

D. Des situations pour apprendre à regarder les figures.

Quelques résultats et perspectives

Marie-Jeanne Perrin-Glorian

IUFM Nord - Pas-de-Calais et équipe DIDIREM Université Paris 7

Dans cette dernière partie, je tenterai de caractériser la question de l'évolution du rapport à la figure en termes de milieux pour des situations permettant cette évolution, en liaison avec ce qu'a dit Marc Godin puis je donnerai quelques résultats et perspectives de travail.

1. Production ou reproduction de figures

1.1. Conditions de production : reproduction ou restauration de figure

Pour les raisons explicitées dans les exposés de Raymond Duval et de Marc Godin, nous nous intéressons particulièrement au changement de dimension dans la lecture des figures, au passage d'une vision de la figure en termes de surface à une vision en termes de lignes et de points. Les problèmes de reproduction de figure amènent un double rapport à la figure et aux instruments : celui de la lecture de la figure pour y repérer des propriétés permettant la construction avec les instruments dont on dispose et celui de la construction elle-même. Nous avons donc choisi de nous placer dans la problématique de la reproduction de figures et non de la construction de figure à partir d'un texte, ce qui signifie qu'un modèle de la figure à obtenir est fourni, mais pas nécessairement à la taille voulue. Cependant, les connaissances à mettre en jeu par les élèves dépendent encore d'un certain nombre de conditions qui sont des variables didactiques de la situation. Parmi elles, les éléments fournis pour la reproduction, en particulier début de figure déjà réalisé et instruments disponibles sont des variables sur lesquelles nous allons jouer pour faire évoluer les connaissances des élèves. Etant donnés nos objectifs, nous nous intéressons particulièrement à la dimension (2D ou 1D) des données fournies. Dans le cas où les informations et les instruments fournis permettent de reproduire la figure avec une conception de type 2D, c'est-à-dire sans mettre nécessairement en œuvre des lignes autres que des bords de surface ou des points autres que des sommets de surface, nous parlerons plutôt de *restauration* de figure comme cas particulier de la reproduction (voire de la construction) de figure.

1. 2. Les figures considérées

Il s'agit de figures planes en un sens large : aussi bien traces d'objets de l'espace que représentation d'assemblages de surfaces type puzzle ou figure comme ensemble de lignes mais dessinées sur le papier. Cela pourrait être aussi un écran d'ordinateur mais nous n'avons pas considéré ce cas qui soulève peut-être des questions particulières. Nous nous intéressons à des figures qui sont composées par juxtaposition ou superposition de figures simples, en donnant à figure simple le sens de figure qu'on peut obtenir par le tour d'un gabarit ou d'un pochoir, donc avec un bord non croisé. Ces figures peuvent relever de différents modes de production : par empreintes de solides, tour de gabarit, de pochoir, tracés à main levée ou avec des instruments usuels de géométrie. Les bords courbes, en particulier portion de cercle font partie du champ d'étude mais en fait, dans les situations mises en œuvre, nous n'avons pour l'instant considéré que des bords droits.

1. 3. Les connaissances visées

Nous nous plaçons sur le plan du dessin mais il s'agit d'un type de dessin particulier porteur potentiel de connaissances géométriques, dessin qui peut être interprété comme une figure de géométrie avec des propriétés géométriques. Pour les élèves c'est un dessin, pour le professeur c'est une figure. L'élève est dans le cadre de la géométrie 1 au sens de Houdement et Kuzniak ou plutôt de la géométrie des objets (G0) ou de la géométrie spatio-graphique G1 au sens de Parzysz.

Cependant, pour construire les figures, le maître doit se placer, lui, dans la géométrie 2 pour que les propriétés graphiques qu'utilisent les élèves correspondent à des propriétés géométriques de la figure et que la figure n'ait pas des propriétés graphiques qui ne correspondent pas à des propriétés géométriques. C'est à cette condition qu'on travaille des propriétés graphiques utiles pour l'analyse d'une figure de géométrie et en relation avec la construction des concepts géométriques. Cela suppose aussi d'autres connaissances du maître qui font partie des objets de notre recherche.

Nous visons des *connaissances spatio-graphiques* mais aussi des *connaissances géométriques* dans le sens que les connaissances spatiales ou graphiques que nous visons sont en interaction forte avec des concepts de la géométrie 2. Par exemple, si l'on veut découper une étoile sans déchirer le papier, il ne faut pas suivre le contour de l'étoile mais partir des sommets des

angles saillants vers ceux des angles rentrants et donc voir le sommet de l'angle rentrant comme intersection de demi-droites.

Les connaissances géométriques en jeu dans les situations de reproduction de figures considérées sont celles de direction, droite comme support de segment, comme passant par deux points, points comme extrémités de segments, intersections de lignes (droites ou cercles), repérages par longueurs, angles, milieu, perpendiculaire, cercle, symétrie, carré, dans leur action dans le domaine spatio-graphique.

2. Des milieux pour la reproduction de figures

2. 1. Des variables didactiques de la reproduction de figures.

Les jeux sur les variables de la reproduction et de la restauration de figures vont nous permettre d'inciter les élèves à changer leur regard sur les figures et les aider à passer d'une vision 2D (surfaces) à une vision 1D (lignes) et 0D (points). Les variables sont des caractéristiques des milieux des situations considérées ; elles concernent la figure à reproduire, les informations et les instruments fournis pour la reproduire, les règles du jeu de la reproduction (définition du but et des règles pour y parvenir). Nous en avons identifié un certain nombre, fixé certaines d'entre elles et fait varier d'autres en fonction de nos objectifs.

Éléments fixés dans les milieux considérés

- Le problème considéré est toujours de reproduire une figure donnée sur une feuille de papier.
- Le modèle est fourni, il est disponible sous les yeux des élèves et ils peuvent écrire dessus. Il peut être de la même taille que la figure à obtenir ou de taille différente.
- La figure à obtenir, le but, est disponible sur transparents pour la validation avec différentes épaisseurs de trait qui fixent un niveau de rigueur pour la reproduction. Sa présence permet aussi la dévolution du problème.
- L'existence d'une trame sous-jacente, à découvrir au moins partiellement pour reproduire la figure, garantit la présence des propriétés géométriques que l'on veut voir mettre en œuvre par les élèves. Le choix de la trame dépendra, lui, des apprentissages visés.

Éléments variables dans les milieux considérés

- Les propriétés géométriques de la figure à reproduire, en particulier la nature de la trame sous-jacente

- Les informations fournies sur la figure : partie de figure ou de réseau déjà disponible sur le papier (nous désignerons cette variable sous le nom de "données" dans la suite.
- Les instruments disponibles pour la reproduction, parmi lesquels nous distinguerons :
 - les instruments classiques : règle non graduée, équerre compas
 - les instruments liés à l'objet à reproduire : gabarit, morceau de gabarit
 - les instruments non standard : morceau de carton pour report de longueur, d'angles ou de morceaux de surface ; bande de papier qu'on peut plier pour chercher un milieu par exemple.
- La règle du jeu pour la reproduction avec éventuellement un système de points marqués (de bonus ou de malus) permettant de favoriser le recours à un instrument plutôt qu'à un autre.

Dans la suite, nous préciserons les valeurs données aux éléments variables dans quelques-unes des situations que nous avons envisagées. Ces éléments nous permettent de classer les situations.

Remarquons par ailleurs que, notamment pour le cas où la conception 2D est insuffisante, le modèle de la géométrie utilisé varie suivant les instruments autorisés : c'est celui de la géométrie projective si peut reproduire la figure en ne disposant que de la règle non graduée et celui de la géométrie euclidienne dès qu'on utilise un report de longueur ou d'angle. La géométrie affine est plus fugitive : elle correspond au cas où on a une règle non graduée et un instrument pour trouver les milieux, par exemple un morceau de papier sur lequel on peut écrire et qu'on peut plier (mais dans ce cas on pourra aussi reporter des longueurs) ou bien une règle rigide avec deux bords parallèles. Remarquons aussi que le report de longueur ou de position relative de deux segments nous amène en géométrie euclidienne mais qu'on n'introduit pas la mesure pour autant. L'idée de graduation reste à construire à partir du report de longueur et de l'ordre.

2.2. Des exemples de milieux pour la restauration de figures au cycle 2

Au cycle 2, nous gardons dans le milieu des éléments qui permettent de reproduire la figure avec une conception 2D, cependant, par le jeu sur les variables, nous la rendons plus coûteuse qu'une conception 1D et/ou 0D de manière à faire évoluer les procédures des élèves. Nous proposons ici quelques exemples de ce jeu possible sur les variables.

Exemple 0 : les puzzles

Au cycle 1, l'activité de reproduction de puzzles, en particulier sans image, permet des reproductions de figure avec une conception 2D. On dispose des pièces qui peuvent servir de gabarit, il faut les placer les unes par rapport aux autres :

- par juxtaposition (puzzles classiques)
- par superposition comme dans les exemple suivants où on dispose, pour la reproduction, du rectangle et du disque, du carré et du triangle

Ici, seules l'orientation et la position relative des pièces interviennent. Leur forme, et en particulier le nombre d'axes de symétrie dont elles disposent, est une variable importante. Des lignes et des points interviennent pour le positionnement des pièces mais ce sont des bords ou des sommets de surfaces. Les instruments se confondent avec les informations fournies sur la figure : on est dans la manipulation et le spatial et pas encore dans le spatio-graphique. Cet exemple relève entièrement de la conception 2D.

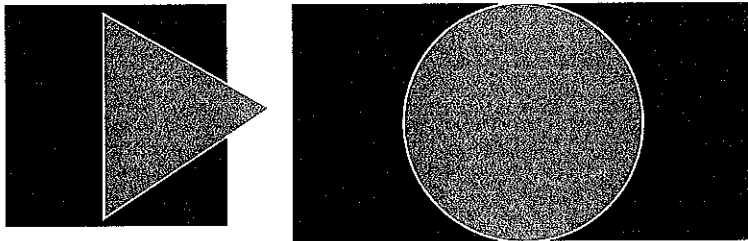


Figure 1

Exemple 1 : la reconstitution à partir d'une partie

- Informations fournies : une partie de la figure (certaines pièces de la figure vue comme juxtaposition de surfaces)
- Règle du jeu : Reproduction à l'identique.
- Instruments : règle non graduée, éventuellement gabarits et/ou bande de papier (report de longueurs et/ou d'angles, milieux), éventuellement instrument de tracé de perpendiculaires (équerre ou papier qu'on peut plier), suivant le choix de la figure et des informations fournies.

Exemple 1.1. La figure est une figure simple : les gabarits déchirés

- La figure à reproduire est une figure simple
- Rien n'est dessiné à l'avance sur la feuille (aucun élément graphique disponible)
- La figure est à reproduire à l'identique
- les instruments sont le gabarit déchiré de la pièce et/ou un pochoir déchiré de la pièce et/ou une règle non graduée

On peut jouer sur les variables spécifiques de ce type de situation (forme du gabarit et caractéristique du morceau fourni comme instrument) pour mettre en jeu des propriétés

géométriques plus ou moins élaborées. Suivant le morceau fourni, une conception 2D peut suffire ou non.

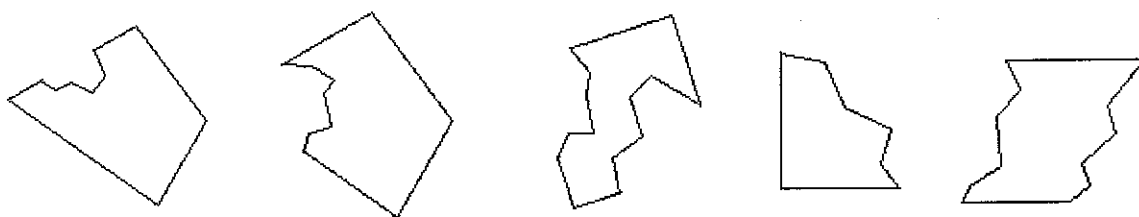


Figure 2

Ainsi, la situation est abordable dès la maternelle pour le premier exemple, gabarit d'un quadrilatère quelconque. Le deuxième (gabarit un peu plus déchiré) demande de voir le sommet comme intersection de lignes si on ne fournit qu'une règle non graduée sur laquelle on ne peut pas écrire en plus du gabarit déchiré : on peut aborder cette question en GS ou en CP. Les trois derniers exemples sont des gabarits déchirés de carrés. On peut aussi reconstituer le carré du troisième en prolongeant les lignes mais la tâche est plus difficile car les échancrures sont plus profondes, le carré se reconnaît plus difficilement ; pour le quatrième on peut faire tourner l'angle droit et le côté avec un report de longueur. Le dernier demande à mettre en œuvre les propriétés du carré (report de longueur et angle droit) et se situerait plutôt au début du cycle 3 ; le report de longueur n'est pas nécessaire mais cela demande alors une très bonne maîtrise des propriétés du carré.

Exemple 1.2. La figure est un assemblage de figures simples : restauration d'un assemblage

- La figure à reproduire (A) est un assemblage de figures simples par juxtaposition
- Une pièce est déjà dessinée (B), il faut compléter la figure
- Les instruments sont la règle non graduée et un instrument de report de longueur
- La reproduction doit se faire à l'identique (vérification par superposition)

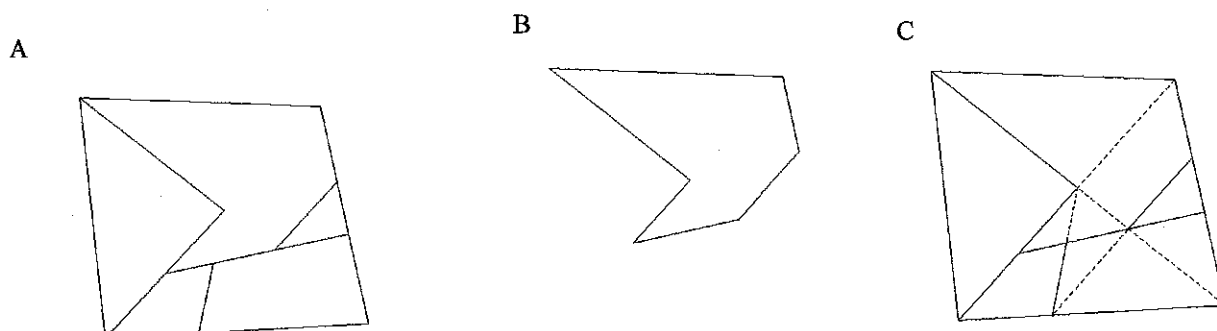


Figure 3

L'exemple ci-dessus a été utilisé en CM1, en formation de PLC2 (Ateliers de Développement de Pratiques Pédagogiques) et en formation continue par les conseillers pédagogiques.

On peut ici aussi jouer sur les variables et ajouter aux instruments un gabarit ou un gabarit grignoté d'une autre pièce qu'il faut placer par rapport à la pièce dessinée avant de compléter. Suivant le cas, il peut y avoir ou non nécessité de reports de longueur. Pour l'exemple donné ici il faut un report de longueur et cela suffit si l'on repère tous les alignements (C).

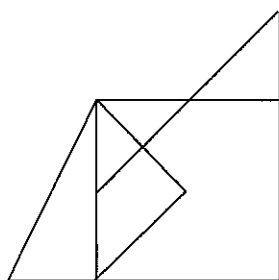
Pour le maître, la tâche consiste en l'analyse des variables, en particulier : quelles informations sont fournies suivant le choix de la pièce qui est déjà dessinée, quels points peut-on reconstruire par simple prolongement de lignes ? Que manque-t-il ?

Exemple 2. Restauration de lignes

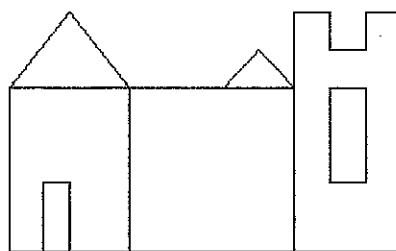
- Figure : assemblage de figures simples qui peut être vu comme des juxtapositions ou des superpositions
- Données : figure partiellement effacée (effacement de lignes).
- Règle du jeu : Reproduction à l'identique.
- Instruments : règle non graduée, éventuellement gabarits et/ou bande de papier (report de longueurs et/ou d'angles, milieux), éventuellement instrument de tracé de perpendiculaires (équerre ou papier qu'on peut plier), suivant le choix des éléments effacés

D'autres variables, internes à ce type de situation, interviennent encore, qui peuvent avoir un effet sur les connaissances mises en jeu par les élèves, par exemple le fait que la figure à reproduire soit abstraite ou qu'elle représente quelque chose que l'élève peut reconnaître. Nous avons par exemple utilisé les figures suivantes :

Figure 4



Exemple 2.1. Figure abstraite "Picasso"

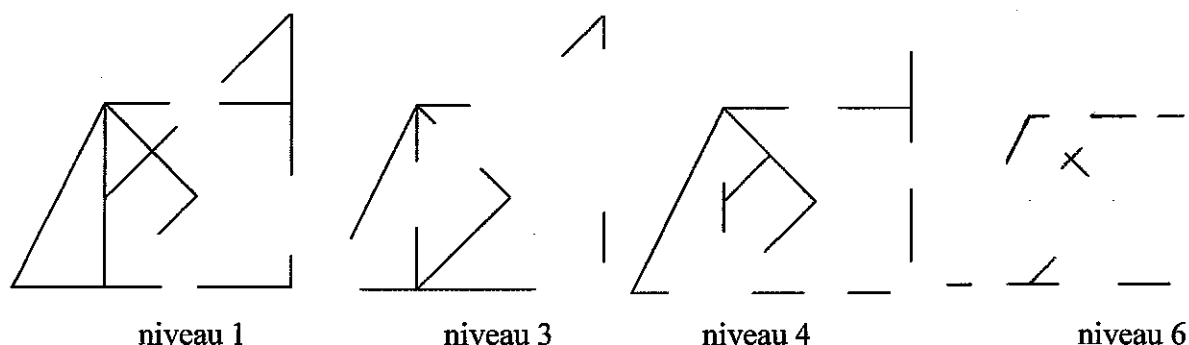


Exemple 2.2. Le château

Seuls des éléments visuels de la figure peuvent être utilisés pour la figure abstraite alors que, pour le château, les élèves reconstruisent le toit ou la porte...

Plusieurs niveaux de difficulté ont été prévus pour chacune. Par exemple, pour la figure Picasso, il y avait six niveaux de difficulté, on peut trouver ci-dessous les niveaux 1, 3, 4 et 6 :

Figure 5



A gauche la figure de niveau 1 retenue par les conseillers pédagogiques est fournie aux élèves qui ne réussissent pas après plusieurs essais ; la figure de niveau 3 est fournie à tous pour démarrer. Les tracés peuvent se faire dans n'importe quel ordre. A droite, la figure de niveau 4, niveau de complexité peu différent de la 3 : aucun segment n'est entièrement effacé mais un nœud plus complexe (3 directions) est effacé. Ordre des tracés à respecter pour deux segments si on ne veut pas trop déborder.

La figure de niveau 6 contient un segment entièrement effacé (côté gauche du carré) dont les extrémités sont encore présentes. Le côté droit du carré a disparu aussi mais la droite support n'a pas entièrement disparu. La restauration ne demande pas de report de longueur mais demande de repérer des alignements de points éloignés et de respecter un ordre complexe de tracés si on veut déborder le moins possible.

Dans la mesure où aucun report de longueur n'est nécessaire et que la règle seule suffit à la reproduction, la taille du modèle influe peu, sauf au moment de la vérification. On peut reproduire comme un ensemble de pièces juxtaposées (pièce par pièce) pour le niveau 1. C'est plus difficile pour les niveaux 3 et 4 où il faut au moins prolonger un segment dont il manque une des extrémités. Ainsi, une conception des lignes comme bords de surfaces qui correspond à une vision 2D de la figure peut encore amener à la réussite mais elle est difficile à mettre en œuvre dès le niveau 3 pour la grande oblique. Elle fonctionne un peu plus efficacement avec une vision de pièces superposées (notamment pour les triangles rectangles isocèles à l'intérieur du carré) que de pièces juxtaposées.

2.3. Des exemples de milieux pour la reproduction de figures au cycle 3

Au cycle 3, on peut encore utiliser des situations de restauration mais on peut introduire des situations de reproduction proprement dites où l'utilisation de droites et de points qui ne sont pas directement des bords ou des sommets de surface soit indispensable.

Reproduction à l'identique

- Règle du jeu : Reproduction à l'identique.
- Donnée : rien ou un segment pour fixer la position
- Instruments : règle non graduée, éventuellement gabarits et/ou bande de papier (report de longueurs et/ou d'angles, milieux), éventuellement instrument de tracé de perpendiculaires (équerre ou papier qu'on peut plier), suivant le choix de la figure à reproduire

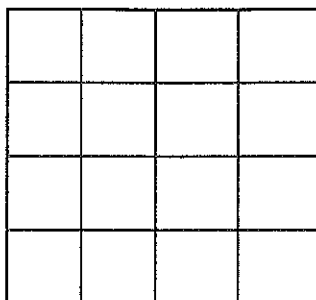
Un grand nombre de variables est encore disponible aussi bien pour le choix de la figure que pour celui des instruments et des données. Puisqu'on reproduit à la même taille le report de longueurs est possible.

Reproduction à une taille différente

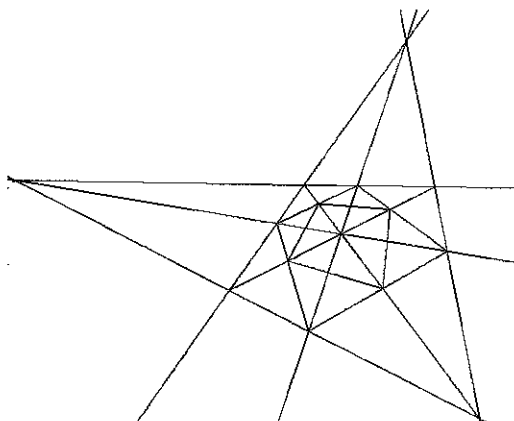
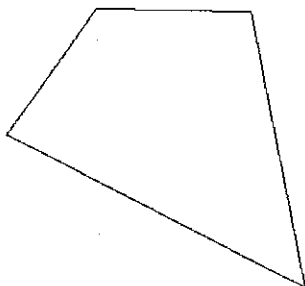
- Règle du jeu : Reproduction à une taille différente.
- Données : une partie de la figure à la taille voulue, éventuellement un segment seulement.
- Instruments : règle non graduée, éventuellement gabarits et/ou bande de papier (report d'angles, milieux), éventuellement instrument de tracé de perpendiculaires (équerre ou papier qu'on peut plier), suivant le choix de la figure et des données.

Ici on reproduit à une taille différente donc le report de longueur n'est plus possible. On peut choisir des figures et des données qui demandent le report de milieux (géométrie affine) ou d'angles droits (géométrie euclidienne) ou des figures et des données qui ne demandent que des prolongements et intersections (géométrie projective) mais qui peuvent demander de sortir du cadre de la figure.

Exemple de figure mettant en jeu des angles droits et des milieux.



Exemple de figure ne mettant en jeu que des alignements mais demandant de sortir du cadre



Des situations de chacun de ces types, réalisées dans la classe d'un maître formateur associé à l'équipe de recherche, ont été observées et analysées. Nous n'en parlerons pas ici : nous nous contenterons de donner quelques résultats concernant la situation de restauration de lignes travaillée avec les conseillers pédagogiques.

3. Quelques résultats à propos de la restauration de lignes

3.1. Quelques précisions sur la méthode de travail

La situation de restauration de lignes a été travaillée avec les conseillers pédagogiques qui, après une observation et une analyse en commun d'une situation du même type mise en œuvre par le groupe de recherche dans un CP, ont produit les figures ci-dessus et ont implémenté les situations dans des classes de CP et de CE1. Les conseillers pédagogiques ont travaillé par deux ; chaque groupe a produit une situation expérimentée dans au moins un CP et un CE1. Pour la figure abstraite, c'est la version 3 qui était donnée aux élèves pour démarrer. Quand ils pensaient avoir fini, ils pouvaient vérifier leur production à l'aide de transparents et recommencer la restauration sur une nouvelle feuille s'ils n'étaient pas satisfaits. S'ils ne réussissaient pas après 3 essais, on leur donnait la version 1, puis la version 2 en cas de succès. S'ils réussissaient, on leur donnait la version 4 et ainsi de suite. Des gabarits étaient disponibles dans deux classes qui travaillaient sur le château. Les productions des élèves ont été relevées.

Ce travail avait pour but de tester la robustesse des situations produites et de mettre au point un document destiné aux enseignants pour les aider à identifier les variables didactiques et ainsi à choisir ou à produire des situations du même type. Nous voulions notamment produire une grille d'analyse concernant le choix de la figure et de ce qu'on peut effacer.

Une première version de la grille a été produite en commun à partir de l'analyse de la séance enregistrée sur vidéo au CP. Les conseillers pédagogiques s'en sont servi pour produire leurs figures. Ils ont mené la classe eux-mêmes et ont fait un compte rendu oral du déroulement dans le groupe de recherche qui a mené une première analyse collective des productions et du déroulement. Ils ont échangé leurs figures et repris l'autre situation, soit dans la même classe soit dans une autre classe, ce qui fait que chaque figure a été traitée par au moins quatre classes. Ces analyses de déroulement et de productions d'élèves ont donné l'occasion d'affiner la grille d'analyse des figures. Les productions des élèves ont ensuite été analysées plus finement.

3.2. Les productions des élèves

- Il faut d'abord noter d'une part la *grande richesse des productions* qui nous permettent de déceler des difficultés en général masquées, d'autre part *l'intérêt des élèves* : la plupart d'entre

eux étaient exigeants avec eux-mêmes et n'hésitaient pas à recommencer plusieurs fois une restauration pour arriver à quelque chose de plus satisfaisant.

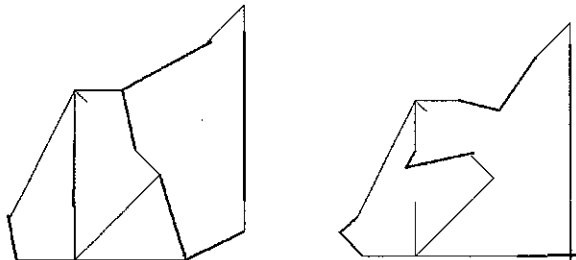
- Difficulté du « coin » : c'est l'observation et l'analyse des productions des élèves qui nous a permis de repérer la difficulté de restaurer les sommets comme intersections de côtés : les enfants ne s'autorisant pas à dépasser le point de concours, on peut observer des prolongements successifs et des raccords à main levée. Une autre variable a aussi été identifiée : la longueur de la trace visible d'un segment.

- L'observation montre aussi que les enfants s'occupent d'une zone à la fois et ne restaurent pas d'un seul coup un segment s'il comporte deux zones effacées. Ainsi la longueur des traces visibles d'un segment, le nombre de morceaux, leur éloignement sont autant de variables qui peuvent accroître la complexité de la tâche. Cela correspond bien à une vision 2D de la figure.

- Il y a de grandes variations dans les réussites entre les classes. L'utilisation de la règle reste maladroite pour beaucoup d'élèves.

- Au CP surtout, un certain nombre d'enfants cherchent à fermer la figure au plus près en reliant les extrémités de segments les plus proches, comme on peut le voir dans la figure 8 (en caractères gras une reproduction des traits ajoutés par les élèves).

Figure 8



- Pour la figure "Picasso", la restauration de la grande oblique est souvent mal réussie : elle ne délimite pas le contour d'une surface (ou alors il faut repérer deux triangles rectangles dont les hypoténuses sont alignées) et ne peut pas être interprétée figurativement.

- La restauration du château donne en général des dessins plus ressemblants que celle de la figure abstraite. Cependant, nous ne pouvons pas savoir si la meilleure réussite dans le cas du château est due à la possibilité d'interpréter, à la présence des gabarits ou même au niveau des classes. Dans les deux cas, la figure de démarrage est déjà d'une grande complexité, surtout pour les élèves de CP.

Les conditions de l'observation ne nous permettent pas de tirer des conclusions précises sur les difficultés réelles des élèves et sur la résistance de ces difficultés, notamment en ce qui concerne les "coins" et la clôture de la figure. Ces difficultés disparaissent-elles spontanément

pour des élèves plus âgés, sans apprentissage particulier, ou résistent-elles pour certains élèves ? Nous ne pouvons pas non plus interpréter les erreurs des élèves comme relevant de l'un ou l'autre des paramètres identifiés puisque souvent plusieurs d'entre eux peuvent jouer en même temps. Les productions d'élèves nous ont plutôt permis d'identifier les différentes variables sans pouvoir déterminer plus précisément leur effet. Cependant, relativement à notre problématique, un point paraît intéressant : le fait que les élèves s'occupent d'une zone à la fois plutôt que de restaurer un segment dans sa totalité. Il semble qu'une intervention du maître soit en général indispensable pour faire évoluer les élèves sur ce point. Une étude sur une plus longue durée serait bien sûr nécessaire pour voir si ce type de situation permet un apprentissage durable sur le repérage des alignements.

3.3. Une grille de complexité pour la zone effacée

La grille de complexité que nous voulions produire était in fine destinée aux enseignants pour définir des choix dans l'effacement des lignes dans des figures géométriques qu'on peut décrire par un assemblage de segments comme celles qui apparaissent dans la figure 4. La restauration d'une ligne doit s'envisager non isolément mais dans son environnement puisque, pour restaurer une partie de segment manquante, il est souvent nécessaire de faire intervenir d'autres segments, par exemple si une extrémité du segment a disparu. La définition de la complexité de la restauration est difficile parce que celle-ci dépend du regard que va porter l'élève sur la figure. Ainsi un segment peut ne pas être perçu comme tel mais comme deux morceaux de bords de surfaces différentes dont on n'a pas repéré l'alignement.

Pour traiter ce problème, nous nous sommes centrés sur les parties effacées vues comme des zones à restaurer sur une image déchirée. Les segments peuvent alors être vus comme des bords de surfaces juxtaposées, la zone à restaurer étant une zone cachée ou déchirée, comme D dans la figure 9. Nous avons ainsi envisagé la complexité de restauration en fonction de caractéristiques des zones à restaurer, notamment du nombre de segments concernés par la restauration. Nous avons ainsi considéré le couple : (n,p) = (nombre de segments qui arrivent dans la zone, nombre minimum de segments nécessaires à la restauration). Le deuxième élément du couple est inférieur ou égal au premier, il est strictement inférieur si des segments arrivant dans la zone sont alignés; suivant que l'on voie ou non l'alignement on a p ou n segments à tracer.

Par exemple, sur notre figure, on a (2,1) pour I et J, (2,2) pour A, B, C, (4,2) pour D et G, (3,2) pour E et H, (4, 3) pour F, (4,4) pour K. Quand on a une vision de la figure comme surfaces juxtaposées, la zone paraît plus complexe quand beaucoup de segments y arrivent dans la grille puisque ce sont des bords de surfaces différentes qui se juxtaposent dans la zone effacée. Ainsi D, F et K peuvent être vus comme sommets communs à 3 surfaces (en négligeant le fond, mais ce n'est pas toujours évident, par exemple selon qu'on voit des juxtapositions ou des superpositions : G est-il sommet commun à trois ou quatre surfaces ?).

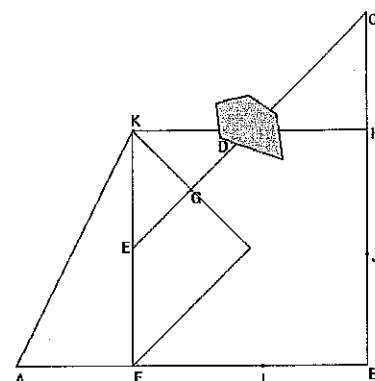


Figure 9

Nous avons donc dans un premier temps pensé à mesurer la complexité par n ou $n+p$. Cependant l'observation des élèves a montré une autre difficulté : le fait de ne pas savoir où arrêter le tracé, particulièrement dans les "coins" comme A, B, C, K. Pour restaurer un coin comme A avec une seule règle, il faut tracer un segment plus long que celui qui est désiré puis effacer ce qui dépasse quand on a déterminé l'extrémité par le tracé d'un autre segment. Les enfants ne semblent pas faire facilement usage de leur gomme dans ce cas, ils essaient de deviner où s'arrêter, font des traits trop courts qu'ils prolongent en plusieurs tracés. Il se peut que les enseignants de CP ne favorisent pas l'usage de la gomme pour diverses raisons, il nous semble cependant que cette observation peut être l'indice d'une vision 2D de la surface à restaurer. Il semble ainsi que l'égalité entre n et p contribue à augmenter la complexité de la tâche. De plus, le nombre de segments n'est pas le seul élément à considérer : dans certains cas, l'ordre du tracé a de l'importance, par exemple pour une zone (3,2) comme en E, il est plus facile de restaurer d'abord le grand triangle AKF puisque cela donne l'alignement de KE et EF et en même temps le moyen d'arrêter le tracé du dernier segment. Dans d'autres cas, l'ordre des tracés n'intervient pas, par exemple en D. Nous avons renoncé à caractériser de manière générale la complexité mais cherché à identifier des facteurs de complexité. Ainsi, trois types de jonctions élémentaires nous paraissent de complexité croissante : ligne (2,1) nœud (3,2) et coin (2,2). Nous pouvons alors considérer que les autres sont des composées de celles-là. C'est cette grille que nous avons présentée à CERME 3 (Perrin-Glorian, 2003).

Cependant, un point de vue sur la figure comme surfaces superposées modifie la définition de la complexité que nous venons de prendre. Ainsi, dans la figure de niveau 4 produite par les conseillers pédagogiques, l'effacement de F correspondait à un accroissement de la

complexité. Cependant si l'on s'intéresse à l'enveloppe de la figure ou au grand trapèze, le segment AB devient facile à percevoir, d'autant plus qu'il est horizontal et cela diminue beaucoup la complexité de restauration de la zone autour de F. Ainsi la définition de la complexité de la restauration doit se référer à plusieurs regards possibles à porter sur la figure. Nous venons de voir que le fait d'avoir à repérer des alignements obliques plutôt que des segments horizontaux ou verticaux, est un autre facteur de complexité, concernant la zone à restaurer mais aussi la figure complète. Dans le cas où un segment complet a disparu, il faut de plus prendre en compte des longueurs ou des alignements avec des points extérieurs à la zone à restaurer, cela ajoute une composante supplémentaire à la complexité.

3.4. Des variables didactiques

Nous avons dans le paragraphe précédent tenté de préciser diverses variables permettant de décrire la *complexité de la zone à restaurer*. Une autre variable est le *caractère figuratif ou abstrait de la figure* choisie : l'interprétation donnée par les élèves à la figure peut leur fournir des points de repère et, par exemple, limiter les oublis de certains segments qui peuvent avoir une interprétation dans le dessin. Cependant, le fait de mieux réussir ne signifie pas qu'ils apprennent mieux : ont-ils l'occasion de développer les mêmes connaissances ou peuvent-ils réussir avec des conceptions plus archaïques dans ce cas ?

La *longueur et la distance des traces disponibles* est un facteur qui intervient dans la perception d'un segment : il sera ainsi plus ou moins facile de mettre en relation deux zones effacées qui concernent ce qui pourrait être vu comme un seul segment. D'autres variables concernant la donnée pourraient aussi intervenir au niveau global comme le sens de lecture de la figure : de gauche à droite et de haut en bas. Il se peut qu'une zone de grande complexité se révèle plus difficile si elle est placée en haut à gauche que si elle est placée en bas à droite. *L'apparence de la figure et des parties cachées* - seulement des segments avec parties effacées ou des surfaces matérialisées avec traces de déchirures, couleurs...- peut avoir une influence sur la vision en termes de surfaces ou en termes de lignes de la figure.

Nous avons jusque là considéré les variables qui concernent la nature de la figure à restaurer et la figure donnée pour la restauration. D'autres variables concernent les autres éléments du milieu comme les instruments disponibles ou la règle du jeu, la définition de la tâche :

- le matériel fourni aux élèves pour tracer (une ou plusieurs règles, gabarits de certaines parties des figures) et pour vérifier leur production (gabarits, figure réalisée sur transparent avec des traits plus ou moins épais...)

- le fait que les gabarits aient ou non un axe de symétrie : s'ils n'en ont pas, il y a des problèmes d'orientation. Il est alors important d'avoir un moyen de distinguer les deux faces du gabarit.

- les conditions de réalisation de la tâche, par exemple modèle présent sur la table des élèves ou seulement affiché au tableau, manière dont apparaissent les parties cachées (lignes seulement ou matérialisation des surfaces déchirées, couleurs...)

Pour la réalisation en classe, il est aussi important de prendre en compte d'autres variables qui risquent aussi d'avoir une influence sur les stratégies des élèves, notamment la gestion de la classe, en particulier celle des explicitations collectives (nature, moments où elles se font, par exemple en cours de restauration ou après).

3.5. Les réactions des enseignants et des conseillers pédagogiques

Les conseillers pédagogiques avec lesquels nous avons travaillé se sont portés volontaires à l'issue d'un stage de formation de formateurs qui présentait l'esprit dans lequel nous travaillons la géométrie, et quelques situations permettant de mettre en œuvre ce type de rapport à la géométrie. Il était prévu que nous préparions les situations avec eux et qu'ils les proposent à des maîtres de CP ou CE1 de leur circonscription en observant le déroulement de la séance. Finalement, les conseillers pédagogiques ont géré eux-mêmes la séquence qu'ils avaient préparée, trouvant trop difficile de la transmettre au maître. Ils se sont donc retrouvés simultanément en position d'acteurs et d'observateurs. Cependant, ils ont noté l'intérêt des élèves pour ce travail, ce qui pourrait, d'après eux, convaincre certains enseignants peu attirés par la géométrie et ils ont organisé des stages de formation continue où ils ont utilisé les situations élaborées avec eux dans le groupe de recherche autour de la restauration de lignes.

J'ai observé un de ces stages de formation continue et j'ai pu constater que les enseignants présents manifestaient un grand plaisir dans le traitement de ce type de situations pour eux-mêmes mais qu'il leur était plus difficile d'envisager la mise en œuvre dans leur classe.

Par ailleurs, l'effet du choix d'une figure abstraite ou figurative est sans doute à considérer, non seulement du point de vue de l'apprentissage des élèves, mais aussi du point de vue des enseignants. En effet, les professeurs du primaire, surtout à ce niveau, préfèrent souvent utiliser des figures qui représentent un objet concret parce qu'ils peuvent les inscrire plus facilement dans une histoire. Dans les premières classes du primaire, les professeurs utilisent généralement, comme en maternelle, un thème de classe décliné dans la plupart des

disciplines. La question est de savoir si l'usage d'un dessin figuratif peut entraîner une meilleure réussite tout en favorisant moins l'apprentissage.

L'utilisation en classe et dans la formation de ce seul type de situations pose donc beaucoup de questions de recherche, ne serait-ce l'amélioration de la grille pour la rendre à la fois plus fiable et plus facile à utiliser pour les enseignants. Je vais maintenant essayer d'indiquer quelques perspectives pour la suite de notre travail.

4. Conclusion. Perspectives en formation des maîtres

Nous pensons continuer à étudier la possibilité de prendre en compte dans l'enseignement ordinaire l'apprentissage des connaissances nécessaires à l'analyse d'une figure géométrique, apprentissage qui est actuellement laissé à la seule responsabilité des élèves. Un point important dans notre problématique c'est que nous ne voulons pas seulement savoir si nos situations peuvent provoquer l'apprentissage visé mais aussi si elles sont viables dans des classes ordinaires, et avec quelle formation.

Nous avons d'abord besoin de mieux connaître les pratiques effectives des enseignants en géométrie. L'analyse des réponses au questionnaire que nous avons fait passer devrait nous donner quelques indications. Cependant, cela ne nous donnera pas d'information sur les possibilités de faire bouger les pratiques. Nous avons un premier éclairage sur ce point par un entretien réalisé auprès de deux enseignants qui ont suivi il y a quelques années des stages sur la géométrie développant une approche de ce type : ils font état de réactions contrastées de collègues. Il nous reste à analyser plus précisément cet entretien.

Nous pensons maintenant organiser un suivi de stages de formation continue avec des enseignants volontaires. Cependant, ces stages se situent nécessairement dans le plan de formation académique et nous n'avons que peu d'opportunités pour introduire une intervention correspondant à la démarche que nous voulons tester.

Références

Argaud H.C. (1998) *Intérêts et limites de l'environnement Cabri-géomètre en géométrie plane pour l'enrichissement de l'espace des problèmes et dans la constitution des milieux pour la validation dans des situations d'apprentissage à l'école élémentaire autour des*

- relations de parallélisme, de perpendicularité et d'égalité.* Thèse, Université Joseph Fourier, Grenoble.
- Bouleau, N. (2001) Reproduction de figures et géométrie en cycle 1 et 2. *Grand N* n°67. 15-32.
- Brousseau, G. (1983) Etudes de questions d'enseignement. Un exemple : la géométrie. *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique*, LSD-IMAG, Université J. Fourier, Grenoble.
- Berthelot, R. & Salin, M.H (1992) *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire.* Thèse de doctorat, Université Bordeaux I.
- Favrat, J.F. (1991-92) Tracés aux instruments et raisonnements géométriques, *Grand N* n°49, 11-35.
- Fregona, D. (1995) *Les figures planes comme "milieu" dans l'enseignement de la géométrie : interactions, contrats et transpositions didactiques.* Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1.
- Gobert, S. (2001) *Questions de didactique liées aux rapports entre la géométrie et l'espace sensible, dans le cadre de l'enseignement à l'école élémentaire.* Thèse de doctorat, Université Paris 7.
- Houdement, C. et Kuzniak A. (1999) Un exemple de cadre conceptuel pour l'étude de l'enseignement de la géométrie en formation des maîtres. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 40, 283-312.
- Houdement C., Kuzniak A. (2000) Formation des maîtres et paradigmes géométriques. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 20/1, 89 - 116.
- Laborde, C. & Capponi, B. (1994) Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 14(1.2), 165-210.
- Parzysz, B. (1988) Knowing vs Seeing. Problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational Studies in Mathematics*, 19 (1), 79-92.
- Parzysz, B. (1989) *Représentations planes et enseignement de la géométrie de l'espace au lycée. Contribution à l'étude de la relation voir/savoir.* Thèse, Université Paris 7.

Parzysz, B. (2001) Articulation entre perception et déduction dans une démarche géométrique en PE1. *Actes du colloque COPIRELEM de Tours.*

Perrin-Glorian, M.J. (2003) Studying geometric figures at primary school. From surfaces to points, in Dorier, J.L., Gutierrez, A., Straesser, R. *Proceedings of CERME 3, TG7 Geometrical thinking*, Bellaria (Italy) 27 Feb - 2 Mar 2003, publication en ligne. <http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings>

Perrin-Glorian, M.J. (2004) Vingt ans de didactique en 1993 ! Où en est-on dix ans après ? *Actes du XXXème colloque de la COPIRELEM*, Avignon 2003, pp. 33-78, IREM de Marseille.