

Etude du curriculum de mathématiques entre changements et résistances. Liens entre écologie et économie didactique.

Teresa Assude

UMR ADEF, IUFM d'Aix-Marseille

1 - Positions et cheminements

La didactique des mathématiques étudie les processus de circulation et de diffusion des savoirs et pratiques mathématiques. Le curriculum de mathématiques est un moyen social de penser et d'organiser cette diffusion des savoirs : qu'étudie-t-on ? Comment étudie-t-on ? sont deux des questions essentielles auxquelles la conception et le développement d'un curriculum doivent répondre.

Le travail que j'ai mené depuis une dizaine d'années a comme fil directeur l'étude du curriculum défini comme l'ensemble de ce qu'on étudie, les formes d'étude, et les réseaux de savoir constitués pour l'étude à un moment donné dans une institution donnée. Mon travail a consisté à étudier le curriculum officiel, celui des programmes et des textes officiels mais aussi le curriculum réel et le curriculum « caché » à travers les pratiques qu'on peut observer dans les classes ou inférer de l'étude des manuels ou autres documents.

Le problème de départ qui est déjà ancien (Chevallard 1985) est celui de l'origine et de la référence du savoir existant dans un système d'enseignement, problème qui a été abordé en didactique des mathématiques à partir de la notion de transposition didactique. Mon travail s'appuie sur ce cadre théorique ainsi que sur ses développements dans deux voies complémentaires : l'approche écologique et l'approche anthropologique. Tout en me situant dans ce cadre théorique, j'ai pu utiliser d'autres approches théoriques notamment la « triple approche » ou la théorie des situations didactiques. Ce métissage « théorique » est l'un des fondements de ma pratique de recherche et m'a permis d'imbriquer une dimension institutionnelle (étude du curriculum en tant que système par le biais des textes officiels), et une dimension personnelle (rôle des acteurs) dans l'étude du curriculum des mathématiques.

Le croisement de ces deux approches, l'approche écologique en tant que « manière de problématiser le réel didactique » et l'approche anthropologique par le biais de la notion de

praxéologie, m'a permis de mettre en œuvre une méthodologie de questionnement et de recherche à plusieurs niveaux :

- le niveau de l'existence par l'établissement d'inventaires : d'habitats, de niches, de praxéologies ;
- le niveau des réseaux : structurels ou fonctionnels. Ces réseaux permettent de voir les différents contextes dans lesquels les objets vivent et comment ils y vivent ;
- le niveau temporel qui permet de voir les évolutions, les dynamiques sur le long terme.

Cette méthodologie qui est justifiée théoriquement a montré sa pertinence et son efficacité pour mettre en évidence des faits et des phénomènes didactiques. En outre, cette mise en œuvre a permis de questionner et a mis à l'épreuve la théorie elle-même. Par exemple, la seule référence savante est insuffisante pour analyser les différents facteurs d'émergence d'un dispositif comme les travaux pratiques et d'autres références doivent être convoquées : la théorie doit pouvoir identifier ces références.

J'ai structuré mon travail d'analyse en trois plans : le premier plan est celui des faits et des observations, le deuxième celui des phénomènes et des explications et le troisième plan est celui des interprétations ou des catégories interprétatives qui permettent de regarder à travers les phénomènes spécifiques ce qu'ils peuvent comporter de phénomènes génériques. Je vais présenter quelques exemples de mise à l'œuvre de cette méthodologie et de ces trois plans d'analyse.

2 - Le temps comme variable ou la longue durée

Les questions auxquelles mes travaux répondent peuvent être posées d'une manière générale telles que : pourquoi un objet est-il présent ? Pourquoi tel autre est-il absent ? Quelles sont les conditions de possibilité et de fonctionnement d'un certain objet de savoir ou d'une forme d'étude ? Ces questions générales ont été déclinées dans les questions spécifiques suivantes : pourquoi l'arithmétique a-t-elle disparu des programmes de l'enseignement secondaire et a-t-elle continué à vivre dans la formation des professeurs d'école ? Quel est le statut actuel de l'objet « racine carrée » au Collège ? Quels sont les facteurs qui ont permis l'émergence du dispositif « travaux pratiques » au Collège et pourquoi a-t-il disparu des programmes ? A-t-il vraiment disparu des pratiques actuelles dans l'enseignement au Collège ? Quelles sont les conditions et les contraintes de l'intégration des nouvelles technologies dans l'enseignement primaire ? Quelle a été l'évolution de

l'enseignement des inéquations pendant le XX^{ème} siècle ? Comment se concilient la tradition et l'innovation ?

Ces questions montrent une variété dans les objets de savoir étudiés (la racine carrée, les inéquations, l'arithmétique ou la géométrie) mais aussi dans les dispositifs d'étude (les travaux pratiques au Collège, des dispositifs intégrant des nouvelles technologies). Les objets de savoir et les formes d'étude sont ici des analyseurs du curriculum, et à partir de la spécificité des faits et des phénomènes, des phénomènes génériques ont pu être dégagés. Lorsqu'on observe le curriculum à partir de la racine carrée au Collège, un fait apparaît qui est l'existence d'un flou institutionnel autour de cet objet : nombre, opération, fonction ? Comment peut-on expliquer ce flou ? Ce flou est une conséquence d'un phénomène d'arrêt de la transposition didactique car la racine carrée a cessé d'être la cinquième opération de l'arithmétique et elle n'a pas pu se stabiliser en tant que fonction. Par contre, la vie de l'objet « inéquation » qui est aussi présent dans l'enseignement au Collège pendant le XX^{ème} siècle a évolué différemment dans le cadre de plusieurs contextes : d'un contexte équationnel à un contexte « fonctionnel et structurel », puis à un contexte actuel empirique et de modélisation. Dans ces contextes, j'ai observé une variété de types de tâches et de techniques et cette existence peut être expliquée par un phénomène d'expansion et de réduction des buts et des moyens présents dans l'enseignement.

D'autres phénomènes ont été dégagés dans mes travaux comme le primat des besoins théorico-professionnels qui permet d'expliquer pourquoi l'arithmétique (dans son versant « théorie des nombres ») n'a pas disparu de la formation des maîtres tout en ayant disparu de l'enseignement au Collège et au Lycée. Ou encore la « quasi disparition » des travaux pratiques attendu qu'ils se naturalisent en une forme d'étude qui met en avant la notion d'activité, ou la « juste distance » entre l'ancien et le nouveau comme condition d'intégration de Cabri-géomètre à l'école primaire.

Voyons rapidement l'exemple des travaux pratiques au Collège. Cette étude nous intéressait car elle permettait d'analyser le curriculum à partir d'une forme d'étude et non d'un objet ou domaine de savoir en posant ainsi de nouveaux problèmes, notamment celui des références. Quelles références doit-on prendre en compte pour penser le problème de la transposition didactique des formes d'étude ? Des références savantes mathématiques, oui mais pas seulement : on doit penser à d'autres pratiques sociales et à d'autres domaines notamment philosophiques ou pédagogiques.

Les faits sont les suivants : les « travaux pratiques » en tant que dispositif d'étude sont apparus officiellement en 1957, et ils ont disparu explicitement dans les textes officiels pendant la réforme de 1977. Ils ont eu une « vie institutionnelle » pendant une vingtaine d'années. Je vais préciser les raisons qui ont permis l'émergence de ce dispositif, et voir quelles sont les conséquences de l'oubli de certaines de ces raisons dans la « quasi disparition » de ce dispositif.

Pour qu'un dispositif d'étude puisse émerger et vivre dans une institution, il est nécessaire qu'il remplisse un certain nombre de fonctions (sociales, didactiques, épistémologiques ou autres) et qu'il soit porteur d'un certain nombre de légitimités (épistémologiques, cognitives, sociales,...) et d'une certaine pertinence (utilité sociale ou didactique, utilité culturelle ou éducative,...). Mais ces conditions ne sont pas forcément suffisantes pour que le dispositif perdure vraiment dans l'institution : des conditions liées à l'implémentation dans les classes doivent être vérifiées ainsi que des moyens techniques de mise en œuvre. La mise à l'épreuve dans la classe et sur le long terme va être déterminante pour la vie et la stabilité d'un dispositif.

Les travaux pratiques apparaissent comme un moyen, un dispositif qui permet de changer l'enseignement des mathématiques. Pourquoi ce type de dispositif répond-il à ces besoins ?

Une première fonction des TP est *sociale* : il s'agit d'inciter les élèves à suivre des études scientifiques pour satisfaire un besoin social, économique et scientifique : combler le manque de scientifiques, de techniciens, d'ingénieurs. Or la question du comment inciter les élèves se pose car d'une part l'enseignement des sciences et des mathématiques a une part minime dans l'enseignement en général, d'autre part l'enseignement des mathématiques est considéré socialement comme très dogmatique.

Une deuxième fonction des TP est *éducative*. L'influence de l'évolution de la société sur les conditions de l'enseignement doit être prise en compte. Les méthodes doivent être révisées pour se mettre en conformité avec les buts éducatifs de l'école : préparer les jeunes à vivre dans la société actuelle, à comprendre et éventuellement à dominer les grands problèmes de l'actualité. Ces problèmes sont bien ceux d'une société où les sciences et les technologies ont une part importante et non ceux qui régissaient une société dans laquelle le modèle de l'« homme » était celui des humanités classiques. Comme le soulignent les Instructions du 12 août 1957 :

“ L'intensité du mouvement scientifique contemporain, l'extraordinaire développement et la rapide évolution des techniques ne peuvent manquer d'avoir une influence sur les conditions mêmes de notre enseignement ; car, s'il ne peut être question de modifier l'essence et la nature des éléments dont la présentation méthodique est la mission de nos professeurs, il n'en reste pas moins que les moyens d'accès aux notions de base, ainsi que l'apprentissage de leur mise en œuvre, peuvent et doivent être révisés, en essayant de les mettre en harmonie avec le rythme de la vie moderne, puisqu'il s'agit pour nous de préparer les jeunes à comprendre, et, si possible, à dominer les grands problèmes qui se poseront à eux dans un très proche avenir. ”

Or les moyens qui sont ensuite précisés trouvent leur expression dans le dispositif TP : trouver de nouvelles formes d'étude à partir de l'observation et de l'expérience pour venir ensuite à l'abstraction et aux formes logiques de la pensée :

“ C'est pourquoi le libellé des nouveaux programmes de Sixième et de Cinquième comporte une rubrique “ travaux pratiques ” ; on marque par là que cet enseignement d'initiation ne doit point se borner à une simple présentation théorique (même active, même vivante) des notions énumérées dans les divers paragraphes : chaque acquisition nouvelle, qu'il s'agisse d'une définition ou d'une propriété, doit être précédée, ou accompagnée, d'une prise de contact avec un fait, ou un événement réel, ou réalisable, ou observable. ”

Dans cette nouvelle forme d'étude on apprendra à l'élève à regarder, à réfléchir, à observer, à expérimenter, à réaliser des tracés, à procéder à des comparaisons, à des mesures, à vérifier, à constater des relations numériques mais “ il va de soi que l'interprétation de faits ainsi obtenus “ expérimentalement ” devra toujours faire ressortir leur caractère particulier et restreint qui n'autorise pas la généralisation, mais qui peut suggérer ou orienter une recherche. ”

Ces deux fonctions prennent appui sur d'autres fonctions, notamment épistémologiques et pédagogiques. Les travaux pratiques de mathématiques ont une forte légitimité épistémologique car ils sont fondés sur des arguments relatifs à la nature du travail mathématique (les mathématiques comme science expérimentale), arguments avancés par plusieurs acteurs – mathématiciens, enseignants – et par des injonctions institutionnelles pour affirmer cette légitimité (les programmes de 1957). Les méthodes actives ont une forte pertinence sociale et culturelle : “ à science vivante, enseignement neuf ”. Selon les textes officiels, la mise en œuvre des T.P. ouvre la possibilité de faire travailler les élèves au plus proche de ce qu'est la nature du travail mathématique en suivant les préceptes d'une

pédagogie de l'action : les élèves agissent, observent, induisent des lois, généralisent, arrivent à des notions abstraites qui ensuite peuvent être appliquées.

L'imbrication des mathématiques comme science expérimentale et des méthodes actives est le fondement même de l'argumentaire pour la mise en œuvre des travaux pratiques à partir de la classe de sixième. Mais d'autres facteurs sont aussi évoqués comme les facteurs d'ordre cognitif ou des facteurs liés au contexte international.

Cette « petite réforme », légitimée par la conjonction de plusieurs facteurs, présente d'autre part l'intérêt d'être très économique :

- l'organisation des TP pour toutes les classes de sixième et ensuite de cinquième est immédiate avec des coûts minimes ;
- les programmes n'ont pas besoin de changer, seules les méthodes changent ;
- l'institution témoigne par là de sa capacité à répondre efficacement à des besoins urgents de la société.

L'économie de cette " petite réforme " est aussi accompagnée de certaines conditions matérielles qui ne sont pas négligeables notamment l'augmentation d'une heure de l'horaire de mathématiques. Cette heure était revendiquée par l'APMEP depuis quelques années mais comme elle a été prise à l'enseignement du latin, cela a provoqué beaucoup de résistances dans le camp des défenseurs des " humanités classiques ".

Les T.P., leurs objectifs et leur implémentation, ouvrent la voie à un changement des organisations didactiques (au sens de Chevallard) car ils permettent non seulement de faire travailler les élèves au plus proche de ce qu'est la nature du travail mathématique (selon les textes officiels) mais aussi de suivre les préceptes d'une pédagogie de l'action : l'enseignement ne doit plus être dogmatique mais il doit organiser la rencontre personnelle de l'élève avec le réel et la mathématisation.

Les difficultés d'une telle mise en œuvre ne sont pas niées. Les professeurs disent qu'ils ne savent pas quoi faire dans les séances de travaux pratiques et l'une des conditions d'implémentation est celle de trouver quoi faire faire aux élèves : trouver des organisations didactiques, trouver de nouvelles formes d'étude. Or comme nous l'avons dit, les professeurs ont utilisé ce qu'ils savaient déjà faire (au moins certains d'entre eux), c'est-à-dire ont mis en œuvre des dispositifs de travail dirigé qui insistent sur les méthodes actives et l'activité de l'élève. En mettant l'accent sur les méthodes actives, et en donnant une importance aux facteurs cognitifs (les travaux de Piaget sont pris en compte explicitement à partir de la réforme des mathématiques modernes) les travaux pratiques se sont naturalisés « partiellement » par le biais de la notion d'activité. L'évolution des TP se fait par le

déplacement de l'activité de l'élève à la notion d'activité qui devient un noyau de l'organisation didactique de l'enseignement au collège. Cette notion est partout présente : activités de découverte, activités préparatoires à la découverte d'un concept, activités de réinvestissement, etc. Nous voyons dans ce passage un changement dans la manière d'organiser l'enseignement : l'organisation didactique n'est plus « cours plus exercices » mais elle est actuellement du type « activités plus synthèses plus exercices ». De ce fait quand les TP disparaissent dans les textes officiels, il s'agit en réalité d'une « quasi-disparition », c'est-à-dire qu'ils ne sont plus nommés en tant que dispositif d'étude mais qu'ils sont à l'origine de l'organisation didactique actuelle où la notion d'activité est prépondérante.

Or cette évolution ne va pas se faire sans perte. La mise à l'épreuve des TP dans les classes et sur le long terme montre que les raisons d'être de ce dispositif, notamment des raisons épistémologiques et des raisons sociales, n'ont pas résisté aux changements de programmes qui ont mis l'accent plutôt sur des raisons pédagogiques (l'action de l'élève) et des raisons cognitives (l'importance de l'activité de l'élève). La « quasi-disparition » des TP des programmes s'est faite par une naturalisation de la composante pédagogique et cognitive de ce dispositif : l'accent va être mis plus sur l'activité de l'élève que sur la nature de l'activité mathématique.

Nous interprétons les résultats d'un questionnaire donné à des jeunes enseignants par Suzette Rousset-Bert (2001) à propos de ce qu'ils pensaient des activités, comme un indice de cette « quasi disparition » des TP et de ce changement « d'état d'esprit ». Elle affirme que “ Les premières analyses des réponses données par les jeunes enseignants nous montrent que le choix de proposer aux élèves des activités est justifié par des arguments tels que le rejet du cours magistral, la motivation des élèves, la nécessité de faire du concret plus que par la prise en compte des conditions d'apprentissage des connaissances scientifiques. ” Remarquons que ces résultats se rapprochent de certaines raisons qui ont motivé l'introduction des travaux pratiques mais que la réflexion épistémologique est absente.

Notre hypothèse explicative en ce qui concerne les TP au Collège est que ce dispositif a disparu officiellement mais que certaines composantes du dispositif se sont naturalisées dans une autre forme didactique organisée autour de la notion d'activité : nous disons alors que cette naturalisation « partielle » des TP est une « quasi disparition » car ce dispositif continue à vivre mais pas forcément en ayant les mêmes raisons d'être.

J'ai pu mettre en évidence ces phénomènes de la vie des savoirs et des dispositifs en prenant le temps comme variable et le long terme est alors apparu comme un élément

essentiel. Cette approche temporelle permet de placer l'étude du curriculum non seulement dans son historicité mais aussi dans son devenir. La prise en compte du long terme dans le passé, le présent et le futur m'a permis de montrer les continuités et les ruptures de l'évolution curriculaire, de comprendre le présent du curriculum comme l'état d'une évolution et de mettre en évidence des contraintes lorsqu'on s'intéresse au développement curriculaire. Le problème du découpage temporel s'est posé comme faisant partie intégrante du travail. Le découpage peut être événementiel autour d'un moment qui est le repère (la réforme des maths modernes), le découpage peut être institutionnel correspond aux découpages donnés par l'institution (les différentes réformes) ou le découpage peut être fonctionnel lorsqu'il répond à une fonctionnalité en lien avec les questions posées dans la recherche. Ce problème du découpage temporel pose les questions du repérage des organisations, de la stabilité d'une organisation, du repérage des changements. L'institution scolaire, par les réformes successives, indique un certain nombre de changements, surtout ceux qui sont identifiés et voulus, mais les changements « invisibles » dans un premier temps ne sont pas forcément visibles et repérés par l'institution ou par les acteurs. Dans ce cas, le découpage doit être fait autrement. Cette problématique temporelle nous amène au troisième plan d'analyse qui est celui des interprétations ou des catégories interprétatives. L'une de ces catégories est le couple changement/résistance.

Le changement est au cœur de l'organisation du curriculum sur le long terme, non seulement dans le passé mais aussi pour les évolutions futures lorsqu'on cherche à intégrer de nouveaux outils, de nouveaux objets ou de nouveaux instruments. Mais la résistance au changement est elle présente aussi : une force active lorsqu'on veut préserver quelque chose ou une organisation qui est stable et économe, une force d'inertie lorsqu'on s'oppose au changement soit d'une manière active soit d'une manière passive.

Les changements curriculaire peuvent être pris au double sens de l'acte de changer et de l'état qui résulte de cet acte. Le premier sens correspond à des questions comme : pourquoi change-t-on ? Que change-t-on ? Comment change-t-on ? questions qui se rapportent aux raisons d'être, aux objets et aux formes du changement. Le deuxième sens répond à des questions comme : les effets attendus des changement ont-ils été observés ? Y a-t-il d'autres effets inattendus ? questions qui correspondent aux résultats, aux effets du changement.

Dans mes travaux, les raisons d'être des changements semblent relever autant du paradigme de l'équilibre que de celui du conflit. Par exemple, les raisons d'être des travaux pratiques dans les programmes sont à la fois des raisons sociales – former plus de

scientifiques et de techniciens -, des raisons épistémologiques – les mathématiques comme science expérimentale –, des raisons éducatives – former les élèves à une culture scientifique – et des raisons pédagogiques – changer les méthodes d’enseignement. Ces raisons d’être se rapportent à des besoins qui ont été identifiés dans la société, des besoins qui rentrent en conflit avec les principes et les méthodes qui présidaient à l’enseignement à l’époque et notamment la prégnance de la culture des humanités. Cette “ petite réforme ” de l’introduction des travaux pratiques apparaît comme le résultat d’une négociation et d’un compromis entre l’ancien et le nouvel état de l’enseignement des mathématiques et plus généralement de l’enseignement scientifique : des humanités “ modernes ” ont commencé ainsi à co-exister avec les humanités “ classiques ”. Des régulations ont été faites pour trouver un équilibre sans changer radicalement l’enseignement qui devait répondre à des besoins urgents de la société.

Actuellement l’une des raisons d’être du changement est l’émergence dans la société et dans les pratiques sociales de nouveaux outils de calcul. Les changements induits dans les programmes et dans certaines pratiques des acteurs montrent qu’une stratégie d’ajustement entre le savoir scolaire et le savoir savant, entre les pratiques scolaires et les pratiques sociales se met en œuvre pour trouver une « juste distance » entre l’ancien et le nouveau.

Le curriculum change plus lentement que ce qu’on aurait pu croire en voyant les changements fréquents des programmes. Ce n’est pas parce que les programmes changent que les pratiques changent et parfois les petits changements ont un impact plus durable que ce qu’on aurait pu prévoir. Dans mes travaux, je me suis intéressée aux changements qui étaient induits par les programmes ou les instructions officielles mais aussi aux changements induits par les acteurs. Le *degré de ces changements* n’est pas le même : des « petits changements » aux « grandes réformes ». Des réformes « politiques » lorsqu’il s’agit d’ajustements entre les savoirs scolaires et les nouvelles finalités de l’école ou de l’institution, des réformes « scientifiques » lorsqu’il s’agit d’ajustements entre les savoirs scolaires et les savoirs savants. Des « petits changements » lorsqu’il s’agit d’ajuster les pratiques des acteurs aux contenus ou buts de l’enseignement, ou encore lorsqu’il s’agit d’innover dans une classe en introduisant des objets ou outils nouveaux. Là encore des ajustements entre les anciennes pratiques et les nouvelles se mettent en œuvre pour trouver une « juste distance », comme j’ai pu l’observer dans le travail sur l’intégration de Cabri-géomètre. La recherche de la « justesse » apparaît comme un élément important du changement curriculaire à tous niveaux : depuis le niveau global jusqu’au niveau « ponctuel » des acteurs et des pratiques. Par exemple dans le cas des inéquations, le changement s’est fait par petites variations dans le choix des types de tâches et dans les techniques disponibles. Cette évolution peut se comprendre comme un ajustement à

la fois aux contextes savant et scolaire et comme un ajustement des possibles à la réalité des pratiques telles qu'elles se donnent à voir dans les manuels.

J'ai identifié un certain nombre de types de changements : des arrêts, des disparitions, des transformations, des mutations, des évolutions, des innovations, des variations. Il existe des liens entre les changements (voulus ou non) et les résistances des traditions, des acteurs, des forces d'inertie des systèmes. Ces résistances peuvent être actives ou passives, peuvent être des obstacles mais aussi des leviers pour trouver de nouveaux équilibres ou pour garder des équilibres structurels ou fonctionnels.

Le curriculum officiel à un moment donné est le résultat d'un certain nombre de négociations entre acteurs sociaux qui légitiment politiquement ou "scientifiquement" les choix des contenus et les formes d'étude. Mais la recherche d'un équilibre et d'une stabilité sur le long terme apparaissent comme des facteurs essentiels dans l'implémentation d'un curriculum malgré les résistances ou les adhésions des acteurs. Les tendances du changement se dessinent effectivement lorsque ce curriculum est mis à l'épreuve de la classe. Quels sont les effets des changements ? Les effets attendus se sont-ils produits ? Y a-t-il d'autres effets inattendus ?

La disparition de l'arithmétique au collège (dans son versant théorie des nombres et ses objets emblématiques comme les nombres premiers, pgcd, ppcm ou divisibilité) n'a pas entraîné la disparition de l'arithmétique dans la formation des professeurs des écoles. La résistance active à cette disparition est due au fait qu'il existe une tradition très forte des pratiques anciennes dans cette institution, pratiques qui sont motivées par des besoins théoriques et professionnels bien identifiés et stabilisés. La résistance active des acteurs et l'absence d'un programme détaillé et précis ont permis ce non-changement dans une institution alors qu'on aurait attendu le contraire vu le changement dans l'autre institution de référence.

Dans l'exemple des inéquations, les discours officiels mettent l'accent sur l'activité conceptuelle des élèves. Or la réduction des moyens techniques du travail des élèves, notamment la réduction du nombre de techniques de résolution des inéquations est un élément inhibiteur dans le choix des activités des élèves. Cette contradiction entre les buts affichés et les moyens réels mis à disposition des élèves provoque des effets que j'ai désigné par *effets "malgré soi"*. Dans le cas des travaux pratiques, l'un des effets de ce dispositif a été la naturalisation de nouvelles pratiques mathématiques des élèves autour de la notion d'activité ce qui peut être vu comme un effet inattendu.

Ces effets sont des actions ou des régulations qui peuvent permettre une “juste distance” entre le possible et le réel, entre ce qu’on aurait voulu faire et ce qu’on peut faire effectivement, entre l’ancien et le nouveau de manière à ne pas mettre en danger le projet même du curriculum (celui de la transmission culturelle et de la diffusion des savoirs et des pratiques) et les acteurs concernés.

L’étude de la dynamique d’un curriculum sur le long terme permet de repérer certains effets des changements qu’on ne verrait pas forcément en étudiant statiquement le curriculum à un moment donné. Cette étude nous permet de mieux situer le travail de compréhension des facteurs qui président à l’organisation et à l’implémentation d’un curriculum par rapport à un travail de développement curriculaire ou une action dans le présent.

3 - Temps des savoirs, temps des systèmes

Si le temps est une variable dans l’étude du curriculum dans le premier mouvement, dans le second il est pris comme un objet en soi qui permet de spécifier un rapport particulier aux savoirs dans un curriculum. Je me suis intéressée aux fonctions du temps didactique dans l’organisation d’un curriculum à travers les textes du savoir. Le découpage du savoir dans un programme et ensuite en séquences ou en activités détermine un temps propre au système d’enseignement ou aux systèmes didactiques. Ce temps didactique est une contrainte très forte dans l’action des professeurs et des élèves, contrainte qui se manifeste usuellement dans la phrase si souvent répétée par les professeurs “il faut que je finisse le programme” ou encore “on perd beaucoup de temps quand on veut faire travailler les élèves à partir des activités”. Comment les acteurs et notamment les professeurs gèrent-ils cette contrainte ? Le texte du savoir apparaît comme un facteur important dans la gestion de l’avancement du savoir et du contrat didactique, ainsi que dans l’organisation et l’implémentation d’un curriculum. Pour analyser le rôle et les fonctions du texte du savoir, je me suis intéressée à certains objets absents du texte du savoir ou à l’absence de texte du savoir. A partir des analyses de ces absences, j’ai pu observer le rôle des acteurs pour mettre en œuvre des dispositifs qui prennent en charge des objets absents en institutionnalisant notamment des connaissances instrumentales (connaissances liées au logiciel Cabri) ou des connaissances d’ordre deux (des connaissances liées aux règles du « jeu mathématique ») dans le dispositif que nous avons mis en place dans le cadre du travail CESAME.

L'absence de texte du savoir m'a permis d'identifier un certain nombre de stratégies de la part de l'enseignant pour gérer l'avancement du savoir dans la classe. Dans le travail d'intégration de Cabri, les enseignantes ont reconstruit un temps didactique au fur et à mesure en produisant un texte du savoir par l'ajustement du texte de savoir ancien aux besoins de la prise en charge de la dimension instrumentale et des nouvelles praxéologies. La maîtrise de ce texte du savoir la deuxième année a permis aux enseignantes d'avoir des moyens de gestion de l'avancement du savoir et de pouvoir anticiper sur les difficultés des élèves. Cette maîtrise du temps a permis aussi aux enseignantes de mettre en œuvre un certain nombre de stratégies d'économie temporelle qui permettent de gagner du « capital-temps » en associant de manière fine le rapport individuel/collectif ou en utilisant des ostensifs ou en sachant aller à l'essentiel.

4 - Un domaine d'horizon à explorer

Le domaine de recherches qui concerne l'étude du curriculum (officiel, mais aussi « caché » et réel) à partir des deux problématiques temporelles est ouvert depuis un certain nombre d'années mais il n'a pas été très développé en tant que tel. C'est là que mon travail se situe et que je pense mettre au travail des étudiants de troisième cycle. Comment se concilient tradition et innovation ? Il me semble opportun de partir maintenant des catégories interprétatives pour les mettre à l'épreuve avec d'autres réalités (d'autres objets de savoir, d'autres formes d'étude). La recherche des « petits » changements m'apparaît aussi importante que les grandes réformes qui sont induites par l'institution. Je fais l'hypothèse que certaines de ces grandes réformes ont été « préparées » par ces « petits riens » qui ne sont pas reconnus tout de suite ni par l'institution ni par les acteurs, et il me semble important d'aller regarder ce qu'il en est. La recherche des effets des changements : les voulus et les non voulus qu'on aurait pu prévoir et aussi les effets malgré soi, me semble une piste à explorer d'une manière plus systématique. Quelle est la place et le rôle des acteurs dans ces effets-là ? Quelles sont les conditions et les contraintes institutionnelles ? Les résistances aux changements peuvent être des résistances actives ou passives, et les acteurs ont un rôle à jouer non seulement dans l'implémentation d'un curriculum mais aussi dans sa conception ou dans son développement. Le temps des acteurs, le rôle et l'adhésion des acteurs dans la production de dispositifs innovants cherchant une « justesse » par rapports aux buts poursuivis m'apparaît aussi comme une autre piste à explorer.

Le domaine d'horizon à explorer peut être nommé comme celui de l'étude des mouvements curriculaires dans une double approche institutionnelle et personnelle ainsi que dans une double approche écologique et économique, mouvements qui mettent l'accent sur les changements et les résistances.

5 - Un débat toujours à recommencer

Se poser la question des fondements épistémologiques d'un domaine de savoir n'est pas l'apanage des domaines récents. Même un domaine comme les mathématiques vieux de nombreux siècles n'échappe pas à cette remise en cause périodique. Lorsque le domaine est récent l'exercice n'est pas sans danger : pourquoi a-t-on besoin de réaffirmer son existence ? Je veux poser ici le problème récurrent des fondements épistémologiques de la didactique des mathématiques pour questionner et revenir au projet initial de constitution de cette discipline et réaffirmer les intuitions fortes qui guident encore ces travaux même si des évolutions se dessinent.

Disons d'avance que ce problème est souvent réduit à un autre problème qui est celui de l'appartenance de la didactique au champ des mathématiques, ou au champ des sciences humaines et sociales ou au champ des sciences de l'éducation.

Il existe des réponses personnelles, institutionnelles et politiques à ce problème d'appartenance. Réponses personnelles et institutionnelles car l'appartenance des chercheurs-didacticiens aux mathématiques ou aux sciences de l'éducation est possible et non contradictoire, cela dépendant de l'histoire de chacun et de son ancrage dans des équipes de recherche proches de laboratoires de mathématiques ou de laboratoires de sciences de l'éducation. Réponses politiques car il y a un choix volontariste de la part des acteurs impliqués dans la vie de la recherche, dans le choix des thèmes ou des questions de recherche mais aussi dans les processus de validation de ces mêmes recherches. Par contre, il me semble que les réponses se fondent moins sur des critères épistémologiques, ce qui me fait parler de « l'incertitude épistémologique » de la didactique des mathématiques. Et d'ailleurs les didactiques ne sont pas forcément les seuls domaines dans ce cas. Je vais essayer de préciser pourquoi je parle de cette « incertitude épistémologique ».

Pour aborder ce problème je vais m'intéresser à trois dimensions qui permettent de construire l'espace de recherche de ce domaine de savoir qu'est la didactique des mathématiques : l'objet d'étude ou la réalité-cible, les méthodes et outils, et les savoirs

produits. Ces trois dimensions sont imbriquées et cette imbrication est nécessaire pour essayer de dégager la spécificité de cette discipline.

L'objet d'étude de la didactique des mathématiques, ce sont bien les mathématiques qui vont être étudiées, enseignées, apprises. Cette réalité d'étude n'est pas spécifique de la didactique car d'autres domaines s'y intéressent : l'épistémologie mais aussi la sociologie du curriculum ou l'histoire de l'enseignement mathématique. Mais cette réalité est devenue incontournable dans le projet initial de la constitution de la didactique des mathématiques qui se démarquait ainsi de la pédagogie ou de la psychologie piagétienne par sa spécificité liée au contenu. Cette réalité-cible est l'objet d'étude de la didactique des mathématiques au double sens qu'elle existe en tant que cible mais aussi qu'elle se construit au fur et à mesure que des savoirs se construisent sur elle. Ce regard porté à une réalité-cible est spécifique par les constructions permises, par les méthodes utilisées et par les savoirs produits sur elle.

Le mot méthode, qui vient du mot grec « *methodos* », signifie initialement « cheminement, poursuite », « direction qui mène au but ». Ce sens lié à « marcher » est utile pour penser que les méthodes utilisées en didactique des mathématiques sont diverses et qu'elles s'adaptent au but visé, à la marche qu'on veut suivre et imprimer à son travail. Ces méthodes, cliniques ou expérimentales, quantitatives ou qualitatives, ne sont pas spécifiques de la didactique. L'ingénierie didactique, en tant que méthode d'observation et d'analyse didactique, a été considérée comme une méthodologie propre aux didacticiens. Cette méthodologie, qui associe méthode et étude de la méthode par la mise en évidence de l'importance de l'analyse a priori et des variables didactiques, a été le chemin qui s'imposait lorsqu'on s'intéressait à l'apprentissage de l'élève dans le contexte de la classe comme certains des premiers travaux en didactique des mathématiques. Actuellement cette méthode existe à côté d'un certain nombre d'autres méthodes car le chemin suivi dépend des problématiques et des buts qu'on se donne. Par exemple, beaucoup de travaux actuels s'intéressent à l'observation et à l'analyse de classes ordinaires où l'observateur n'intervient pas en tant que concepteur d'une ingénierie didactique : celle-ci en tant que méthode n'est peut-être pas la plus pertinente pour ce cas-là. La méthode permet-elle de spécifier un domaine d'étude ? Dans le cas de la didactique des mathématiques, ce n'est pas la méthode utilisée qui permet par elle-même de distinguer cette discipline d'une autre discipline comme la sociologie ou d'autres sciences de l'éducation mais son imbrication avec la réalité-cible et les savoirs.

Revenons alors à la troisième dimension : les savoirs produits en didactique des mathématiques. Or quels sont ces savoirs-produit ?

Cette production de savoirs peut se décliner selon trois moments qui ne sont pas chronologiques :

- le premier moment est celui de la production de résultats, de phénomènes qui doivent pouvoir résister à la confrontation avec la réalité. Leur mise à l'épreuve doit être faite par des observations ou des expérimentations contrôlées, et ils doivent résister aux perturbations auxquelles on peut les soumettre ;
- le deuxième moment est celui de l'organisation de ces résultats dans un ensemble structuré, cohérent et consistant : une théorie qui permet non seulement de justifier et de rendre compte des technologies mais qui s'autonomise par rapport à la réalité. La mise à l'épreuve des théories est faite selon des critères structurels, des critères de cohérence : est-ce que l'organisation des résultats dans une théorie ne recèle pas des incohérences entre ces résultats ? Les résultats deviennent des objets d'étude par eux-mêmes et leur agencement permet aussi de produire des savoirs ;
- le troisième moment est celui des applications des théories ou des technologies à la réalité étudiée. Cette deuxième mise à l'épreuve permet de préciser les domaines de validité des savoirs produits en les confrontant à d'autres réalités et à des cas limites. Dans ce cas, quelqu'un peut se placer dans un cadre théorique donné et l'utiliser pour étudier d'autres domaines ou activités mathématiques que ceux à l'origine des technologies ou des théories.

Ces trois moments sont imbriqués les uns dans les autres et ce qui fait la spécificité des didacticiens des mathématiques est non seulement de produire des savoirs sur une réalité en utilisant des méthodes adaptées mais surtout de produire un corpus théorique qui rende compte de la réalité et qui puisse devenir un outil d'analyse.

Tout projet didactique vise l'étude, l'enseignement, l'apprentissage et la diffusion des savoirs mais ce projet existe avant même qu'un projet social de constitution d'une science existe. Il me semble qu'il faut distinguer là le projet social de transmission de savoirs d'un autre projet social qui est de s'intéresser, en tant qu'objet d'étude, aux institutions ou aux situations qui accomplissent ce premier projet.

Or si le projet social de la didactique des mathématiques est bien encore celui de ses fondateurs, pourquoi parlons-nous d'incertitude épistémologique ? L'incertitude épistémologique de la didactique des mathématiques vient de son statut théorique : quelle est la nature des savoirs-produits ou des corpus théoriques produits ? Sont-ils mathématiques ? C'est une tautologie de dire que la science didactique est l'ensemble de savoirs didactiques et de théories didactiques correspondant à une réalité-cible (l'étude des mathématiques)

construite à partir de méthodes propres aux sciences de l'éducation et plus généralement aux sciences humaines, sociales ou cognitives. Or ces savoirs sont hétéroclites : certains sont mathématiques (ou supposés être mathématiques) comme certaines descriptions de l'organisation des savoirs en termes de situations ou de praxéologies mathématiques. Mais la plus grande part des résultats, et surtout du corpus théorique n'est pas mathématique. L'incertitude épistémologique vient du fait que la réalité-cible étant mathématique on aurait pu penser que les savoirs didactiques seraient mathématiques mais actuellement ce n'est pas le cas d'une manière générale. Cette réponse n'est pas définitive. Nul ne pourra dire si dans le futur les corpus théoriques produits par les didacticiens ne seront pas mathématiques.

La spécificité de la didactique des mathématiques est double : elle donne au champ des mathématiques le regard de l'humain et de l'activité humaine dans le cadre d'institutions ; elle donne au champ des sciences de l'éducation et des sciences humaines le regard d'une spécificité mathématique et épistémologique. Cette double donation est-elle une faiblesse ou une force de notre champ ? La didactique des mathématiques est au carrefour d'un certain nombre de chemins : il est évident qu'individuellement nous ne pouvons pas suivre tous les chemins, des choix doivent être faits, mais il est aussi évident que collectivement nous ne pouvons tourner le dos à aucun des chemins. La didactique des mathématiques, malgré son incertitude épistémologique, est assez robuste pour que le « métissage théorique » ne soit pas considéré comme un danger pour sa spécificité, son évolution et son développement.

Mes travaux s'inscrivent pleinement dans ce domaine de savoir qu'est la didactique des mathématiques. Actuellement, en présentant cette HDR, j'inscris mes travaux au champ des sciences de l'éducation. Cette donation a été faite au départ pour des raisons personnelles et institutionnelles mais je sais (puisque je l'ai déjà vécu lors du travail conjoint avec d'autres chercheurs en sciences de l'éducation) que les conditions existent pour que je puisse continuer à produire, à questionner mon domaine à partir de problématiques génériques, tout en apportant un regard spécifique au champ des sciences de l'éducation. Ce don va-t-il être accepté ? Les sciences de l'éducation vont-elles accepter d'être questionnées et nourries par ce regard didactique ? Plusieurs attitudes peuvent exister : des attitudes frileuses et fermées (comme celles de certains mathématiciens vis-à-vis des didacticiens), des attitudes méfiantes (comme celles de certains chercheurs des sciences de l'éducation qui se méfient des didacticiens), des attitudes ouvertes. Même si certains chercheurs questionnent la pertinence des didactiques dans l'étude des problèmes de l'éducation, la tendance actuelle est de penser que les sciences didactiques ont une place dans ce monde de l'éducation en apportant un regard qui est spécifique. La question posée aux didactiques est alors : en quoi et comment les

interactions relatives aux situations d'étude sont-elles spécifiées par les savoirs ? Cette question me paraît essentielle mais je voudrais aussi la retourner en la posant autrement : si les situations d'étude ne sont pas spécifiées par des savoirs, qu'est-ce qu'on ne pourra pas observer comme formes d'étude ou comme moyens d'interaction ? En ce qui concerne mes travaux, j'ai pu montrer comment l'absence d'un texte du savoir empêche l'enseignant d'avoir les moyens de gestion de l'avancement de la relation didactique et d'anticiper sur les difficultés des élèves. Mon travail sur le dispositif « travaux pratiques » montre aussi le glissement qui se produit dans les formes d'étude (remplacement d'un dispositif où la dimension expérimentale du travail mathématique est présente à un autre où on insiste sur l'activité des élèves sans lien avec les contenus) lorsque la dimension épistémologique est absente et que les raisons d'être sont essentiellement pédagogiques. Ces exemples me permettent de penser que mon travail peut apporter des éléments de réponse à ces questions essentielles posées aux didacticiens par d'autres chercheurs en sciences de l'éducation.

Je fais donc confiance aux entrelacements des différentes disciplines et à la co-disciplinarité qui ne peuvent que créer une extensivité des domaines dans le but de comprendre mieux le réel. Voilà le but essentiel qui guide et guidera mes travaux et je m'engage à rendre possible cette extensivité de la didactique des mathématiques en symbiose avec les autres sciences de l'éducation et avec les mathématiques.

Bibliographie succincte

ASSUDE T (2002), Un phénomène d'évolution curriculaire : le cas de l'objet " inéquation " au Collège, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22.2-3, 209-236.

ASSUDE T, GELIS J.M (2002), Dialectique ancien-nouveau dans l'intégration de Cabri-géomètre à l'école primaire, *Educational Studies in Mathematics*, 50, 259-287.

ASSUDE T. (2002), Travaux pratiques au Collège ? Conditions et contraintes d'émergence et de vie d'un dispositif, *Actes des journées sur les " Nouveaux dispositifs d'étude " organisées par la Commission Inter-IREM Didactique*, Dijon.

ASSUDE T (2003), Estudo do currículo de matemática : abordagem ecológica e alguns resultados, *Actes do XIV SIEM (Seminário de Investigação em Educação Matemática)*, édition APM, pp.29-44.

ASSUDE T & GISPERT H (2003), Le recours à la pratique: une finalité ou une démarche de l'enseignement mathématique?, in Denis D & Kahn P (eds), *L'école républicaine revisitée*.

Enquête sur les disciplines scolaires dans le Dictionnaire de Pédagogie de Ferdinand Buisson, Editions du CNRS, Paris, p.175-196.

ASSUDE T (2003), *Etude du curriculum de mathématiques entre changements et résistance. Liens entre écologie et économie didactique*, Document de synthèse pour l'HDR (non publié)

ASSUDE T & PAQUELIER Y (2004), Souvenirs et approche temporelle des apprentissages mathématiques, *Revue Canadienne de l'Enseignement des Sciences, des Mathématiques et des Technologies*, accepté

ASSUDE T (2004), Time management in the work economy of a class, *Educational Studies in Mathematics*, accepté

CHEVALLARD Y (1985), *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée Sauvage, Grenoble.

ROUSSET-BERT S (2001), Les activités: un thème à retravailler, *Petit x*, 56, 61-79.

SACKUR C, ASSUDE T, DROUHARD J.Ph, MAUREL M., PAQUELIER Y (2004), Expérience de la nécessité épistémique , article soumis à la revue *Recherches en Didactique des Mathématiques*.