



Documents pour la formation des enseignants

n° 4 bis
juin 2004

**Un exemple de scénario de formation :
Impact des énoncés sur l'activité des élèves en S**

Stage conçu et animé par :

**Mme Josiane DESQ,
Mr Bernard JOYEUX
Mme Nicole TERREE**

ISSN : 2102-488X

**Un exemple de scénario de formation :
Impact des énoncés sur l'activité des élèves en S**

Stage conçu et animé par :

**Mme Josiane DESQ ,
Mr Bernard JOYEUX ,
Mme Nicole TERREE.**

D'après le stage module 7532 du dispositif 03A0160246

PAF 2003 –2004 de l'académie de Toulouse.

Ce texte, scénario d'un stage proposé dans l'académie de Toulouse, peut se lire de manière autonome : nous n'avons pas cherché à uniformiser sa présentation avec celle du cahier 4 qu'il complète néanmoins.

Nous tenons à remercier Mme Aline Robert pour sa présence, son aide et son intervention lors de la dernière journée de stage, intervention qui a permis d'élargir les perspectives de ce scénario

Table des matières :

<i>Scénario</i>	<i>page 3 à 15</i>
<i>Commentaires</i>	<i>page 16 à 25</i>
<i>Compléments :</i>	
<i>Compléments 1, 2, 3 : journée J1.....</i>	<i>page 26 à 33</i>
<i>Compléments 4, 5 : journée J2.....</i>	<i>page 34 à 39</i>
<i>Compléments 6, 7, 8 : journée J3.....</i>	<i>page 40 à 43</i>
<i>Compléments 9, 10 : journée J4.....</i>	<i>page 44 à 45</i>
<i>Complément 11 : journée J5 , Intervention de Mme Aline ROBERT</i>	<i>page 46 à 55</i>

SCENARIO

I) Objectifs généraux

- Nous avons conçu ce stage à destination d'enseignants de série S au lycée.
- L'objectif principal de ce stage est de donner des outils pour aider les stagiaires à devenir davantage conscients de ce que provoque chez l'élève telle ou telle forme d'énoncé, telle ou telle gestion. Ceci afin qu'ils puissent diversifier leurs formes d'enseignement, en maîtrisant un peu plus l'impact sur les élèves.
- En effet, il nous semble que chaque enseignant met en place une pédagogie personnelle qui suit sa « pente naturelle » sans avoir mené une réflexion précise à propos des effets induits par cette pédagogie sur les élèves.
- Nous avons également la conviction qu'un formateur n'est pas un super enseignant qui ne ferait état que de ses expériences réussies afin que les stagiaires puissent les reproduire.

Ce stage nous permet ainsi de poursuivre notre réflexion sur l'analyse des pratiques commencée lors de notre recherche-formation. C'est dans cet esprit que nous imaginons un travail d'échange avec les stagiaires, qui relève de la co-formation.

C'est par rapport à ces objectifs que nous avons opté pour des aller-retours entre une démarche théorique et une pratique sur le terrain, constitués :

- D'analyses de vidéos, avec la mise en place d'une grille d'observation.
- D'apports théoriques sur l'analyse d'énoncés, mis en place d'abord sur des exemples génériques, puis de façon plus générale avec notamment une intervention de Mme Aline Robert, professeur à l'IUFM de Versailles chercheuse en didactique des mathématiques.
- D'une expérimentation des stagiaires et des formateurs dans leur classe :
Cette expérimentation sera organisée de façon à ce qu'il y ait des *constantes* communes à l'ensemble des classes mobilisées :
 - un énoncé de type « ouvert »
 - une analyse commune de cet énoncé
 - la volonté de ne pas dénaturer le caractère ouvert de l'énoncé et donc de ne pas « trop » découper en tâches simples et isolées.

En dépit de ces constantes, il existera des *variables* :

- la forme de travail des élèves choisie par chaque enseignant
- la gestion personnelle en classe pour chaque professeur.

- Nous voulons aussi observer, à travers cette expérimentation, les diversités (et ce malgré un scénario très précis), voire les causes de ces diversités (déroulement de la séance, gestion, classe, prof, etc..) . Nous souhaitons enfin sensibiliser les stagiaires au moment choisi par le professeur pour une intervention collective en classe.
- Nous avons pour cela, prévu cinq journées de stage, entre fin octobre et fin mars.

Nous présentons ici le déroulement du stage tel qu'il est prévu (scénario), en décrivant de manière plus détaillée les trois premières journées – avant le retour sur le terrain.

Nous joignons en compléments les analyses que nous proposons aux stagiaires : analyses de vidéo, analyses d'énoncés et analyses d'exercices à proposer aux élèves de chaque stagiaire au milieu du stage.

II) Déroulement du stage (cinq journées J₁ à J₅).

- J₁ : Etat des lieux.

L'objectif de cette journée est de montrer, à travers l'analyse de quelques vidéos, que de facto, en classe, si on ne fait pas attention, on ne réserve aux élèves qu'un type d'activités assez peu variées, en fait une succession de tâches simples et isolées.

Ce constat donne à l'enseignant plus de liberté : on connaît mieux les contraintes mais aussi ce qui amène à tel ou tel type de gestion.

On peut se contenter de ce constat, en estimant que les élèves « apprennent quand même ». On peut aussi se demander « existe-t-il des alternatives ? ». C'est sur cette interrogation que se clôture la 1^{ère} journée .

- J₂ : *matin* : réflexion sur une alternative possible : le travail de groupe

travail sur la formulation d'énoncés

après-midi : réflexion sur les alternatives qui peuvent être triples :

- * travail sur la formulation d'énoncés.
- * réflexion sur la gestion en classe d'un énoncé donné.
- * union des deux alternatives précédentes.

La première alternative est nécessaire car si on a d'emblée un énoncé qui découpe en tâches simples et isolées, il ne donne pas un autre choix de gestion.

Elle n'est pas suffisante car on peut avoir un excellent énoncé et une gestion qui enlève les caractéristiques de cet énoncé.

Il est donc nécessaire de s'adapter à chaque étape de la gestion en classe pour que, même si on est amené à modifier l'énoncé en donnant des indications aux élèves, il leur reste des adaptations à faire.

Pour cela une autre forme de travail possible pour les élèves est un travail en groupe : ce type de travail permet en effet que chaque groupe s'engage dans une démonstration qui lui est propre, le travail de l'enseignant consistant alors à choisir le moment et la forme de l'intervention.

- J₃ : cette journée est consacrée à la préparation de l'expérimentation. On prend le sujet de l'expérimentation comme exemple générique à la fois pour l'analyse de l'énoncé et pour l'analyse de la gestion.

- * le matin : analyse de l'énoncé.
- * l'après-midi : analyse de la gestion.

Chaque stagiaire s'engagera sur une forme de travail et une gestion possible. Il faudra aussi prévoir :

- les formes d'observation (observateur, vidéo,..)
- une grille d'observation de la séance.

- **J₄ :**

- Analyse des retours de l'expérimentation.
- Elaboration d'un test et de sa grille d'analyse associée, qui sera donné aux élèves , avant la journée J₅ (en fin d'année) , et qui a pour but de vérifier si les plus faibles ont tiré profit de l'expérimentation faite .

- **J₅ :** → Fin des retours d'expérimentation.

→ Intervention de Mme Aline Robert, professeur à l'IUFM de Versailles, chercheuse en didactique des mathématiques.

Bibliographie proposée :

1) Groupe de recherche-formation de l'académie de Toulouse - stage PAF de l'académie de Versailles : « deux expériences réalisées en formation continue autour d'énoncés de problèmes de mathématiques en classes scientifiques » - brochure IREM n° 41 Université Paris 7 - Denis Diderot.

2) LATTUATI Marie, ROBERT Aline et PENNINCKX Jacqueline : « L'enseignement des mathématiques au lycée- un point de vue didactique » - édition Ellipse.

3) ROBERT Aline, ROGALSKI Marc : « Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices – le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion en classe » - journal « Petit x » n° 60.

III) Description détaillée de J₁

1) Tour de table : présentation des animateurs et des stagiaires avec expression des attentes éventuelles.
Problèmes administratifs.

2) Historique de notre travail.

La recherche que nous avons menée, s'est déroulée sur trois ans dans le cadre d'un groupe de recherche-formation proposé en juin 1999 au Plan Académique de Formation de l'Académie de Toulouse. Le groupe était composé de six enseignants de lycée ayant en responsabilité des classes scientifiques (Première S ou Terminale S).

Partant du constat que la forme des épreuves au baccalauréat induit des activités uniformisées, nous avons analysé ce phénomène pour rechercher quel peut être l'impact d'une transformation des énoncés sur l'apprentissage des élèves. En effet, le plus souvent, les énoncés sont généralement découpés en questions qui amènent les élèves à effectuer seulement des applications simples et isolées. Nous nous sommes donc demandés si la transformation des énoncés de problèmes peut induire des comportements différents et redonner un sens à l'activité mathématique.

Pour cela, nous avons d'abord analysé des énoncés de façon à :

- préciser la tâche demandée aux élèves et les adaptations nécessaires.
- mettre en évidence les différents niveaux de mise en fonctionnement des connaissances.

Puis nous avons reformulé des énoncés de façon à pouvoir mieux agir sur l'apprentissage des élèves. Il nous est alors apparu qu'on ne peut pas travailler sur un énoncé sans parler de la gestion de cet énoncé en classe. En effet toute intervention du professeur va modifier la tâche initialement prévue pour les élèves : ainsi, un énoncé ouvert peut se transformer en une succession de tâches simples et isolées à la suite d'interventions trop fréquentes de l'enseignant.

Tout au long de notre travail, nous avons échangé avec Mme Aline ROBERT, professeur à l'IUFM de Versailles, chercheuse en didactique des mathématiques, qui nous a fourni les outils didactiques nécessaires à cette analyse.

Notre travail s'est concrétisé par la publication, commune avec un groupe de recherche de Versailles, de la brochure IREM n° 41 Université Paris 7-Denis Diderot.

Nous avons décidé d'organiser un stage pour partager cette expérience et alimenter notre réflexion par des échanges avec des collègues.

3) Objectifs.

L'objectif principal de ce stage est de donner des outils pour aider les stagiaires à devenir davantage conscients de ce que provoque chez l'élève telle ou telle forme d'énoncé, telle ou telle gestion. Ceci afin qu'ils puissent diversifier leurs formes d'enseignement, en maîtrisant un peu plus l'impact sur les élèves.

Remarque préalable

Les outils théoriques seront mis en place à partir d'observations concrètes.

Remarque fondamentale :

Nous nous plaçons toujours dans l'idée d'analyser les pratiques et non de les critiquer. En particulier ce n'est pas le contenu mathématique que l'on observe mais l'activité réelle des élèves et du professeur. En résumé, on ne dira jamais « il faut » ou « on doit » et aucun exemple présenté n'est un modèle ou un anti-modèle.

4) Présentation du planning du stage.

- * J_1 : Etude d'exemples (vidéos)
Proposition d'un sujet à expérimenter en classe, courant janvier.
- * J_2 : Réflexion sur une alternative possible puis travail sur la diversité des énoncés.
Mise en place du vocabulaire pour l'analyse d'énoncés.
- * J_3 : Préparation de l'expérimentation.
- * J_4 : Retour des expérimentations.
- * J_5 : Fin des retours de l'expérimentation.
Intervention de Mme Aline ROBERT.

5) Etude d'exemples (vidéos) :

- a) Présentation de la vidéo de J. (cf. complément1)
- b) Présentation de la vidéo de N. (cf. complément2)
- c) Présentation de la vidéo de B. (cf. complément3)

Pour chaque vidéo.

- 1) On situe la séance enregistrée dans la progression.
- 2) On laisse aux stagiaires un temps suffisant pour qu'ils recherchent individuellement l'exercice objet de la séance.
- 3) On leur fournit une grille succincte d'analyse de la vidéo :
→ Temps de recherche laissé aux élèves.

- *Qu'ont fait les élèves ?*
- *Quelles initiatives les élèves ont-ils eues ?*
- *Quelles aides ont reçu les élèves ?*
- 4) *On visionne la vidéo.*
- 5) *On laisse une dizaine de minutes pour que les stagiaires remplissent la grille d'analyse.*
- 6) *Mise en commun.*

Nous espérons que les stagiaires découvrent que les élèves ont eu peu d'initiatives à prendre.

IV) Description détaillée de J₂

Le matin

1) Bilan de la journée J1 (environ _ heure)

- On laisse un peu de temps pour que chaque stagiaire fasse un bilan de la 1^{ère} journée.
- On fait une mise en commun des idées, en les écrivant au tableau
- On fait part de notre bilan et on le lit ensemble.

2) Exemple d'intervention du professeur dans un travail de groupe. (cf. complément4)

- Dans cette activité, par rapport aux vidéos visionnées, ce qu'on veut faire varier ici, c'est la gestion.
 1. Ce qui est constant, c'est le professeur, la classe et le type d'exercice, c'est à dire un exercice avec des adaptations (c'est pour cela que c'est encore une observation en seconde mais c'est la dernière !).
 2. Ce qui change, c'est la gestion de l'exercice par le professeur avec :
 - Un travail en groupe
 - La volonté de moins découper
 - L'objectif n'est pas de terminer l'exercice
- Après avoir situé cet exercice dans la progression de la classe (dernier module de l'année, les fonctions trigonométriques viennent d'être introduites), nous laissons les stagiaires chercher la première question concernant $A(\alpha)$.
- Narration de la première demi heure, en insistant sur :
 - Le nombre d'interventions (2)
 - La vigilance pour que chaque groupe garde sa méthode
 - Le choix du moment de l'intervention.

3) L'analyse d'énoncés

Après avoir observé et essayé d'analyser des gestions de classe sur des activités variées (à l'aide d'une grille d'analyse), on va maintenant essayer de mettre en place des techniques d'analyse d'énoncés.

1^{er} exemple sur la diversité des énoncés (cf. complément 5 journée J2 1^{er} exemple §1)

Objectif : Pour chaque énoncé, on cherche à dire quelle activité mathématique on cherche à déclencher chez l'élève. Nous laissons les stagiaires s'approprier les énoncés proposés (cf. complémentJ2) en leur demandant de réfléchir à l'activité mathématique que ces énoncés vont déclencher chez les élèves puis nous faisons une mise en commun.

Nous introduisons alors les mots :

- « niveaux de fonctionnement » de l'ordre :
 - Du technique
 - Du mobilisable
 - Du disponible
- Degré d'ouverture :
 - Ouvert
 - Fermé
 - Quasi fermé

2^{ème} exemple avec le même objectif et la même forme de travail (cf. complément 5 2^{ème} exemple §2)

- On retrouve les mêmes mots sur les niveaux de fonctionnement et le degré d'ouverture
- Mais enrichissement avec :
 - Des changements de cadre (ici non déclarés alors que précédemment, comme l'énoncé était fermé, ils étaient déclarés)
 - Des changements de point de vue.
- Nous distribuons une feuille donnant le vocabulaire nécessaire à l'analyse d'énoncés et une feuille listant les différents cadres.

L'après midi

3^{ème} exemple avec le même objectif et la même forme de travail (cf. complément 5 3^{ème} exemple §3)

4^{ème} exemple : l'énoncé de l'exercice n°5 enseignement obligatoire page 9 de l'accompagnement des programmes en TS

Travail de groupe (3 groupes de 4) avec le vocabulaire d'analyse d'énoncés distribué le matin.
Puis mise en commun.

5^{ème} exemple : analyse d'énoncé et travail de reformulation (cf. complément 5 3^{ème} exemple §4)

L'objectif est ici non seulement de pratiquer l'analyse d'énoncé mais aussi de travailler à la reformulation de cet énoncé.

Nous laissons les stagiaires réfléchir sur cet énoncé puis mise en commun pour constater que dans ce texte c'est le statut de la réponse qui pose problème : conjecture ou démonstration rigoureuse. Nous leur proposons donc un travail de reformulation et d'analyse du travail reformulé. Pour cela ils vont travailler par

groupe, en listant d'abord ce qui peut se démontrer soit dans un cadre soit dans un autre, puis en proposant à partir de là un travail de reformulation.

Pour terminer la journée, nous leur demandons de proposer un énoncé du type ouvert (on fixe ainsi une catégorie d'exercice) parce qu'enfin on va travailler lors de la 3^{ème} journée sur un texte de cette catégorie !

IV) Description détaillée de J₃

1) Bilan fait par les stagiaires de la journée J2.

2) Analyse d'exercice

Pour se « refaire la main » sur l'analyse d'exercice, on propose d'analyser l'exercice 12 (enseignement obligatoire) de la banque d'exercice séries S (accompagnement des programmes).

Recherche personnelle des stagiaires puis mise en commun. On parle aussi de l'exercice 13.

3) Préparation de l'expérimentation qu'il est prévu que nous fassions tous (texte annexes 6 et 7).

- expérimentation 1^{ère} : on laisse du temps pour les analyses personnelles, en pensant aux différentes pistes puis on fait une analyse collective en listant les difficultés.
- expérimentation TS : même démarche.

Nous prévoyons un débat qui est une façon d'aider les stagiaires à faire leur propre choix pour la gestion, les interventions, la forme de travail. Nous discutons de la durée de cette expérimentation et des conditions d'observation et de restitution.

Nous proposons cette grille pour les retours de l'expérimentation :

<i>Temps</i>	<i>Ce que font les élèves</i>	<i>Ce que fait le prof</i>
Ex : 8h 15	N'arrivent pas à gérer a et b Evaluation du nombre en %	Je fais une intervention Sa durée Son contenu (être précis dans la transcription des indications données (mots employés))
	Marquer l'impact sur les élèves Efficacité ou inefficacité qui va induire une autre intervention (heure, durée, contenu)...etc.	
8h 30 ...etc.		

Nous demandons aux stagiaires de prévoir aussi pour les retours de donner les impressions générales « faites à chaud » :

- Qu'est ce qui les a surpris ?
- Quelles modifications a posteriori feraient ils ?
- A la refaire, que changeraient ils ?

Pour établir un bilan sur l'ensemble des expérimentations, concernant plus précisément l'activité des élèves, il est prévu aussi deux grilles : cf complément 8.

Pour plus d'efficacité dans l'analyse des retours, il est prévu que l'ensemble de ces grilles nous soient communiquées avant la journée J₄ (par mail)

V) Prévisions de la journée J₄

Nous ne prévoyons pas d'emblée de description détaillée de la journée J₄. En effet

- Cette journée se déroulera, à l'initiative des stagiaires, qui auront rapporté un transparent de leur expérimentation, avec les grilles complétées, et éventuellement un passage de vidéo.
Seul est prévu le temps approximatif de chacun, pour rendre compte de leur expérimentation.
- Il est par ailleurs prévu l'élaboration d'un test, permettant d'évaluer l'impact sur les élèves de l'expérimentation, ainsi qu'une grille de bilan de ce test.
On veut en particulier observer par quelles interventions s'est faite l'introduction des deux points et des deux paramètres a et b.

Réflexion préalable sur les différentes adaptations mises en jeu dans cette démarche.

Les adaptations peuvent être classées en 4 types :

1. Les reconnaissances de modalités d'application des notions, théorèmes, méthodes, formules, etc. :
ici, écrire l'équation d'une tangente à une courbe en un point.
2. L'introduction d'intermédiaires – notations, points, expressions....
ici, par exemple introduire un (des) point(s)
3. Les mélanges de plusieurs notions ...les mises en relation ou interprétations :
ici, mélanges : cadre fonctionnel – graphique
traduction algébrique de l'égalité de deux droites
4. L'introduction d'étapes, l'organisation des calculs ou des raisonnements :
ici, l'écriture de deux équations en deux points.. ..etc..

On a donc ici à la fois les quatre niveaux d'adaptations , on se propose d'élaborer un test qui permette un peu de les séparer afin de tester jusqu'à quel niveau chaque élève est allé.

On cherche à élaborer un test ensemble, mais un exemple de test est donné en complément 9

- A la fin de J₄, il est prévu de demander à un stagiaire de concevoir pour J₅ un compte rendu des quatre journées passées , bilan qui sera enrichi entre temps par les autres stagiaires (par mail)
- Nous envoyons à chaque stagiaire une grille de bilan de stage (cf complément 10) devant être complétée et renvoyée avant J₅

VI) Prévisions de la journée J₅

Matinée consacrée aux différents bilans :

- Analyse des résultats du test, fait par les élèves entre temps
- Commentaires sur le bilan du stage fait par les stagiaires et le bilan des grilles de bilan
- Notre propre bilan du stage (regrets et satisfactions)

Après midi : intervention d'Aline Robert

Le plan

I Quelques éléments sur le stage : une lecture de chercheur !

- a) Sur la séance expérimentée, à partir des bilans et des analyses a priori
- b) Sur la journée J4
- c) Recherche et formation

II Quelques élargissements

- 1) La démarche globale commune
- 2) Nos hypothèses sur les pratiques
- 3) Quelques hypothèses sur les apprentissages des élèves en math
- 4) Suites...

Ces deux parties sont développées en complément 11 et permettent d'élargir les perspectives de ce type de scénario

COMMENTAIRES

I. Les modifications apportées au scénario

Le scénario exposé ici est un scénario modifié en fonction des « oublis » ou manques du stage effectivement réalisé en 2003-2004. Les modifications portent sur l'organisation des journées J_4 et J_5

1) Rendre plus dynamique la journée J_4 consacrée aux retours d'expérimentation

Nous avons eu du mal à « élever le débat » et donc nous sommes un peu trop restés au « récit » de chaque professeur. Il manquait par ailleurs des informations pour analyser l'activité véritable des élèves.

Entre les journées J_4 et J_5 , nous avons donc envoyé aux stagiaires la grille (cf complément 8) sur l'activité des élèves pour avoir une meilleure analyse. Nous pensons qu'en la prévoyant dès la journée J_3 , et qu'en ayant tous pris connaissances des grilles de retour avant la journée J_4 , nous pourrions « gagner du temps » sur les récits de retour et dynamiser un peu cette journée.

2) Faciliter le bilan de l'expérimentation.

Nous avons regretté de n'avoir pas été plus directif sur les conditions de départ de l'expérimentation, par exemple en n'imposant pas une durée et une forme de travail communes pour tous les élèves. En effet, même si nous avions :

- **Des constantes**, les mêmes pour tous : le texte, l'analyse commune, la volonté de ne pas découper en tâches simples et isolées, des consignes communes sur la gestion, que nous rappelons ici:
 - On ne distribue pas les courbes et on laisse les élèves chercher sans aucune intervention du professeur pendant 10 minutes.
 - Une intervention collective du professeur semble certaine pour parler :
 - du sens du terme « tangentes communes »
 - de l'introduction des deux abscisses a et b.
 - de l'identification des deux tangentes.

- de la résolution du système.
- en Ts pour parler de l'utilisation du th des valeurs intermédiaires.

➤ **Et des variables** (sûrement trop ! ce qui rend les bilans plus complexes à interpréter car il y a beaucoup de diversité) :

- La durée
- La forme de travail
- Classe entière ou pas (et donc effectif)
- Un entière liberté par rapport à la gestion, à part les points relevés précédemment.

le trop grand nombre d'éléments variables a rendu plus difficile le bilan à établir .

Nous avons dû en conséquence essayer de rattacher notre analyse à une autre expérience que nous avions à faire partager sur le même sujet d'expérimentation, réalisée en TS, dans le cadre d'un groupe de recherche et formation.

On travaillait cette année là sur la gestion de la classe (on avait travaillé l'année précédente sur l'analyse d'énoncés) (pour plus de précisions à ce sujet, se rapporter à la brochure n° 41 IREM Université Paris7 « deux expériences réalisées en formation continue autour d'énoncés de problèmes de mathématiques en classes scientifiques »)

Nous avions davantage de constantes :

- *La durée commune*
- *Classe entière*
- *La forme de travail : des groupes de 4 (certains n'avaient pas d'expérience de ce type de travail, mais dans l'année, avaient essayé de temps en temps de travailler ainsi)*
- *Pour l'apparition de a et b , on avait fixé un protocole plus strict sur nos interventions à partir des comportements possibles d'élèves, et qui était le suivant :*
 - ♦ ***Piste P 0*** : *les élèves s'orientent vers la recherche de tangentes communes en un même point : on arrête cette piste*
 - ♦ ***Piste P 1*** : *les élèves calculent une des deux tangentes, et recherchent un point d'intersection avec l'autre courbe : on arrête cette piste*
 - ♦ ***Piste P 2*** : *Les élèves introduisent un point A sur la courbe d'exp , et un point sur la courbe de Ln, ils cherchent une équation de la droite (AB) et écrivent que cette droite est tangente en A à la courbe d'exp et tangente en B à la courbe de Ln*
 - ♦ ***Piste P 3*** : *Les élèves cherchent les équations des deux tangentes et identifient coefficient directeur, et ordonnée à l'origine*

♦ **Piste P 4** : les élèves cherchent l'équation de l'une des deux tangentes (par ex en B à la courbe de $\ln$) puis expriment l'égalité des coefficients directeurs et l'appartenance de A (a, e^a) à T

- L'arrêt des pistes P 0 et P 1 avait été décidé après débat : il s'est avéré que, ici, on a observé de la diversité : tout s'est passé comme si chacun s'était comporté, sans préméditation, en fonction de ses convictions personnelle.
- Nous avons de même conçu , une fiche méthode à distribuer à tous, destinée surtout aux élèves qui n'arrivaient pas à « démarrer » , pour voir s'ils arrivaient à choisir ainsi une méthode parmi celles proposées. Cette fiche méthode était la suivante :

Fiche méthode :

- ♦ A étant un point de la courbe de la fonction exponentielle, et B un point de la courbe de $\ln$, comment traduire que (AB) est tangente en A à la courbe d'exp et tangente en b à la courbe de $\ln$?
- ♦ Comment traduire qu'une droite dont on connaît une équation sont égales ?
- ♦ Comment traduire qu'une droite dont on connaît une équation est tangente en un point donné à une courbe représentative de fonction ?

- Après débat sur l'opportunité d'une telle fiche, nous décidons que c'est au professeur de choisir le moment qu'il juge opportun pour distribuer à **tous** les élèves la fiche de méthode, en laissant les élèves libres de l'utiliser ou pas.

Là encore, nous avons observé de la diversité dans les comportements des professeurs (certains ne la distribue pas) , diversité qui là aussi peut avoir un lien avec les convictions de chacun sur l'intérêt de cette fiche méthode

Ces diversités sur des comportements qui devaient être stables révèlent des éléments très certainement liés aux cohérences du professeur.

Dans l'expérience actuelle, il est difficile de repérer ce type de diversité car il y avait davantage d'éléments variables.

(On peut aussi considérer qu'un groupe de recherche et formation permet peut être d'aller plus loin dans l'analyse, car le temps consacré à la préparation de l'expérimentation est plus important)

3) **Elaborer un test permettant de séparer les différentes adaptations** afin de voir « jusqu'où » les plus faibles ont appris.

Cette mutualisation des expériences (du stage et du groupe Recherche-Formation) nous a permis d'approfondir la difficulté d'introduction des deux points de tangence et des deux paramètres a et b .

L'analyse à priori que nous avons faite en J_3 avait bien permis de repérer là une intervention obligatoire du professeur, mais nous avons regretté de **n'avoir pas suffisamment précisé ici les différentes adaptations mises en jeu dans cette démarche**. Il nous est alors apparu nécessaire de **faire un petit test** pour vérifier ce que les plus faibles ont appris , en particulier dans cette étape complexe de l'exercice .

Là encore nous sommes revenus à notre expérience du GRF où le test élaboré avait montré que c'était dans la classe où les élèves avaient eu le plus d'autonomie que ce test était le mieux réussi.

Par ailleurs, ce résultat n'était pas à mettre en corrélation avec le niveau de la classe car nous avons comparé les niveaux des classes avec les résultats et mentions obtenus au Bac.

Nous avons aussi constaté que c'était dans la classe où on avait arrêté la piste P0 que l'introduction de a et de b avait été la moins bonne.

Cette réflexion sur les différentes adaptation mises en jeu et l'élaboration du test , (que nous avons eu en réalité dans la matinée de J_5 , et où nous avons élaboré ensemble , mais après coup , le test qu'il aurait été bon que nous fassions) venait trop tard et a donc été placée dans le scénario modifié en fin de journée J_4

Nous pensons en effet pouvoir « gagner » du temps en dynamisant la journée J_4 des comptes rendus de l'expérimentation (en ayant des grilles plus précises dès la journée J_3 (cf1)), mais aussi , peut être, en n'observant dans ces comptes rendus que ce passage concernant l'introduction de a et de b)

Ainsi la matinée modifiée de J_5 , pourra être consacrée à l'analyse des résultats du test et aux bilans.

II. Quelques éléments de bilan du stage 2003 -2004

Bien que les éléments de bilan ci - dessous restent subjectifs, et en dépit des regrets et manques que nous venons de signaler, nous pouvons souligner :

- Une très bonne ambiance, où d'emblée, il était question d'analyse des pratiques sans jugement de valeur et sans trop revenir « aux contenus mathématiques »
- Un réel investissement et intérêt de tous les stagiaires , chacun acceptant de modifier ses habitudes à l'occasion de l'expérimentation comme par exemple :
 - accepter un observateur (autre qu'un inspecteur ou un stagiaire) : c'était souvent la première fois .
 - utiliser pour certains la caméra dans la classe .
 - pour beaucoup faire travailler les élèves par groupes de 3 ou 4 .
 - avoir le souci de moins intervenir

Voici par ailleurs la description bilan de ce stage faite par un stagiaire et validé par les participants, document qui a servi à informer Mme Robert de ce qui avait été fait lors du stage.

1^{ère} Journée

Cette journée a pour objectif la présentation et l'analyse de 3 vidéos.

Les 3 formateurs se sont filmés lors d'une séance avec l'une de leurs classes. Ils nous proposent pour chacune des séquences:

1. d'étudier l'énoncé proposé aux élèves en identifiant les tâches des élèves.

Nous travaillons individuellement puis s'en suit une mise en commun au cours de laquelle nous faisons émerger les objectifs de la séquence et ce que les élèves vont avoir à faire.

2. d'analyser la vidéo.

Une grille nous guide dans notre observation: elle comprend 4 rubriques:

- Temps de recherche laissé aux élèves
- Qu'ont fait les élèves?
- Quelles initiatives les élèves ont-ils eues?
- Quelles aides ont-ils reçues?

Plusieurs idées voient le jour lors de la mise en commun des observations:

1. A propos des énoncés

- Selon le moment où il est posé un énoncé peut déclencher des réactions différentes.
- Selon l'utilisation que l'on veut en faire (évaluation, recherche, ...) on va ouvrir ou fermer les énoncés. A ce sujet, est-il judicieux de modifier les énoncés?

2. A propos de la gestion de la classe

- L'attitude du professeur influence-t-elle l'activité des élèves?
 - Le questionnement appelle la participation des élèves certes mais ...
 - Un temps suffisant doit être laissé aux élèves pour s'approprier l'indication donnée.
 - Quand le professeur doit-il donner des indications? Doit-on évaluer un pourcentage d'élèves qui accrochent ou décrochent?
 - Qu'est-ce qui déclenche l'intervention du professeur?
- Les interventions du professeur sont orientées vers ce qu'il a prévu de faire.
 - Les profs retiennent souvent les interventions qui leur conviennent.
 - Comment gérer les différentes solutions mises en œuvre par les élèves?

La journée s'achève par une synthèse des trois vidéos faisant apparaître leurs analogies et leurs différences.

Deux pistes de travail se dégagent:

- Travailler sur les énoncés (objectifs, tâches)
- Travailler sur la gestion de la classe (collectif, individuel, groupes)

Ce travail implique dans une certaine mesure un désir de faire évoluer nos pratiques mais des contraintes non négligeables restent dans nos esprits: le temps (programme à assurer) et cohérence interne de chacun.

2^{ème} Journée

Cette journée a pour objectif de réfléchir sur les pratiques et la gestion des tâches, ceci à partir de l'analyse d'énoncés

⇒ Elle débute par la présentation d'un exemple d'intervention du professeur dans un travail de groupe

La lecture et la résolution rapide de l'exercice proposé nous permet d'adhérer immédiatement à la description du scénario réel et de lancer les échanges.

De ce descriptif naissent plusieurs commentaires:

- Davantage d'élèves s'investissent de façon personnelle. Les élèves les plus faibles s'impliquent.
- Les interventions du professeur ont-elles modifiées la voie de recherche dans laquelle les élèves s'étaient engagés? (point sur les différentes solutions)
- Comment chacun s'approprie-il la solution de l'autre? (Ecole de la recherche et de la tolérance)

Cet exemple nous donne

1. un aperçu des pratiques et de la gestion des tâches, points que nous travaillerons pour mettre en place l'expérimentation (3^{ème} journée).
2. une idée du degré d'ouverture d'un énoncé qui a un impact sur l'activité des élèves.

⇒ Ce dernier point conduit naturellement à la préoccupation de cette journée : l'analyse des énoncés.

- Le vocabulaire spécifique est introduit à partir de l'étude d'un exemple proposant un problème formulé de sept façons différentes.

L'analyse des tâches des élèves permet de parler des différents types d'énoncés (ouverts, fermés, ...) et de leur niveau de fonctionnement (technique, mobilisable, disponible).

- L'étude de l'énoncé d'un exercice extrait de la banque « nouveau bac » nous permet
 1. de nous poser les questions concernant le degré d'ouverture des questions et le niveau de mise en fonctionnement des connaissances mais aussi
 2. de faire émerger les changements de cadre et de points de vue.
- Les formateurs nous proposent ensuite un résumé et quelques commentaires concernant l'analyse des énoncés et notamment nous sensibilisent à l'impact des considérations précédentes sur l'activité des élèves.

Ils opposent ainsi deux stratégies :

- Celle de la réussite immédiate dont les seuls objectifs semblent se placer au niveau technique
- Celle de l'apprentissage, plus laborieuse, nécessitant d'atteindre un niveau mobilisable ou disponible.

Par ailleurs, les changements de cadre et de point de vue demandent un effort d'adaptation de l'élève qui ne lui permet pas de fonctionner au niveau des connaissances techniques.

- Nous travaillons ensuite par petits groupes sur un énoncé de TS. Nous devons analyser mais proposer une reformulation de cet exercice.

Les propositions sont variées, plus ou moins « classiques » et les échanges sont intéressants.

3^{ème} Journée

On débute toujours par un petit rappel de la journée précédente.

Cette nouvelle journée a pour objectif la préparation de l'expérimentation que nous devons mener dans nos classes.

⇒ La première partie de la matinée est consacrée à la comparaison de deux énoncés de la banque « nouveau bac » en terme d'analyse et de reformulation.

Ce travail est préparatoire à la mise en place de l'expérimentation. En effet la préparation d'une séance et pas seulement celle de l'expérimentation doit faire apparaître les tâches de chacun :
qui fait quoi et à quel moment ?

⇒ Préparation de l'expérimentation :

Cette expérimentation consiste à donner le même énoncé dans chacune de nos classes, soit 1^{ère} S soit TS en respectant un cahier des charges. Elle permet une mise en pratique de ce dont nous avons débattu auparavant.

La préparation comprend trois étapes :

- L'analyse de l'énoncé
- Sa mise en place : choix d'un scénario personnel incluant les notions suivantes
 1. **La durée** : entre 1h (pleine !!) et 1h30 en 1^{ère} , 1h50 à 2h en TS
 2. **Le type de séance** : classe entière, _ groupe ainsi que travail individuel ou par groupes de 3 ou 4 élèves.
 3. **La gestion suivante propre à l'exercice proposé**
 - On ne distribue pas les courbes dès le début et on laisse les élèves chercher sans aucune intervention du professeur pendant 10mn
La distribution des courbes est laissée à l'initiative de chacun.
 - Une intervention (collective ?) du prof semble certaine pour parler
 - du sens du terme « tangentes communes »
 - de l'introduction des deux abscisses a et b.
 - de l'identification des deux tangentes.
 - de la résolution du système.
 - en TS pour parler de l'utilisation du théorème des valeurs intermédiaires.
- L'organisation de l'observation de l'expérimentation

Chacun de nous faisant l'objet d'une observation, par un des collègues participant au stage, au cours de sa séance, il est nécessaire de s'accorder sur les modalités d'observation. Une grille est proposée, chacun l'exploitera au mieux.

4^{ème} Journée

L'objectif est le retour des expérimentations.

Chaque participant présente avec son observateur son expérimentation :

⇒ Il indique le nombre d'élèves de la classe, son niveau, le type de séance (classe entière ou demi-groupe en module), la durée de l'expérimentation, la disposition des élèves dans la salle, l'écart de temps entre la fin du cours sur dérivée et la date de l'expérimentation (cela pour l'expérimentation en 1^{ère}).

⇒ Il commente de façon assez détaillée le déroulement de sa séance et donne ses impressions en répondant aux questions qui lui sont posés ?

- A-t-il respecté le scénario qu'il s'était fixé au départ ?
- Apporterait-il des modifications ?
- Comment les élèves ont-ils ressenti cette expérimentation ? Comment y étaient-ils préparés ?
- Comment le professeur a-t-il perçu sa séance ? Est-il prêt à recommencer ? Pourquoi ?

⇒ Pour la dernière journée chaque stagiaire doit faire parvenir au groupe d'animateurs **une fiche bilan de l'expérimentation** menée dans sa classe ainsi qu'un questionnaire concernant l'impact du stage

5^{ème} Journée

⇒ **Exposés des stagiaires** : suite et fin du retour des expérimentations.

⇒ Les animateurs font une synthèse des expérimentations en s'appuyant sur les fiches bilan.

On constate

- Une bonne mobilisation de tous les élèves mais leur niveau n'a pas évolué pour autant.
- Le travail en groupes semble positif si les groupes sont hétérogènes.
- Sur l'expérimentation : des constantes certes(énoncé commun, cahier des charge) mais des variables (durée, forme de travail, effectifs...)trop nombreuses pour une analyse simple et cohérente. Il faudrait introduire moins de variables . L'expérience semble avoir été menée par nos animateurs et il en sort qu'il est assez facile de fixer un cadre et des contraintes mais beaucoup moins de les respecter à la lettre.

En conclusion :

- Une analyse des traces écrites aurait pu compléter notre travail.
- Un questionnaire en direction des élèves (proposés par un des stagiaires) semble intéressant.

- Un test contenant des exercices similaires pourrait être proposé aux élèves pour évaluer l'impact de cette forme de travail.

Ceci nous amène à travailler sur les niveaux d'adaptation présent dans une démarche.

⇒ Nous travaillons sur **l'élaboration d'un énoncé** avec trois ou quatre questions permettant de vérifier que les élèves ont acquis les quatre **niveaux d'adaptation** présents dans le travail donné lors de l'expérimentation.

- Reconnaissance des modalités d'application des notions, méthodes, théorèmes....
- Introduction d'intermédiaires :notations, points...
- Mélange de plusieurs cadres ou notions ...
- Introduction d'étapes, organisation des calculs ...

L'après-midi est consacrée à l'intervention d'Aline ROBERT (voir complément 11). A la fin de la journée, nous évoquons la possibilité de donner une suite à ce stage, peut-être sous la forme d'une ou deux journées afin de poursuivre et de faire vivre les acquis de ce stage voire de tenter de les transmettre à notre tour.

COMPLEMENTS

Complément 1 : ANALYSE DE L'EXERCICE DE J.

La séance se déroule en Terminale S (classe entière).

Les élèves connaissent toutes les propriétés des fonctions $\ln$ et $\exp$.

L'objet du chapitre est l'étude de la fonction puissance : $f_{\alpha}(x) = x^{\alpha}$ avec α réel et la démonstration des propriétés des exposants réels.

Au cours de la séance précédente, le professeur a défini f_{α} en posant : $x^{\alpha} = e^{\alpha \ln x}$ et les élèves ont déterminé ses limites.

En début de séance, ils cherchent la fonction dérivée. Certains ont l'idée d'écrire $\alpha \frac{x^{\alpha}}{x} = \alpha x^{\alpha-1}$.

Le passage que nous allons visionner correspond à la démonstration de cette égalité.

Complément 2 : ANALYSE DE L'EXERCICE DE N.

Exercice.

Soit ABCD un parallélogramme. Un point H décrit le segment [AC] ; H est distinct de A et de C.

- La parallèle à (AB) passant par H, coupe (AD) en N, et (BC) en R
- La parallèle à (AD) passant par H, coupe (AB) en M, et (DC) en P

1) Montrer qu'il existe un réel x de $]0, 1[$, tel que $\overrightarrow{AH} = x \cdot \overrightarrow{AC}$

Dans toute la suite, on se situe dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$

- 2) Montrer que pour toute position du point H sur [AC], distinct de A et de C, les droites (MN) et (PR) sont parallèles.
- 3) Montrer qu'il existe une seule position de H sur le segment [AC], telle que les droites (NP) et (MR) soient parallèles, et préciser cette position.
- 4) **On suppose dans cette question, que les droites (NP) et (MR) ne sont pas parallèles.**
- a) Montrer que les droites (NP) et (AC) ne sont pas parallèles. On note K leur point d'intersection.
 - b) Déterminer les coordonnées de K
 - c) Montrer qu'alors les points R, M, et K sont alignés.
 - d) Qu'a-t-on démontré dans cette question ?

Analyse a priori

Place dans la progression :

Cet exercice vient en fin d'exploitation de la colinéarité des vecteurs en géométrie analytique. La notion d'équation cartésienne d'une droite vient d'être traitée, mais très peu d'exercices d'application ont été faits là dessus.

Analyses questions par questions

- **La première question** commence par « montrer que » et est « *quasi fermée* », la méthode n'est pas indiquée.

Deux méthodes sont possibles :

- 1) Si la notion de repère sur une droite est *disponible*, on trouve d'emblée x comme étant l'abscisse de H dans le repère $(A, \overrightarrow{AC})$ de la droite (AC). Il y a un jeu de *cadre* géométrie – analytique.
- 2) Sinon, (ce qui est le cas ici, la notion de repère est connue dans le plan, mais repère sur une droite n'a pas fait l'objet d'une étude particulière), il faut revenir à la définition de la colinéarité (qui est de l'ordre du *mobilisable*) : c'est une application isolée de la colinéarité, pas simple, car il y a un *changement de cadre* (cadre géométrique - cadre vectoriel)

L'élève doit donc :

- Changer de registre (cadre géométrique – analytique) si la notion de repère sur une droite est disponible.

➤ Sinon, revenir à la définition vectorielle de la colinéarité, pour traduire la colinéarité des vecteurs

$\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{AC}$ (existence de x), pour traduire leur sens ($x \neq 0$), puis, comme $x \neq 0$, $x = \frac{AH}{AC}$, et

enfin, $x \neq 0$ et $x \neq 1$.

- **La deuxième et la troisième question** commencent par « montrer que » et la phrase : « **Dans toute la suite, on se situe dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$** » est une indication de méthode qui oriente vers une méthode analytique : ce sont donc des questions « *fermées* ». L'utilisation du critère analytique de colinéarité des vecteurs est de l'ordre du mobilisable.

L'élève doit donc, en se situant dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ indiqué :

- Trouver les coordonnées de C
- En déduire celles de H
- Puis déduire celles de M et de P

Cette série de tâches demande de la disponibilité au niveau du choix de la méthode (la méthode étant ici de trouver un ordre de calcul des coordonnées.)

- Tester le critère de colinéarité

Il y a là une difficulté de logique « quelque soit » - « il existe » et un changement de registre (numérique - résolution d'équation)

Remarque : En ne tenant pas compte de l'indication de repère, l'élève peut rester dans le cadre géométrique.

Il peut utiliser pour la question 2) une méthode avec le théorème de Thalès :

- pour cela, il doit repérer que pour démontrer que deux droites sont parallèles, c'est la réciproque qui est concernée.
- mais que pour cela, il doit avoir l'égalité de rapports, qu'il obtiendra en utilisant deux fois le théorème direct (en utilisant les parallèles de la figure : $\frac{AM}{AB} = \frac{AH}{AC}$ avec $(MP) \parallel (BC)$ et d'autre part $\frac{AN}{AD} = \frac{AH}{AC}$ avec $(NR) \parallel (DC)$)

- Le lien doit être fait avec le 1), mais la valeur du rapport $\frac{AH}{AC}$ n'est pas connue, seulement l'égalité

$$\text{des rapports } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$$

On peut donc souligner le caractère *non isolé* de la mise en œuvre de la réciproque du théorème de Thalès, puisqu'il faut au préalable chercher l'égalité des rapports en utilisant le théorème direct. La question n'est pas *simple*, car bien que cette démarche permette à l'élève de rester dans le cadre

géométrique, le caractère général de la question, et donc le fait que la valeur du rapport $\frac{AH}{AC}$ ne soit pas connu, demande de la *disponibilité* sur la méthode.

- **La quatrième question** est un découpage de tâches isolées et, de par la question b), se situe dans le repère donné.

Mais la question b) demande de la disponibilité sur le choix de la méthode : on est dans le cadre analytique, mais la difficulté vient du nombre d'inconnues, et il convient de ne pas perdre l'objectif de vue, on cherche les coordonnées de K et pas x.

Il y a des choix stratégiques à faire sur le choix de la méthode

- éviter de chercher des équations de droites (surenchère d'inconnues) :
- simplifier le problème (puisque $\overrightarrow{AK} = k \cdot \overrightarrow{AC}$, les coordonnées de K sont (k, k)), puis exprimer la colinéarité des vecteurs $\overrightarrow{NK}$ et $\overrightarrow{NP}$
- en n'oubliant pas que l'objectif est de trouver k (en fonction de x) et pas k.

Remarques a posteriori

- Au sujet de la première question, le professeur a regretté que la notion d'abscisse dans le repère $(A, \overrightarrow{AC})$ ne soit pas disponible : ceci vient d'un mauvais ancrage de « l'ancien dans le nouveau » et a posteriori, insister sur la traduction de la colinéarité $\overrightarrow{AH} = x \cdot \overrightarrow{AC}$ en terme d'abscisse de H dans le repère $(A, \overrightarrow{AC})$ paraît nécessaire pour faire le lien avec la notion d'abscisse sur une droite déjà connue du collège.
- Pour la deuxième question, le passage de $\overrightarrow{AH} = x \cdot \overrightarrow{AC}$ à $\overrightarrow{AH} = x \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$ et à H (x, x) dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ correspond en fait à un changement de point de vue (correspondant à un changement de repère : repère sur une droite – repère dans un plan)
- Pour la 2^{ème} et 3^{ème} question, le caractère fermé des questions induit les élèves en erreur :
 - Pour la 2^{ème} question : « montrer que les droites sont parallèles » : pour eux, elles le sont ! Alors que pour la 3^{ème} question, (c'est la remarque d'un élève) quand on teste le critère de colinéarité, « on ne peut plus écrire=0, car maintenant on **ne sait pas** qu'elles sont parallèles !). C'est aussi la notion d'équivalence qui est mal maîtrisée ici.
 - Pour la difficulté de logique : « pour tout », « il existe », cela demande de la disponibilité sur la notion de résolution d'équation, pour voir que c'est la même technique calculatoire (résolution d'équation) à la question 2) et à la question 3), mais, alors qu'à la question 2) l'ensemble des solutions de l'équation à résoudre est $] 0 ; 1[$, à la question 3) : $\frac{1}{2} ?$.

Remarques a posteriori sur la gestion de la classe

- Un élève (hors caméra) a proposé de ne pas se situer dans un repère, mais n'ayant pas remarqué la situation de Thalès, s'est engagé vers une méthode essayant d'utiliser les angles de la figure, qui n'a pas abouti. Dans un travail de groupe, le professeur l'aurait davantage encouragé à poursuivre sa propre méthode, et peut être aurait il fini par visualiser la situation de Thalès.

Dans cette gestion de classe, il est plus difficile de gérer les élèves « qui ne sont pas dans le même wagon »

- En fait il semble que dans ce type de travail face au tableau, (contrairement au travail en groupe où on agit sur le moment de l'intervention médiane (trop tôt pour les uns...etc.)) ici, l'intervention est déclenchée par la remarque du premier élève (et donc en général un qui fait partie de la tête de classe !), et ...vient alors le découpage pour que tous les autres puissent participer à cette réflexion !
- Par voie de conséquence, le professeur ne relève de façon collective que les remarques « qui lui servent » à rester en dedans de ce que il a prévu, soit parce que ces questions ouvrent des horizons, soit parce qu'elles lui permettent de jouer l'avocat du diable et laissent donc moins de place à la recherche de pistes personnelles.

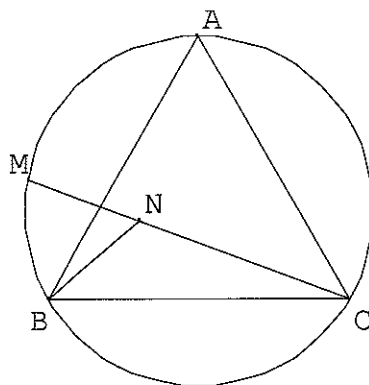
Complément 3 : ANALYSE DE L'EXERCICE DE B.

Exercice.

On donne la figure ci-contre où le triangle ABC est équilatéral.

Le point M est un point de l'arc AB ne contenant pas C . N est le point du segment $[MC]$ tel que $BN = BM$.

- 1- Démontrer que les triangles MBA et NBC sont isométriques.
- 2- Démontrer que $MA + MB = MC$.



C'est une séance de module en demi-groupe.

Analyse a priori :

Place dans la progression : Cet exercice vient « clôturer » le chapitre sur triangles isométriques.

L'énoncé est *ouvert* : aucune indication de méthodes pour résoudre la 1^{ère} question.

Le niveau de mise en fonctionnement des connaissances est de l'ordre du *mobilisable* pour les cas d'isométrie des triangles (on peut utiliser indifféremment l'un des deux théorèmes du cours ou revenir à la définition des triangles isométriques) et de l'ordre du *disponible* pour le théorème de l'angle inscrit.

Cet exercice se place dans un cadre uniquement géométrique.

Analyse de la tâche :

Les élèves doivent :

- finir de tracer le triangle MBA (la droite (AM) n'a pas été tracée sur la figure car on peut démontrer qu'elle est parallèle à la droite (BN) mais j'ai eu peur que les élèves, constatant ce parallélisme sur la figure, ne l'utilisent pour résoudre le problème posé)
- choisir le théorème du cours qu'ils vont utiliser pour aboutir. Ils peuvent :
 - a) soit repérer les égalités de longueur $BM = BN$ et $BA = BC$ et penser alors au théorème « un angle égal compris entre deux côtés égaux »

b) soit repérer l'égalité de longueur $BA = BC$, l'égalité d'angles inscrits $\overset{|}{M}\overset{|}{A}B = \overset{|}{M}\overset{|}{C}B = \overset{|}{N}\overset{|}{C}B$ (cette dernière égalité étant une *adaptation*) et penser alors au théorème « un côté égal adjacent à deux angles égaux ».

c) soit penser à la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$ qui transforme le triangle BNC en BMA, et penser alors à montrer que C a pour image A et N a pour image M.

Dans ces trois méthodes, on doit démontrer que le triangle BNM est équilatéral car isocèle et $\overset{|}{B}\overset{|}{M}N = \overset{|}{B}\overset{|}{A}C = \frac{\pi}{3}$ (Angle inscrit). Cela permet alors de conclure (méthode c)) que dans la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$, N a pour image M et la première question est résolue.

Pour les méthodes a) et b), il reste alors à montrer que $\overset{|}{M}\overset{|}{B}A = \overset{|}{N}\overset{|}{B}C$, égalité vraie car si on ajoute à ces deux angles l'angle $\overset{|}{N}\overset{|}{B}A$, on obtient un angle de $\frac{\pi}{3}$ (on peut aussi considérer l'angle $\overset{|}{M}\overset{|}{B}C$). Cette démonstration nécessite une *adaptation* (le passage de $x = y$ à $x + z = y + z$).

Analyse a posteriori

Côté élèves : Les élèves ont cherché individuellement. N'ayant pas assimilé les théorèmes du cours (incompréhension des mots utilisés dans ces théorèmes), ils ont rapidement calé, d'autant plus que rares sont ceux qui ont respecté les consignes de codage de la figure donnée depuis le début de l'année (figure qui s'est avérée trop petite et donc rapidement illisible.. gain de papier oblige !! Le professeur a donc conseillé en cours de séance de refaire une figure plus grande sur leur feuille, ce qui a mobilisé beaucoup de temps).

La gestion en travail individuel n'a pas facilité la recherche. La plupart des élèves ont été incapables de mobiliser leurs connaissances : tout se passe comme si les élèves étant trop loin de ce qui leur est demandé, la recherche solitaire les en éloigne encore plus. Une recherche par groupes aurait peut-être permis une mobilisation plus grande et, en tout cas, facilité une aide par le professeur.

Une fois constaté que la méthode proposée par l'élève au tableau est fausse, le professeur prend les choses en main et les élèves doivent alors s'adapter à la correction proposée qui découpe en tâches simples et isolées le travail à effectuer : les élèves risquent alors de perdre la vision globale de l'exercice. Il faut espérer que le travail d'explication des termes utilisés dans le cours a permis de préciser certaines choses.

Côté professeur : le projet initial n'a pas été atteint : le temps passé à ré-expliciter les mots utilisés dans le cours et à détailler comment on codait une figure n'a pas permis d'arriver à la démonstration clé de la méthode a), l'égalité $\overset{|}{M}\overset{|}{B}A = \overset{|}{N}\overset{|}{B}C$.

Il y a eu dans cette séance beaucoup d'imprévus qui ont nécessité de réinvestir le cours .

La vidéo montre qu'envoyer au tableau un élève faible, manifestement rapidement dépassé, ne sert à rien, ni pour lui, ni pour les autres élèves de la classe. C'est en fait le professeur qui « fait » l'essentiel du travail. En fin de séquence, l'élève lui a avoué être complètement perdu... ce qui apparaît clairement tout au long de la vidéo.

Remarque

Pour la séance suivante concernant le 2^{ème} groupe, anticipant sur les difficultés entrevues avec le premier, après une recherche individuelle plus courte (10 m.) le professeur a pris les choses en main, il n'a pas fait passer un élève au tableau mais a géré lui-même la situation en demandant aux élèves d'énoncer les théorèmes du cours, en leur ré-explicant les mots utilisés dans ces théorèmes et donc en accélérant beaucoup plus pour pouvoir « achever » l'exercice. But atteint par le professeur, pas nécessairement par tous les élèves !!!

Complément 4 :

EXEMPLE D'INTERVENTION DU PROFESSEUR DANS UN TRAVAIL DE GROUPE.

Exercice posé lors d'une séance de module en classe de 2^{nde}.

L'unité choisie dans le plan est le cm. On considère un triangle déformable ABM constitué d'un segment **fixe** [AB] de longueur 6 cm et d'un segment **mobile** [AM] de longueur 4 cm, pivotant autour de A dans le demi-plan (supérieur) de frontière (AB). Faire une figure.

I - Quel est l'ensemble _ des points M ?

L'objectif est d'étudier l'aire du triangle ABM

II – Etude de l'expression de l'aire.

L'aire varie en fonction de la mesure de l'angle $\widehat{BAM}$. On note _ la mesure en radian de cet angle et $A(_)$ l'aire en cm² du triangle ABM.

Exprimer $A(\alpha)$ en fonction de α et préciser l'ensemble de définition de la fonction A

III 1) a) Montrer que A admet un extremum en une valeur α_0 que vous déterminerez.

b) Retrouver ces résultats par des considérations géométriques.

2) Utiliser le sens de variation de la fonction sin pour étudier le sens de variation de A

3) Pour quelles valeurs de _ l'aire du triangle ABM est-elle égale à la moitié de l'aire maximale trouvée au 1).

4) A partir des propriétés géométriques des figures, expliquer pourquoi la courbe représentative de la fonction A admet un axe de symétrie : lequel ? Comment cette propriété se traduit-elle sur la fonction ?

5) Exprimer $A(_)$ en fonction de _ pour _ $\in [0, \frac{\pi}{2}]$ Compléter alors, à l'aide de votre calculatrice, le

tableau suivant :

α	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$A(_)$					

6) Tracer alors, dans un repère orthonormé, les deux courbes (on placera les points des courbes déterminés dans le tableau, on en déduira d'autres points en utilisant le résultat du 4) et on reliera ces points par une courbe aussi "régulière" que possible).

Donner alors une interprétation graphique permettant de retrouver le résultat du 3).

Quelques commentaires sur la séance

La première demi - heure semble intéressante

Les élèves étaient par groupes de quatre.

Deux interventions sur cette demi-heure (ou 25 minutes) seulement sur le calcul de $A(\alpha)$

- La première à 15 minutes
- La seconde à 25 minutes

Entre temps le professeur a simplement circulé de groupes en groupes, sans d'indications données, mais seulement des encouragements, dans la façon que chacun avait de s'engager :

Deux démarches ont émergé :

- Ceux qui se sont situés, pour le calcul de la hauteur, dans le triangle rectangle AMH (3^{ème} façon)
- Ceux qui pensaient au cercle trigonométrique (on avait étudié les fonctions trigo depuis peu), mais qui ne savaient pas comment procéder parce qu'ils n'étaient sur un cercle de rayon 1

Pour son intervention à 15 minutes, le professeur a attendu que

- même les plus lents se soient engagés dans une méthode en prodiguant des encouragements pour leur signifier qu'ils étaient sur une bonne voie de façon à ce que chaque groupe reste sur leur idée première de façon à ce que ceux qui manquent parfois d'assurance ne changent pas de méthode par « des effets de voisinage ».
- ceux qui avaient choisi « la 3^{ème} façon » aient oublié la disjonction de cas et soient passé à la suite.

L'intervention a consisté à indiquer les deux pistes empruntées, en précisant que pour chacune de ces pistes des compléments devaient être apportés :

- Pour la première on a analysé pourquoi une disjonction de cas était nécessaire
- Pour la seconde, comment la construction du cercle trigonométrique, lui de rayon 1, et du point M' intersection de la demi droite [AM) avec ce cercle , permettait d'exprimer $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AM'}$, et donc d'utiliser les connaissances sur les coordonnées de M' sur ce cercle trigonométrique (les coordonnées polaires sont faites en 1^{ère} mais ici certains élèves s'y sont engagés naturellement à cause du cercle de rayon 4 la figure).

Les dix minutes suivantes ont été consacrées pour chaque groupe à compléter son raisonnement

L'intervention à 25 minutes (courte) a donc été consacrée aux résultats obtenus et à quelques commentaires comparatifs.

Au bout d'une heure, seul le II était mis en place.

Complément 5 : journée J2

1) 1^{er} exemple sur la diversité des énoncés

Voici un problème très simple de recherche d'asymptote oblique que l'on peut formuler de plusieurs façons :

Soit f la fonction définie pour $x \neq 1$ par $f(x) = \frac{2x^2 - x + 2}{x - 1}$

Énoncé 1 :

La courbe de f a-t-elle une asymptote oblique ?

Énoncé 2 :

Montrer que la droite d'équation $y = 2x + 1$ est une asymptote oblique à la courbe de f .

Énoncé 3 :

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (2x + 1)$. En déduire que la courbe de f admet une asymptote oblique.

Énoncé 4 :

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - 2x$. En déduire que la courbe de f admet une asymptote oblique.

Énoncé 5 :

Trouver des réels a , b , c tels que pour tout réel x différent de 1, on ait : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 1}$.

En déduire que la courbe de f admet une asymptote oblique.

Énoncé 6 :

Montrer que la fonction $g: x \mapsto \frac{f(x)}{x}$ a une limite finie a en $+\infty$. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - ax$.

En déduire que la courbe de f admet une asymptote oblique.

Énoncé 7 :

Déterminer les nombres a et b pour que la fonction $g: x \mapsto f(x) - (ax + b)$ admette comme limite zéro en $+\infty$. En déduire que la courbe de f admet une asymptote oblique.

2) 2^{ème} exemple sur la diversité des énoncés.

Enoncé 1 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4x$ et C sa représentation graphique dans un repère orthonormé du plan.

Existe-t-il des points de C en lesquels le coefficient directeur de la tangente est égal à -2 ?

Enoncé 2 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4x$ et C sa représentation graphique dans un repère orthonormé du plan.

Existe-t-il des points de C en lesquels la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = -2x + 1$?

Enoncé 3 :

Soit C la courbe d'équation $y = -x^2 + 4x$.

La courbe admet-elle une ou des tangentes ayant pour coefficient directeur -2 ?

Enoncé 4 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4x$ et C sa représentation graphique dans un repère orthonormé du plan.

Existe-t-il des points de C pour lesquels la tangente passe par le point $A(-2, -1)$?

3) 3^{ème} exemple sur la diversité des énoncés.

Enoncé 1 :

Est-ce que le produit de deux nombres qui s'écrivent comme somme de deux carrés d'entiers est encore la somme de deux carrés d'entiers ?

Enoncé 2 :

Montrer que le produit de deux nombres qui s'écrivent comme somme de deux carrés d'entiers est encore la somme de deux carrés d'entiers.

Enoncé 3 :

En utilisant les nombres complexes, montrer que le produit de deux nombres qui s'écrivent comme somme de deux carrés d'entiers est encore la somme de deux carrés d'entiers.

4) 4^{ème} exemple sur la diversité des énoncés.

Soit D la droite d'équation $y = x + 1$.

A tout réel x , on associe le point M de D d'abscisse x et on note $f(x)$ la distance OM .

- 1) Déterminer géométriquement les variations de f et les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
- 2) Expliciter $f(x)$.
- 3) Montrer que C_f admet en $+\infty$ une asymptote d'équation $y = \sqrt{2}\left(x + \frac{1}{2}\right)$.
- 4) Montrer géométriquement que C_f admet la droite d'équation $x = \frac{1}{2}$ comme axe de symétrie.

En déduire l'asymptote en $-\infty$.

Une reformulation possible de cet exercice :

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère la droite D d'équation $y = x + 1$. A tout réel x , on associe le point M de la droite D d'abscisse x et on note $f(x)$ la distance OM . On note H le point de $(O, \vec{i})$ d'abscisse x et C la courbe de la fonction f dans le repère donné. L'objectif du problème est d'étudier une même fonction d'un point de vue géométrique et d'un point de vue algébrique.

Partie A : étude géométrique de f .

- 1) En quel point I de la droite D la distance OM est-elle minimum ? Préciser les coordonnées de I .
- 2) Que peut-on conjecturer géométriquement :
 - a) sur le sens de variation de f ?
 - b) sur les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$?
- 3) Montrer, à l'aide de considérations géométriques, que pour tout réel x , $f(x) \propto |x|$ et démontrer alors la conjecture émise au 2) b).
- 4) Au point M de la droite D , on associe le point M' de D symétrique de M par rapport à I . Démontrer, à l'aide de considérations géométriques, que $OM' = OM$. Déterminer l'abscisse de M' en fonction de l'abscisse de M et traduire alors l'égalité $OM' = OM$ en utilisant la fonction f . Que peut-on en conclure pour la courbe C ?

Partie B : étude de f par le calcul.

- 1) Montrez que pour tout réel x , $f(x) = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$.
- 2) Vérifiez que C admet un axe de symétrie.
- 3) Étudiez le sens de variation de f .
- 4) Montrez que C admet en $+\infty$ une asymptote d'équation $y = \sqrt{2}\left(x + \frac{1}{2}\right)$.
- 5) Tracer la courbe C .

Complément 6 :

ENONCE ET ANALYSE DE L'EXERCICE DE L'EXPERIMENTATION en 1^{ère} S.

Texte de l'exercice : Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \overset{\diamond}{i}, \overset{\diamond}{j})$.

Etudier si les courbes respectives des fonctions $f : x \mapsto x^2$ et $g : x \mapsto -x^2 + 10x - 21$ admettent des tangentes communes et si oui lesquelles.

Analyse à priori de l'exercice.

1) Degré d'ouverture :

C'est un énoncé ouvert, car la réponse n'est pas donnée, et il n'y a pas d'indication de méthode. De plus, les élèves n'ont pas rencontré de problème de ce type.

2) Le problème posé se résout en 4 étapes :

a) Introduction des coordonnées d'un point A d'abscisse a sur la courbe représentative de la fonction f, d'un point B d'abscisse b sur la courbe représentative de la fonction g et obtention d'un système aux inconnues a et b.

- b) Egalisation des tangentes et obtention d'un système aux inconnues a et b.
- c) Elimination d'une inconnue pour obtenir une équation à une seule inconnue.
- d) Résolution de l'équation du second degré trouvée et conclusion.

a) Pour l'introduction de a et b, il faut mettre en œuvre les adaptations suivantes :

- L'élève doit passer de la recherche d'une tangente à la recherche du point de tangence à la courbe (le cadre est géométrique), puis à l'abscisse de ce point (cadre analytique). L'inconnue n'est plus le point de tangence, mais son abscisse. Et donc, la reconnaissance précise de ce qui est l'inconnue exige une **adaptation**.

- Ce procédé doit être répété deux fois : il y a donc une autre adaptation qui consiste à créer deux points donc distinguer deux abscisses.

- Donner l'équation de la tangente en un point est de l'ordre du **mobilisable** et non du technique, car il y a des paramètres.

B) L'égalisation des tangentes :

- L'égalisation des tangentes demande de passer d'une vision géométrique (deux droites confondues) à une vision analytique (deux équations de droites analogues) : ce qui est un nouveau problème, on peut presque oublier le problème initial. Il y a là **un changement de cadre**.

- Traduire que ces tangentes sont égales nécessite une adaptation (égalité des coefficients directeurs et égalité des ordonnées à l'origine). Cette adaptation est de l'ordre du **disponible** et sa difficulté est accrue par la présence de paramètres.

C) L'élimination d'une inconnue :

Il faut penser à utiliser la méthode de substitution sur un système non linéaire, ce qui est de l'ordre du **mobilisable**.

d) Résolution de l'équation du second degré trouvée et conclusion :

- Il faut alors résoudre une équation du second degré, ce qui est de l'ordre du **technique**
- Pour conclure,
 - il faut à partir des deux valeurs de a trouvées, déduire les deux valeurs de b correspondantes.
 - On obtient donc deux couples de réels solutions du système et donc l'existence de deux tangentes communes. Cette démarche nécessite une organisation des calculs et du raisonnement qui est une adaptation de l'ordre du **disponible**. En effet cela demande de la disponibilité sur la résolution d'un système mais aussi sur le changement de cadre que constitue son interprétation.

Complément 7:

ENONCE ET ANALYSE DE L'EXERCICE DE L'EXPERIMENTATION en T S.

Texte de l'exercice : Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \overset{\diamond}{i}, \overset{\diamond}{j})$.

Etudier si les courbes respectives des fonctions $\ln$ et $\exp$ admettent des tangentes communes et si oui lesquelles.

Par rapport à l'expérimentation de 1^{ère} S, seuls changent les paragraphes c) et d).

b) L'élimination d'une inconnue :

- Avant l'intervention : il faut savoir qu'il faut éliminer une inconnue.
- Après l'intervention : la tâche ne devient pas néanmoins de l'ordre du technique.

En effet, ce qui est plus « habituel », et donc d'ordre technique pour les élèves sur la notion de système, c'est résoudre un système linéaire. Il y a là une adaptation : les élèves doivent extraire la méthode de substitution qu'ils ont l'habitude d'utiliser dans les systèmes linéaires, pour l'appliquer à un autre système (non linéaire) ; c'est donc de l'ordre du **mobilisable**.

Mais la mise en fonctionnement de la méthode de la résolution d'un système non linéaire par substitution, est de l'ordre du **disponible**.

D) L'introduction d'une fonction

- D'une part le texte ne donne aucune explication.
- Les élèves vont d'abord chercher à résoudre l'équation, ce qui est normal, et c'est l'échec de cette technique qui rend l'introduction de la fonction nécessaire.

Il y a donc un **changement de cadre**, car il y a un passage du cadre algébrique au cadre fonctionnel

- Il y a un **changement de point de vue**, quand a devient x .
- Il y a aussi un **changement de point de vue**, quand il faut passer de $f(x) = g(x)$ à $f(x) - g(x) = 0$ pour avoir à résoudre $h(x) = 0$.
- Ensuite, l'application du théorème de la bijection devient **technique**.

Ici, c'est la manière d'envisager la résolution de l'équation obtenue, par l'introduction d'une fonction qui est de l'ordre du **disponible**.

Complément 8

bilan de l'expérimentation peut être fait du point de vue de l'activité des élèves (à remplir pour journée J₄L)

Pourriez vous remplir ces tableaux par des oui, non, + (pour « plus que d'habitude »), - (pour « moins que d'habitude »), ou ° (pour « comme d'habitude »).

Vous pouvez parfois cocher deux cases ou ne pas répondre si vous ne savez pas.

NOM	classe	Niveau de la classe	Temps de l'expérimentation. Modalité (classe entière, demi-groupe) Effectif	Forme de travail (groupes de 4, de 2 ou travail individuel avec élèves face au tableau	Forme des interventions du professeur :			Utilisation du tableau			
						OUI	NON		+	-	°
					• « Plutôt » interroger un élève qui répond						
					• « Plutôt », après un temps de recherche, lister par palier les tâches à faire.					Un peu	
					• « Plutôt » sous forme de questions sans réponse...etc.					Beaucoup	
										Pas du tout	

Bilan : Qu'ont fait les élèves ?														
	Ils se sont investis dans la recherche :				Ils ont recopié le tableau :		Ils ont suivi les indications du professeur ou d'un élève interrogé		Ils sont arrivés à la fin de l'exercice :			D'après vous, ont ils appris :		
	OUI		NON		OUI	NON	OUI		NON					
	+	-	o				OUI	NON		En suivant les conseils du professeur ou d'un élève interrogé	En travaillant seuls			
BONS												+	-	o
MOYENS														
FAIBLES														

Complément 9

TEST

1^{ère} question pour tester l'introduction de a

Soit D la droite d'équation $y = 4x - 4$. La droite D est elle tangente à la courbe de la fonction carrée ?

2^{ème} question pour l'introduction de a (déjà introduit) puis de b (un autre –pas le même)

Soit la courbe C' de la fonction f définie par $f(x) = x^2 + 6x - 3$. D est elle également tangente à courbe C' ?

3^{ème} question pour l'introduction de a et de b

La courbe de la fonction carrée et de la fonction inverse admettent elles des tangentes communes, et si oui les quelles.

Complément 10:

(à remplir et envoyer par mail, pour préparer la journée J₅)

Bilan sur l'impact du stage .

Entourer les réponses retenues :

- a) Vous arrive-t-il au cours de votre travail (de préparation ou en classe) de penser à ce qui a été dit durant le stage ?

pas du tout un peu beaucoup

- b) Est-ce que cela a changé vos pratiques :

- Dans le choix des énoncés ou leur reformulation ?

pas du tout un peu beaucoup

- Dans la forme de travail en classe (travail de groupe, par binôme, etc..)

pas du tout un peu beaucoup

- Dans la gestion de la classe (interventions du prof, moments de l'intervention, ..)

pas du tout un peu beaucoup

Si vous le souhaitez, vous pouvez détailler et préciser en quoi.

- c) Avez-vous des remarques à faire concernant par exemple l'organisation, les dates ..
Avez-vous des suggestions à nous faire ?

- d) Questions que vous souhaitez poser à Aline Robert ?

Complément 11

Intervention d'Aline Robert

I) Quelques éléments sur le stage : une lecture de chercheur !

1) Sur la séance expérimentée : à propos de la question de la distinction des noms A et B des points différents où la tangente est commune, premier enjeu de la séance, commun aux deux niveaux.

Deux autres difficultés peuvent être traitées : l'écriture du système, sa résolution (beaucoup plus difficile en terminale).

En fait, dans la tâche choisie ici, il y a plusieurs sous-tâches pour y arriver : mobiliser l'équation générale des tangentes à une courbe en un point non fixé, et adapter cette connaissance à une même droite tangente à deux courbes différentes donc en deux points différents.

Il faut donc reconnaître la modalité d'application d'une connaissance qui en général n'est pas mobilisée comme ça, appliquer deux fois la même chose mais en introduisant quelque chose : deux noms différents pour deux courbes différentes, on a affaire à trois niveaux de mises en fonctionnement (reconnaissance, étapes, intermédiaires).

Classe (1S,TS)	Forme de travail, temps	Temps pour y arriver et qui le dit le premier
D.P. 1S	Groupes, plus d'une heure	Entre 20 et 32', ça vient des élèves d'abord
A.D. 1S	Groupes, plus d'une heure	A 20 minutes, le prof, 15' pour qu'ils y arrivent tous.
F.D. 1S	Groupes, 2heures	A 35', un élève, puis tous
M.F. C. 1S	Pas groupes, 1 heure	A 30' environ, le prof, encore quelques minutes pour qu'ils y arrivent tous
M.C. W. 1S	Pas groupe, deux heures	A 25 minutes le prof, mais il faut encore 40 minutes pour qu'ils y arrivent tous
C. V. 1S		
C.L. 1S	Groupes, 2heures	Elèves entre 20 et 40 minutes, prof à 40 minutes
D.P. 1S	Pas groupe 1h30	Prof au bout de 10 minutes, pas d'effets avant 10 minutes
M.L. TS		
B. S. TS	Pas groupes, 1 heure	A 10' deux élèves y arrivent, envoyés au tableau au bout de 15'
M.T. D. TS	Groupes	Plus de 15' et moins de 45', interaction prof/élèves
Animateur 1S	Groupes, 1h20	De 25' à 30' plutôt le prof
Animateur 1S	Groupes, 1h40	Le prof après dessin des élèves à 50'

Autrement dit, **en première S**, au bout de 20 minutes, que les élèves travaillent à leur place ou en groupes, ils n'ont pas toujours tous trouvé.

Si les élèves sont seuls, il faudrait dans certaines classes 40 minutes à y arriver et les élèves peuvent en avoir marre !

S'ils sont en groupe, ça peut venir des élèves au bout d'une trentaine de minutes, quelquefois plus long.

Quand c'est le prof qui donne l'idée avant que les élèves aient trouvé, ça met un temps à être exploité. Tout se passe comme si plus tôt le prof donne l'idée, plus de temps ça met à être exploité. D'une certaine manière, on « **reperd** » le temps autrement : **après au lieu d'avant. Et les résultats de l'an dernier (en terminale) suggèrent que la première formule laisse plus de trace.**

Et alors ?

Si l'objectif est de laisser les élèves adapter tout seuls leur connaissance de l'équation de la tangente en respectant les trois niveaux de mise en fonctionnement prévus, tout se passe comme si la gestion « petits groupes » était un peu plus facile pour les élèves mais très coûteuse en temps. *Pas plus facile pour le prof !* Il faut sans doute compter deux heures.

On ne peut pas être sûr que cette recherche longue va « profiter » aux plus faibles : ce n'est pas parce qu'ils ont été entraînés ici dans une dynamique de recherche qu'ils vont transférer à la maison. Peut-être y aurait-il lieu de ne viser que deux niveaux de mises en fonctionnement ?

Par exemple poser une première question où on fait chercher si une droite est tangente à une des courbes (une seule adaptation), une deuxième question où on demande si la même droite est tangente à une autre courbe (pas la deuxième, une autre), puis la question initiale (les étapes sont soufflées, il ne reste plus que l'introduction de l'intermédiaire).

La question du contrôle se pose aussi : le texte ci-dessus peut aussi être candidat à construire un contrôle.

2) Sur la journée J4

Impression de léger malaise : on touche un peu une limite de l'action de formation.

a) portée de l'expérimentation sur une séance : vérification, enrichissement par mutualisation, poser autrement la question des alternatives

On peut penser que cette expérimentation sert à des prises de conscience et des vérifications de ce qui a été dit avant.

On peut ainsi repérer à quel point certaines activités sont délicates, décrire des activités d'élèves en relation avec l'analyse a priori des tâches (vrai pour chaque prof !).

Cela amène

- à donner du relief à l'application d'une notion à un niveau donné : ce n'est pas pareil de connaître l'équation de la tangente et d'adapter cette connaissance même à deux courbes au lieu d'une !
- à étudier plutôt le couple {énoncé-déroulement} que chaque terme séparément.

On peut aussi éventuellement, en mettant en commun, *mesurer l'hétérogénéité des pratiques et des classes (cf. les bilans)*

La mutualisation des expériences précises ouvre et précise la palette des possibles et permet d'enrichir les choix des enseignants, en spécifiant pour une situation donnée contraintes, objectifs et libertés

On peut en même temps commencer à *mettre en évidence des contraintes relativement homogènes, des marges de manœuvre et des variabilités dans leur adoption par chaque enseignant.*

Les facteurs pouvant favoriser les apprentissages, que ce soit des choix de contenus ou de modes de travail, leur hiérarchie et leur prise en compte globalement et au quotidien, ne sont pas toujours les mêmes pour les enseignants, et cela peut même varier d'une classe à l'autre pour un même enseignant.

On peut enfin *poser autrement le problème des alternatives* : que nous apprend le tableau de tous les passages ? On ne peut pas espérer y passer moins de deux heures si on veut atteindre pour tous les élèves l'objectif qu'ils aient dépassé le premier obstacle. D'où une réflexion un peu différente, comme ci-dessus.

C'est comme si le métier d'enseignant consistait à ce moment là à décliner systématiquement la question : quelle gestion pour quel énoncé ?

b) limites de l'expérimentation sur une séance : tout cela reste « tout petit », sans preuve.

Différences recherches/formation

Aller plus loin nécessite des changements d'échelles, et les possibilités de comparer ou de généraliser, donc un autre rapport au temps : déterminer ce qui est par exemple *régularités, originalité demande de sortir du cadre trop limité du stage.*

La décontextualisation nécessaire ne peut se faire que par comparaison e/ou en référence à d'autres travaux : c'est du domaine de la recherche – d'où frustration possible.

II) Quelques élargissements

1) La démarche globale commune au groupe de formateurs et au chercheur

Au cœur, l'apprentissage des élèves – au fait de chaque élève ou des élèves ? Question très difficile...
Mais aussi les affres des enseignants : comment faire mieux ?

Au fait, c'est quoi apprendre ? Dans notre démarche, apprendre réfère à conceptualiser et organiser les connaissances et cela passe notamment par les activités des élèves, en particulier en classe. D'où la question : quelles sont les marges de manœuvre de l'enseignant sur ces activités des élèves, quels moyens pour l'optimiser dans une classe donnée, sur un contenu donné ?

La préoccupation « apprentissage » amène donc à mettre en évidence les activités des élèves en fonction de ce que propose le prof, comme intermédiaire. Ces activités sont fonction et des contenus et des déroulements.

Mais cette approche reste évidemment très partielle, manque pleins de choses, psycho, affectif, social.

a) Ce sont les activités potentielles des élèves qui organisent les analyses

Il s'agit de reconstituer ce que les activités des élèves ont pu être (même si cela reste un peu virtuel, d'où le mot potentiel : pas tous les élèves entrent en même temps en activité, pas sur les mêmes...) et éventuellement ensuite de se poser le problème d'alternatives possibles pour ces activités.

Ce choix vient aussi de notre option de travailler sur des éléments rationnels des pratiques enseignantes.

b) Ces activités sont analysées en fonction de dimensions liées aux apprentissages

Les activités des élèves sont analysées en fonction de grandes dimensions dont nous faisons l'hypothèse en didactique des mathématiques qu'elles peuvent influencer les apprentissages : dynamiques entre cours et exercices (contextualisation/décontextualisation), adaptations des connaissances dont jeux de cadres, travail des élèves (mises en fonctionnement mathématiques, temps, formes, autonomie, initiatives), aides de l'enseignant (moment et nature des aides, questionnements, échanges...).

Nous y reviendrons un peu plus en détail.

c) Analyses de contenus

Ces analyses amènent ainsi à étudier les contenus mathématiques abordés et à déterminer les tâches attendues des élèves, en relation avec l'enseignement dispensé.

Sur les contenus mathématiques du collège et du lycée peuvent intervenir, à la fois pour interpréter les programmes et pour déterminer les possibles : le type des notions et les niveaux de conceptualisation, qui ont été travaillés partiellement ici.

Sur les activités à l'échelle d'une séance ou d'un chapitre, concernant l'exposition des connaissances, ou des exercices on distingue divers types d'analyses :

- Globalement (un exercice, un problème) : on peut rechercher l'ouverture (des questions et des indications), les découpages, les types de connaissances et de cadres mobilisés, les types de raisonnements, les types de validations, les initiatives potentielles¹, la production attendue.
- Localement (par tâche ou sous-tâche) : on analyse quelles mises en fonctionnement (citer les théorèmes ou les connaissances en cause), connaissances anciennes ou nouvelles, connaissances supposées disponibles ou non, quelles adaptations² (reconnaissances de modalités d'applications, possibilité de choix, rétablir ou organiser les étapes, introduire des intermédiaires, changer ou mélanger des cadres ou des registres, mélanger des connaissances, utiliser ce qui précède...). Exemple ci-dessus.

d) Analyses de déroulement

Mais ces analyses nécessitent aussi de notre point de vue, pour reconstituer les activités, de décrire les déroulements des séances. On considère

- Les formes de travail des élèves,
- Les accompagnements de l'enseignant globalement et dans chaque phase (*analyse des discours*) :

- organisation globale : pour un exercice ou une activité, préparation du travail, rappels ou découpages en sous-tâches ou..., interventions en cours de travail, types d'échanges, corrections, synthèses, utilisation du tableau, nature des enrôlements individuels et collectifs, transitions.

- localement (*dynamique fine*) : pendant une activité des élèves, aides - relances, indications ou explications (à quel moment ?), questionnements, évaluations ou validations, encouragements.

¹ Ouvertures : conjectures, modélisation, méthodes, choix

découpages : étapes, (in)dépendances des questions

types de connaissances : anciennes, nouvelles, mélanges

validations : auto-contrôles, vérifications partielles,

initiatives : formulation, découverte, traduction, intermédiaires (inconnue, notation, éléments géométriques, calcul, cadre différent), mise en relation, interprétation, généralisation

² Une tâche est dite simple si elle met en jeu une application immédiate d'une propriété donnée en cours ; elle est dite isolée si une seule propriété doit être utilisée (même plusieurs fois !). Rappelons que ces analyses sont relatives à un niveau scolaire donné.

- *A ce stade peut intervenir une analyse de chercheur plus fine, à partir d'une transcription, analyse pragmatique, des actes de langage, ou des marqueurs... Les contenus ne sont plus directement en cause.*

Ca sert à préciser les diverses activités de l'enseignant (enrôlement, organisation, diagnostic).

e) Bilan : activités finales des élèves et du prof

On **reconstitue** autant que possible à partir de ce qui précède les activités qu'ont pu avoir à effectuer les élèves – en tout état de cause, on peut mettre en évidence les activités minimales (après toutes les interventions de l'enseignant sur la question) et maximales (avant, en profitant même de tout petits temps de silence par exemple).

On s'intéresse à la nature des activités (applications, adaptations) et à leurs modalités (autonomes ou non). Par exemple, laisser les élèves autonomes sur une tâche demandant des adaptations revient à leur laisser prendre des initiatives...

On repère aussi ce qui est difficile ou erroné, souvent marqué par des interventions de l'enseignant.

Côté prof, on peut découvrir des imprévus, reconstituer l'importance de suivre le projet initial et ce que cela amène à décider, en relation avec les activités des élèves, leurs difficultés et leurs erreurs, reconnaître ce qui est vraisemblablement stable.

f) Restrictions

Les activités des élèves dépendent donc, dans ce que nous retenons, des contenus proposés par l'enseignant et du déroulement qu'il organise.

Mais ce déroulement et même le choix des contenus ne dépendent pas que des apprentissages des élèves, ce déroulement est la résultante (stabilisée à partir de quelques années d'enseignement) de plusieurs composantes – objectifs d'apprentissages en fonction des programmes, des contraintes horaires globales et des objets mathématiques visés, scénario précis mis en place et improvisations pendant le déroulement, connaissances et représentations des mathématiques, expériences et représentation de leur enseignement et du rôle du professeur, représentation de l'apprentissage des élèves de la classe concernée, contraintes sociales qui pèsent sur l'enseignant dans son établissement etc. Nous allons y revenir.

En définitive, chaque enseignant gère une certaine marge de manœuvre, qui n'est pas si large qu'on pourrait le croire naïvement, à cause des contraintes institutionnelles notamment et des habitudes du milieu enseignant, et ses choix révèlent la cohérence interne de sa manière d'exercer son métier. Et on

comprend mieux pourquoi il est si problématique de modifier les choix d'un professeur alors qu'il a déjà sans doute optimisé ses pratiques compte tenu de tous les impossibles et des quelques possibles.

2) Hypothèses sur les pratiques des enseignants de mathématiques

Nous admettons, et cela légitime nos analyses, qu'assez rapidement, pour un enseignant donné, les pratiques sont stables (décisions analogues dans des situations analogues), ce qui autorise des analyses limitées à quelques séances. Cette stabilité est renforcée par une grande cohérence individuelle des pratiques, basée sur une complexité certaine, que nous restituerons par une analyse en composantes devant être imbriquées.

Ainsi les pratiques en classe des enseignants dépendent des individus (et de leurs représentations, issues de leurs expériences) mais aussi de contraintes incontournables

- liées à l'institution (programmes scolaires par exemple)
- liées au métier (habitudes, établissement, collectif des enseignants) : il y a des réponses optimales du milieu enseignant à un moment donné qui ont du mal à changer même si les contraintes évoluent.

En particulier³,

- « Tout » n'est pas possible à un niveau scolaire donné. Même si des choix semblent très propices aux apprentissages des élèves, il y a à la fois des contraintes, des tensions et des réponses du milieu enseignant très partagées, quelquefois subreptices qui peuvent amener un enseignant à préférer d'autres choix (Robert, 2002). Nous reprenons de manière métaphorique l'idée de genre introduite par Y. Clot, qui traduit le fait que se créent dans une profession des réponses communes aux acteurs (ou à un grand groupe d'acteurs) qui se transmettent presque implicitement. A un moment donné ces réponses peuvent être économiques, mais il se peut qu'elles perdurent alors même qu'un changement dans l'environnement pourrait amener à des modifications utiles.

La question suivante se pose de ce fait avec force : **quelles sont les alternatives réelles ?**

- Tout n'est pas possible pour un même enseignant (à cause de sa cohérence, de la stabilité des pratiques). Il y a certainement nécessité **d'adaptation individuelle** (difficile à cause de la complexité).

Une question théorique, concerne la stabilité des pratiques, liée à leur cohérence et à la prise en compte du métier dans notre approche : qu'est-ce qui peut changer « quand même », à quel prix, grâce à quelles modalités ?

³ Nous en déduisons les inférences suivantes :

- Toute formation doit jouer sur au moins deux composantes des pratiques (scénario et déroulement, scénario et programmes, scénario et élèves...)
- Des « mots pour le dire » peuvent contribuer à la fois à exhiber les habitudes partagées et très stables (genres) et à travailler dessus.

Par exemple la prise de conscience par les enseignants des alternatives, notamment lorsqu'il s'agit de leur propre cours est une vraie question à nos yeux de chercheur : on peut se demander si, alors même que la « bonne » variable est le couple {énoncé-déroulement}, il n'est pas nécessaire de faire un travail séparé sur chaque terme pour arriver à se dégager de la combinatoire choisie dans le cas particulier analysé, souvent supposée optimale et en tout cas très stable. On a insisté sur le fait que tout n'est pas possible, et encore moins pour un enseignant donné, dans une classe donnée. Cependant un des enjeux de nos formations est de les envisager tout de même : jusqu'à quel point le travail initialisé par une vidéo doit-il être poussé pour concerner chaque enseignant, compte tenu des contraintes, de la pression du métier et de la composante personnelle de ses pratiques ? Est-ce plus efficace de faire ce travail sur une vidéo de ses propres cours ou une autre ?

3) Hypothèses sur « les apprentissages » en relation avec les pratiques des enseignants

Tout ce que nous énonçons doit être adapté à la classe, au contenu et à l'enseignant.

Il manque la prise en compte d'aspects sociaux et affectifs, voire psychanalytiques.

Il manque aussi le passage des élèves à chaque élève...

Hypothèses liées aux choix sur les contenus

A) Pour introduire une notion

Selon le type de notion, il peut exister ou non des problèmes favorisant la prise de sens.

Si on a affaire à une extension de concept déjà introduit ou à une notion réponse à un problème, il peut être efficace d'introduire le cours par la recherche d'un problème adéquat.

Si c'est une FUG (notion formalisatrice, unificatrice, généralisatrice – comme la notion de limite formalisée) ?

B) Pour travailler une notion

On fait l'hypothèse que si on veut installer une certaine conceptualisation et une certaine organisation des connaissances, il peut être efficace de varier les activités proposées aux élèves. En particulier de ne pas se limiter à des tâches simples et isolées, d'introduire les aspects outils et objets, de proposer des adaptations : changements de cadres, intermédiaires à introduire, étapes à retrouver. En somme d'explorer le champ ouvert par l'utilisation de la notion et de l'intégrer dans ce qui est déjà en cours d'acquisition (mélanger ancien et nouveau).

La recherche de problèmes transversaux semble apporter des possibilités de construction de disponibilité et d'organisation ou de structuration des connaissances grâce aux mélanges des connaissances anciennes et nouvelles.

Les problèmes comportant des moyens de contrôle « internes » sont aussi supposés efficaces.

C) Le *passage à l'écrit* serait indispensable à bien des titres : travail sur des représentations, travail de précision et de rigueur, voire entrée dans une dynamique de l'écrit en math, liée à l'importance des écritures dans le travail mathématique.

Hypothèses sur les choix de gestion

A) Dévoluer aux élèves davantage que l'application simple et isolée des notions : formuler, valider, corriger, mais aussi questionner, chercher des tâches complexes et mettre au point une démarche globale sont autant de types d'activités qui peuvent contribuer à installer un apprentissage.

Sont en jeu la construction de connaissances, plus ou moins autonome et les déséquilibre/rééquilibrations peut-être efficaces.

B) Cela suppose laisser les élèves travailler sur des durées de quelques minutes au moins sans le professeur (moments a-didactiques), et/ou échanger entre eux.

Ce qui est en jeu est la possibilité de construction collective (pouvant précéder les appropriations individuelles) et la portée des conflits (socio-cognitifs) entre pairs, voire déjà des échanges.

C) Mais l'exercice de l'autonomie ou des prises d'initiative s'apprend : il faut établir des habitudes, répéter le type de travail visé, pas trop rarement. Tout ce qui a trait au contrat, aux coutumes et à la mémoire de la classe (portée et limites) s'inscrit ici.

D) Faire travailler les élèves en petits groupes peut permettre d'installer un travail autonome mais à certaines conditions.

En particulier il serait important pour les élèves faibles que cela permette un travail à la maison ultérieur qui souvent est justement mauvais.

E) Les aides à dispenser aux élèves peuvent aussi être variées : avant la tâche, pendant, après...

Elles peuvent être directes ou méta, ce peuvent être des indications, des informations, des explications.

Sont en jeu les « vertus » de l'**imitation (dans la ZPD) et les médiations** (questions et réponses, relances, reprises,).

Mais, même localement, contenus et gestion ne sont pas indépendants et de plus l'organisation globale est aussi en cause !

L'inscription dans un scénario global conditionne le bénéfice de tel ou tel énoncé, notamment selon la place par rapport à l'exposition des connaissances (dynamiques entre cours et exercices, mises en relation entre connaissances).

Tout énoncé peut être découpé.

Un énoncé très découpé peut être travaillé de manière autonome par les élèves.

Type de discussion : par exemple si on veut rendre disponible un théorème, ie si c'est envisageable compte tenu des programmes et de la classe, un énoncé très découpé ou une gestion cours dialogué peuvent restreindre les initiatives au démarrage donc ne pas servir l'objectif.

Piaget et Vygotski...

On admet à la fois l'importance de la construction autonome et l'efficacité des imitations si elles arrivent « au bon moment ».

Limites, manques

Nombreux ! Notamment

1) Effets (différenciateurs) sur les élèves : deux exemples de recherche en cours sur les relations entre ce qui est fait en classe et les performances.

La comparaison des déroulements effectifs et des productions d'élèves en contrôle nécessite des analyses complètes par exemple des vidéo et de productions d'élèves.

L'analyse des activités effectives et non potentielles des élèves est aussi un objectif de recherches.

2) Recherches et évaluations des formations

4) Suites

Sur ce stage : faire passer aux élèves un test après l'expérience (sans trop d'illusions), réfléchir aux alternatives dans chaque classe, proposer le problème plus largement à d'autres enseignants et analyser d'autres manières de gérer en essayant de déterminer les variations.

Ce type de stage permet une ouverture, un enrichissement mais ne donne pas de réponses toutes faites ! Il précise des pistes pour poser plus finement les problèmes de choix, du style pour tel objectif, essayer tel contenu avec telle gestion. On peut élargir à d'autres contenus.

TITRE :

Un exemple de scénario de formation : impact des énoncés sur l'activité des élèves en S.

AUTEUR/S :

J. Desk, B. Joyeux, N. Terrée, formateurs de l'académie de Toulouse.

RESUME :

Nous présentons ce scénario de formation en trois parties : le déroulement résumé des 5 journées prévues sur toute l'année, des commentaires (suite au déroulement effectif), des compléments détaillant chaque journées . L'idée générale du stage est la suivante : on part d'un travail des participants sur des énoncés d'exercices et sur des vidéos de séances en classe ; ces analyses permettent de dégager des variables pouvant influencer les activités des élèves ; puis on élabore une séance autour de la mise en fonctionnement des équations de tangentes, on organise une expérimentation en classe ; le retour en stage du dernier jour amène à retravailler à partir de ces expériences.

MOTS CLES :

Analyses d'énoncés, analyses de pratiques d'enseignants, scénario de formation.