

C. De trois regards possibles sur une figure au regard “ géométrique ”

Marc Godin

IUFM Nord-Pas de Calais

Une figure rectiligne se donne à voir selon trois types d'unités visuelles perçues comme primitives : des surfaces, des lignes ou des points. Et cela donne à voir des propriétés géométriques différentes. On peut donc avoir trois regards différents selon le type d'unités visuelles que l'on discerne. Toute la question est de savoir si ces trois regards sont assez vite accessibles aux jeunes élèves.

Nous n'évoquerons pas d'autres propriétés d'une figure rectiligne que celles données à reconnaître selon l'un ou l'autre de ces trois regards. Cela veut dire que nous ne nous intéressons pas aux propriétés qui pourraient être décidées par un choix d'hypothèses et donc reportées sur la figure par un codage, lequel peut entrer en conflit avec l'un ou l'autre de ces regards.

Résoudre des problèmes de reproduction d'une figure est une activité qui impose le passage d'un regard à un autre. Un tel passage exige un travail de réorganisation visuelle de ce que l'on reconnaît comme unités visuelles primitives et prépare la prise de conscience de relations abstraites entre les propriétés relevant des différents regards mobilisés.

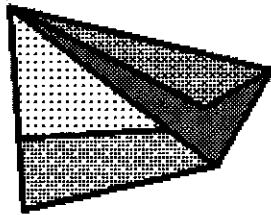
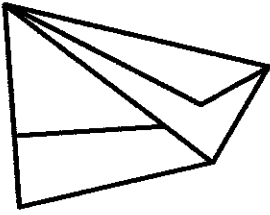
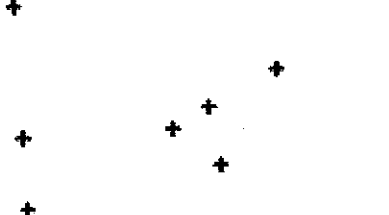
Les éléments déterminant une activité de reproduction d'une figure sont : une figure modèle, des outils pour reproduire et une partie de la figure à reproduire. La donnée de ces trois éléments, par le fait qu'elle induit un de ces trois regards, est une variable fondamentale qui permet d'introduire les élèves à la déconstruction dimensionnelle des figures.

Dans cet article nous allons décrire les trois regards possibles sur une figure rectiligne, puis nous analyserons quatre situations de reproduction d'une figure en les illustrant par des exemples. Nous montrerons une progression dans les situations de reproduction en vue de développer chez les élèves la mobilisation de ces trois regards. Enfin nous aborderons la

question de l'élaboration de figures par les enseignants pour qu'ils construisent eux-mêmes de telles progressions.

I Trois regards sur une figure rectiligne.

Une figure plane peut être considérée dans un premier temps comme un assemblage d'unités visuelles, identifiées comme telles au premier coup d'oeil.

		
Assemblage de surfaces	Assemblage de lignes	Assemblage de points

Ces différentes unités visuelles correspondent à celles prises en compte par Euclide pour qui une surface est vue comme limite d'un solide, une ligne comme limite d'une surface et un point comme limite d'une ligne. Ce point de vue doit être directement lié à une problématique de reproduction ou de construction de figures. Ce qui pose la question des instruments que l'on utilise pour reproduire ou pour construire.

Culturellement, à la suite d'Euclide, on a privilégié les instruments qui permettent de produire des lignes rectilignes ou circulaires. Autrement dit, toute figure, quel que soit le regard porté sur elle, doit être ramenée à un assemblage de lignes. Parfois une figure qui est considérée comme un assemblage de lignes doit être modifiée en un autre assemblage de lignes pour être construite à la règle et au compas (*Infra* Exemple page 44-45).

Or ce regard sur les figures comme assemblage de lignes n'a rien de naturel. Ce qui s'impose spontanément c'est le regard sur les surfaces qu'elles délimitent. Et la prédominance de ce regard est renforcée par le fait qu'un assemblage de surfaces peut être vu comme leur juxtaposition ou comme leur superposition. Or passer de ce regard au regard euclidien constitue un saut visuel trop gravement sous-estimé dans l'enseignement. C'est pourquoi les premières activités de reproduction de figures doivent d'abord rendre les élèves compétents pour passer d'un regard centré sur les surfaces à un regard centré sur les lignes et sur leurs

relations d'incidence. Mais cela exige un tout autre type d'instrument que la règle et le compas. Il faut, par exemple, un outil-surface informel et une règle (*Infra* Exemple 4 page 52-53).

La capacité à avoir un regard géométrique sur une figure consiste dans la capacité à développer ces trois regards contre la prédominance d'un seul.

II Les situations de reproduction.

Nous dirons qu'il y a reproduction d'une figure quand celle-ci, étant donnée visuellement, reste visible et consultable pendant toute l'activité.

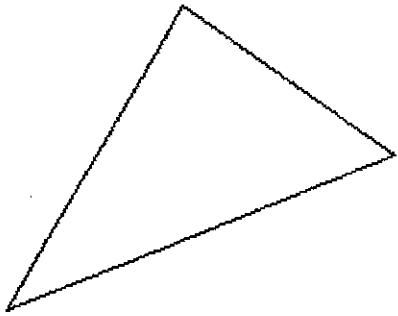
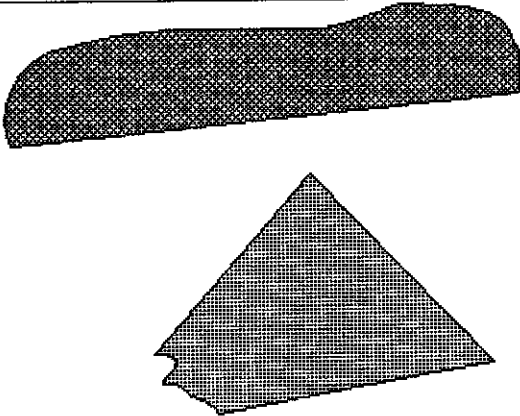
On peut distinguer quatre situations de reproduction selon que la reproduction est effectuée :

1. par déplacement des gabarits correspondant à certaines des surfaces de la figure mais sans effectuer de tracés graphiques,
2. par des tracés en suivant les contours des formes correspondant à des surfaces de la figure,
3. par des tracés rectilignes en suivant les contours d'outils usuels,
4. par des tracés, lignes rectilignes ou circulaires avec les instruments euclidiens.

La vérification d'une reproduction est assurée par un transparent qui confirme ou non la qualité de la reproduction.

Nos préoccupations concernent essentiellement des activités de reproduction dans lesquelles il faut produire des tracés rectilignes. Car notre objectif est de faire apprendre à changer de regard sur une figure pour un élève de cycle 2.

Trois éléments facteurs interviennent dans une situation de reproduction

Une figure modèle,	des outils,	et une figure de travail.
		
La figure modèle peut être donnée en cherchant à favoriser l'un des trois regards. Dans l'exemple ci-dessus, c'est l'assemblage de lignes qui est choisi.	Les outils sont de deux types : un gabarit déchiré correspondant partiellement à la figure et la règle classique, c'est-à-dire une surface ayant un côté rectiligne sur laquelle il n'est pas possible de tracer de ligne (pour que cette surface devienne un gabarit imaginaire d'une figure ayant un rapport avec la figure modèle).	Au départ on n'a pas d'informations concernant la figure de travail.

Le choix des outils est bien entendu déterminant pour faire évoluer le regard sur une figure.

Prenons quelques exemples en relation avec le tableau suivant pour tenir compte des capacités des élèves :

Au cycle 1, les élèves ont pu résoudre un problème de reproduction, en posant des éléments graphiques guidés par des gabarits de formes composant la figure.

A la fin du cycle 2, les élèves ont du résoudre des problèmes de reproduction de figures en utilisant la règle et l'équerre, outils de géométrie.

Au cycle 3, les élèves commencent à résoudre des problèmes de reproduction de figures en utilisant la règle et le compas, outils de géométrie.

Voici quelques activités qui peuvent faciliter une progression.

Gabarits et pochoir.

Gabarits et pochoir déchiré.

Gabarits et deux règles.

Gabarits et une règle.

Gabarit déchiré et deux règles.

Gabarit déchiré et une règle.

Gabarit déchiré, une règle et un outil de report de longueur.

Surface-outil, une règle et un outil de report de longueur.

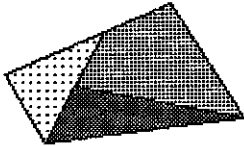
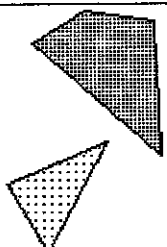
Equerre-surface, une règle et un outil de report de longueur.

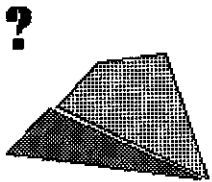
Equerre-ligne, une règle et un outil de report de longueur.

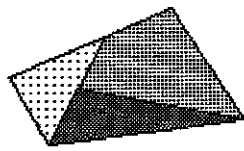
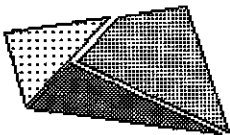
Compas, une règle et un outil de report de longueur.

Exemple de reproduction de figure par déplacement de gabarits et sans tracé graphique

C'est une activité de type puzzle. Une situation de reproduction comme celle décrite dans l'exemple suivant pourrait ne pas retenir notre attention car les données relèvent toutes a priori d'un regard surface, mais elle permet de faire apparaître des erreurs qui s'expliquent par une méconnaissance d'un regard ligne.

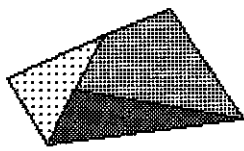
Une figure modèle,	des outils,	et une figure de travail.
		
La figure modèle est donnée par un assemblage de surfaces.	Deux gabarits de surface à placer.	Au départ on a déjà placé une surface.

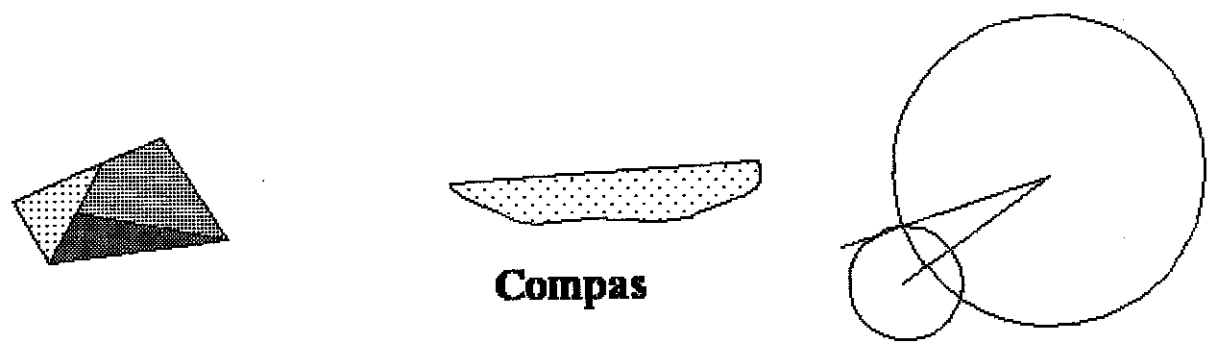
Une figure modèle,	des outils,	et une figure de travail.
		
La figure modèle est donnée par un assemblage de surfaces.	Un gabarit de surface à placer.	La figure, assemblage de surfaces est déjà bien commencée.

Une figure modèle,	des outils,	et une figure de travail.
		
La figure modèle est donnée par un assemblage de surfaces.		On obtient une figure assemblage de surfaces.

Exemple de reproduction par construction « à la règle et au compas ».

C'est la situation à l'extrême opposé de la précédente.

Une figure modèle,	les outils conventionnels : la règle et le compas.	et une figure de travail.
	 Compas	
La figure modèle est donnée par un assemblage de surfaces.		Au départ, on a rien.

Une figure modèle,	des outils,	et une figure de travail.
 Compas		
La figure modèle est donnée par un assemblage de surfaces.		On obtient une figure assemblage de lignes.

Cette situation de reproduction relève d'un regard type assemblage de points, avec la nécessité de construire un point comme intersection de deux lignes. Cette situation est réalisable par un élève qui a acquis un regard géométrique sur les figures, c'est-à-dire par un élève capable de déconstruction dimensionnelle.

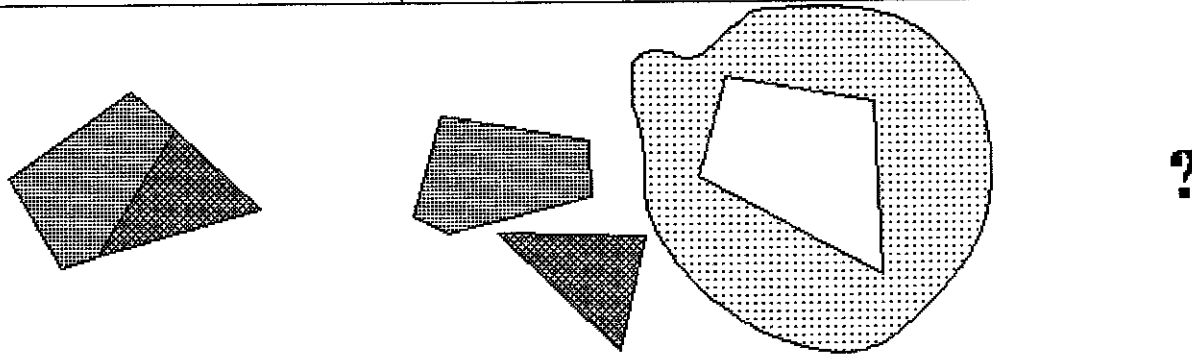
Entre ces exemples extrêmes, regardons maintenant des exemples qui au cycle 2 amèneraient un élève à voir une figure non seulement comme un assemblage de surfaces mais aussi comme un assemblage de lignes.

Des exemples pour construire l'outil " règle " :

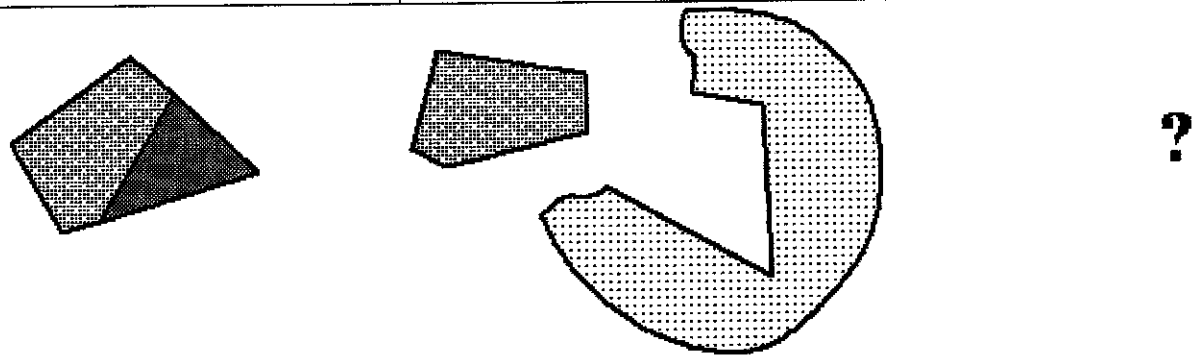
La règle n'est pas un outil simple et banal.

Un morceau de pochoir, une cale pour poser des gabarits peuvent remplir la fonction de règle. En outre, il est plus facile d'avoir deux ou trois règles qu'une seule, alors que dans les I.O. on demandait dès le CP de tracer des figures à LA règle.

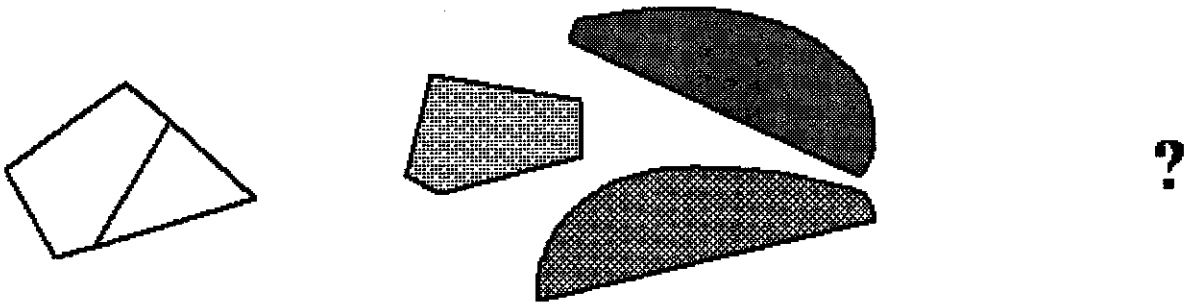
Exemple de type avec “ pochoir ” :

Une figure modèle,	des outils,	et une figure de travail.
		
La figure modèle peut être donnée selon l'un des trois regards et dans l'exemple ci-dessus, c'est l'assemblage de surfaces qui est choisi.	Les outils sont de deux types : des gabarits de surface et un pochoir.	Au départ on n'a pas d'informations concernant la figure de travail.

Exemple de type : “ pochoir déchiré ”.

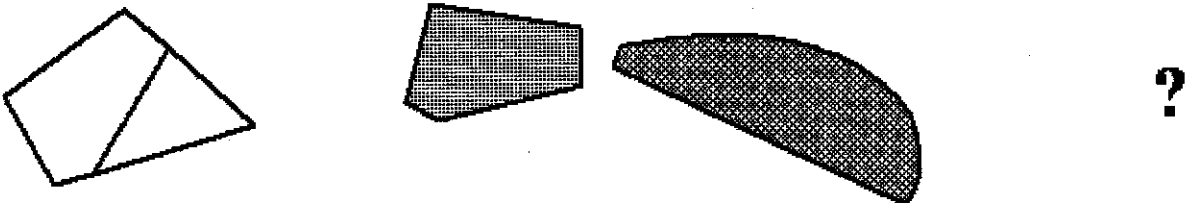
Une figure modèle,	des outils,	et une figure de travail.
		
La figure modèle peut être donnée selon l'un des trois regards et dans l'exemple ci-dessus, c'est l'assemblage de surfaces qui est choisi.	Les outils sont de deux types : un ou des gabarits de surface et une partie de pochoir.	Au départ on n'a pas d'informations concernant la figure de travail.

Exemple de type “ au moins deux règles ”.

Une figure modèle,	des outils,	et une figure de travail.
		
La figure modèle est perçue comme un assemblage de lignes.	Les outils sont de deux types : un gabarit de surface et deux règles.	Au départ on n'a pas d'informations concernant la figure de travail.

Exemple du type “ à la règle ”.

La présence d'une seule règle pose un problème qui, pour être résolu, requiert un acte graphique.

Une figure modèle,	des outils,	et une figure de travail.
		
La figure modèle est perçue comme un assemblage de lignes.	Les outils sont de deux types : un gabarit de surface et une règle.	Au départ on n'a pas d'informations concernant la figure de travail.

Exemples de reproduction d'un triangle sans les outils de géométrie conventionnels.

Construire ou reproduire une figure simple, c'est-à-dire une figure qui visuellement apparaît comme une surface et non pas comme un assemblage de surfaces, signifie, ici, tracer le contour fermé de la forme simple.

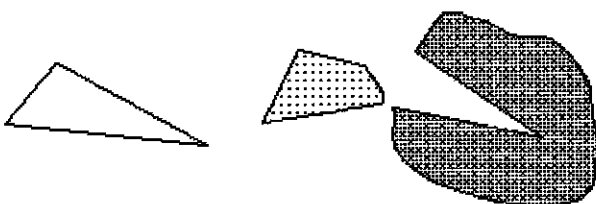
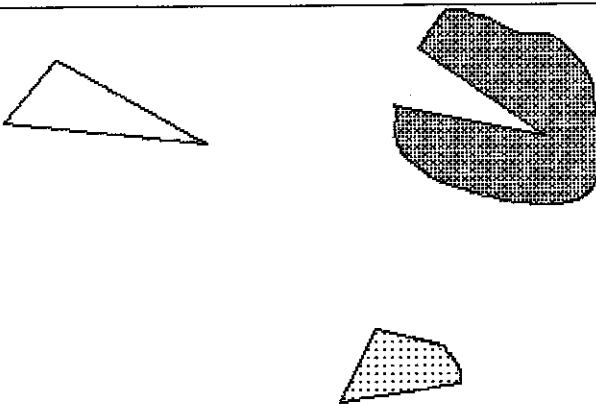
Que se passe-t-il si on varie les outils 2D disponibles pour guider le crayon ?

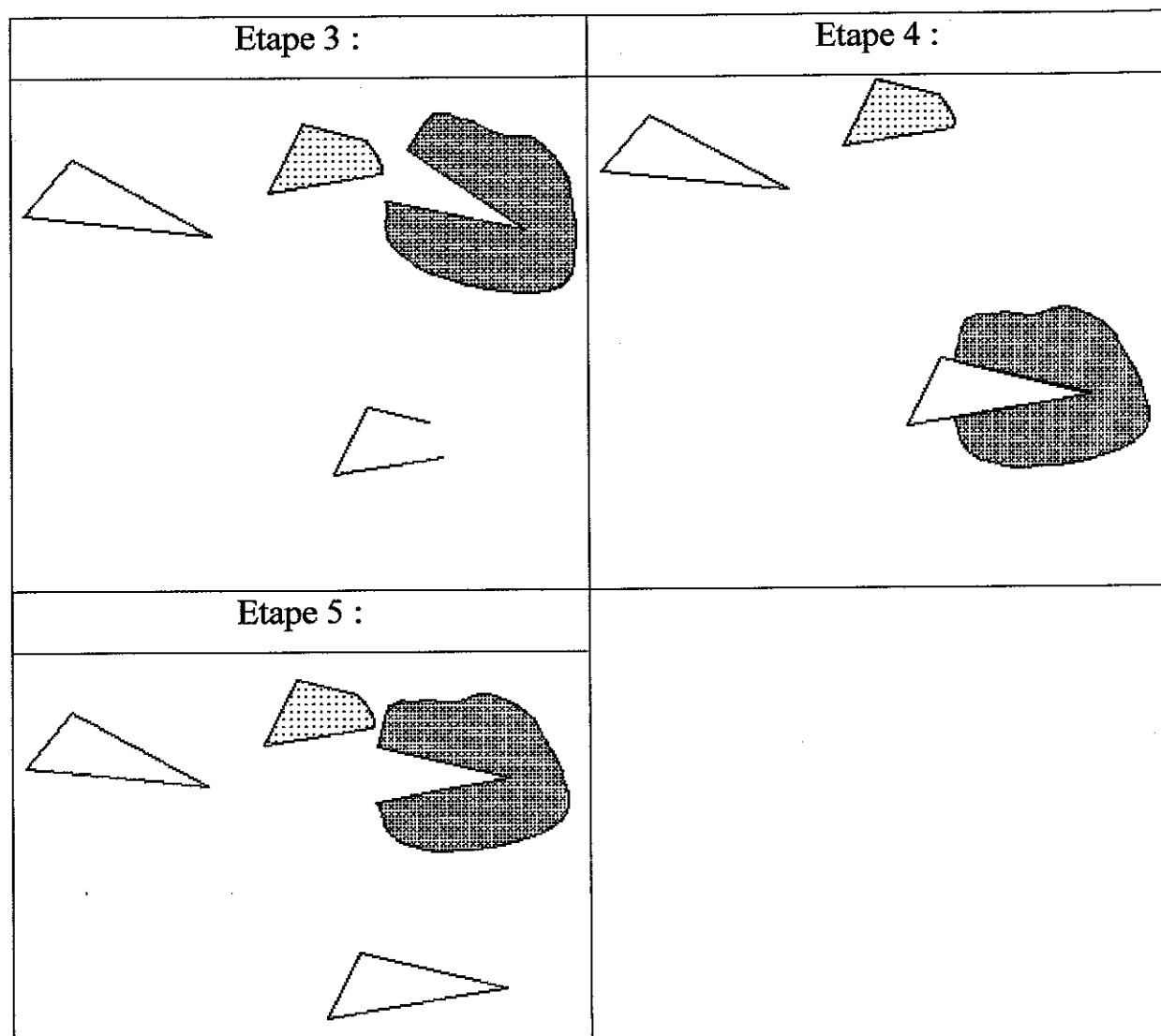
Ces outils ne sont pas tous de même valeur et leur choix modifie ce qui est possible ou non pour les objectifs d'enseignement. Le passage de l'exemple 1 à l'exemple 2, ci-dessous, montre qu'une règle peut être interprétée comme un morceau de pochoir.

Les outils en deux dimensions peuvent a priori être utilisés simultanément ou non, mais l'utilisation, d'un seul outil à la fois, oblige à une déconstruction 1D de la figure à reproduire (ce qui est visible dans l'exemple 3 ci-dessous où il devient nécessaire de prolonger des bords de surface, alors que, dans l'exemple 2, ce n'est pas nécessaire).

Exemple 1 :

La tâche consiste à restaurer un triangle avec un gabarit et un pochoir. Malheureusement le gabarit du triangle et le pochoir ont été déchirés.

OUTILS : Un gabarit déchiré et un pochoir déchiré.	
Etape 1 :	Etape 2 :
	



Le geste graphique s'inscrit toujours dans la conception du contour fermé d'une figure 2D propre au gabarit ou au pochoir, mais il a été, **ici, momentanément interrompu.**

Exemple 2 :

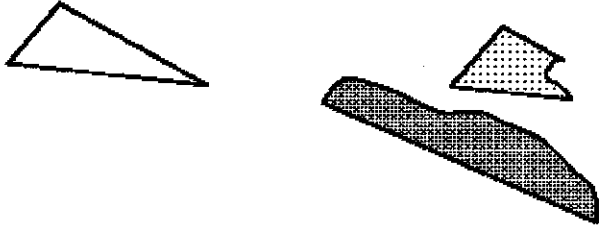
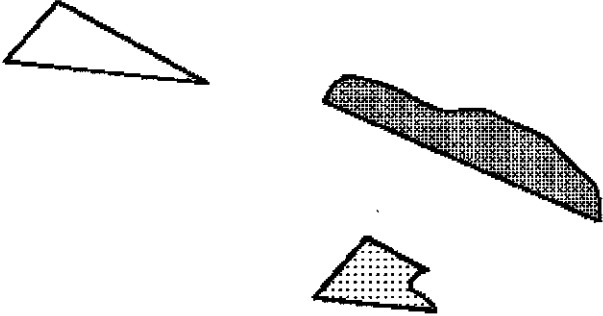
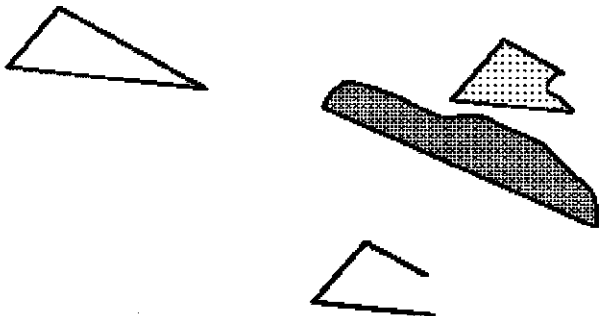
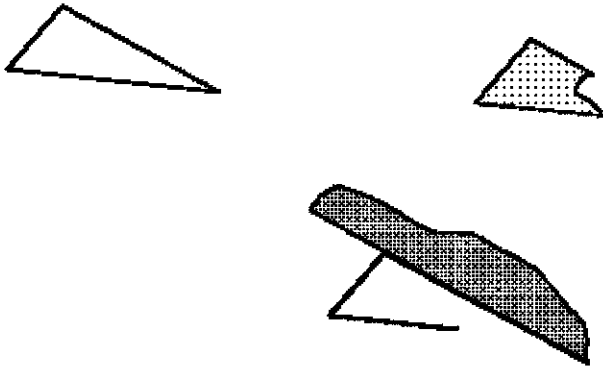
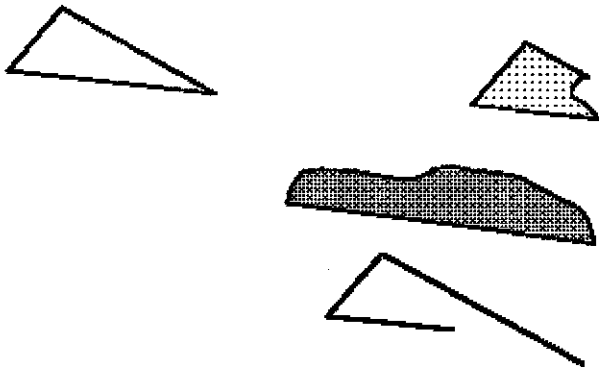
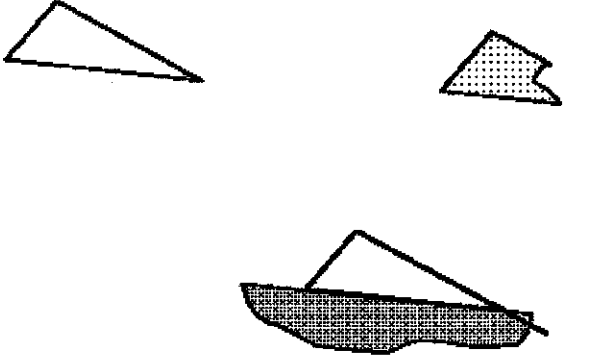
Pour restaurer un triangle un gabarit déchiré et plusieurs règles sont donnés.

OUTILS : Un gabarit déchiré et des règles.	
Etape 1 :	Etape 2 :
Etape 3 :	Etape 4 :
Etape 5 :	

A l'étape 4, les deux règles sont placées simultanément afin de reconstituer le pochoir (voir étape 4 de l'exemple 1 ci-dessus) et la superposition de ces deux règles est le prélude à la capacité de prolonger une ligne (voir étape 4 de l'exemple 3, étape 3 de l'exemple 4 et étape 2 de l'exemple 5 ci-dessus).

Exemple 3 :

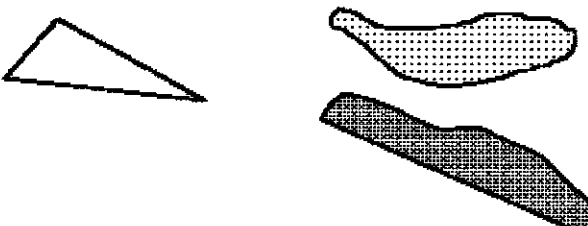
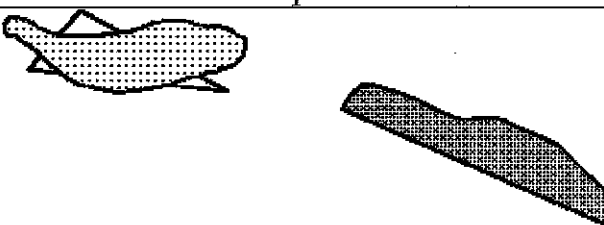
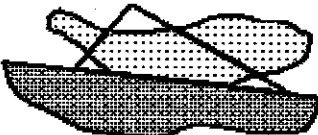
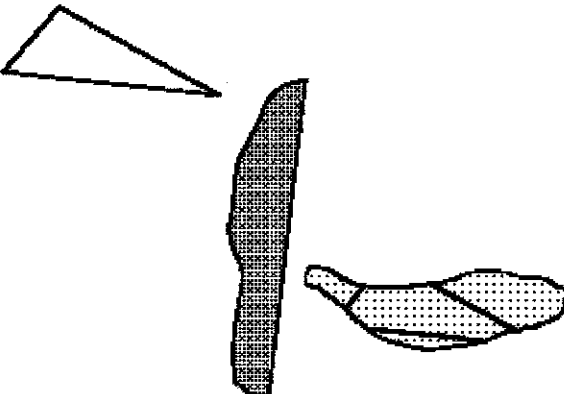
Le gabarit déchiré du triangle et une seule règle sont donnés.

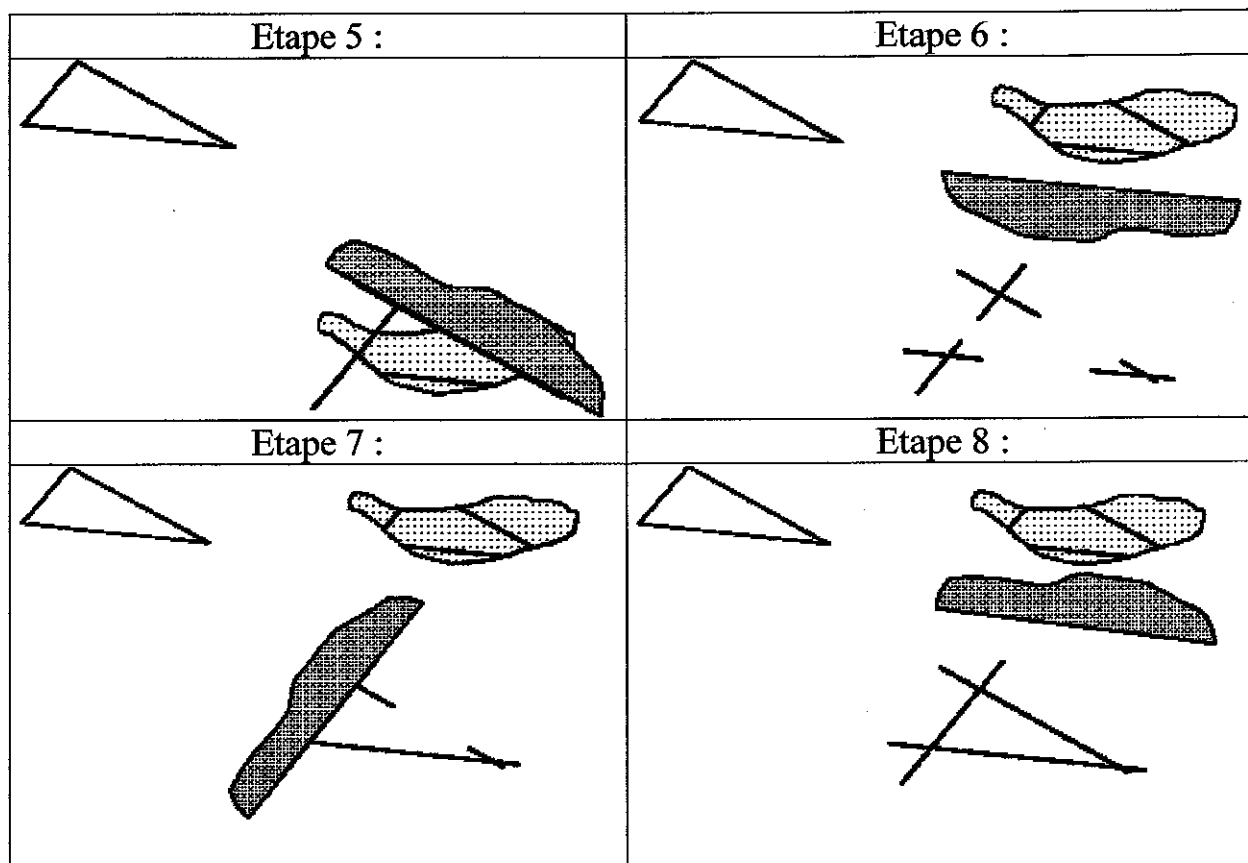
OUTILS : Un gabarit déchiré et une seule règle.	
Etape 1 :	Etape 2 :
	
Etape 3 :	Etape 4 :
	
Etape 5 :	Etape 6 :
	

La suppression d'une règle par rapport à l'exemple précédent, oblige à abandonner la stratégie de reconstitution du pochoir, et donc à abandonner le graphisme du contour externe du triangle pour tracer les deux côtés manquants en isolant bien deux gestes séparés. Cette situation oblige également à tracer non seulement un côté *mais aussi son prolongement*. Le segment tracé à l'étape 4 est le **premier élément 1D tracé**, auparavant les éléments tracés n'étaient qu'une partie du contour fermé. Il y a là un premier passage important de 2D à 1D.

Exemple 4 :

Lorsque aucun gabarit n'est disponible, comment faire avec un outil dont le contour n'a *a priori* aucun rapport avec le triangle ?

OUTILS : Surface et règle.	
Etape 1 :	Etape 2 :
	
Etape 3 :	Etape 4 :
	



Les gestes graphiques 1D de l'étape 3 peuvent apparaître comme des substituts aux actions de découpe, ou de pliage, nécessaires pour obtenir un gabarit du triangle ou un morceau de celui-ci.

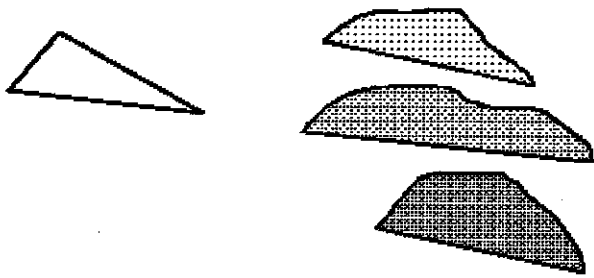
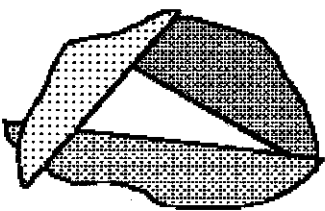
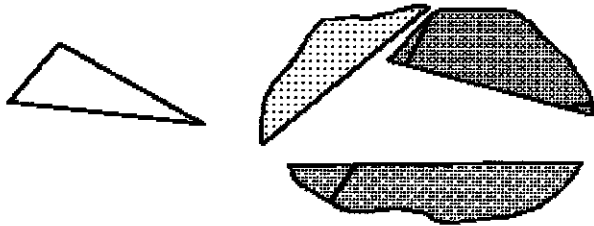
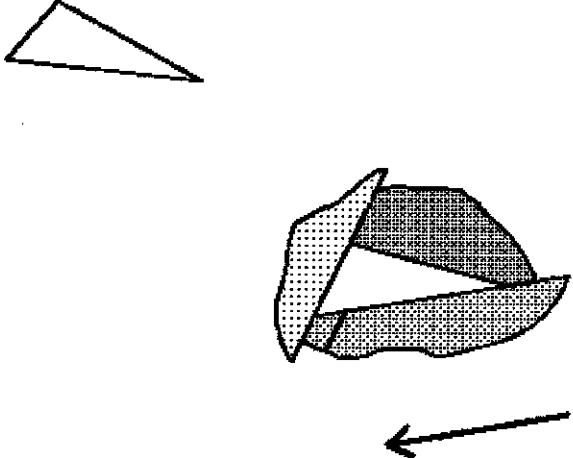
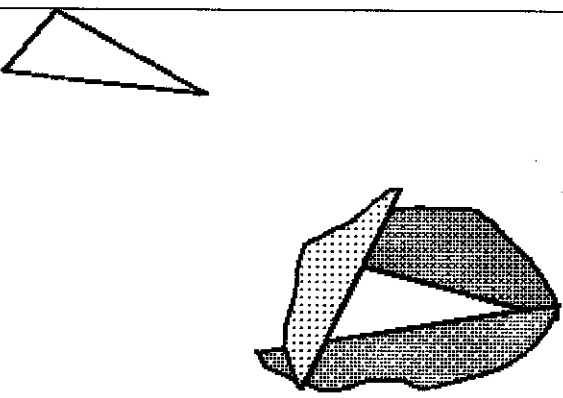
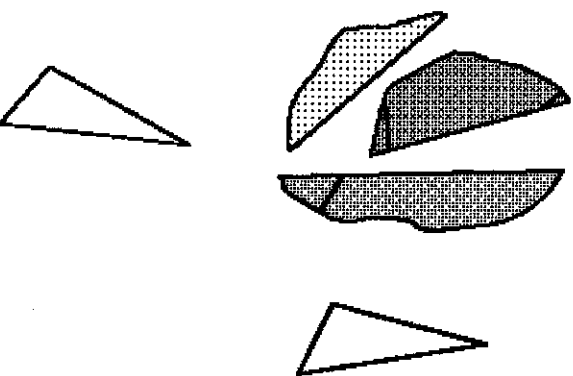
La capacité de choisir (ce qui n'est pas le cas dans cet exemple) **une forme dont le contour n'a pas de rapport avec le contour d'une figure, et de pouvoir y inscrire un morceau de chaque côté de la figure** —pour reproduire, en une seule fois, la figure par des prolongements de lignes— est un indicateur d'une visualisation géométrique évoluée.

Exemple 5 :

Aucun gabarit ou pochoir n'étant disponibles, comment faire avec trois morceaux de surface ayant chacun un bord rectiligne ? Comment faire avec trois « règles informables »¹ ?

Et cela, en sachant qu'un pochoir ferait bien l'affaire...

¹ Nous appellerons « règles informables » des surfaces dont un bord est rectiligne et sur lesquelles il est possible de tracer pour faire apparaître une forme 2D.

OUTILS : « Règles informables ».	
Etape 1 :	Etape 2 :
	
Etape 3 :	Etape 4 :
	
Etape 5 :	Etape 6 :
	

Les règles sont placées ici par juxtaposition au triangle, et les règles sont reliées entre elles par superposition. **Tracer sur les règles garde la mémoire de cette superposition.**

On voit ici que l'utilisation des règles introduit naturellement l'opération de prolongement d'un tracé, même si dans un premier temps cela ne fait pas sortir du cadre de la figure à

reproduire. Cela au moins en brise l'unité visuelle qui fusionne les trois bords en un contour unique.

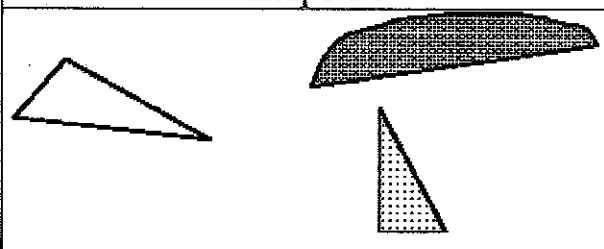
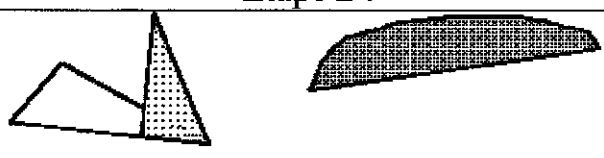
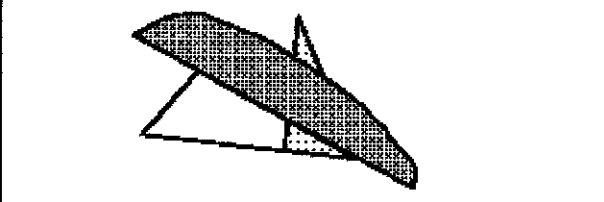
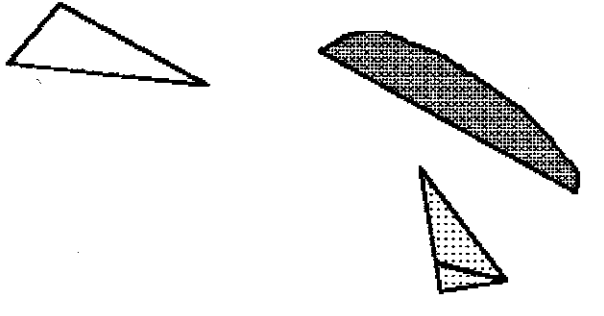
Le passage de l'étape 4 à l'étape 5 montre qu'une seule règle pourrait être informée d'une forme 2D, et que les deux autres règles serviraient à reconstituer le pochoir. Et, ici, chacun évidemment, pense au premier cas d'égalité des triangles d'Euclide.

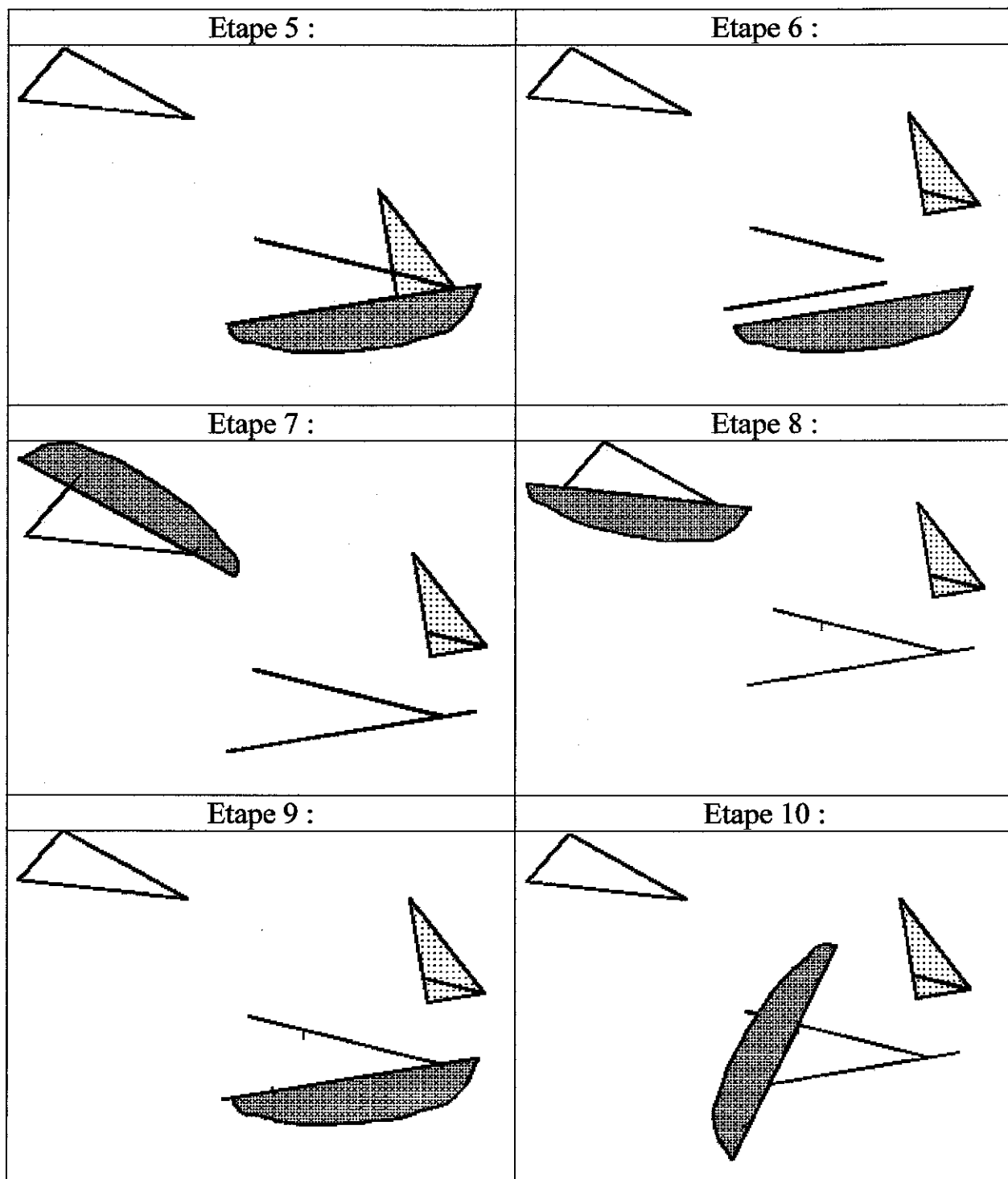
Il s'agit là d'une démarche opposée à celle de l'exemple précédent où l'objectif était de reconstituer un gabarit.

Exemple 6 :

Pour reproduire une figure il faut une surface à " informer " et une règle. Prenons comme surface un triangle rectangle, c'est-à-dire une équerre et prenons conscience de l'ambiguïté de cet outil.

L'équerre devient nécessaire quand " informer " une règle n'est pas possible et que l'on ne dispose que d'une seule règle. (Bien entendu, l'équerre peut être utilisée comme à l'exemple 3, sans tenir compte d'un côté rectiligne de sa forme. L'équerre peut aussi être utilisée comme à l'exemple 4 en tenant compte d'un côté rectiligne de sa forme et en la plaçant en juxtaposition au triangle, mais ici l'équerre est placée par superposition).

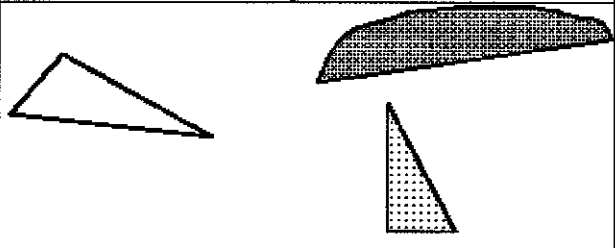
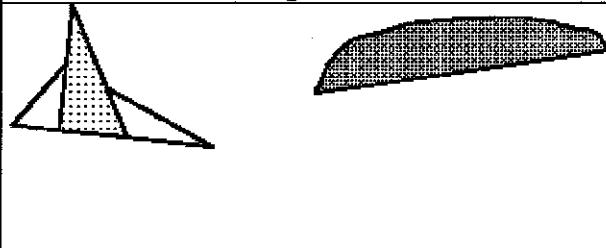
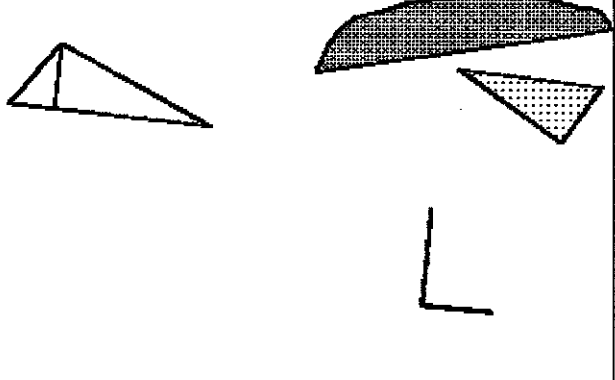
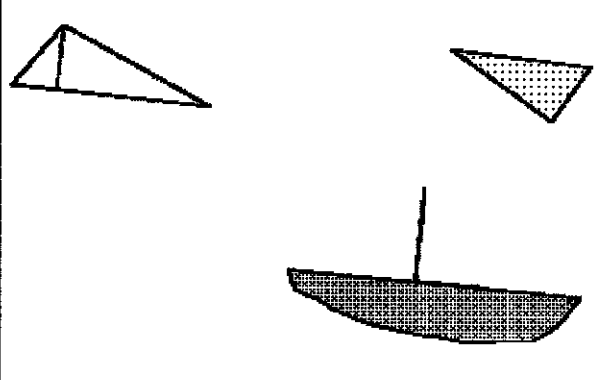
OUTILS : Equerre détournée comme surface et règle informables.	
Etape 1 :	Etape 2 :
	
Etape 3 :	Etape 4 :
	



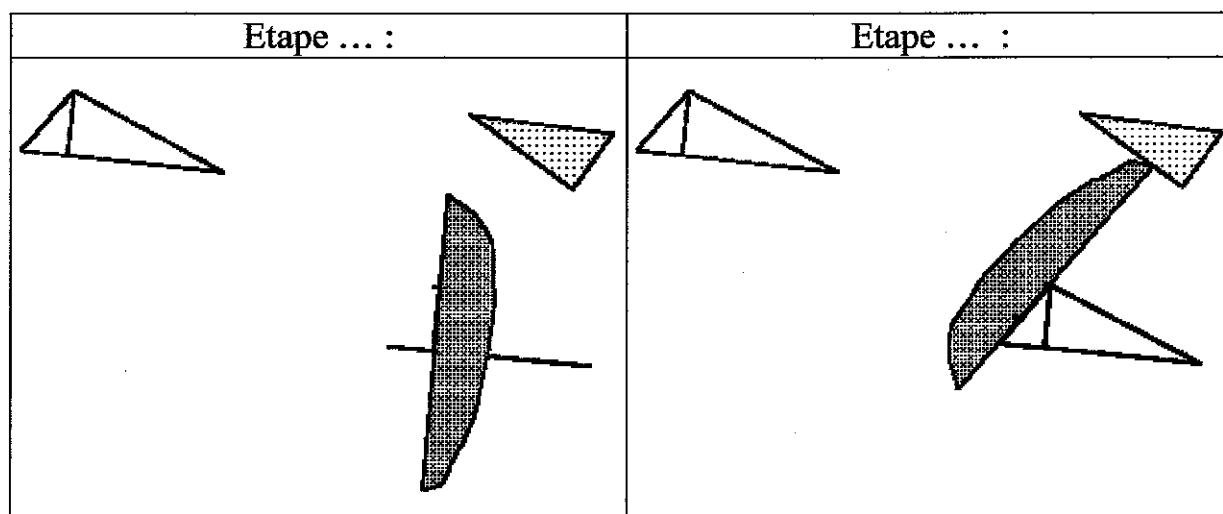
On voit qu'ici l'équerre a été utilisée comme une surface pour déplacer une partie d'une forme 2D.

Exemple de reproduction d'un triangle avec des outils de géométrie conventionnels (règle et équerre).

L'équerre, qui est un outil conventionnel permettant de tracer des éléments 1D, est un gabarit de triangle rectangle mais il ne peut déplacer aucune surface, car seuls deux côtés rectilignes sont considérés et l'on ne peut pas dessiner sur une équerre. Il n'en reste pas moins qu'un élève peut l'interpréter comme une partie d'un gabarit de carré, ou de rectangle, et l'utiliser comme un morceau d'un gabarit d'une forme 2D particulière.

OUTILS : Equerre et règle non informables ² en 2D.	
Etape 1 :	Etape 2 :
	
Etape 3 :	Etape 4 :
	

² Une règle non informable est une règle qui ne peut être enrichie pour y faire une forme 2D, ce qui est l'usage classique. Elle peut cependant être utilisée comme outil de report de longueur et donc un outil de déplacement d'éléments 1D.



Dans cette convention, l'équerre est un instrument pour tracer des lignes perpendiculaires, c'est-à-dire des éléments 1D. Ici, l'activité de reproduction est plus complexe car **il faut faire apparaître un tracé supplémentaire sur la figure simple initiale. Cela revient à transformer cette figure simple en une figure assemblage. Le triangle doit alors être vu comme la juxtaposition de deux triangles rectangles, qui sont formellement déplaçables et reproductibles grâce à l'équerre.**

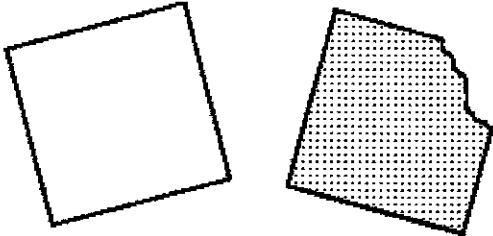
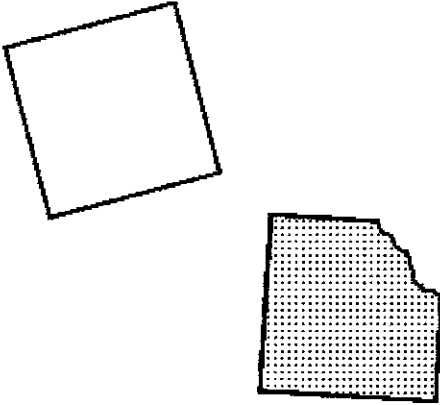
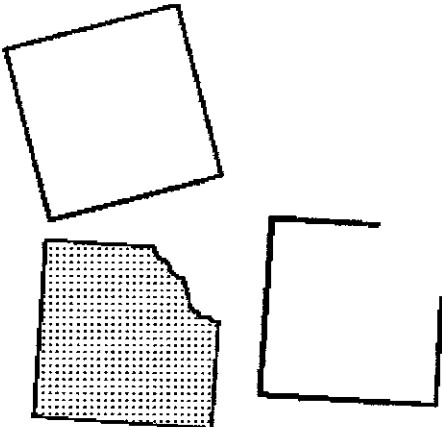
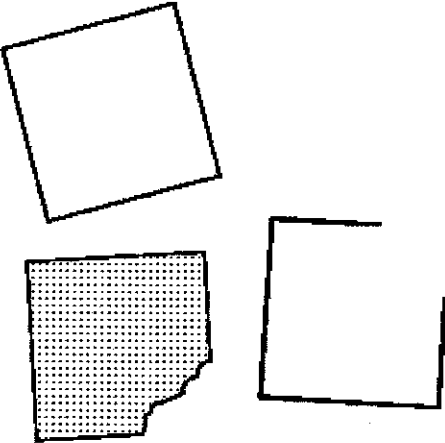
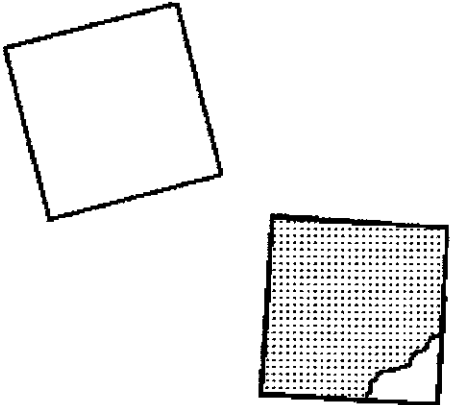
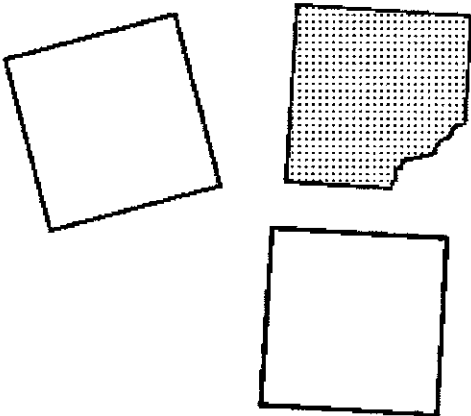
Souvent les figures données à reproduire contiennent un coin droit, deux segments perpendiculaires, ce qui ne permet pas alors d'aborder le problème du passage de 2D à 1D.

Cette ambiguïté de l'équerre conduit à s'interroger sur l'utilisation que les élèves font des instruments. Ainsi on peut se demander si les élèves n'ayant pas pris conscience du changement de regard impliqué par le passage des formes 2D aux formes 1D, ne cherchent pas aussi à utiliser les instruments de construction comme s'il s'agissait de gabarits, c'est-à-dire par superposition et donc par approximation perceptive.

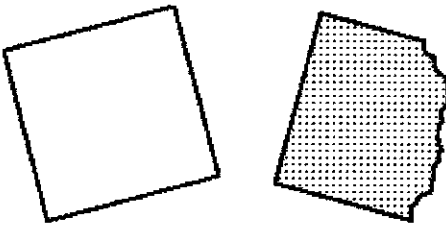
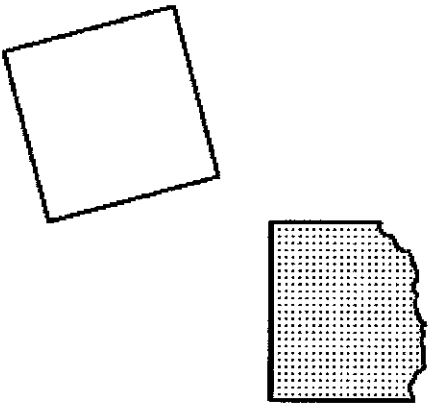
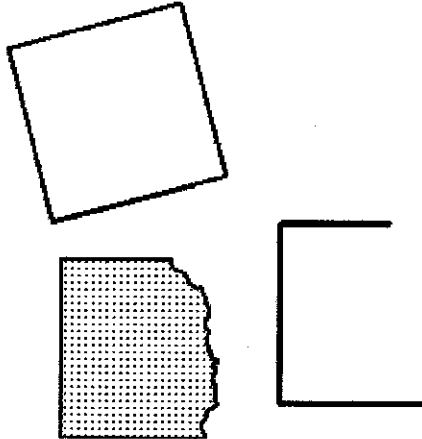
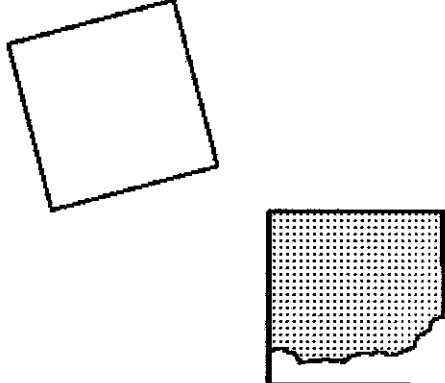
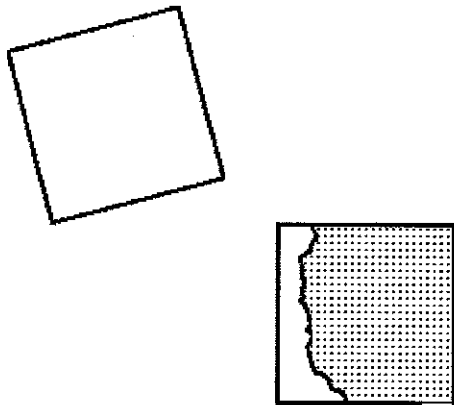
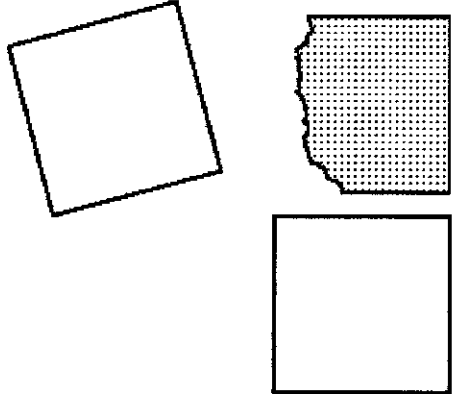
Exemples de reproduction d'un carré sans les outils de géométrie conventionnels.

Partons du gabarit complet qui donne la forme et le contour fermé de la figure. Une détérioration progressive du gabarit, *dont la matière est un morceau de fromage qu'une souris vient grignoter*, entraîne une complexité croissante pour la reconstitution du contour fermé de la figure.

Exemple A :

OUTILS : Gabarit abîmé.	
Etape 1 :	Etape 2 :
	
Etape 3 :	Etape 4 :
	
Etape 5 :	Etape 6 :
	

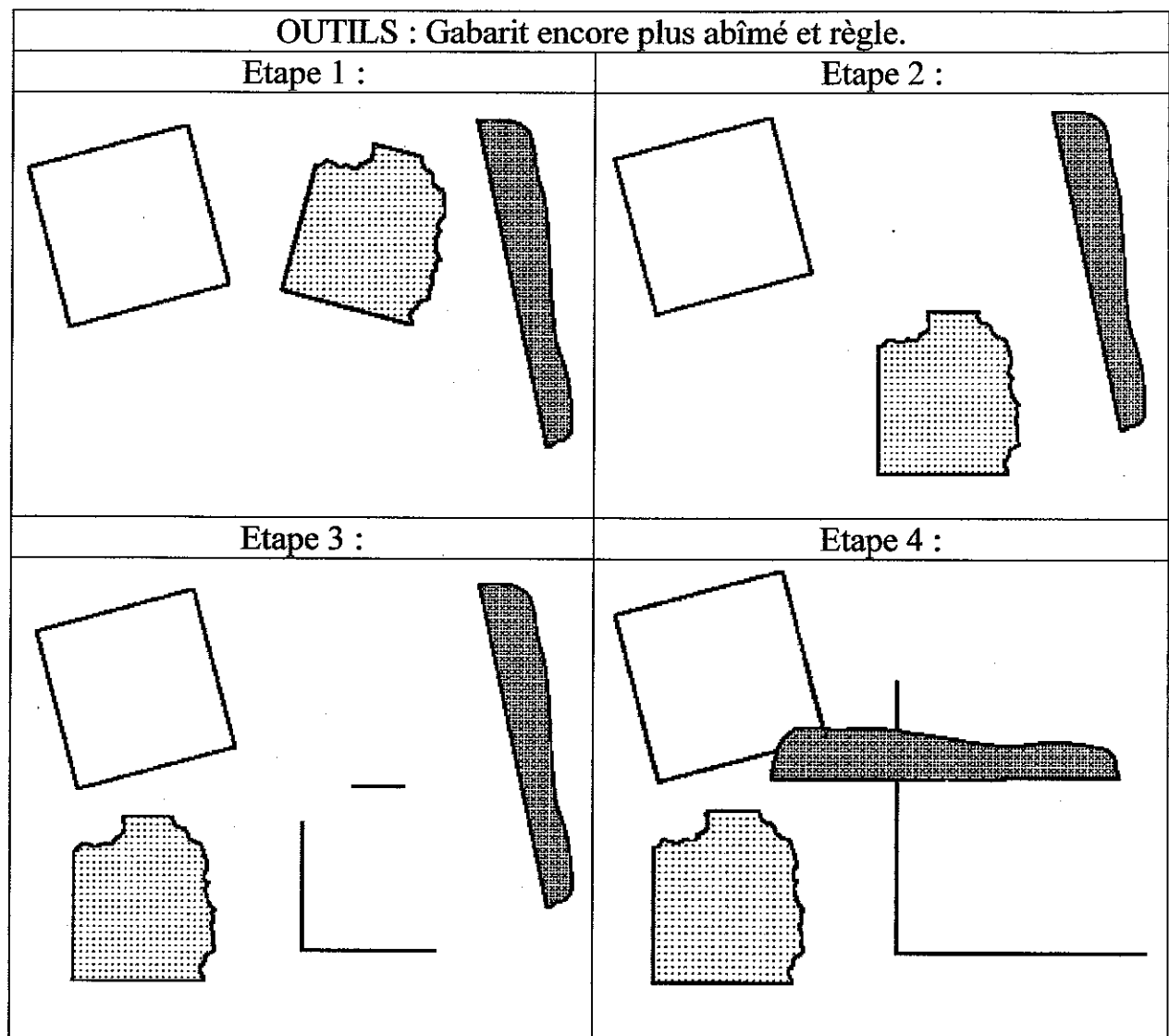
Exemple B :

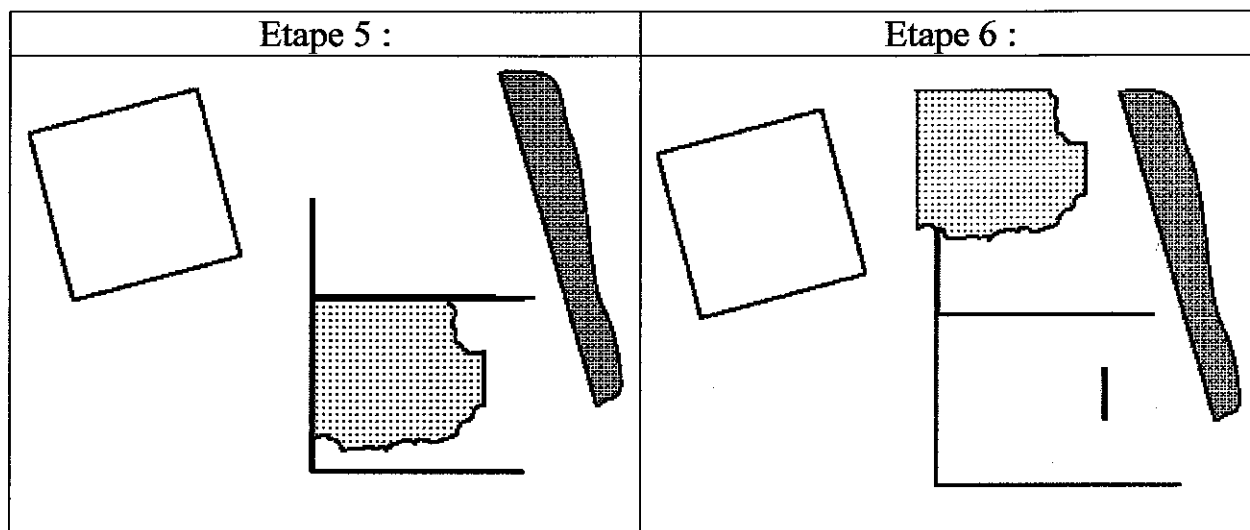
OUTILS : Gabarit bien abîmé.	
Etape 1 :	Etape 2 :
	
Etape 3 :	Etape 4 :
	
Etape 5 :	Etape 6 :
	

Notons que les activités de ces deux premiers exemples ne permettent pas de progrès pour le passage de 2D à 1D, car figure, gabarit et contour se confondent. Mais on peut y remarquer

l'intérêt de la variable : “grignotage du gabarit” pour la résolution du problème de reproduction.

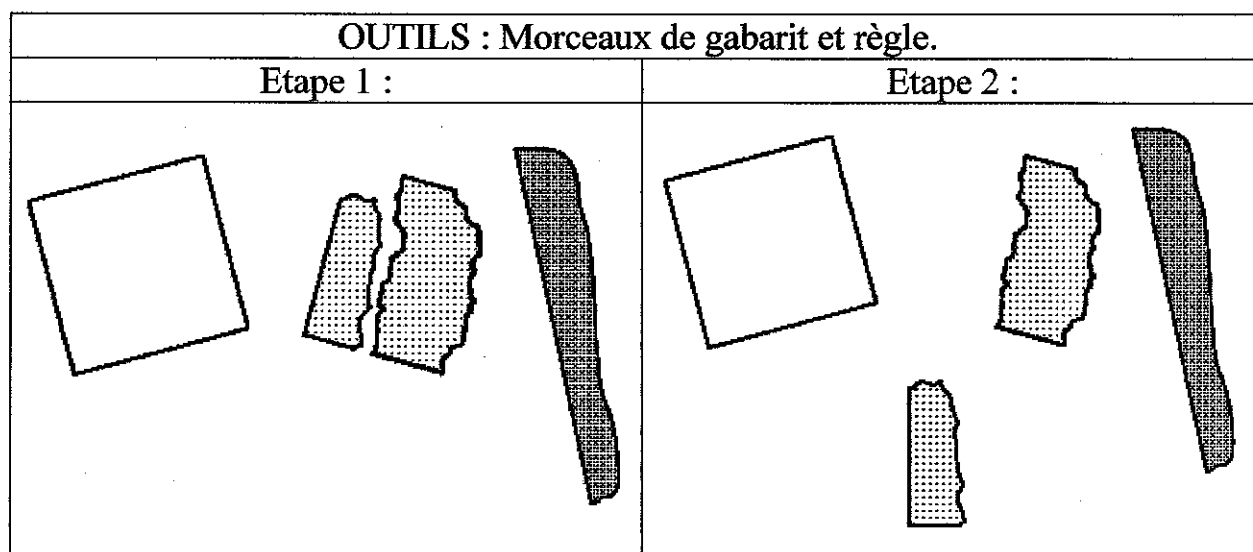
Exemple C :

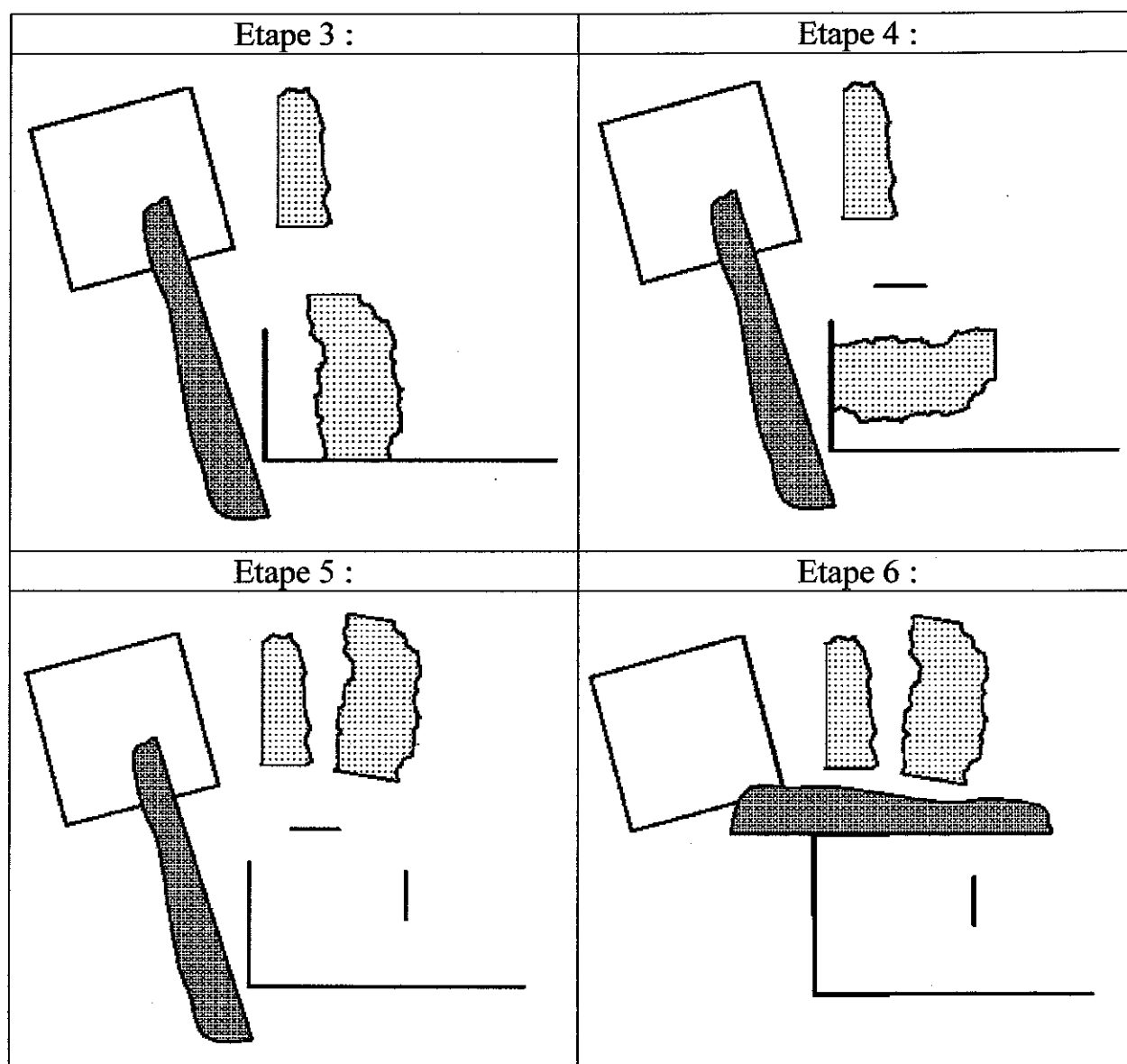




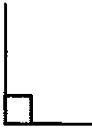
Ici nous sommes dans une phase intermédiaire, il devient presque nécessaire d'utiliser la règle en réparant le gabarit qui relève d'une visualisation 2D, **et cela sans avoir à mobiliser la notion de longueur des côtés qui, elle, relève d'une visualisation 1D.** La notion de longueur des côtés n'a pas besoin consciemment d'être prise en compte.

Exemple D :





Ici c'est comme si nous avions une règle, une équerre et un morceau de gabarit, ce qui permet de construire la notion de parallèle d'une manière moins formelle que par les définitions comme "droites qui ne se coupent pas".

Le symbole  utilisé pour désigner deux droites perpendiculaires, ou deux droites tracées avec une équerre, peut renvoyer à l'interprétation de l'équerre comme coin d'un carré c'est-à-dire comme morceau d'un gabarit de carré. L'emploi d'un tel symbole n'a pas lieu d'être tant que les élèves n'ont pas eu l'occasion de développer ce type de reproduction de figures.

III L'analyse d'une figure pour un élève et l'élaboration d'une figure pour un enseignant

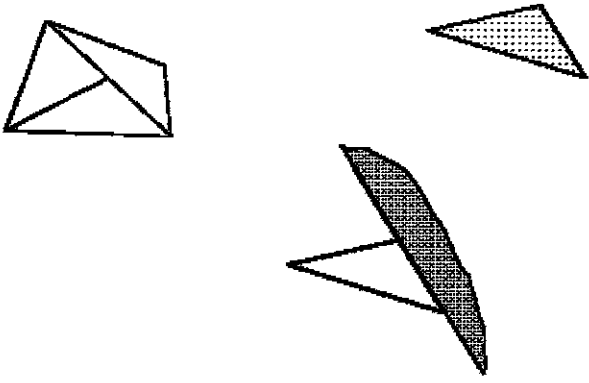
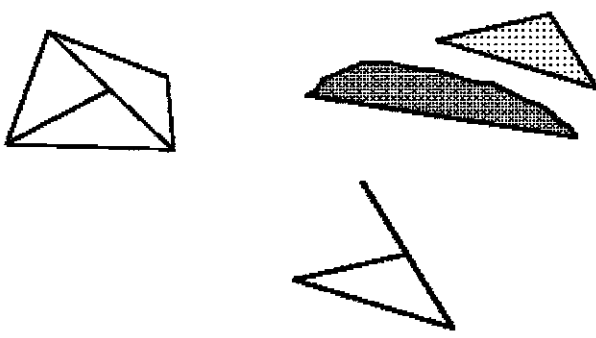
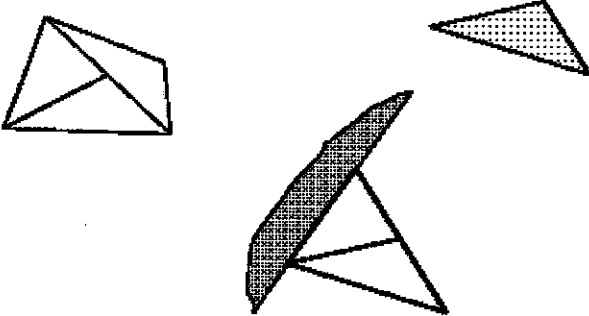
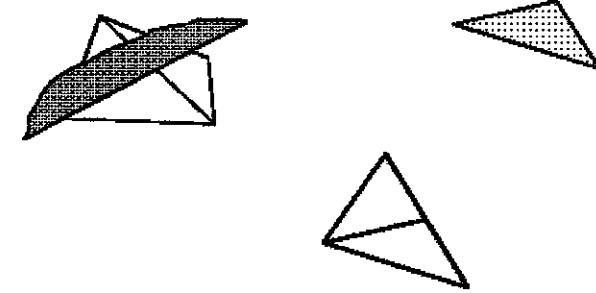
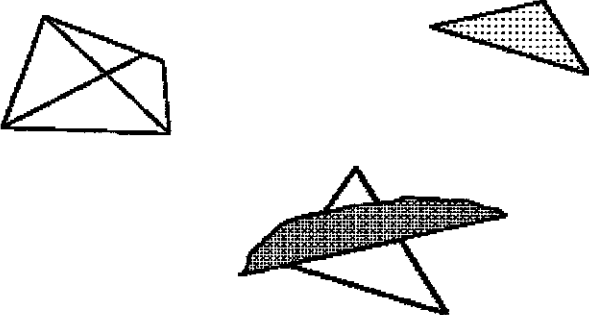
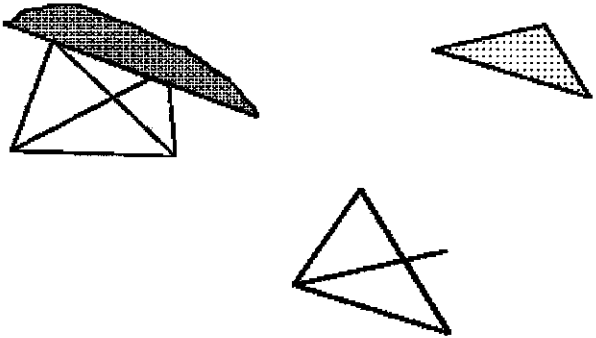
Examinons maintenant l'organisation d'une activité essentielle pour le passage d'un regard centré sur les surfaces et leur assemblage à un regard centré sur les lignes et la trame qu'elles forment. De quelles manières un enseignant peut-il voiler une propriété géométrique (le plus souvent celle d'incidence) dans une figure pour qu'en analysant la figure, les élèves dévoilent cette propriété et améliorent leurs procédures de reproduction³ ?

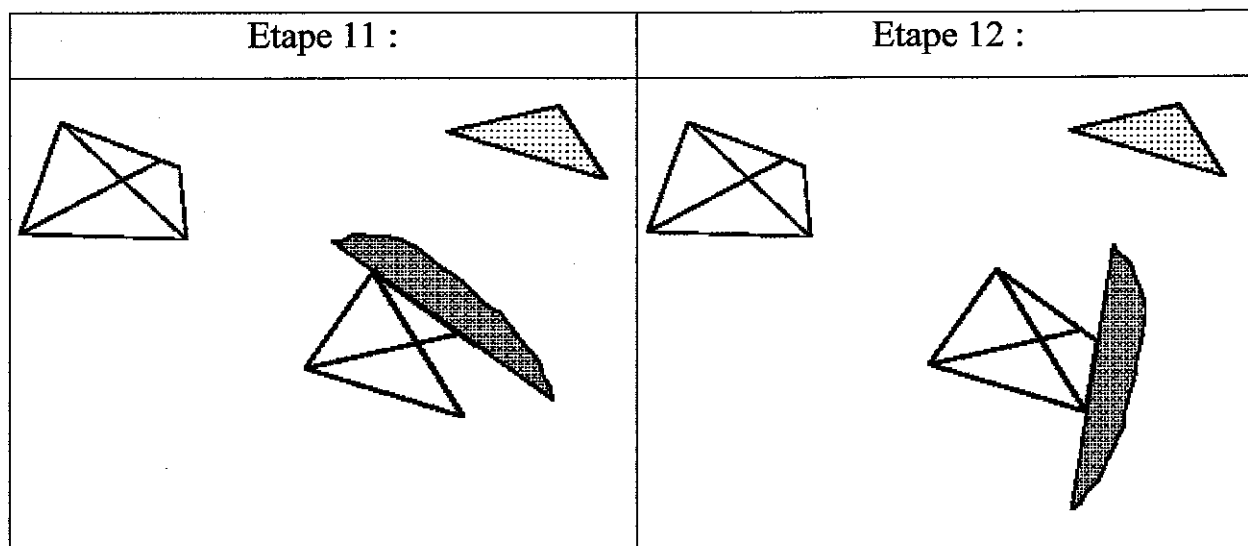
Exemple de restauration avec une figure assemblage.

Voici une activité de reproduction avec des outils 2D, un gabarit de surface est donné.

OUTILS : Gabarit d'une sous-figure et règle.	
Etape 1 :	Etape 2 :
Etape 3 :	Etape 4 :

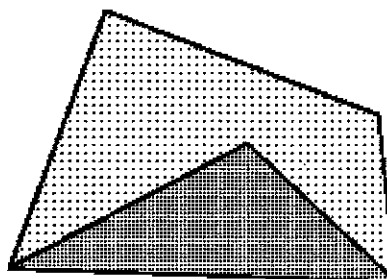
³ On peut évaluer sa procédure de reproduction par un dénombrement de malus. Un nombre de malus peut être affecté à chaque utilisation d'un instrument et vouloir dépenser le moins de malus revient à améliorer sa procédure.

Etape 5 :	Etape 6 :
	
Etape 7 :	Etape 8 :
	
Etape 9 :	Etape 10 :
	

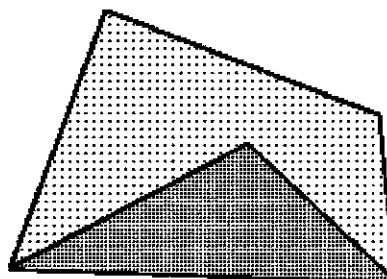


Il ne suffit pas ici de remarquer que le triangle et le quadrilatère ont un côté en commun, l'analyse de cette figure assemblage doit être poursuivie car cette relation ne saurait suffire pour la restauration de la figure; mais cela aurait pu être le cas, si les outils donnés avaient été les gabarits de ces deux figures simples. Dès l'étape 3, le gabarit de triangle ne sert plus et seuls la règle et l'outil de report de longueur pourraient être donnés, on aurait alors une tâche que l'on appelle restauration (un élément 2D de la figure à reproduire est fourni). Et à partir de cette étape, la restauration de la figure peut-être interprétée de trois manières :

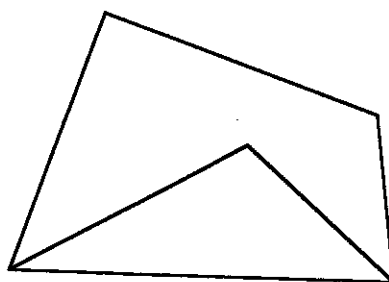
1 - Reproduire le pentagone à partir du triangle qui lui est juxtaposé, avec comme outils la règle et l'outil de report de longueur.



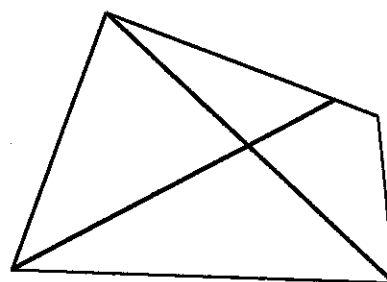
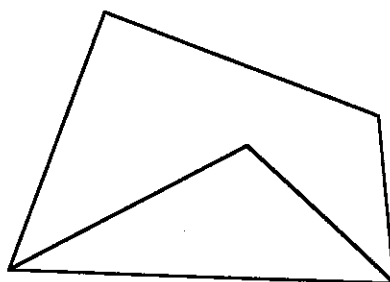
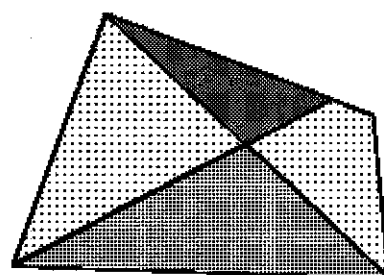
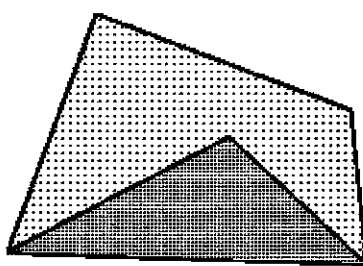
2 - Reproduire le quadrilatère à partir du triangle qui lui est superposé, avec comme outils la règle et l'outil de report de longueur.



3 - Reproduire les 3 segments manquants (côtés du quadrilatère) à partir du réseau de lignes déjà tracées, avec comme outils la règle et l'outil de report de longueur.



Dans les trois cas, les relations à déterminer sont les mêmes et il est nécessaire de passer d'un regard centré sur un assemblage d'éléments 2D, à un regard centré sur un assemblage d'éléments 1D. Ici les stratégies de reproduction se mettent en place par rapport à la totalité de la figure.

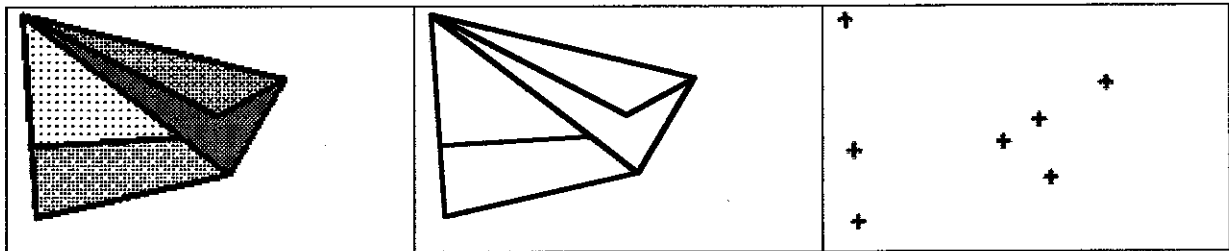


Une seule relation d'incidence émerge lors de l'analyse de la figure.

Les constructions des éléments 1D des étapes 6 et 10 sont fondamentales, c'est en construisant les deux côtés d'un triangle qu'il est possible de construire le troisième

Les différents niveaux d'analyse d'une figure :

Evidemment, l'analyse d'une figure peut se faire à différents niveaux selon le regard géométrique disponible pour celui qui la fait. De plus, cette analyse se développe le plus souvent en plusieurs temps. Nous nous contenterons d'esquisser cette idée à partir d'un exemple. Pour cela, revenons à la figure sur laquelle nous avons présenté les trois types d'assemblage au début de l'exposé.



Regardons différents niveaux d'analyse :

L'analyse commence par la recherche des propriétés d'incidence en prolongeant des lignes, puis en plongeant la figure initiale dans un réseau plus complexe, lequel à son tour peut être plongé dans un réseau plus complexe encore. L'analyse consiste donc à percevoir de nouveaux alignements dans un réseau regardé comme un assemblage de points. Cette démarche est la même que celle mobilisée pour jouer au morpion.

Mais ce type d'analyse est conditionné par la situation de reproduction. Les instruments, qui induisent telle ou telle procédure, et ne sauraient donc avoir la même valeur⁴, ont une fonction non seulement dans l'analyse de la figure mais également dans le retour vers un regard à nouveau centré sur les surfaces et les lignes pour reconnaître une autre figure dans le réseau produit par l'analyse.

Exemples de construction de base, pour une reproduction à la règle et au compas, en fonction d'analyses.			
Réseau résultant d'une analyse			
Construction de base de la figure			
	7 points	6 points	5 points

⁴ Les lignes droites et circulaires jouant un rôle privilégié, il est normal de valoriser la règle et le compas au détriment de l'équerre et autres instruments de reproduction. Il est par contre anormal de ne pas gérer les instruments dans une situation de reproduction.

Plus il est reconnu de propriétés d'incidence et plus ces constructions de base, regardées comme assemblage de points sont simples, mais la comparaison visuelle entre la figure initiale et la figure qui sert de base à la reproduction peut réserver des surprises.

L'évaluation d'une reproduction par un transparent, ou par des transparents dont les lignes auraient plus ou moins d'épaisseur, peut être complétée d'une évaluation par le comptage de malus(cf. annexe) affectés aux instruments utilisés, car l'une concerne plus la gestuelle et l'autre la procédure de résolution (voir exemple en annexe).

Conclusion

La visualisation géométrique a un fonctionnement propre qui est différent des pratiques de visualisation ordinaire, lesquelles privilégient automatiquement un regard centré sur la reconnaissance de formes 2D et donc l'interprétation en assemblage de surfaces. Pour introduire les élèves aux regards centrés sur les assemblages de lignes et les assemblages de points requis pour la reconnaissance des propriétés géométriques énoncées dans des définitions, un long travail de préparation est nécessaire.

Nous avons présenté quelques unes des activités permettant aux élèves d'entrer dans le regard géométrique. Et pour cela nous avons vu que le choix des instruments ainsi que les activités de reproduction constituaient des variables didactiques que les enseignants ne peuvent pas se permettre de négliger. Car autrement c'est l'accès à la visualisation géométrique qui risque d'être sérieusement occulté pour les élèves. C'est là un enjeu crucial pour la suite de l'apprentissage de la géométrie. Et c'est un enjeu qui est encore sous-estimé. Par exemple, une des manières catastrophiques de sous-estimer cet enjeu est d'associer presque d'emblée le travail sur les figures géométriques à un apprentissage du codage, lequel conduit à mettre en avant la connaissance d'un lexique.

L'apprentissage de la géométrie requiert plusieurs entrées en parallèle qui ne doivent pas se parasiter l'une l'autre. Elles n'ont pas toutes la même importance. Celle du codage ne peut venir que bien après celle de la visualisation géométrique dont la construction dans la " tête" des élèves se révèle longue et complexe.

ANNEXE

Un jeu des malus sur les outils : “Comment dépenser le moins de malus ?”, peut être stimulant pour améliorer une procédure de reproduction.

Affecter des malus aux instruments est une variable qui permet de valoriser ces instruments et permet d’agir sur l’analyse par un élève d’une figure.

Les malus sont attribués aux outils pour aboutir à favoriser les procédures à la règle et au compas.

Voici quelques règles pour établir l’affectation de malus:

Si un gabarit de surface permet de reproduire une figure en dessinant son contour, son usage devrait être plus coûteux qu’un gabarit déchiré dont le contour doit être complété par des tracés rectilignes à la règle.

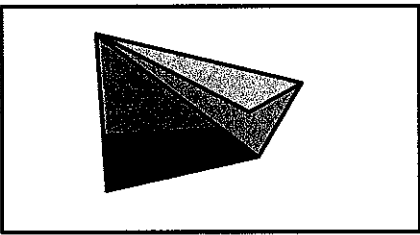
L’utilisation d’un outil 2D doit coûter bien plus cher qu’un outil 1D.

Les malus attribués à l’utilisation d’une équerre doivent plus nombreux qu’à ceux obtenus en construisant deux droites perpendiculaires à la règle et au compas.

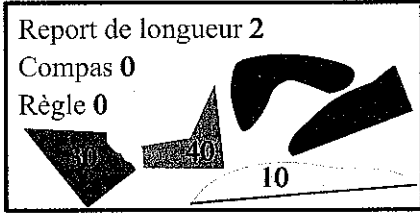
Tout ceci bien entendu pour favoriser une progression en géométrie.

Voici un exemple présenté en janvier 2004 à Jussieu dans le cadre du séminaire :

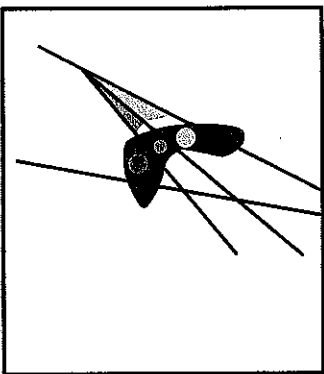
Analyser une figure ou choisir une représentation d'une figure pour résoudre un problème de reproduction.



Report de longueur 2
Compas 0
Règle 0



Règles de déplacement.



déjà 7 malus et ce n'est pas terminé !!