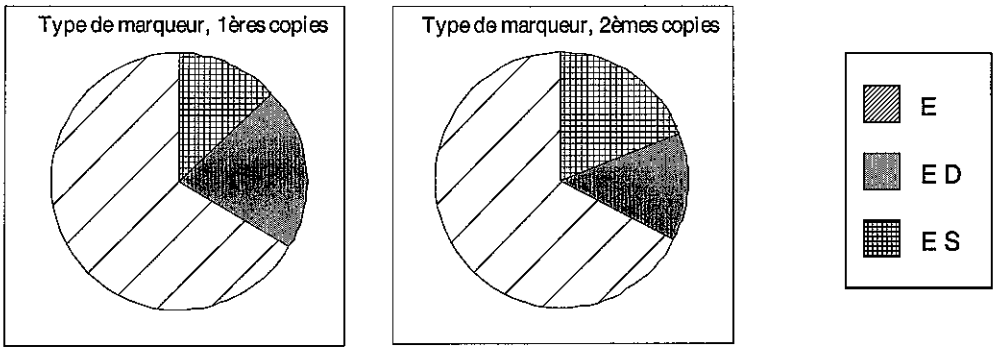
Instanciation

	Ch	*NCh*
1ères Copies	50%	50%
2èmes Copies	62%	38%

On trouve des incohérences (NCh) dans les notations dans exactement la moitié des premières copies et dans plus qu'un tiers des deuxièmes. La plupart de ces incohérences sont liées à la confusion des segments et des longueurs des segments. Beaucoup d'élèves se sont référé aux longueurs des segments en utilisant des crochets (ils écrivent par exemple « [CE] = [CD] »). Une autre source des problèmes se situe dans la notation des angles : dans certaines copies la notation « *A*, *B* » ou encore « A_1, B_1 » a été utilisée. D'autres notations non conventionnelles (par exemple « $\widehat{BCA} \in (CAD)$ » ou [ΔC]) existent aussi, quoique plus rarement. Ce résultat nous indique que les élèves n'ont globalement pas conscience de l'utilisation correcte et conventionnelle des notations.

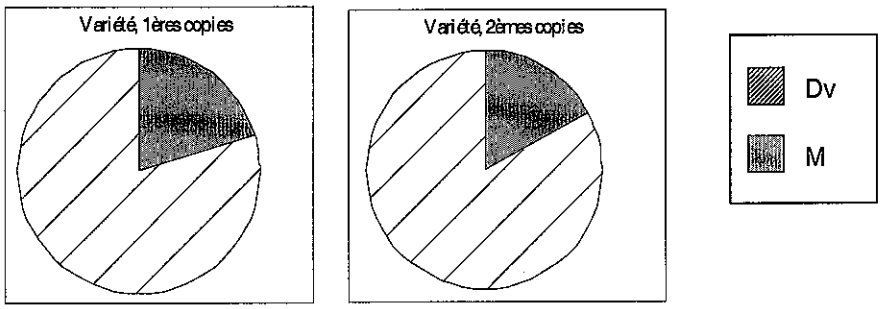
Statuts

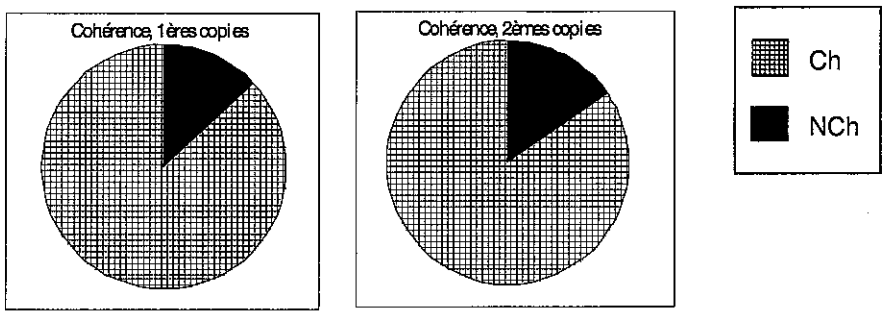
Type de marqueur



Il est très clair que les expressions (E) dominent parmi les marqueurs de statut. En effet, même dans les copies où on a pu observer d'autres types de marqueur, ils représentaient un phénomène marginal. De plus, l'interprétation de la disposition du texte et de certains symboles n'était pas toujours évidente ; souvent il était difficile de décider s'il s'agissait vraiment d'un marqueur du statut. Remarquons par ailleurs que les deux classes présentaient des différences sur ce point, les élèves de la classe de M. C. n'ont pas utilisé de symboles dans leurs premières copies et seulement deux d'entre eux en ont utilisé dans la deuxième (E S). Tandis que dans la classe de M. D. on a trouvé très peu d'élèves qui ont utilisé la disposition du texte (E D), les symboles en revanche, étaient plus présents.

Variété et cohérence





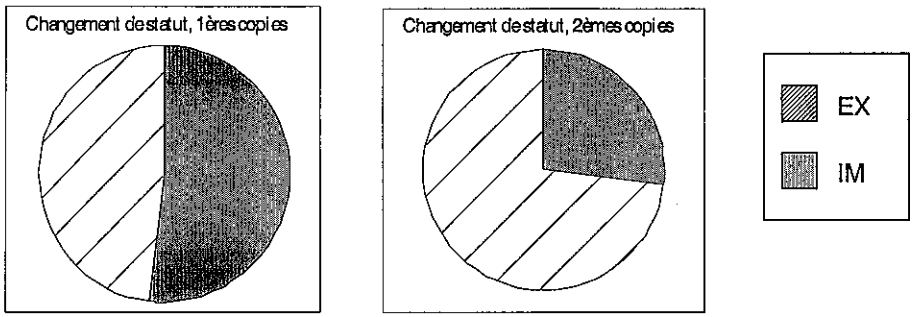
Nous voyons quatre diagrammes très similaires, qui nous montrent que la majorité des élèves utilise une grande variété de marqueurs de statuts (Dv) d'une manière cohérente (Ch). Concernant la variété, nous avons également observé une surutilisation des marqueurs : dans certaines copies le même élément d'un pas de démonstration a été marqué par deux marqueurs. Par exemple, le statut des conclusions a été signalé par le connecteur « donc », mais les conclusions ont été aussi soulignées. Dans les copies où l'éventail des marqueurs était plus limité (M), les deux marqueurs utilisés étaient en général, les connecteurs « donc » et « car ».

La non-cohérence (NCh) d'un marqueur de statut était dans la plupart des cas issue de deux phénomènes. Soit son utilisation n'était pas conforme aux usages habituels de la communauté des mathématiciens, c'est le cas quand on trouve par exemple : une flèche (⇒) mène de la conclusion vers les prémisses. Soit la conclusion du pas de démonstration dans lequel il apparaît n'est pas une conséquence logique des propositions d'entrée de ce pas. Cela peut avoir des causes différentes : les propositions d'entrée ne sont pas démontrées, la conclusion est une hypothèse de l'énoncé etc. Il n'est donc pas évident de savoir s'il faut considérer que le marqueur est cohérent ou non. Dans l'extrait suivant (copie de Justine) par exemple, le connecteur « d'où » est suivi par une hypothèse de l'énoncé et non pas par une conclusion compatible avec ce qu'il faut démontrer.

> ABD et CAE sont isométriques car ils ont tous les deux un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur, ils ont également leurs côtés deux à deux de même longueur **d'où** AE=BD.

Dans une telle situation, si un certain connecteur a été utilisé plusieurs fois dans une copies d'une manière cohérente, et il est apparu dans un pas de démonstration comportant des incohérences, nous avons considéré l'usage de ce marqueur comme cohérent.

Changement de statut



Dans les premières copies les changements étaient implicites (IM) dans 52% des cas. Afin de mieux pouvoir interpréter ce résultat, remarquons que nous avons considéré le changement de statut comme implicite dans deux cas : d'une part quand il y avait des propositions qui n'ont pas changé de statut (par exemple des conclusions superflues), d'autre part quand certaines propositions ont changé de statut (par exemple une conclusion a été réutilisée comme prémisse) mais implicitement (elle n'a pas été citée explicitement comme prémisse). Ce taux assez élevé des changements de statut implicites peut être causé par l'existence de conclusions intermédiaires superflues. Mais dans beaucoup de copies il y avait des propositions qui ont changé de statut implicitement. L'évolution que l'on peut observer dans les deuxièmes copies est remarquable. Une explication possible est l'évolution globale de la qualité mathématique des copies, mais on peut également imaginer que « améliorer la rédaction » (qui a été la consigne de M.C.) signifie pour les élèves, en tous cas en partie, d'accentuer les relations logiques, c'est à dire, expliciter les changements de statut.

Les résultats concernant les statuts nous indiquent que les élèves attribuent – probablement inconsciemment – un rôle important à cette composante dans leurs rédactions. Peut être estiment-ils que l'utilisation des divers marqueurs rend leur rédaction riche et ainsi meilleure? Comme les marqueurs expriment les relations logiques entre les propositions mathématiques, il se peut que les élèves associent la cohérence des marqueurs à une bonne qualité mathématique.

L'objectif de cette partie était de dégager les tendances qui caractérisent les rédactions. Pour certaines composantes le premier paquet de copies a déjà fait apparaître des tendances très nettes qui se sont confirmées dans le deuxième paquet. Pour d'autres composantes les premières copies ne faisant pas apparaître de tendances claires, il s'avérait nécessaire de prendre en compte l'évolution des copies. Un de nos objectifs était de découvrir les relations internes entre les différentes composantes et essayer d'interpréter les résultats correspondants, c'est l'objet de la deuxième partie.

2.2 Les relations

Afin de repérer ces relations internes nous avons croisé des composantes deux à deux. Les choix des deux composantes auraient pu être déterminé par des moyens statistiques, mais nous avons décidé de nous limiter aux questionnements issus de la première partie des analyses de copies. Afin de vérifier la dépendance des variables choisies nous avons effectué un test khi deux. Ainsi, nous n'allons présenter que les résultats où la liaison était statistiquement significative, c'est à dire qu'il y avait moins de 5 chances sur 100 que la distribution résulte de hasard.

Dans un premier temps nous nous sommes intéressées aux différents types d'argumentation. Comme les copies contenant des argumentations de type heuristique étaient peu nombreuses, nous voulions savoir si ces copies avaient d'autres caractéristiques en commun. Nous avons donc examiné les liens entre le type d'argumentation et trois autres composantes: l'énoncé-tiers, les conclusions intermédiaires et les prémisses.

Type d'argumentation et Énoncé-tiers

C1	EX	EX-EXP	IM	Total
H	2		3	5
H LD	2		1	3
LD	20	1	10	1	32
LD H	8	1	1	4	14
Total	32	2	11	9	54

C2	EX	EX-EXP	IM	Total
H	2		1	3	3
H LD	1	1		1	3
LD	14	1	12	2	29
LD H	8		6	3	17
Total	25	2	18	7	52

1+2	EX	EX-EXP	IM	Total
H	4		1	4	8
H LD	3	1		2	6
LD	34	2	22	3	61
LD H	16	1	7	7	31
Total	57	4	29	16	106

Global	EX	IM	Total
H + H LD	1	13	14
LD + LD H	32	60	92
Total	33	73	106

Les deux premiers tableaux résument les effectifs correspondants respectivement aux premières et aux deuxièmes copies, le troisième tableau est la somme des deux premiers. Dans le tableau appelé « global » nous avons regroupé d'une part les deux lignes correspondent aux argumentations essentiellement heuristiques (H et H LD) et d'autre part les deux lignes correspondant à celles logico-déductives (LD et LD H), nous avons également regroupé les deux

colonnes contenant les données sur les copies avec plusieurs explicites (EXP et EX-) et celles avec plus d'implicites (IM et EX).

Ces résultats nous montrent qu'il est rare que quand l'argumentation est essentiellement heuristique les énoncé-tiers soient donnés explicitement : dans ces copies soit tous les énoncé-tiers étaient implicites, soit la seule propriété explicite était celle de l'isométrie. Il est aussi intéressant d'observer que le fait d'expliciter les énoncé-tiers (EXP) est massivement lié à l'utilisation des argumentations logico-déductives (en fait, purement logico-déductif, sans aucun élément heuristique).

Une explication possible de ce phénomène réside dans la construction typique des argumentations heuristiques. Si on commence le raisonnement par la conclusion qu'on justifie ensuite soit dans une subordonnée introduite par « car », soit dans d'autres phrases, il est difficile de trouver de la place pour l'énoncé-tiers. Mais on peut également imaginer une interprétation plus globale : les argumentations heuristiques sont peut-être plus intuitives, elles s'appuient moins sur des propriétés mathématiques bien précises. Remarquons cependant que l'inverse de ce phénomène n'est pas vrai : parmi les copies avec beaucoup d'implicites (aucun énoncé-tiers n'est donné – IM – ou alors seulement la propriété de triangles isométriques – EX) on trouve des argumentations de type essentiellement heuristique ainsi que logico-déductif.

Type d'argumentation et conclusions intermédiaires

C1	S	U	U-	Total
H	5			5
H LD	2	1		3
LD	13	12	7	32
LD H	9	2	3	14
Total	29	15	10	54

C2	S	U	U-	Total
H	1	2		3
H LD	1	2		3
LD	2	16	11	29
LD H	8	4	5	17
Total	12	24	16	52

1+2	S	U	U-	Total
H	6	2		8
H LD	3	3		6
LD	15	28	18	61
LD H	17	6	8	31
Total	41	39	26	106

La valeur U- des conclusions intermédiaires a été rajouté a posteriori, elle fait référence aux copies dans lesquelles toutes les conclusions intermédiaires ont été utilisées sauf éventuellement celles imposées par l'énoncé et dont l'élève ne se sert pas car il propose une autre démonstration. Concrètement, dans la plupart des cas ce phénomène s'est produit quand l'élève a prouvé le résultat de la troisième question (le triangle CED est isocèle) en utilisant l'égalité des angles, et n'a pas utilisé la conclusion de la première question (CAD est isocèle).

Observons que dans les premières copies toutes les argumentations heuristiques ont produit des conclusions superflues. Cela nous suggère que les argumentations heuristiques pouvaient être des explications énumérant de nombreux arguments dans l'objectif de décrire, de « rendre intelligible le caractère de vérité » (Balacheff, 1987), le fait d'éviter les conclusions inutiles n'étant pas une préoccupation.

En regardant le deuxième tableau, on peut remarquer que cela ne se reproduit pas du tout dans les deuxièmes copies. En effet, seule une copie avec une argumentation de type heuristique contenait des conclusions superflues (et 2 sur 6 seulement si on considère les argumentations essentiellement heuristiques – deux premières lignes du deuxième tableau). Un regard plus approfondi nous révèle que le nombre de copies contenant des conclusions superflues s'est réduit significativement (de 29 à 12) tandis que le nombre des copies dont les argumentations sont essentiellement heuristiques a peu évolué (de 8 à 6). Afin de mieux pouvoir interpréter ces résultats il est nécessaire de comparer les deux classes. Parmi les 29 premières copies contenant des conclusions superflues, 20 étaient produites dans la classe de monsieur C., et 8 parmi les 12 du deuxième paquet de copies. Or, monsieur C. a souligné pendant la correction orale qu'il fallait éviter les arguments superflus dans une démonstration (« Là c'est qu'on a en fait vous m'avez répété certains toutes les méthodes possibles et moi j'ai pas envie de le montrer dix fois qu'il est isocèle. Le triangle. Une fois suffit. » voir transcription en annexe). La réduction du nombre de copies contenant une conclusion superflue dans la classe de M C. peut s'expliquer par le discours du professeur.

Type d'argumentation et Prémisses

1+2	NP	NP ND	NP S ND	P	ND	S	S ND	S NP	Total
H	2		4		1			1	8
H LD		1	2		1			2	6
LD	9	8	8	19	10	3	3	1	61
LD H	4	5	7	5	4	4		2	31
Total	15	14	21	25	15	7	3	6	106

Global	P	n-P	Total
H + H LD	0	14	14
LD + LD H	24	68	92
Total	24	81	106

Le tableau intitulé « global » nous montre que les copies qui ne contenaient que des prémisses pertinentes avaient toutes des argumentations rédigées dans un style essentiellement logico-déductifs. Le tableau détaillé nous permet de voir par ailleurs, que 10 parmi les 14 copies dont l'argumentation est heuristique contenaient au moins deux types de prémisse « erronés » (superflue et/ou non-pertinente et/ou non-démontrée). Cela confirme ce que nous avons déjà remarqué par rapport au lien entre le type d'argumentation et les conclusions superflues, c'est à dire que les argumentations heuristiques des élèves ont un certain caractère explicatif et intuitif qui peut apparemment produire non seulement des conclusions superflues mais aussi des propositions d'entrée mathématiquement non fondées.

Concernant les types d'argumentation on peut conclure que dans les copies des élèves les argumentations heuristiques correspondent très souvent à des explications ou argumentations (ici au sens de Duval) : elles se caractérisent par des arguments intuitifs qui relèvent de la perception de la figure ou de l'expérience effectuée dans un espace sensible, elles ne s'appuient pas sur des propriétés explicitement citées et elles produisent des conclusions qui n'ont pas forcément un rôle dans la déduction mathématique. Il est important de souligner que dans les démonstrations du monde mathématique on trouve souvent des argumentations heuristiques (voir des exemples dans Guichard 2001) qui ne montrent pas ces caractéristiques. Antibi (1989) souligne même que, dans certains cas, si on se contraint à partir des hypothèses et aller vers la conclusion, on peut être bloqué et ne pas arriver à résoudre un problème aussi élémentaire qu'il soit. Il conclue en faveur de l'argumentation heuristique: « Je pense qu'il est important de changer nos habitudes dans ce domaine et de rédiger les démonstrations comme on les a cherchées. Ceci ne signifie nullement que, rédigées ainsi, les démonstrations soient moins précises ou moins rigoureuses. ».

D'après la première partie de l'analyse, nous avons vu que les élèves utilisent beaucoup de marqueurs de statut et cela d'une manière en général cohérente. Nous avons donc souhaité en savoir plus sur les quelques cas problématique. Nous avons trouvé trois dépendances significatives en lien avec cette question : type de marqueur et langage, type de marqueur et cohérence des marqueurs, changement de statut et conclusions intermédiaires.

Type de marqueur et Langage

C1	LN	M	S	Total
E	8	26	2	36
E D		11		11
E S		7		7
Total	8	44	2	54

C2	LN	M	S	Total
E	7	27	1	35
E D		7		7
E S		10		10
Total	7	44	1	52

1+2	LN	M	S	Total
E	15	53	3	71
E D		18		18
E S		17		17
Total	15	88	3	106

Il n'est pas étonnant de constater que si la langue naturelle domine (LN) dans une copie, alors les marqueurs de statut sont aussi des expressions (E), on ne trouve pas de symboles et la mise en page du texte (« disposition », D) n'est pas exploitée non plus. En revanche, l'utilisation d'un langage essentiellement symbolique n'implique pas que les marqueurs seront aussi des symboles. On ne peut pas déduire des tendances claires à partir de seulement trois copies, mais dans les copies contenant relativement beaucoup de langage symbolique (avec donc beaucoup de formes algébriques) les statuts ont été marqués uniquement par des expressions.

Type de marqueur et Cohérence de marqueur

C1	Ch	NCh	Total
E	31	5	36
E D	9	2	11
E S	7		7
Total	47	7	54

C2	Ch	NCh	Total
E	28	7	35
E D	7		7
E S	9	1	10
Total	44	8	52

1+2	Ch	NCh	Total
E	59	12	71
E D	16	2	18
E S	16	1	17
Total	15	88	106

Ces tableaux témoignent d'une tendance claire, notamment que la majorité des utilisations erronées de marqueurs relèvent de l'utilisation d'expressions. Un exemple pour une telle incohérence dans la copie de Simon qui dans une même phrase utilise le connecteur « et » dans deux sens : pour énumérer et dans le sens de « donc ». (« Le quadrilatère AEFC est un trapèze isocèle **et** *(=donc)* [CE]=[FA] **et** *(=énumération)* G appartient à Δ **et** *(=énumération)* [FA]=[AD] donc [CE]=[AD]. ») Les symboles et la disposition du texte, une fois utilisés comme marqueur de statut, le sont quasiment toujours de façon cohérente.

Changement de statut et Conclusions intermédiaires

C1	S	U	U-	Total
EX	5	12	9	26
IM	24	3	1	28

C2	S	U	U-	Total
EX	2	21	15	38
IM	10	3	1	14

1+2	S	U	U-	Total
EX	7	33	24	64
IM	34	6	2	42

C1	S	U	U-	Total
Total	29	15	10	54

C2	S	U	U-	Total
Total	12	24	16	52

1+2	S	U	U-	Total
Total	41	39	26	106

Nous pouvons observer que la majorité des copies dans lesquelles le changement des statuts est implicite contiennent aussi des conclusions superflues et inversement: si une copie comporte des conclusions superflues souvent le changement des statuts est implicite. Cela s'explique par le fait qu'une conclusion intermédiaire qui n'est pas utilisée ultérieurement peut être interprétée comme une proposition dont le statut ne change pas (elle ne deviennent pas une prémisse d'un autre pas de démonstration). Dans certaines copies il était difficile de décider si l'élève utilise consciemment une conclusion d'un pas antérieur mais il ne marque pas le changement de son statut, ou il l'utilise inconsciemment, il ne se rend pas compte que ce qu'il affirme est en fait une conséquence de quelque chose démontrée antérieurement. Au lieu de faire un choix exclusif, nous avons donc attribué à ces copies à la fois la valeur « conclusion superflue » et « changement de statut implicite ».

Le dernier lien que nous allons regarder concerne l'utilisation des termes techniques (vocabulaire) et le type de langage (langue naturelle, symboles, mixte). En particulier, nous voulions savoir si les problèmes liés au vocabulaire sont associés à un type de langage ou, inversement, si un type de langage était plus susceptible de produire des incorrections dans l'usage des termes.

Langage et Vocabulaire

C1	LN	M	S	Total
A	3	31	1	35
N A	5	13	1	19
Total	8	44	2	54

C2	LN	M	S	Total
A	2	33		35
N A	5	11	1	17
Total	7	44	1	52

1+2	LN	M	S	Total
A	5	64	1	70
N A	10	24	2	36
Total	15	88	3	106

Ces tableaux nous révèlent un relativement grand nombre de copies qui se caractérisent par un langage naturel et un vocabulaire non entièrement académique (N A). On peut imaginer plusieurs explications pour ce phénomène. D'une part, ce qui distingue les copies au langage mixte de celles où la langue naturelle domine, c'est que dans ces dernières les égalités algébriques étaient exprimées avec des expressions (« ont la même valeur », « ont la même longueur »). Or, une source des problèmes langagiers était justement liée à ces expressions comme nous avons vu

dans la première partie de cette analyse (voir page 105) . D'autre part, nous pouvons supposer que ceux qui utilisent majoritairement la langue naturelle, ont une approche plus « littéraire » au texte de démonstration, ces élèves emploient des mots et des expressions non conventionnels dans la communauté des mathématiciens en essayant d'éviter la répétition.

Nous avons donc vu que les valeurs de certaines composantes n'apparaissent pas complètement au hasard : il existe des dépendances plus ou moins fortes entre les composantes. Une étude plus approfondie basée éventuellement sur des moyens statistiques pourrait peut-être révéler d'autres dépendances significatives et donner lieu à des interprétations plus complexes. Pour conclure, à la lumière des résultats de cette analyse nous allons à présent résumer les caractéristiques des rédactions des élèves.

2.3 Bilan

Décrire la rédaction des élèves exige une séparation claire des spécificités issues des erreurs mathématiques et celles rédactionnelles. Rappelons que c'était dans cette perspective là que nous avons conçu une expérience en plusieurs étapes : les deuxièmes copies étaient censées de représenter les caractéristiques concernant la rédaction, étant donné que les élèves disposaient déjà des outils mathématiques. Cependant nous avons observé quelques grandes tendances qui concernaient l'ensemble des copies. Nous allons décrire ces tendances d'abord, ensuite nous nous concentrerons sur l'évolution des copies. Finalement nous présenterons les difficultés et limites de cette analyse.

Les tendances

Résumons maintenant les valeurs typiques des productions. Concernant le style, la majorité des copies comportent une argumentation de type logico-déductif, exprimée par un langage mixte, c'est à dire, avec des signes, symboles mathématiques insérés dans des phrases écrites en langue naturelle. La phase de la rédaction se caractérise par ailleurs par une dépersonnalisation : le texte est de style impersonnel (pas de « je »). Les pas de démonstration comportent en général un énoncé-tiers explicitement cité, au moins dans le cas où il s'agit d'une propriété en cours d'acquisition. Nous avons également observé que parmi les propositions d'entrée des pas de démonstration beaucoup étaient non-pertinentes, non-démontrées ou superflues. Cependant, vu que les prémisses sont très fortement liées à la qualité mathématique, on ne peut pas considérer ce phénomène comme une spécificité purement rédactionnelle. En ce qui concerne les statuts des

propositions, les élèves utilisent une grande variété de marqueurs de statut d'une manière cohérente.

Nous soulignons d'autre part, que les valeurs moins présentes dans les copies montrent souvent une interdépendance et sont aussi liées aux problèmes rédactionnels : une argumentation heuristique implique une absence d'explicitation des énoncé-tiers, des prémisses non-pertinentes, superflues et/ou non-démontrées et des conclusions inutiles. La présence majoritaire de la langue naturelle entraîne des expressions peu académiques. Peut-être les copies admettant de valeurs moins fréquentes (argumentation heuristique, langue naturelle) sont-elles d'une qualité généralement (mathématiquement et rédactionnellement) plus faibles?

L'évolution

Nous allons maintenant regarder comment les copies ont évolué après la correction orale. La comparaison des deux paquets de copies nous révèle que dans les deuxièmes copies les élèves explicitent le changement des statuts à un degré plus élevé. Les deux composantes relatives à l'enchaînement des pas ont aussi évolué significativement : les deuxièmes copies comportent moins de conclusions superflues et plus d'élèves utilisent toutes les hypothèses de l'énoncé. Ces points peuvent être perçus comme le résultat d'un progrès général de la qualité mathématique des productions, mais on peut également imaginer que les élèves – même si inconsciemment – attribuent une plus grande importance à ces caractéristiques quand il s'agit d'améliorer leurs copies. Cette interprétation présuppose aussi que l'objectif des élèves était de produire un meilleur devoir pour la deuxième fois.

Parmi les composantes dont les résultats ont peu changé, l'usage correcte des notations (instanciation) et des termes techniques (vocabulaire) sont remarquables. Non seulement un grand nombre d'élèves ont utilisé des notations non-conventionnelles, et du vocabulaire peu académique dans leurs premières copies, mais leurs productions n'ont guère évolué de ces points de vue. Ces composantes, ne constituent-ils pas des points importants pour les élèves dans leur intention de produire une « bonne » rédaction?

Les difficultés et les limites

Évoquons maintenant quelques difficultés de cette analyses ainsi que ses limites. Premièrement, il est impossible de garantir des solutions mathématiquement parfaites, les deuxièmes copies présentaient également des inexactitudes, ou fautes mathématiques. Par ailleurs décider si une faute ou incohérence a son origine dans un problème mathématique ou rédactionnel est très

délicat. Par conséquence on ne peut pas dire que la description que nous avons proposée représente purement les caractéristiques de la rédaction.

Deuxièmement, le classement des copies dans des catégories bien précises étaient parfois problématique. La grille d'analyse nécessite pour la plupart des composantes un choix entre deux, trois ou quatre valeurs, un choix qui est difficile à faire avec des copies exhibant souvent plusieurs de ces caractéristiques à la fois. Même l'introduction des valeurs supplémentaires ne permettait pas de décrire le large éventail des copies d'une manière précise.

Finalement, le fait d'utiliser un seul énoncé fait que cette description peut être perçue comme approximative. Afin de déterminer plus exactement la vision des élèves d'un texte de démonstration il faudrait analyser leurs textes dans différents domaines des mathématiques avec plusieurs types d'énoncé.

L'analyse précédente nous conduit à l'interrogation n°3 : « de quelle manière le discours influe-t-il sur les copies des élèves ? ». La grille d'analyse des copies sera partiellement utilisée pour étudier l'impact du discours sur les productions des élèves.

IV. « Quand les démonstrations se réécrivent… »

Influence du discours sur les copies

1. Critères de lecture des copies

2. Lecture des copies

3. Bilan

À la suite de la correction orale du professeur, les élèves de chaque classe ont dû refaire l'exercice. Evidemment, la situation de recherche diffère fortement de la première fois où ils ont abordé le problème. C'est la troisième fois que les élèves vont se pencher sur l'exercice et cette fois-ci toutes les connaissances utiles à l'exercice ont été clairement délimitées ; aussi, on peut s'attendre des contenus différents.

1. Critères de lecture des copies

Nous allons chercher des traces du discours du professeur dans les copies de chaque classe. Nous nous concentrons sur l'impact du discours sur les démonstrations (apport ou manque éventuels) ; notre lecture des copies est orientée en ce sens. Nous n'avons donc cherché à ne considérer que des critères nous permettant de détecter les passages sur lesquels il nous a semblé que le discours a influé.

Codage et figure

Les deux enseignants ont consacré un temps non négligeable sur *la figure*, son codage et son exploitation. Nous vérifierons si les figures ont été codées ou non, l'intérêt pour la démonstration des éléments ainsi marqués, ainsi que les références dans les rédactions aux a différents objets de la figure.

Enchaînement des pas de raisonnements

La décomposition du discours de type « argumentatif » nous a permis d'y porter un regard sous trois principaux angles, caractérisant un discours logico-déductif, heuristique ou exprimant une attente de justifications. À ce dernier point de vue (catégorie JA), les deux enseignants, à leur manière, ont motivé le dépassement d'une géométrie naturelle (validatition d'une intuition par la figure) à une géométrie axiomatique (validation par des énoncés mathématiques).
Les trois questions de l'énoncé, se comportant comme les étapes d'une seule démonstration, « s'enchaînent ». Nous nous intéresserons à la prise en compte, dans les copies, des hypothèses de l'énoncé d'une part. D'autre part, l'enchaînement des questions supposant l'utilisation des conclusions antérieures à une question donnée, nous relèverons l'effective utilisation des *conclusions intermédiaires*.

Par ailleurs, nous considérerons l'évolution des trois composantes d'un pas de démonstration par rapport aux premières productions : pertinence des *propositions d'entrée de pas*, explicitation ou non des *énoncés-tiers* et cohérence entre les *conclusions* affichées dans les copies et celles à établir dans l'exercice.

Type d'argumentation

Les rédactions des preuves des élèves peuvent révéler une réflexion et organisation des arguments plus ou moins achevée. Comme pour le discours de type « argumentatif » de l'enseignant, on distingue deux types d'argumentation :

- le type *logico-déductif* lorsque tous les arguments ont fini d'être sélectionnés et qu'ils sont agencés des données vers la conclusion ;
- le type *heuristique* lorsque la phase d'élaboration de la preuve n'est pas complètement achevée (désordre dans l'agencement des arguments par exemple).

Nos critères de lecture sont maintenant sélectionnés. Nous allons pouvoir mettre en parallèle les productions avant et après la séance orale chez Monsieur C et chez Monsieur D.
Dans la suite, toutes les données chiffrées résultent de l'étude du **III.** , où l'évolution des critères nous a intéressées.

2. Lecture des copies

2.1. Codage et figure

➢ Monsieur C

« Moi [...] je pense que c'est une bonne chose [...] vous allez voir que avec le codage de la figure on fait beaucoup », extrait du discours de Monsieur C.

Monsieur C	Pertinence de la figure				Codage		
	Objets nécessaires	Objets superflus	Objets manquants	Absence de figure	Figure codée	Figure non codée	Absence de figure
1e copies	69%	6%	19%	6%	53%	41%	6%
2e copies	57%	11%	7%	25%	61%	14%	25%

Ces résultats pose une difficulté d'interprétation.

En effet, parmi les élèves de Monsieur C, certains ont traité à nouveau l'exercice sur une feuille à part et n'ont pas refait ou repris la figure de l'énoncé initial. Les premières productions ayant été restituées aux élèves, il est possible qu'un élève, qui aurait convenablement indiqué les objets nécessaires à la démonstration et codé la figure, ne juge pas nécessaire de reproduire une seconde figure. Aussi, dans un quart des copies, il n'y a que du texte.

Malgré ce problème lié à la mise en place de la méthodologie, nous pouvons néanmoins constater qu'une part plus importante des copies présente des figures codées à l'issue des secondes productions.

➢ Monsieur D

« Jamais laisser une figure en panne! On a trouvé quelque chose, on le fait apparaître sur la figure.», extrait de discours de Monsieur D.

Monsieur D	Pertinence de la figure				Codage		
	Objets nécessaires	Objets superflus	Objets manquants	Absence de figure	Figure codée	Figure non codée	Absence de figure
1e copies	95%	5%	0%	0%	77%	23%	0%
2e copies	92%	0%	8%	0%	88%	13%	0%

Chez Monsieur D, le problème ne s'est pas posé. Les élèves ont traité à nouveau l'exercice sur un polycopié identique à celui qui leur a été distribué la première fois.

Le codage de la figure est devenu presque unanimement présent mais 8% des élèves n'ont pas indiqué sur la figure certains objets nécessaires à la démonstration. En réalité, les élèves en question n'ont pas du tout complété la figure.

➢ **Bilan**

Globalement, le discours du professeur a agi. Les deux enseignants ont insisté sur la nécessité de coder et les secondes productions révèlent que, lorsque l'élève joint une figure à sa copie, la figure a été travaillée, codée.

Il s'agirait maintenant de savoir si ce codage va être lu par ces élèves de secondes et comment il va l'être. En particulier, le discours des deux enseignants semblait vouloir amener les élèves à dépasser le paradigme de géométrie naturelle pour entrer dans le celui de la géométrie axiomatique. Aussi, quelles informations de la figure seront encore utilisées comme données ? Nous n'avons pas immédiatement accès à cette information ; mais, nous pouvons nous intéresser à l'articulation des pas de démonstration et nous pourrons porter un regard particulier sur les prémisses de ces pas.

2.2. Enchaînement des pas démonstration

a) Les pas de démonstration

Prémisses

À partir des résultats établis au **III.** , nous avons distingué deux catégories de prémisses qui partitionnent l'ensemble des copies de chaque classe.
Les prémisses qualifiées « pertinentes » sont mathématiquement pertinentes, c'est-à-dire qu'elles sont soit des hypothèses de l'énoncé soit des résultats antérieurement démontrés. Une copie classée « pertinente » ne comporte que des prémisses pertinentes.
Une copie dont les prémisses ne seraient pas toutes pertinentes passe dans la catégorie « non pertinente ».

Les prémisses dites « non pertinentes » désignent celles qui relèvent seulement de la géométrie I (validation par simple observation, tracés éventuels, mesures...), qui ne permettent pas d'aboutir ou qui sont superflues (énumérations par exemple); dans toutes ces situations, le pas de raisonnement ne peut être mathématiquement pertinent.

Pour chacun des deux enseignants, la répartition obtenue est donc la suivante :

	Monsieur C		
1e copies	Pertinente	Non Pertinente	Total
Total	**19%**	**81%**	**100%**
2e copies	Pertinente	Non Pertinente	Total
Total	**36%**	**64%**	**100%**

	Monsieur D		
1e copies	Pertinente	Non Pertinente	Total
Total	**55%**	**45%**	**100%**
2e copies	Pertinente	Non Pertinente	Total
Total	**52%**	**48%**	**100%**

Dès les premières productions, la répartition des prémisses n'est pas comparable d'une classe à l'autre. Si la part de propositions d'entrée pertinentes dans les copies de Monsieur D reste supérieure à celle relevée chez Monsieur C, l'évolution de la nature des prémisses est différente.

Les élèves de Monsieur C n'avaient pas en général repéré les arguments nécessaires à la résolution de l'exercice, dans le traitement de la première question notamment. Lors de la séance orale, Monsieur C a signalé cette erreur : seules 19% des copies comportent des propositions d'entrée toutes pertinentes dans les premières copies (tableau précédent). Les élèves semblent donc avoir été sensibles au discours de l'enseignant puisque la proportion de prémisses pertinentes est passée de 19% à 36% des copies.

Au cours de la séance de Monsieur D, même si les erreurs commises par les élèves justifiaient moins l'insistance sur la sélection des arguments, le professeur a beaucoup insisté sur la démarche de raisonnement (plus de 50% du discours « argumentatif »). Le discours de Monsieur D est essentiellement heuristique et met en valeur une exploitation non naïve de la figure. Les résultats répertoriés ci-dessus indiquent une variation peu significative des types de prémisses (52% de prémisses pertinentes contre 55% dans les premières copies) entre les deux productions. La variation est peu sensible. Nous devons ici tenir compte d'un facteur important : la prise de notes.

En effet, au cours de la séance de Monsieur C, les élèves ont été invités à « lâcher le crayon » - pour reprendre l'expression de l'enseignant. La réécriture d'une solution a dû se faire sans autre support que la première copie et la mémoire de ce qui a pu être dit, retenu.

Pour les élèves de Monsieur D, la première production et les notes prises durant la séance sont à leur disposition. Monsieur D, conformément à nos consignes, a peu écrit au tableau ; son travail a porté sur une utilisation pertinente de la figure et par ailleurs, certaines preuves attendaient d'être complétées à l'issue de la séance. On peut supposer que certains élèves se sont contentés de leurs supports papier.

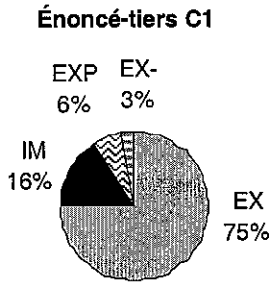
Signalons enfin que nous n'avons relevé aucune des annotations de chacun des deux enseignants sur les premières productions, élément qui aurait éventuellement pu nous éclairer davantage.

Enoncés-tiers

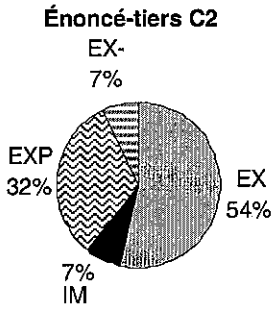
Durant la séance de Monsieur C, tous les énoncés-tiers ont été explicités à chaque pas de raisonnement. En particulier, les passages de restitution de preuve, dialoguée avec la classe, ont été propices à l'énoncé des propriétés nécessaires.

Légende :

EX :	Explicitation d'un des critères d'isométrie
EXP :	Explication d'un des critères d'isométrie et d'autres propriétés
IM :	Enoncés-tiers implicites
EX- :	Des propriétés sont explicitées à l'exclusion des critères d'isométrie



1e copies de Monsieur C



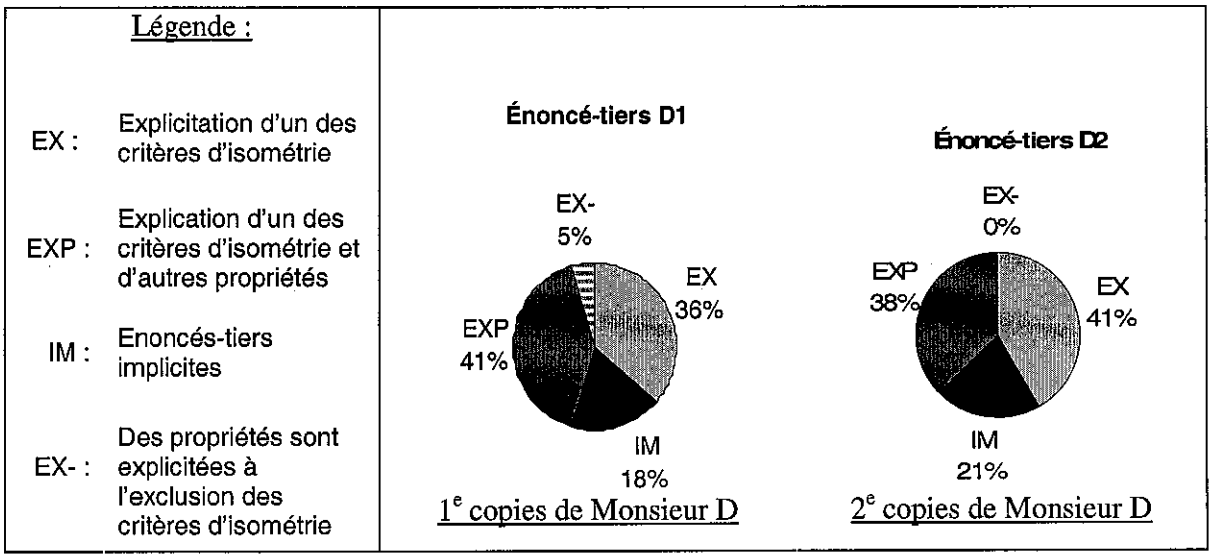
2e copies de Monsieur C

Le graphique ci-dessus reprend des éléments pour l'étude réalisée au **III.** .

La liste de questions, de demandes répétées de précisions au cours de la séance, avait alimenté l'idée que pour Monsieur C l'explicitation des propriétés est un passage obligé de la rédaction. Dans les premières productions, ce sont les propriétés relatives aux triangles isométriques, en cours d'apprentissage, qui sont surtout explicitées. À la suite de la séance orale, il apparaît une augmentation des explicitations des autres propriétés liées à l'exercice. Les élèves auraient donc tenu compte de l'importance accordée par l'enseignant à ces justifications mathématiques dans son discours oral. Là encore, la méconnaissance des remarques annotées sur la copie, nous empêche d'attribuer ce résultat au seul fait de la séance.

La séance de Monsieur D est caractérisée par un discours à tendance heuristique (en suivant notre classification du discours « argumentatif »). L'analyse du point de vue argumentatif a d'ailleurs mis en en évidence que l'explicitation des énoncés-tiers était antérieure en général un passage logico-déductif dans le discours de Monsieur D. Les énoncés-tiers apparaissaient donc au sein de l'exposé organisé du raisonnement (discours logico-deductif) de manière implicite, puisqu'ils avaient été cités au préalable.

On retrouve ce trait dans les rédactions des élèves.



Les énoncés-tiers des pas de raisonnement sont implicites dans 21 % des nouvelles copies (contre 18 %). Là encore, nous pouvons chercher la cause de cette erreur dans la prise de notes des élèves.

Nous avons représenté, grossièrement, un schéma du discours argumentatif de Monsieur D :

$$\left\{\begin{array}{c}\textit{Etape}\ 1\\ \text{Recherche d'arguments}\\ \text{Discours heuristique}\end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{c}\textit{Etape}\ 2\\ \text{Enoncé-tiers explicité}\\ \text{Discours heuristique}\end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{c}\textit{Etape}\ 3\\ \text{Organisation des arguments}\\ \text{Discours logico-déductif}\end{array}\right\}$$

C'est à « l'Etape 3 » que nous avons situé la prise de notes des élèves. À ce moment-là, l'énoncé-tiers a déjà fait l'objet d'une explicitation et n'est donc pas redit.

Conclusions des pas

Nous avons considéré les conclusions des pas de démonstration, à l'intérieur des premières et deuxièmes copies, à savoir si elles étaient ou non compatibles avec celles à établir. Il s'ensuit le tableau synthétique suivant.

Monsieur C			
1e copies	toutes compatibles	certaines fausses ou non pertinentes	Total
	28%	72%	100%
2e copies	toutes compatibles	certaines fausses ou non pertinentes	Total
	79%	21%	100%

Monsieur D			
1e copies	toutes compatibles	certaines fausses ou non pertinentes	Total
	73%	27%	100%
2e copies	toutes compatibles	certaines fausses ou non pertinentes	Total
	54%	46%	100%

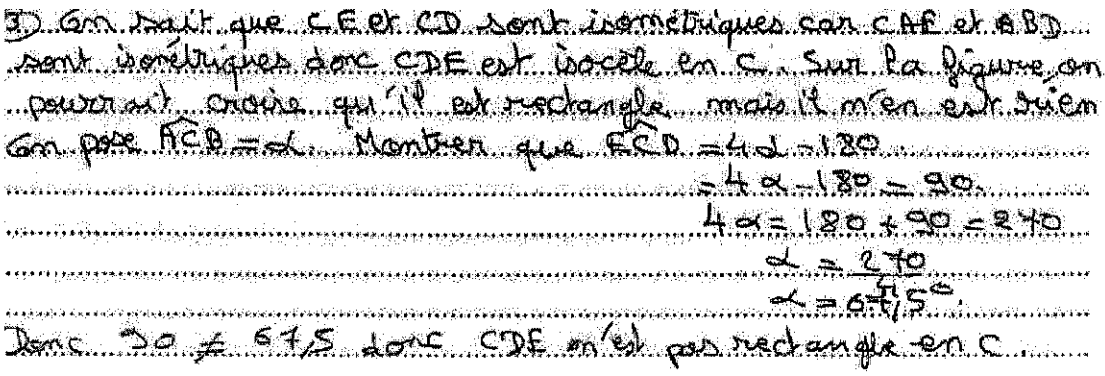
Premier constat significatif : les évolutions des proportions de conclusions compatibles, ou correctes, sont de sens contraires. L'évolution est positive chez Monsieur C, les élèves ont, semble-t-il pris en compte toutes les remarques qui leur ont été faites au cours de la séance.

Mais ne portons pas de conclusions trop hâtives. En effet, on ne saurait oublier que Monsieur C a écarté la question liée à la nature ambiguë du triangle CED (trop vite « soupçonné » d'être rectangle), et ce bien que, à ce sujet, des erreurs aient été perçues dans les copies. Cette conclusion est donc assez peu réapparue dans les secondes productions.

En revanche, Monsieur D a pris le risque d'y consacrer la totalité de son discours libre (discours en lien avec l'exercice, ne correspondant pas au traitement strict des questions), soit plus d'un quart du temps de la séance. Dans ce dernier épisode (AD.3), Monsieur D a proposé, et demandé aux élèves, de montrer que le triangle CED n'est pas rectangle. C'est surtout à ce niveau que seront produites des conclusions incorrectes. D'une part, cette question est une nouveauté par rapport aux premières rédactions ; et d'autre part, les copies montrent que, bien que les élèves

n'aient pas saisi l'intégralité de la preuve, ils ont tout de même reproduit la démonstration, qui figurait au tableau.

Exemple :


3) On sait que CE et CD sont isométriques sur CAE et CBD sont isométriques donc CDE est isocèle en C. Sur la figure on pourrait croire qu'il est rectangle mais il n'en est rien. On pose $\widehat{ACB} = \alpha$. Montrer que $\widehat{ECD} = 4\alpha - 180$

$= 4\alpha - 180 = 90$

$4\alpha = 180 + 90 = 270$

$\alpha = \frac{270}{4}$

$\alpha = 67{,}5°$.

Donc $90 \neq 67{,}5$ donc CDE n'est pas rectangle en C.

Cette situation pointe la difficulté pour les élèves de faire abstraction de la démarche du professeur pour créer leurs propres solutions de problème, un problème de « dévolution » en somme. Nous avions d'ailleurs déjà noté cette valeur de « modèle » pour la séance de Monsieur D, lors du croisement de nos analyses.

b) L'enchaînement des pas de démonstration

Pour étudier l'évolution des pas de démonstration, puisque les trois questions de l'exercice peuvent être vues comme des étapes d'une seule preuve, nous avons considéré les conclusions intermédiaires que ces trois questions constituent. Les copies dans lesquelles toutes les conclusions intermédiaires sont réutilisées et les autres ont formé deux groupes.

Les copies ont été triées suivant le nombre et la nature des hypothèses de l'énoncé exploitées : pour trier les copies, nous avons considéré les copies dans lesquelles l'hypothèse de l'alignement des points B, C, D était utilisée ; nous avions alors deux paquets de copies pour chacun desquels nous avons cherché à compter les copies d'élève utilisant toutes les hypothèses de l'énoncé. Notons que l'hypothèse de l'alignement (des points B, C et D) n'a été évoquée explicitement qu'à la séance de Monsieur D (sous-épisode 1.1 à 05:02 et 05:32 minutes du début de la transcription).

Les résultats, sur l'ensemble des copies de chaque enseignant, sont reportés comme suit.

Monsieur C

Conclusions Intermédiaires	utilisations ultérieures toutes pertinentes	certaines conclusions sont superflues	
1e copies	38%	63%	
2e copies	71%	29%	
Hypothèses de l'énoncé	Alignement et autres non utilisées	toutes utilisées sauf alignement	toutes utilisées
1e copies	44%	6%	50%
2e copies	21%	4%	75%

Monsieur D

Conclusions Intermédiaires	utilisations ultérieures toutes pertinentes	certaines conclusions sont superflues	
1e copies	59%	41%	
2e copies	83%	17%	
Hypothèses de l'énoncé	Alignement et autres non utilisées	toutes utilisées sauf alignement	toutes utilisées
1e copies	18%	0%	82%
2e copies	4%	0%	96%

« Les résultats parlent d'une seule voix pour les deux enseignants ». Dans les deux cas, on note une évolution « positive » des enchaînements de pas de démonstration.

Une petite remarque s'impose cependant concernant l'utilisation de l'alignement des points B, C, D. L'hypothèse est plus majoritairement utilisée chez Monsieur D ; nous ne saurions dire si c'est là le fait de l'allusion faite au cours de sa séance ou simplement de l'initiative des élèves : 82% des copies comportaient déjà l'utilisation de toutes les hypothèses de l'énoncé (contre 50% chez Monsieur C à l'issue des premières copies).

2.3. Type d'argumentation

Les deux séances relevaient surtout d'un discours heuristique et les parts de temps de ces séances consacrés à des exposés logico-déductifs étaient comparables.

La lecture transversale des passages logico-déductifs avec les explicitations orales des énoncés-tiers avait cependant mis en évidence une organisation différente, dans la restitution des preuves notamment. Or, cette restitution n'est-elle pas ce qui s'apparente le mieux à une démonstration ?

Là encore, la classification des types d'argumentation dans les copies nous sert de base : les copies ont été triées suivant qu'elles sont rédigée de manière logico-déductive (LD) ou principalement logico-déductive avec des éléments heuristique (LD H) ou principalement heuristique avec des éléments logico-déductifs (H LD) ou seulement heuristique (H).

	Monsieur C				
1e copies	LD	LD H	H LD	H	Total
	50%	31%	9%	9%	100%
2e copies	LD	LD H	H LD	H	Total
	50%	39%	7%	4%	100%

	Monsieur D				
1e copies	LD	LD H	H LD	H	Total
	73%	18%	0%	9%	100%
2e copies	LD	LD H	H LD	H	Total
	63%	25%	4%	8%	100%

Chez Monsieur C, l'organisation ternaire des pas de démonstration a été assez explicitement affichée. Après la phase de recherche, le bilan - la preuve - est intégralement dressé de manière logico-déductive. Pouvons-nous affirmer que l'on retrouve légèrement ce fait dans les copies ? La part des discours de type plutôt logico-déductif (LD ou LDH) est passée de 81 % dans les premières productions à 89% des copies, certes, mais le nombre de copies (32 pour Monsieur C) rend cette augmentation assez peu significative. Cela dit, au moins deux élèves ont modifié leurs rédactions et cela peut-être « significatif » pour un enseignant.

Le discours de Monsieur D a également eu des conséquences sur les exposés de démonstrations des secondes copies. Rappelons que ce discours est surtout heuristique et que la figure sert à faire rebondir les raisonnements cités. Cette tendance vers l'heuristique est retrouvée dans les copies. La proportion de copies ne comportant que des exposé logico-déductifs diminue (63% contre 73%) en faveur des autres catégories (exposé mixte ou seulement heuristique).

Par ailleurs, les propriétés ne sont citées à l'intérieur des passages logico-déductifs chez Monsieur D, alors que, chez son collègue, toutes les propriétés sont explicitées dans de tels passages. Regardons d'un peu plus près les passages de rédaction logico-déductifs sans explicitation des énoncés-tiers. À partir des résultats du **III.**, nous avons obtenu le tableau suivant :

Proportion de copies de type logico déductive avec énoncés-tiers implicites	Monsieur C (*)	Monsieur D (*)
1e copies	22%	7%
2e copies	23%	17%

Chez Monsieur D, le résultat est assez surprenant mais on retrouve un parallélisme avec les activités du professeur à l'oral, révélées par nos analyses de séance et leur croisement. Les élèves se sont saisis à l'écrit du type d'argumentation exprimé oralement par l'enseignant.

3. Bilan

Les rédactions des élèves sont en quelque sorte des bilans de la phase « d'exploration rectifiée » que constitue la correction de l'exercice : après avoir cherché et rédigé une première fois, les élèves ont eu connaissance d'une organisation et d'un agencement des arguments possibles, exprimés à l'oral.

Les attentes communes des enseignants concernant les codages de la figure et le passage à une géométrie axiomatique ont été globalement réalisées. Par ailleurs, l'exploitation non naïve de la figure, attendu par Monsieur D, est également un objectif atteint. Les élèves ont été sensibles au contrat didactique de chaque enseignant.

Mais l'effet de ce contrat met en évidence une prise d'initiative des élèves plus réduite ; en effet, les premières copies dénotaient, par exemple, une certaine prise de risque, dans la recherche de la preuve de la nature rectangle du triangle CED. Dans les deuxièmes copies, cette question, qui n'est plus épineuse, ne fait plus l'objet d'une réflexion. En effet, les élèves de Monsieur C tairont la question, convaincus par l'affirmation sans justification de l'enseignant :

> « il y a beaucoup de gens parmi vous qui ont vu le triangle à la fin qui était rectangle mais le triangle il est pas rectangle, d'accord ? ».

Et les élèves de Monsieur D reproduiront une justification proposée par l'enseignant, avec plus ou moins de fidélité, suivant le degré de compréhension de la preuve.

Dans les deux classes, la séance orale a été considérée comme un « modèle » pour une rédaction correcte, entendons acceptée par l'enseignant, et non tout à fait comme une modèle pour parfaire leurs premières réflexions et rédaction.

À ce stade, nous avons pu décrire les effets du discours et les attentes supposées d'un enseignant sur les copies de ses propres élèves. De manière plus générale, nous allons nous intéresser aux

attentes d'autres enseignants sur certaines des copies analysées. Nous chercherons à répondre à l'interrogation n°4 : « quelles sont les exigences des professeurs par rapport à la rédaction ? ».

V. « Quand les démonstrations se relisent... »
Analyse des copies

1. Analyse des copies sélectionnées
2. Analyse des corrections
   2.1. L'objet des annotations
   2.2. La nature des annotations
3. Bilan

1. Analyse des copies sélectionnées

Afin de dresser un tableau des exigences des professeurs, il nous importait de sélectionner des copies qui nous permettent de tester les réactions des professeurs sur des copies les plus différentes possibles. Un autre critère de la sélection concernait la qualité mathématique : puisque nous souhaitions connaître les attentes des professeurs vis à vis de la rédaction, nous avons préféré choisir des copies mathématiquement satisfaisantes. Afin de pouvoir présenter les corrections des professeurs nous allons décrire les caractéristiques des copies sélectionnées. (On retrouve ces copies avec nos commentaires en annexe.)

Le tableau ci-dessous résume l'analyse des copies en précisant les valeurs qu'elles admettent pour chaque composante. Une lecture ligne par ligne permet de voir que, effectivement, on retrouve pratiquement toutes les valeurs possibles sur cet ensemble de copies. En les comparant colonne par colonne, on peut constater qu'elles diffèrent suffisamment pour provoquer des réactions variées de la part des professeurs.

copies sélectionnées	Frédéric	Guillaume	Steven	Lucie	Lucile	Maud	Simon	Laura	Déborah	Adeline
S Type d'argument	LD H	H	H	LD	LD H	LD	LD H	LD	LD	H LD
S Langage	M	M	M	M	LN	LN	M	M	S	M
S Rapport personnel	IP-on	IP	IP	IP-on	IP-on	IP-on	IP	IP	IP	P
S Vocabulaire	A	A	A	A	NA	A	A	A	SA	NA
P Prémisse	P ND	P ND	NP S ND	NP	P ND	S	S ND	NP ND	NP ND	S NP
P Énoncé-tiers	EX	EX	IM	EX	EX	EX	IM	EX	IM	EX-
P Conclusion	1 F	1 F	F	Cm	Cm	Cm	Cm	1 F	Cm	F
F Instanciation	Ch	NCh	Ch	NCh	NCh	Ch	NCh	NCh	Ch	NCh
F Pertinence	ON	ON	ON	ON	ON	ON	OS	ON	ON	OS
F Codage	C	C	C	C	C	C	NC	C	C	C
ST Type	ES	E	E	E	E	E	E	ES	E	ES
ST Variété	Dv	Dv	M	Dv	Dv	Dv	Dv	Dv	M	Dv
ST Cohérence	NCh	Ch	Ch	Ch	NCh	Ch	NCh	Ch	Ch	Ch
ST Changement	EX	IM	IM	IM	EX	EX	IM	EX	EX	EX
EP Conclusions	U	U	S	S	U	U-	U-	S	U	S
EP Hypothèses	U-	U-	∃	U-	U-	U-	U-	U-	U-	U-
Classe, n°de copie	D2	D2	D2	D2	D1	C2	D1	D2	D2	C2

Nous allons maintenant évoquer les particularités de ces copies, en les divisant en deux catégories : les caractéristiques mathématiques et celles relative à la rédaction. Ces catégories ont

été identifiées quelque peu arbitrairement, en nous appuyant uniquement sur deux hypothèses concernant la perception des différents éléments d'un texte de démonstration par les professeurs. D'une part, il est fort probable que l'accent dans les corrections soit mis principalement sur les problèmes mathématiques (et moins sur les problèmes rédactionnels), c'est pour cette raison que nous souhaitions distinguer ces deux catégories. D'autre part, nous estimons que ce sont les composantes du pas de démonstration, éventuellement avec celles de l'enchaînement des pas qui sont le plus liées aux fautes mathématiques, nous avons donc décidé de les présenter séparément du reste. Nous dédions également une partie aux solutions originales.

Caractéristiques mathématiques I : Pas de démonstration

Prémisses

Les propositions d'entrée non-démontrées, et parfois celles non-pertinentes peuvent aussi être perçues comme un manque de justification. Ce manque peut avoir les origines suivantes : une équivalence sémantique (1), le codage de la figure (2), une globalisation (voir la définition ci-dessous) (3). On trouve aussi des propositions d'entrée non-pertinentes qui ne s'expliquent pas par une absence de justification (4), et d'autres qui sont inutiles (5). Nous allons maintenant détailler les apparences de ces types de propositions d'entrée.

(1) Dans la copie de **Guillaume**, **Lucile** et **Déborah** on trouve une prémisse qui a été obtenue par équivalence sémantique à partir d'une hypothèse de l'énoncé : l'égalité BA = CA n'était pas justifiée. Pour ces élèves l'hypothèse de l'énoncé « ABC est un triangle isocèle » veut dire « BA = CA ».

(2) Certaines autres prémisses (de **Guillaume** et **Lucile**) ont probablement été déduites par la lecture du codage de la figure. Pour la deuxième question par exemple, **Lucile** a codé les égalités $\widehat{CBA} = \widehat{BCA} = \widehat{CAD}$ mais ne les a pas explicitées dans le texte. **Guillaume** a sans doute soustrait l'égalité CD = CE d'une façon similaire en codant AD = CD d'après la conséquence de la première question et AD = CE d'après la deuxième. Notons que Monsieur D. (leur professeur) s'est référé lui même au codage lors de la correction orale.

(3) Enfin, une troisième possibilité est que plusieurs pas de démonstration sont réduits à un seul. C'est le cas chez **Lucie** et **Maud** qui ont regroupé les pas similaires concernant la justification de l'égalité $\widehat{CBA} = \widehat{BCA}$ et $\widehat{BCA} = \widehat{CAD}$. **Lucie** a aussi réduit la démonstration des égalités CE=AD=CD de la troisième question. Un tel regroupement de plusieurs pas en un seul est aussi appelé globalisation. (Houdebine, 2001) On a un exemple extrême de ce phénomène quand un des deux pas reste complètement implicite.

Frédéric utilise par exemple l'isométrie des triangles ABD et CAE : une prémisse qui, seule, n'est pas suffisante pour montrer l'égalité CE = CD de la troisième question.

(4) Dans deux copies on trouve des propositions d'entrée non-pertinentes qui ne représentent pas un manque de justification. **Steven** fait appel aux angles alternes-internes pour montrer l'égalité $\widehat{CAE} = \widehat{ABD}$, et se sert des transformations mal identifiées, ainsi produisant des propositions d'entrée fausses. **Adeline** en revanche, exploite les résultats d'une expérience (vérification avec le compas) afin de convaincre l'interlocuteur de l'égalité des longueurs de [DC] et [CE] et crée une proposition d'entrée non acceptable dans la géométrie axiomatique.

(5) D'autres prémisses sont celles qui ne sont pas nécessaires pour déduire la conclusion. **Steven**, **Maud**, **Simon** et **Adeline** ont énuméré des arguments non nécessaires pour prouver que le triangle CAD est isocèle et ont ainsi produit des propositions d'entrée superflues.

Conclusions

Les conclusions fausses de **Frédéric**, **Guillaume**, **Steven** et **Laura** sont une conséquence du discours de Monsieur D. (voir la transcription en annexe). Ces élèves déterminent la condition sur l'angle $\widehat{ACB}$ pour que le triangle CDE soit rectangle et, en confondant les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{ECD}$, concluent que le triangle n'est pas rectangle. La fausse conclusion ($\widehat{CBA} - 180° = \widehat{ABD}$) d'**Adeline** est de nature différente, notamment le résultat d'une faute de calcul algébrique.

Caractéristiques mathématiques II : Enchaînement des pas

Conclusions intermédiaires

L'élimination des conclusions superflues dans la phase de la rédaction est non seulement une nécessité mathématique, mais aussi « stylistique » dans la mesure où ces conclusions casse le flot de la lecture et rend l'interprétation difficile. **Steven** ne réinvestie pas les conclusions de la première et deuxième questions et rend ainsi sa solution incohérente et décousue. **Lucie** et **Laura** déduisent des propriétés liées à la médiatrice de [CA] qui sont inutiles dans la suite de leur démonstration. **Adeline** lors de la deuxième question, à partir d'une prémisse non-pertinente aboutie à une conclusion (CD = CE) qu'elle redémontre par la suite.

Hypothèses de l'énoncé

Le seul élève qui ne se sert pas de toutes les hypothèses de l'énoncé est **Steven**. En effet, l'hypothèse « ABC est isocèle » n'est exploitée nul part dans sa solution. Remarquons que l'hypothèse AE = BD n'apparaît pas dans la solution de **Frédéric**, mais un regard plus approfondi permet de voir que cette égalité est utilisée implicitement.

Caractéristiques mathématiques III : Solutions originales

Quand la démarche de démonstration de l'élève est tout à fait différente de ce qui est attendue, le professeur doit faire un travail supplémentaire de vérification. Il doit faire l'effort de comprendre cette démarche, éventuellement deviner ce que l'élève voulait faire. Dans une telle situation, la qualité de la rédaction peut devenir un enjeu principal. La méthode la plus curieuse est celle de **Simon**. Pour mieux comprendre ce texte nous proposons une démonstration de la deuxième question basée sur sa démarche:

> Afin de démontrer que les triangles CEA et ABD sont isométriques nous allons montrer que leurs trois côtés sont deux à deux égaux. AC = AB car ABC est isocèle. AE = BD d'après l'énoncé. Il nous reste à montrer l'égalité AD = EC.
> Traçons la médiatrice Δ_1 du segment [CB]. Par la symétrie d'axe Δ_1 l'image de B est C, et l'image de D est F. Or la symétrie conserve les distance, CF = BD et FA = AD. CF est donc égal à EA. On a donc CF = EA, CD = DA, d'où, en additionnant les membres de ces égalités, FD = ED. Par la symétrie d'axe Δ (la médiatrice du segment [AC]) F a donc pour image le point E. Cela implique que le trapèze AEFC est isocèle. Or les diagonales d'un trapèze isocèle sont égales, FA = EC. Par conclusion, FA = AD = EC.

Dans cette copie il y a plusieurs facteurs qui peuvent rendre sa lecture difficile: la figure n'est pas en accord avec le texte (une médiatrice est mal tracée), les notations ne sont pas utilisées d'une manière conventionnelle et cohérente, le marqueurs de statut ne sont pas toujours clairs (voir la partie *Statuts* ci-dessous). Par ailleurs nous pouvons remarquer en comparant la démonstration proposée ci-dessus et celle de **Simon** que cette dernière comporte des pas manquants.

D'autres méthodes originales sont présentes dans la copie de **Lucie** qui, pour la première question, a donné une solution utilisant des triangles isométriques; **Déborah** qui a utilisé une symétrie axiale, et **Steven** qui a également essayé d'exploiter l'isométrie en utilisant des rotations, mais son argumentation n'aboutie pas à une solution correcte.

Caractéristiques rédactionnelles I : Style

Type d'argumentation

La nature heuristique de la solution d'**Adeline** se manifeste dans le fait qu'elle commence la deuxième question en annonçant une conséquence de la conclusion (« BD=EA. De plus l'angle $\widehat{CAE}$ est égal à l'angle $\widehat{ABD}$, $\widehat{BAD} = \widehat{ACE}$ et $\widehat{BDA} = \widehat{CEA}$. »). Le fait que plus tard elle démontre l'égalité $\widehat{ABD} = \widehat{CAE}$, nous indique qu'en réalité cette première phrase sert à repérer les sommets homologues. Un phénomène similaire s'est produit dans la copie de **Déborah** qui a d'abord annoncé la conclusion « ABD et CAE sont isométriques ».

La rédaction de **Steven** reflète qu'il est complètement dans la phase de recherche: il écrit les questions qu'il se pose (« CFA et AFD sont-ils isométriques? ») sans doute pour organiser sa réflexion. **Guillaume** exprime aussi comment il cherche: « (ABD), (CAE) isométriques, il y a déjà 2 côtés isométrique, il reste une égalité d'angle a prouver ».

Vocabulaire

Les problèmes de vocabulaire relèvent typiquement des termes mal employés, ou confondus avec d'autres termes. **Lucile** a utilisé le mot « médiane » au lieu de « médiatrice » et **Déborah** a employé le terme « semblable » probablement comme synonyme du mot « isométrique ». Le cas d'**Adeline** est légèrement différent, et correspond peut-être mieux à notre catégorie « peu académique » : au lieu de dire « milieu » (d'un segment) elle a utilisé le mot du langage courant et non-scientifique « moitié ».

Caractéristiques rédactionnelles II : Figure

On peut observer divers types de notations non-conventionnelles et parfois non-cohérentes dans ces copies. Dans trois copies (**Lucile**, **Simon**, **Adeline**) la notation des segments est utilisée quand il s'agit des références aux longueurs ([CD]=[CE]), remarquons par ailleurs que **Maud** se réfère une fois à un segment avec la notation AC. Dans la copie de **Guillaume** la notation conventionnelle des angles est mélangé avec celle non-conventionnelle (des majuscules sans chapeaux: B_1, A_1), tandis que **Laura** les désignent d'une façon ambiguë avec un seul sommet du triangle. Il existent également des notations originales comme « $\widehat{BCA} \in (CAD)$ » dans la solution de Lucie ou « [ΔC] » dans celle de **Simon**.

Caractéristiques rédactionnelles III : Statuts

Cohérence

La copie de **Frédéric** est la seule (des 52 deuxièmes copies) où les symboles sont utilisés d'une manière non-conventionnelle : les flèches sont menées de la conclusion vers la prémisse. Les autres problèmes concernent des expressions. Une phrase dans la solution de **Simon** est très difficile à interpréter à cause d'une incohérence dans l'utilisation du connecteur « et » : la première fois « et » signifie « donc » mais la deuxième fois (dans la même phrase) ce ne sert qu'à une énumération (voir la phrase page 115). Dans la production de **Lucile** l'expression « ce qui veut dire » qui devrait être suivie par une conclusion, est utilisé pour introduire une proposition d'entrée. (Selon une autre interprétation de la même phrase ce marqueur est cohérent et il se réfère à une conclusion dont les prémisses sont non-pertinentes).

2. Analyse des corrections

2.1 L'objet des annotations

Dans cette partie nous nous concentrerons sur ce qui a fait réagir les professeurs dans les copies sélectionnées. Nous allons présenter nos résultats en regardant caractéristique par caractéristique quels éléments des copies les professeurs commentent, quelles valeurs de chaque composante les fait réagir. Le tableau suivant montre combien de professeurs ont corrigé les différentes composantes dans les copies (la valeur maximale d'une case est donc six). La première colonne après la double barre résume le nombre de copies dans lesquelles une composante particulière a été corrigée. La colonne intitulée « somme » représente le nombre total des corrections effectuées pour cette même composante.

corrections	Frédéric	Guillaume	Steven	Lucie	Lucile	Maud	Simon	Laura	Deborah	Adeline	# de copies	Somme
S Type d'argumentation	0	0	0	1	1	0	0	0	2	5	4	9
S Langage	0	0	0	2	0	6	3	0	1	4	5	16
S Rapport personnel	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S Vocabulaire	3	4	5	4	5	4	5	2	4	4	10	40
P Prémisse	4	6	5	6	5	5	2	1	6	6	10	46
P Énoncé-tiers	0	0	0	0	0	0	2	0	3	2	3	7
P Conclusion	3	3	4	0	0	0	0	4	0	3	5	17
F Instanciation	1	5	0	5	6	5	6	6	1	6	9	41
F Pertinence	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F Codage	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ST Statut type	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	2
ST Variété	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
ST Cohérence	4	0	1	0	5	1	2	0	0	0	5	13
ST Changement	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EP Conclusion intermédiai	0	0	5	4	0	0	0	5	0	4	3	18
EP Hypothèse	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2

Style

Type d'argumentation

corrections	Frédéric	Guillaume	Steven	Lucie	Lucile	Maud	Simon	Laura	Deborah	Adeline	# de copies	Somme
S Type d'argumentation	0	0	0	1	1	0	0	0	2	5	4	9

Le type d'argumentation a été commenté dans quatre copies : celle de Lucie (LD), Lucile (LD H), Déborah (LD) et Adeline (H LD). Le seul professeur qui s'est référé explicitement au type d'argumentation par rapport à la copie de Lucie et Lucile était Mme Cl. Bien que ces solutions ne contiennent que quelques éléments heuristiques, dans son commentaire général Mme Cl. a remarqué que « l'élève part de la conclusion: (ex: Les triangles ABD et CAE sont iso. car) alors qu'au collège on leur apprend à partir des hypothèses. (hyp → prop → c.c) ». Cette remarque ne formule pas de jugement clair, cependant il suggère que ce professeur est en faveur d'une argumentation logico-déductive.

En outre, cinq professeurs ont réfuté l'argumentation heuristique d'Adeline et Déborah (voir l'analyse des copies sélectionnées) en soulignant, en barrant ou en inscrivant les annotations « Pourquoi? », « car? ». Ces remarques et corrections nous indiquent que ces professeurs préfèrent que la démonstration soit rédigée dans un ordre logico-déductif. Néanmoins, sur les deux copies rédigées dans un style purement heuristiques (codé H dans l'analyse des copies), aucun commentaire n'a été fait a propos de l'argumentation. Les professeurs perçoivent-ils une argumentation heuristique comme une faute, seulement quand ils la voient juxtaposée à un autre type d'argumentation?

Langage

corrections	Frédéric	Guillaume	Steven	Lucie	Lucile	Maud	Simon	Laura	Déborah	Adeline	# de copies	Somme
S Langage	0	0	0	2	0	6	3	0	1	4	5	16

Aucune valeur de la composante « langage » (langue naturelle, symbolique, mixte) n'a été favorisée explicitement par les professeurs. Néanmoins on trouve plutôt souvent des corrections concernant la formulation des phrases, des fautes de français et des symboles insérés dans le texte. Le plus grand nombre de corrections se retrouvent sur la copie de Maud (majoritairement rédigée en langue naturelle!) et celle d'Adeline. Généralement les remarques concernaient des maladresses stylistiques et grammaticales, elles étaient soulignées et associées à des commentaires comme « mal dit », « il faut être plus clair », « la rédaction est hasardeuse » ou encore « maladroit ».

Vocabulaire

corrections	Frédéric	Guillaume	Steven	Lucie	Lucile	Maud	Simon	Laura	Deborah	Adeline	# de copies	Somme
S Vocabulaire	3	4	5	4	5	4	5	2	4	4	10	40

Une des composantes les plus commentées est le vocabulaire, corrigé à 40 occasions. Parmi les fautes les plus typiques figure l'usage du mot « isocèle ». Il semble que les professeurs (4 sur 6) signalent systématiquement l'oublie du sommet principal, comme si, pour eux, l'expression « triangle isocèle » dans le vocabulaire des mathématiciens comportait obligatoirement la précision « isocèle en... ». Les termes confondus ou mal employés, repérés lors de l'analyse a priori de ces copies, étaient également corrigés par la majorité (4) des professeurs. Une autre source de problème est liée aux égalités exprimées en langue naturelle. Deux professeurs n'ont pas accepté l'expression « côtés isométriques ». Notons que cette expression est utilisée par ailleurs (manuels, autres enseignants). D'autre part, les confusions issues des termes « valeur, longueur » associés indifféremment aux « segment, côté » étaient signalées par deux professeurs.

Globalement on peut dire que le style de la rédaction semble être important pour les professeurs : la formulation précise des phrases, l'usage correct des termes techniques en sont les éléments centraux. Certains considèrent une argumentation logico-déductif comme préférable. Remarquons cependant, que le rapport personnel ne constitue pas l'objet de leur préoccupation : aucun d'entre eux n'a pas commenté les formes personnelles (« je... ») utilisé par Adeline. Passons maintenant à la caractéristique suivante : les pas de démonstration.

Pas de démonstration

Prémisse

corrections	Frédéric	Guillaume	Steven	Lucie	Lucile	Maud	Simon	Laura	Deborah	Adeline	# de copies	Somme
P Prémisse	4	6	5	6	5	5	2	1	6	6	10	46

Les prémisses ont été corrigées à 46 occasions, et constituent à ce titre la composante la plus souvent corrigée. Examinons les corrections de tous les types de prémisses dans l'ordre où nous les avons traités lors de l'analyse des copies sélectionnées : d'abord celles obtenue par équivalence sémantique, par le codage, par une globalisation, ensuite les prémisses qui sont fausses et finalement celles qui sont superflues.

(1) La même prémisse (BA = CA) dont l'origine est une équivalence sémantique a été corrigée par (les mêmes) 4 professeurs dans les copies de Guillaume et de Déborah, cependant dans la copie de Lucile aucun des professeurs ne l'a remarquée. Les raisons possibles sont les suivantes : Lucile a exprimé cette égalité en langue naturelle et sa formulation contient une faute de vocabulaire qui pouvait attirer l'attention des professeurs (en effet, cela a été signalé à plusieurs reprises). On peut se demander si cette explication peut signifier que les enseignants sont plus sensibles aux fautes de vocabulaires qu'au fait qu'une prémisse soit non démontrée. Une autre explication pourrait être que le même pas de démonstration (la même phrase) comporte une autre proposition d'entrée non-démontrée, qui a probablement été jugée « plus grave ». Après avoir pointé le problème lié à cette dernière, les professeurs n'ont probablement pas relu le début de la phrase.

(2) Les propositions d'entrée qui ne sont démontrées que par le codage de la figure ont été marquées par tous les professeurs. Cela nous indique que pour les enseignants le codage de la figure n'est qu'une aide pour la recherche, et n'est nullement accepté comme justification. Remarquons par ailleurs que les deux professeurs dont la séance a été observée ont dédié une partie considérable au codage et ont souligné l'importance de celui-ci pour la recherche d'une démarche de démonstration, et M D. a également utilisé le codage comme outil de preuve.

(3) Le phénomène de globalisation partage les professeurs : ils étaient deux à souligner la faute sur la copie de Lucie, et trois à la souligner sur celle de Maud. Parmi ces professeurs seul Mme N. a formulé clairement son exigence : « bien dissocier les hypothèses et leurs conséquences ». La forme extrême de la globalisation, où un pas entier manque, est plus remarquée, dans la copie de Frédéric la lacune de justification a été relevée cinq fois sur six.

(4) Les propositions d'entrée fausses, ou axiomatiquement non fondées ont provoquées des réactions plus concordantes : elles ont été corrigées par tous les enseignants chez Steven aussi bien que chez Adeline.

(5) Les prémisses superflues ont été également invalidées, dans la copie de Steven, Adeline et Maud par trois professeurs, le plus souvent marquées « inutiles ». La seule proposition d'entrée

superflue dans la solution de Simon n'a été remarquée par aucun des professeurs, probablement parce que elle apparaît dans une phrase difficile à interpréter, et qui contient plusieurs prémisses non-démontrées. Un autre facteur peut être l'originalité de la solution, en effet pour identifier les propositions indispensables, il faut reconstituer l'idée de l'élève ce qui demande un effort supplémentaire.

Énoncé-tiers

corrections	Frédéric	Guillaume	Steven	Lucie	Lucile	Maud	Simon	Laura	Deborah	Adeline	# de copies	Somme
PÉnoncé-tiers	0	0	0	0	0	0	2	0	3	2	3	7

Ces résultats nous indiquent que l'explicitation des énoncé-tiers est une valeur importante pour certains, mais pas pour tous les professeurs. En effet, trois d'entre eux ont exprimé une exigence claire par rapport à cette composante : parmi les quatre copies dans lesquelles les propriétés importantes n'ont pas été explicitement citée, Mme Cl a signalé cette absence dans trois copies, Mme N dans deux et Mme Cc et Mme L dans une seule copie. Notons aussi qu'aucun des professeurs n'ont pointé cette lacune dans la copie de Steven, ce qui est probablement dû au fait que cette copie était mathématiquement la plus faible, et les nombreuses autres fautes ont détourné l'attention des enseignants de cet élément.

Conclusion des pas de démonstration

corrections	Frédéric	Guillaume	Steven	Lucie	Lucile	Maud	Simon	Laura	Deborah	Adeline	# de copies	Somme
PConclusion	3	3	4	0	0	0	0	4	0	3	5	17

Les corrections liées aux conclusions fausses sont étonnement peu nombreuses : 17 occasions en tout sur les cinq copies comportant une telle conclusion. Trois enseignants (Mme L, Cl et Cc) ont exprimé leur incompréhension concernant la conclusion sur la nature du triangle CDE dans les copies de Frédéric, Guillaume et Steven. Dans le cas de Laura M B a également invalidé cette conclusion. Les fautes de calcul d'Adeline qui constituent les conclusions des pas portant sur les angles supplémentaires, ont été pointées par les mêmes trois professeurs.

Les fautes, incohérences ou manques relative aux trois composantes des pas de démonstration sont souvent corrigés. Les propositions d'entrée sont à l'origine de 22% de toutes les corrections, un chiffre très remarquable considérant que les corrections se répartissent sur 16 composantes. Les énoncé-tiers et les conclusions, même si dans une moindre mesure, sont également des éléments importants d'une démonstration pour les professeurs.

Figure

Instanciation

corrections	Frédéric	Guillaume	Steven	Lucie	Lucile	Maud	Simon	Laura	Deborah	Adeline	# de copies	Somme
F Instanciation	1	5	0	5	6	5	6	6	1	6	9	41
F Pertinence	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F Codage	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

L'usage correct des notations était clairement la préoccupation la plus importante des professeurs par rapport à ce que nous avons appelé « caractéristique rédactionnelle » : les incohérences liées à cette composante ont été corrigées à 41 occasions. Il semble que la distinction entre segments et longueurs est essentielle pour les professeurs, ils ont tous corrigé chaque faute liée à cette dernière. Même la seule faute de notation dans la copie de Maud (que nous avons par ailleurs jugé cohérente) a été signalée par 5 enseignants. Concernant les angles désignés d'une façon ambiguë, les professeurs étaient également intransigeant : les notations de Laura ont été corrigées par 6 professeurs, celles de Guillaume par 5. La notation inventée par Lucie n'a pas non plus été tolérée.

Tandis que l'instanciation appartient aux éléments les plus corrigés (19% de toutes les corrections), les deux autres composantes de la figure ne sont commentées par aucun des professeurs. Il semble que la figure n'est là que pour appuyer le texte, elle peut faciliter la recherche de l'élève et la lecture des professeurs, mais ne constitue pas l'objet de correction. Notons que les deux professeurs observés encouragent vivement les élèves de coder la figure, et M D se sert du codage même pour prouver. L'importance de la figure semble incontestable.

Statuts

Type de marqueur

corrections	Frédéric	Guillaume	Steven	Lucie	Lucile	Maud	Simon	Laura	Deborah	Adeline	# de copies	Somme
ST Satut type	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	2

Parmi les trois copies contenant des symboles comme marqueur, seulement celle de Laura a été corrigée sur cet aspect. M B a exprimé des exigences claires: « Le symbole ⇒ n'est pas à insérer dans des phrases pour remplacer le « donc ». Vous en abusez. », mais il n'a pas émis d'objection quand ce marqueur n'était utilisé que sporadiquement. Mme Cc a également invalidé ce symbole en le barrant et en le remplaçant par « donc ». Néanmoins, on peut dire que les symboles sont acceptés comme type de marqueur par la plupart des professeurs.

Cohérence de marqueurs

corrections	Frédéric	Guillaume	Steven	Lucie	Lucile	Maud	Simon	Laura	Deborah	Adeline	# de copies	Somme
ST Cohérence	4	0	1	0	5	1	2	0	0	0	5	13

Les incohérences de l'usage des marqueurs ont été corrigées dans cinq copies, 13 fois en tout. La partie dans laquelle le symbole « ⇒ » apparaît dans la solution de Frédéric a été commentée par quatre professeurs, mais aucun d'entre eux n'a corrigé le sens de la flèche. Mme D et Mme Cc ont indiqué qu'il y avait un problème de rédaction, Mme L a entouré une des deux propositions d'entrée vers laquelle la flèche mène, tandis que Mme Cl a insisté afin que les deux pas de démonstration apparaissent clairement. Il semble donc que ce n'est pas tant l'utilisation non-conventionnelle de ce symbole qui gène la lecture, que le regroupement de deux pas de démonstration.

En ce qui concerne la rédaction de Lucile, deux professeurs ont entouré le marqueur de statut « ce qui veut dire », mais leur réaction concerne plutôt le manque de justification de l'égalité suivant ce marqueur que le marqueur lui même. La correction de Mme Cl signale aussi cette lacune, celle de M B est en revanche plus difficile à interpréter, naturellement. Finalement Mme Cc a remarqué une autre incohérence de marqueur dans la même copie, le connecteur « et » introduit une conclusion, Mme Cc l'a remplacé par « donc ». Le même phénomène a été corrigé dans la copie de Simon par deux professeurs. A part ces quelques corrections qui font

incontestablement référence aux incohérences des marqueurs, on peut dire que même quand les marqueurs sont entourés, soulignés etc. les commentaires mis à côté font comprendre que ce sont les manques de justification c'est à dire le contenu mathématique qui est accentué.

Parmi les composantes du statut, seul l'usage cohérent des marqueurs semble être important pour les professeurs. En effet, le type et la variété de marqueurs n'ont été commentés que 2 et 1 fois respectivement. En ce qui concerne le changement de statut, il était plus difficile d'interpréter les corrections. Comme nous avons vu lors de l'analyse des copies (page 110) les changements implicites sont soit liés à des éléments superflus, soit à des prémisses implicites (non-démontrée). Or, dans une telle situation les corrections des professeurs ont fait référence explicitement à une de ces causes et non pas au changement de statut.

Enchaînement des pas

Conclusions intermédiaires

corrections	Frédéric	Guillaume	Steven	Lucie	Lucile	Maud	Simon	Laura	Deborah	Adeline	# de copies	Somme
EP Conclusion intermédiaire	0	0	5	4	0	0	0	5	0	4	3	18
EP Hypothèse	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2

La majorité des professeurs ont sanctionné les conclusions superflues dans les quatre copies contenant un tel élément, en les marquant en général « inutile ». Un seul professeur (Mme D) n'a corrigé ces éléments inutiles dans aucune copie. Mme N n'a pas remarqué qu'un pas de démonstration entier était inutile dans la copie d'Adeline, elle était plus concentrée sur un manque : dans la partie superflue elle a marqué le manque de précision du rayon du cercle. M B n'a pas annoté la réponse de Lucie à la première question, donc sa conclusion superflue non plus. Dans tous les autres cas les éléments inutiles étaient remarqués par tous les professeurs, cette composante semble être important pour eux.

Hypothèses de l'énoncé

L'absence des hypothèses de l'énoncé n'a été signalée que dans la copie de Frédéric où une hypothèse a été utilisée implicitement. Dans la production de Steven les professeurs n'ont pas remarqué qu'une des hypothèses n'a pas été utilisée, probablement pour la même raison que l'on a évoqué par rapport aux énoncé-tiers implicites de sa copie.

Pour conclure, soulignons que, concernant les caractéristiques mathématiques (les pas de démonstration et l'enchaînement des pas), les corrections des professeurs semblent être concentrées principalement autour des prémisses, dans une moindre proportion sur les conclusions des pas. En outre, les professeurs ne tolèrent pas les conclusions superflues. Parmi les caractéristiques relatives à la rédaction, ce sont les notations et le vocabulaire qui se trouvent au centre de l'attention. Remarquons cependant que l'interprétation des corrections posaient souvent des problèmes, ainsi c'était parfois à nous de décider à quelle composante une correction faisait référence, or rien ne laisse à penser que ce choix fasse l'unanimité.

Dans cette première partie nous avons vu ce que les professeurs ont annoté dans les copies sélectionnées. Ces résultats nous ont informé de leurs exigences par rapport aux rédactions d'une démonstration. Par la suite, nous nous intéresserons de la manière dont ils formulent ces exigences.

2.2 La nature des annotations

Si l'élève veut comprendre les exigences de son professeur il doit, bien sûr, considérer sur quels éléments le professeur insiste, mais il est également nécessaire de pouvoir interpréter les corrections : il faut peser la gravité des fautes, identifier le type d'erreur, trouver la bonne solution : ce qu'il aurait du écrire et pourquoi. Nous présenterons dans cette partie brièvement les formes de correction des professeurs, en décrivant le style de leurs annotations et de leurs commentaires généraux. Dans cet objectif, nous avons identifié quelques caractéristiques que nous allons décrire ci-dessous.

Caractéristique	**Valeur**	**Codage pour le tableau page 154**
Type d'annotation	Entouré / Souligné / Barré / Demi-parenthèsé	E / S / B / DP
Cohérence	Cohérente / Non-cohérente	Ch / NCh
Hiérarchie	Hiérarchisée / Non-hiérarchisée	H / NH
Marqueur positif	Par partie / Par élément	P / E
Remarque	Général / Type de faute / Réponse attendue	G / TF / RA
Commentaire	Global / Détaillé / Évaluation	G / D / E
Notes – moyenne	sur une échelle de 1 à 5	

Le *type d'annotation* décrit comment les professeurs signalent les problèmes (les fautes, les manques etc.) : s'ils les entourent, les soulignent, les barrent ou encore indiquent les lignes où se trouve le problème par une demi-parenthèse. Évidemment plusieurs de ces valeurs peuvent se présenter dans une même correction. Les annotations sont considérées *cohérentes* lorsque l'on a trouvé un système cohérent dans leurs usages, par exemple si les fautes de notations sont toujours entourées, celles de vocabulaire toujours soulignées, etc. Si les différents types d'annotation sont associés indifféremment aux différents types de faute, les annotations seront considérées comme incohérentes. *La hiérarchie* correspond à un classement des fautes par gravité. Si on peut identifier un lien entre le type d'annotation et l'importance des fautes pour le professeur (par exemple les fautes les plus graves pour le professeur sont toujours soulignées, tandis que les autres seulement entourées), on dira que l'annotation est hiérarchisée. *Les marqueurs positifs* concernent toutes les annotations qui expriment une validation positive de la part du professeur (par exemple « oui », « TB », ou « / »). Quand ce type d'annotation apparaît à

la fin d'une partie (dans notre énoncé à la fin de chaque question), on dira que la production de l'élève est appréciée par partie; quand en revanche, on les trouve après les éléments de la démonstration (les prémisses, les conclusions etc.), l'appréciation est faite par élément.
En ce qui concerne tout ce qui est écrit sur la copie, on distingue les remarques insérées dans le texte et les commentaires généraux inscrits au dos. Les *remarques* peuvent être de caractère général, cela signifie qu'ils n'expriment pas plus que la désapprobation du professeur (par exemple « non », « faux »). Ils peuvent aussi préciser le type de faute, dire s'il s'agit d'un manque de justification, d'un problème de notation etc. (« à rédiger », « justifiez », « affirmation » sont quelques exemples de ce type). Finalement les remarques explicitant la bonne solution, seront appelées « réponse attendue ». Nous avons distingué trois catégories pour décrire le *commentaire* général : nous l'appellerons global s'il formule des caractéristiques globales sur la production, « notion comprise mais manque de justification », « bonne structure » en sont des exemples. Si le commentaire contient des détails précis concernant les types de fautes, qu'il les énumère et éventuellement explique le fond du problème, alors il sera dit détaillé. Enfin, on dira qu'il s'agit d'une évaluation si le commentaire juge la qualité de la production (par exemple « faible » où il s'agit d'une traduction simple de la note en mot).

Dans le tableau suivant nous avons résumé les caractéristiques des annotations des professeurs. Les valeurs qui apparaissent entre parenthèses étaient présentes dans une moindre proportion. Nous avons par ailleurs déterminé une échelle de 1 à 3 concernant le nombre de fois où le professeur donne la réponse attendue : ainsi RA3 signifie que les remarques contenaient la bonne réponse au plus trois fois, RA2 de 4 à 6 fois et RA1 plus que 6 fois.

Corrections	D	L	Cl	JB	N	Cc
Type d'annotation	E (DP)	E B	E S B DP	E S B DP	E S DP	E S (B) DP
Cohérence	Ch	Ch	NCh	NCh	NCh	NCh
Hiérarchie	NH	H	NH	NH	NH	NH
Marqueur positif	P	E	P (E)	P	P	P
Remarques	TF RA3	TF RA1	(G) TF RA2	G (TF)	TF RA1	TF RA1
Commentaire	G (D)	D E	G D E	E (D)	D	G D E
Note – moyenne	3,4	3,4	2,7	2,9	2,8	3,2

Observons que les professeurs qui utilisent une grande variété d'annotation (Mme Cl, N et Cc, M B) le font d'une manière non-cohérente et non-hiérarchisée. Mme L, le seul professeur dont les annotations étaient cohérente et hiérarchisé, a barré deux types de fautes : d'une part les éléments qu'elle a considéré complètement hors de propos ou faux (la partie concernant les rotations dans

la copie de Steven, la partie portant sur le cercle circonscrit dans celle d'Adeline), d'autre part les problèmes de vocabulaire. Les autres problèmes (comme les manques de justification, les notations non-cohérentes etc.) ont été entourés. On peut supposer donc, que les éléments barrés ont été considérés comme des fautes plus graves.

Tous les professeurs ont indiqué leurs réactions positives vis à vis des réponses correctes. En général il s'agissait d'un coche mis à la fin d'une partie, plus rarement cela était complété par de petits termes positifs comme « oui », « bien » ou encore « TB ». Un seul professeur, Mme L, a validé les démonstrations élément par élément, ses annotations contiennent des coches en général à côté des prémisses et des conclusions correctes. Mme Cl a mélangé ces deux types de réactions, et les coches se référant aux éléments de démonstration étaient moins nombreux.

Les remarques insérées dans les textes ont presque toujours servi pour préciser le type de faute, mais cela de manières très différentes. La plupart des professeurs indiquent un manque de justification en posant des questions « car? », « pourquoi? » ou avec des impératifs : « justifiez », « à montrer », « il faut le démontrer » etc. Les fautes de notations ont été le plus souvent corrigées (les crochets barrés), quelques fois annotées « attention à la notation ». Il était en revanche plus rare que le professeur ait expliqué la motivation de son exigence, comme Mme D l'a fait a propos des notations ambiguës des angles dans la copie de Laura (« ne représentent pas les mêmes angles »). Remarquons aussi, que la bonne solution n'était donnée plus ou moins régulièrement que par trois professeurs, les autres ont rarement signalé ce que l'élève aurait dû écrire. Le seul enseignant qui n'a précisé le type de faute que très rarement était M B, et même à ces occasions exceptionnelles, la référence a été plus que vague : un point d'interrogation ou la remarque « incomplet » dans la marge.

En ce qui concerne les commentaires, dans le cas de quelques professeurs il n'était pas clair si leurs commentaires ont été adressés à nous ou à l'élève, ainsi nous n'avons pas d'informations exactes sur ce que ces enseignants auraient communiqué à l'élève. (Si cette recherche était à refaire, les indications données aux professeurs devront expliciter à qui ils doivent s'adresser.) Néanmoins nous pouvons observer quelques caractéristiques de ces commentaires. Notons que chez quatre d'entre eux les commentaires portent des jugements, souvent sous forme d'une remarque évaluant l'ensemble de la copie (« un bon ensemble mais... », « assez bien », « très insuffisant »). Ces évaluations semblent être une formulation de la note en mots. Les commentaires globaux donnent des informations sur les connaissances géométriques de l'élève et

sa compréhension de la démonstration. Mme D considère important de remarquer si l'élève a acquis la notion de triangles isométriques, Mme Cl est attentive à ce que « les idées de démonstration » soient comprises, et commente les connaissances de l'élève en géométrie plane, tandis que Mme Cc s'intéresse aux démarches et aux méthodes (« bonne démarches », « méthodes comprises »). Les détails portent sur les types de fautes qui ont le plus marqué le professeur. Ainsi, les manques de justification, les confusions issues des notations, les éléments superflus constituent les remarques les plus fréquentes. Seul M B semble être gêné le plus par le langage (outre son commentaire déjà cité, il a écrit sur la copie de Maud : « Rédaction très obscure. Français déplorable! »). Les commentaires les plus détaillés étaient ceux de Mme N, qui a exprimé ses exigences en plusieurs points sur chaque copie.

Finalement, regardons les notes que les professeurs ont données et qui sont censées exprimer leur opinion sur la qualité des copies. Par certains professeur l'échelle mise au dos des copies a été considérée comme un axe gradué, c'est donc pour cette raison que nous avons introduit les signes « + », « – » et que deux notes ne sont pas des nombres entiers.

Notes	D	L	Cl	JB	N	Cc	Moyenne	Écart type
Frédéric	3,5	2	4	4	3	3	3,25	0,69
Guillaume	3	4	2	2	2	3(+)	2,67	0,75
Steven	2	1	2	2	1	2	1,67	0,47
Lucie	4	2	3	4	3	4	3,33	0,75
Lucile	3(+)	4	3	3	3	4	3,33	0,47
Maud	5(-)	5	2	3	3	3(-)	3,5	1,12
Simon	3,5	3	2	3	3	2	2,75	0,56
Laura	4	4	4(+)	3	4	4	3,83	0,37
Déborah	3(+)	4	3	2	2	4	3	0,82
Adeline	3	5	2	3	4	3	3,33	0,94

Il n'est pas étonnant que Steven ait obtenu la moyenne la plus basse et un des écarts types les plus faible, sa copie contenant le plus de fautes mathématiques. Il est en revanche intéressant de voir que les moyennes des autres élèves ne sont pas très élevées non plus, bien qu'un des critères de la sélection de ces dix copies était justement de choisir des copies mathématiquement satisfaisantes. Cela témoigne de l'importance de la rédaction dans l'esprit des professeurs. Remarquons aussi que la solution la plus exceptionnelle (celle de Simon) n'a pas été appréciée, bien qu'elle ne comporte pas plus de fautes mathématiques ou rédactionnelles que les autres. Il faut noter également que l'écart type de certaines copies (Maud, Adeline, Déborah, Guillaume, Lucie) est remarquablement haut. Dans la copie de Maud et Adeline les éléments superflus et la formulation parfois maladroite, parfois imprécise des phrases ont été jugé très différemment.

Tandis que dans la solution de Déborah et Guillaume c'était les manques de justification qui ont provoqué cet écart.

3. Bilan

Pour conclure, nous aimerions résumer ce que nous avons appris sur l'attitude des professeurs envers la rédaction, sur leurs exigences et sur leurs styles d'annotation. Nous évoquerons ensuite quelques difficultés que nous avons rencontrées lors de l'analyse des corrections.

Résumé

Tout d'abord soulignons que de nombreuses remarques des professeurs indiquent que pour eux la rédaction doit apporter quelques choses de plus par rapport à la phase de la recherche. Nous avons transcrit quelques phrases de leurs commentaires ci-dessous qui témoignent de cet esprit.

Mme D: *A rédiger* (Frédéric) *Etre plus concise* (Maud)
Mme L: *Une copie avec beaucoup d'informations, des informations qui ne sont pas structurées et parfois ne sont pas justifiées. Démonstration du 2°) dure à suivre!* (Simon)
Mme Cl: *La rédaction est agréable à lire* (Frédéric) *L'élève semble avoir compris les idées de démonstration mais celle-ci est beaucoup trop confuses: l'élève invente des notations et manque de précision.* (Lucie) *L'idée est bonne mais la rédaction est hasardeuse.* (Maud) *Les démonstrations sont bonnes et claires mais l'élève semble penser que plus elle en met, mieux c'est.* (Laura) *Quelques erreurs qui auraient pu être évitées par une bonne relecture de l'exercice.* (Déborah) *Démonstration maladroite et confuse.* (Adeline)
M B: *Schématisez mieux les démonstrations.* (Maud)
Mme N: *Manque de précision dans la rédaction.* (Guillaume)
Mme Cc: *☹ Rédaction* (Frédéric) *Quelques bonnes idées noyées au milieu de tant d'autres. Manque de rigueur et d'analyse pour ordonner les idées et sélectionner ce qui permet la démonstration.* (Adeline)

Nous avons par ailleurs observé que la principale préoccupation des professeurs concernant la démonstration est liée aux pas de démonstration : il faut que les propositions d'entrée soient pertinentes et explicites, que les pas de démonstration soient bien dissociés et leurs éléments organisés dans un ordre logico-déductif de préférence. Les professeurs n'acceptent pas les éléments superflus que ce soit une prémisse ou une conclusion. En dehors d'une rigueur mathématique, les enseignants exigent une grande précision dans l'utilisation des notations et des termes techniques. Ils considèrent également important que le texte soit concis et les idées précisément formulées. En revanche leurs exigences ne s'étendent pas au rapport personnel (les formes personnelles n'ont pas été sanctionnées), ni à la figure (il n'y avait aucune annotation sur

les figures). Ils formulent rarement des exigences sur le type de marqueur de statut et sa variété, mais l'usage cohérent des marqueurs semble être un élément important pour eux.

Difficultés

La plus grande difficulté concernant l'analyse des corrections était évidemment l'interprétation et le classement des annotations. En effet, les professeurs ont parfois souligné, entouré ou barré des parties (expressions, phrases), ont inscrit des points d'interrogation ou d'autres remarques sans préciser ce qu'ils ont considéré comme une faute. Dans certains cas les commentaires aux dos des copies ont aidé pour interpréter les annotations, dans d'autres cas nous avons dû prendre une décision. La description des annotations n'était pas sans ambiguïté non plus, le plus difficile était de décider si une hiérarchie existait, et de classer les remarques et les commentaires. Le fait que nous ayons analysé les corrections d'un petit nombre de professeurs nous a permis de synchroniser ces décisions, afin d'obtenir des données stables. Cet effectif restreint constitue en même temps une limite considérable dans notre recherche, en effet les résultats de seulement six professeurs ne nous permettent pas de dégager des tendances générales sur l'attitude des professeurs.

Nous allons maintenant comparer les résultats de l'analyse des copies (Partie III) et celle des corrections en résumant les similarités et les différences entre la représentation des élèves concernant la rédaction (observée par l'analyse des productions des élèves avant et après une séance de corrections en classe), et les exigences des professeurs (observée au travers de l'analyse des corrections de certaines des productions par plusieurs enseignants).

Comparaison – similarités

Nous allons d'abord récapituler les points sur lesquels les tendances dans les rédactions des élèves correspondent aux attentes des professeurs. Les élèves rédigent dans un style majoritairement logico-déductif, les argumentations de ce type sont favorisées aussi par les professeurs. Les professeurs ne formulent pas de préférences concernant le langage du texte : aucune des trois valeurs (langue naturelle, mixte, langage symbolique) n'est clairement favorisées. En revanche nous avons observé que les textes rédigés en langue naturelle contiennent souvent des termes et expressions peu académiques, ce qui constitue une caractéristique très défavorable pour les professeurs. Cela signifie donc que la valeur la plus typique concernant le langage des rédactions – le langage mixte – correspond finalement bien aux attentes des enseignants.

Un autre point concerne l'explicitation de tous les éléments de la démonstration. Les professeurs ne tolèrent pas ce qu'ils appellent « manque de justification » dont la source peut être des prémisses non-démontrées, d'énoncé-tiers non cités explicitement ou encore de changements de statut des propositions qui sont implicites. Or, même si un grand nombre de copies comportent des prémisses non-démontrées, ce nombre a baissé considérablement dans les deuxièmes copies. La majorité des élèves explicitent au moins l'énoncé-tiers du pas de démonstration relative aux triangles isométriques. Les changements de statut ont également évolué : les deuxièmes copies contiennent moins d'implicites.

Les éléments inutiles font aussi partie des préoccupations des professeurs : ils n'acceptent ni les propositions d'entrée, ni les conclusions superflues. Or, le nombre de conclusions superflues a diminué significativement dans les deuxièmes copies, cette évolution correspond bien à ces exigences.

Un dernier point de coïncidence concerne l'utilisation des marqueurs de statut. Les professeurs estiment important que les marqueurs soient utilisés d'une manière cohérente, et cela correspond aux tendances des rédactions : la plupart des deux paquets de copies ne comportent aucune incohérence de ce point de vue.

Comparaison – différences

Nous avons identifié trois composantes pour lesquelles la tendance observée dans les copies des élèves n'est pas en accord avec les attentes apparentes des enseignants. Il s'agit d'une part de l'instanciation : les notations non-conventionnelles et utilisées d'une façon incohérente sont nombreuses dans beaucoup de productions même parmi les deuxièmes copies. Les professeurs en revanche semblent être d'accord sur l'importance de l'utilisation correcte des notations.

D'autre part, une précision dans l'usage des termes techniques ainsi que dans la formulation des idées semblent appartenir aux principales préoccupations des professeurs. Il est vrai qu'un tiers des copies contenant du vocabulaire non académique ne représente pas la majorité, mais ce taux peut être considéré comme remarquable. En tenant compte du fait que les productions n'ont pas évolué de ce point de vue, on peut dire que beaucoup d'élèves n'attribuent pas tant d'importance à cette caractéristique.

Une troisième différence concerne les prémisses superflues, qui constituent des éléments non tolérés par les professeurs. Les productions des élèves ne correspondent pas à ces exigences : il existe beaucoup de prémisses superflues dans les premières aussi bien que dans les deuxièmes copies.

VI. Conclusion

Pour conclure notre recherche nous évoquerons d'abord nos résultats en indiquant les apports et les difficultés de nos analyses, pour nous permettre ensuite de mener une réflexion sur les adaptations ou les modifications nécessaires. Nous évoquerons également les perspectives de cette recherche: les questions qui restent et qui s'ouvrent ainsi que les suites que l'on peut imaginer.

Les cadres théoriques

Outil d'analyse du discours

La prise en compte de plusieurs travaux a permis la conception de notre grille d'analyse du discours à trois volets transversaux. Cette grille, notre outil, bien que n'excluant pas une part d'arbitraire, a dévoilé des éléments en filigrane du discours des enseignants, éléments qui nous ont permis de comparer les pratiques de deux enseignants dans le cadre de l'apprentissage de la démonstration.

L'étude comparée des discours de deux enseignants a révélé une différence dans leur perception de l'apprentissage de la démonstration, perception qui ne dépendrait pas uniquement des élèves ou de leur niveau. L'étude croisée de la description générale des formes de discours (discours global) et de la classification des fragments de discours à valeur argumentative (discours argumentatif) suivant le type d'argumentation nous a éclairé sur les attentes des deux enseignants relatives aux rédactions.

Notre méthode nous a renseigné sur l'organisation des argumentations exposées oralement par chacun des deux enseignants, que nous avons pu comparer.

Enfin, l'étude transversale du discours argumentatif et des deuxièmes productions tendait à montrer que ces aspects du discours avaient effectivement « traversé » les copies.

Nous soulignons cependant que l'efficacité de notre méthode d'analyse est relative aux paramètres de notre expérimentation (l'exercice posé, la correction orale en classe entière, les connaissances travaillées, etc.). Dans l'objectif de comparer deux discours d'enseignant, nous avons été confrontées au problème de l'adaptation de notre méthode, et pourtant, le contenu des séances prévu était le même et abordé dans un ordre comparable. Mais, nos observations sont coûteuses en temps (transcription, fragmentation et classification du discours puis étude croisée).

Par ailleurs, il convient de relativiser nos résultats (proportions de temps) à notre technique de comptage : le problème de la prise en compte des « blancs » de la transcription, par exemple, nous a peut-être parfois poussé à surestimer l'importance de certains fragments de discours. De plus, une de nos stratégies pour éviter les croisements de catégories à été de procéder parfois à un redécoupage des phrases de discours, découpage plus fin certes, mais aussi plus long et dont les extraits perdent en continuité.

Il nous semble qu'une exploitation de notre travail, pour une observation similaire à celle qui a été la nôtre, appellerait la modifications de notre mesure de comptage en particulier mais aussi - et pourquoi pas - à un choix différents de catégories des discours « global et argumentatif ».

Outil d'analyse des copies

Plusieurs apports théoriques nous ont permis d'établir une première grille d'analyse pour décrire les rédactions des élèves qui a évolué au fur et à mesure de son application. Cette grille prend finalement en compte plusieurs facettes de la démonstration et permet ainsi une caractérisation assez riche des rédactions.

Outre la description des copies, cette grille d'analyse a été investie pour rendre compte des corrections des professeurs. Notre méthode nous a révélé plusieurs similitudes et différences entre les caractéristiques des rédactions des élèves et les attentes des professeurs vis à vis des rédactions. Les textes de démonstration correspondent par exemple aux exigences en ce qui concerne les explicites : côté élève, les copies se caractérisent par un degré important d'explicitation que ce soit des prémisses ou des énoncé-tiers cités ou des changements de statut marqués explicitement ; côté professeur, cela semble être une exigence claire. En revanche élèves et professeurs n'ont pas la même perception sur l'importance de l'utilisation correcte des notations et du vocabulaire technique.

Bien que cette méthode ait fourni un moyen pour répondre à notre questionnement initial, si cette recherche était à refaire, il serait nécessaire d'effectuer quelques modifications. Par exemple, il faudrait reconsidérer l'utilisation de la composante « changement de statut », son interprétation s'étant avérée être une source de problèmes. D'autre part les composantes « langage » et « vocabulaire » pourraient être définies différemment pour donner lieu à une description plus précise de la formulation des phrases et des caractères langagiers en général. Enfin, d'autres composantes pourraient être introduites, notamment pour la caractéristique intitulée « figure », afin de mieux décrire les différentes fonctions de la figure dans une démonstration.

Perspectives

Dans un premier temps nous allons considérer les facteurs qui pourront être changés ou évolués tout en restant dans le questionnement de notre problématique de départ. Puis dans un deuxième temps, nous proposerons d'autres problématiques comme suites possible de cette recherche.

Nous avons fait allusion précédemment à la possibilité d'utiliser des énoncés plus variés. En effet, la démonstration ne se limite pas au domaine de la géométrie. Afin d'obtenir une vision plus précise de la façon dont les élèves rédigent un texte de démonstration, du discours ou des exigences des professeurs à ce propos, il serait intéressant de concevoir une expérimentation similaire avec des énoncés du domaine de l'Algèbre, l'Analyse ou encore de Géométrie en modifiant considérablement le type de problème (par exemple les énoncés liés aux transformations nécessitent des démonstrations de types tout à fait différentes). Soulignons que ces éventuelles expérimentations exigeraient un approfondissement du travail théorique : le développement des méthodes d'analyse non spécifiques à la géométrie.

Le corpus recueilli constitue un autre aspect important. Jouer sur la taille de ce corpus pourrait permettre d'améliorer la qualité des résultats obtenus ou encore d'obtenir des informations nouvelles en précisant ou en spécifiant le questionnement. Par exemple, en augmentant l'effectif des élèves et des professeurs, les résultats deviendraient en effet plus significatifs. Notre expérience ne concerne que deux classes et deux professeurs d'un seul établissement.

Si l'on veut accroître la taille du corpus, faut-il encore assurer une base de données stable, ce qui est difficile compte tenu de la complexité de nos grilles d'analyse. Par ailleurs, l'utilisation de ces grilles pour un effectif considérablement plus grand serait très coûteuse, une telle recherche nécessiterait probablement l'étude d'un compromis entre une simplification de la méthodologie et une baisse de la précision.

En diminuant l'effectif des élèves on peut gagner en finesse. Lors de notre étude de l'impact du discours sur les productions des élèves, nous avons considéré l'évolution entre première et deuxième production classe par classe. Les résultats obtenus nous ont permis de percevoir les héritages (qualitatif et quantitatif) de l'oral dans les copies d'une classe. Il aurait été possible de regarder l'évolution d'un plus petit groupe d'élèves, voire élève par élève, de faire des diagnostiques. Cela permettrait de saisir ce que le professeur devrait retravailler, « redire » avec un élève. Par « redire », nous voulons entendre « dire à nouveau et d'une nouvelle manière ». Il

peut être intéressant, notamment en formation, de disposer d'un moyen de décrire le rapport des élèves à la démonstration.

Une direction d'élargissement de notre problématique consisterait à mesurer l'impact des corrections des professeurs sur les copies des élèves. Comment les élèves modifient-ils leurs rédactions en fonction de l'annotation du professeur? Ces modifications dépendent-elles de la nature de l'annotation?

Sous-jacent à notre problématique on trouve le problème d'enseignement suivant : « Comment enseigner la démonstration ? ». Ce problème soulève de nombreuses questions : par exemple, « enseigne-t-on la résolution des problèmes, la démonstration ou la rédaction ? » ou « que signifie apprendre à démontrer ? ». On pourrait dire qu'enseigner à démontrer et enseigner la démonstration sont deux étapes d'un même processus sous la responsabilité du professeur. Pour savoir démontrer, l'élève doit être capable de mener une recherche, de se rendre compte des éléments de preuve ainsi obtenus, et enfin l'élève doit être capable d'élaborer et d'exposer sa propre démonstration. Il y a là, déjà, plusieurs activités et compétences mathématiques. Comment organiser alors des séances d'apprentissages qui permettent de cibler les objectifs propres à l'acte de démontrer ? Une fragmentation de ce processus est-elle d'ailleurs souhaitable ?

Dans l'apprentissage même de la démonstration, de son écriture, il serait possible d'envisager une ingénierie didactique dont l'objectif serait de faire prendre conscience aux élèves des points importants pour rédiger une démonstration. Pourrait-on mesurer alors l'effet d'un tel enseignement sur les productions des élèves ? Après une ou plusieurs séances concentrées sur l'apprentissage de la démonstration, les élèves changent-ils leurs manières de rédiger, voire la démarche de démonstration ?

Pour répondre à toutes ces questions, notre recherche pourrait éventuellement être une base de réflexion mais des méthodologies spécifiques devraient être mises en place.

Bibliographie

ANITBI A. (1989) Quelques mots sur la recherche et la rédaction d'une démonstration, Du collège au lycée : Pour mieux réussir, Actes du Colloque de Troyes, 51-55.

ARSAC G. (1992) Initiation au raisonnement déductif au collège, PUL.

BALACHEFF N. (1987) Processus de preuve et situations de validation, Educational Studies in Mathematics 18, 147-176.

BALACHEFF N. (1999) L'argumentation est-elle un obstacle ? Invitation à un débat , International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof, http://www.lettredelapreuve.it/Newsletter/990506Theme/990506ThemeFR.html.

BARBIN E., DUVAL R., HOUDEBINE J., LABORDE C. (2001) Analyse de textes de démonstration dans des cadres théoriques différents, in BARBIN E., DUVAL R., GIORGIUTTI I., HOUDEBINE J., LABORDE C. (2001), Produire et lire des textes de démonstration, Ellipses, Paris. 3-30.

BELLARD N., LEWILLION M. (2001) Schémas pour la compréhension des théorèmes en classe de 4ème, in BARBIN E., DUVAL R., GIORGIUTTI I., HOUDEBINE J., LABORDE C. (2001), Produire et lire des textes de démonstration, Ellipses, Paris. 129-142.

BROUSSEAU G. (1998) Théorie des situations didactiques, La Pensée sauvage, Grenoble.

CHIOCCA C.M., JOSSE E., ROBERT A. (1992) Une Méthode d'analyse de discours d'enseignant en classe de mathématiques, Cahier DIDIREM n°16.

DUVAL R. (1990) Pour une approche cognitive de l'argumentation, Annales de Didactique et de Sciences Cognitives 3, 195-221. Strasbourg : IREM de Strasbourg.

DUVAL R. (1992) Argumenter, démontrer, expliquer : Continuité ou rupture cognitive ? Petit x n°31, 37-61.

GUICHARD JP. (2001) A partir de quelques textes historiques, in BARBIN E., DUVAL R., GIORGIUTTI I., HOUDEBINE J., LABORDE C. (2001), Produire et lire des textes de démonstration, Ellipses, Paris. 63-86.

HACHE C. (1999) L'enseignant de mathématiques au quotidien : étude de pratiques en classe de seconde, Thèse de Doctorat, Université Paris 7.

HACHE C. (2001) L'univers mathématique proposé par le professeur en classe. Observation, description, organisation, RDM n°21/1-2, 81-98.

HOUDEBINE J. (2001a) La diversité des textes de démonstration, in BARBIN E., DUVAL R., GIORGIUTTI I., HOUDEBINE J., LABORDE C. (2001), Produire et lire des textes de démonstration, Ellipses, Paris. 111-128.

HOUDEBINE J. (2001b) Analyse de copies d'élèves, in BARBIN E., DUVAL R., GIORGIUTTI I., HOUDEBINE J., LABORDE C. (2001), Produire et lire des textes de démonstration, Ellipses, Paris. 207-214.

HOUDEMENT C., KUZNIAK A. (1998) Géométrie et paradigmes géométriques, petit x n°51, 5-21.

PARIES M. (2004) Comparaison de pratiques d'enseignants de mathématiques, relations entre discours des professeurs et activités potentielles des élèves, RDM, Vol. 24, n°23, 251-284.

ROBERT A. (2005) Un module de licence préprofessionnel : faire de la géométrie, faire faire de la géométrie", document pour la formation des enseignants n°6, juin 2005, IREM de l'université Paris 7.

TANGUAY D. (2005) Apprentissage de la démonstration et graphes orientés, Annales de didactique et de Sciences Cognitives, Vol 10, 55-93.

Annexes

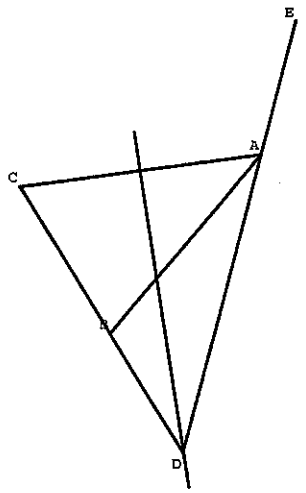
Annexe 1 : L'énoncé donné aux élèves 1
Annexe 2 : La fiche de consigne donnée aux professeurs 2
Annexe 3 : Transcription de la séance de Monsieur C 3
Annexe 4 : Transcription de la séance de Monsieur D 10
Annexe 5 : Découpages des discours 17
Annexe 6 : Grille d'analyse du discours global 18
Annexe 7 : Grille d'analyse du discours argumentatif 18
Annexe 8 : Echantillon du discours de Monsieur D - « global » 19
Annexe 9 : Echantillon du discours de Monsieur C - « argumentatif » 20
Annexe 10 : Index des codages 22
Annexe 11 : Tous les diagrammes à propos des copies 23
Annexe 12 : Les 10 copies sélectionnées et analysées 28
Annexe 13 : Annotations des professeurs 39

Annexe 1 : L'énoncé donné aux élèves

NOM Prénom	**Classe :**.....

Énoncé

Soit ABC un triangle isocèle en A. La médiatrice du côté [AC] est sécante à (BC) en D. On suppose que D est à l'extérieur du segment [BC]. On a placé le point E sur (AD) tel que E n'appartient pas au segment [AD] et vérifie AE = BD.



Quelle est la nature du triangle CAD? Justifier.

Montrer que les triangles ABD et CAE sont isométriques.

Quelle est la nature du triangle CDE? Justifier.

.....

.....

.....

.....

.....

Annexe 2 : La fiche de consigne donnée aux professeurs

Lycée Gay Lussac

Monsieur .....

Séance du :.....

Plan de l'observation

1) L'énoncé est donné comme DM.
Les copies sont remises à Fatiha qui les photocopiera.
Le professeur les récupère, les corrige sans les noter.

2) La séance: Les DM sont rendus.
La correction mettra l'accent sur tous les outils mathématiques.
Les solutions possibles seront discutées.
Mais il n'apparaît pas une démonstration toute faite au tableau.

3) La consigne donnée aux élèves:
Rédiger à nouveau la solution du problème (en DM) compte tenu de la discussion et en s'aidant de son ancienne copie.

4) Récupération des nouvelles copies :
Les copies sont remises à Fatiha qui les photocopiera.
Le professeur les récupère, les corrige et les note.

Nous vous remercions grandement de votre collaboration.
Cordialement,

Fatiha Boukhelifa et Nora Revai

Annexe 3 : Transcription de la séance de Monsieur C

DISCOURS LIBRE : Commentaires sur les productions

1. P : par contre avant de partir sur cette correction avant de partir sur cette correction je voudrais juste dire quelques petits mots alors premièrement ce que je voudrais que vous ne fassiez pas comme erreur sur ce genre d'exercice là.
2. Première chose ceux qui sont venus en aide avant ont déjà été un petit peu informés là-dessus,
3. la première erreur c'est ne pas dire «parce que je vois que ceci alors c'est bon » d'accord ça c'était une des erreurs qui est revenu le plus souvent
4. en gros il vous faut des angles égaux bah vous dites les angles sont égaux [il tape dans ses mains] et puis c'est bon. ça non non.
5. Alors dès fois remarquez ça passerait presque c'est-à-dire que vous voyez l'idée vous avez la démarche même si vous justifiez pas... mais dès fois c'est faux il y a beaucoup de gens parmi vous qui ont vu le triangle à la fin qui était rectangle mais le triangle il est pas rectangle, d'accord ? Donc ça ça marche pas.
6. Ce qu'il faut absolument c'est que dès que vous avez et bien euh une idée ah il faudrait que je montre que ce triangle là ont des angles égaux il faudrait que je montre que ces deux angles là sont égaux oui il faudrait mais après c'est on le fait c'est pas ou il faudrait et puis allez on y va c'est bon ils sont ils sont égaux. Il faut le démontrer. Et ça et la géométrie c'est une bonne partie de démonstration ? d'accord ? Donc vous pouvez pas vous dire allez il faut deux côtés un angle et bah voila les deux côtés sont égaux c'est celui là l'angle égale à l'autre c'est celui là et donc c'est bon. ça suffit pas.
7. Là vous avez si vous voulez les grandes lignes mais entre les lignes j'ai rien. Et il faut que tout ça soit justifié. D'accord ? Donc ça c'est important. C'est important.
8. Le but c'est pas seulement de répondre voila deux côtés un angle, deux angles un côté et puis j'ai répondu à la question. Il faut que vous montriez pourquoi chaque point est bien vérifié. Vérifiez les hypothèses de vos méthodes, de vos critères. D'accord ? Bien.
9. Alors et bien on va reprendre ça.
10. Donc je vous demanderai un petit peu exceptionnellement là et puis aussi parce que l'exercice n'est pas forcement évident de lâcher le crayon. Et de bien suivre ce qui se passe. Bien.

Codage de la figure

11. Qu'est-ce qu'on vous disait dans ce texte? On vous disait ABC est un triangle isocèle en A.
12. Alors ce que moi j'ai remarqué déjà c'est que j'ai beaucoup de figures qui sont pas codées beaucoup de figures ne sont pas codées et ça c'est dommage Pourquoi c'est dommage ? Parce que moi je pense que la figure et là encore je répète que c'est la chose qui vous permet de travailler correctement
13. La géométrie c'est pas la science infuse. Si vous avez une figure codée vous allez voir les choses. Si vous avez rien de codé à ce moment vous ne verrez pas il y a des choses qui vont vous passer à côté. D'accord ?
14. Donc ici on vous disait ABC est un triangle isocèle, donc bah déjà ce que vous pouvez faire alors coder les côtés
15. c'est pas forcément ça va être pas forcément évident par contre vous pouvez coder les angles. C'est-à-dire ces angles là sont égaux. D'accord ?
16. Dans la classe qui naturellement ne codent pas la figure ?
17. Dites le, dites le c'est pas un problème. Moi je pense je pense que c'est une bonne chose vous allez voir vous allez voir que avec le codage de la figure on fait beaucoup on fait beaucoup. Bon. Je continue.

18. On vous dit la médiatrice du côté AC est sécante médiatrice
19. qui dit médiatrice dit
20. é : perpendiculairement
21. P : oui, perpendiculairement et puis ?
22. Au milieu. Bon, vous faites apparaître ceci.
23. Et coupe BC en D et on a placé le point E tel que AE égale BD.
24. Donc ça aussi il faut que vous le codiez.
25. Sergine, on est là.
26. Vous codiez ceci. … D'accord ?
27. Alors ce que vous pouvez faire également quand vous voyez euh on a du mal à faire apparaître avec un symbole le fait que AC égale AB vous pouvez mettre de la couleur par exemple.
28. Ah j'ai vu qu'il y en a qui l'ont fait Vous pouvez mettre de la couleur sur AB comme ceci et puis AC. Comme ça on voit quand même mieux les choses qui sont égales. Bien.

1.Justification de « CAD isocèle »

1.1.Retour sur les erreurs de élèves

29. On vous demande première question quelle est la nature du triangle CAD.
30. Alors ça tout le monde a dit il est isocèle.
31. Très bien.
32. Il y a des gens qui me disent il est isocèle parce que il a les côtés égaux, les angles égaux et la la droite toutes les droites remarquables issues du sommet principale sont confondues. Beh écoutez peut-être que c'est vrai
33. mais est-ce qu'on a besoin de tout ça ?
34. La c'est qu'on a en fait vous m'avez répété certains toutes les méthodes possibles et moi j'ai pas envie de le montrer dix fois qu'il est isocèle. Le triangle.
35. Une fois suffit.
36. Et bon même si c'est vrai qu'on a parlé des droites remarquables confondues à mon avis c'est pas la chose la plus simple à vérifier en général la chose la plus simple à vérifier
37. pour qu'un triangle soit isocèle c'est soit …

1.2.Listing des propriétés potentiellement utilisables

38. é : côtés égaux
39. P : côtés égaux Mickael ou alors
40. é : angles égaux
41. P : angles égaux. Bon. Alors ici côtés égaux ou angles égaux ? d'après toi Morganne ?
42. é : angles égaux
43. P : angles égaux ? Qu'est-ce qui te fait penser plutôt les angles ?
44. é :Je trouve que ça revient au même.
45. P : ça revient au même ? D'accord au niveau de la finalité si on arrive à montrer que les angles sont égaux alors c'est isocèle. Mais là par rapport à la situation il faut que vous partiez de ça !
46. Est-ce que ce triangle ACD il va être plus facile de montrer que les côtés sont égaux ou que les angles ici sont égaux ?
47. Alors, beh il faut regarder la figure !
48. Quelle est la particularité de cette droite là ? Morganne Morganne.

1.3.Retour sur la notion de médiatrice

49. é : la bissectrice
50. P : C'est pas la bissectrice a priori
51. é : médiatrice
52. P : c'est la c'est la médiatrice de
53. é: AC
54. P: AC bon.
55. Donc là le terme médiatrice il est important dans le texte
56. Vous à partir du moment où vous voyez une médiatrice vous devez vous dire il faut que je me souvienne de tout ce qui tourne autour de médiatrice.
57. Hélène qu'est-ce qu'on sait a propos de la médiatrice ?
58. Théoriquement on sait deux choses vas-y
59. é : elle est perpendiculaire elle passe par le
60. P : perpendiculaire elle passe par le
61. é : milieu d'un sommet
62. P : le milieu alors
63. é : opposément
64. P : d'un segment médiatrice d'un segment d'accord ?

65. Dans un triangle c'est les côtés opposés je suis d'accord avec toi
66. Deuxième chose très importante
67. é : elle passe par le sommet
68. P : Ah non, ça c'est bon alors elle passe pas forcément par le sommet pour un triangle isocèle mais on est plus dans le cadre d'un triangle on est dans le cadre de la médiatrice d'un segment un segment, une médiatrice
69. Est-ce qu'on a une autre caractérisation ?

1.4.Justification de l'égalité des longueurs

70. é : [incompréhensible]
71. P : Iliana ?
72. é : bah c'est en fait la médiatrice ... il est équidistant des autres bah des deux points du segment
73. P : Voila, n'importe quel point ah, vous vous souvenez ?
74. n'importe quel point sur la médiatrice est à égale distance de deux extrémités du segment.
75. Est-ce que c'est pas ça qui répond à notre question Morganne ?
76. par rapport à ta réflexion tout à l'heure…
77. Le point D Morganne, est-il sur la médiatrice ?
78. é : oui
79. P: Bien
80. é : La médiatrice elle passe par le sommet
81. P : Oui et donc …
82. par rapport à ce qu'on vient de dire… comme vient de dire Iliana,
83. Marion ?
84. é : CD est égale à AD

1.5.Conclusion liée à la question

85. P : CD est égale à AD puisque D étant sur la médiatrice il est à égale distance des extrémités C et A du segment Conclusion et bien CD égale
86. é : AD
87. P : AD D'accord ?
88. Donc ça par exemple on peut le faire apparaître en bleu. … Bien.
89. Donc là isocèle grâce aux côtés égaux je pense côtés de mêmes longueurs c'est ça qui fait la décision ici bon.

Traitement de l'isométrie

2.1. Rappel sur la définition des triangles isométriques

90. Question numéro deux on vous demande de démontrer que ACE et BDA sont isométriques.
91. On fait un point ici.
92. Isométrie Fabien tu rappelles ça veut dire ?
93. é : deux triangles qui ont les mêmes angles et les mêmes longueurs
94. P : Alors attention.
95. La définition simple de triangles isométriques
96. des triangles qui ont les mêmes ?
97. é : mesures [peu audible]
98. P : les mêmes
99. é : sont superposables
100. P : Ah superposable ça c'est un adjectif.
101. é : caractéristique
102. é : les mêmes longueurs
103. P : les mêmes longueurs de côtés très bien
104. les angles c'est une Fabien, les angles c'est une conséquence. D'accord ?
105. Je peux savoir ce que c'est ?
106. é : J'en sais rien de tout
107. P : Et bien ça n'a rien a faire la. Merci.

2.2. Première égalité de longueurs

108. Regardons les triangles en question… oui … les triangles en question
109. ABD ACE Qu'ont-ils en commun ?
110. é : a un côté
111. P : Mickael ?
112. é : A un côté égale
113. P : BD est égale à
114. é : EA
115. P : EA.
116. Mesdemoiselles, il faut que je vous sépare ?
117. é : Non c'est bon.
118. P : Non c'est bon ? J'espère.

119. BD égale EA .
120. Ensuite ensuite, Laura ?
121. é : AC égale AB
122. P : AC égale AB. C'est depuis le début ça ou pas ?
123. é : Bah oui
124. P : Ce qu'il vient de dire Mickael la BD égale AE ça c'est dans le texte donc c'est dans le texte on a l'égalité BD égale AE
125. é : AC égale BA
126. P : AC égale BA. ça c'est du à quoi ça?

2.3.Listing des connaissances, des critères, choix d'une piste

127. Au fait que on vous dit dans le texte que ABC est
128. é : isocèle
129. P : isocèle bon. Alors à ce moment la j'ai deux côtés égaux.
130. Est-ce que avec deux côtés égaux nos triangles sont isométriques ?
131. é : non
132. P : Les triangles Mais les deux triangles sont pas isométriques parce que j'ai deux côtés égaux il y en a qui me l'ont dit quand même.
133. Donc il me manque quoi soit les derniers côtés c'est-à-dire AD égale CE
134. soit quoi ?
135. é : un angle
136. P : un angle est-ce que on va prendre n'importe quel angle Arnaud ?
137. é : ce qui est entre BA et BD
138. P : entre les deux côtés égaux parce que je rappelle que un des critères
139. Thierry un des critères pour démontrer que deux triangles sont isométriques c'est quoi
140. é : les mêmes longueurs
141. P : c'est pas un critère c'est la définition. une méthode ...[incompréhensible]
142. Quelqu'un...
143. é : deux angles sur une même longueur
144. P : deux angles ils sont autour d'un même côté oui
145. mais la c'est pas ça qui va nous intéresser si tu suis un petit peu c qu'on fait
146. oui l'angle entre deux côtés de même longueur
147. les angles en question ce sont lesquels
148. é : ABD
149. P : ABD celui-ci et
150. é : et aahhh
151. P : Pas A je pense et
152. é : et EAC
153. P : EAC.
154. Et la est-ce que ces angles la sont égaux ou pas ou l'autre piste qui était CE égale AD
155. Est-ce que vous pensez qu'on va arriver à démontrer que CE égale AD ?
156. é : non
157. P : Parce qu'en fait on a le choix soit la piste des angles soit la piste des longueurs.
158. La piste des des longueurs vous pensez qu'elle est simple ?
159. A priori c'est plus compliqué toujours de montrer que deux longueurs sont égales surtout que vu que comme est placé le point E il n'a aucun rapport avec le point C ça va être très compliqué a priori d'aller démontrer l'égalité des longueurs donc on va peut- plutôt partir sur l'égalité des angles. Bien.
160. Mickael ?
161. é :par rapport à l'angle C
162. P : Oui
163. é : il sont mais bah en fait ACB et ABD ils sont correspondants
164. P : Alors donc toute la classe la tout le monde ? A ce niveau la, messieurs, à ce niveau la il faut qu'on démontre que cet angle ci est égale à cet angles ci
165. euh alors j'ai vu certains parmi vous ont parlé des angles alterne-interne alterne-externe et correspondants bon vous savez que ces angles la ils ne sont égaux qu'à une seule condition
166. c'est quoi
167. é : les droites parallèles
168. P : que les droites soient parallèles
169. est-ce que j'ai des droites parallèle la dedans ?
170. é : non
171. P : Est -ce que à un moment donné je parle de droites parallèles ?

172. P : Non, donc l'argument correspondant l'alterne-interne alterne-externe sûrement ça va pas marcher.
173. Conclusion il va falloir qu'on démontre que ces angles la sont égaux avec autre chose
174. seulement rappelez vous bien que et bien que la question b suit la question a d'accord ?
175. C'est peut-être bête ce que je dis mais en même temps,
176. on nous dit avant de démontrer que un triangle est isocèle j'ai deux côtés égaux
177. j'ai également des? Damien ?

2.5.Annonce de la preuve

178. é : des angles égaux
179. P : Quels angles égaux dans le triangle ACD ? Damien ?
180. é : CAB
181. P : Noo , Damien, ... merci
182. é : l'angle CBD CAD
183. P : l'angle CAD et puis?
184. é : l'angle ACD
185. P : ACD. Bon.
186. Est-ce que tout le monde le voit bien apparaître ça ?
187. Et ça il faut que ce soit un réflexe pour vous c'est-à-dire on vous a demandé de démontrer que le triangle était isocèle vous codez donc j'ai codé les longueurs vous codez aussi les angles parce que on a envie de démontrer que les angles sont égaux et théoriquement la au tableau vous devez voir la solution.
188. Et alors est-ce que vous la voyez ? Qui parmi vous voit la solution à ce niveau la ? Levez la main, levez la main, oui tu vois ou pas?
189. é: oui, par rapport aux angles
190. P: oui
191. é: comment?
192. P: Tu es avec nous, Aude?
193. é: bah oui je crois
194. P: D'accord, Hélène tu vois la solution?
195. P: Démontrer que les angles ici et ici sont égaux? tu vois ou pas?
196. é: oui
197. P: Tu peux nous expliquer?
198. é: non
199. P: Bah Tu sais ou tu sais pas.
200. Tu vois ou tu vois pas?
201. Mais me dit pas oui si c'est non.
202. Alors qu'est-ce qui te faisait dire oui? ...
203. Regardez bien ici.
204. Je vais démontrer que l'angle que j'ai codé en vert est égal à l'angle que j'ai codé en vert ici,
205. qui était lui même égal à l'autre angle ici, puisque on avait un triangle ABC
206. qui est un triangle?
207. é: isocèle
208. P: isocèle. L'autre est isocèle donc cet angle la est égal à celui ci puisque ABC est isocèle celui est égale a celui ci puisque ADC est isocèle donc cet angle ci est égal à l'angle ici. Vous êtes d'accord?
209. Alors a partir de ce moment la Arnaud?

2.5.Fin de la preuve

210. é: L'angle plat
211. P: chut écoutez tout le monde
212. é: L'angle plat est 180.
213. P: L'angle plat est 180.
214. é: donc l'angle est identique puisque
215. P: Vous me fatiguez. Donnez moi ça. Vous écoutez rien à ce qu'il dit. C'est vraiment pénible. Bon Arnaud?
216. é: Bah L'angle plat est 180.
217. P Oui?
218. é : comme l'angle bah euh CBA et CAD sont identiques
219. P: CBA et CAD sont identiques alors
220. é: il faut rajouter le même angle
221. P: Comment tu appelles celui ci?
222. Par rapport a celui la...
223. é : le supplémentaire
224. P: le supplémentaire est égal à l'autre
225. é: supplémentaire
226. P: supplémentaire puisque les deux angles la sont égaux.
227. Conclusion les deux angles la je peux maintenant vraiment coder d'accord? Ces angles la sont égaux par conséquent est-ce qu'on peut maintenant appliquer le critère la méthode?
228. J'ai bien deux angles égaux entre deux côtés de même
229. é: longueur

230. P: longueur. Conclusion les triangles sont
231. é: isométriques
232. P: isométriques.

2.6.Restitution dialoguée menée par le professeur

233. Est-ce que c'est clair pour vous? Posez des questions. Camille, est-ce que c'est clair pour toi?
234. é: oui
235. P: Sophie Tu me répètes ce que je viens de dire?
236. é: L'angle
237. P: Vas-y. Oui?
238. é: L'angle supplémentaire... était égal à l'angle supplémentaire des deux ... ABD
239. P: oui et que donc?
240. é: c'est isométriques
241. P: oui ah bah attend ça va un peu vite la
242. é: d'accord
243. P: Donc les triangles, lesquels? Sergine?
244. é: Comment?
245. P: Quels sont les triangles qui sont isométriques?
246. é: Bah ACB
247. P: A
248. é: non, ABD
249. P: ABD
250. é: et EAC
251. P: EAC d'accord.
252. Quelles sont les choses qui sont égales et qui permettent de de de dire que ces triangles sont isométriques?
253. Rassemble toutes les informations.
254. é: les cotés égale donc l'angle égal
255. P: non, non, non, mais quels sont tous les tu me les donnes celui-la, celui-la, celui-la
256. é: bah euh CAE
257. P: C?
258. é: non, non, non c'est
259. P: alors tu veux commencer par quoi les angles ou les longueurs?
260. Je te remercie Iliana.
261. é: longueurs
262. P: longueurs
263. é: AC
264. P: AC égale?
265. é: AB
266. P: AB.
267. Très bien Premier ensuite
268. é: euh EC
269. P: EC?
270. é: EC
271. P: On a dit que EC on laissait tomber.
272. L'autre c'est quoi dans le triangle ACE?
273. é: EA
274. P: EA avec?
275. é: EA BD
276. P: BD
277. et enfin et qu'est-ce qui manque?
278. J'ai les deux longueurs.
279. Il nous manque?
280. é: l'angle seul
281. P: L'angle entre les deux.
282. Et les angles c'est?
283. é: EAC
284. P: EAC et puis
285. é: Euh ABD
286. P: ABD
287. et à ce moment la et à ce moment la seulement vous pouvez dire les deux triangles ont un angle égal compris entre deux côtés de
288. é: même longueur
289. P: même longueur. Conclusion?
290. é: Ils sont isométriques
291. P: Ils sont isométriques.
292. Est-ce que ça va pour tout le monde? ça va pour tout le monde? Coralie c'est bon? Oui?
293. Les triangles sont isométriques

3.Justification de « CED isocèle »

3.1 Egalité des angles

294. On vous demande dernière question donner la nature du triangle le grand triangle CED
295. é: isocèle
296. P: Isocèle pourquoi alors? Sergine? Tu peux continuer?
297. é: Bah ça se voit
298. é: Sais pas ça se voit
299. P: Ah non non non non non Bah on a dit que ça se voit ça marche pas parce que la

ça se voit presque qu'il est rectangle et il est pas rectangle.

300. Et rappelez-vous la question c vient avant la question b

301. é: Les angles à la base sont égaux.

302. P: Les angles à la base sont égaux

303. Arnaud ou quoi?

304. é: AEC et ADC sont égaux

305. P: Ah non non c'est bon c'est bon chut chut tout le monde, tout le monde, votre camarade votre camarade fait une intervention en disant que ces angles-ci sont égaux.

306. Est-ce que ... est-ce que vous êtes d'accord? T'en penses quoi toi, Marion?

307. é: [incompréhensible]

308. P: Très bien. Alors ...Fabien t écoute rien de ce qu'on fait là ... ah oui alors pourquoi est ce que c est bien,... Bien.

309. Quelqu'un peut répondre à la question à part Arnaud la?

310. Pourquoi ils sont égaux Marion ?

311. é: Bah parce que les triangles sont isométriques

312. P: Les triangles sont isométriques. En particulier?

313. é: euh EAC et ABD

314. P: chut tout le monde voit ça? tout le monde?

315. Les triangles sont isométriques, ces deux la.

316. En particulier ils ont les mêmes?

317. é: [incompréhensible]

318. P: alors les mêmes longueurs de côtés c'est vrai mais alors la partie des angles en particulier ils ont les mêmes? angles. D'accord? Conclusion ces deux angles sont égaux et bien ces deux angles-ci sont également égaux. Oui? et si ses angles sont égaux évidemment le triangle CED il est?

319. é: isocèle

320. P: isocèle.

3.2.Egalité des longueurs

321. Est-ce qu'on aurait pu voir ça non pas avec les angles égaux mais avec des côtés de même longueur? Est-ce qu'il y a des gens qui qui voit les choses comme ça?

322. Parce que vous savez qu'un triangle isocèle on peut essayer de le repérer. Les côtés vont être de la même longueur.

323. Quels sont les côtés qui ont les mêmes longueurs?

324. é: CE et CD

325. P: CE et? CD.

326. Pourquoi ils ont les mêmes longueurs?

327. Et encore la question suit la précédente, les triangles isométriques, Sergine...

328. é: oui

329. P: les triangles isométriques ont les mêmes

330. é: AD égale CE

331. P: les mêmes longueurs de côtés alors AD égale CE ça me parait un petit peu rapide

332. mais pourquoi AD égale CE? Mickael explique bien.

333. é: les triangles sont isométriques

334. P: les triangles sont isométriques conclusion ils ont les mêmes

335. é: longueurs de côtés

336. P: longueurs de côtés ces deux ci sont égales, ces deux ci sont égales conclusion AD égale CE

337. je reporte en bleue cette longueur

338. é: CD égale AD

339. P: Mickael le temps de tracer ça Donc AD égale

340. é: CE

341. P: CE et on a dit toute à l'heure que AD est égal à

342. é: CD

343. P: CD puisque le triangle est ACD est isocèle donc ce côté la est égal à ce côté la et ce côté la est égal à ce côté la, conclusion les deux côtés la sont

344. é: égaux

345. P: de mêmes longueur oui, conclusion le triangle est

346. é: isocèle

347. P: isocèle.

348. Est-ce que sur cette dernière question vous avez des choses qui vous ont échappé ou est-ce que ça va?

349. é: ça va

350. P: Si vous avez des questions posez les. ça va ou pas?

Annexe 4 : Transcription de la séance de Monsieur D

Codage de la figure

c1. Tracé commenté de la figure

1. P : Bon, je vais refaire la figure au tableau, qu'on la voit, qu'on puisse en discuter ; voilà, alors c'est parti ! La figure commence par un triangle ABC isocèle en A.
2. Alors isocèle, on reporte la même longueur…[P trace la figure au tableau]
3. Voilà, ensuite on va construire la médiatrice de AC. [il note le noms des sommets].
4. Alors, la médiatrice, on la construit avec l'aide du compas.
5. On effacera les traits de construction.Alors on va faire la même chose au-dessus, en espérant que ce soit pas en-dehors du tableau [inaudible] voilà ; c'est bon. Allez, on va mettre un peu de couleur.
6. ça aussi, c'est un reproche que j'ai à faire sur vos sur vos figures, y a une absence de couleurs. Alors évidemment, j'ai vu certains qui ont repassé des traits au crayon et puis euh et puis après, ça a disparu, on y voit plus rien tout ça se recoupe.
7. Alors, cette médiatrice, elle vient rencontrer le côté euh le côté BC en un point qui s'appelle qui s'appelle D ;
8. On va effacer les traits de construction qui sont un petit peu en trop
9. et puis ensuite, on va devoir reporter les distances. Alors la distance BD, eh bah la distance BD on va la reporter sur le côté AD pour avoir le point E.
10. Donc il faut prolonger euh la distance AD, la longueur AD, le segment AD, donc je le prolonge ; on va reporter la longueur. Voilà la longueur BD, pour avoir le point E.
11. On va joindre. On aura besoin.

c2. Codage de la figure

12. Voilà la figure ! Euh, voilà la figure, qu'on peut dire encore brute ! parce qu'y a des éléments qu'j'ai pas indiqué, qui nous sont donnés lors de lors de l'énoncé c'est-à-dire dans les hypothèses. ça aussi c'est un reproche. Faites apparaître tout ce que vous pouvez sur une figure de géométrie. Alors, évidemment, la figure, elle était pas à faire, vu qu'elle était fournie avec l'énoncé, mais elle était pas complète.
13. Euh, vous avez vu, par exemple, on a parlé d'une médiatrice ; je l'ai construite la médiatrice, euh j'ai mis l'angle droit, mais il reste à indiquer le milieu, le fait que les segments ici euh de chaque côté sont donc euh sont donc de même longueur.
14. Une hypothèse aussi qui a apparu et qui va aussi un petit peu gênante à noter, donc ça va être à vous de faire un choix, c'est de noter le fait que le triangle ABC est isocèle, est isocèle en A ;
15. alors, s'il est isocèle en A, ça veut dire que AB a la même longueur que AC ;
16. alors là petit problème parce que j'ai déjà un symbole ici sur le segment AC; bon, on va mettre le rond ici et on voit bien que bon hein, comme ça on a deux égalités de longueur. Maintenant BD a même longueur que AE donc là on va aussi utilisé un autre symbole alors, qu'est-ce qu'on peut utiliser ? Beh écoutez, par exemple, une croix voilà. Voilà.
17. On a les hypothèses, les hypothèses de l'énoncé, et naturellement, ce qu'il faudra faire au fur et à mesure de l'exercice, parce qu'en principe les questions s'enchaînent, c'est pas encore évident mais en principe il faut réinvestir les questions précédentes pour avancer

18. mais il faudra toujours indiquer les résultats d'une question, sur la figure, pour essayer de trouver le raisonnement pour les questions suivantes. Jamais laisser une figure en panne! On a trouvé quelque chose, on le fait apparaître sur la figure.

1. Justification de « CAD isocèle »

1.1.Solution commentée d'un élève

19. On a donc la figure et première question : quelle est la nature du triangle CAD ? Justifier.
20. Bon justifier, ça veut dire qu'il fallait quand même donner des explications convaincantes. Alors, nature de CAD ?
21. Ecoutez, on va demander à quelqu'un une explication, une rédaction, et si c'est pas satisfaisant, eh bien, on verra...eh bien, on va demander à quelqu'un, quelqu'un qu'on voit, on va demander à Simon ! Qu'est-ce qu'on pense de CAD ? CAD ! [P indique le contour du triangle] CAD, qu'on peut faire en jaune, je vous le montre, voilà, vous le prenez dans le sens que vous voulez, qu'est-ce qu'on peut en dire ?
22. E : on sait que le segment CD est sur la droite BC/
23. P : alors, CD est sur la droite BC...d'accord.
24. E : en plus que le point D est sur la médiatrice de CA.
25. P : Oui
26. E : or tout point de la médiatrice est équidistant des extrémités du segment
27. P : Oui. Donc ?
28. E : donc, on en déduit que le triangle CAD est isocèle.
29. P : est isocèle, en ?
30. E : en D.
31. P : est isocèle en D. Bon.
32. à un moment donné, tu m'as parlé du point D ; c'est vrai que les trois points CBD par construction sont alignés ; pour l'instant, on a pas besoin du point B.
33. L'hypothèse essentielle, qu'on retire de l'énoncé, la seule hypothèse qui va servir, c'est que le point D soit sur la médiatrice. On a un point sur la médiatrice ;
34. on a démontré en module que les deux définitions de la médiatrice qu'on pouvait fournir étaient équivalentes.
35. Et donc : puisqu'elles sont équivalentes, on peut utiliser l'une ou l'autre pour en sortir une propriété,

1.2.Retour sur le module

36. la médiatrice c'est deux choses. C'est soit la perpendiculaire passant par le milieu d'un segment en son milieu [P construit une figure n°2], par le milieu d'un segment. Hein. Ou alors, la médiatrice, construite au compas comme je l'ai fait, c'est l'ensemble des points équidistants des extrémités de ce segment. On a démontré l'équivalence.
37. Eh beh, là, ça nous suffit, je sais que le point D est sur la médiatrice donc le point D est équidistant des extrémités du segment A...C donc DA=DC. Donc le triangle ADC est isocèle en D.
38. Le donc suffit ! Donc suffit et surtout on pourrait pas mettre plus parce qu'on utilisé un seul point.
39. Médiatrice, la médiatrice d'un segment, je rappelle, elle est définie de deux manières. C'est la perpendiculaire passant par le milieu de ce segment ou c'est l'ensemble de tous les points que vous pouvez trouver qui sont à la même distance des extrémités du segment.
40. Revoyez le module, et revoyez que cette médiatrice, elle partage le plan en trois régions.
41. La médiatrice, équidistance.
42. Et puis de chaque côté, si vous prenez un point à droite ou à gauche, alors à droite ou à gauche, ça n'a pas grand sens, pour nous quand même ça a un sens parce que la droite, quand même, est relativement, je dirais, verticale, mais si vous prenez un point dans l'un des deux demi-plans délimités par la médiatrice ...[P complète la figure n°2] Soit vous avez le segment, ici, alors, on va l'appeler comme sur la figure, A et C, ici vous aurez MA qui est

plus grand que MB. De l'autre côté, si vous prenez un point M ici, on va le prendre ici, par exemple, vous aurez MA qui sera plus petit que MC. Et si vous prenez n'importe quel point sur cette médiatrice, on a MA = MC.

43. Donc voilà. Médiatrice ; on s'en est servi avec l'équidistance. Donc on rédige, je donne les grandes idées. La grande idée. Ici y en a qu'une : D appartient à la médiatrice ; donc D est équidistant des extrémités ; donc DA=DC. Donc le ACD est isocèle en D.

44. Naturellement, il est hors de question de prouver qu'il est équilatéral ou [inaudible] . Isocèle, c'est bon. On est d'accord sur cette question ?

45. Est-ce qu'il y a une demande de renseignements supplémentaires ? Est-ce que y a des précisions à apporter ?

46. Non ? Alors, deuxième question.

47. Donc ici, je vous ai renvoyé au module [tape sur le tableau avec la craie]. Ça aussi, c'est intéressant pour vous, retour sur le module.

48. On jette un œil ; si ça passe pas, on demande.

2.Traitement de l'isométrie

2.1.Codage de la figure

49. Alors, deuxième question, montrez que les triangles ABD et CAE sont isométriques.

50. D'ailleurs, vous voyez ici deux manières de noter un triangle. J'ai peut-être une mauvaise habitude. On en reparlera. Euh, ça fait longtemps que je note des triangles avec des parenthèses ; [P écrit au tableau]

51. d'ailleurs, vous voyez que dans l'énoncé il est noté sans parenthèse ; de toute façon, l'énoncé est suffisamment précis pour qu'il n'y ait pas de doute. On parle bien des triangles.

52. Alors, là, on va mettre un petit peu de couleur sur la figure, couleurs qui m'ont pas servi. Alors, ADB...ABD voilà en vert. Et puis une couleur qui se voit bien, on va mettre du rouge. Alors, CAE voilà. [P repasse les segments]

53. Alors certains vont me dire : mais c'est facile au tableau parce que on peut ré effacer etc. Bah, il est jamais interdit dans un exercice de refaire plusieurs figures. Pourquoi pas, hein ?

54. Alors. Là aussi, j'ai commis un petit oubli, je vous ai dit au début de l'exercice : attention, il faut faire ci, il faut faire ça... y a une chose que j'ai pas fait. Maintenant, on va le faire.

55. Qu'est-ce que je n'ai pas fait ? J'avais dit, hein, j'avais dit surtout il faut le faire. Qu'est-ce que j'aurai dû faire ?

56. E : Marquer que CD est égal à DA

57. P. : Eh oui ! Marquer le résultat de la première question sur la figure, c'est-à-dire que le triangle CAD est isocèle en D. Donc on a une égalité de deux longueurs.

58. Alors, on va trouver un symbole qui n'a pas encore servi ; le rond, il avait déjà servi, eh bah, écoutez, on va mettre une croix, hein, une croix en vert ;

59. cette longueur ci égale à celle-là. Voilà. Bon alors, on a à démontrer que deux triangles sont isométriques.

2.2.Rappel des critères d'isométrie

60. On a vu dans le cours qu'il y avait deux manières, deux grandes méthodes pour prouver l'isométrie de deux triangles.

61. Soit on trouve, et on le retrouve dans l'adjectif, soit on trouve une i-so-mé-trie qui envoie le premier sur le second ou alors, on applique l'un des trois cas d'isométrie. Alors une isométrie, ça peut être celles qu'on a vues, donc, une translation, une symétrie axiale, une symétrie centrale, ou encore ? ou encore, une rotation.

62. Alors, certains ont été m'inventer des isométries, transformations qui sont effectivement des isométries mais ils se sont trompés sur les images. On m'a parlé d'un point oméga situé ici, qui échangerait A en B, D en ce que vous voulez. Non, ça ne marche pas du tout, ça c'est totalement faux.

63. Donc, j'ai barré. Vous vous en convaincrez.
64. Bon, alors, y a certaines transformations qu'on peut éliminer. Par exemple, la translation c'est hors de question parce que vous savez que la translation conserve le parallélisme. Une droite - enfin conserve le parallélisme - une droite est transformée en une droite parallèle, or ici n'y a pas de côtés parallèles dans les triangles, donc ça ne marche pas.
65. Par contre, on vient de faire une première question, y a des égalités de longueurs, et on pourrait peut-être penser aux cas d'isométrie.
66. Alors, on va rappeler un petit peu, les trois cas d'isométrie, de deux triangles.
67. Allez, Laura, on en donne un.
68. E. : deux triangles sont isométriques, s'ils ont deux côtés isométriques encadrant un angle égal
69. P. : s'ils ont deux côtés isométriques, donc respectivement isométriques, encadrant un angle égal, ça c'est, je dirais, le deuxième cas d'isométrie.
70. Bien, parfait.
71. Un autre cas d'isométrie ? Aurore.
72. E. : deux triangles sont isométriques, si deux angles égaux encadrent un côté isométrique.
73. P. : si deux angles égaux encadrent un côté, un côté égal dans chacun des triangle. D'accord.
74. Et puis enfin, le troisième cas d'isométrie, qui est en fait le premier. On va demander à Marine.
75. E. : euh, je sais pas.
76. P. : le premier cas, le premier cas d'isométrique. C'est la définition. On a fait une interro là-dessus y a une semaine, c'est ce que je ne vous ai pas demandé, hein, naturellement.
77. E. :si deux côtés sont…
78. P. : nan, bon. euh, on continue avec Charles.
79. E. : deux triangles sont isométriques, si leurs côtés sont deux à deux isométriques.
80. P. : bon, voilà, si leurs côtés sont deux à deux isométriques, c'est-à-dire, le plus grand du premier, c'est le plus grand du second, et ainsi de suite. Trois côtés isométriques. Trois côtés respectivement isométriques.
81. J'ai toujours peur qu'en disant trois côtés isométriques, vous croyiez qu'on ait affaire à un triangle équilatéral. Trois côtés respectivement isométriques. Bon.

2.3.Nouvelle lecture de la figure

82. Alors faisons le point sur nos triangles. Nos deux triangles. Bah, il me semble, il me semble que la longueur BD, on la retrouve ici.
83. La longueur CA, où est-ce qu'on la retrouve la longueur CA ?
84. E. : en AD
85. P. : en AD. Donc voilà les deux longueurs respectivement égales.
86. Bah, il reste plus qu'à montrer que l'angle encadré par ces deux côtés isométriques a même mesure.
87. Donc, il vous reste à prouver que cet angle-ci [P code l'angle] voilà a la même mesure que celui-là.
88. Si vous arrivez à démontrer cette égalité d'angle, vous appliquerez le deuxième cas d'isométrie dans le cours et vous en déduirez donc que les deux triangles sont sont isométriques. Donc.

2.4.Repérage des angles utiles

89. Indication. Il y a déjà deux côtés isométriques, il reste une égalité d'angle à prouver.[P note cette phrase au tableau]
90. Ah ! Alors là, là on se dit : tiens, tiens y faut parler des angles.
91. Ah, oui. Alors que sur la figure, j'ai pas indiqué d'égalité d'angles. J'ai pas indiqué d'égalité d'angles qu'on avait dans l'hypothèse.
92. Au départ de notre exercice, y avait ABC qu'était isocèle. Donc, cet angle-ci on le retrouve là.
93. Mais, j'ai aussi démontré qu'il y avait un autre triangle qui est isocèle. C'est le

résultat de la première question, vous savez ?

94. Je vous l'ai dit, on réinvestit tout, bah, on finit par avoir une figure chargée. C'est pour ça que je vous dit : par moment, faut en prévoir plusieurs.

95. Eh bah, cet angle, le triangle CAD est isocèle en D donc les deux angles, qu'on appelle les angles de base ont même mesure. Donc, cet angle-là a même mesure que celui-ci.

96. Voilà. Je vais pas en dire plus. Evidemment, ici j'ai mis le point d'interrogation parce qu'on a pas encore prouvé l'égalité…

97. il me semble qu'on est tous capable, tout le monde va être capable maintenant de conclure, sur l'égalité des angles en question. Pas bien compliqué. Je vous donne pas l'argument.

98. Vous y réfléchirez et donc, on a bien, on est bien dans le cadre du deuxième cas d'isométrie, donc les deux triangles sont isométriques.

2.5.Conséquences

99. Alors puisqu'ils sont isométriques, on va en tirer des conséquences.

100. Ils sont isométriques, ils ont exactement les mêmes angles, et donc en particulier et aussi, en parlant des côtés, le troisième côté qu'on avait pas encore évoqué, eh bien, le troisième côté de chacun des deux triangles, a même mesure. Quels sont les côtés qui restaient en suspens ? Eh bien, le côté qu'on a pas utilisé, c'est AD. AD va avoir même mesure que CE. Donc je vais pouvoir mettre le même symbole ici. Voilà pour les conséquences.

101. Quels sont les côtés qui restaient en suspens ? Eh bien, le côté qu'on a pas utilisé, c'est AD. AD va avoir même mesure que CE. Donc je vais pouvoir mettre le même symbole ici. Voilà pour les conséquences.

3.Justification de « CED isocèle »

102. Troisième question. Troisième et dernière question. Moi, j'en ai rajouté une. Quelle est la nature du triangle CDE. Bon, CDE. Alors la figure, elle commence à être sacrément chargée.[P écrit]

103. On va bien le regarder C-D-E. Bon.[P suit le contour du triangle dans l'ordre indiqué]

104. Alors vous pouvez toujours expérimenter. Expérimenter, ça veut dire mesurer.

105. Nature d'un triangle, euh, il peut y avoir une particularité avec les côtés, isocèle, voire équilatéral, ou une particularité avec les angles, qu'on retrouve aussi avec triangle équilatéral, ou bien y a un angle droit. Hormis ça, bah, y a pas d'autres particularité pour un triangle.

106. Alors effectivement, si on expérimente, bon, avec son compas parce qu'on a pas besoin de la mesure exacte, bah, on trouve que : tiens, c'est pas loin, CD et CE ; et DE y a pas photo donc c'est certain, le triangle il doit pas être équilatéral.

107. Maintenant, est-ce qu'il est rectangle. Alors, je crois qu'on est en panne de rapporteur, de rapporteur, aussi d'équerre. Ecoutez, je vais disposer la règle, vous voyez, en respectant, la graduation, c'est un peu comme ça qu'on trace les angles droits.

108. Et. Et, donc, est-ce que je l'ai fait exprès ou pas ?

109. il semblerait qu'il soit rectangle. Oui, hein, il semblerait. Il semblerait.

110. Alors, on va tirer tout ça au clair. Est-il vraiment isocèle ? Est-il rectangle ? Donc est-il rectangle isocèle, évidemment, la moitié d'un carré.

111. Alors, vous prouvez qu'il est isocèle, bah, écoutez, euh, je crois qu'il y a rien à faire.

112. Quand je regarde les indications de la figure que j'ai obtenues avec les questions précédentes, j'en déduis qu'il est isocèle.

113. Le symbole ici, on l'a aussi là, il est isocèle. C'est sûr, c'est sûr qu'il est pas

équilatéral. Parce que celle longueur-là, on la retrouve ici et en plus on lui rajoute un E. Donc c'est sûr qu'il est pas équilatéral

114. Donc, il est isocèle.

115. Alors, à vous de rédiger, hein,

116. c'est une conséquence de la question précédente.

DISCOURS LIBRE : angle droit

AD.1. La figure

117. Dernière question et en fait, c'est la question 3bis ou 4 ou 3 prime, c'est comme vous voulez, est-il rectangle ?

118. Donc, isocèle, oui. La justification, vous saurez trouver, il me semble que j'ai donné assez de renseignements, en réinvestissant les résultats.

119. Rectangle, on va se poser la question et j'ai réussi à trouver la réponse, j'espère que ça vous surprend pas de trop.

120. Alors, quelqu'un a réussi à montrer qu'il était rectangle! Voilà ce que je vous propose comme petit exercice.

121. On va supposer, on va supposer quelque chose, donc sur la figure de départ

122. et vous avez vu comment j'ai construit ma figure au départ. C'est d'ailleurs comme ça que commence l'énoncé.

123. Finalement, toute la figure tient au choix du triangle de départ ABC. Parce que la figure commence par le dessin de ABC, ensuite, le dessin de la médiatrice, on obtient un point D et on reporte cette distance ici. La figure était donnée, la figure tient en cinq points ABCDE.

124. Voilà. C'est fini.

125. Alors, qu'est-ce qui détermine mon triangle isocèle de départ ?

126. Bah, hormis sa dimension qui fait qu'on a une figure plus ou moins grande, c'est-à-dire que la mienne est beaucoup plus grande que la vôtre

AD.2. Retour sur les triangles semblables

127. et ça c'est le chapitre qu'on est en train de faire, plutôt le paragraphe, parce que le chapitre, c'est les configurations du plan.

128. Quel est le paragraphe qu'on est en train de faire? Emeline. Paragraphe, hein, pas la leçon, je crois que c'est le grand quatre,

129. je crois pas me tromper.

130. C'est quoi ?

131. E. : les triangles semblables.

132. P. : les triangles semblables, qu'on confond pas avec triangles isométriques.

133. Triangles isométriques, c'est triangles qui ont exactement les mêmes dimensions, vue la définition.

134. Triangles semblables, ce sont des triangles qui ont même ? Qui ont même ? Laura ?

135. E. : proportions…

136. P. : qui ont les mêmes proportions. Oui. oui, oui, on retrouve l'idée de proportionnalité, c'est pas mal.

137. Euh, Clément. Triangles semblables, triangles qui ont mêmes ? mêmes ?

138. E. : même aire

139. P. : même aire ? vous vous rendez compte de ce que vous dites ? Même aire ?! Dans quelle configuration, est-ce qu'on trouve des triangles semblables ?

140. ça a été un petit peu notre prétexte.

141. E. : Thalès

142. P. : dans la configuration de Thalès. Allez pas me dire que les deux triangles, hein, le petit et le grand, ils ont la même aire. Non, non, non.

143. Euh, Camille ?

144. E. : ils ont les mêmes angles

145. P. : ils ont mêmes angles.

146. Autrement dit, ils ont même forme. Voilà l'idée qu'on a.

147. Alors, nos deux triangles, les vôtres et le mien n'ont pas les mêmes dimensions, ils ont des côtés proportionnels, ils ont la même forme, ils sont semblables.

AD.3. Le triangle n'est pas rectangle

148. C'est ce qui définit un petit peu tous les angles de la figure. Donc, le triangle ABC de départ, il est défini du point de vue de sa forme, bah, par l'angle de base.

149. Je vais l'appeler alpha. Je vais noter ACB égal alpha. La mesure de l'angle, c'est alpha.[P note au tableau]

150. Eh bien, je vous demande de prouver et je vais vous donner la réponse que l'angle ECD a comme mesure 4alpha moins 180. [P écrit] Naturellement, cette mesure est en degré.

151. Ici aussi, hein. Voilà. Voilà.

152. Naturellement, tout le monde aura compris que selon la valeur de alpha qu'on prend, on trouve pas un résultat qui vaut, naturellement, 90 degré.

153. On va terminer là-dessus,

154. on va voir un petit peu la valeur de alpha qui ferait qu'on aurait 90 degré.

155. Bah c'est une équation à résoudre.

156. 4alpha moins 180 égal 90. ça nous faut 4alpha égal 190, 180 pardon plus 90 ; 270 ; ce qui nous alpha égal 270 sur 4. [P a écrit les calculs en les disant et pose la craie] Alors on divise par deux 270, ça nous fait 135, on redivise par 2, ça nous fait 67 degrés et demi.[P note le résultat]

157. Et, j'ai noté ça sur ma petite feuille. Parce qu'après tout, on peut se demander si on a pas voulu vous piéger. Il se trouve que l'angle alpha que vous aviez sur l'énoncé, eh bah, c'est un angle qui mesure...je l'ai mesuré encore hier, environ 66 degré.

158. Donc effectivement, avec le coefficient 4, on avait une erreur de 4 degré, mais 4 degrés, bah, on a toujours l'impression qu'il est rectangle.

159. Et en fait, euh, il est pas rectangle. Donc est-il rectangle ? La réponse est non. Voilà.

160. Y a-t-il des questions ?

161. Alors, j'ai apprécié dans vos copies, la rédaction, y en a qu'ont cherché à faire des phrases

162. mais j'ai regretté par moment, le fait que vous affirmiez des choses sans les démontrer. Dans une matière scientifique, on démontre. Sinon, on dit je ne sais pas. Mais on affirme pas.

163. Pas de questions ?

164. Et surtout, ce qu'il faut vous dire, c'est que, euh, si on vous pose la question, c'est que vous avez les outils pour répondre. C'est faisable. On ne vous demande pas l'impossible. Et donc, vous ne cherchez pas dans vos cours le bon outil, y en a peut-être plusieurs de temps en temps, pour répondre à la question.

165. C'est quand même pas compliqué, quand on parle d'isométrie, c'était la question deux, quelles sont les manières de démontrer que deux triangles sont isométriques ?

166. Et je vous ai montré dans la question deux que utiliser une isométrie, non visiblement, ça marchait pas.

167. Je vais prendre les cas d'isométrie.

168. On va faire ça tout le monde ? Pas de questions ? Voilà.

Annexe 5 : Découpages des discours

Séance de Monsieur C

Discours Libre : Commentaires sur les productions	**2 min 36 s**
Codage et figure	**2 min 20 s**
1. CAD isocèle	**3 min 30 s**
1.1. Retour sur les erreurs de élèves	50 s
1.2. Listage des propriétés potentiellement utilisables	43 s
1.3. Retour sur la notion de médiatrice	44 s
1.4. Justification de l'égalité des longueurs	32 s
1.5. Conclusion liée à la question	41 s
2. Isométrie	**7 min 57 s**
2.1. Rappel sur la définition des triangles isométriques	32 s
2.2. Première égalité de longueurs	43 s
2.3. Listage des connaissances, des critères, choix d'une piste	3 min 06 s
2.4. Annonce de la preuve	1 min 38 s
2.5. Fin de la preuve	38 s
2.6. Restitution dialoguée menée par le professeur	1 min 20 s
3. CED isocèle	**2 min 16 s**
3.1 Egalité des angles	58 s
3.2. Egalité des longueurs	1 min 18 s

Séance de Monsieur D

Codage et figure	**4 min 14 s**
c1. Tracé commenté de la figure	2 min 34 s
c2. Codage de la figure	1 min 40 s
1. CAD isocèle	**4 min 03 s**
1.1. Solution commentée d'un élève	1 min 21 s
1.2. Retour sur le module	2 min 42 s
2. Isométrie	**7 min 43 s**
2.1. Codage de la figure	1 min 58 s
2.2. Rappel des critères d'isométrie	2 min 20 s
2.3. Nouvelle lecture de la figure	50 s
2.4. Repérage des angles utiles	1 min 48 s
2.5. Conséquences	47 s
3. CED isocèle	**2 min 15 s**
Discours Libre : Problème de l'angle droit	**6 min 19 s**
AD.1. La figure	1 min 29 s
AD.2. Retour sur les triangles semblables	1 min 16 s
AD.3. Le triangle n'est pas rectangle	3 min 34 s

Annexe 6 : Grille d'analyse du discours global

P	Remarques personnelles, conseils	Le professeur fait référence à sa démarche personnelle, donne des conseils ou gère la classe.
E	Traitement des erreurs	Le professeur reprend, rectifie ou corrige, des remarques entendues à la séance orale ou lues dans les copies
Mém	Recours à la mémoire	Le professeur demande aux élèves de mobiliser des connaissances. Il fait appel à leur mémoire immédiate ou à des connaissances plus anciennes.
R	Raisonnement	Le professeur conseille une démarche à suivre ou une piste. Le professeur indique comment traiter un argument.
Q	Questions	Le professeur pose des questions : questions collectives, questions directes à un élève, questions ouvertes et phrases « à trous ».
Rép	Répétitions	Le professeur répète les mêmes expressions ou le professeur répète une proposition d'élève.

Annexe 7 : Grille d'analyse du discours argumentatif

Type de discours argumentatif	**LD**	Exposé logico-déductif	Apparente organisation des arguments
	H	Exposé heuristique	Indications d'aide à la recherche ou d'utilisation des arguments ou explications
	JA	Justifications attendues	Le professeur réclame une justification pour parfaire une argumentation ou la démonstration ou le professeur semble manifester une attente dans l'élaboration de la preuve.
	Rd	Référence à la rédaction	Le professeur fait référence à la rédaction finale. Le discours du professeur s'apparente à une rédaction finale
	ET	Enoncé-tiers	Le professeur énonce ou fait énoncer une propriété.
Forme du discours argumentatif	**i**	Exposé par instanciation	Le professeur utilise les notations, les noms des objets de la figure.
	d	Exposé par désignation	Le professeur désigne les objets de la figure ou de l'énoncé sans les nommer
	Dé	Décontextualisation	Le professeur ne parle pas exclusivement de l'exercice.

Annexe 8 : Echantillon du discours de Monsieur D - « global »

	Heure	P	E	Mém	R	Q	Rép
2.3. Nouvelle lecture de la figure	13:22	00:00	00:00	00:00	00:35	00:05	00:10
Alors faisons le point sur nos triangles. Nos deux triangles. Bah, il me semble, il me semble que la longueur BD, on la retrouve ici.	13:32				00:10		
La longueur CA, où est-ce qu'on la retrouve la longueur CA ?	13:37					00:05	
E. : en AD	13:38						
P. : en AD. Donc voilà les deux longueurs respectivement égales.	13:42				00:04		
Bah, il reste plus qu'à montrer que l'angle encadré par ces deux côtés isométriques a même mesure.	13:52				00:10		
Donc, il vous reste à prouver que cet angle-ci *[P code l'angle]* voilà a la même mesure que celui-là.	14:02						00:10
Si vous arrivez à démontrer cette égalité d'angle, vous appliquerez le deuxième cas d'isométrie dans le cours et vous en déduirez donc que les deux triangles sont sont isométriques. Donc.	14:13				00:11		
2.4. Repérage des angles utiles	14:13	00:25	00:00	00:06	01:17	00:00	00:00
Indication. Il y a déjà deux côtés isométriques, il reste une égalité d'angle à prouver.*[P note cette phrase au tableau]*	14:37				00:24		
Ah ! Alors là, là on se dit : tiens, tiens y faut parler des angles.	14:45	00:08					
Ah, oui. Alors que sur la figure, j'ai pas indiqué d'égalité d'angles. J'ai pas indiqué d'égalité d'angles qu'on avait dans l'hypothèse.	14:55				00:10		
Au départ de notre exercice, y avait ABC qu'était isocèle. Donc, cet angle-ci on le retrouve là.	15:05				00:10		
Mais, j'ai aussi démontré qu'il y avait un autre triangle qui est isocèle. C'est le résultat de la première question, vous savez ?	15:11			00:06			
Je vous l'ai dit, on réinvestit tout, bah, on finit par avoir une figure chargée. C'est pour ça que je vous dit : par moment, faut en prévoir plusieurs.	15:17	00:06					

Annexe 9 : Echantillon du discours de Monsieur C - « argumentatif »

	heure	LD	H	JA	D	i	d	ET	Rd
BD égale EA .	00:25:55					00:00:02			
Ensuite ensuite, Laura ?	00:25:59		00:00:04						
E : AC égale AB	00:26:01								
P : AC égale AB. C'est depuis le début ça ou pas ?	00:26:08		00:00:07			00:00:07			
E : Bah oui	00:26:09								
P : Ce qu'il vient de dire Mickael la BD égale AE	00:26:12								
ça c'est dans le texte donc c'est dans le texte on a l'égalité BD égale AE	00:26:18			00:00:06		00:00:06			
E : AC égale BA	00:26:20								
P : AC égale BA. ça c'est du à quoi ça?	00:26:24			00:00:04					
2.3. Listing des connaissances, des critères, choix d'une piste	**26:24**	**00:00**	**01:41**	**00:34**	**00:51**	**00:24**	**00:29**	**00:29**	**00:00**
Au fait que on vous dit dans le texte que ABC est	00:26:28			00:00:04		00:00:04			
E : isocèle	00:26:29								
P : isocèle bon. Alors à ce moment la j'ai deux côtés égaux.	00:26:34							00:00:05	
Est-ce que avec deux côtés égaux nos triangles sont isométriques ?	00:26:37			00:00:03				00:00:03	
E : non	00:26:38								
P : Les triangles Mais les deux triangles sont pas isométriques parce que j'ai deux côtés égaux il y en a qui me l'ont dit quand même.	00:26:42		00:00:04						
Donc il me manque quoi soit les derniers côtés c'est-à-dire AD égale CE	00:26:52		00:00:10						
soit quoi ?	00:26:54								
E : un angle	00:26:55							00:00:01	
P : un angle est-ce que on va prendre n'importe quel angle Arnaud ?	00:26:58							00:00:03	
é : ce qui est entre	00:27:00								

BA et BD									
P : entre les deux côtés égaux parce que je rappelle que un des critères	00:27:05				00:00:05			00:00:05	
Thierry un des critères pour démontrer que deux triangles sont isométriques c'est quoi	00:27:08				00:00:03				
é : les mêmes longueurs	00:27:11								
P : c'est pas un critère c'est la définition. une méthode *...[incompréhensible]*	00:27:15		00:00:04		00:00:04				
Attendez...je demande à Thierry, je vous remercie	00:27:18								
é : deux angles sur une même longueur	00:27:20								
00:00	**00:00**	**00:00**	**00:33**	**00:00**	**00:27**	**00:06**	**00:00**	**00:12**	**00:00**

Annexe 10 : Index des codages

Ce tableau contient toutes les valeurs que nous avons attribuées aux copies (les valeurs ajoutées a posteriori incluses). Ainsi les valeurs ne sont pas tout à fait identiques à celles du tableau dans la partie cadre théorique. Pour une description détaillée, se reporter à cette partie.

STYLE
Type d'argumentation
H : heuristique
LD : logico-déductif
LD H : essentiellement logico-déductif avec des éléments heuristiques
H LD : essentiellement heuristique avec des éléments logico-déductif
Langage
LN : langue naturelle
S : symboles
M : mixte
Rapport personnel
P : personnel
IP-on : impersonnel avec le sujet impersonnel « on »
IP : impersonnel
Vocabulaire
A : académique
NA : peu ou non-académique

FIGURE
Instanciation
Ch : cohérente
NCh : non-cohérente
Pertinence
ON : objets nécessaires
OS : objets superflus
OM : objets manquants
Codage
C : codée
NC : non-codée

STATUTS
Type de marqueur
E : connecteurs, expressions
D : disposition du texte
S : symboles
Variété
M : mêmes marqueurs
Dv : divers marqueurs
Cohérence
C : cohérente
NCh : non-cohérente
Changement de statut
EX : marqué explicitement
IM : implicite

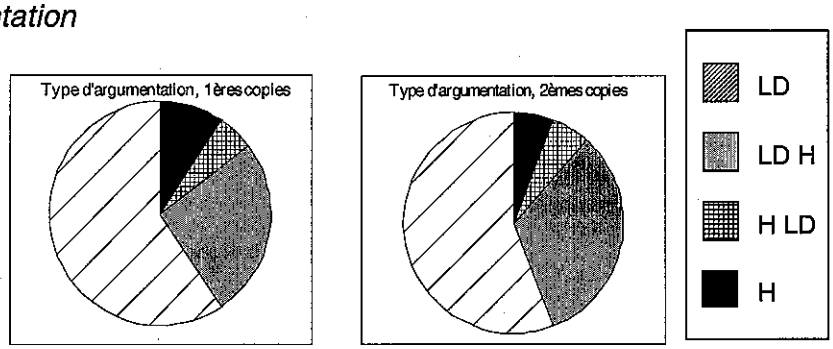
LES PAS DE DEMONSTRATION
Proposition d'entrée
P : pertinente
NP : non pertinente
ND : non-démontrée
S : superflue
Énoncé-tiers
EXP : plusieurs énoncé-tiers sont explicitement cités, la propriété des triangles isométriques incluse
EX : seule la propriété des triangles isométriques est explicite
EX- : un ou plusieurs énoncé-tiers sont explicites mais la propriété des triangles isométriques ne l'est pas
IM : tous sont implicites
Conclusion des pas
Cm : compatible avec la conclusion à prouver
NP : non pertinente
F : fausse

ENCHAINEMENT DES PAS
Conclusions intermédiaires
U : utilisée ultérieurement
S : superflue
U- : toutes les conclusions non imposées par l'énoncé sont réutilisées
Hypothèses de l'énoncé
U : utilisées
U- : seule l'hypothèse sur l'alignement des points n'est pas utilisée
∃: il y en a qui ne sont pas utilisées

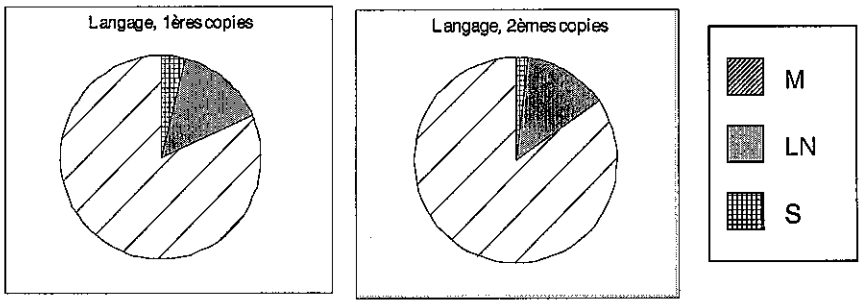
Annexe 11 : Tous les diagrammes à propos des copies

Style

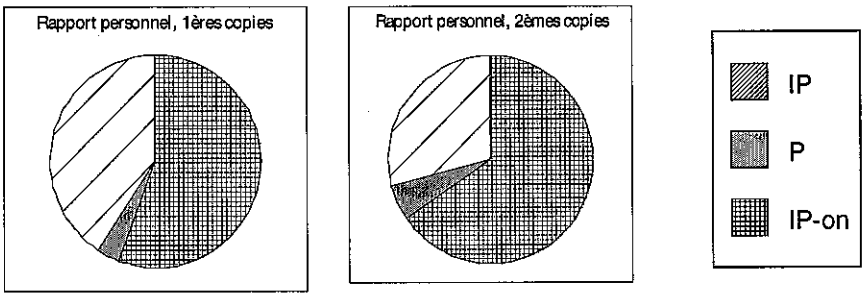
Type d'argumentation



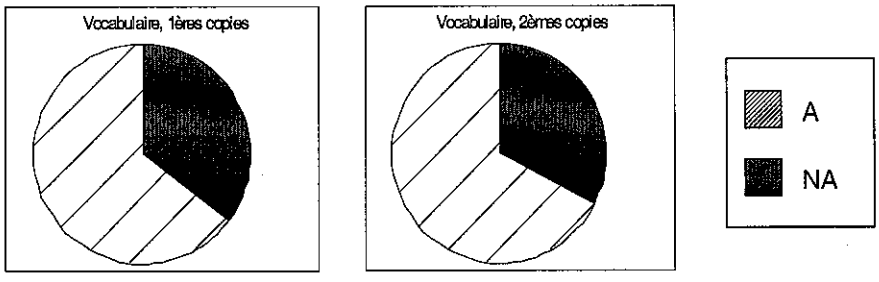
Langage



Rapport personnel

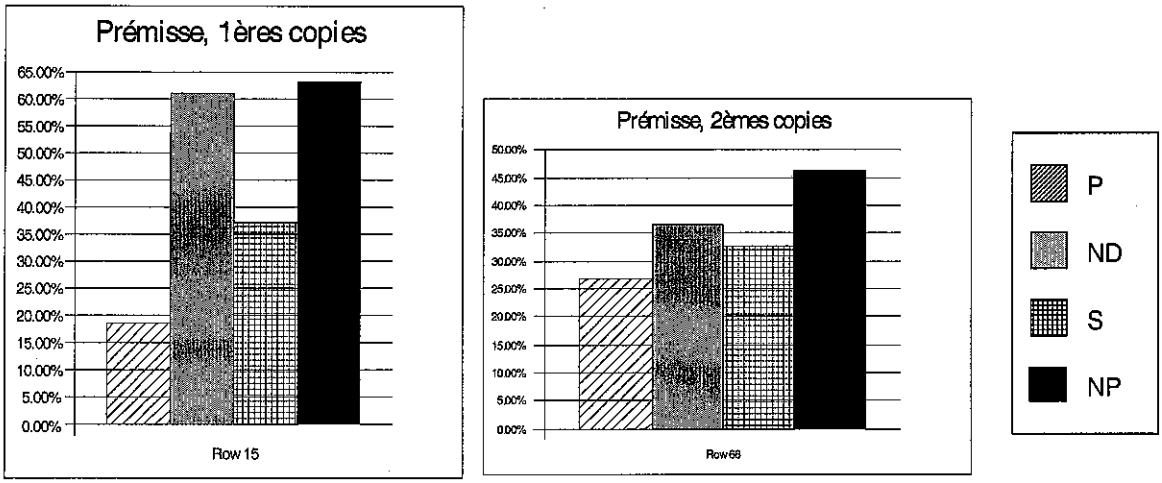


Vocabulaire

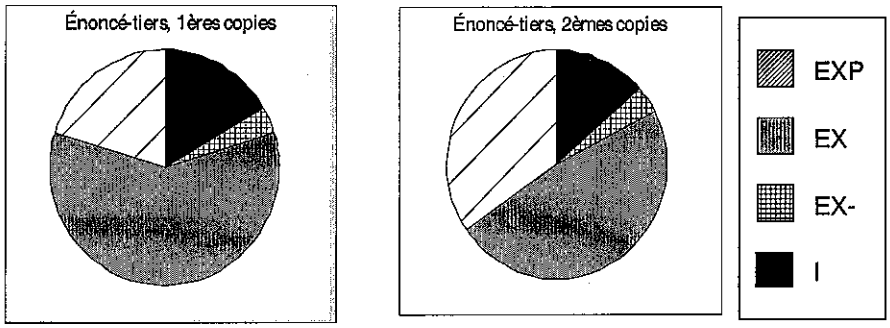


Pas de démonstration

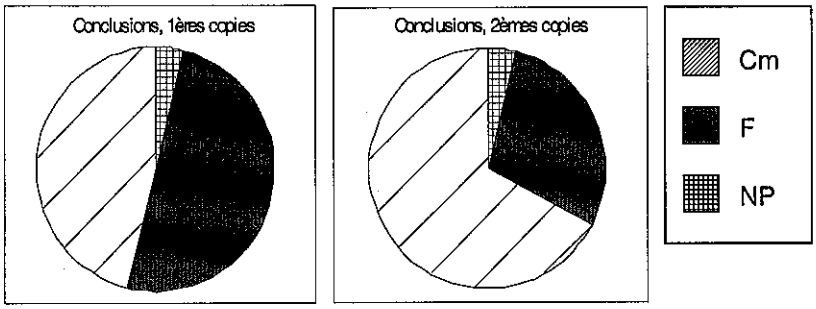
Prémisses



Énoncé-tiers

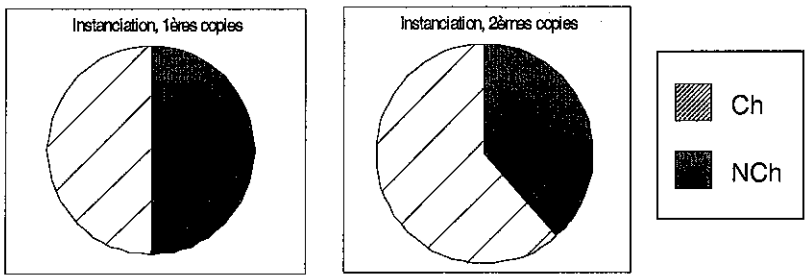


Conclusion des pas

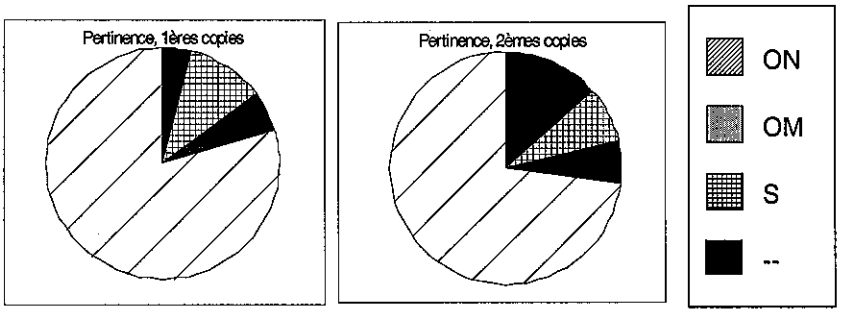


Figure

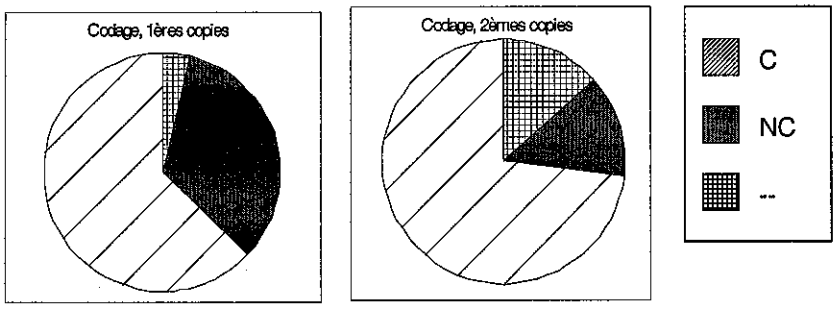
Instanciation



Pertinence



Codage

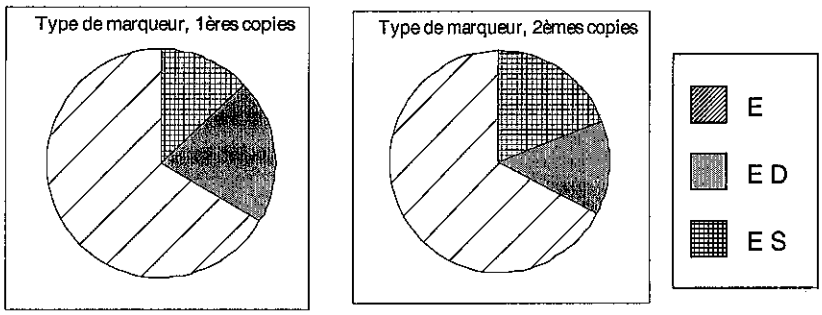


Deux élèves de la classe de M. C. n'ont pas rendu leur première copie sur la fiche que nous avions donnée, et n'ont pas refait la figure.

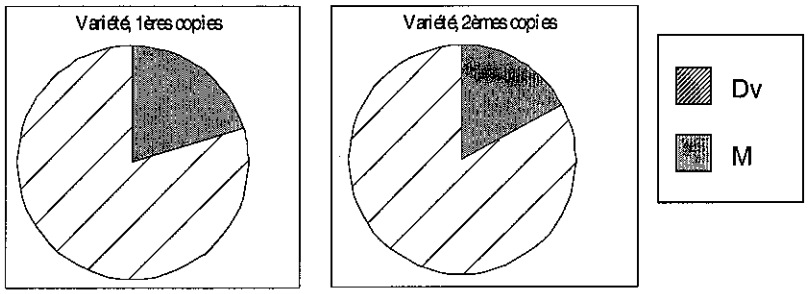
Pour les deuxièmes copies nous n'avons pas fourni des fiches pour la classe de M. C. La plupart des élèves ont collé la figure de leur première copie ou ont refait une figure, cependant il y avait sept élèves qui ne l'ont pas fait. Pour les composantes « pertinence » et « codage », nous avons indiqué le manque d'une figure par « -- ».

Statut

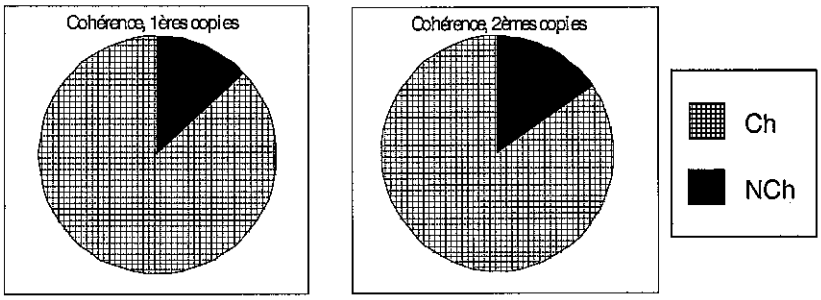
Type de marqueurs



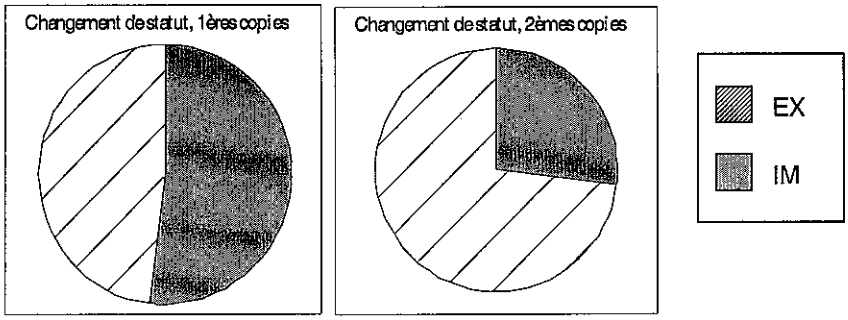
Variété



Cohérence

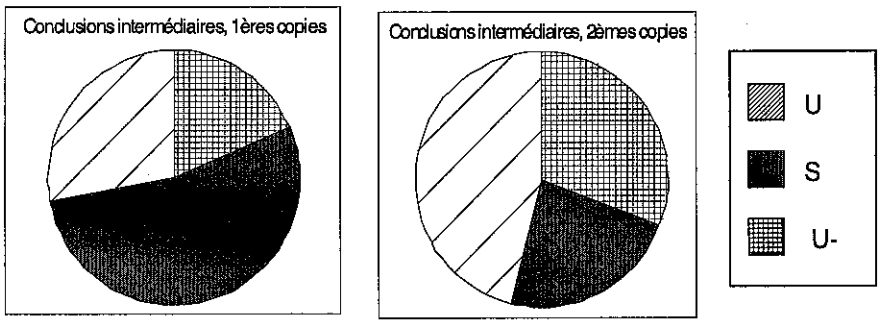


Changement de statut

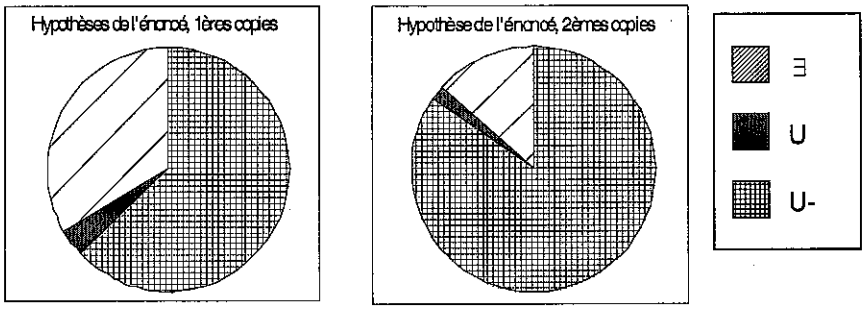


Enchaînement de pas

Conclusions intermédiaires



Hypothèses de l'énoncé



Annexe 12 : Les 10 copies sélectionnées et analysées

NOM Prénom ...Chaumont Frédéric... Classe : ...

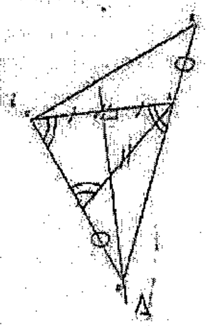
Enoncé

Soit ABC un triangle isocèle en A. La médiatrice du côté [AC] est sécante à (BC) en D. On suppose que D est à l'extérieur du segment [BC]. On a placé le point E sur (AD) tel que E n'appartient pas au segment [AD] et vérifie AE = BD.

1) Quelle est la nature du triangle CAD? Justifier.

2) Montrer que les triangles ABD et CAE sont isométriques.

3) Quelle est la nature du triangle CDE? Justifier.



1) Le triangle CAD est un triangle isocèle. En effet, le point D est sur la médiatrice de [AC]. Or un point situé sur la médiatrice en A du segment [AC] est équidistant de C et de A donc CD = AD donc CAD est isocèle en D.

Une prémisse implicite (AC-BD)

2) Il y a déjà 2 côtés isométriques puisque BAC est isocèle en A donc BA et CA sont isométriques. Il reste une égalité d'angle à prouver. $\widehat{CBA} = \widehat{DCA} = \widehat{CAD}$

CAB isocèle en A — DCA isocèle en D

Marqueur de statut : S non-cohérent

Or si 2 triangles ont 2 côtés isométriques encadrant un angle égal alors ils sont isométriques.

Prémisse : $\widehat{EAC} = \widehat{ABD}$ non démontrée

Énoncé-tiers explicite

Donc ABD et CAE sont isométriques.

Une prémisse non-démontrée

3) On sait que CE et CD sont isométriques car CAE et ABD sont isométriques donc CDE est isocèle en C. Sur la figure, on pourrait croire qu'il est rectangle mais il n'en est rien. On pose $\widehat{ACB} = \alpha$. Montrer que $\widehat{ECD} = 4\alpha - 120$

$= 4\alpha - 120 = 90$

$4\alpha = 120 + 90 = 210$

$\alpha = \frac{210}{4}$

$\alpha = 67,5$

Un pas manque : AD = CE, AD = CD ⇒ CE = CD

Donc $90 \neq 67,5$ donc CDE n'est pas rectangle en C

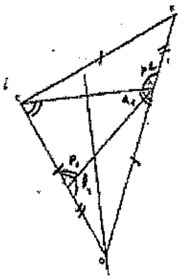
Fausse conclusion OK

Frédéric									
Style		Pas de démonstration		Figure		Statuts		Enchaînement des pas	
Type d'argumentation	LD H	Prémisse	PND	Instanciation	Ch	Type	ES	Conclusions	[illegible]
Langage	M	Enoncé-tiers	EX	Pertinence	ON	Variété	Dv	Hypothèses	U
Rapport personnel	IP-on	Conclusion	1 F	Codage	C	Cohérence	NCh		
Vocabulaire	A					Changement	EX		

NOM Prénom ..ENEVBT X... Guillaume.. Classe : ...2.10........

Énoncé

Soit ABC un triangle isocèle en A. La médiatrice du côté [AC] est sécante à (BC) en D. On suppose que D est à l'extérieur du segment [BC]. On a placé le point E sur (AD) tel que E n'appartient pas au segment [AD] et vérifie AE = BD.



1) Quelle est la nature du triangle CAD? Justifier.

2) Montrer que les triangles ABD et CAE sont isométriques.

3) Quelle est la nature du triangle CDE? Justifier.

1) Le triangle CAD est un triangle isocèle car D appartient à la médiatrice, le point D est équidistant des points C et A donc (CD = AD)

2) (CA = BA) et BD = EA — *Prémisse non-démontrée obtenue par équivalence sémantique*

(ABD) (CAE) isométriques, il y a déjà 2 cotés isométriques, il reste une égalité d'angle à prouver.

Comme CAB est isocèle et CAD, l'angle (B₁ = A₁) et l'angle (A) et (D) sont égaux car sur une droite — *notations non-conventionnel et non-cohérente*

donc (B₂ = A₂) CAE = ABD

Deux triangles qui ont deux cotés isométriques encadrant un angle égal sont isométrique

(Donc ABD et CAE sont isométrique) — *Conclusions réutilisées en 3) mais leur changement de statut est IM*

3) Le triangle CDE est un triangle isocèle car il y a 2 cotés égaux (CD = CE) — *Prémisse non-démontrée lue par le codage*

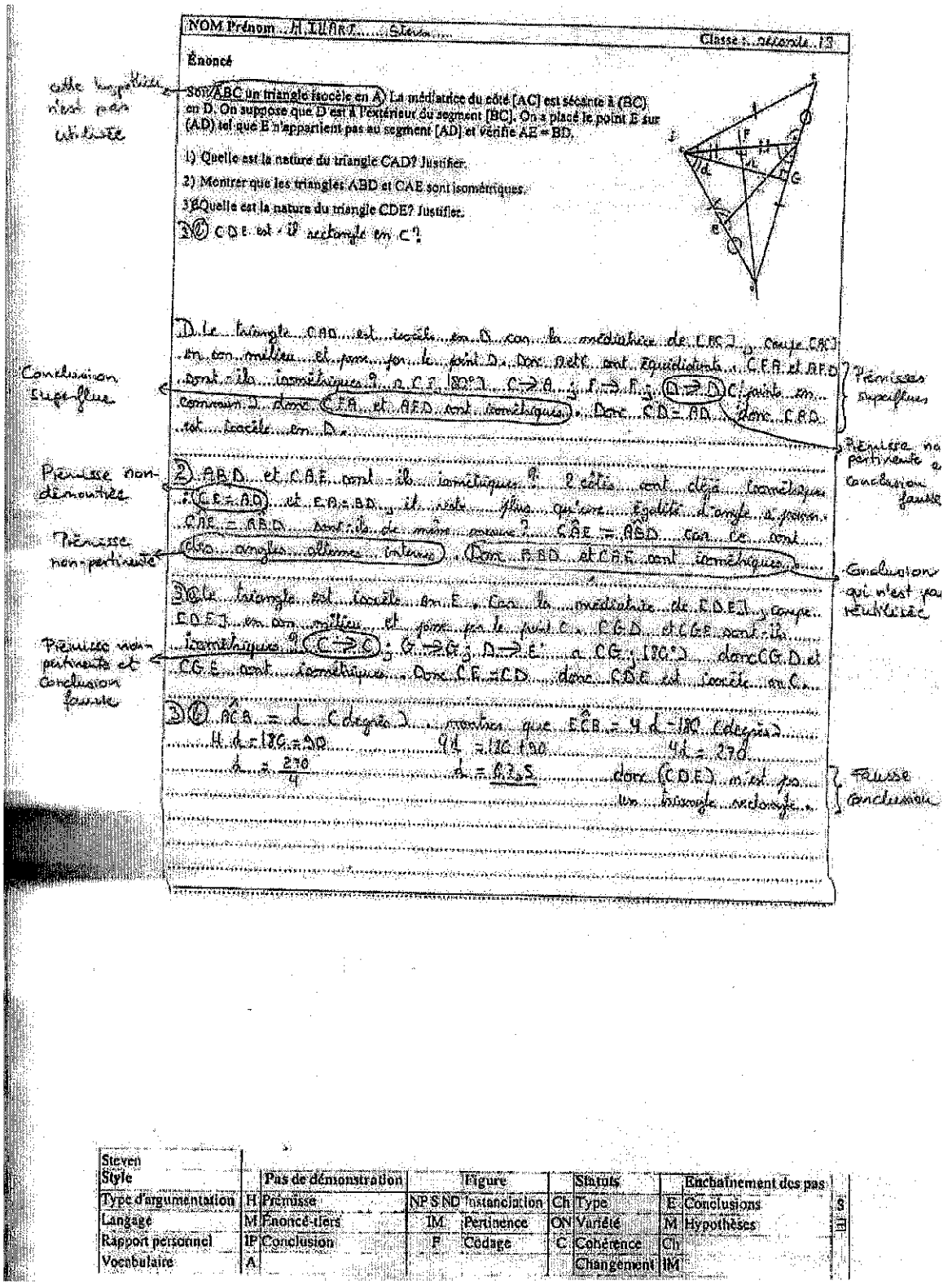
rectangle : on note $A\hat{E}D = \alpha$, montrer que $E\hat{C}D = 4\alpha + 180$

$4\alpha = 180 + 90$

$4\alpha = 270$

$\alpha = \frac{270}{4} = 67{,}5$ Le triangle n'est pas rectangle } *Fausse conclusion*

Guillaume									
Style		Pas de démonstration		Figure		Statuts		Enchaînement des pas	
Type d'argumentation	H	Prémisse	PND	Instanciation	NCh	Type	E	Conclusions	U
Langage	M	Énoncé-tiers	EX	Pertinence	ON	Variété	Dv	Hypothèses	U-
Rapport personnel	IP	Conclusion	IF	Codage	C	Cohérence	Ch		
Vocabulaire	A					Changement	IM		



Steven Style		Pas de démonstration		Figure		Status		Enchaînement des pas	
Type d'argumentation	H	Prémisse	NP	S ND	Instanciation	Ch	Type	E	Conclusions
Langage	M	Énoncé-tiers	IM		Pertinence	ON	Variété	M	Hypothèses
Rapport personnel	IP	Conclusion	F		Codage	C	Cohérence	Ch	
Vocabulaire	A						Changement	IM	

NOM Prénom BAILLY Lucie Classe : 2de 13

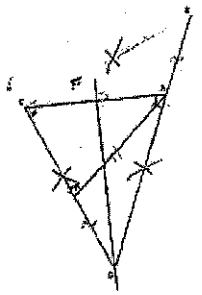
Énoncé

Soit ABC un triangle isocèle en A. La médiatrice du côté [AC] est sécante à (BC) en D. On suppose que D est à l'extérieur du segment [BC]. On a placé le point E sur (AD) tel que E n'appartient pas au segment [AD] et vérifie AE = BD.

1) Quelle est la nature du triangle CAD? Justifier.

2) Montrer que les triangles ABD et CAE sont isométriques.

3) Quelle est la nature du triangle CDE? Justifier.



1) On sait que : ABC est isocèle en A donc CA = BA
= la médiatrice du côté [AC] est sécante à (BC) en D.
donc CF = FA et $\widehat{CFA} = 90°$
Donc comme D appartient à la médiatrice alors D
est équidistant de C et de A. Donc CD = AD
Donc le triangle CAD est isocèle

Conclusions superflues & Prémisses superflues

globalisation

2) On sait que CAD et CAB sont isocèles, que $\widehat{BCA} \in \widehat{CAD}$ et $E \in (CAB)$. Donc $\widehat{BCA} = \widehat{CBA} = \widehat{CAD}$, $AE = BD$, alors $\widehat{CAE} = \widehat{ABD}$

notation non-conventionnelle

Prémisse non-pertinente

Or si 2 triangles ont 2 côtés isométriques encadrant un angle égal, ils sont isométriques.
Donc ABD et CAE sont isométriques.

Prémisses implicites

3) CDE est un triangle isocèle car on sait que que CAD est isocèle en D et que CAE et ABD sont isométriques
Donc CE = AD = CD
Alors CDE est isocèle en C

globalisation

Lucie										
Style		Pas de démonstration		Figure		Statuts		Enchaînement des pas		
Type d'argumentation	LD	Prémisse	NP	Instanciation	NCh	Type	E	Conclusions	S	
Langage	M	Énoncé-tiers	EX	Pertinence	ON	Variété	Dv	Hypothèses	U	
Rapport personnel	IP-on	Conclusion	Cm	Codage	C	Cohérence	Ch			
Vocabulaire	A					Changement	IM			

NOM Prénom : LEPAN Lucile

Classe : 2°13

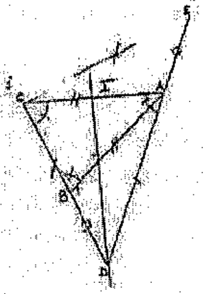
Énoncé

Soit ABC un triangle isocèle en A. La médiatrice du côté [AC] est sécante à (BC) en D. On suppose que D est à l'extérieur du segment [BC]. On a placé le point E sur (AD) tel que E n'appartient pas au segment [AD] et vérifie AE = BD.

1) Quelle est la nature du triangle CAD? Justifier.

2) Montrer que les triangles ABD et CAE sont isométriques.

3) Quelle est la nature du triangle CDE? Justifier.



vocabulaire

instanciation non-cohérente

1) Le triangle CAD est un triangle isocèle en D car la (médiane) coupe [AC] en son milieu et passe par D. (on considère I le point d'intersection entre (D) et [AC]). Si les triangles CID et (CIA) ont un côté de même longueur (CI = IA), un autre côté en commun [DI] et un angle égal) alors leur 3ème côté ont la même valeur. Donc (CAC) est isocèle en D.

Prémisse non-démontrée, obtenu par équivalence sémantique

marqueur de statut non-cohérent

Prémisses non-démontrées

lu par le codage

2) Les triangles ABD et CAE sont isométriques car [AC] et [AB] ont même valeur et [AE] = [BD] ce qui veut dire que l'angle EÂC et AB̂D sont égaux. Or on sait que si 2 triangles ont 2 côtés isométriques encadrant un angle égal alors ils sont isométriques. (L'angle CÂE a une valeur de 180° - CBA)

3) ~~Le triangle CDE est isocèle et rectangle en C car~~
On sait que le triangle CAD est isocèle en D, donc que [AD] = [CD], mais on sait aussi que les triangles CAE et BDA sont isométriques et que [AD] = [CE]. Donc le triangle CDE est isocèle en C car [CD] = [CE].

notations non-cohérentes

Lucile									
Style		Pas de démonstration		Figure		Statuts		Enchaînement des pas	
Type d'argumentation	LD H	Prémisse	PND	Instanciation	NCh	Type	E	Conclusions	U
Langage	LN	Énoncé-tiers	EX	Pertinence	ON	Validité	Dv	Hypothèses	U
Rapport personnel	IP-on	Conclusion	Cm	Codage	C	Cohérence	NCh		
Vocabulaire	NA					Changement	EX		

NOM Prénom : Noirot MAUD Classe : 2nde 4

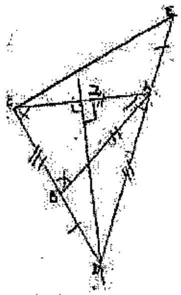
Énoncé

Soit ABC un triangle isocèle en A. La médiatrice du côté [AC] est sécante à (BC) en D. On suppose que D est à l'extérieur du segment [BC]. On a placé le point E sur (AD) tel que E n'appartient pas au segment [AD] et vérifie AE = BD.

1) Quelle est la nature du triangle CAD? Justifier.

2) Montrer que les triangles ABD et CAE sont isométriques

3) Quelle est la nature du triangle CDE? Justifier.



on sait que la médiatrice coupe CA et que D est un point de la médiatrice
le triangle CAD a donc cette médiatrice et également la hauteur
du triangle CAD or comme dans un triangle si la hauteur
t également médiane et hauteur.
La médiatrice est également bissectrice, hauteur et médiane
alors le triangle CAD est un triangle isocèle

on sait AE = BD et que CA = BA car le triangle ABC est isocèle
et l'angle CÂD = CDA par ce que le triangle CAD et isocèle
et que le triangle ABC est isocèle.
or Quand ont dit que les angles sont supplémentaires quand la somme
des angles de le leur mesures vaut 180°
Comme CÂD = CDA les angles CÂE et ABD sont égaux car
les quatres angles forme des angles supplémentaires et que
chacun vaulent 180°
Quand deux triangles sont tels qu'ils possèdent un angle de même
mesures compris entre deux côtés de même longueurs, ils sont
isométrique donc les triangles ABD et CAE sont isométriques.
on sait que les triangles ABD et CAE sont isométriques alors
ÊE = BDA or un triangle isocèle possède deux angles de même
mesure donc le triangle CDE est un triangle isocèle.

→ prémisse superflue (mais aussi non démontrée)

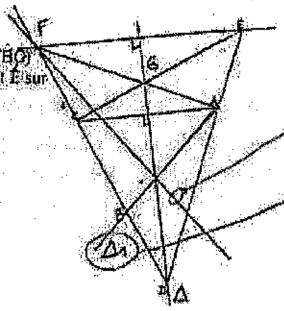
→ globalisation

langue naturelle

Maud									
Style		Pas de démonstration		Figure		Statuts		Enchaînement des pas	
Type d'argumentation	LD	Prémisse	S	Instanciation	Ch	Type	E	Conclusions	U-
Langage	LN	Énoncé-tiers	EX	Pertinence	ON	Variété	Dv	Hypothèses	U-
Rapport personnel	IP-on	Conclusion	Cm	Codage	C	Cohérence	Ch		
Vocabulaire	A					Changement	EX		

NOM Prénom Dufresne Simon — Classe : 2nde 12

Enoncé



Soit ABC un triangle isocèle en A. La médiatrice du côté [AC] est sécante à (BC) en D. On suppose que D est à l'extérieur du segment [BC]. On a placé le point E sur (AD) tel que E n'appartient pas au segment [AD] et vérifie AE = BD.

1) Quelle est la nature du triangle CAD? Justifier.

2) Montrer que les triangles ABD et CAE sont isométriques.

3) Quelle est la nature du triangle CDE? Justifier.

1) A a pour image C par la symetrie d'axe Δ puisque Δ est la mediatrice de [CA] donc [AC] = [ΔA]. Comme D appartien à Δ, [DC] = [DA] et CAD est isocèle en A.

2) ABC est isocèle donc [AC] = [AB] on a [AE] = [BD]. Il faut donc demontrer que les 3ème cotés [CE] = [AD].

Δ1 est à la fois hauteur du triangle isocèle ABC et la mediatrice de [CB].

En utilisant la symetrie axiale par rapport à la droite Δ1

C est l'image de B et F est l'image de D et [CF] = [BD] = [AE]

Donc par symetrie axiale par rapport a Δ E est l'image de D et A est l'image de C.

Le quadrilatère AEFC est un trapeze isocèle et [CE] = [FA] et G appartient à Δ et [FA] = [AD] donc [CE] = [AD]

les triangles ABD et CAE sont donc isométriques.

3°) Puisque [CE] = [AD] et que le triangle CAD est isocèle [AD] = [CD] donc [CE] = [CD] et le triangle CDE est isocèle en C

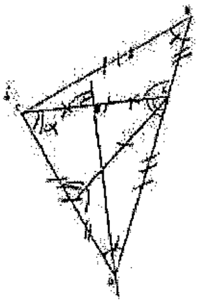
Notes du correcteur, dans la marge : objet superflu ; mal tracé ; instanciation non-cohérente ; conclusion réutilisée implicitement ; Prémisse non démontrée ; = "donc" marqueur de statut non-cohérent ; Prémisse non-démontrée ; prémisse superflue ; notations non-cohérentes

Simon											
Style		Pas de démonstration		Figure		Statuts		Enchaînement des pas	
Type d'argumentation	LD H	Prémisse	S ND	Instanciation	NCh	Type	E	Conclusions	U
Langage	M	Énoncé-tiers	IM	Pertinence	OS	Variété	Dv	Hypothèses	U
Rapport personnel	IP	Conclusion	Cm	Codage	NC	Cohérence	NCh		
Vocabulaire	A					Changement	IM		

NOM Prénom PINGUET Laura .... Classe : 2e 13 ...

Énoncé

Soit ABC un triangle isocèle en A. La médiatrice du côté [AC] est sécante à (BC) en D. On suppose que D est à l'extérieur du segment [BC]. On a placé le point E sur (AD) tel que E n'appartient pas au segment [AD] et vérifie AE = BD.



1) Quelle est la nature du triangle CAD? Justifier.

2) Montrer que les triangles ABD et CAE sont isométriques.

3) Quelle est la nature du triangle CDE? Justifier.

4) Est-il rectangle?

1) le point D est sur la médiatrice de [AC]. une médiatrice est une droite qui passe par le milieu d'un segment et est perpendiculaire à celui-ci. Comme [AC] est coupé par celle-ci, les côtés [CD] et [AD] ont la même longueur car la médiatrice de [AC] est l'ensemble des points équidistants de A et C (C'est-à-dire AD = CD)
⇒ le triangle CAD est isocèle en D.
⇒ les triangles CID et AID sont isométriques par la symétrie axiale (S(DI)) → *conclusion superflue*

2) BD = AE et comme ABC isocèle en A AC = AB ABC isocèle ⇒ Ĉ = B̂
ACD isocèle ⇒ Ĉ = Â donc Â = B̂ → *notations cohérentes pour les angles*
⇒ les triangles ABD et CAE sont isométriques (si deux triangles ont 2 côtés isométriques (AB = AC et BD = AE) encadrant un angle égal (Â = B̂) alors ils sont isométriques ⇒ d'où l'égalité des 3ème côtés → *notation non-cohérente* / *référence et ABD : prémisse démontrée*

conclusion superflue ← 3) Les triangles CAE et BDA sont isométriques donc ont les mêmes angles (Ê = D̂). Les angles Ê et D̂ sont les bases du triangle CDE
⇒ le triangle est isocèle en C.

4) AĈB = α et on suppose que EĈD = 4α − 180
4α − 180 = 90
4α = 180 + 90 = 270
α = 270/4 = 67,5° ⇒ le triangle n'est pas rectangle } *fausse conclusion*

Laura Style		Pas de démonstration		Figure		Statuts		Enchaînement des pas	
Type d'argumentation	LD	Prémisse	NP ND	Instanciation	NCh	Type	E S	Conclusions	S
Langage	M	Énoncé-tiers	EX	Pertinence	ON	Variété	Dv	Hypothèses	U-
Rapport personnel	IP	Conclusion	1 F	Codage	C	Cohérence	Ch		
Vocabulaire	A					Changement	EX		

NOM Prénom : PERSINET Déborah

Classe : 2nd 13

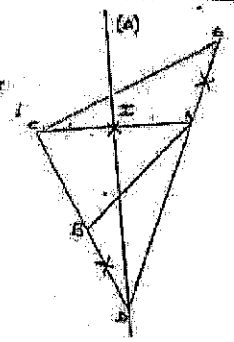
Énoncé

Soit ABC un triangle isocèle en A. La médiatrice du côté [AC] est sécante à (BC) en D. On suppose que D est à l'extérieur du segment [BC]. On a placé le point E sur (AD) tel que E n'appartient pas au segment [AD] et vérifie AE = BD.

1) Quelle est la nature du triangle CAD? Justifier.

2) Montrer que les triangles ABD et CAE sont isométriques.

3) Quelle est la nature du triangle CDE? Justifier.



① le triangle CAD est un triangle isocèle ; CI = IA
Comme ID est la médiatrice du côté [AC] par symétrie axiale on obtient :
$S_{\Delta}(C) = A$
$S_{\Delta}(D) = D$ donc CD = AD
le triangle CAD est donc un triangle isocèle

② ABD et CAE sont isométriques
CAE et ABD sont égaux
De plus ils sont encadrés par deux côtés égaux CA = BA
AE = BD
donc les triangles ABD et CAE sont isométriques

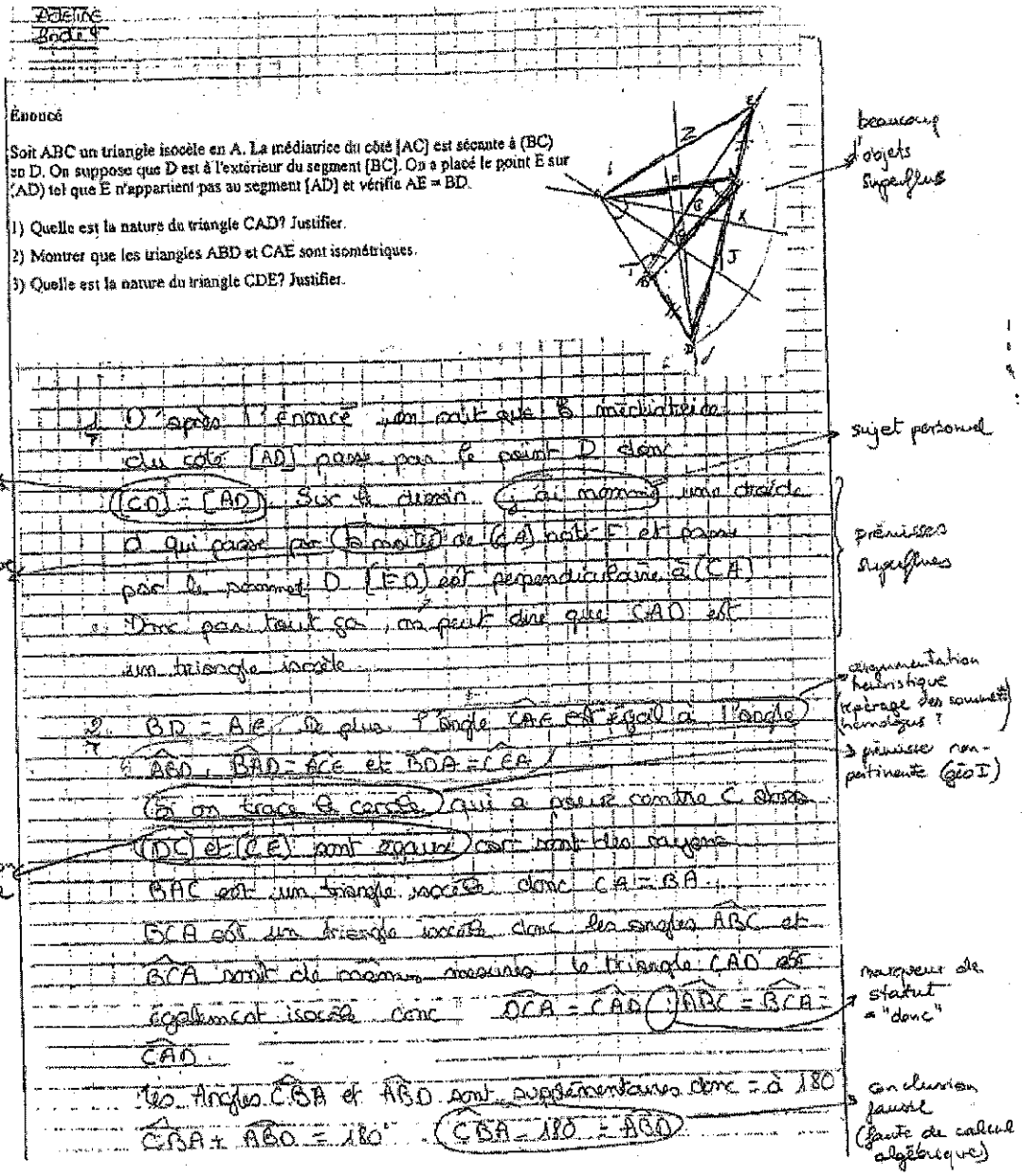
③ CAD est un triangle isocèle donc CD = AD
D'après la question précédente ABD et CAE sont semblables donc CE = AD
donc CE = CD
CDE est donc un triangle isocèle

→ prémisse non démontrée

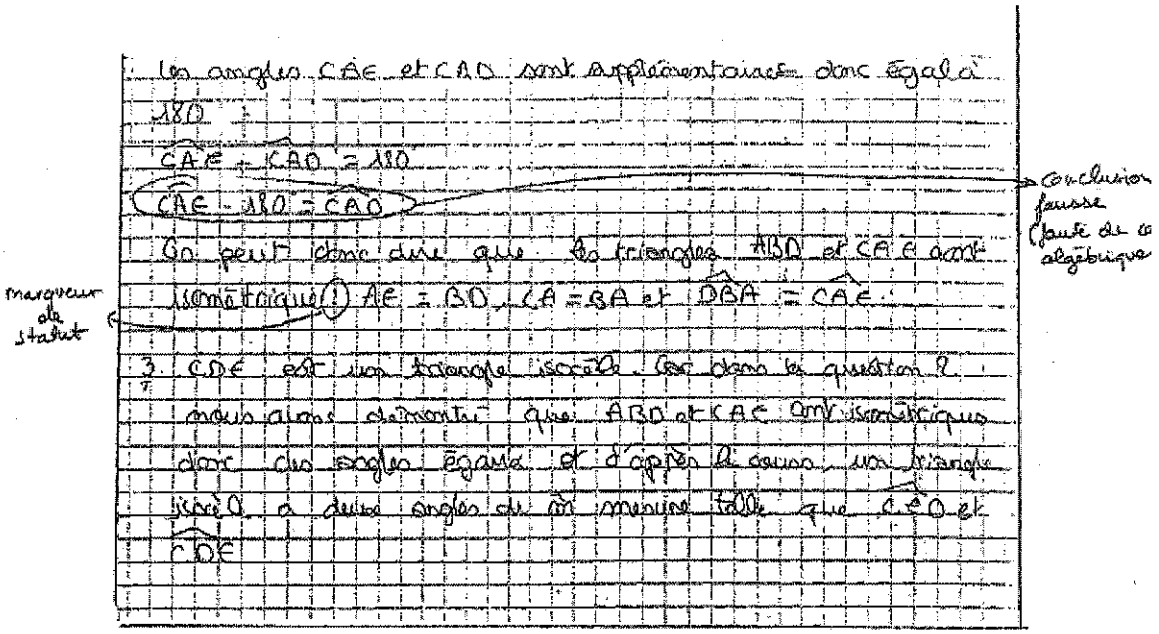
→ prémisse non démontrée obtenue par équivalence sémantique

→ vocabulaire ou prémisse non-pertinente

Déborah Style		Pas de démonstration		Figure		Statuts		Enchaînement des pas	
Type d'argumentation	LD	Prémisse	NP ND	Instanciation	Ch	Type	E	Conclusions	U
Langage	S	Énoncé-tiers	IM	Pertinence	ON	Variété	M	Hypothèses	U
Rapport personnel	IP	Conclusion	Cm	Codage	C	Cohérence	Ch		
Vocabulaire	SA					Changement	EX		



Adeline Style		Pas de démonstration		Figure		Statuts		Enchaînement des pas	
Type d'argumentation	H LD	Prémisse	S NP	Instanciation	NCh	Type	E S	Conclusions	S
Langage	M	Enoncé-tiers	EX-	Pertinence	OS	Variété	Dv	Hypothèses	U
Rapport personnel	P	Conclusion	F	Codage	C	Cohérence	Ch		
Vocabulaire	NA					Changement	EX		



Adeline									
Style		Pas de démonstration		Figure		Statuts		Enchaînement des pas	
Type d'argumentation	H L D	Prémisse	S NP	Instanciation	NCh	Type	E S	Conclusions	S
Langage	M	Énoncé-tiers	EX-	Pertinence	OS	Variété	Dv	Hypothèses	U-
Rapport personnel	P	Conclusion	F	Codage	C	Cohérence	Ch		
Vocabulaire	NA					Changement	EX		

Annexe 13 : Annotations des professeurs

Adeline
Rodi 1 — 9/02/06

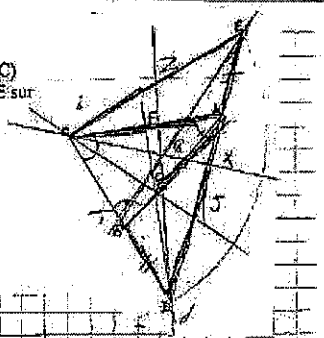
Énoncé

Soit ABC un triangle isocèle en A. La médiatrice du côté [AC] est sécante à (BC) en D. On suppose que D est à l'extérieur du segment [BC]. On a placé le point E sur (AD) tel que E n'appartient pas au segment [AD] et vérifie AE = BD.

1) Quelle est la nature du triangle CAD? Justifier.

2) Montrer que les triangles ABD et CAE sont isométriques.

3) Quelle est la nature du triangle CDE? Justifier.



1. D'après l'énoncé, on sait que la médiatrice du côté [AD] passe par le point D donc [CD] = [AD]. Sur le dessin j'ai nommé une droite d qui passe par la moitié de (CA) noté F et passe par le sommet D. [FD] est perpendiculaire à (CA). Donc par tout ça, on peut dire que CAD est un triangle isocèle.

2. BD = AE. De plus l'angle $\widehat{CAE}$ est égal à l'angle $\widehat{ABD}$, $\widehat{BAD} = \widehat{ACE}$ et $\widehat{BDA} = \widehat{CEA}$.
Si on trace le cercle qui a pour centre C alors (DC) et (CE) sont égaux car sont des rayons.
BAC est un triangle isocèle donc CA = BA.
BCA est un triangle isocèle donc les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$ sont de mêmes mesures. Le triangle CAD est également isocèle donc $\widehat{DCA} = \widehat{CAD}$; $\widehat{ABC} = \widehat{BCA} = \widehat{CAD}$.
Les Angles $\widehat{CBA}$ et $\widehat{ABD}$ sont supplémentaires donc = à 180
$\widehat{CBA} + \widehat{ABD} = 180°$ $\widehat{CBA} - 180° = \widehat{ABD}$
Les angles CAE et CAD sont supplémentaires donc égal à 180
$\widehat{CAE} + \widehat{CAD} = 180°$
$\widehat{CAE} - 180° = \widehat{CAD}$
On peut donc dire que les triangles ABD et CAE sont isométriques : AE = BD, CA = BA et $\widehat{DBA} = \widehat{CAE}$.

3. CDE est un triangle isocèle. Car dans la question 2 nous avons démontré que ABD et CAE sont isométriques donc des angles égaux et d'après le cours, un triangle isocèle a deux angles de m̂ mesure telle que $\widehat{CED}$ et $\widehat{CDE}$

2. BD = AE. De plus l'angle $\widehat{CAE}$ est égal à l'angle $\widehat{ABD}$, $\widehat{BAD} = \widehat{ACE}$ et $\widehat{BDA} = \widehat{CEA}$.

Si on trace le cercle qui a pour centre C alors [DC] et [CE] sont égaux car sont des rayons.

BAC est un triangle isocèle donc CA = BA.

BCA est un triangle isocèle donc les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$ sont de mêmes mesures. le triangle CAD est également isocèle donc $\widehat{DCA} = \widehat{CAD}$; $\widehat{ABC} = \widehat{BCA} = \widehat{CAO}$.

Les Angles $\widehat{CBA}$ et $\widehat{ABD}$ sont supplémentaires donc = à 180°.

$\widehat{CBA} + \widehat{ABD} = 180°$ $\widehat{CBA} - 180 = \widehat{ABD}$.

Les angles $\widehat{CAE}$ et $\widehat{CAD}$ sont supplémentaires donc égal à 180

$\widehat{CAE} + \widehat{CAD} = 180°$

$\widehat{CAE} - 180 = \widehat{CAD}$

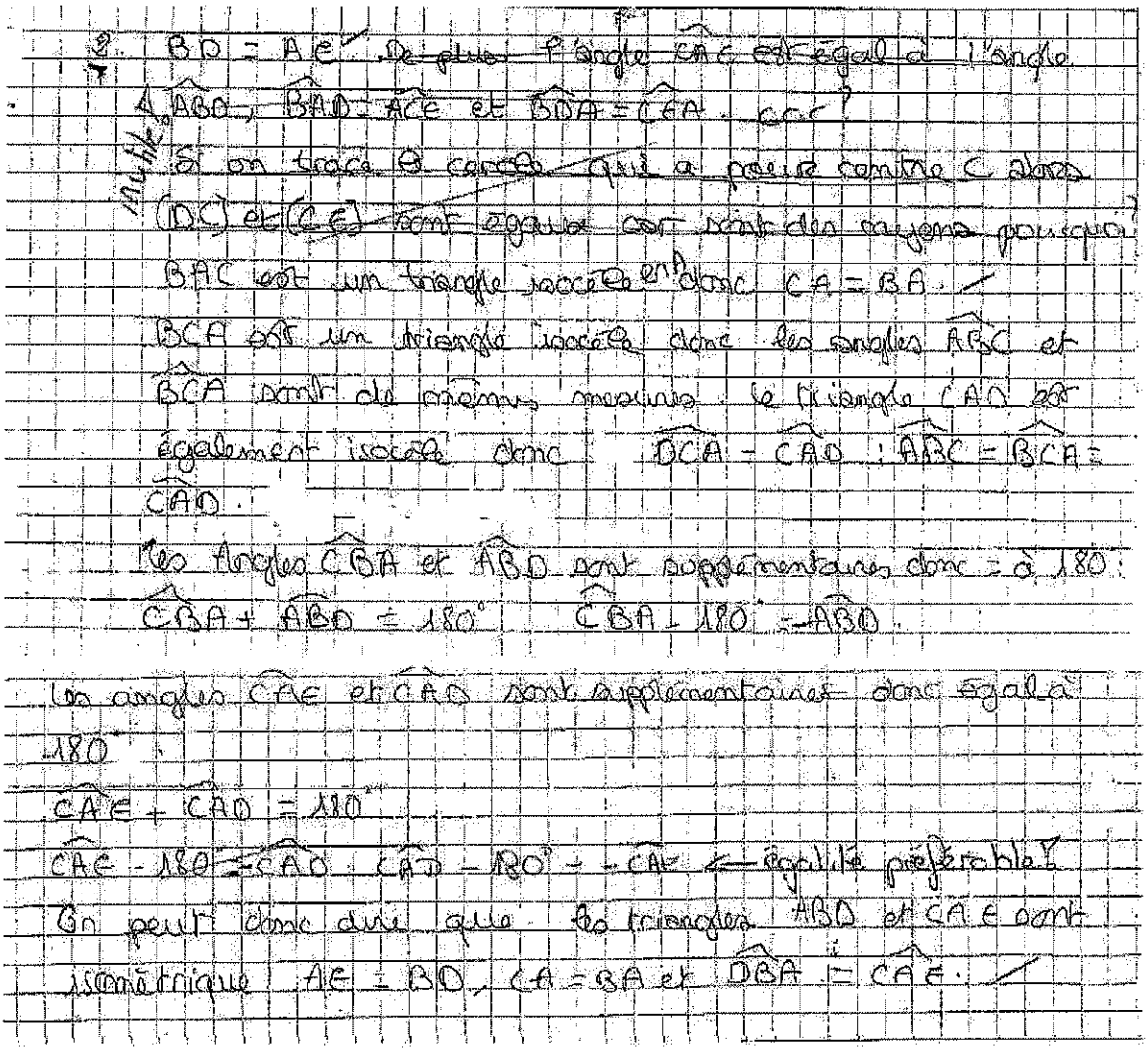
On peut donc dire que les triangles ABD et CAE sont isométrique : AE = BD, CA = BA et $\widehat{DBA} = \widehat{CAE}$.

Notez cette copie sur une échelle de 1 à 5. Entourez.

maximum				minimum
5	4	(3)	2	1

Quel commentaire général indiqueriez-vous sur cette copie ?

Notion de triangle isométrique mais beaucoup d'affirmations dans la 2)



2. BD = AE. De plus l'angle BAC est égal à l'angle ABD, BAD = ACE et BDA = CEA. c.c.?
Si on trace B cercle qui a pour centre C alors (DC) et (CE) sont égaux car sont des rayons pourquoi
BAC est un triangle isocèle en? donc CA = BA.
BCA est un triangle isocèle donc les angles ABC et BCA sont de même mesure. le triangle CAD est également isocèle donc DCA = CÂD ; ABC = BCA = CÂD.
Les angles CBA et ABD sont supplémentaires donc = à 180.
CBA + ABD = 180° CBA - 180° = -ABD.

Les angles CAE et CÂD sont supplémentaires donc égal à 180°
CÂE + CÂD = 180°
CÂE - 180 = -CÂD CÂD - 180° = -CÂE ← égalité préférable !
On peut donc dire que les triangles ABD et CAE sont isométrique AE = BD, CA = BA et DBA = CÂE.

Notez cette copie sur une échelle de 1 à 5. Entourez.

maximum				minimum
(5)	4	3	2	1

Quel commentaire général indiqueriez-vous sur cette copie ?

De bonnes démonstrations s'il n'y avait pas avec, plein d'informations inutiles.

2. BD = AE. De plus l'angle $\widehat{CAE}$ est égal à l'angle $\widehat{ABD}$; $\widehat{BAD} = \widehat{ACE}$ et $\widehat{BDA} = \widehat{CEA}$.

Si on trace le cercle qui a pour centre C alors (DC) et (CE) sont égaux car sont des rayons

BAC est un triangle isocèle donc CA = BA.

BCA est un triangle isocèle donc les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$ sont de même mesure. Le triangle CAD est également isocèle donc : $\widehat{DCA} = \widehat{CAD}$; $\widehat{ABC} = \widehat{BCA} = \widehat{CAD}$.

Les Angles $\widehat{CBA}$ et $\widehat{ABD}$ sont supplémentaires donc = à 180°

$\widehat{CBA} + \widehat{ABD} = 180°$ $\widehat{CBA} - 180° = \widehat{ABD}$

Les angles $\widehat{CAE}$ et $\widehat{CAD}$ sont supplémentaires donc égal à 180°.

$\widehat{CAE} + \widehat{CAD} = 180°$

$\widehat{CAE} - 180° = \widehat{CAD}$

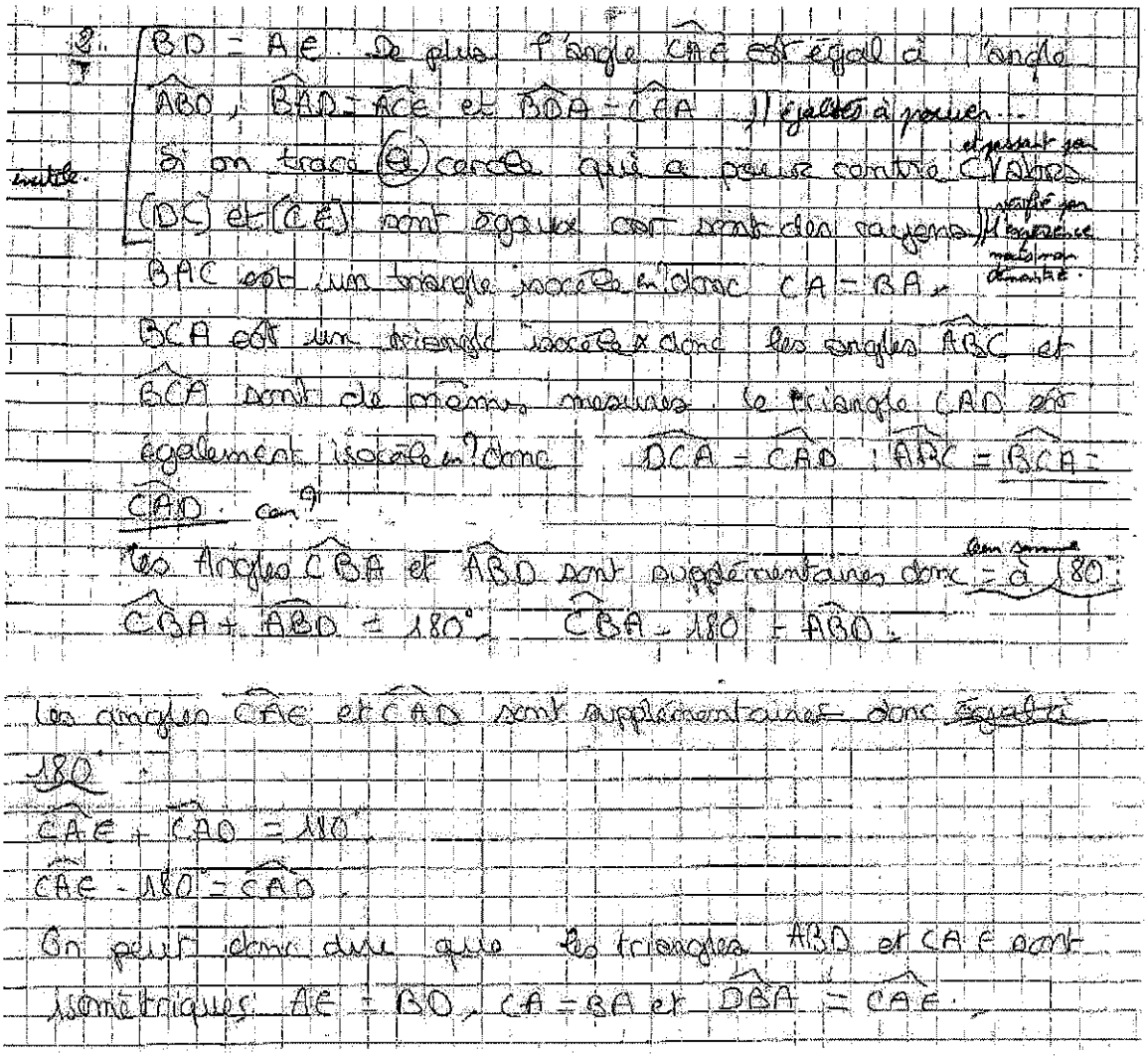
On peut donc dire que les triangles ABD et CAE sont isométrique : AE = BD, CA = BA et $\widehat{DBA} = \widehat{CAE}$.

Notez cette copie sur une échelle de 1 à 5. Entourez.

maximum				minimum
5	4	(3)	2	1

Quel commentaire général indiqueriez-vous sur cette copie ?

Moyen.



Notez cette copie sur une échelle de 1 à 5. Entourez.

maximum				minimum
5	4	(3)	2	1

Quel commentaire général indiqueriez-vous sur cette copie ?

Quelques bonnes idées noyées au milieu de tout d'autres.
Manque de rigueur et d'analyse pour ordonner les idées et sélectionner ce qui permet la démonstration. Mais les propriétés sont comprises dans l'ensemble

Notre site WEB

http://iremp7.math.jussieu.fr

IREM Université Paris7
Case 7018
2 Place Jussieu
75251 Paris cedex 05

TITRE :

« Quand les démonstrations s'écrivent ou se disent… »
Études de cas en classe de seconde.

AUTEUR :

Nóra Révai
Fatiha Boukhelifa

RESUME :

L'objectif des auteurs est d'exposer une méthode de description, d'une part des textes de démonstrations des élèves, d'autre part du discours du professeur lors de la correction d'un exercice. Cette recherche présente par ailleurs les résultats de l'analyse d'une observation en classe de seconde et tente de décrire l'image qu'élèves et professeurs se font d'une démonstration, et l'impact du discours oral du professeur sur la production écrites des élèves.

MOTS CLES :
argumentation logico-déductive et heuristique, démonstration, analyse de discours, analyse de copies, rédaction, instanciation.

Editeur : IREM
Université PARIS 7-Denis Diderot
Directeur responsable de la publication : R. CORI
Case 7018 - 2 Place Jussieu
75251 PARIS Cedex 05
Dépôt légal : 2006
ISBN : 2-86612-281-X