Formateurs d'enseignants de mathématiques du second degré : éléments pour une formation

A. Robert et N. Pouyanne

Nous remercions vivement les collègues lecteurs de ce projet qui ont travaillé pour nous aider à éliminer les « coquilles » et à améliorer la lisibilité du texte.

Préface : présentation d'un exemple de formation de formateurs.

Le propos à l'origine de cette formation s'organise en quatre temps.

1) Une description de l'état des lieux en terme de complexité : en amont de la formation[1]

L'enseignement des mathématiques s'inscrit dans tout un système complexe, qui présente des dysfonctionnements à la fois spécifiques aux mathématiques et communs aux autres champs scolaires. La formation professionnelle initiale de la majorité des enseignants de mathématiques se fait en IUFM puis les rectorats prennent le relais pour la formation continue, optionnelle et là encore un certain nombre de mécontentements sont perçus.
Un certain nombre de recherches, diverses, se sont développées pour comprendre diverses composantes de ce système et les dysfonctionnements et plusieurs questions nous intéressent particulièrement : quelles sont les variables de ce système, quels acteurs peuvent agir et comment ?
Les travaux, notamment sociologiques, dévoilent souvent des contraintes du système qui restent en partie invisibles des acteurs, agissant à leur insu : ainsi la diversité des rapports à l'école et au langage peut ne pas être perçue en classe, où ce sont des manifestations indirectes qui ont lieu, pas plus que ne peuvent être décodés sur le vif les caractères inégalitaires de certaines décisions pédagogiques.
D'autres contraintes, dont les enseignants sont conscients, sont analysées en didactique des mathématiques : contraintes dues à l'institution (programmes, horaires), mais aussi dues à l'économie interne d'un tel système – certaines parties du programmes sont développées plus que d'autres car elles ont plus de liens avec le reste ou sont plus faciles à évaluer. Plus localement des choix mathématiques initiaux de l'enseignant ne lui laissent plus la possibilité de développer certains types d'activités pour les élèves…
Des travaux de didactique inspirés de l'ergonomie ont mis en évidence des contraintes sociales : les enseignants d'un établissement sont amenés à développer des pratiques en partie communes ; par exemple souvent il est difficile de prendre seul l'initiative de faire travailler les élèves en petits groupes. Certains principes[2] sont même encore plus répandus qui préservent d'année en année une certaine qualité de vie de la classe – principe de clôture de chaque séance de classe permettant d'assurer à tous une visibilité aux apprentissages, relativité des évaluations à chaque classe, voire à chaque établissement.
Enfin la composante individuelle de chaque enseignant entraîne aussi des contraintes conscientes ou cachées : les contradictions entre les conceptions de l'enseignement et la réalité des élèves par exemple mais aussi certains mouvements psychiques internes ne laissent pas à l'enseignant toute liberté dans sa classe…
Existe-t-il donc des marges de manœuvre pour les enseignants, et pour quoi faire ?
Notre travail de formation de formateurs porte précisément sur cette question : nous essayons de donner des moyens aux formateurs d'apprécier dans toute cette complexité certaines marges de manœuvre des enseignants en relation avec les apprentissages des élèves et de les transmettre en pouvant s'adapter à tous les cas.

2) La formation des pratiques n'est pas une question simple : un travail qui n'est que débuté en formation de formateurs.

[1] Nous ne développons que dans une séance cet aspect global des choses, en revanche une autre partie de la formation est sociologique.
[2] Cf Roditi (2001, 2003)

Si nous pensions que des connaissances mathématiques adéquates, une bonne expérience professionnelle acquise au fil du temps, du bon sens et de la bonne volonté pouvaient suffire à aux formateurs et aux enseignants qu'ils forment dans les circonstances actuelles, nous n'aurions peut-être pas mis en place une formation de formateurs.
Seulement les difficultés et les dysfonctionnements actuels nous interpellent et nous amènent à proposer de donner aux formateurs des moyens accrus, notamment en outillant leur expérience grâce à des connaissances complémentaires, sur les pratiques notamment. Il n'est pas exclu qu'il soit nécessaire de sortir de sa classe, même si ce n'est que pour entrer dans de nombreuses autres classes (mais pas seulement de débutants), de prendre un certain recul en changeant l'échelle dans laquelle on regarde le système scolaire, d'avoir des mots pour dire les choses de la profession et ainsi les dépersonnaliser et les décontextualiser, pour pouvoir échapper à la rationalisation de ses propres pratiques et envisager des enrichissements : c'est le programme d'une formation de formateurs, sur lesquels on mise pour renouveler les formations d'enseignants.

Une première source de problèmes pour les enseignants vient de l'accroissement et du relatif renouvellement des populations scolaires. Or des recherches sur les pratiques des enseignants nous ont appris que des caractéristiques nouvelles de certains enfants, accentuées par la démocratisation de l'école, pouvaient échapper à l'expérience enseignante non outillée, sur le plan du diagnostic de ces élèves. Cela rend difficile toute tentative d'amélioration ultérieure, voire conduire à des cercles vicieux que l'institution elle-même ne reconnaît pas toujours, pour les mêmes raisons d'incompréhension globale.
Ainsi pour prendre un exemple où il est besoin de connaissances supplémentaires pour bien diagnostiquer ce qui se passe en classe, l'absence de perception de certains malentendus[3] entre les élèves et les enseignants résiste à l'observation en classe et à l'expérience[4] : ce sont des recherches sociologiques fines menées à l'extérieur de la classe qui ont révélé que certains élèves n'adoptent jamais la posture attendue par les enseignants et n'apprennent rien tout en résolvant un certain nombre de tâches[5]. Une vue globale révèle que ces élèves peuvent même monter dans la scolarité avec les conséquences qu'on connaît. Seulement ce résultat, qui n'est qu'une interprétation d'un diagnostic, n'est pas utilisable tel quel par les enseignants sauf à renoncer consciemment à faire apprendre quelque chose à ces élèves... Il est besoin d'un travail supplémentaire de formation à la fois pour transmettre le diagnostic fin et pour élaborer et faire adopter dans chaque champ disciplinaire, peut-être collectivement, des moyens d'enrichir les pratiques pour s'adapter à ce type d'élèves et à l'hétérogénéité croissante dans les classes qui devient la norme. Les recherches de Butlen et al. sur le calcul mental peuvent inspirer cette élaboration à la charge des formateurs avant de pouvoir être le lot des enseignants.

D'autres sources de difficultés tiennent à des causes plus diffuses, liées sans doute à la fois à l'obligation de tenir compte d'un certain renouvellement des sciences, avec l'introduction des moyens informatiques et à des conditions sociales et culturelles complexes.
Or, pour aider les enseignants, notamment en enrichissant ou en modifiant certaines habitudes héritées des générations antérieures, le bon sens et la bonne volonté ne suffisent pas toujours

[3] L'enseignant croit que les élèves font quelque chose et les élèves font tout autre chose(dans leur tête) : l'enseignant croit que les élèves travaillent sur un triangle quelconque et les élèves ne travaillent que sur le triangle qu'il ont dessiné sans saisir la portée générique ou générale de l'activité.
On pourrait aussi citer l'illusion de la transparence du bon exposé bien clair qui a sans doute diminué sous sa forme directe mais qu'on peut retrouver un peu camouflée... Même si certains élèves ont l'air de comprendre, la portée du discours leur échappe totalement. Au point que chez eux ils ne savent pas quoi faire pour apprendre !
[4] Cf. Maurice et al. (2002)
[5] Cf. Bautier et al. (1998)

aux uns et aux autres. Un travail spécifique sur les modalités des formations d'enseignants nous semble important dont nous pensons qu'il ne s'improvise pas mais doit être le résultat de connaissances sur les pratiques enseignantes.
Car, et c'est l'autre aspect révélé par les recherches sur les pratiques, ces dernières pour un enseignant donné sont stables, cohérentes[6], complexes et ne s'installent pas toujours comme on pourrait le souhaiter, avec toutes les adaptations à trouver pour que les élèves apprennent les mathématiques visées, et ce ni suite à des discours ni suite à des aides « sur le terrain ». C'est à ce sujet qu'il y a peut-être lieu de professionnaliser les formations, de trouver des modalités, sans doute mixtes entre terrain et théorie.
Des recherches[7] ont montré que certaines formations initiales, sur l'intérêt de faire travailler réellement les élèves par exemple, restent complètement sans effet à la fois faute d'un ancrage suffisant dans les conceptions des formés et compte tenu de conditions matérielles qui servent facilement d'alibi : peu de temps, programmes (sur)chargés, exemples des autres... D'autres jeunes professeurs caricaturent dans l'autre sens la formation reçue, voulant trop bien faire et déçus ensuite par leur échec relatif, renoncent aussi à ces nouvelles pratiques qui pourtant leur plaisaient bien.
Ainsi les marges de manœuvre, même à l'échelle de la classe, ne sont pas évidentes, et là encore l'expérience enseignante est souvent tellement implicite, même pour les formateurs, qu'il peut être plus complet et plus rapide de s'appuyer sur des recherches pour saisir les alternatives. D'autre part chaque enseignant a ses propres marques, ses repères, ses espoirs et un travail particulier d'adaptation est souvent à faire, difficile à concevoir en solitaire, pour arriver à dépasser les difficultés et à fixer des objectifs optimaux.

La connaissance des alternatives, qui se renouvelle grâce aux recherches, le travail de collectifs d'enseignants partageant des conditions professionnelles proches, des aides appropriées des formateurs peuvent aider notablement, c'est ce qui nous guide.

3) Dans ces conditions quels formateurs et quelle formation de formateurs ?

Nous dévoluons en bref aux formateurs deux types de missions.
D'une part pouvoir suivre les activités des enseignants en relation avec les apprentissages des élèves, en analysant les séances de classe. Cela comprend le travail particulier d'installation des nouveaux enseignants.
D'autre part, rendre accessibles aux enseignants les changements voulus par l'institution ainsi que les recherches intéressantes : cela nécessite d'y avoir accès, de les critiquer et de les adapter, compte tenu de la première partie, en trouvant des modalités de formation adéquates, initiale ou continue, s'il y a lieu de les transmettre. La discussion sur la position critique qu'on peut avoir vis-à-vis des demandes institutionnelles est sans doute à dévoluer à l'ensemble des formateurs et des chercheurs.

Notre formation de formateurs est ainsi axée sur 3 volets, qui se déroulent sur l'année, avec des modalités précisées ci-dessous :

- l'acquisition d'outils d'analyse et de questionnements sur les activités mathématiques des élèves en classe, aidée par des résultats de recherches notamment sur les apprentissages mathématiques et les pratiques enseignantes (travaux que nous devons transposer pour les formateurs),

[6] Et cette cohérence est en germe dès l'installation
[7] Cf. Masselot (2000)

- la possibilité de mener une réflexion sur la formation des enseignants (encore bien peu outillée), aidée là encore par des résultats sur les pratiques enseignantes,
- le travail critique sur les ressources – avec une méthodologie inspirée de celle des chercheurs.

La formation est ainsi organisée en 4 périodes : travail sur les outils d'analyses (mathématiques, déroulements, pratiques), travail pratique sur les vidéo (on recompose ce qui se passe en classe grâce aux outils précédents), travail sur des sources bibliographiques, travail sur les formations d'enseignants (grâce à des observations de formations existantes et à la conception d'un scénario de formation).
Des modalités diverses sont utilisées qui privilégient la mise en activité des participants aux expositions magistrales, ce qui impose un ordre et un rythme particuliers.

Dans ce schéma on ne demande pas aux formateurs de faire « le pas de côté » nécessaire aux chercheurs ; en effet faire des travaux de recherche demande du temps, beaucoup de temps, et nécessite une formation spécifique aux méthodologies légitimes. Cependant la frontière est étroite, et c'est sans doute profitable à tous : certains chercheurs sont formateurs, des formateurs sont associés à des recherches, et ceci contribue à faciliter la circulation indispensable des informations, des questionnements et des points de vue[8].

Reste à préciser un peu plus ce qui est au cœur de la formation : les analyses d'activités en classe qui sont provoquées par l'enseignant et sur lesquelles il a une certaine marge de manœuvre.

4) La complexité du système abordée par les activités des élèves en classe (et les alternatives pour les enseignants) : au cœur de la formation de formateurs.

Nous abordons l'enseignement des mathématiques par un aspect assez limité, qui a cependant fait l'objet de recherches en didactique des mathématiques et dont nous estimons qu'il permet précisément de travailler des marges de manœuvre des enseignants et donc d'être utilisé en formation, sans se faire trop d'illusions bien sûr !
Il s'agit d'analyser les activités des élèves que les enseignants provoquent en classe, en réfléchissant aux alternatives éventuelles de ces derniers.
Cela nécessite de disposer d'outils à la fois pour étudier les contenus mathématiques travaillés en classe, en relation avec les activités des élèves, et pour analyser les déroulements effectifs qui peuvent modifier ces activités. Mais cela amène aussi à réfléchir aux possibilités du côté des pratiques des enseignants.
Un de nos objectifs en formation de formateurs est ainsi de mettre en place la compétence d'analyser des activités mathématiques des élèves et des enseignants à partir de séances en classe, éventuellement filmées, et de réfléchir à partir de là aux pratiques et aux formations des enseignants.
Nous avons à notre disposition des travaux de recherche dont nous organisons une certaine transposition pour transmettre non seulement des résultats mais surtout des outils et des questionnements. Une partie du travail que nous mettons en place consiste précisément à analyser des séances de classe à partir de vidéo filmées par chacun des participants, ce qui permet à la fois de recomposer à une petite échelle des analyses de contenus mathématiques et des analyses de déroulements et de poser légitimement plusieurs questions dont celle des

[8] On reconnaît ce qui devrait être un des avantages des IUFM.

alternatives. Un autre travail, plus limité, est l'apprentissage de cette transposition, qui se fait par des lectures critiques de diverses ressources, utilisant toujours les mêmes outils.

Un dernier objectif est le travail sur les formations des pratiques : il nous manque pour l'instant de disposer de suffisamment de recherches pour aborder ce chapitre autrement qu'en présentant des hypothèses prudentes, des observations de ce qui existe et des « paris » encore à tester (scénarios de formation). Nous espérons qu'une accélération de nos connaissances sur le sujet va résulter du travail de ces premières générations de formateurs formés.

La brochure présente une formation de formateurs conçue dans cet esprit.

Avertissement au lecteur : qui sont les auteurs et comment lire le texte.

Ce texte a été produit en relation directe avec une expérience de formation de formateurs d'enseignants de mathématiques « en vraie grandeur ».
Les auteurs du texte sont à la fois les concepteurs du projet de formation et ceux qui l'ont mis en œuvre effectivement deux années de suite : deux universitaires, l'un professeur en IUFM et chercheur en didactique des mathématiques, et l'autre maître de conférences en mathématiques, collaborant ensemble depuis de nombreuses années sur l'enseignement des mathématiques pour les futurs enseignants. Ainsi le « nous » utilisé dans le texte peut référer selon les cas à une position de chercheur en didactique, un parmi d'autres didacticiens qui ne partagent pas nécessairement toutes les analyses présentées, ou à une position de formateur, davantage partagée par les deux auteurs.

Beaucoup de présentations restent sommaires, voire schématiques ou partielles et traduisent des orientations personnelles et des choix des auteurs, certainement à pondérer, compléter et discuter.

Il nous a paru néanmoins intéressant de livrer à la réflexion l'ensemble de la démarche, comme un exemple sur le long terme d'une formation dont les modalités et les contenus ont été pensés en relation avec des objectifs déclarés.

Table des matières

Résumé

Analyser les énoncés d'exercices n'est pas suffisant pour comprendre les activités mathématiques des élèves en classe ; ajouter l'analyse des déroulements permet de mieux cerner ce qui se joue mais n'est ni explicatif ni nécessairement générateur de changements. Tenir compte des contraintes qui pèsent sur tous et aussi des personnalités en présence permet de mieux évaluer au final les marges de manœuvre et les alternatives des enseignants. Cela ne veut pas dire que leur formation doit coller à

ces étapes ! Concevoir une formation efficace demande aussi de réfléchir aux pratiques des enseignants et aux modalités possibles pour agir dessus.
Voici esquissé le programme que nous proposons en formation de formateurs : acquérir des outils pour analyser les pratiques en classe, du point de vue des contenus mathématiques et des déroulements, s'initier aux complexités des pratiques et des formations, pouvoir trouver et adapter des ressources diverses y compris venant de recherches récentes.
Ainsi dans cette brochure, nous présentons d'abord les raisons de notre démarche en direction des formateurs et nos ambitions ; la deuxième partie présente un certain nombre de thèmes travaillés dans la formation, regroupés pour l'occasion, avec mention des modalités adoptées pendant les séances ; la troisième partie est plus prospective, avec une présentation de recherches en didactique et une discussion liée aux spécificités du travail de formateur

Première partie

Le système dans lequel on se place, les choix globaux, les raisons et les objectifs d'une formation de formateurs et les généralités sur cette formation.

Introduction – notre inscription dans le système et nos choix globaux

I Un mot sur le « système » et l'inscription du diplôme dans ce système.

Il existe en France depuis deux ans un diplôme d'université intitulé " Formation au métier de formateurs d'enseignants de mathématiques du secondaire[1] ".
Ce diplôme est délivré par une seule université (Université Versailles-St Quentin) et n'a pas encore de valeur nationale ; cependant un projet de master, en cours de négociation avec Paris 7, permettrait d'élargir ce cadre.
Cet enseignement ne peut être suivi que par des enseignants de mathématiques ayant au moins 5 ans d'expérience effective dans un collège ou un lycée. Rappelons que ces enseignants, tout comme ceux auxquels ils s'adresseront s'ils deviennent formateurs, n'enseignent que les mathématiques ; ils ont été recrutés par un concours comportant des épreuves théoriques de mathématiques[2].
Enfin l'enseignement de ce diplôme, décrit ci-dessous, que nous nommerons « DU » pour abréger, est complété par un enseignement de sociologie, dispensé à l'université et par un enseignement relié directement à une formation effective d'enseignants.

A l'heure actuelle en France, la formation professionnelle initiale des enseignants du secondaire se fait essentiellement[3] après la partie théorique du concours de recrutement évoqué ci-dessus. Cette formation se fait dans des établissements universitaires appelés IUFM : instituts universitaires de formation des maîtres. Pendant un an (deuxième année d'IUFM), ces futurs enseignants assurent l'enseignement des mathématiques dans une classe en responsabilité (6 heures au maximum) pour laquelle ils sont aidés par un enseignant de mathématiques en poste[4] appelé conseiller pédagogique ; de plus ils reçoivent une formation obligatoire, à la fois générale et mathématique. Ils doivent aussi rédiger un mémoire professionnel à partir de leur expérience en classe. Les formateurs que nous prétendons former sont ceux qui dispensent la formation disciplinaire et, plus minoritairement, les conseillers pédagogiques.

La formation continue[5] n'est pas obligatoire en général. Il y a des exceptions, notamment pour certains enseignants reçus par concours interne. Elle est organisée le plus souvent sous forme de stages, courts, à suivre sans décharge horaire ni supplément financier. Ces stages sont animés par divers formateurs dont un certain nombre d'animateurs des IREM (Instituts de Recherche à l'Enseignement des Mathématiques, implantés dans les universités). La liste de ces stages doit recevoir l'agrément d'une commission en relation avec les organismes qui paient les formateurs. Nous nous adressons aussi à cette catégorie de formateurs.

---

[1] Le secondaire comprend les 4 classes de collèges (12-15ans) et les 3 classes de lycées jusqu'au baccalauréat (16-18 ans).
[2] Selon le type de concours, pour les concours externes, les mathématiques sur lesquelles sont évalués les candidats sont enseignées en DEUG (deux ans après le baccalauréat) ou même en licence et maîtrise (4 ans après le baccalauréat). Pour les concours internes, qui s'adressent à des enseignants déjà en poste et qui concernent moins de candidats, les mathématiques sur lesquelles ils sont évalués sont enseignées en DEUG.
[3] Il y a quelques modules de préprofessionnalisation soit en DEUG soit en licence, mais ce n'est pas le cas général.
[4] Si possible du même établissement mais ce n'est pas toujours le cas.
[5] Nous n'évoquons pas ici la formation aux concours internes, diplômante, et qui n'est pas dans le champ strictement professionnel.

En tout état de cause, avoir le diplôme, et ce sera la même chose pour le master, n'engage à rien de manière automatique : ni à devenir formateur, ni à être recruté formateur. Il y a, et il y aura vraisemblablement de plus en plus, des procédures de recrutement spécifiques des formateurs, pour lesquelles le diplôme peut jouer positivement.
Signalons que jusqu'à présent les recrutements de formateurs ne mettaient pas en jeu des connaissances « estampillées » officiellement, mais plutôt des critères de l'ordre de l'expérience et de la réussite professionnelle auprès des élèves : les formateurs déjà recrutés sont essentiellement des volontaires, reconnus par l'institution, et tout spécialement l'inspection pédagogique régionale, comme d'excellents enseignants. Les inspecteurs que nous venons d'évoquer travaillent par académie – il y a 26 académies en France et, selon la taille, entre deux et cinq inspecteurs de mathématiques par académie. Actuellement ils reçoivent une formation de un an suivie d'un stage pratique de un an.

Nous revenons maintenant sur la complexité du système que nous travaillons, en précisant notre inscription dans les différentes composantes, avant de présenter nos options générales.

II Un système complexe qui n'est pas entièrement connu : de la relativité de notre entreprise.

Rappelons qu'un système complexe ne peut être décrit à partir de composantes indépendantes car toute recomposition modifie chaque composante (cf. E. Morin). Nous plaidons pour qualifier de complexe l'enseignement des mathématiques au lycée et collège et nous en donnons quelques illustrations ci-dessous : complexité des dimensions qui interviennent pour rendre compte du système, complexité des représentations des différents acteurs du système, complexité des pratiques et des formations...
Du coup, aborder ce système amène des choix, presque inévitablement discutables et nécessairement partiels. De plus, il reste bien des inconnues à tous les niveaux de ce système, ce qui rend l'entreprise encore moins « définitive » : c'est ainsi plus en termes d'ouvertures[6] que de simples apports de connaissances que nous concevons notre formation.

1) Plusieurs champs d'attaque

Citons d'abord la complexité des dimensions qui interviennent dans les apprentissages individuels : didactique, ergonomique, sociologique, épistémologique, psychologique, cognitif, affectif, psychanalytique, etc. Chaque dimension intervient et interagit sur les autres.

Un exemple : on ne peut pas comprendre ce qui se passe en classe de mathématiques en ZEP sans prendre en compte la violence dans la rue, le chômage des parents et les conséquences sur le rythme à la maison, mais aussi des facteurs affectifs plus cachés : par exemple certains enfants ne s'autorisent pas à « dépasser » leurs parents. Sont mis en jeu des facteurs qui vont de l'échelle de la société à celle de la classe, en passant par l'établissement et le quartier, et des facteurs psychologiques, qui vont de l'échelle individuelle à l'échelle interindividuelle.
Citons aussi la diminution du nombre des élèves scientifiques qu'on a du mal à n'attribuer qu'à l'école et qui met sans doute en jeu plusieurs facteurs sociaux qui se combinent, chômage, médias, loisirs... (cf. Kunz[7]).

[6] Dans ces ouvertures nous mettons des questions et peut-être plus encore des modes de questionnement.
[7] Cf. Kuntz G. La fuite devant les études scientifiques, un symptôme éloquent, Repères n° 44 (2001).

Nous allons préciser rapidement quelques spécificités de chacun de ces champs, en détaillant en annexe les rapport que nous entretenons avec certains sociologues qui interviennent d'ailleurs dans le master.

Les didacticiens[8] analysent ce qui a lieu dans la classe à partir des contenus enseignés. Ils remontent aux établissements, aux programmes et à la noosphère[9], et même à l'histoire… Plusieurs approches permettent de couvrir différents aspects : évolutions à long terme, étude systémique, analyses plus locales. Ce sont essentiellement des recherches en didactique des mathématiques qui inspirent notre approche centrée sur les analyses des activités mathématiques des élèves provoquées par ce que propose l'enseignant. Nous avons fait un choix des travaux didactiques transposés dans la formation : nous préciserons cette transposition au début de la deuxième partie de ce texte et nous reviendrons sur l'ensemble des recherches didactiques dans la troisième partie de ce texte.

Les ergonomes analysent les pratiques des acteurs sociaux et comparent par exemple le prescrit et l'effectif, en mettant au point des moyens d'analyse et en essayant de comprendre les acquisitions. Nous nous sommes déjà inspirés, dans nos recherches didactiques, sur les pratiques des enseignants de certains de ces travaux en intégrant des dimensions liées au métier de l'enseignant dans nos analyses.

Les sociologues analysent le système globalement de l'extérieur, dans ses relations avec le reste de la société. Ils interrogent les logiques qui le traversent et confrontent les différents acteurs : ils abordent notamment la réussite et l'échec scolaires, la différentiation en classe, etc…
Plusieurs courants sont présents : microsociologie (échelle : la classe, voire la journée), macrosociologie (par exemple Bourdieu avec les habitus et la reproduction).
Nous retenons de tous ces travaux quelques idées générales qui nous semblent indispensables, notamment issues des travaux de l'équipe ESCOL[10] : elles sont présentées aux formateurs à la fois par des exposés de livres organisées pendant la formation et par le suivi d'un enseignement de sociologie validé dans le diplôme final (master). Une analyse un peu plus détaillée des relations entre nos deux interventions est jointe en annexe de cette introduction.

Les épistémologues étudient les mathématiques (actuelles et passées) et leur création, ainsi que l'activité que cela représente de « faire des mathématiques ». Nous utilisons en didactique des mathématiques ces travaux de manière très partielle pour analyser la nature des notions enseignées et cela fait également partie de la formation envisagée.

Les psychologues analysent les procédures d'apprentissage individuelles mais souvent hors de la classe. Là encore, plusieurs courants se divisent les échelles possibles : acquisitions de connaissances sur un long terme ou plus locales (convocations de l'affectif par exemple) sont ainsi abordées. Certains, cliniciens, analysent plus particulièrement les phénomènes psychiques (transfert et contretransfert en classe par exemple). Les psycho-linguistes analysent eux plus spécifiquement les acquisitions langagières dont tout le monde reconnaît l'importance pour les autres acquisitions.

[8] Chercheurs en didactique des mathématiques (en France).
[9] Ensemble de ceux qui sont amenés à donner des avis out à prendre des décisions sur l'enseignement des mathématiques en France.
[10] Cf. Bautier et Rochex en bibliographie générale.

Très schématiquement ce sont surtout les travaux de Piaget et de Vygotski, relayés par Vergnaud, qui sous-tendent les analyses des didacticiens. Là encore, un exposé est organisé sur un ouvrage de ce type pendant la formation.

Les sciences de l'éducation quant à elles étudient divers aspects liés à la classe et aux pratiques en recherchant les régularités qui transcendent les contenus. Un certain nombre de leurs travaux portent sur les formations, formations d'adultes, formations de formateurs, indépendamment des contenus mais ils peuvent inspirer nos réflexions.

Nous arrêtons ici cette liste. Une des attentes que nous avons est que les formateurs puissent avoir recours à des travaux divers, issus de différents champs de recherches, en mettant en jeu une critique constructive.

2) Un exemple de complexité à l'échelle de l'enseignement des mathématiques : le baccalauréat 2003 et les différentes réactions qu'il a suscitées.

Nous n'allons pas analyser les sujets mais souligner les différences entre les analyses, comme témoin de la complexité de ce qui nous occupe.

Le principal clivage nous semble être le suivant : les uns sont plutôt favorables au sujet posé en S en évoquant les nouveaux programmes, leur intérêt, et le fait qu'il faut que certaines réformes de programme se traduisent en textes d'examen pour qu'elles soient appliquées. Ils privilégient une optique générale d'apprentissage, faisant comme si un programme amenait automatiquement certains apprentissages correspondants. Ils choisissent ainsi de ne pas tenir compte de ce qui peut se passer en classe.
Les autres sont d'abord contre ces sujets car ce texte, aussi conforme qu'il puisse être aux programmes et quel que soit l'intérêt de ces derniers, traduit une rupture de contrat : on ne change pas les sujets d'examen l'année même de la mise en application d'un nouveau programme. C'est un peu trahir la confiance des enseignants et du coup de leurs élèves. Ces auteurs choisissent de se placer au niveau du vécu de la classe (élèves et professeurs).
Plus raffinée mais analogue est la réaction de didacticiens qui s'appuient sur une analyse, peut-être contestable, du rapport institutionnel des élèves pour dénoncer le décalage entre ce qui a pu s'établir cette année et le sujet. Contestable car elle ne fait pas assez de place aux déroulement réels dans les classes et trop aux analyses a priori : il y a une « inéluctabilité » du didactique qui fait trop peu de place aux différentes dynamiques qui peuvent prendre place en classe, y compris en termes d'activités élèves.
Des opinions encore un peu différentes apparaissent : notamment certains, pourtant favorables à une ouverture des sujets, contestent les programmes actuels ; ce peut être parce qu'ils induisent des activités en classe trop pauvres, même dans leur version récente, ou au contraire par déni anticipatoire de leur ambition actuelle, notamment la modélisation, dont il est estimé que c'est autrement qu'elle s'acquiert.

Une des attentes que nous avons est que les formateurs puisent repérer les diversités des points de vue des différents acteurs, les déterminants et les enjeux, par delà leur opinion personnelle.

3) Complexité des formations

Les formations d'enseignants aussi sont complexes : il s'agit de tenir compte à la fois des diverses connaissances « déjà là », mathématiques et autres, des personnalités tout aussi

variées dans leurs représentations et leurs itinéraires, et de la prise en compte des élèves pendant la classe, aucune classe ne ressemblant à aucune autre. L'enseignement n'est pas un phénomène linéaire, ne serait-ce que parce que, dès l'entrée dans leur profession, les enseignants anticipent sur les déroulements des futures séances, ce qui oriente leurs choix et peut être à l'origine de véritables cercles vicieux : dans une classe faible, pour que « ça se passe bien », l'enseignant réduit souvent les contenus et les exigences[11], ce qui peut contribuer à diminuer encore les performances des élèves etc.
Quelques thèses de didactique sur des formations de professeurs d'école ont bien montré qu'une même formation peut avoir des effets très différents, voire pas d'effets du tout, sur l'enseignement des mathématiques des différents formés.

Notre ambition est de donner aux formateurs une certaine connaissance de cette complexité et des moyens d'y rentrer et de s'y retrouver.

III Nos options générales pour la formation de formateurs

1) Un travail sur le rationnel non exempt de dangers

Nous adoptons le point de vue de travailler sur ce qui relève du conscient et/ou du préconscient. Autrement dit, nous restons dans le rationnel et nous faisons comme si les pratiques des enseignants étaient affaire de décisions (pré)conscientes. Pour la préparation des séances, ce choix paraît assez raisonnable, même si d'autres facteurs interviennent, par exemple dans les anticipations des enseignants ; pour les déroulements (accompagnements pendant la séance), il est évident que d'autres facteurs interviennent de manière plus importante, notamment de l'ordre du psychanalytique. Nous ne les sous-estimons pas, mais nous ne les prenons pas directement en compte ici. Il existe des formations d'enseignants fondées sur d'autres choix, comme celles conçues par C. Laville[12] avec des groupes Balint par exemple.

Cependant même si nous travaillons sur la rationalité, il faut garder en mémoire que perversité, inertie et non universalité sont au rendez-vous : très globalement le système, qui est énorme, peut être pervers et détourner de bonnes intentions en les dénaturant (cf. Prost[13]) ; l'inertie de ce système est inhérente à sa taille ; de plus, aucune solution n'est valable « pour tous » - enfants, professeurs, etc.

Enfin nous devons aussi préciser les découpages et les choix globaux de contenus[14] que nous faisons pour restreindre la formation à la durée impartie : un an. C'est l'objet du paragraphe suivant.

2) La complexité abordée par les mathématiques en classe

Nous abordons la complexité du système scolaire, de l'enseignement des mathématiques, des formations des enseignants de mathématiques et de leurs formateurs par un petit bout, qui doit être remis en chantier à chaque contenu différent : les relations, qui se nouent en classe, à un niveau donné, entre des mathématiques à enseigner, précisées, et les apprentissages correspondants des élèves.

---

[11] Nous serons amenés souvent à donner cet exemple, au cœur des difficultés rencontrées en ZEP.
[12] Blanchard-Laville C. (2001) Les enseignants entre plaisir et souffrance, PUF
[13] Prost A. (1997) Education, société et politiques : Une historie de l'enseignement de 1945 à nos jours ; Seuil.
[14] Correspondant à une transposition de certaines recherches.

Plus précisément, nous centrons notre découpage de la réalité, nos analyses, nos interprétations, nos inférences pour la formation des enseignants et pour notre formation de formateurs autour des activités mathématiques des élèves telles qu'elles peuvent être provoquées par l'enseignant en classe. Nous considérons qu'il y a là un verrou dont l'ouverture conditionne les apprentissages, qui peut être tourné en partie par l'enseignant, grâce à des choix conscients de contenu et de déroulements, même si les élèves ont une part dans la transformation des activités en apprentissage, l'affectif a une part, le social a une part...

Autrement dit, c'est pour travailler à partir de ces activités que nous accrochons, le cas échéant, d'autres données, dans la mesure où souvent ne pas sortir de la classe de mathématiques empêche ou limite trop les interprétations. En particulier, il n'y a pas que les apprentissages qui contraignent l'enseignant et nous faisons l'hypothèse forte qu'on doit prendre en compte des aspects de son activité liés à son insertion professionnelle, à son métier.

Les justifications de ce choix et les analyses elles-mêmes seront développées, elles tiennent à notre cadre didactique et aux théories de l'apprentissage qui le sous tendent. Rapidement, notre raisonnement sur les apprentissages est le suivant : apprendre est associé à conceptualiser, donner du sens, utiliser à bon escient et organiser les connaissances entre elles. Ensuite, apprendre dépend des activités que les élèves font, notamment en classe, et donc de ce que le professeur propose, aussi bien en terme de contenus que de déroulements. Enfin, les choix des enseignants sont contraints de multiples manières, et ce sont les marges de manœuvre qu'il reste qui devront être travaillées en formation.

Présentation du plan de la brochure

Nous allons développer dans les 2 chapitres suivants les raisons d'être et les objectifs de cette formation diplômante, son contenu et ses modalités actuels.

La partie 2 permet de préciser les contenus présentés en les regroupant par thème, même si dans la formation ils ne sont pas abordés de manière linéaire ni regroupée. Dans cette partie nous nous appuyons sur les références bibliographiques ci-jointes.

La partie 3 donne un rappel sur la didactique des mathématiques, champ de recherches et aborde les relations recherche/formation. Les nombreuses questions qui se posent sont regroupées en conclusion.

De nombreuses annexes permettent de compléter le texte. Des bibliographies sont jointes aux chapitres concernés s'il y a lieu, une bibliographie générale est placée à la fin.

Références

LATTUATI M., ROBERT A., PENNINCKX J. (1999) *L'enseignement des mathématiques au lycée, un point de vue didactique*, Ellipses.

Des articles dans des revues pour enseignants

ROBERT A. ET ROGALSKI M. (2002) Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices – le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion en classe, *Petit x n°60*, 6-25

ROBERT A. (2003) Tâches mathématiques et activités des élèves : une discussion sur le jeu des adaptations individuelles introduites au démarrage des exercices cherchés en classe P*etit x n°62,* 61-71.

ROBERT A. (2003) Un point de vue sur les spécificités du travail géométrique des élèves à partir de la quatrième : l'organisation des connaissances en niveaux de conceptualisation *Petit x n°63 pp7-29*

ROBERT A. ET ROGALSKI M. (2004) Problèmes et activités d'introduction, problèmes transversaux et problèmes de recherche au lycée *Repères IREM n°54 77-103*

Des documents pour la formation des enseignants (publiés sous forme de cahiers bleus par l'IREM de Paris 7, Université Denis Diderot)

N°2 : analyses de vidéo, livret d'accompagnement
N°3 : des analyses d'une séance de classe aux analyses de pratiques : perspectives en formation
N°4 : scénarios de formation des enseignants de mathématiques du second degré, un zoom sur l'utilisation de vidéo ; un exemple.

Annexe de l'introduction : relations entre sociologie[15] et didactique des mathématiques pour la formation de formateurs.

En premier lieu, les chercheurs en didactique ont davantage que les sociologues le souci de transposition de leurs démarches et de leurs résultats sur le terrain de la classe. En effet c'est en même temps un moyen pour interroger a posteriori les travaux, très liés à la classe et en partie expérimentaux. Dans le même ordre d'idées, en formation professionnelle on accorde une place importante aux modalités de la formation en relation avec les formations futures qu'assureront les formés alors que le caractère fondamental de l'enseignement reste prioritaire en sociologie.

Par ailleurs, une distinction notable entre les deux champs scientifiques tient à ce qui est travaillé par les chercheurs, c'est-à-dire **à leurs objets de recherche** et à leur place dans **différentes échelles** :

- les didacticiens enseignant dans le DU[16] travaillent à l'échelle de la classe ou de l'établissement, ils restent proches du vécu des enseignants, les sociologues de l'équipe ESCOL considèrent en revanche à la fois les enfants, avec leur milieu socio-culturel d'origine, et l'Ecole, avec les déterminants sociaux et historiques qui pèsent sur elle ;
- les didacticiens se placent en temps « réel », les sociologues analysent un temps plus long ;
- les didacticiens mettent au centre les contenus enseignés ou à enseigner aux élèves, les apprentissages et les pratiques enseignantes qui contribuent à les produire, les sociologues mettent au centre le sens social de l'école pour les enfants, en reliant passé, présent et futur.
- Les didacticiens utilisent souvent des méthodologies expérimentales pour créer leurs données alors que les sociologues travaillent sur des données existantes, qu'ils doivent en revanche recueillir et interpréter.

1) Côté sociologie

Les sociologues mettent ainsi en évidence des éléments qui peuvent être produits à l'insu des enseignants, qui se construisent aussi bien hors de la classe que dedans, le travail sur le temps long étant un moyen de recherche. Les contenus d'enseignement n'interviennent pas en premier lieu, même si des différences peuvent être travaillées.

Leurs analyses conduisent à un véritable **dévoilement sociologique et historique**, permis notamment par un changement d'échelle (du temps) et un travail systématique d'exploration sociologique de ce qui peut échapper aux logiques du quotidien et rester ignoré des acteurs sinon. Il est clair que ces analyses intéressent surtout ceux qui travaillent sur les élèves exclus du système ou en grave échec scolaire, là où le système dysfonctionne particulièrement.

Les enseignants du primaire par exemple, ou les néotitulaires des collèges et lycée sont impliqués dans une histoire de l'école qui peut en partie leur échapper dans sa globalité, tant ils sont pris par le quotidien et ses contraintes fortes, voire aveuglantes, auxquelles ils doivent faire face dans l'urgence et parfois le désarroi.

Des décisions institutionnelles apparemment pédagogiques, sur les formes scolaires (ateliers en maternelle par exemple) sont ainsi souvent étudiées à cause des dérives inégalitaires

[15] Tel qu'il est proposé dans une autre partie de la formation de formateurs.

[16] Dans tout le texte, didacticiens réfèrera aux didacticiens enseignant dans le DU et sociologues aux sociologues de l'équipe ESCOL ou de l'équipe de l'UVSQ qui accueillent les enseignants du DU.

implicites qui peuvent en découler. Les inflexions à long terme des programmes qui peuvent accentuer les différences culturelles entre élèves, les choix qui sont faits en fonction de cursus qui ne seront réservés qu'aux meilleurs élèves, le recours encouragé à l'innovation qui peut laisser définitivement à l'écart des enfants auxquels on ne propose même plus le minimum nécessaire aux acquisitions, en sont des exemples. Souvent ces éléments s'inscrivent dans des logiques sociales globales qui dépassent le cadre de l'école.

Ce sont donc certains éléments des scolarités des enfants, en partie invisibles au quotidien, liés à des phénomènes sociaux, qui ont des conséquences importantes et négatives sur certaines de ces scolarités, qui sont interrogés d'abord : ils s'inscrivent souvent implicitement dans les pratiques des enseignants, et s'ils deviennent explicites, les manières d'y faire face n'ont rien d'immédiat.

En fait cet « insu sociologique » se décline de deux manières : sociologie globale, liée aux structures de l'école, par l'intermédiaire de la géographie et des institutions scolaires et niveau plus local, liée aux usages du langage, aux pratiques langagières. En particulier les rapports au langage varient chez les enfants (impliquant et impliqués par des différences de rapport au savoir) : le langage peut n'être chez certains enfants qu'un moyen de communiquer, dans l'immédiateté, et les « vertus » du langage pour penser et apprendre[17] restent très éloignées de leurs conceptions, tout comme le fait que le langage peut être un objet d'apprentissage. De ce fait, ce qui devrait se passer en classe peut ne pas avoir lieu pour ces élèves, faute d'être « sur une bonne longueur d'ondes ». Ce sont ces élèves dont les sociologues disent qu'ils sont dans l'effectuation des tâches mais pas dans l'apprendre. Des rouages sociaux globaux prennent le relais de ce vécu scolaire pour éventuellement faire tout de même monter de classe ces élèves...

2) Côté didacticiens

Les didacticiens en revanche adoptent **un point de vue beaucoup plus interne à la classe et restent à l'échelle de l'enseignant en spécifiant sur un contenu donné leurs analyses** : ils sont amenés à travailler davantage **sur tous les élèves**, les élèves en difficulté et les autres. Ils cherchent à caractériser différents itinéraires cognitifs, conséquences des choix explicites ou au moins préconscients des enseignants décrits en termes de contenus et de déroulements (gestion). Différentes logiques enseignantes sont mises en évidence. Souvent c'est la mise en évidence de croisements réguliers de certaines stratégies d'enseignement et de certains types d'élèves, en difficulté notamment, qui permet de comprendre les dynamiques internes à la classe en jeu, voire quelquefois les cercles vicieux. Par exemple, pour s'adapter aux élèves, l'enseignant simplifie, donc réduit les acquisitions potentielles, ce qui implique que les élèves progressent peu et nécessitent de nouvelles adaptations...

Ce sont les marges de manœuvre des enseignants, individuelles ou collectives, qui sont interrogées et mises en mots dans ce point de vue, ainsi qu'un certain nombre de contraintes : contraintes institutionnelles explicites en amont des choix, contraintes sociales visibles (élèves, établissement).

Pour interpréter davantage les résultats à l'échelle de l'enseignant et mieux percevoir les alternatives potentielles, le questionnement des chercheurs adoptant ce point de vue en est venu à porter aussi sur les contraintes qui viennent de « l'exercice du métier » : cette composante inhérente aux pratiques des enseignants peut nécessiter à son tour un certain

[17] Même si la question du rapport « pensée/langage » n'a sans doute pas la même réponse dans tous les champs de connaissance, le rôle du langage dans toutes les acquisitions est vraisemblablement primordial. Se greffe aussi ici ce qui concerne les différences entre l'oral et de l'écrit et leurs rôles respectifs dans les acquisitions : on peut penser que, par delà les différences disciplinaires, le passage à l'écrit est fondamental et discriminant.

travail théorique – notamment de choix d'objets. C'est en quelque sorte **un « insu » ergonomique de l'enseignant qui est alors questionné.**
Par exemple un certain nombre de « gestes élémentaires », plus ou moins spécifiques d'une discipline donnée, se recomposent chez chaque enseignant pour constituer les stratégies d'enseignement, qui doivent être à la fois adaptées aux individus et compatibles avec toutes les contraintes.

Signalons encore que d'autres chercheurs[18], choisissant une échelle « micro », explorent systématiquement ce qui se passe à l'insu « psychanalytique » des enseignants, recherchant par exemple les phénomènes de transfert et contre-transfert déclenchés par un enseignant dans une classe.

En anticipant sur ce qui suit, un des objectifs d'une formation double peut être d'arriver à croiser les points de vue, pour faire face à ce qui est dévoilé par les sociologues. Il s'agirait d'utiliser les outils mis en place en didactique, sur les choix des enseignants et leurs stratégies, pour déterminer ce qui pourrait être du ressort des enseignants et mettre au point des propositions effectives. C'est un travail de traduction et de réduction d'une échelle à une autre qui pourrait contribuer à alimenter les travaux portant sur les alternatives.

[18] N'intervenant pas actuellement dans le cursus prévu pour la formation.

Chapitre 1 Pourquoi former des formateurs ? Quels formateurs ?

Nous exposons ici la démarche globale qui nous a conduits à envisager une telle formation, c'est-à-dire les raisons d'être de ce diplôme.
En un mot, ce sont les attendus de l'enseignement des mathématiques dans le second degré dans les conditions actuelles ainsi que nos hypothèses sur les pratiques des enseignants et leur formation qui nous amènent à proposer d'avoir des formateurs « formés » de manière spécifique, en mesure de surmonter les difficultés des formations professionnelles d'enseignants.
L'enjeu est ainsi de disposer de formateurs qui soient davantage que des super-enseignants, dont le bagage essentiel reste jusqu'ici l'expérience personnelle enrichie a posteriori : les formateurs dont on rêve doivent réussir à élaborer des scénarios de formation adaptés pour installer, enrichir, interroger voire changer les pratiques des enseignants de mathématiques de manière renouvelée et renouvelable.
Alors même que d'innombrables critiques plus ou moins exagérées des formations actuelles en IUFM sont largement médiatisées, nous défendons l'idée inverse que c'est bien par la formation que passent certaines solutions : ces formations, initiales et continues, pour une part renouvelées, doivent être dispensées par des équipes de formateurs formés.

1) Attendus et difficultés dans l'enseignement des mathématiques.

Sans entrer dans le détail des attendus de l'enseignement des mathématiques, on peut dire sans trop s'avancer qu'il y a un certain malaise à l'heure actuelle qui concerne la qualité des apprentissages des élèves du second degré. Cela a des conséquences jusqu'à l'enseignement supérieur : beaucoup de collègues s'attendent à trouver chez leurs étudiants des connaissances qui, en fait, ne sont pas acquises comme ils l'auraient pensé.

Trois dysfonctionnements de l'enseignement des mathématiques, déjà importants antérieurement, sont devenus, nous semble-t-il, au fil de la démocratisation-massification[19] de l'enseignement secondaire, très dommageables pour les apprentissages : l'illusion de la transparence du bon exposé, l'augmentation des malentendus entre enseignants et élèves, l'intégration des nouvelles technologies. Toutes les difficultés sont en effet aggravées par l'hétérogénéité croissante des classes, des établissements, par les réductions d'horaires en mathématiques et par des phénomènes de société qui dépassent l'école et qui peuvent jouer sur les conditions de travail des élèves par exemple.

D'abord nous pensons que l'illusion de la transparence du bon exposé, bien clair, bien maîtrisé, que les élèves ont à s'approprier est encore dangereuse actuellement. De tels exposés ne sont pas du tout accessibles à tous les élèves, et les difficultés d'appropriation de ce qui se dit en classe peuvent entraîner des difficultés à travailler seul à la maison : il y a là une cause possible d'une spirale descendante bien connue. Des formes nouvelles, cours dialogué au lieu de cours magistral notamment, activités d'introduction banalisées, ont pu faire croire à un changement en profondeur. Nous pensons que c'est insuffisant ; c'est même souvent un leurre et pour trop d'élèves, faire des mathématiques reste, comme avant, effectuer une suite de petites tâches isolées les unes des autres, où il suffit d'appliquer correctement une propriété

[19] Cf. Bautier Rochex (1998) L'expérience scolaire des nouveaux lycéens, démocratisation ou massification, A Colin.

indiquée par l'enseignant (nous y reviendrons). Le moindre changement dans l'énoncé, la moindre initiative à prendre deviennent insurmontables et l'exemple du baccalauréat 2003 nous le démontre encore si besoin était. Nous mettons en relation la nature des apprentissages et les conditions de l'enseignement mais nous pensons aussi qu'il y a des causes profondes, légitimes, à l'origine des choix des enseignants, choix qu'il n'est pas du tout simple de modifier même en étant convaincu de l'intérêt de le faire.

Ensuite, on a remarqué l'importance croissante des malentendus[20], c'est-à-dire des décalages essentiels entre ce que l'enseignant croit que l'élève a déployé comme activité pour résoudre une tâche et son activité réelle, beaucoup plus restreinte, superficielle chez bien des élèves, notamment en ZEP. Pour prendre un tout petit exemple, lorsqu'en quatrième l'enseignant raisonne sur un triangle rectangle générique, appelé ABC, certains élèves travaillent, eux, sur le cas particulier dessiné sur leur cahier et ne saisissent pas que le théorème qui a été démontré (disons le théorème de Pythagore) est valable pour tous les triangles analogues. Du coup certains élèves n'arrivent pas à appliquer le théorème si le triangle s'appelle MNP ou/et est dessiné « la tête en haut ». Ce problème n'a pris une certaine ampleur qu'avec l'accès au second degré de couches nouvelles d'élèves, et le combattre est un second enjeu de la formation des enseignants. Il ne s'agit pas de baisser les exigences, en appelant toujours tous les triangles ABC, mais d'avoir à disposition des moyens pour amener ces élèves à construire des connaissances mathématiques.

Enfin, l'intégration des nouvelles technologies (TICE) ne s'improvise pas et les enseignants rencontrent souvent des difficultés pour y arriver, or c'est pourtant peut-être un enjeu face à l'ennui, au désintérêt par rapport aux sciences, souvent signalés. Il ne s'agit pas d'apprendre seulement le maniement mathématique de logiciels pour résoudre des exercices : cela occulte un aspect fondamental de cette utilisation, à savoir que la gestion des élèves qui l'accompagne doit être, semble-t-il, beaucoup plus exigeante en termes d'exposition des connaissances, de formalisation. En effet, on a montré que si les élèves peuvent bien s'engager dans l'action, sur l'ordinateur, ils ont du mal à s'en extraire et à atteindre la conceptualisation qui reste l'objectif final. De plus certaines conceptions des mathématiques doivent changer suite à l'utilisation de ces instruments : par exemple la notion d'économie (les matheux sont paresseux, ils optimisent leur effort, ils préparent leur calcul...) peut être révisée profondément, des calculs longs deviennent moins coûteux sur ordinateurs que certains calculs plus simples à faire sans machine ! D'autre part la place des contrôles doit changer, ils deviennent indispensables alors que les vérifications laissaient souvent les élèves perplexes. Enfin les questions d'évaluation rendent aussi le travail sur l'ordinateur particulier dans la mesure où jusqu'à présent il n'est pas question d'en avoir un pendant les contrôles en général. Il est donc nécessaire d'avoir des connaissances spécifiques pour mettre en place le plus rapidement possible et sans trop de découragement pour les enseignants, un enseignement intégrant les TICE.

2) Comment améliorer les choses ? Notre réponse passe par la formation des enseignants et celle des formateurs.

On l'aura compris, notre hypothèse est qu'on peut améliorer les choses par des formations d'enseignants : formations spécifiques pour les ZEP, permettant de mieux connaître les types d'intermédiaires qu'on peut utiliser avec des élèves en difficulté, formations aux TICE qui ne se limitent pas à une initiation aux logiciels mais qui abordent les

[20] Ibidem.

questions de gestion du matériel et de la classe, formations des pratiques permettant une prise en compte réelle des activités des élèves en relation avec leurs apprentissages.

Seulement ces formations doivent aider les enseignants à surmonter de véritables obstacles : souvent il ne suffit pas de reproduire ni même d'améliorer des pratiques existantes mais il devient nécessaire de pouvoir les modifier, les enrichir. Il s'agit de trouver des réponses adaptées à de nouvelles questions, quelquefois sans beaucoup de travaux permettant d'avoir des idées précises ni entièrement validées.
Or actuellement l'idée de formation professionnelle initiale est associée essentiellement dans le milieu enseignant à « compagnonnage », « formation sur le terrain », grâce à un suivi par un enseignant expérimenté, alors que les formations regroupées en centre sont souvent perçues a priori négativement. Il est clair que, lorsqu'il n'y avait qu'une formation très légère, avant 1991, qu'on appelait CPR, il y a eu de très bons professeurs, mais les problèmes n'étaient pas aussi aigus ni aussi massifs qu'aujourd'hui, les besoins et les conditions sociales étaient autres. Ainsi, nous faisons l'hypothèse qu'une formation sur le terrain engendre beaucoup plus facilement des reproductions que des modifications, pour des raisons évidentes, et qu'en cela elle peut être insuffisante.

Les formations continues dispensées pendant des stages sont souvent considérées comme un « plus » pour des enseignants volontaires et portent majoritairement sur des contenus mathématiques : elles mettent rarement en jeu les pratiques elles-mêmes, là encore apanage du terrain.

Il ne s'agit pas de nier les apports des formations sur le terrain, encore une fois évidents pour tout le monde mais de les compléter, d'articuler ces éléments liés aux pratiques et d'autres plus théoriques, vraisemblablement en respectant des alternances encore à trouver.
Nous pensons ainsi que pour faire évoluer les pratiques autant qu'il est nécessaire, que ce soit à l'installation ou plus tard, il ne suffit pas de former en montrant (« fais comme moi ») ou en disant (« fais ce que je fais ») à partir de l'expérience personnelle, même si c'est indispensable. La formation mathématique initiale est tout aussi indispensable et non suffisante. De fait, l'observation en classe ne suffit pas toujours à percevoir certains malentendus subtils[21] ou trop grossiers[22]. De plus expérience n'est pas nécessairement synonyme d'expertise : par exemple, une recherche récente (cf. Maurice, 2002) a montré que des enseignants très expérimentés prévoyaient moins bien que des novices certaines réponses d'élèves, suite à une illusion de la transparence de leurs propos d'enseignants qui n'était plus remise en question.

Seulement, d'autres résultats de recherche sur lesquels nous reviendrons démontrent que les pratiques des enseignants sont difficiles à changer car elles traduisent un équilibre personnel complexe et cohérent entre toutes les contraintes qui pèsent sur chaque enseignant. Ce ne peut pas être seulement ce qui est peut déclencher les apprentissages « des élèves » qui explique les choix d'un enseignant en classe : ne serait-ce que parce que les élèves en question sont différents, voire hétérogènes. Il n'y a pas que les programmes et les horaires qui pèsent, il y a les autres collègues et les habitudes, les élèves, les parents et l'administration, les conceptions

[21] Invisibles sans un questionnement des élèves ou une analyse de leurs productions ultérieures
[22] Inconcevables pour un spécialiste, très loin des rapports au savoir de certains élèves : par exemple la difficulté d'utiliser la transitivité de l'addition pour des élèves de seconde n'est pas perçue par simple observation d'une classe tant elle est loin des interprétations qui peuvent être faites des difficultés.

profondes et les valeurs personnelles, les goûts[23], en un mot l'exercice du métier. Cet équilibre, différent d'un enseignant à l'autre, est en germe dès l'installation des pratiques et doit être pris en compte en formation à condition que le formateur puisse le repérer.

Enfin, par delà les variétés individuelles, certaines décisions ne seront prises par aucun enseignant même si cela pourrait paraître plus efficace en termes d'apprentissage de certains élèves, par exemple attendre que tous réussissent quelque chose est quasi impossible si la classe est trop hétérogène. Autre exemple, beaucoup d'enseignants n'arrivent pas à se taire plus de 30 secondes dans une classe après avoir proposé la recherche d'un exercice, y compris pour des raisons déontologiques[24], alors qu'ils sont absolument convaincus de l'intérêt de faire chercher les élèves : cela semble incompatible avec les habitudes des uns et des autres. Il est difficile de ne pas faire « comme les autres », notamment à l'échelle d'un établissement, ce qui rend plus difficile encore certaines modifications des pratiques si elles restent isolées. Là encore au formateur la mission de savoir s'adresser s'il le faut à un collectif d'enseignants.

Dans ces conditions, changer, améliorer, enrichir, interroger les pratiques ne peut souvent pas être le résultat de formations exclusivement sur le terrain, ni exclusivement individuelles : c'est évident pour les innovations comme l'intégration des TICE, pour lesquelles il n'y a pas encore de modèles, mais c'est aussi vrai pour d'autres composantes des pratiques. Des recherches à venir apporteront peut-être d'autres perspectives encore.

Toute cette démarche nous amène ainsi à proposer une formation des formateurs, ces derniers devant être bien davantage que des super-enseignants, comme c'est encore souvent le cas[25]. Nous voulons former des formateurs qui puissent aussi bien aider les débutants à installer leurs pratiques que les enseignants plus expérimentés à évoluer face aux nouvelles difficultés. Pour cela nous faisons l'hypothèse qu'ils peuvent avoir besoin de connaissances supplémentaires à celles des enseignants, spécifiques. Ces connaissances s'appuient sur l'expérience d'enseignement et contribuent à lui donner sens, tout en permettant aux formateurs de se décentrer de leur propre pratique et de travailler sur d'autres cohérences que la leur, en adaptant leurs connaissances. Nous y reviendrons.

3) Enseigner les mathématiques peut donc « s'apprendre », grâce à des formations variées

Etre formé pour un enseignant, dans la démarche que nous proposons, c'est précisément être accompagné dans le métier d'enseignant des mathématiques, individuellement (sur le terrain) et collectivement (en stage), de manière adaptée à la fois à chaque personne et à chaque type de situation, que ce soit à l'installation, en formation continue, ou pour l'enseignement dans les établissements difficiles.

Par exemple, pour faire saisir les activités des élèves pendant une séance de mathématiques aux (futurs) enseignants, il est possible de mettre en place une formation spécifique. Ce n'est pas seulement une formation sur les contenus stricts, qui laisserait échapper les déroulements ;

---

[23] Essayer d'empêcher un fana d'info ou d'histoire des math de proposer des séquences sur logiciel ou à partir de textes historiques, même s'il est un peu apprenti-sorcier ou s'il n'est pas sûr des bénéfices en termes d'apprentissage, vous n'y arriverez pas... En revanche peut-être est-ce possible de lui donner des outils pour s'interroger sur ce qu'il introduit !

[24] « L'enseignant est là pour travailler, pas pour se taire ». Remarquons qu'on peut se taire et écouter très activement les élèves, pour comprendre ce qu'ils font et le résumer ensuite, et que c'est fort difficile !

[25] Ils se forment alors eux-mêmes, en tant que formateurs, difficilement, et c'est cette autoformation que nous voulons accélérer et systématiser.

cela demande davantage que des observations de classe, qui vont trop vite. On peut par exemple faire mettre en relation des énoncés proposés par un enseignant et ce que les élèves font dans une classe observée : cela ne peut se faire uniquement dans le temps de la séance observée : une préparation à l'avance permet de dégager des prévisions à comparer au déroulement effectif, une discussion après la séance est nécessaire pour tirer quelque chose de ces comparaisons !

Pour découvrir puis choisir des alternatives d'enseignement sur une notion donnée à un niveau scolaire donné, une formation peut être utile, car cela ne s'invente pas (dans le temps imparti), pas plus qu'on ne peut essayer tous les choix soi-même. Sur le terrain, on peut voir une ou plusieurs réalisations ; en stage, on peut dégager des caractéristiques de chacune et les compléter. De plus, toutes les modifications envisageables ne sont pas « bonnes » – rappelons-nous la réforme des mathématiques modernes, qui a échoué... notamment et entre autres faute d'une bonne formation des maîtres ! Une formation s'impose pour distinguer « le bon grain de l'ivraie », en tenant compte des contraintes et des règles de fonctionnement du système.

Enfin, pour modifier ses pratiques, pour intégrer les TICE par exemple, il est sans doute besoin de l'aide d'un formateur et de stages, en tout cas c'est facilitateur et cela complète ce qui peut être vu sur le terrain. Il nous semble en effet que ni des exemples d'enseignements ni des arguments ne suffisent à faire adopter certaines pratiques : par exemple, il est souvent nécessaire pour changer de pratiques de changer de contrat[26] entre l'enseignant et les élèves et cela demande du temps dans la classe. Or cela ne se voit pas nécessairement lorsqu'on assiste à quelques séances. Mais cela peut rester très théorique si on se contente de l'évoquer abstraitement.

Ceci dit, une condition importante de l'efficacité des formations d'enseignant nous semble être d'imbriquer des modalités différentes et aussi de pouvoir travailler sur le temps long avec les enseignants. C'est un argument supplémentaire pour la formation de formateurs, qui doivent pouvoir travailler dans une certaine continuité et assurer un suivi des formations même diversifiées.

4) Formateur : un métier, qui s'apprend aussi !

Pour préciser ce qui a déjà été dit, les formateurs dont nous rêvons connaissent plus que leurs propres choix d'enseignement.
Ils doivent avoir des connaissances sur les apprentissages en classe et notamment sur ceux des « nouveaux » élèves, sur les mathématiques, sur les pratiques des enseignants et sur les formations, sur le système et les ressources.
Ils ont une idée des alternatives possibles et de ce qui est « impossible » dans un niveau scolaire donné et sur un contenu donné, ou en tout cas ils ont des moyens pour les trouver.
Ils ont des mots pour dire les choses de l'enseignement des mathématiques, y compris pour traduire leur propre expérience, dont ils peuvent ainsi se décentrer, et ils ont tous plus ou moins les mêmes mots car il y a besoin d'une continuité des formations.
Mais la complexité du système implique que leurs connaissances doivent d'une part être reliées entre elles (complexité de la situation à traiter) et d'autre part critiques (pour s'adapter et intégrer « correctement », plus tard, du nouveau - par exemple). Ils doivent notamment

[26] On reprend ici le terme introduit en didactique pour désigner les attentes respectives de l'enseignant et de ses élèves, qui se traduit notamment en habitudes (coutumes de la classe).

pouvoir adapter des propositions à des enseignants de styles différents en tenant compte des caractéristiques des pratiques en classe.
Enfin, ils peuvent jouer un rôle d'interface entre les chercheurs et les enseignants, voire entre les enseignants.

Devenir un tel formateur demande ainsi un temps long et une rupture, un changement de posture...

Nous avons fait un choix précis pour organiser la formation de tels formateurs, choix qui s'explique en partie par notre travail didactique et sur lequel nous reviendrons en le détaillant. **Nous proposons ainsi de centrer la formation de formateurs sur les analyses de pratiques des enseignants de mathématiques en classe en rapport avec les activités que cela peut provoquer chez les élèves.** C'est le cœur de la formation proposée ici, cela correspond à une hypothèse, admise, sur la relation entre l'acquisition de ce type de connaissances et les compétences qu'on cherche à construire chez les formateurs.
Il s'agit donc de faire acquérir des outils pour analyser à la fois les mathématiques enseignées, les activités (au moins potentielles) des élèves en relation avec les pratiques qui les provoquent. La présentation de ces outils est mise à l'épreuve sur des vidéo filmées dans les classes et analysées par chaque futur formateur.

Les autres connaissances que nous développons « s'accrochent » à celles-ci. D'une part nous élargissons le point de vue précédent. Nous suggérons ainsi que les formateurs puissent avoir facilement accès à des ressources variées, et puissent mettre en œuvre un arsenal critique et concevoir des adaptations (de plusieurs ordres) à partir de propositions ou de recherches ayant des relations avec les pratiques en classe. En effet, ils doivent contribuer à la diffusion des nouvelles connaissances – notamment issues de la recherche. Pour que ce soit efficace, une partie de la transposition de ces connaissances, issues de la recherche, c'est-à-dire de leur adaptation aux contextes du terrain, notamment au niveau individuel, reste aux formateurs, qui doivent critiquer et adapter. Ils peuvent aussi contribuer à poser des questions aux chercheurs. Cette partie de la formation devrait être amorcée par un travail de bibliographie et continuée par la suite.
Les formateurs devraient aussi avoir des notions sur les formations d'enseignants, et sur la formation d'adultes : c'est dans les réflexions à partir d'observations de formations existantes et de conception de scénario que pourront s'initialiser ce type de connaissances, mélangées aux autres liées aux mathématiques et à la classe.

Reste à expliquer pourquoi former des formateurs et pas seulement directement les enseignants. Et répondre à la question récurrente : à quand la formation de formateurs de formateurs ?

5) Pourquoi former (aussi) des formateurs ?

D'une part, les analyses de ce qui se passe en classe ne peuvent pas être improvisées car nous ne pensons pas que ce qui s'y passe soit « transparent », suffisamment accessible à une observation naïve, non outillée. C'est un résultat des recherches en didactique et autres sciences de l'éducation. On sait par exemple depuis peu à quel point des malentendus profonds peuvent se développer entre élèves et enseignants sans que ces derniers, même très expérimentés, en soient conscients, nous l'avons signalé ci-dessus.
Or les formateurs ont besoin de pratiquer ces analyses, pour comprendre ce qui se passe dans les classes. Ils doivent apprendre à le faire. De plus leurs analyses sont spécifiques et

diffèrent de celles des chercheurs. Par exemple si on analyse une vidéo en formation, il n'y a pas besoin de la transcrire, alors que les chercheurs ont le plus souvent besoin du transcript. En effet ils analysent des caractéristiques fines du discours enseignant qui leur permettent par exemple de comprendre comment les enseignants gèrent certains incidents. Ces procédés, très routiniers et très liés aux individus, n'intéressent pas directement le formateur à l'heure actuelle.

De plus, beaucoup de questions ouvertes ci-dessus n'ont pas de réponse définitive. De surcroît ces questions évoluent en même temps que la société, de nouveaux besoins peuvent apparaître, qui doivent être précisés. Les formateurs ont à nos yeux la double responsabilité de comprendre ce qui se passe en classe et de diffuser des résultats qui semblent pouvoir être adaptés aux problèmes rencontrés par les enseignants, en contribuant à ces adaptations, voire en contribuant à la production de recherches adéquates. Cela demande du temps, et donc un statut particulier ; cela demande d'adopter un point de vue plus large que celui de l'enseignant dans sa classe, de connaître une palette de possibles, cela demande enfin d'avoir des moyens pour critiquer les divers travaux. A nos yeux une formation peut contribuer à ces objectifs, à la fois par des apports de connaissances qui ne sont pas indispensables aux enseignants, par l'acquisition d'outils pour analyser ce qui se passe en classe, par la prise de conscience précise des diversités, des régularités, des marges de manœuvre et des contraintes. Des exercices d'analyses de pratiques de classe font partie de cette formation ainsi que des exercices de prises d'information, résumés et synthèses critiques d'informations. Certes, un enseignant pourrait aussi bénéficier d'une telle formation, mais il est difficile de la lui imposer et surtout de lui donner le caractère systématique que nous imposons en formation de formateur. Cela conduit les (futurs) formateurs à généraliser, décontextualiser, dépersonnaliser des éléments communs à tous les enseignants (dont eux-mêmes).

Enfin, nous faisons l'hypothèse que les formations d'enseignants doivent être conçues de manière professionnelle pour atteindre leurs objectifs : les contenus et les modalités d'une telle formation sont des variables dépendantes à choisir soigneusement, en fonction de contraintes fortes. Ceci demande encore du temps, des connaissances sur la formation des pratiques et sur les conditions des formations, pour le coup inutiles aux enseignants. Il n'est pas exclu qu'il y ait besoin de prévoir des interventions collectives pour réussir à modifier certaines pratiques individuelles. Il est aussi nécessaire de pouvoir évaluer sérieusement des formations, ce qui n'est pas évident. A nos yeux, encore une fois, une formation de formateurs peut contribuer à ces objectifs, à la fois par des observations de ce qui existe, par des connaissances nouvelles, par des exercices lourds de conception et :ou d'évaluation de scénario de formation d'enseignants.

Mais alors doit-on remonter la spirale, en réclamant une formation de formateurs de formateurs ?
Nous ne le pensons pas, et pas seulement pour ne pas tomber dans le ridicule suggéré par la formule, souvent déjà mise à l'index ironiquement par certains médias au « cran » précédent (formation de formateurs). Les formateurs sont à l'interface entre les enseignants (collectif et individus), les chercheurs, l'institution : ce qu'ils doivent apprendre en formation est suffisamment varié, variable, largement indépendant des modalités de transmission, pour qu'il y ait lieu de former des « spécialistes » à celles-ci. De toutes façons les formateurs doivent s'approprier, voire adapter les connaissances qu'on leur présente. Tout chercheur peut contribuer, s'il pense avoir des éléments à apporter, à la formation de formateurs : ceux-

ci doivent savoir qu'il leur restera peut-être à transposer les informations reçues avant de les présenter, le cas échéant, aux enseignants.

Nous allons présenter plus précisément dans ce qui suit les moyens que nous nous sommes donnés pour construire une formation de formateurs adaptée aux objectifs que nous venons de décrire.
Une deuxième phase de la formation, qui n'est pas présentée ici et qui a lieu l'année suivante, consiste à faire concevoir et expérimenter en vraie grandeur une formation d'enseignants – avec un essai d'évaluation.

Chapitre 2 Généralités sur la formation de formateurs : spécificités, contenus et modalités sur l'année.

La formation que nous présentons est articulée autour de trois volets qui se développent tout au long de l'année et qui seront détaillés dans les chapitres suivants : des analyses de pratiques en classe (imbriquant des analyses de contenus proposés aux élèves et de déroulement organisé par l'enseignant et débouchant sur des analyses de formation des pratiques), des compléments bibliographiques et un travail lié aux formations d'enseignants de mathématiques.

Pour justifier les contenus et les modalités de cette formation, rappelons qu'au départ, nous privilégions une question : comment faire apprendre les mathématiques aux élèves en situation scolaire ? Mais qu'entendons-nous par là et que retenons-nous comme moyens pour les enseignants ? Quelles responsabilités peuvent incomber aux formateurs dans ce projet ?

Dans notre démarche, apprendre, du côté des élèves, réfère à conceptualiser et organiser les connaissances mathématiques ; cela passe notamment par les activités des élèves, en particulier celles qui sont organisées en classe (nous y revenons au chapitre 3). D'où la question, côté enseignant : quelles sont les marges de manœuvre de l'enseignant sur ces activités des élèves, quels moyens pour optimiser les apprentissages dans une classe donnée, sur un contenu donné ?
Et pour ce qui nous intéresse directement ici, qu'attend-on des formateurs et comment former des formateurs efficaces, susceptibles d'aider les enseignants aussi bien au moment de l'installation qu'après ?

Les formateurs ont à leur charge les aspects professionnels de l'installation des enseignants et de la formation continue. Dans la conception que nous avons développée dans la première partie, leurs interventions doivent avoir des effets sur les pratiques des enseignants, sur les contenus mathématiques enseignés et sur la manière dont l'enseignement se déroule. Ce peut être individuellement, en petits groupes, en groupe. Pour cela, ils doivent savoir analyser les pratiques, ils doivent avoir des connaissances plus larges que celles nécessaires à l'enseignement dans une classe donnée, ils doivent avoir des connaissances sur les formations des pratiques et ils doivent pouvoir se tenir au courant de manière critique. Comment les y préparer ?
La réponse que nous apportons au niveau de la formation de formateurs se décline de deux manières : elle concerne d'une part les contenus abordés dans la formation et d'autre part les modalités de la formation que nous mettons en place.
Nous décrirons ces contenus en les reclassant par chapitre (en deuxième partie), alors que nous ne les abordons pas linéairement en temps réel. Pour préciser et rectifier la description, nous indiquerons d'une part, à la fin de chaque chapitre, les modalités des séances correspondantes et d'autre part, globalement à la fin de ce chapitre, deux exemples de progressions effectivement suivies sur l'année.

I Modalités de la formation

1) Les quatre temps

a) Acquisition d'outils d'analyses de pratiques (premier volet) : au premier trimestre

Trois thèmes sont travaillés en alternance au premier trimestre (trois fois chacun), qui nourrissent le premier volet de la formation.
On commence par les outils d'analyse des contenus mathématiques enseignés au lycée. Les analyses générales de notions mathématiques permettent de donner du relief aux différentes parties des programmes, y compris dans leurs évolutions ; les analyses plus locales d'énoncés d'exercices pour les élèves permettent de faire des prévisions sur les activités que les élèves pourront déployer en les résolvant.

Dans le même temps, en alternance, les pratiques en classe sont étudiées de manière à pouvoir analyser les déroulements et à dégager les activités potentielles des élèves : ce sont les formes et le temps de travail des élèves ainsi que les accompagnements de l'enseignant qui doivent être pris en compte. En effet les activités des élèves résultent à la fois des énoncés qui leur sont proposés et du travail organisé par l'enseignant qu'ils feront sur ces énoncés. Ce travail dépend de tout ce que l'enseignant « ajoute » à l'énoncé, des échanges qui peuvent avoir lieu, des indications, évaluations et explications qui sont données ; ce peut être par l'enseignant ou par les élèves selon l'organisation adoptée, avant ou pendant ou après le travail.

Enfin les méthodes pour analyser les vidéo et pour observer les formations d'enseignants sont développées, ce qui permet d'aborder le troisième volet en utilisant les outils du premier volet.

Dans le même temps, les participants observent des formations existantes ou lisent des ouvrages de bibliographie et se filment dans leur propre classe.

b) Une mise en pratique individuelle (premier volet - suite) : au deuxième trimestre

L'exposé de ces outils est suivi, essentiellement au deuxième trimestre, d'une auto-analyse de vidéo par chaque formateur sur un extrait d'une de ses séances en classe d'une dizaine de minutes filmée au premier trimestre. Ces présentations évoluent au fur et à mesure de l'année et sont petit à petit accompagnées d'un travail d'élaboration d'une problématique à accrocher à chaque vidéo. Une discussion et des mises au point (compléments) sont faits à chaque fois.
Il s'agit de faire fonctionner les outils du premier trimestre (et du premier volet).

c) Mutualisation d'observations et de bibliographie (deuxième et troisième volet) : à partir de la deuxième moitié du deuxième trimestre

En alternance à partir de la deuxième moitié du deuxième trimestre, sont organisés les exposés sur les observations de formations effectuées au premier trimestre.
Nous organisons aussi une séance de résumés d'articles sur un thème fixé et nous donnons à lire dans le cadre de la formation quelques ouvrages de sociologie et de psychologie. Ces ouvrages de bibliographie sont exposés à tout le groupe à la fin du deuxième trimestre. Les grilles d'analyse sur lesquelles nous travaillons comportent une rubrique « critique » (cf. annexe).
A la fin de ce deuxième trimestre est débuté un travail de conception d'un scénario de formation (en petits groupes de 4 environ).

d) Conception de scénarios de formation : le troisième trimestre (troisième volet - suite et fin)

Le troisième trimestre permet de terminer les vidéo et les exposés ; plusieurs séances de travail autonome en petits groupes sont organisées pour écrire un scénario de formation (virtuel) et l'année se conclut par les soutenances collectives des scénarios et un bilan.

2) Quelques régularités des déroulements

Des présentations toujours en spirales : on parle plusieurs fois d'un même sujet, que ce soit les pratiques, les analyses mathématiques, la formation...

Les participants ont toujours « quelque chose à faire seuls» (de plus en plus au cours de l'année) et il y a un travail organisé en petits groupes autonomes dans la dernière partie qui s'étend sur plusieurs séances.

Ce peut être

- discuter, questionner, établir des grilles, critiquer, choisir – en séance
- faire des bilans au début de séances – éventuellement préparés (« où en est-on ? »)
- résoudre des exos de math, analyser des vidéo en séance
- se filmer, observer, lire – en dehors des séances
- analyser et présenter sa vidéo (3/4h) – en séance, préparé,
- exposer et rédiger soit un ouvrage de biblio soit une observation de stage de formation d'enseignants de mathématiques
- concevoir collectivement un scénario de formation et l'exposer

Il y a une utilisation fréquente de grilles communes et élaborées d'abord en commun – vidéo, formations, fiche de lecture

De nombreux invités participent aux séances : formateurs, chercheurs, IPR,...

On a une utilisation massive du mail interne ou externe : pour envoyer des transparents, des textes, des références bibliographiques etc.

II Les contenus développés dans notre formation de formateurs

La préoccupation que nous avons d'avoir accès aux apprentissages des élèves amène donc à mettre en évidence leurs activités en fonction de ce que propose le professeur : il s'agit pour nous d'initier les futurs formateurs à des analyses des activités mathématiques des élèves et des marges de manœuvre qu'ont les enseignants sur ces activités. Ces marges de manœuvre tiennent à plusieurs facteurs imbriqués et nécessitent des incursions en mathématiques, en didactique des mathématiques, et aussi vers des éléments liés au métier d'enseignant et aux pratiques des enseignants, qui seront tous abordés dans ce cadre.
Mais cette approche reste évidemment très partielle, il manque notamment d'une part tout ce qui tient aux formations des pratiques et d'autre part tous les facteurs psychologiques (individuels ou non), affectifs, sociaux qui interviennent dans les processus d'apprentissage et d'enseignement. Il s'agit pour nous de donner aux formateurs une certaine vision de « l'état du monde » en ce qui concerne les formations et quelques éléments bibliographiques sur tous les sujets cités. A terme, il s'agit de permettre aux formateurs de trouver les diverses ressources disponibles et de les utiliser à bon escient : notamment de pouvoir au moins partiellement les situer dans des grands courants de pensée, les « critiquer » au sens large, les adopter et pouvoir les adapter à diverses formations.
Nous préciserons au début de la deuxième partie nos sources didactiques.

1) Les analyses de pratiques en classe : contenus mathématiques abordés, activités des élèves et déroulements des séances.

Le premier volet, abordé aux premier et deuxième trimestres, est donc centré sur les analyses de pratiques des enseignants de mathématiques en classe.
Ces analyses sont conçues pour étudier le couple {énoncé proposé aux élèves – activités des élèves au cours du déroulement en classe}. Le mot « énoncé » est à prendre au sens large de tâche, définie en relation avec les mathématiques : il peut s'agir d'un exercice, d'un cours de l'enseignant à écouter, ou d'une situation à aborder avec l'enseignant et la classe. Nous réservons le mot « activités » à tout ce que l'élève pense, dit, fait, écrit, et... ne fait pas.

a) Ce sont les activités potentielles des élèves qui organisent les analyses

L'objectif essentiel de ces analyses est de pouvoir étudier ce que les élèves ont à faire en mathématiques en classe : dans notre démarche, ces activités conditionnent les apprentissages et dépendent au moins en partie des pratiques des enseignants. Nos analyses ne nous donnent qu'un accès partiel à ces activités, évidemment en partie inaccessibles, souvent différentes d'un élève à l'autre. Il s'agit de reconstituer ce que les activités des élèves ont pu être, même si cela reste un peu virtuel, d'où le mot « potentielles » : tous les élèves n'entrent en même temps en activité, ils ne travaillent pas tous sur les mêmes choses ni à la même vitesse....
Ce sont encore les analyses de ces activités qui organisent éventuellement la question des alternatives possibles dans les choix des enseignants.

b) Ces activités sont analysées en fonction de dimensions liées aux apprentissages

Les activités des élèves sont analysées en fonction de grandes dimensions dont nous faisons l'hypothèse en didactique des mathématiques qu'elles peuvent influencer les apprentissages : dynamiques entre cours et exercices (contextualisation/décontextualisation), adaptations des connaissances (dont jeux de cadres), travail des élèves (mises en fonctionnement mathématiques, temps, formes, autonomie, initiatives).

Mais ces analyses nécessitent aussi de notre point de vue, pour reconstituer les activités, de décrire les déroulements des séances. On considère

- Les formes de travail des élèves,
- Les accompagnements de l'enseignant globalement et dans chaque phase *(analyse des discours)* :

- organisation globale : pour un exercice ou une activité, préparation du travail, rappels ou découpages en sous-tâches ou..., interventions en cours de travail, types d'échanges, corrections, synthèses, utilisation du tableau, nature des enrôlements individuels et collectifs, transitions.
- localement (dynamique fine) : pendant une activité des élèves, aides - relances, indications ou explications (à quel moment ?), questionnements, évaluations ou validations, encouragements.

On **reconstitue** ensuite autant que possible à partir de ce qui précède les activités qu'ont pu avoir à effectuer les élèves – en tout état de cause, on peut mettre en évidence les activités où l'autonomie des élèves est minimale (après toutes les interventions de l'enseignant sur la question) et celles où elle est maximale (avant, quand les élèves profitent même de tout petits temps de silence par exemple).

On s'intéresse à la nature des activités (applications, adaptations) et à leurs modalités (autonomes ou non). Par exemple, laisser les élèves autonomes sur une tâche demandant des adaptations revient à leur laisser prendre des initiatives…
On repère aussi ce qui est difficile pour les élèves ou source d'erreurs, éléments souvent marqués par des interventions de l'enseignant.

Côté professeur, on peut découvrir des imprévus, reconstituer l'importance du suivi du projet initial et des décisions qu'il amène à prendre, en relation avec les activités des élèves, leurs difficultés et leurs erreurs, reconnaître ce qui est vraisemblablement stable.

c) Restrictions : portée et limites de ces analyses

Les activités des élèves dépendent donc, dans ce que nous retenons, des contenus proposés par l'enseignant et du déroulement qu'il organise.
Mais le choix du déroulement et même le choix des contenus ne dépendent pas que des apprentissages des élèves. Ce déroulement est la résultante (stabilisée à partir de quelques années d'enseignement) de plusieurs composantes – objectifs d'apprentissages en fonction des programmes, des contraintes horaires globales et des objets mathématiques visés, scénario précis mis en place et improvisations pendant le déroulement, connaissances et représentations des mathématiques, expériences et représentation de leur enseignement et du rôle du professeur, représentation de l'apprentissage des élèves de la classe concernée, contraintes sociales qui pèsent sur l'enseignant dans son établissement, etc. Nous allons y revenir.

d) Ce que le formateur doit analyser et travailler

En définitive, chaque enseignant gère une certaine marge de manœuvre, qui n'est pas si large qu'on pourrait le croire naïvement. Pèsent sur cette liberté des contraintes institutionnelles, des contraintes liées à l'exercice même du métier qui met en jeu des élèves « réels » et des habitudes du milieu enseignant. Les choix de l'enseignant révèlent la cohérence interne de sa manière d'exercer son métier. Et on peut mieux comprendre pourquoi il est si problématique de modifier les choix d'un professeur alors qu'il a déjà sans doute optimisé ses pratiques compte tenu de tous les impossibles et des quelques possibles.

Cependant, pour un enseignant donné, dans une classe donnée, sur un contenu donné, un certain choix de ces activités existe encore même si de nombreuses contraintes de toutes sortes le restreignent beaucoup. Le travail sur ce choix, qui inclut à la fois les énoncés mathématiques et les déroulements, constitue pour nous un des enjeux des formations d'enseignants et donc des formations de formateurs. Il s'agit de faire travailler ces derniers sur les caractéristiques des pratiques liées à ces choix.

Ce programme de formation vient aussi de notre option de travailler sur des éléments rationnels des pratiques enseignantes.

2) La gestion des ressources et l'élargissement des regards

Les formateurs disposent d'un certain nombre de documents, les programmes et les instructions officielles, les manuels, la littérature professionnelle, les articles de recherches, les ouvrages de sociologie ou psychologie ayant un rapport avec l'enseignement ou l'apprentissage des mathématiques.

L'objectif que nous recherchons est double : il s'agit à la fois de rendre familier la recherche de ressources variées et d'amener les formateurs à pouvoir les lire, les décoder et en faire une exploitation critique.

3) Une familiarisation avec les formations d'enseignants

Là encore un double objectif nous anime : faire connaître les divers types de formation existantes, notamment par observation directe donnant lieu à des comptes-rendus, et connaître suffisamment d'éléments sur la formation des pratiques pour concevoir des scénarios de formation spécifiés à un type de public et de contenu. C'est un tel exercice de conception qui clôt la formation.

Dans la deuxième partie de ce texte nous allons présenter le premier volet de la formation (les outils d'analyses des pratiques et leur utilisation y compris pour analyser des vidéo et des formations) en 6 temps (chapitres 1 à 6) : nous exposons les connaissances ou les résultats que nous voulons transmettre, en indiquant nos objectifs, en résumant les contenus, et en donnant un exemple de séances possibles : à propos des mathématiques, à propos des pratiques, à propos des apprentissages, sur un thème mathématique particulier, à propos des analyses de vidéo et des formations.

IV Les progressions adoptées en 2002-2003, 2003-2004.

Nous décrivons de deux manières ces progressions, très proches au demeurant : séance par séance, avec quelques régularités de déroulement pour la première année, en suivant l'histoire racontée pour la deuxième année.

1) Un plan détaillé de la formation en 2002-2003

Première partie de la formation : mise en place des outils, observations de formations (ou travail bibliographique) et tournage individuel en classe.

Séance n°1 : A quoi peut servir une formation d'enseignants (quels compléments à une formation sur le terrain) ? Qu'est-ce qu'un formateur ? Les 5 premières minutes de la video dite « fétiche » (qui sera réutilisée plusieurs fois) : une première vision « naïve »...

Séance n°2 : Ce qu'on admet sur les pratiques d'enseignants, quelques hypothèses sur les formations (établissement d'une grille d'observation de séances de formation)

Séance n°3 : Des mathématiques (1)
Analyses d'énoncés (support : le théorème de Thalès) – cf. deuxième partie, chapitre 1

Séance n°4 : Des tâches prescrites aux activités des élèves – une première vidéo (centrée sur l'utilisation du tableau), régularités et diversités – cf. deuxième partie, chapitre 2

Séance n°5 : Un didacticien dans l'arène – où comment utiliser des éléments de didactique en classe, diversités entre enseignants, fréquentation des mathématiques (univers) organisée en classe – cf. troisième partie chapitre 2

Séance n°6 : Des mathématiques (2)

« Choses cachées », types de notions – cf. deuxième partie, chapitre 1

Séance n°7 : les analyses de vidéo – (1)
Etablissement de la grille utilisée par la suite, avec un travail de justifications des catégories – cf. deuxième partie, chapitre 5

Séance n°8 : les analyses de vidéo – (2)
Justifications (suite) - cf. deuxième partie, chapitre 5

Séance n°9 : Des alternatives dans les pratiques ; qu'est-ce que la didactique des mathématiques ; niveaux de conceptualisation ; composantes des pratiques

Séances n°10 et 11 : le métier de formateur – invités (cf. troisième partie chapitre 2)

Deuxième partie de la formation : analyses de vidéo par les participants

Chaque enseignant s'est filmé en classe pendant les trois premières semaines de Novembre et choisit 10 minutes de sa vidéo pour la montrer, l'analyser, en discuter.
Petit à petit, on dégage une problématique sur chaque vidéo, à partir des composantes des pratiques.

On étudie deux vidéo par séance, avec divers compléments (invités, biblio...)

De nombreux compléments à la première partie de la formation sont apportés lors de cette deuxième partie, à l'occasion d'une vidéo et en lien avec une problématique ainsi mise en évidence – par exemple, sur la démonstration, sur les problèmes d'introduction, de recherche, transversaux, ZEP, classes d'insertion, programmes scolaires, travail en petits groupes, utilisation des TICE en classe.

Troisième partie de la formation : exposés - bibliographie et observations de formation

Chaque mémoire est exposé (4 sur des observations de formation, 5 sur des ouvrages de référence, un sur une carte des formations, un sur des ressources professionnelles)

Quatrième partie de la formation : conception et exposition des scénario de formation

Il y a trois séances de travail autonome par petits groupes de 4 participants en moyenne, précédées de plusieurs moments pris dans des séances précédentes.

Soutenances publiques (invités) des scénarios (elles font partie de l'enseignement)

Bilans, discussion sur la formation

2) La formation 2003-2004, racontée comme une histoire

a) Premier trimestre : l'histoire que nous racontons tout au long des séances ou comment un puzzle finit par se reconstruire...

Séance n°1 : les analyses d'énoncés permettent de repérer pour un énoncé donné la (les) activités des élèves[27] qu'il pourrait déclencher, ainsi que celles qui n'auront sans doute pas lieu. Si dans un exercice les étapes sont indiquées, les élèves n'en auront pas la charge et il n'y aura pas trace de cette activité dans ce qu'ils vont faire.
En creux de ces analyses il y a des hypothèses admises sur les caractéristiques (variables) pouvant influencer les activités et les apprentissages. Nous n'avons en revanche aucune hypothèse permettant des prévisions d'apprentissage, seulement des hypothèses extrêmes du style « si quelque chose n'a jamais lieu, les apprentissages correspondants seront plus rares ».

Séance n°2 : mais ça ne suffit pas ! Les renseignements ainsi obtenus ne suffisent pas à avoir une idée des activités potentielles des élèves, celles qu'ils peuvent effectivement avoir en classe : seule la prise en compte du déroulement (ici ce sera par l'intermédiaire de vidéo) permet de préciser ce que peut provoquer un énoncé, compte tenu des formes de travail et des accompagnements de l'enseignant. En creux, il y a encore ces hypothèses admises sur les caractéristiques (variables) pouvant influencer les activités et les apprentissages
Qu'en conclure ? C'est encore insuffisant !

Nous pouvons dire, à ce stade et compte tenu de nos hypothèses sur les pratiques individuelles et collectives :
a) pour un professeur donné, la stabilité des pratiques implique la pertinence d'une étude limitée. Mais il manque les interprétations. Y avait-il des alternatives ?
b) Ce problème ne peut être abordé sans tenir compte d'un deuxième élément : pour les professeurs (au moins par grands sous-groupes), il existe des conditions et des contraintes communes qui restreignent les marges de manœuvre : programmes, institution, habitudes des gens du métier, conséquences de connaissances plus ou moins en actes des apprentissages scolaires et des différents environnements sociaux à prendre en compte. Elles sont à l'origine de choix globaux (genres) très stables, à l'intérieur desquels peuvent se développer des styles et des alternatives.

Séance n°3 : Des inférences
a) En formation : on développe l'importance de comprendre les contraintes, de repérer ce qui est impossible, ce qui est variable d'un enseignant à l'autre et ce qui organise les pratiques individuelles (cohérences).
On présente des hypothèses très diverses sur les formations, encore peu testées, travail sur des variables et une grille d'observation.
b) L'exemple des ZEP : résultats de recherches (cf. annexe).

Séances n°4 et 5 : des connaissances sur les mathématiques – on aborde différents niveaux d'organisation à partir des programmes, le côté des élèves.

Séances n°6 et 7 : on se place côté recherches. On donne des résultats de recherches sur la stabilité des pratiques (vidéo), les diversités et les genres.
Est faite une information sur la didactique des mathématiques, le problème des interfaçages (recherches/formateurs/enseignants) – exceptionnellement, le chapitre sur la didactique des mathématiques est développé dans la troisième partie.

Séance n°8 : Des mathématiques à nouveau ! Un exposé sur l'enseignement de l'algèbre élémentaire au collège est proposé, à partir de sources diverses.

[27] ce qu'ils pensent, disent et font.

Séance n°9 : A propos des connaissances et du métier de formateurs, des formateurs sont invités et on discute des fiches de lecture et de leur position dans ce puzzle du premier trimestre.

Séances n°10 : grille d'analyse des vidéo (vidéo) est proposée. A partir d'une vidéo, elle est reprise, des éclaircissements et des justifications sont donnés.

Deuxième et troisième trimestres : les trois derniers « temps ».

Présentations des analyses des vidéo autofilmées par les participants (2 vidéo sont présentées par séance, présentation d'une dizaine de minutes de chaque vidéo), puis on passe aux analyses de vidéo avec analyse de tâches préalable, puis on tente un travail d'élaboration d'une problématique à accrocher à la vidéo.
Une discussion et des mises au point (compléments) sont faits à chaque fois.
Observations de formation et biblio : les restitutions commencent à la deuxième moitié du deuxième trimestre.
Le travail de conception d'un scénario de formation et les soutenances (collectives !), ainsi que le bilan occupent le troisième trimestre.

Deuxième partie : contenus et modalités de la formation de formateurs

Introduction : sur les choix des contenus de formation
Chapitre 1 Où il est question de mathématiques
Chapitre 2 Sur les pratiques des enseignants de mathématiques : hypothèses, recherches, résultats, conséquences
Chapitre 3 Activités des élèves, apprentissages
Chapitre 4 Formations des enseignants et scénarios de formation d'enseignants
Chapitre 5 Les analyses de vidéo
Chapitre 6 L'exemple de l'enseignement de l'algèbre au collège

Dans chaque chapitre on présente l'ensemble des séances sur le thème proposé, même si cela a été travaillé dans des séances séparées dans le temps, en organisant le texte à partir des modalités adoptées dans les séances, qui ne sont cependant pas reprécisées au fur et à mesure du texte.
Une grande diversité règne cependant car les différents thèmes ne sont pas abordés de la même manière. Les chapitres 2, 3 et 4 sont organisés presque comme un cours, même s'ils ont donné lieu à des activités qui ne sont que signalées, alors que les chapitres 1, 5 et 6 restituent davantage les activités qui ont présidé à la présentation des thèmes correspondant.
Des bibliographies complètent le cas échéant celles qui sont présentées ci-dessous, plus générales. Des annexes permettent souvent de compléter ces informations.

Rappel des principales références
Un ouvrage

LATTUATI M., ROBERT A., PENNINCKX J. (1999) *L'enseignement des mathématiques au lycée, un point de vue didactique*, Ellipses.

Des articles dans des revues pour enseignants

ROBERT A. ET ROGALSKI M. (2002) Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices – le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion en classe, *Petit x n°60*, 6-25

ROBERT A. (2003) Tâches mathématiques et activités des élèves : une discussion sur le jeu des adaptations individuelles introduites au démarrage des exercices cherchés en classe P*etit x n°62*, 61-71.

ROBERT A. (2003) Un point de vue sur les spécificités du travail géométrique des élèves à partir de la quatrième : l'organisation des connaissances en niveaux de conceptualisation *Petit x n°63 pp7-29*

ROBERT A. ET ROGALSKI M. (2004) Problèmes et activités d'introduction, problèmes transversaux et problèmes de recherche au lycée *Repères IREM n°54 77-103*

Des documents pour la formation des enseignants (publiés sous forme de cahiers par l'IREM de Paris 7, Université Denis Diderot)
N° 2 : analyses de vidéo, livret d'accompagnement
N°3 : des analyses d'une séance de classe aux analyses de pratiques : perspectives en formation
N°4 : scénarios de formation des enseignants de mathématiques du second degré, un zoom sur l'utilisation de vidéo ; un exemple.

Introduction : sur les choix des contenus de formation.

Dans cette introduction nous complétons ce que nous avons déjà indiqué en le justifiant en partie.

I Des différences entre formation de formateurs et formation de chercheur.

Lors d'une formation à la recherche, les choix des contenus à présenter sont assez simples : tout est bon, dans la mesure où il s'agit d'apprendre à questionner la réalité à étudier en se plaçant dans un cadre théorique rendant légitime la démarche de recherche. Toute recherche en didactique sert ce projet. Connaître les découpages de la réalité utilisés en didactique, reconnaître les différents cadres théoriques proposés, savoir poser une problématique et choisir une méthodologie adaptée sont les objectifs prioritaires de la formation.
Seulement si les expériences, notamment en classe, sont partie prenante de la recherche, leurs résultats ne sont pas toujours en relation directe avec l'enseignement même si la classe reste le terrain privilégié des expérimentations. Ainsi le champ de la didactique ne couvre pas le champ des interrogations des enseignants, de même que le temps de la recherche n'est pas celui de l'enseignant : on peut rester cinq ans sur une expérience partielle de quelques mois dans une seule classe...

La recherche n'a pas prétention à dire « ce qu'il faudrait faire », ne serait-ce que parce qu'une telle question n'a pas beaucoup de sens ! Les chercheurs ont davantage des objectifs de compréhension, d'interprétation, de mise en évidence de régularités (que ce soit des variations ou des constantes) de ce qui se passe dans l'enseignement des mathématiques, à différentes échelles d'ailleurs. En revanche (et de ce fait) leurs résultats peuvent être assez éloignés de ce qui sert à un enseignant : soit parce que l'échelle des phénomènes étudiés dépasse celle du quotidien et de la classe, soit parce que la traduction des acquis n'est pas évidente, soit parce leur validité et leur portée sont limitées (voire inconnues), soit parce que les conditions des expériences sont très spécifiques et non généralisables.

Du coup un certain travail de transformation des recherches peut s'avérer nécessaire pour en faire « profiter » les enseignants : c'est précisément aux formateurs que nous dévoluons ce travail, nous y reviendrons.

II Quelles transpositions des recherches en didactique dans notre formation de formateurs ?

On peut a priori distinguer plusieurs modes de transposition des recherches[1] : cela dépend et des contenus à transmettre et des publics (c'est à dire des objectifs et des modalités de la transmission).

Très généralement en mathématiques, les transpositions des savoirs à enseigner aux élèves scolarisés sont organisées depuis longtemps par l'institution, grâce aux programmes notamment. Il y a une grande distance entre les savoirs en cours de constitution tels qu'ils apparaissent dans les recherches et les savoirs enseignés, même si certaines évolutions des programmes peuvent s'expliquer en partie par des évolutions des recherches[2] et aussi des

[1] Transformation de savoirs en savoirs à enseigner (cf. Verret, Chevallard).
[2] Le développement des mathématiques dites appliquées et le dépassement du point de vue bourbakiste, la généralisation de l'utilisation des ordinateurs en recherche en mathématiques seraient peut-être à citer ici.

technologies. Des recherches en didactique ont toutefois indiqué que chaque enseignant dans sa classe s'empare des programmes à sa façon et leur imprime sa propre transposition, évidemment limitée.

Lorsqu'il s'agit des recherches sur l'enseignement (des mathématiques), beaucoup plus récentes au demeurant, la cible d'éventuelles transpositions se déplace vers les (futurs) enseignants et le mode de transmission passe de l'enseignement à la formation[3]. Or ces recherches n'établissent pas de théorèmes mais pointent des régularités[4], partielles, dont on connaît souvent mal les limites, quelquefois fragiles, dont le champ ne coïncide pas nécessairement avec ce qui intéresse directement les enseignants. On comprend alors que, comme des recherches en didactique[5] l'ont déjà montré, les enseignants s'en emparent assez peu, même en formation initiale[6]. Outre la non-coïncidence entre les résultats des recherches et les (besoins de) pratiques directes des enseignants, plusieurs autres dimensions interviennent dans ce phénomène, dont certaines ont été déjà énumérées dans Robert (2001) dans le cas de propositions de séances d'enseignement « nouvelles » testées expérimentalement :

- l'échelle des recherches – trop peu de séances concernées sur une même année scolaire,
- le travail de mise au point de l'enseignant avant les séances, souvent important, avec des décalages éventuels par rapport aux programmes et beaucoup d'implicites à décoder (sur l'esprit et non la lettre des séances),
- le changement de contrat trop important par rapport aux habitudes, qui nécessite d'être mis en place pendant un certain temps,
- le temps « perdu » pendant les séances (il y a souvent un important travail autonome des élèves),
- la tension nécessaire à la gestion des séances – les élèves peuvent résister, ils peuvent avoir du mal à passer d'un travail autonome aux corrections,
- la difficulté de savoir si l'essentiel de ce qui était visé par le concepteur est « passé »
- la difficulté d'évaluer les résultats des séances sur les élèves...

Ceci dit, on peut vraisemblablement aussi mettre en cause la transposition qui en est faite et la formation correspondante, notamment en ce qui concerne « la lettre et l'esprit ».
Nous admettons à ce sujet une première hypothèse générale, une sorte de préalable à n'importe quelle formation, à savoir que les modalités de la transmission sont partie prenante de cette transmission et nécessitent un travail spécifique du formateur. La manière dont l'enseignant de math aborde les contenus et fait travailler les élèves a une influence sur leur apprentissage ; de manière analogue, et peut-être même encore plus marquée car il s'agit de pratiques, les modalités des formations d'enseignants ou de formateurs ont un impact sur ces formations[7]. Il peut donc y avoir une certaine récursivité (récurrence) des transpositions correspondantes : c'est ce que Kuzniak a pointé dans sa thèse (1994) en évoquant l'homologie (et la transposition). Il s'agirait de concilier l'idée banale du « c'est en forgeant qu'on devient forgeron » avec la transmission de pratiques pouvant être en partie renouvelées, en partie référées à des éléments théoriques...

[3] Ce mot indique une composante professionnelle, ici liée aux pratiques enseignantes.
[4] Entre enseignement et apprentissages d'un contenu mathématique
[5] Bolon, Roditi, Vergnes
[6] Masselot
[7] Cela nous interpelle pour l'agrégation interne, dont nous pensons qu'elle pourrait avoir beaucoup plus d'impact sur les pratiques si une épreuve d'oral permettait une préparation en relation avec les pratiques.

Cas particulier des modalités à considérer de manière spéciale : le temps de la formation. Notre seconde hypothèse préalable est ainsi qu'une certaine durée est indispensable à la réussite d'une formation. C'est une des raisons qui nous a amenés à concevoir une formation de formateurs, une des seules formations professionnelles qui pouvait être longue.

Nous admettons une troisième hypothèse préalable : c'est que le domaine des pratiques enseignantes n'est pas seulement du ressort privé, individuel, et qu'il n'est pas exclu que certaines (trans)formations ne puissent se faire que collectivement, peut-être grâce à l'impulsion de formateurs.

Enfin, certains « principes » nous guident, liés au public constitué d'adultes travaillant déjà : la possibilité de ménager très régulièrement des activités réelles[8] aux participants dans le temps de la formation et le respect d'une certaine proximité avec l'expérience professionnelle des participants. On pourrait parler de deux hypothèses supplémentaires, précisant ce qui a déjà été énoncé pour les scénarios des séances (première hypothèse). Ce qui suit est spécifié à la formation de formateurs.
La nécessité de concevoir des activités réelles guide en particulier les choix des contenus abordés dans la formation ainsi que celui de l'ordre adopté globalement et dans chaque séance : elle amène notamment à renoncer pour certains contenus à une exposition magistrale au bénéfice d'un travail « en spirale », contextualisé au début, progressif et répété, qui peut occuper plusieurs séances non nécessairement consécutives. Plusieurs formes de travail complémentaires sont mobilisées. De véritables TP sont organisés dans les séances d'analyses de vidéo de chaque participant, permettant un exercice oral individuel sur les analyses de pratiques. Le passage à l'écrit est aussi utilisé, notamment par l'intermédiaire de productions de résumés ou de synthèses, individuels ou non. Un travail collectif (en petits groupes) de conception de scénarios de formation termine l'année. On comprend le caractère indispensable de la durée dans ce type de scénario.
Le respect d'une certaine proximité amène à choisir des entrées dans les formations ayant un accrochage possible assez proche avec l'expérience des participants - proximité en amont - et du même coup une perspective de réinvestissement (professionnel) pas trop éloignée, pas trop coûteuse, pas trop globale : proximité en aval. Ceci vaudrait pour former des enseignants ou des formateurs, c'est le réinvestissement qui change. C'est une autre raison qui nous a amenés à concevoir une formation de formateurs, ces derniers occupant une position intermédiaire entre les enseignants et les chercheurs : il nous paraissait trop difficile de produire, sans être insérés directement dans le milieu enseignant, des séances qui soient adéquates en termes de proximité, compte tenu de plus des limites drastiques de temps imposées par l'institution.

Revenons à notre formation de formateurs et à nos choix.
En termes de contenus, peuvent être concernés, à partir des recherches en didactique[9], à la fois

- des outils d'analyse des tâches et énoncés à proposer aux élèves, relativement indépendants du reste - au moins en apparence -,
- des analyses plus globales des contenus mathématiques à enseigner, à partir des programmes, manuels, instructions officielles et des ressources épistémologiques,
- des analyses de difficultés d'élèves,

[8] Dans lesquelles ils s'investissent et grâce auxquelles ils acquièrent des connaissances ! Les enseignants en formation ont assez peu de temps en dehors des séances, n'ayant aucune décharge, et nous essayons que ces séances soient des lieux d'acquisition. Le travail en dehors des séances est davantage conçu comme un travail de documentation complémentaire.
[9] Un chapitre entier est consacré à un exposé sur ces recherches en dernière partie. Nous en citons « à l'avance » certaines.

- des propositions de séquences (ingénieries),
- des démarches d'appréhension des pratiques enseignantes,
- des résultats sur ces pratiques (en terme de régularités et de variabilité notamment)
- et quelques hypothèses sur la formation des pratiques.

Si de surcroît on veut justifier ces outils, tout un cadrage théorique et un découpage de la réalité étudiée sont nécessaires : théories de l'apprentissage et théories de l'activité, voire théories des Situations et théories anthropologiques, sont en effet convoquées et spécifiées par les didacticiens. Les tenants des deux dernières théories citées proposent des modèles plus ou moins globaux des réalités à étudier.

Si enfin on veut restituer le caractère partiel de ces contenus et préciser leur insertion dans d'autres recherches sur l'école[10], il devient nécessaire de faire des incursions « ailleurs » - certains exposés bibliographiques pouvant amorcer le processus.

Mais sont aussi concernées les idées fortes déjà évoquées sur la dépendance des contenus à enseigner et des déroulements des enseignements et nous devons trouver des moyens (modalités) de transposition qui mettent en œuvre dans la formation ce type de dépendance.

Parmi tout cela, il faut choisir des contenus à transposer, un ordre dans les séances qui ne va pas nécessairement du général au particulier ni du théorique au concret, qui puisse aller par exemple du familier au générique, des cadrages didactiques qui s'adaptent au public formateur et permettent des transpositions ultérieures en direction des enseignants et des modalités de déroulement adéquates, « mettant en scène » la dépendance contenus/déroulements.

Il y a sans nul doute plusieurs choix possibles, nous en avons fait un qui est à l'origine du texte que nous présentons ici.
Ainsi, alors que les cadres théoriques « majoritaires » dans les recherches actuelles, comme cela sera précisé plus loin, sont la théorie anthropologique (Chevallard) et la théorie des situations (Brousseau) –les emprunts théoriques du DU se limitent en grande partie à un troisième cadre, plus lié aux sujets réels (non génériques), ne cherchant pas contrairement aux autres à produire des modèles, inspiré des travaux de Vergnaud notamment. De plus, un nouveau courant cherche à se développer, que nous n'avons pas évoqué du tout : celui de la didactique comparée, qui tente de définir ce qui serait spécifique à une discipline donnée et ce qui serait générique – valable pour tous les champs (Mercier et al.).

Ceci dit, nous avons regroupé linéairement les contenus en grands chapitres – cela respecte l'ordre des premières séances mais pas les déroulements ultérieurs tels qu'ils ont eu lieu, cela répond cependant à l'exigence de clarté minimale de l'écrit. S'il y a lieu, nous indiquons les modalités des séances correspondantes.
Selon les chapitres, les recherches qui sont à l'origine des transpositions effectuées dans les cours et leur exposition sont très diverses : nous avons pris le parti de ne pas séparer dans le texte l'exposé des recherches du reste lorsque les séances comprennent effectivement cet exposé. Sinon nous indiquons les références utiles. Nous aurions pu adopter un autre ordre, par exemple en commençant par l'exposé des recherches les plus « utiles » à notre propos – sur les pratiques enseignantes : au contraire nous avons voulu garder quelques traces même à

[10] D'autres parties de la formation (master) sont explicitement prévues à ce sujet, ce qui n'empêche pas de faire intervenir déjà une certaine organisation des champs de recherches.

l'écrit du grand désordre apparent de la formation, désordre volontaire qui a été conçu pour essayer de respecter les principes ci-dessus !

Nous commençons par les analyses d'énoncés mathématiques, ce qui marque au moins deux choses : l'importance accordée aux contenus, et le choix d'un chapitre assez proche des participants pour amorcer la formation.
Nous donnons donc des outils d'analyses, locaux (analyses d'énoncés) et, dans un deuxième temps, plus globaux (analyses de domaines mathématiques). Ces outils ne sont pas empruntés à la théorie anthropologique[11] mais il n'y a aucune contradiction, plutôt des visées complémentaires. Les « tâches » de cette théorie, combinées avec les techniques (méthodes[12]) et technologies (démonstrations faisant partie d'une progression mathématique choisie[13]) servent à décrire de manière exhaustive les potentialités mathématiques d'un chapitre donné, et à comparer les différents choix faits dans les manuels ou les cours ; dans notre approche les analyses de tâches servent à restituer les activités effectivement proposées aux élèves, par une première analyse a priori qui est ensuite comparée à ce qui se passe pendant la résolution en classe. Les analyses globales diffèrent aussi, la dimension écologique permettant notamment de restituer certaines régularités du système d'enseignement que nous n'avons pas choisi d'exposer, sauf contextualisées sur un exemple (la racine carrée en l'occurrence). En revanche nos outils s'intègrent bien dans les analyses de la Dialectique Outil/Objet, simplement ils sont complétés pour s'adapter facilement au lycée et au collège et à des séances ordinaires.
Nous avons dissymétrisé les rôles des élèves et de l'enseignant contrairement aux analyses de la Théorie des Situations, ce qui nous amène à proposer ensuite deux chapitres distincts sur les pratiques des enseignants (recherches : hypothèses, démarches, résultats) et les activités et apprentissages des élèves (résultats de recherches). Là encore il n'y pas de contradiction avec la théorie, ce choix, qui correspond à la démarche pragmatique et non modélisatrice adoptée dans les recherches que nous transposons, nous a semblé correspondre aux expériences des participants et peut-être à leurs futurs besoins : par exemple bien des interrogations actuelles tiennent à des différences entre les élèves, considérés comme des sujets distincts ; chaque enseignant à former se présente d'abord comme sujet, et le formateur aura à tenir compte de la composante personnelle des pratiques de chaque enseignant. Or le caractère générique des élèves (et des enseignants) de la Théorie des Situations, s'il permet d'analyser et de comprendre à fond et en détail des déroulements de séances, en ne faisant intervenir que les régulations et les différents milieux ainsi introduits par l'enseignant pour expliquer le travail « des élèves » et leurs apprentissages, ne permet en revanche ni d'inscrire l'hétérogénéité des élèves comme facteur d'échec ni d'inscrire la diversité des déroulements comme déterminant de ces apprentissages. On peut retenir toutefois la possibilité qu'offre la Théorie de mettre en évidence des contraintes internes fortes, invisibles, qui existent dès qu'un choix de scénario est fait par un enseignant.
Nous n'avons pas non plus transposé de recherches inspirées des théories anthropologiques sur l'enseignant (praxéologie didactique), cela tient là encore au caractère très général de ces recherches (pour dire les choses très vite).
Le quatrième chapitre est moins inspiré de recherches et présente plutôt un état des lieux des formations et des hypothèses encore peu étayées sur la formation des pratiques. Il sera complété en dernière partie par un chapitre encore prospectif sur l'utilisation de vidéo en formation justement et par des considérations sur le travail des formateurs.
Le cinquième chapitre présente, un peu comme une synthèse de ce qui précède, une méthodologie d'analyse des pratiques en classe : l'analyse de vidéo. Ces analyses permettent

[11] Praxéologie mathématique
[12] Pour aller très vite !
[13] Idem !

de mettre en fonctionnement à la fois les analyses mathématiques et les analyses de déroulement de séances, introduites à cet endroit-là, pour décrire et essayer de comprendre des pratiques d'enseignant en classe. Elles débouchent sur l'important travail de recherches d'alternatives. Elles donnent lieu à de nombreuses activités en formation de formateurs.
Enfin le dernier chapitre présente une transposition de l'état des recherches sur l'algèbre, autre forme de synthèse faisant intervenir des analyses de contenus, des difficultés des élèves et des propositions d'ingénierie. C'est un exemple qui pourra changer (fonctions serait un autre thème intéressant).

Chapitre 1 : à propos de mathématiques

L'objectif des séances organisées autour des mathématiques est de donner du relief aux différentes notions enseignées en relation avec les activités mathématiques des élèves.

On travaille successivement sur les énoncés proposés aux élèves (I), sur les notions mathématiques des programmes (II2), sur une vision transversale des programmes (III).

Des compléments utiles se trouvent dans Robert et al. (Ellipse) et Robert (Petit x n°63).

I Sur la diversité des énoncés proposés aux élèves et l'importance de les analyser.

Il s'agit de disposer d'outils d'analyse pour étudier les énoncés des tâches mathématiques proposées aux élèves en relation avec les activités qu'elles peuvent provoquer, sans même encore prendre en compte le déroulement en classe.
On va aborder successivement les notions de disponibilité et de niveaux de mises en fonctionnement d'un théorème, en dégageant pour terminer une synthèse des adaptations que nous retenons pour classer différentes activités possibles des élèves à partir d'une même propriété (théorème, définition, règle, méthode...).
Nous présentons les activités proposées aux participants. Nous avons choisi des exercices portant sur le théorème de Thalès, bien d'autres choix sont possibles !

1) Une activité préliminaire proposée aux participants : vers la disponibilité de notions.

a) Première étape : recherche d'un exercice avec l'attention portée sur les activités mathématiques

On distribue aux participants, regroupés en petits groupes de travail, les 6 énoncés suivants, avec la consigne : *résoudre l'exercice ci-joint en étant attentif aux activités mathématiques qui sont provoquées*. Une dizaine de minutes permet au moins de bien entrer dans l'exercice.

Enoncé 1 (resp. 1bis).
Soient ABCD un parallélogramme, M un point quelconque de (AD), N le symétrique de A par rapport à M, P le point d'intersection de (CM) et (BN).
Etudier le point d'intersection de la droite (AP) et du côté (BC) [*resp. et du côté (DC)]*.
Quel est le lieu de P lorsque M décrit (AD) ?

Enoncé 2.
Soient ABCD un parallélogramme, M un point quelconque de (AD), N le symétrique de A par rapport à M, P le point d'intersection de (CM) et (BN).
Quel est le lieu de P lorsque M décrit (AD) ?

Enoncé 3.
Soient ABCD un parallélogramme, M un point quelconque de (AD), N le symétrique de A par rapport à M, P le point d'intersection de (CM) et (BN).
Etudier la droite (AP).
Quel est le lieu de P lorsque M décrit (AD) ?

Enoncé 4 (resp. 4 bis).

Soient ABCD un parallélogramme, M un point quelconque de (AD), N le symétrique de A par rapport à M, P le point d'intersection de (CM) et (BN).
Montrer que la droite (AP) coupe (BC) en un point I tel que C est le milieu de [BI] *(resp. coupe [DC] en son milieu]*.
Quel est le lieu de P lorsque M décrit (AD) ?

Correction succincte :
La droite (AP) coupe (BC) en J et (DC) en I.
On applique le théorème de Thalès dans les triangles APM et PCJ puis PMN et PBC.
On obtient les égalités de rapports $\frac{AM}{CJ} = \frac{PM}{PC} = \frac{MN}{BC}$
Comme M est le milieu de [AN], l'égalité AM = MN implique l'égalité CJ = BC.
Il en résulte que J est fixe, C est le milieu de [BJ], de même I est le milieu de [DC].

Réciproquement on montre qu'un point quelconque de (AJ) est un point P sauf J, exclu, et A qui convient mais qu'il faut traiter à part directement.

Par suite le lieu cherché est la droite (AJ), J exclu.

b) Deuxième étape : une mise en commun qui permet de mettre en évidence des différences d'activités selon les énoncés.

A l'issue du travail précédent, on distribue à chacun l'ensemble des énoncés, on corrige rapidement l'exercice (c'est la même correction pour tous !) et on écoute les bilans de chaque petit groupe

Cette mise en commun des diverses recherches et résolutions illustre bien qu'un même exercice ne provoque pas les mêmes activités selon l'énoncé précis qui est proposé.
Par exemple, l'énoncé 2 demande une phase préliminaire de conjectures et amène souvent pour cela à tracer (ou faire tracer) quelques figures, voire quelques cas particuliers. Toutefois ces expériences ne mettent pas nécessairement sur la voie du choix d'un bon intermédiaire à introduire pour faire la démonstration. Elles peuvent néanmoins faciliter le travail de réciproque grâce à la familiarité avec la figure créée par les constructions préliminaires.
L'énoncé 3 exige d'introduire et de nommer un point intermédiaire mais il est plus facile à deviner grâce à l'indication.
Les énoncés 4 et 4bis en revanche ne laissent plus qu'à chercher un bon outil pour démontrer la propriété annoncée. Il reste à appliquer deux fois le théorème, de manière non indépendante, dans des configurations qui dépendent du cas de figure.
Un changement de point de vue échappe aux participants, qui, pourtant, peut gêner les élèves : c'est la traduction de « N symétrique de M par rapport à A » en « A milieu de [MN] ».
Enfin, la réciproque peut se faire soit directement, en partant d'un point quelconque de (AP) soit par l'absurde.

c) Bilan : disponibilité du théorème de Thalès.

Ce travail permet d'avancer sur trois plans.
Il illustre d'abord la diversité des activités mathématiques et rappelle les détours éventuels qui accompagnent la recherche.
De plus, il montre l'étroite relation entre l'énoncé et ces activités, même si l'exercice est le même.

Enfin, quel que soit l'énoncé, le théorème de Thalès est utilisé sans avoir été annoncé – l'exercice est proposé hors de tout contexte. Nous qualifions une telle mise en fonctionnement d'un théorème, qui nécessite de trouver d'abord quel est le théorème qui est à utiliser, de « disponible ». Cela signifie que ce théorème est disponible pour ceux qui y ont pensé mais cela veut aussi dire que cet exercice permet peut-être de rendre le théorème disponible pour ceux qui sont en cours d'apprentissage : ils auront à chercher le théorème comme un outil adéquat. Nous dirons aussi que le niveau de mise en fonctionnement du théorème dans cet exercice est du type « disponible ».

2) Travail des participants sur les adaptations du théorème de Thalès

Les exercices qui suivent mettent explicitement en jeu le théorème de Thalès mais les utilisations en sont différentes et notre objectif est de classer ces différences, en terme d'adaptations.

a) Première étape : travail sur plusieurs énoncés mettant en jeu le théorème de Thalès

On distribue aux participants, regroupés en petits groupes de travail, les énoncés suivants, avec la consigne : *résoudre l'exercice ci-joint en étant attentif aux modalités d'application du théorème de Thalès*. Une demi-heure permet de bien entrer dans les exercices.

Exercice 1
Soit OAB un triangle, C un point de [OA], D un point de [OB] tels que les droites (CD) et (AB) sont parallèles. On suppose que OC = 4, OD = 3, CA = 6.
Montrer que OB = 15/2
Calculer DB.

Exercice 2
On donne un triangle ACG, E un point de [CG], B un point de [AC], D un point de [AE] tel que (BD) est parallèle à (CE). On appelle F le point d'intersection de (BD) et (AG).
Montrer que

$$\frac{BD}{DF} = \frac{CE}{EG}$$

Exercice 3
ABCD est un quadrilatère. La parallèle à (BC) menée par D coupe (AC) en E. La parallèle à (AD) menée par C coupe (BD) en F. Montrer que les droites (EF) et (AB) sont parallèles.

Exercice 4
Soit ACE un triangle, B et D deux points appartenant respectivement à [AC] et [AE].
On suppose que (BD) et (CE) sont parallèles. On appelle F le point d'intersection de (BE) et (CD).
La droite (AF) coupe [BD] en I et [CE] en J. Montrer que I et J sont les milieux de [BD] et [CE].

Exercice 5
a) Soit ABC un triangle, I le pied de la bissectrice intérieur issue de A sur [BC].
Montrer que $\frac{IB}{IC} = \frac{AB}{AC}$.
Y a-t-il des prolongements à cet énoncé ?

b) Deuxième étape : corrections et mise en évidence de diverses adaptations du théorème.

Dans tous les exercices la figure est à faire. Nous verrons plus loin toutefois que cette première activité change beaucoup selon ce que l'enseignant en dit ou non au démarrage.

Dans l'exercice 1, c'est une application immédiate du théorème qui permet d'écrire l'égalité de rapports $\frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB}$. Un calcul numérico/algébrique permet de calculer OB puis DB par soustraction.
Notons un implicite : une unité de longueur est supposée donnée, la figure pourrait être tracée en vraie grandeur ce qui permettrait un contrôle a posteriori.
Pour en dire plus, il faut connaître davantage le niveau scolaire concerné : pour des élèves de quatrième, par exemple, l'application demandée amène à reconnaître les lettres à utiliser, qui ne sont peut-être pas celles du cours ; nous n'y reviendrons pas mais cette question peut se poser à chaque fois. De plus un tel calcul n'est pas encore automatique.
En revanche, au lycée un tel exercice représente ce que nous appelons *une application simple et isolée d'un théorème* : il n'y a qu'à remplacer des données générales par des données du contexte, aucune autre propriété mathématique n'est à utiliser (si ce n'est des connaissances anciennes réputées acquises).

Dans l'exercice 2, on utilise deux fois dans la même configuration le théorème de Thalès : on obtient $\frac{BD}{CE} = \frac{DF}{EG}$, grâce à la transitivité de l'égalité, à partir des deux suites d'égalité de rapports : $\frac{BD}{CE} = \frac{AD}{AE} et \frac{BD}{CE} = \frac{DF}{EG}$.
Un travail algébrique sur l'égalité entre le premier et le troisième rapport permet de conclure.

Ici on doit reconnaître une application répétée du théorème, et faire un calcul de type algébrique sur des longueurs considérées comme des nombres généralisés : c'est ce que nous appelons *une adaptation du théorème de Thalès. L'application n'est pas isolée* – du moins si le calcul algébrique n'est pas encore automatique et représente un changement de cadre à considérer pour les élèves : encore une fois ces analyses sont relatives à un niveau scolaire donné.
Elle n'est pas simple car on doit appliquer deux fois le théorème et de manière non indépendante.

Dans l'exercice 3, il faut reconnaître les configurations où appliquer le théorème puis la réciproque : c'est une adaptation que nous mettons sous l'étiquette générale de « *reconnaissance des modalités d'application d'un théorème*». Une autre spécificité de l'exercice est la nécessité de nommer un point : automatique chez certains élèves, cette activité représente un *intermédiaire* à prendre en compte chez les autres. Deux applications du théorème dans deux configurations différentes sont à mettre en œuvre, puis un calcul sur des longueurs mettant en jeu la transitivité permet d'appliquer la réciproque du théorème de Thalès. Il y a donc *plusieurs étapes* à introduire soi-même. Cette adaptation n'est pas simple, et selon les élèves elle est ou non isolée (cf. exercice 2).

Dans l'exercice 4, l'application du théorème de Thalès n'est pas simple : des étapes à reconstituer soi-même amènent à l'utiliser 4 fois, dans des configurations différentes qui sont à reconnaître, avec un calcul algébrique qui amène à la résolution de $x^2 = 1$ (x étant un rapport de longueurs positif), au milieu d'un problème géométrique. Il y a là un *changement de cadres* qui fait de cet exercice une *application non isolée* du théorème (et évidemment non simple).

L'exercice 5 enfin, présente le cas d'une *construction intermédiaire à faire seul ainsi que l'utilisation de propriétés plus ou moins anciennes des droites parallèles et bissectrices.* En fait il y a *un petit choix de méthodes*, puisque 4 constructions intermédiaires sont possibles (mais équivalentes pour la résolution).

3) Bilan : Analyse de tâches à partir d'énoncés

Toutes ces analyses sont relatives à un niveau scolaire donné, un programme donné, une classe donnée, nous y insistons ! Elles ont pour ambition de renseigner sur les activités potentielles des élèves, pour comparer ce qui est attendu avec ce qui se passe en classe et permettre de saisir, soit des adaptations imprévues, soit des modifications dues au déroulement. Cela renseigne donc sur les activités des élèves et en conséquence, sur leurs apprentissages.

a) Les énoncés proposés aux élèves portent sur des connaissances qui peuvent être **anciennes ou en cours d'acquisition** : c'est une première distinction à prendre en compte vis-à-vis des activités et des apprentissages qu'ils peuvent induire. Nous sommes plus précis sur les notions nouvelles que sur les anciennes.

b) De plus, ces connaissances peuvent être ou non **indiquées** (directement ou indirectement par leur place dans un chapitre notamment) : on parle alors de fonctionnement de type **mobilisable** ou **disponible**. Et le travail des élèves n'est pas analogue selon qu'ils doivent rechercher les connaissances à utiliser, c'est-à-dire mettre en relation une propriété à démontrer et différents outils (travail du pourquoi ou du quoi) ou mettre en fonctionnement en l'adaptant une propriété (travail du comment).

c) De même, la question posée peut être **fermée** (montrer que...) ou nécessiter des conjectures, plus ou moins larges : Entre « calculer... » et « que peut-on dire de ... ? » il peut y avoir encore beaucoup de différence de travail. Une question fermée sans aucune indication peut cependant ne pas être abordée immédiatement, ce qui nous intéresse en termes d'activité.

d) **Dans tous les cas**, que ce soit sur des connaissances anciennes ou en cours d'acquisition, et qu'elles doivent être mobilisables ou disponibles, les mises en fonctionnement peuvent varier, avec des conséquences sur les activités et les apprentissages. Un travail sur ces conséquences potentielles nous amène à distinguer des grands **types d'adaptations**.
Si le travail consiste à appliquer une propriété sans calcul supplémentaire ni reconnaissance (remplacer les données générales par des données particulières) on parle d'application simple et isolée ou immédiate : est mise en jeu une seule fois une application immédiate d'une propriété donnée en cours, et d'une seule.
Dans le cas contraire, six types se dégagent, qui peuvent intervenir simultanément, qui ont chacun un spectre assez large (et encore une fois relatif) :

A1. *Les reconnaissances* (partielles) *des modalités d'application* des notions, théorèmes, méthodes, formules... : typiquement en géométrie reconnaître la(es) configuration(s) où utiliser Thalès. Cela peut aller de reconnaissances de variables, de notations à des reconnaissances de formules ou de conditions d'applications de théorèmes.

A2. *L'introduction d'intermédiaires* – notations, points, expressions... : typiquement en géométrie introduire une parallèle, ou nommer un point pour utiliser Thalès. *Moins fréquent.*

A3. *Les mélanges* de plusieurs cadres ou notions..., les changements de points de vue, les changements ou jeux de cadres ou de registres (modes d'écriture), les mises en relation ou interprétations : typiquement en géométrie, utiliser du calcul algébrique pour obtenir le résultat (par exemple résoudre $x^2 = 1$ au milieu d'un problème de géométrie). Les énoncés qui jouent sur graphique/fonction contiennent automatiquement cette adaptation.
Les jeux de cadres (changements de cadres non indiqués et donc à la charge des élèves[14]*) sont moins fréquents.*

A4. *L'introduction d'étapes, l'organisation* des calculs ou des raisonnements (cela va d'utilisation répétée (in) dépendante d'un même théorème à un raisonnement par l'absurde faisant intervenir le théorème) : typiquement en géométrie, utiliser quatre fois le théorème de Thalès de manière non indépendante puis sa réciproque. Les étapes peuvent être classiques (étude d'une fonction) ou à imaginer. *Il y a souvent des énoncés très découpés qui minimisent ce type d'adaptations.*

A5. *L'utilisation de questions précédentes* dans un problème.

A6. *L'existence de choix* – forcés (un seul convient finalement) ou non.

II Sur les degrés de formalisation des notions et les différents types de notions.

0) Travail sur le degré de rigueur : qu'est-ce qu'une preuve complète ?

Il s'agit de démontrer *la propriété « lim sin(x)/x=1 en zéro ».*
On fait travailler les participants en petits groupes sur ce problème, en leur demandant *d'en écrire une preuve aussi complète que possible* ; plusieurs pistes émergent, géométriques ou liées à l'analyse. Pour chacune des pistes on dégage ce qui « manque ». Dans un deuxième temps pour chaque « manque » on demande encore aux participants de compléter. Ainsi de met en place l'idée d'une relation entre le degré de correction d'une démonstration et le degré de rigueur attendu, en fonction des axiomes et postulats explicites ou implicites.

1) Formalisations des notions mathématiques

Ces preuves de la limite de sin(x)/x en zéro sont un exemple de la **dualité** permanente, dans l'enseignement, **pour une même notion**, entre

- un **état formalisé**, complètement et définitivement ;
- un ou des états **non encore formalisés (nef)**, caractérisés les plus souvent par des modes opératoires.

Exemples : aires et longueurs (on les calcule sans les définir), nombres (réels, entiers relatifs, entiers naturels).

[14] Cf. Douady : les cadres sont des domaines de travail comme l'algébrique, le vectoriel, le graphique...

Il arrive aussi que des **états formalisés se succèdent** dans le temps de l'enseignement, **sans s'infirmer** les uns les autres (extensions de la notion).

Exemples. Les *vecteurs* : direction-sens-longueur, puis classe d'équipollence de bipoints, puis élément d'un espace vectoriel. La *distance* : double-décimètre, formule de la distance euclidienne avec les coordonnées, métrique. Les *angles*, les *droites* du plan, l'*aire* : celle du rectangle étendue aux polygones, celle d'une partie quarrable, mesure de Lebesgue.

Souvent, on fait opérer des notions nef en cachant le fait qu'elles ne sont pas (ou plutôt *pas encore*) formalisées. A ce moment de l'enseignement, le **choix de ces choses cachées** est le choix de ce qui ne se discute pas (pas maintenant).

- Cette démarche est **nécessaire** et n'est **pas en contradiction** avec le fonctionnement propre des mathématiques (celui des chercheurs). Les mathématiques ont (de tout temps) une double progression : vers l'avant et vers ses fondements.

- Dans l'enseignement, cette **double progression** existe aussi, parfois en accord avec le cheminement historique des notions. On définit *a posteriori* des objets qu'on manipule depuis longtemps (parfois source de malentendus). A partir du moment où une notion a été définie (formalisée), on ne fait plus référence à elle que par cette définition. Si la définition est pertinente (consistante), elle est suivie d'une liste de théorèmes qui en légitiment le fonctionnement *a priori* (lorsque la notion était encore nef). En quelque sorte, à quelque moment du cursus scolaire, **on révèle la chose cachée par une** (ou des) **formalisation, et des énoncés qui en découlent**.
On abordera en III un aspect plus global d'organisation des domaines des mathématiques, les niveaux de conceptualisation, qui permettront aussi de formaliser ces évolutions.

2) Relations entre diverses formalisations d'une même notion. Caractère unificateur ou généralisateur d'une notion.

Certaines notions ont parfois **plusieurs formalisations** co-existantes, dans des cadres différents. Cela se voit parfois par le nom (le même !) donné aux objets. Les **relations** entre ces formalisations ne sont **pas toujours explicitées**. Ce que l'on cache est ici affaire d'organisation des connaissances.

Exemples :
- cosinus (trigonométrie dans le triangle rectangle, produit scalaire, fonction),
- π (formule de l'aire du disque, formule du périmètre du cercle, $\exp(i\pi)=-1$),
- puissances ($\exp(p\log a)=a^p$ si p est rationnel),
- fonction $x\rightarrow ax+b$ et droite du plan au sens géométrique (vectoriel),
- Chasles et Thalès, ...

En plus de leur(s) formalisation(s), les notions peuvent avoir plusieurs autres caractères qui participent de l'organisation des connaissances. Parmi eux, un caractère unificateur, ou un caractère généralisateur. Attention, ces caractères sont relatifs aux niveaux scolaires et aux programmes en vigueur.

- **Caractère unificateur** par rapport à certaines notions antérieures : remplacer ou regrouper, de manière unifiée, des notions dispersées sous une même nouvelle notion (souvent grâce à un nouveau formalisme). Permet dorénavant de parler de jeu de cadres ou de points de vue au sujet de la notion.

Exemples : « le » produit scalaire, « l »'exponentielle, polynômes *vs* fonctions polynomiales.

- **Caractère généralisateur** : on extrait quelques propriétés formelles (le plus souvent fonctionnelles) d'un objet, puis on regroupe ces propriétés en un objet « abstrait » qu'on développe pour lui-même. Là encore, un formalisme nouveau est souvent introduit.

Exemples : les vecteurs, plus généralement toutes les structures algébriques (groupes, anneaux, ...), les fonctions.

3) Enseignement et notions FUG

Une notion comme celle d'espace vectoriel revêt simultanément au moment où on l'introduit ces trois caractères : formalisatrice, unificatrice et généralisatrice, on la qualifiera de **FUG**.

Pour introduire des notions FUG, qui sont souvent difficiles, nous ne trouvons pas de « bons » problèmes initiaux qui permettraient aux élèves d'« inventer » la dite notion en arrivant « assez près » d'elle : trop de distance sépare l'ancien du nouveau. En revanche, on peut trouver une suite de problèmes préparatoires qui leur permette de s'approprier la nouvelle définition, la faire vivre d'emblée dans un (des) cadre(s) adéquat(s), déceler sa pertinence sur des objets déjà familiers, préparer déjà les futures généralisations le cas échéant. Cela suppose une ingénierie longue.

Autres types de notions : extensions ou « réponses à un problème ».
On trouvera des compléments sur ces questions dans Robert (Ellipse).

4) Conclusion

La conscience des mécanismes de formalisation, de l'existence de **parties cachées du discours** et de leur détection (« quel fondement épistémologique sous-tend mon discours à l'instant où je parle ? ») influe sur les **choix** :
- de discours institutionnel (quels énoncés, quelles définitions ?) ;
- de réponses aux questions des élèves ;
- des exercices (et de leurs énoncés).

En point de mire,
- organiser les connaissances entre elles (sur le long terme) et leur cohérence ;
- préparer l'émergence de notions futures (nouvelles ou généralisations) ;
- aller vers un fonctionnement paradigmatique des math, et la dualité intuition/rigueur qui lie l'objet « vraiment pensé » à son statut logique.

Plus généralement, un point de vue sur les notions et leur organisation permet d'éclairer les choix pédagogiques sur le fond et dans le discours, de déceler les parties cachées du discours, de préparer les degrés futurs de formalisation d'une notion donnée. C'est en partie ce qui justifie **l'écart entre le niveau des études** demandé à un professeur (programme des concours) **et ce qu'il enseigne**, et la pertinence du lien entre enseignement et recherche dans l'enseignement supérieur.

III Pour une vision transversale des programmes : l'exemple de la géométrie.

Nous avons continué sur l'exemple de la géométrie – c'est un choix parmi d'autres.
On propose aux participants d'écrire un texte du théorème de Thalès et sa démonstration, puis on les regroupe au tableau. On propose ensuite d'en exposer six (c'est souvent davantage que ce qui a retrouvé par les participants) et de réfléchir à ces différents énoncés ainsi qu'aux démonstrations.

1) Six démonstrations du « théorème de Thalès » - avec des énoncés différents.

i) et i)' Un premier énoncé dans deux triangles emboîtés ou dans deux triangles opposés par le sommet, avec deux démonstrations élémentaires.
Les démonstrations d'Euclide, ou « à la Euclide » se font en utilisant des rapports d'aires de triangles, Ces aires sont calculées avec la formule si on utilise les nombres réels ; sinon les rapports sont obtenus directement en fonction des rapports de longueurs comme dans les Eléments d'Euclide ; on doit distinguer deux cas de figure ; l'obtention de la troisième égalité est indirecte ; la réciproque se fait « par l'absurde », en utilisant la partie directe.

ii) Un énoncé dans une géométrie où on admet comme axiome initial la conservation des longueurs par les symétries orthogonales : on démontre alors le théorème des milieux d'où on déduit le théorème de Thalès en passant à la limite (nombres réels).

iii) Un énoncé vectoriel dans les mêmes configurations que précédemment, et une démonstration utilisant la relation de Chasles et une base du plan : on obtient les trois égalités à la fois, sans avoir besoin de distinguer les cas de figures. La démonstration de la réciproque est analogue.

iv) Un énoncé plus général, faisant intervenir des mesures algébriques sur des droites non nécessairement sécantes, et une démonstration utilisant le caractère affine des projections sur une droite parallèlement à une direction – cette forme se généralise à l'espace de deux manières.

v) L'utilisation de l'homothétie de centre A telle que B ait comme image C permet aussi d'obtenir la forme vectorielle complète du théorème de Thalès. En effet le point D a comme image le point intersection de (AD) et de la parallèle à (BD) menée par C : c'est E. D'où les égalités cherchées.

2) Niveaux de conceptualisation : cf. Robert petit x n°63

Précisons avant tout que dans les lignes qui suivent, nous ne prétendons pas nous livrer à un quelconque travail original d'historien ou d'épistémologue. Nous utilisons en revanche abondamment les travaux de ce type disponibles sur la géométrie (notamment de nombreux articles de Bkouche, Friedelmeyer, le livre d'Arsac (1998), les contributions de Perrin à la commission Kahane…) et nous tentons d'y lire une certaine organisation du travail en géométrie(s). Pour présenter cette proposition et rappeler notre point de départ, nous n'indiquons que des résumés succincts de ce qui nous intéresse directement, cela reste donc lacunaire.

Un niveau de conceptualisation en géométrie caractérise pour nous, parmi tous les domaines de travail que nous avons déjà évoqués, un domaine assez important, relativement auto-consistant, cohérent, enseigné (ou pouvant être enseigné) au moins en partie : il est spécifié par

- des fondements (axiomes, originaux ou empruntés à d'autres champs mathématiques comme le numérique ou l'ensembliste) – fondements qui peuvent rester implicites mais qui peuvent être dégagés,
- un corps de définitions (objets), de théorèmes, de propositions (c'est ce que nous appellerons l'arsenal du niveau),
- des modes de raisonnements, des démarches et un niveau de rigueur,
- et enfin, un corps de problèmes que l'on peut résoudre en son sein.

Le travail dans un même niveau de conceptualisation peut se faire dans plusieurs cadres, ponctuel, vectoriel, numérique, analytique, figure, plusieurs registres (coordonnées cartésiennes, coordonnées polaires ou barycentriques, $\vec{u}$, $\overrightarrow{AB}$, complexes écrits sous forme algébrique, trigonométrique, géométrique,...).
La cohérence indique qu'on pourrait dérouler sans qu'il y ait de « trous » les démonstrations nécessaires à établir l'arsenal du domaine en se référant aux seuls fondements et définitions initiales. De même pour le champ des problèmes abordés une fois l'arsenal acquis. Ce qui ne veut pas dire du tout qu'il y ait à le faire avec les élèves.

3) En géométrie, au collège et au lycée

Deux niveaux de conceptualisation traversent la géométrie enseignée du collège aux premières années d'université : la géométrie « à la Euclide » (surtout développée au collège), la géométrie affine et affine-euclidienne (développée en DEUG et au Capes, introduite subrepticement au lycée).
Le qualificatif « à la Euclide » indique que les fondements et les progressions sont ceux d'Euclide mais qu'on a apporté une modification : l'utilisation des nombres réels (et celle des formules d'aires).

Remarquons que ces niveaux ne sont pas imbriqués, même si le corps des problèmes qu'ils permettent de résoudre est en partie commun ; un certain degré de généralité supplémentaire est acquis au deuxième niveau. De plus, la chronologie scolaire entre ces niveaux n'est pas stricte : certains emprunts partiels à un niveau de conceptualisation pas encore développé à une étape donnée de la scolarité peuvent être repérés comme nous l'indiquerons (géométrie analytique au collège jusqu'à ces dernières années, juxtaposée à la géométrie à la Euclide).

Le programme d'Erlangen fournit un troisième niveau de conceptualisation en géométrie que nous n'évoquerons pas ici. Quant à la géométrie axiomatique comme l'a développée Hilbert, elle nous semble aussi pouvoir être candidate à notre catégorisation (quatrième niveau), mais nous ne la développerons pas comme telle dans la mesure où elle n'est presque jamais enseignée.

Les relations entre niveaux de conceptualisation ne sont donc pas de simples inclusions[15] : c'est une autre organisation des savoirs qui est en place, et selon les cas, il s'agit de généralisation (du deuxième au troisième niveau) ou d'une autre centration sur les fondements

[15] Malgré ce que le mot « niveau » pourrait connoter implicitement – peut-être y aurait-il à modifier ce choix de vocabulaire ?

(du premier niveau au quatrième) ou un changement de ces fondements (du premier au deuxième niveau).

4) Conséquences : organisation des connaissances.

L'intérêt de cette distinction tient pour nous[16] à la mise en évidence d'une organisation des savoirs et connaissances et à ses conséquences sur le travail du géométrique. Cela nous permet de mieux classer les outils disponibles les uns par rapport aux autres, de faire des choix de démarches. Cela nous permet aussi de mieux repérer les changements de domaines, et ne pas les confondre avec les changements de cadres, etc. Enfin cela nous permet d'approfondir ce qui est licite ou non en géométrie selon le niveau. Par exemple dans le niveau de conceptualisation « à la Euclide », du collège, il est indispensable de tenir compte des cas de figures, c'est inscrit dans les fondements. En revanche en géométrie affine, ce n'est pas indispensable si on travaille avec les outils algébriques ou orientés (mesures algébriques, vecteurs, angles orientés, angles de droites, aires algébriques...).

Les champs conceptuels introduits par Gérard Vergnaud se définissent à partir de l'apprentissage mathématique des élèves : il s'agit pour l'auteur de fournir un cadre qui « permet de comprendre les filiations et les ruptures entre connaissances chez les enfants et les adolescents ». Les niveaux de conceptualisation que nous introduisons sont beaucoup plus modestes : ils ne sont liés qu'aux savoirs mathématiques tels qu'ils se sont développés dans l'histoire et qu'ils sont présentés dans les programmes. Cependant, l'utilisation commune du mot conceptualisation indique une préoccupation partagée, celle des apprentissages mathématiques : dans notre cas, la mise en évidence de ces niveaux donne des moyens à l'enseignant pour organiser transversalement les connaissances mathématiques à transmettre et caractériser le travail attendu à chaque niveau ; la théorie des champs conceptuels permet aux enseignants de mieux concevoir l'organisation cognitive que les élèves doivent atteindre pour un champ conceptuel donné.

Conclusion : une synthèse et des manques.

Nous développons ainsi plusieurs analyses des contenus mathématiques qui nous occupent. Ces analyses se font à partir des programmes et instructions, manuels, plans de cours. On trouve dans la bibliographie des études à différents niveaux. Elles peuvent être complétées par des évaluations globales renseignant sur les performances des élèves indépendamment de l'enseignement reçu : EVAPM.

Nous avons évoqué des analyses très globales des programmes ou des niveaux de conceptualisation, des analyses des notions à enseigner (qui dépendent des précédentes), des analyses des exercices et problèmes proposés aux élèves (également impossibles sans renseigner les crans précédents).

Cela amène à préciser pour chaque situation à étudier

* La notion visée (type de notion, place dans les programmes, connaissances éventuelles sur les acquisitions des élèves)

*Le champ mathématique : programmes, instructions, savoirs à acquérir...

* Textes du cours et énoncés d'exercices et de problèmes

[16] Nous = les enseignants, et peut-être les élèves.

En particulier, pour analyser un énoncé question par question, après avoir déterminé les types de connaissances et de cadres mobilisés, les types de raisonnements, les types de validations, on prend ainsi en compte en dernier lieu :

- La manière dont la question est posée (fermée ou non) – montrer que ? est-ce que ?
- Les indications (en utilisant…)
- Le découpage (donné, à établir, à rétablir…)
- Le niveau de mise en fonctionnement de différentes connaissances à mettre en jeu (compte tenu de ce que les élèves ont à leur disposition)

On analyse ainsi quelles mises en fonctionnement sont possibles (des théorèmes ou connaissances en cause), si ce sont des connaissances anciennes ou nouvelles, des connaissances supposées disponibles ou non : on établit quelles adaptations sont nécessaires (reconnaissances de modalités d'applications, possibilité de choix, rétablir ou organiser les étapes, introduire des intermédiaires, changer ou mélanger des cadres ou des registres, mélanger des connaissances, utiliser ce qui précède…).

Nous donnerons à la fin de cette partie l'exemple de l'algèbre pour illustrer cette démarche et d'autres analyses présentées dans la deuxième partie.

Mais ces renseignements ne sont pas suffisants pour déterminer ce qui nous occupe : les activités des élèves. Les analyses précédentes amènent à repérer un certain nombre de choses, elles permettent de classer les exercices, de repérer les adaptations proposées a priori, voire les initiatives potentielles[17]. Les activités d'élèves sont cependant largement déterminées, par delà les analyses d'énoncés, par les formes de travail adoptées dans la classe, le temps qui est laissé pour travailler, la production attendue et surtout **les déroulements effectifs**, avec tous les accompagnements de l'enseignant, (aides, encouragements, évaluations) et aussi plus globalement par l'organisation choisie par l'enseignant pour travailler tout un chapitre (**stratégie d'enseignement**).

C'est ce que nous allons aborder maintenant.

[17] Ouvertures : conjectures, modélisation, méthodes, choix
découpages : étapes, (in)dépendances des questions
types de connaissances : anciennes, nouvelles, mélanges
validations : auto-contrôles, vérifications partielles,
initiatives : formulation, découverte, traduction, intermédiaires (inconnue, notation, éléments géométriques, calcul, cadre différent), mise en relation, interprétation, généralisation

Chapitre 2 : Sur l'importance de la prise en compte du déroulement des séances pour déterminer les activités mathématiques des élèves et sur les pratiques des enseignants de mathématiques.

Ce chapitre est introduit par une activité décrite dans le paragraphe I, qui amène à développer d'abord l'importance de la prise en compte du déroulement des séances pour notre projet de compréhension des activités des élèves. Puis nous présenterons, sous forme d'un exposé, notre démarche de chercheur pour analyser les pratiques, nos hypothèses, et les premiers résultats obtenus dans des travaux de didactique : c'est ce qui justifie en partie, a posteriori, ce qui a été exposé avant. Enfin nous expliquerons quelles analyses de pratiques nous attendons des formateurs.

I L'importance du déroulement pour comprendre les activités des élèves (cf. cahier bleu n°3, petit x n°60)

On fait faire aux participants l'expérience suivante: on propose un énoncé d'exercice d'un niveau scolaire précisé, on les laisse chercher et prévoir ce qui peut se passer dans une classe donnée de ce niveau sur cet exercice puis on projette une vidéo sur cet exercice.
Cette activité dure une heure et amène aux constats suivants.
Il y a toujours des différences importantes entre les prévisions et les observations, différences qui modifient les activités des élèves. Ou bien l'enseignant donne des indications qui orientent cette activité, ou bien il ne laisse pas le temps suffisant pour qu'un véritable travail s'enclenche, ou bien les élèves bloquent sur une question tout à fait inattendue...
Le texte de référence proposé ci-dessus (cahier n°3) donne une description détaillée de cette différence sur un exercice proposé en troisième.
Dans notre démarche les déroulements sont traqués à partir des accompagnements de l'enseignant : les formes de travail qu'il met en place pour les élèves, les aides qu'il dispense et les moments de ces interventions par rapport au travail des élèves, etc. (cf. annexe 2).
Le problème est que si l'enseignant a l'air de choisir ces déroulements, en réalité de nombreuses contraintes pèsent sur ce choix, qui mettent en jeu l'ensemble des activités, ce que nous appelons les pratiques. Cela nous amène à développer un paragraphe plus théorique sur ces pratiques, nous reviendrons aux analyses de déroulement dans le chapitre 5.

II Notre point de vue de chercheur en didactique des mathématiques sur les pratiques des enseignants en classe (de mathématiques)

1) Ce que nous cherchons : comprendre les relations enseignement/apprentissage sur un contenu donné en étudiant les pratiques des enseignants.

A l'origine notre questionnement de didacticien des mathématiques porte sur les relations entre l'enseignement d'un contenu donné et les apprentissages, dans une classe donnée. Mais cela nous amène non seulement à caractériser l'apprentissage mais aussi à caractériser cet enseignement : jusqu'où aller du côté des pratiques de l'enseignant ?

Ce questionnement a débouché sur des recherches amenant des analyses de pratiques que nous allons exposer maintenant.

2) Une posture mixte : la « double approche » (Robert, Rogalski J., 2002)

Nous nous intéressons d'abord aux apprentissages des élèves. Pour cela, nous analysons les activités des élèves que l'enseignant provoque en classe (peut provoquer) : cela conduit à décrire à la fois les tâches prescrites, au sein d'un scénario complet, et les déroulements effectifs, ou du moins proposés effectivement aux élèves.

Nous utilisons le mot « tâche » pour désigner l'énoncé mathématique présenté aux élèves, avec les utilisations mathématiques qu'il peut induire. Nous réservons le mot « activité(s) » à ce que les élèves pensent, font, disent, et ne font pas. Bien entendu nous n'aurons jamais que des traces de cette activité, mais c'est elle qui nous intéresse.

Or c'est l'ensemble des tâches et du déroulement qui est à l'origine de ces activités potentielles que nous cherchons à analyser. Enfin c'est en utilisant nos hypothèses sur les apprentissages, et notamment sur les variables qui peuvent avoir une influence sur eux, que nous concevons nos analyses. Par exemple, nous cherchons systématiquement le niveau de mise en fonctionnement des notions[1] utilisées, et distinguons les applications immédiates, simples et isolées des autres, qui demandent des adaptations des connaissances, parce que les activités induites diffèrent à nos yeux en terme d'apprentissage. De même, nous caractérisons les formes de travail des élèves (individuel, en petits groupes, en cours dialogué...) parce qu'elles induisent des conséquences différentes sur les apprentissages.
Mais, et c'est là qu'intervient la double approche, pour comprendre les déroulements, pour en cerner les variables, nous avons besoin d'analyser les pratiques non seulement à partir de caractéristiques liées à ce qui est proposé aux élèves, mais aussi à partir de caractéristiques liées au fait qu'enseigner est un métier, une activité sociale, personnalisée, rémunérée, comportant de nombreuses contraintes, avec des habitudes (Robert, 2001). Cette prise en compte imbriquée de deux points de vue, celui des apprentissages par l'intermédiaire des activités provoquées et celui du métier par l'intermédiaire des contraintes et marges de manœuvre, est précisément ce que nous appelons la double approche[2].

3) Les hypothèses admises (pour un enseignant, pour les enseignants)

Nous admettons, et cela légitime nos analyses, qu'assez rapidement, pour un enseignant donné, les pratiques sont <u>stables</u> (décisions analogues dans des situations analogues), ce qui autorise des analyses limitées à quelques séances. Cette stabilité est renforcée par une grande <u>cohérence</u> individuelle des pratiques, basée sur une <u>complexité</u> certaine, que nous restituerons par une analyse en composantes devant être imbriquées.

Ainsi les pratiques en classe des enseignants dépendent des individus (et de leurs représentations, issues de leurs expériences) mais aussi de contraintes incontournables
- liées à l'institution (programmes scolaires par exemple)
- liées au métier (habitudes, établissement, collectif des enseignants, travail dans une classe avec des élèves réels) : il y a des réponses optimales du milieu enseignant à un moment donné, qui ont du mal à changer même si les contraintes évoluent.

En particulier[3],

---

[1] Propriétés, théorèmes, définitions, formules, méthodes, raisonnements, comme nous l'avons déjà signalé.
[2] Cf. Robert et Rogalski (2002).
[3] Nous en déduirons les inférences suivantes :
- Toute formation doit jouer sur au moins deux composantes des pratiques (scénario et déroulement, scénario et programmes, scénario et élèves...)
- Des « mots pour le dire » peuvent contribuer à la fois à exhiber les habitudes partagées et très stables (genres) et à travailler dessus.

• « Tout » n'est pas possible à un niveau scolaire donné. Même si des choix semblent très propices aux apprentissages des élèves, il y a à la fois des contraintes, des tensions et des réponses du milieu enseignant très partagées, quelquefois subreptices qui peuvent amener un enseignant à préférer d'autres choix (Robert, 2002). Nous reprenons de manière métaphorique l'idée de genre introduite par Y. Clot, qui traduit le fait que se créent dans une profession des réponses communes aux acteurs (ou à un grand groupe d'acteurs) qui se transmettent presqu'implicitement. A un moment donné ces réponses peuvent être économiques, mais il se peut qu'elles perdurent alors même qu'un changement dans l'environnement pourrait amener à des modifications utiles.
• Tout n'est pas possible pour un enseignant donné (à cause de sa cohérence, de la stabilité des pratiques). Il y a certainement nécessité **d'adaptation individuelle** (difficile à cause de la complexité).

La question suivante se pose de ce fait avec force : **quelles sont les alternatives réelles ?**

III Nos recherches

1. Une méthodologie : à partir du déroulement en classe, l'analyse selon 5 composantes

Nous analysons les pratiques en classe à partir de transcriptions et/ou de vidéo. Récemment les vidéo proviennent de prises de vue tournées par l'enseignant seul dans sa classe, caméra face au tableau (éventuellement posée sur un trépied).
Pour résumer, nous retenons pour faire nos analyses cinq composantes qui, une fois recomposées, nous renseignent à la fois sur les activités des élèves et sur certains déterminants des activités des enseignants. Elles nous permettent de les replacer dans la gamme des possibles, de les interpréter, de réfléchir aux variables de la situation :

- composantes *cognitive* et *médiative* : elles permettent des descriptions du scénario mathématique (comprenant les descriptions des contenus abordés avec la gestion globale prévue) et des déroulements (comprenant les formes de travail effectives et tous les accompagnements, avec la nature des discours, la gestion du tableau, les aides, les échanges...).
- composantes *institutionnelle*, *sociale*, *personnelle* : elles permettent de préciser certains déterminants, y compris extérieurs à la classe mais indispensables pour comprendre les choix, comme les programmes concernés, les habitudes professionnelles de l'environnement (que l'on peut appeler « genre »[4]), les conceptions de l'enseignant.

De la recomposition de ces composantes, nous déduisons des logiques qui caractérisent les pratiques d'un enseignant donné.

2. Des résultats (Hache, Roditi, Robert, Vandebrouck...)

Sans entrer dans les détails de ces différentes recherches, on peut esquisser leurs résultats.

Hache a mis en évidence et illustré sur des séances de seconde (4 enseignants, deux chapitres) la diversité des choix des enseignants sur des contenus analogues : il a ainsi dégagé ce qu'il appelle l'« univers mathématique » d'une séance : c'est la recomposition, originale pour chaque professeur, de 5 indicateurs tenant à des choix de contenus (plus ou moins riches en termes d'activités élèves), à des choix de gestion (plus ou moins de travail autonome des

[4] Emprunt métaphorique aux travaux de Y. Clot.

élèves et de discussion entre eux) et à des choix de discours de l'enseignant (selon l'ouverture ou la réduction par rapport à ce qui est en train), à des choix sur les interventions des élèves (nature et modalités). Il met en évidence un certain nombre d'univers rencontrés dans les séances et illustre le fait qu'un enseignant donné ne provoque pas tous les univers mis en évidence.

Robert et Vandebrouck ont montré des résultats analogues sur l'utilisation du tableau en classe : plusieurs modalités existent (lieu de savoir, d'écriture, brouillon public). Mais un enseignant donné ne les emprunte pas toutes. Une grande cohérence s'observe entre les utilisations du tableau et le reste de la gestion. Vandebrouck a par ailleurs illustré la stabilité des pratiques en ce qui concerne le tableau à partir d'un enseignant filmé dans deux classes et dans plusieurs contextes différents (modules, demi-classe, classe entière).

Roditi explicite, à propos de l'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième et à partir de 4 enseignants très différents, certains « principes » qui nous semblent bien traduire des décisions communes à beaucoup d'enseignants de lycée et collège et qui tiennent autant du métier que du projet strict d'apprentissage. Ainsi le principe de clôture du champ mathématique (ce qui est traité à un moment doit être une partie « auto-close » du champ conceptuel), le principe de la nécessité d'un succès d'étape (qui amène à une fragmentation de l'enseignement permettant des évaluations), le principe de respect de l'attente des élèves...

Enfin nous avons montré (Robert Petit x 62, Robert et Rogalski M. Petit x 60) des régularités sur le démarrage des exercices[5] dans beaucoup de cas (mais pas tous) : c'est l'objet du paragraphe suivant.

3. Résultats détaillés sur des régularités dans l'organisation du démarrage des exercices.

Les travaux cités au dessus ont pu mettre en évidence les aspects suivants, non exhaustifs ni universels mais fréquents :

a) Une prise en main précise et rapide de l'activité des élèves

Il y a découpage immédiat[6] par l'enseignant de la tâche proposée (si elle n'est pas simple et isolée) en sous-tâches (questions intermédiaires). Elles correspondent en général à proposer des applications isolées puis à les simplifier si les élèves n'y arrivent pas encore.
De ce fait il n'y a pas d'hésitation pour les élèves sur le démarrage, la question « quoi faire » est posée par l'enseignant, tout de suite, pas de flou, pas d'incertitude. Mais beaucoup d'élèves peuvent répondre, peuvent « faire quelque chose ».

b) Du temps tout de même laissé aux élèves mais pour résoudre des tâches simples et isolées

Le temps laissé aux élèves (il y en a) sert à ce que certains élèves répondent brièvement à des questions « bien posées » (dans ce cas l'enseignant attend autour de 10 secondes, souvent) et à ce qu'ils fassent (tous, si possible) les « derniers » calculs, précisés par ce qui précède (alors le silence peut dépasser une minute). Quelquefois ce sont les dessins pour lesquels l'enseignant laisse un peu de temps. Il s'agit toujours de tâches (devenues) simples et isolées.

[5] Les travaux concernent plus les exercices que les cours –on a joint en annexe 1 un début de réflexion sur ces derniers.
[6] Par une prise de parole qui ne laisse qui suit la donnée ou la relecture de l'énoncé

c) Une orientation univoque de l'activité des élèves

Quelles sous-tâches sont proposées ?
Puisqu'il faut apprendre (et vite) à se servir d'une nouvelle notion, l'enseignant va devoir orienter l'activité des élèves, au moins dans les premiers exercices sur une notion, même si cela ne correspond pas toujours aux premières réponses des élèves, non reprises : l'enseignant engage très vite vers un recours systématique au décontextualisé (en train d'être appris, à mémoriser) pour résoudre une question. Le professeur ne laisse pas les élèves refaire sur un exercice particulier un raisonnement qui serait adapté au cas particulier au lieu d'appliquer les ressources du cours (ni même mélanger les deux, nouvelle méthode et anciennes connaissances). Du coup le générique aussi est souvent vite éliminé au profit du général, même s'il finit par se réintroduire subrepticement.

En troisième par exemple, pour résoudre $-3x = 7$, on copie sur la résolution de $ax = b$ (l'activité des élèves consiste à évoquer le modèle, puis à remplacer a par -3 et b par 7 dans $x = b/a$). En seconde, pour résoudre $|x + 2| < 5$, on identifie le modèle $|x - C| < R$, on remplace C par -2 et R par 5 dans le résultat donné en cours, qu'on recopie.

Il est laissé peu d'occasion aux élèves de « tatouiller » en classe, de mélanger leurs connaissances, de les éprouver. D'une certaine manière on ne laisse pas se développer des mathématiques « sales », pas parfaites, approximatives, pas encore bien formalisées.
Mais, a**u moins on a appris quelque chose aujourd'hui**[7]**... peuvent dire les enseignants.**
De plus, cela engage davantage la mémorisation.

d) Une gestion de certaines questions d'élèves avec des réponses de type accélérateur, voire « anticipateur »

L'enseignant anticipe sur ce que l'élève va dire, ou n'a pas compris, ne le laisse pas aller jusqu'au bout, lui coupe la parole ou le double, en terminant la phrase à sa place.
Il peut y avoir un « effet Jourdain » (cf. Brousseau) : l'enseignant fait comme si l'élève avait découvert ce qu'il attendait.

e) Usage fréquent d'acquiescements locaux, partiels, collectifs.

Souvent l'enseignant provoque par des questions qui n'attendent pas toujours de réponses (*d'accord ?*) des acquiescements de surface, qui peuvent témoigner d'un certain suivi mais aussi provenir de l'impossibilité pour les élèves de pointer précisément leurs incompréhensions.

f) Un travail sur le nouveau, peu d'entretien de l'ancien (ou minoré), ni de réorganisation de l'ancien dans le nouveau.

Le fait que peu de choses soient sûres pour certains élèves (cf. impression de régression pour certains) peut être mis en relation avec ce constat : les élèves éprouvent peu (mettent peu à l'épreuve) leurs connaissances...

[7] E. Roditi a montré dans sa thèse qu'il y a là un principe en actes très fort chez tous les enseignants.

On constate de plus un manque de dévolution des contrôles, quand il y en a (graphiques, numériques).

g) Peu d'exploration des possibles à partir de ce qu'on a ; confusion entre expérimentation mathématique et exploration.

Les instructions officielles insistent dans les textes récents sur l'importance de faire expérimenter les élèves. Or cette activité n'est pas nécessairement porteuse de sens, ou du moins du sens attendu : les expériences numériques par exemple ne mettent pas nécessairement sur la voie des démonstrations arithmétiques, le recours à des nombres particuliers peut cacher la généralité des propriétés qui interviennent.
On peut se demander aussi l'institution n'entretient pas une certaine confusion entre expérimentation et exploration : ce n'est pas parce qu'un élève expérimente, en menant de nombreux calculs ou en faisant des dessins variés qu'il apprend la richesse des outils correspondant utilisés avec leur formalisme. Au contraire l'expérimentation, souvent initiale, est associée à la construction du nouveau alors que l'exploration consiste à utiliser à bon escient dans des situations variées une notion déjà introduite, quitte à mélanger plusieurs notions.

g) Une synthèse sur ces déroulements (cf. Robert et Rogalski M. Repères IREM n°54).

En classe, souvent, tout se passe comme si…
Les contraintes de temps[8], rendues encore plus lourdes par les restrictions d'horaires actuelles, amènent à privilégier en classe **un travail sur « le nouveau », mais sans beaucoup d'exploration[9], peu d'entretien de l'ancien, pas ou peu de réorganisation entre ancien et nouveau, avec une orientation univoque de l'activité des élèves vers ce nouveau permise par une prise en main précise et rapide (voire immédiate) de ces activités.**

En termes d'activités, cela correspond à des tâches isolées si ce n'est simples et isolées (qui portent sur le chapitre en cours), sans beaucoup d'adaptations des connaissances à utiliser[10].

C'est d'emblée le chapitre « organisation des connaissances » de notre première prémisse qui est ainsi une des premières victimes de ce manque de temps, ainsi que le développement de la dynamique entre cours et exercices, qui manque d'ampleur.

On ne peut pas être sûr qu'il en résulte chez les élèves un morcellement des connaissances[11], car des élèves apprennent ce qui ne leur est pas enseigné explicitement (et leur est donc dévolu, plus ou moins implicitement). Mais on peut se demander tout de même si la plainte réitérée de beaucoup d'observateurs du manque de « choses sûres » chez les élèves n'a pas aussi comme origine ce type de travail en classe, et ceci est renforcé par ce qu'on entend souvent les élèves déplorer : « c'est juste quand on commence à comprendre qu'on change de chapitre ».

---

[8] Elles sont toujours évoquées pour justifier ces faits.
[9] Qualitative notamment
[10] Nous avons étudié pour établir ces constats des séances de troisième ou de seconde, essentiellement en algèbre. Les énoncés proposés ne sont pas des exercices d'application immédiate, mais ils interviennent juste après un cours, ou juste avant et ne sont pas très éloignés du cours
[11] C'est en tout cas un des constats les plus forts qu'on a fait sur les connaissances des étudiants de Capes.

Ces choix d'activités des élèves s'accompagnent aussi de peu d'exploration du champ des problèmes résolubles avec les outils du moment. On propose en effet, vu la nécessité d'avancer, des tâches relativement proches du cours, qui demandent des mises en fonctionnement standard, qu'il faut bien avoir vues. Sans gammes, pas question de virtuosité : alors on choisit de commencer par le commencement, même si on n'a pas le temps de finir. Au moins « ils » (les élèves) auront eu le début...

On constate donc, et cela pourrait renforcer le manque d'organisation des connaissances déjà pointé, une séquentialisation des activités sur une même notion en moments relativement indépendants : les élèves font fonctionner les outils les uns après les autres, indépendamment, ils n'ont besoin que des connaissances outils (empilées) correspondant au cours et soufflées par le découpage organisé par l'enseignant. Il y a beaucoup de tâches simples et isolées, in fine. Il y a aussi majoration des calculs (en classe). Dans ces conditions, il n'y a pas besoin de dévolution des moyens de contrôles aux élèves.

Il n'y a pas de structuration des connaissances en acte du côté des élèves (ils n'ont pas besoin de le faire, c'est le professeur qui s'en charge).

Cela revient à privilégier le sens « décontextualisé -> contextualisé », et à minorer encore tout ce qui contribue activement (en venant des élèves) aux mises en relation, aux explorations qualitatives des possibles et à l'organisation des connaissances.

4) Résultats plus globaux en termes d'activités d'enseignant

Une grande cohérence intra individuelle est constatée.
Parmi les invariants que nous pourrions mettre en évidence ainsi, il y a le fait que la classe est pour un enseignant donné souvent un « lieu » privilégié (lieu de travail, lieu de savoir, lieu d'interactions).
L'utilisation du tableau varie peu (idem) – cf. Robert et Vandebrouck cahier de Didirem n° 42.
La cohérence est reconnue, revendiquée (questionnaires) – il y a des réponses communes, d'autres non. Mais on peut se demander si les transformations des tâches sont toutes reconnues (décisions prises à cause de déterminants pas toujours liés aux apprentissages).

Des difficultés communes sont relevées
Le passage entre un lieu de travail en classe et un lieu de savoir est le plus difficile à gérer, le passage inverse s'obtiendrait plus aisément en laissant un temps suffisant.
Il est de toute façon difficile d'organiser un lieu de travail en classe.

5) Des résultats dans le primaire

Signalons enfin que c'est à partir de cette méthodologie, complétée, que des chercheurs (Butlen, Peltier et Pezard) ont exploré les pratiques en ZEP (cf. annexe) et notamment mis en évidence des contraintes qui jouent comme des contradictions entre logique de socialisation et logique d'apprentissage, entre logique de la réussite immédiate et logique d'apprentissage, entre le temps de la classe et celui de l'apprentissage, entre individuel, public et collectif, entre logique de projet et logique d'apprentissage.

6) Questions : alternatives, effets des pratiques...

Diverses questions se posent ici : des questions de recherches, bien sûr, par exemple au niveau du choix des indicateurs retenus pour nos analyses, ou de leur échelle : jusqu'où aller dans le détail ? Quel type d'analyse utiliser pour étudier les discours en classe ?
Mais d'autres questionnements, déjà en partie cités, intéressent aussi le formateur : peut-on, doit-on changer ? Autrement dit y a-t-il des alternatives réelles pour un enseignant, un groupe d'enseignants ? Comment les mettre en évidence ? Comment les mettre en place ? Comment saisir les effets sur les élèves, notamment en terme de différenciation ?

Une question théorique, concerne la stabilité des pratiques, liée à leur cohérence et à la prise en compte du métier dans notre approche : qu'est-ce qui peut changer « quand même », à quel prix, grâce à quelles modalités ?
Par exemple la prise de conscience par les enseignants des alternatives, notamment lorsqu'il s'agit de leur propre cours est une vraie question à nos yeux de chercheur : on peut se demander si, alors même que la « bonne » variable est le couple {énoncé-déroulement}, il n'est pas nécessaire de faire un travail séparé sur chaque terme pour arriver à se dégager de la combinatoire choisie dans le cas particulier analysé, souvent supposée optimale et en tout cas très stable. On a insisté sur le fait que tout n'est pas possible, et encore moins pour un enseignant donné, dans une classe donnée. Cependant un des enjeux de nos formations est de les envisager tout de même : jusqu'à quel point le travail initialisé par une vidéo doit-il être poussé pour concerner chaque enseignant, compte tenu des contraintes, de la pression du métier et de la composante personnelle de ses pratiques ? Est-ce plus efficace de faire ce travail sur une vidéo de ses propres cours ou une autre ?

Annexe 1 du chapitre 2 : les activités des élèves pendant l'écoute d'un cours

Nous avons dégagé quelques variables qui nous semblent significatives pour analyser des moments d'exposition de connaissances (appelés « cours ») :

Contenu du cours

Ce peut être un complément suite à des activités des élèves ou l'exposition de connaissances nouvelles.
Dans le premier cas, on vise souvent une dépersonnalisation et une décontextualisation (partielles) : un « gain » en généralité.
Le résultat dépend de l'état initial de celui qui écoute. Cela peut devenir un bilan (à partir de déjà fait) ou plus un apport (seule la question a été dévolue), avec tous les intermédiaires.

Dans le cas de savoir nouveau, plusieurs questions se posent : quelle « taille » ? Quels liens avec ce qui est connu ? A quoi ça sert ? A partir de quels exemples ? Avec quels commentaires ?

Modalités des interactions

Professeur/élèves
Elèves/élèves
Moment des interactions en relation avec l'exposition des connaissances : avant, pendant, après
Gestion du tableau
Quels effets sur les activités ?

Activités déclenchées

Ce que les élèves ont à faire
Ecouter, noter, répondre à une question précise (volontairement ou non), réfléchir, intégrer ce qu'un autre élève a dit, critiquer, résumer, se rappeler

A noter dans tous les cas
Temps, taille, détails, modes d'exposition (nature du discours).
Quelles étapes ?
Quelle structuration interne (étapes, type de raisonnement etc.), externe (place dans ce qui précède, suit, liens...).
Quel texte du savoir ?
Quels commentaires ?
Quels exemples (générique, particulier) ?
Quelle argumentation ?
Quelles opérationnalisations, justifications ?

Annexe 2 du chapitre 2 : Analyses de déroulements (cf. J. Horroks, thèse en cours)

a) Analyse des aides

La forme des accompagnements du professeur a une influence sur les activités potentielles de l'élève. Suivant les indications apportées par le professeur avant, pendant et après le travail de l'élève, la tâche proposée à celui-ci peut se trouver simplifiée, provoquant donc plus aisément chez lui une activité attendue, permettant son entrée dans la tâche, ou favorisant la mémorisation pour une utilisation ultérieure. Les nuances dans les interventions du professeur modifient pour l'élève de manière plus ou moins directe la nature de la tâche, et en particulier sa complexité.
Les interventions du professeur sont de différentes formes. Beaucoup sont réalisées sur le mode interrogatif, à travers des questions plus ou moins ouvertes, pouvant porter par exemple sur le travail de l'élève ou sur le cours, et attendant de la part de l'élève des réponses plus ou moins élaborées. Mais tous les échanges ne se font pas forcément sous forme de question – réponse ; on prendra aussi en compte, par exemple, les phrases inachevées à compléter, les rappels (rappel de cours ou de consigne), et tout le discours non mathématique, avec, par exemple, les encouragements, les remarques et les conseils prodigués à l'élève, qui n'attendent pas forcément de réponse verbale de la part de celui-ci.
La nature des aides, pouvant intervenir avant ou après l'activité, est liée à la nature de la tâche et aux différentes étapes de sa résolution : aide à la mise en route, aide au choix du cadre ou de la méthode, ou encore aide à la reconnaissance et à l'application d'un théorème, évaluations diverses, bilans récapitulatifs.

b) Analyse des formes de travail des élèves en classe

Les types d'activités déclenchées chez les élèves par les tâches proposées peuvent être variés selon les formes de travail adoptées. Nous nous intéresserons plus particulièrement aux différentes variables suivantes : le temps de recherche laissé éventuellement aux élèves lors de la résolution d'exercices, et les différentes organisations du travail en classe, collectif ou individuel. Non seulement ces variables jouent sur les activités faites en classe, permettant ou non une certaine autonomie, certaines initiatives, des échanges et discussions entre élèves[12] mais encore nous pouvons supposer que les habitudes de travail prises en classes peuvent influencer les élèves dans la conduite de leur travail personnel.

Finalement, nous analysons les temps de silence du professeur, les temps de recherche laissés aux élèves, la nature des aides apportées par le professeur, et le moment de l'activité où ces aides sont données, les activités visibles des élèves, et enfin, les types de correction apportée.

c) Analyse du travail donné à la maison

Une première question concerne les consignes correspondantes : est-ce que l'enseignant fixe précisément tout ce qui est à faire ? Est-ce que c'est vague (vous apprenez...) ? Est-ce que c'est complètement laissé à l'appréciation des élèves (implicite) ? Est-ce que l'enseignant signale des annales ou autres documents complémentaires ?
La qualité de ces travaux est une autre variable pouvant avoir des conséquences sur les activités déclenchées : s'agit-il de tâches préparées par ce qui s'est passé en classe et alors avec quelles adaptations ou de tâches nouvelles (révisions ou introductions par exemple) ?
La quantité est une troisième variable à prendre en compte (en terme de temps attendu par exemple).
On peut aussi se demander quel rôle l'enseignant attribue à ce travail s'il est fait, totalement ou en partie, puis questionner la manière dont il le prend en compte ensuite : y a-t-il des notes, quelles corrections, y a-t-il des reprises (en contrôle par exemple) ?
On peut supposer que pour certains enseignants le travail à la maison a un rôle de renforcement (utile, indispensable, optionnel ?) et pour d'autres de complément (facultatif). Mais quels moyens sont donnés aux élèves pour réaliser ce travail ?

d) Analyse des évaluations

Mises à part leur fréquence et leur durée, des questions se posent sur les notations utilisées, les contenus testés (en relation avec ce qui a été fait en classe et à la maison) et les corrections qui sont faites.

[12] Toutes variables dont les hypothèses didactiques indiquent l'importance pour les apprentissages

Chapitre 3 Activités des élèves et apprentissages

Dans ce chapitre, beaucoup trop bref et qui ne comporte pas d'activités spécifiques, nous allons développer directement des grandes lignes de nos hypothèses sur les apprentissages scolaires en mathématiques et les traduire en une liste schématique présentée à la fin.
Les éléments de ce chapitre sont introduits en fait petit à petit dans la formation, quand l'occasion se présente, souvent à l'occasion d'une vidéo ou du bilan des vidéos. Un exposé bibliographique sur Vygotski est l'occasion de revenir à ces questions qui dépassent le cadre de la formation.

I Sur les apprentissages des mathématiques à l'école

1) Des activités des élèves aux apprentissages : importance des énoncés et des déroulements

Rappelons notre postulat de base : un énoncé mathématique est associé à une tâche mathématique, prescrite, qui amène à des activités potentielles des élèves (dont on n'a que des traces). Ce sont ces activités qui, si elles sont réalisées, provoquent les apprentissages (au moins dans ce dont l'enseignant est responsable). Ces activités correspondent à des mises en fonctionnement de connaissances des élèves (propriétés, théorèmes, définitions, méthodes, raisonnements...).
Les mises en fonctionnement diffèrent – ce peuvent être des applications simples et isolées, immédiates, remplacer des données générales par des données numériques ou contextualisées.
Ou des applications moins immédiates, avec des reconnaissances partielles, des répétitions, des adaptations, des mélanges, des interprétations (changements de points de vue ou autres).
Ou ce peut être la reconnaissance totale.
La réussite témoigne de l'acquisition d'un niveau de fonctionnement des connaissances.
La recherche en implique peut-être l'acquisition.
Mais tout cet ensemble dépend encore fortement des déroulements organisés par l'enseignant, qui peuvent modifier les activités des élèves dans des sens variés.
Enfin, ces déroulements ne sont pas à la discrétion des enseignants : de nombreuses contraintes de tous ordres restreignent les marges de manœuvre...

L'enjeu pour l'enseignant dans ces conditions est de provoquer suffisamment d'activités suffisamment variées pour que suffisamment d'élèves apprennent. L'enjeu pour la formation est d'amener suffisamment d'enseignants à pouvoir le faire !

2) Premiers éléments de justifications globaux : sur la conceptualisation en mathématiques et ses relations avec les contenus proposés

Rappelons que pour nous, apprendre est pour nous associé à conceptualiser[1] – c'est-à-dire donner du sens et savoir mettre en fonctionnement correctement dans beaucoup de situations, même si l'outil à utiliser n'a pas été indiqué (c'est ce que nous appelons « disponibilité » de la notion correspondante).
Tout le programme d'une année scolaire ne sera pas conceptualisé, mais nous partons du principe qu'une partie doit l'être (d'ailleurs pas forcément la première année où elle apparaît).

---

[1] Il y a là une hypothèse admise très forte, qui conditionne très largement nos analyses, d'autant plus que nos outils sont même issus d'ingénieries « idéales » sur le plan des apprentissages.

D'autre part, ce que l'enseignant propose et qui engendre des activités mathématiques, qui dépendent ensuite des déroulements qu'il organise, peut faire apprendre les élèves. Bien d'autres facteurs contribuent aux apprentissages mais dépendent moins de choix planifiés de l'enseignant.

Qu'est-ce qui contribue à la conceptualisation en mathématiques, et qui peut se « traduire » en termes d'activités « discriminantes » pour les apprentissages ?

- **Les dynamiques contextualisations <-> décontextualisation (outil/objet),**

L'importance que nous attribuons à cette dynamique nous amène, pour la préciser, à repérer l'ordre de présentation adopté pour une notion donnée (quand vient le cours par rapport aux exercices ?) et à reconstituer *le scénario*[2] finalement joué par l'enseignant dans le chapitre étudié. Il nous faut aussi préciser pour chaque exercice les contextes supposés être mis en fonctionnement, les passages entre contextes et ceux entre le cours (décontextualisé) et les exercices. Enfin cela inclut une étude de l'étendue de ce qui a été abordé (exploré) par les élèves – de manière qualitative et quantitative.
Seulement la décontextualisation peut comporter des étapes ou des degrés (générique c'est à dire référé par un exemple qui vaut pour toutes les situations, ou général, et il y a souvent plusieurs niveaux dans le général). Par exemple : on peut passer d'un exemple générique à la décontextualisation (idée de préconcept, de pseudo-concept). On ne peut éliminer la reprise du travail sur le contextualisé même après avoir eu connaissance du décontextualisé… Pour certains élèves il a été ainsi montré l'importance déterminante du passage par le générique[3] pour les apprentissages.

- **La formalisation (correspondant souvent à une généralisation)**

Là encore plusieurs degrés sont possibles, et un certain choix existe entre contextualisé et décontextualisé. Les notions « non encore formalisées » travaillées au chapitre 1 sont un exemple de complexité mathématique de cette notion.

- **Les mises en relation** des connaissances entre elles, comportant l'entretien des connaissances anciennes et l'intégration du nouveau, les mises en relation entre contextes, entre objets mathématiques.

On traque ainsi tout ce qui contribue à **l'organisation des connaissances, partie intégrante à nos yeux de la conceptualisation en mathématiques**.

3) Conceptualisation et activités

Piaget et Vygotski restent les principaux auteurs sources d'inspiration.
Un exposé sur le deuxième auteur permet d'être plus précis dans la formation que dans les lignes qui suivent comme nous l'avons déjà signalé.
Pour schématiser au maximum, on admet à la fois l'importance de la construction autonome et l'efficacité des imitations si elles arrivent « au bon moment ».

---

[2] Nous appelons scénario la description de la suite des contenus proposés aux élèves ainsi que la gestion correspondante prévue a priori.
[3] Cf. Butlen D. Pezard M. (2003) Etapes intermédiaires dans le processus de conceptualisation, Recherches en didactique des mathématiques vol 23.1, 1-40, La pensée sauvage.

- *Ce qui est du côté de l'élève (nous disons « dévolu à l'élève »)*

En termes de :
- construction de connaissances, plus ou moins autonome – il s'agit de préciser les phases de recherche de l'élève (on peut parler d'action), en précisant l'objet de la recherche. S'agit-il de mettre en fonctionnement une application immédiate d'un théorème ou d'une propriété, y a-t-il à mettre en œuvre des adaptations de ce théorème, faut-il au contraire reconnaître ce qui peut être utilisé, y a-t-il des choix, l'élève peut-il avoir des indices de la validité de sa démarche à partir du problème sans faire appel à l'enseignant ?
- déséquilibre/rééquilibration – propose-t-on aux élèves des changements de cadres « inégaux », pour lesquels les connaissances ne sont pas les mêmes ?
- passage à l'écrit (analysé à la fois comme moyen de représentation et de formalisation)
- structuration des connaissances
- rapport au savoir, « posture » : plus généralement le rapport au savoir, voire au langage, des élèves influence leurs activités. Ils peuvent résoudre un exercice pour avoir une note, pour répondre aux questions de l'enseignant, pour apprendre... La prise en compte de la posture correspondante peut être ou non explicite de la part de l'enseignant, notamment le choix des énoncés peut jouer dans un sens ou un autre.

- *Ce qui est du côté « enseignant -> élèves »*

En termes
- d'imitation (et de Zone de Proche Développement[4])
- de médiations (questions et réponses - relances, reprises, tutelles, aides - avant, après, combien de temps, méta, explications, structuration, répétitions, ralentissement, changement d'itinéraire, ajustement). A quels seuils sont choisies ces différentes réactions ?
- de moyens pris par l'enseignant pour comprendre et tenir compte de ce qui se passe chez « les » élèves

- *Ce qui est du côté « élèves <-> élèves »*

En termes de
- **Construction collective** (pouvant précéder les appropriations individuelles)
- **Conflits** (socio-cognitifs)
- Echanges entre élèves

- *Ce qui est du côté de la classe*

En termes de **contrat** (didactique[5]), d'habitudes ou coutume, d'appel à la mémoire de la classe...Par exemple des travaux ont montré que les élèves peuvent répondre à certaines questions en cherchant des indices externes correspondant à une interprétation subjective du problème liée à des interprétations erronées soit des propos soit des attentes implicites de l'enseignant plutôt qu'en faisant des mathématiques (cf. l'âge du capitaine).

4) Un point de vue local (pour chaque énoncé)

Ces caractéristiques permettent de concevoir des activités qui proposent plusieurs manières de parcourir ces dynamiques, en progression (un peu) contrôlée.

---

[4] Cf. Vygotski.
[5] Brousseau a travaillé sur le contrat didactique : attentes respectives des maîtres et des élèves.

Chaque niveau de mise en fonctionnement induit des activités qui impliquent et/ou sont impliquées par un état des connaissances, à transformer.

Hypothèse extrême : si on ne propose que des applications simples et isolées, les niveaux « mobilisable et disponible» sont plus difficiles à construire (cf. chapitre 1 p.34).

Les applications simples et isolées vont du texte général au particulier (remplacement, reconnaissance très partielle) – elles participent du technique – mémorisation, algorithmisation, elles sont très appréciées par les élèves en général !

Les adaptations permettent de jouer sur les contextualisations, voire les mises en relation (si non isolées) – participent du « mobilisable ». Elles entraînent pour les élèves une petite distance, les amènent à gérer du flou, de l'incertitude, elles impliquent si les élèves s'y engagent une mise en relation entre un problème, des hypothèses, et des connaissances mobilisables.

Les énoncés sans indication permettent de mettre en relation un problème et des connaissances à utiliser sans indication, les élèves doivent aller du particulier (le problème) au général (les connaissances utiles) au particulier (le problème). Souvent ce sont ces énoncés qui permettent d'entretenir des connaissances anciennes et d'organiser le nouveau dans l'ancien – ils participent du fonctionnement disponible ou pouvant le devenir.

II Des hypothèses

Tout ce que nous énonçons ci-dessous doit être adapté à la classe, au contenu et à l'enseignant.
Il manque, rappelons-le, la prise en compte d'aspects sociaux et affectifs, voire psychanalytiques.
Il manque aussi le passage des élèves à chaque élève…

1) Hypothèses liées aux choix sur les contenus

a) Pour introduire une notion

Selon le type de notion (cf. chapitre 1), il peut exister ou non des problèmes favorisant la prise de sens.
Si on a affaire à une extension de concept déjà introduit ou à une notion « réponse à un problème », il peut être efficace d'introduire le cours par la recherche d'un problème adéquat.
Si c'est une FUG (notion formalisatrice, unificatrice, généralisatrice – comme la notion de limite formalisée) la présentation est plus délicate.

b) Pour travailler une notion

On fait l'hypothèse que si on veut installer <u>une certaine conceptualisation et une certaine organisation des connaissances</u>, il peut être efficace de varier les activités proposées aux élèves. En particulier ne pas se limiter à des tâches simples et isolées amis introduire les aspects outils et objets et proposer des adaptations : changements de cadres, intermédiaires à introduire, étapes à retrouver. En somme d'explorer le champ ouvert par l'utilisation de la

notion et de l'intégrer dans ce qui est déjà en cours d'acquisition (mélanger ancien et nouveau) et d'éviter les mises en fonctionnement seulement automatiques.
La recherche de problèmes transversaux semble apporter des possibilités de construction de disponibilité et d'organisation ou de structuration des connaissances grâce aux mélanges des connaissances anciennes et nouvelles.
Les problèmes comportant des moyens de contrôle « internes » sont aussi supposés efficaces.

c) Le passage à l'écrit serait indispensable à bien des titres : travail sur des représentations, travail de précision et de rigueur, voire entrée dans une dynamique de l'écrit en math, liée à l'importance des écritures dans le travail mathématique.

2) Hypothèses sur les choix de gestion
a) Dévoluer aux élèves davantage que l'application simple et isolée des notions : formuler, valider, corriger, mais aussi questionner, chercher des tâches complexes et mettre au point une démarche globale sont autant de types d'activités qui peuvent contribuer à installer un apprentissage.
Brousseau a introduit la notion de « dévolution[6] d'un problème aux élèves » pour caractériser ces phases où l'enseignant, grâce aux choix qu'il a faits, délègue au problème et au travail collectif l'appropriation du problème et l'avancée vers la solution, y compris nouvelle.
Sont en jeu la construction de connaissances, plus ou moins autonome et les déséquilibre/rééquilibrations peut-être efficaces.

b) Cela suppose de laisser les élèves travailler sur des durées de quelques minutes au moins sans le professeur (moments a-didactiques), et/ou échanger entre eux.
Ce qui est en jeu est la possibilité de construction collective (pouvant précéder les appropriations individuelles) et la portée des conflits (socio-cognitifs) entre pairs, voire déjà des échanges.

c) Mais l'exercice de l'autonomie ou des prises d'initiative s'apprend : il faut établir des habitudes, répéter le type de travail visé, pas trop rarement. Tout ce qui a trait au contrat, aux coutumes et à la mémoire de la classe (portée et limites) s'inscrit ici.

d) Faire travailler les élèves en petits groupes peut permettre d'installer un travail autonome mais à certaines conditions.
En particulier il serait important pour les élèves faibles que cela permette un travail à la maison ultérieur qui souvent est très difficile à obtenir et s'avère rarement correct.

e) Les aides à dispenser aux élèves peuvent aussi être variées : avant la tâche, pendant, après…
Elles peuvent être directes ou méta, ce peuvent être des indications, des informations, des explications, voire un travail sur la posture de l'élève.
Sont en jeu les « vertus » de l'**imitation (dans la Zone de Proche Développement) et les médiations** (questions et réponses, relances, reprises,).

Mais, même localement, contenus et gestion ne sont pas indépendants et de plus l'organisation globale est aussi en cause !
L'inscription dans un scénario global conditionne le bénéfice de tel ou tel énoncé, notamment selon la place par rapport à l'exposition des connaissances (dynamiques entre cours et

[6] Le mot est utilisé plus largement pour signifier « déléguer à, mettre sous la responsabilité de ».

exercices, mises en relation entre connaissances). C'est ce qui explique en partie la conception d'ingénieries didactiques par les didacticiens, en particulier pour l'introduction de notions nouvelles.
Ceci dit, tout énoncé ou presque peut encore être découpé, cela modifie les activités des élèves en proposant des tâches plus petites. Et un énoncé très découpé peut être travaillé de manière autonome par les élèves : il y a une relative indépendance entre le type d'énoncé et la gestion.

Le type de discussion que nous pensons porteur en formation est le suivant : par exemple si on veut rendre disponible un théorème, ie si c'est envisageable compte tenu des programmes et de la classe, un énoncé très découpé ou une gestion cours dialogué peuvent restreindre les initiatives au démarrage donc ne pas servir l'objectif.

Conclusion
Deux grandes difficultés se sont accrues ces dernières années[7], qui peuvent restreindre les activités des élèves et leurs apprentissages mathématiques : l'hétérogénéité des élèves d'une classe ou d'un établissement ou d'un niveau scolaire et, à l'inverse, le regroupement assez peu hétérogène d'élèves très défavorisés[8] (notamment issus de l'immigration).
Certes les réponses à travailler pour y faire face, sans doute partielles, ne peuvent pas se limiter à la classe de mathématiques, voire doivent être pluridisciplinaires et simultanées. Cependant l'enseignant de mathématiques a dans sa discipline, en sus des réponses valables pour tous en termes de socialisation préalable et de gestion, des marges de manœuvre à essayer d'investir, que des recherches devront préciser et tester :

- mieux comprendre les rapports au savoir et les postures des élèves est une première piste lancée plutôt par des chercheurs en sciences de l'éducation, qui peut amener à modifier les activités proposées en évitant par exemple celles qui favorisent des possibilités de « triche » cognitive
- proposer toute une palette d'intermédiaires pour rendre accessibles les adaptations des connaissances mathématiques au lieu de les supprimer en est une autre, plutôt travaillée par les didacticiens. Ce peuvent être des formes de travail : travail en petits groupes, travail collectif de bilan, écritures de règles, ..., ou des énoncés particuliers.

[7] Cf. par exemple le nouveau livre de Rayou et Van Zanten (2004) Enquête sur les nouveaux enseignants : changeront-ils l'école ? Bayard
[8] Cf. annexe 2 page 147

Chapitre 4 : formations d'enseignants de mathématiques : vers l'idée de scénarios de formations d'enseignants

On manque de recherches spécifiques sur la formation en mathématiques des enseignants du second degré (il n'y a pas beaucoup de travaux, mis à part la thèse de Lenfant, qui porte plus sur un diagnostic et 2 thèses (Masselot, Vergnes) sur une première évaluation de formations de PE, initiale et continue...). Il serait intéressant de préciser notamment des différences et similitudes entre installation (formation initiale) et formation continue.
Du coup, ce qui suit est parcellaire, et encore très hypothétique.

Ce chapitre donne lieu à plusieurs séances en formation de formateurs : l'élaboration d'une grille a priori, qui servira de guide aux observations, à partir des souvenirs ; les observations de formations existantes (une petite dizaine) ; leur compte-rendu collectif au deuxième trimestre et un bilan.
Nous allons dégager d'abord la grille d'observation, puis donner nos hypothèses : celles-ci sont en fait développées a priori dans une première séance sur les formations et a posteriori dans une séance de bilan fait à partir des observations ; et enfin développer l'idée de scénario de formation.
Le travail sur les scénarios de formation occupe tout la dernière partie de la formation : les participants, travaillant en petits groupes, élaborent pendant plusieurs séances, rédigent et exposent devant toute la promotion un projet qui pourrait être adopté l'année suivante.
Un exemple figure dans le cahier bleu n°4, repris à la fin du présent texte. D'autres exemples de scénarios de formation élaborés par les participants des deux années de cette formation sont disponibles.

I Diversités des formations : contenus, publics, modalités (cf. cahier bleu 4)

1) Diverses modalités de formations

Une première distinction tient à la différence entre formation sur le terrain, où n'interviennent que deux ou trois interlocuteurs, et formation regroupée, destinée à une dizaine au moins de stagiaire en présence d'un formateur. Nous nous attachons ci-dessous à ce deuxième type de formation, ce qui n'exclut pas de mélanger le cas échéant les deux modalités !

Certaines formations ont comme objectifs d'accroître la culture générale des enseignants et de réveiller leur intérêt, en les valorisant de manière intellectuelle, sans chercher de rapport immédiat avec les pratiques en classe, même si indirectement il peut très bien y avoir des effets.
D'autres sont diplômantes et ont des effets sur les connaissances des enseignants sans rapport direct avec les pratiques en classe (l'agrégation interne par exemple).
Enfin certaines formations sont en relation directe avec le métier. On peut en distinguer trois ou quatre grands types

- La formation initiale et peut-être celle des néotitulaires (imposées) ;
- Les formations continues autour d'un contenu (mathématique par exemple), articulées ou non sur un niveau scolaire précis : par exemple *statistiques, modélisation, algèbre (au collège), analyse (au lycée), géométrie ;*
- Les formations continues sur des supports comme les textes historiques ou les TICE ;

- Les formations continues articulées sur une question transversale : hétérogénéité, différentiation, ZEP, nouveaux dispositifs (TPE, IDD ...), liaisons CM2/6ème, 3ème/seconde, programmes, nouveaux sujets d'examen, clubs, analyses d'énoncés...

Sauf exception, les formations continues ne sont pas obligatoires.

2) Le guide (grille) d'observation

Voici le guide qui est utilisé pour les observations, il est établi a priori en séance avec les participants, la forme un peu elliptique permet d'en réduire la place.

a) Généralités

On note les indicateurs suivants :
Effectifs, durée, quel calendrier, fréquence, répétitions,
Localisation, origine du formateur (profession, études), décharges, voyages pour les formés.
Qui est à l'origine de la formation (cadre institutionnel) ? Est-ce une élaboration collective ?
Y a-t-il plusieurs formateurs ?
La formation est-elle obligatoire ou facultative ? Quel est le public visé ? Le type du public demandé est-il affiché ? Le public est-il homogène ? Comment sont choisis les participants (volontariat ou non) ?
Mode d'inscription ? Décharges ?
La formation est-elle diplômante ? Peut-elle avoir des répercussions sur les carrières ?
Est-ce un nouveau stage ? Quelle ancienneté ?
Le stage se déroule-t-il sur site ?
Quelles sont les attentes des formés ? Sont-elles interrogées ?
Une liste des participants est-elle élaborée pour qu'ils puissent échanger ultérieurement ?

b) Contenus affichés
Contenu disciplinaire précis, transversal, pluridisciplinaire ? A un niveau scolaire précis, transversal (lycée, collège, filière) ? Autres contenus (instruments, pratiques, dispositifs) ?

Que faire des connaissances transmises – les transmettre, les utiliser autrement ?
Est-ce seulement un « petit bout » de quelque chose ?
Quelles attentes des formés (porte sur l'adéquation à l'intitulé du stage) ?

c) Scénarios sur l'année ou sur la durée du stage
Y a-t-il une production, individuelle ou collective (scénario pour la classe, scénario de formation, brochure, mémoire, film, ...) ? Les productions sont-elles mutualisées ?
Y a-t-il des documents distribués – lesquels, quand, pour quel usage ? Sont-ils utilisés sur-place ou emportés pour un usage ultérieur ? Y a-t-il une bibliographie complémentaire ?
Stratégies : information, homologie[1], alternance, analyse réflexive, transposition, ...
Comment tient-on compte du fait qu'on a affaire à des adultes ? A des enseignants ?
Quel suivi ? Quelle suite ?

Quel lien avec la classe ? Affiché, effectif, implicite ?
Y a-t-il des retours de classe, des alternances classe-formation ?
Y a-t-il des nouvelles connaissances (notions) explicites en jeu ? Des nouveaux mots ?
Les séances sont-elles toutes pareilles ?

[1] Comme nous l'avons évoqué dans l'introduction, cette stratégie revient à faire travailler les participants comme on voudrait qu'ils fassent travailler leur futurs élèves (enseignants)

d) Pendant une séance
Organisation matérielle de la salle ? Y a-t-il utilisation de vidéo ou de rétro ou de matériel informatique ? Quelle organisation de la journée est planifiée (pauses, ...) ?
Quel début de la séance (objectifs, ...) ? Quelle fin ?
Le programme est-il (a-t-il été) annoncé ?
Quelle répartition du temps de parole ? Quelle répartition entre les différents intervenants ?
Quel travail des participants et comment (pendant et entre les séances) ?
Recherche en petits groupes ? Interactions - entre formés, entre formateurs et formés ?
Comment le formateur établit-il sa légitimité (au fur et à mesure de la séance) ?
Y a-t-il des documents ? Lesquels ? Des comptes rendus ?
Quelle participation apparente, quelle adhésion (attention, subjectif !) ?
Quels apports des stagiaires ? Quelles improvisations ?

e) Evaluation éventuelle
Mode d'évaluation, évaluation globale ou par journée, évaluation effective, observations, évaluation des acquisitions des formés, ...
Quelle adéquation avec le contenu affiché ? Avec le projet du formateur ? Avec l'attente du public ?

f) Formateurs
Qui fait la formation ? Y a-t-il des intervenants extérieurs ? Quelles compétences spéciales ?
Quelles représentations le formateur a-t-il de la formation (quel rôle le formateur se donne-t-il) ?
Quelles connaissances implicites, explicites des formateurs ?
Quelles ressources ont été utilisées ?
Quelles attentes des formateurs ?

Même aussi détaillée, cette grille ne permet pas toujours de répondre aux questions ou peut entraîner des réponses divergentes, ce qui alimente des discussions intéressantes !

II Quelques hypothèses encore modestes et schématiques sur les pratiques des enseignants, leur formation, le travail de formateur.

1) Des généralités (une bibliographie complémentaire est jointe à la fin du chapitre)

On admet, du fait de la stabilité, de la complexité et de la cohérence des pratiques, que le temps (la durée des actions de formation) a un rôle prépondérant. Il faut sans doute passer et repasser sur les mêmes séances, répéter à des moments différents, en impliquant différents acteurs, pour que des changements s'effectuent.

Pour toutes les formations, nous voulons souligner l'intérêt de l'analyse du couple {tâche proposé/déroulement effectif} dans un contexte donné. C'est pour nous le cœur des pratiques enseignantes, ce doit être le cœur des formations ! Cela peut se faire à partir de vidéo ou d'enregistrements ou d'observations, avec des modalités variées de questionnement des acteurs. Cela amène à réintroduire naturellement les analyses plus vastes ou plus externes à la classe, programmes (à l'occasion de questions sur une séance), notions mathématiques, connaissances des élèves, stratégies d'enseignement, environnements sociaux et culturels, spécificités des équipes enseignantes et des établissements...

De plus nous suggérons qu'il est nécessaire que dès la formation des « recompositions » des différentes composantes[2] soient présentées (et que ces recompositions soient ainsi en partie à la charge du formateur, et pas seulement à celle de l'enseignant) : ne pas séparer les présentations de contenus des déroulements qui vont les accompagner nous semble un point fort du respect de la complexité des pratiques.

Restent des questions de modalités de formation : par exemple, a-t-on intérêt à commencer petit pour arriver à gros (au lieu de parier sur le tout ou rien) ?
Au contraire, permettre aux enseignants de vivre des expériences « cruciales », différentes des pratiques ordinaires peut-il déclencher quelque chose ?
Comment tenir compte du fait qu'on a affaire à des adultes déjà actifs, avec déjà leur cohérence, même en germe chez les débutants, voire une certaine stabilité dans leurs pratiques ?

2) Des hypothèses encore très partielles

Former des pratiques serait alors réussir à donner à chaque enseignant des moyens pour optimiser à son échelle les composantes cognitives et médiatives de ses pratiques, en tenant compte des contraintes, variables selon ses classes. « Donner des moyens » signifierait donner des connaissances, des moyens d'apprécier leur portée et leurs limites, des moyens de les critiquer et de les adapter.

Cela implique à la fois un travail sur le cognitif – sur les contenus mathématiques, les tâches et les activités des élèves, et sur le médiatif, donc sur les variables dans les choix de déroulement. Ce travail doit amener à prendre en compte les contraintes institutionnelles et sociales, dont des caractéristiques des élèves et du milieu enseignant. Les marges de manœuvre qui restent doivent être alors dégagées grâce à un deuxième travail de recomposition de toutes ces données.

La question des modalités pour accomplir ce type de programme reste entière ; nous ferons quelques hypothèses après avoir rappelé nos modestes connaissances à ce sujet.

Commencer petit
Certains auteurs[3] défendent l'idée qu'il faut « commencer petit » et rester accroché à la pratique, rester dans un domaine suffisamment familier. Quitte à ce que des modifications plus importantes finissent par apparaître ! C'est ici la stabilité qui est respectée. En tout état de cause, il semble en effet difficile de proposer des changements radicaux, en termes de « tout ou rien », à des enseignants non débutants qui ne sont pas confrontés à une crise grave.

Faire vivre une expérience cruciale
Certains auteurs se demandent si, en revanche au moment de l'installation des pratiques des enseignants débutants, faire vivre (montrer) des expériences différentes de ce qui est en germe chez les stagiaires ne pourrait pas jouer un rôle positif. Cela nécessite de leur fournir une séquence précise (voire de la leur montrer en vidéo ou en vrai) puis de leur demander de l'essayer dans leur classe. Dans certains cas par exemple, l'adoption du travail en petits groupes en classe devient envisageable après une expérience même un peu forcée, alors qu'avant cela apparaissait insurmontable, voire négatif.

[2] Institutionnelles, sociales, personnelles…
[3] Cautermann et al (1997)

Adapter aux personnalités en présence

Adapter différents types de pratiques pour respecter les cohérences individuelles : c'est une de nos hypothèses fortes pour tenir compte de la composante personnelle des pratiques. Par exemple, supposons qu'un enseignant n'apprécie pas de se taire en classe, alors qu'il lui semble important que des moments d'autonomie soient aménagés pour ses élèves. Comment trouver une gestion qui remplisse cette condition tout en lui étant adaptée ? Il s'agit alors d'imaginer des montages, par exemple en l'occurrence couper la classe en deux en laissant l'enseignant ne s'occuper que de la moitié des élèves à la fois.

Ne pas se limiter à faire travailler sur une seule composante des pratiques à la fois

« Recomposer » le plus possible ce qui est travaillé en formation : là encore, nous émettons cette hypothèse pour tenir compte de la complexité des pratiques. Nous suggérons par exemple qu'il est illusoire de laisser aux formés, notamment débutants, tout le travail de recomposition entre le cognitif (travail sur les contenus et les prévisions de gestion), et le médiatif (travail sur la gestion a posteriori). Nous proposons que ce travail d'imbrication entre les deux composantes, qui amène à préciser des logiques dans l'activité de l'enseignant, soit assuré en partie pendant la formation et pris en charge en partie par le formateur.

Cela peut mettre en jeu des questions du type : qu'est-ce qui est difficile à faire en classe, même si c'est important pour les apprentissages ? Qu'est qui est variable selon les types de classes (par exemple) ? Se demander « qu'est-ce qui est essentiel dans un scénario proposé », « à quoi on peut renoncer » peut participer de ce type de travail, tout comme travailler sur les alternatives, qui mélangent contenus et gestion.

Nous y avons déjà fait allusion et nous y reviendrons.

Aborder les contraintes et les marges de manœuvre de l'enseignant en classe

De même, nous suggérons qu'il y a lieu de tenir compte explicitement des contraintes et des marges de manœuvre dans des formations : arriver à une connaissance critique des programmes et des documents d'accompagnement, pouvoir critiquer des manuels, se poser des questions comme « qu'est-ce qui est « possible » de faire en classe dans tel établissement» nous semble participer de la formation. Ce serait aussi un moyen de réhabiliter des recherches didactiques jugées trop loin des réalités lorsqu'on les livre sans le travail de formation préalable nécessaire (transposition).

Avoir des mots pour le dire

Avoir des « mots pour le dire » pour parler des activités des enseignants semble faciliter l'accès aux pratiques : par exemple on peut donner et spécifier par des noms des outils d'analyses a priori des activités que l'enseignant choisit pour ses élèves, énumérer et nommer certains de ses gestes élémentaires pendant les déroulements. Cela permettrait aussi bien de relire des pratiques stables avec des enseignants expérimentés que de participer à l'installation des pratiques des débutants.

Tenir compte explicitement de la spécificité du public

Tenir compte du fait qu'on a affaire à des adultes, qualifiés, responsables, avec une charge de travail forte est souvent évoqué pour justifier certaines modalités de formation particulières (discussion, mutualisation, formateur non seul détenteur du savoir). La présentation explicite des tensions qui ne peuvent manquer d'apparaître dans l'exercice du métier, entre autonomie des élèves et prise en main des élèves, entre socialisation et apprentissage, entre routine et renouvellement, etc. est aussi peut-être un moyen de tenir compte de cette caractéristique. Enfin, le formateur ne peut pas détenir un savoir qui n'existe pas ! Le travail de l'enseignant est aussi en partie fait de choix, de paris, très contextualisés, qui ne peuvent réussir qu'en fonction de ce qu'il est, et de ses tentatives de concilier des facteurs plus ou moins contradictoires...

Tenir compte de la spécificité de la profession
Enfin certains échecs relatifs de formations actuelles, en matière d'introduction généralisée des TICE par exemple, peuvent venir de la non prise en compte de l'importance du collectif d'enseignants. Il serait possible que certains changements, pour les enseignants comme dans d'autres professions[4], ne puissent être adoptés individuellement qu'après une adoption collective (travail sur le genre).

III Les formations existantes : un bilan des observations fait pour les participants

Des observations de formations inscrites dans les plans de formation continue et de formations initiales de PLC2 ont lieu depuis deux ans – de 6 à 8 par groupe et par an, réparties également entre les deux types de formation.
Ces observations ne sont pas suffisantes mais elles donnent une idée et indiquent des points faibles éventuels. Un bilan est présenté lorsque toutes les observations ont été exposées.

1) Premiers résultats : diversités des modalités et objectifs des formateurs, des points communs entre formation initiales et continues

Les modalités de ces formations sont variées mais dans tous les cas, de nombreuses contraintes pèsent sur les choix éventuels des formateurs. En particulier, le choix des durées et des dates est très limité, le choix des lieux est très difficile et tous les enseignants qui participent à des formations continues le font sans rémunération ni gain de qualification officielle. Certaines formations prennent la forme de conférences, d'autres engagent les stagiaires dans un travail effectif pendant les séances, quelquefois c'est la mutualisation des pratiques qui est recherchée, souvent des discussions sont organisées.
Plus précisément, on ne peut pas déterminer avec les observations dont nous disposons de stratégie globale. Localement, pendant les séances, sont utilisées

- une technique d'homologie en PLC2 statistiques (2),
- des exposés magistraux d'information, essentiellement en math ou histoire des math (ils existent dans tous les stages de formation continue et dans aucune des séances PLC2 ou néotitulaires),
- du travail en groupes permettant soit un travail sur les exposés soit une mutualisation des expériences et une discussion (en PLC2 et dans certaines séances des formations continues). Ce travail, pour lequel les propositions finales viennent des stagiaires est en général organisé à partir de propositions initiales du formateur, sauf pour trois séances en formation PLC2 ou néotitulaires sur l'évaluation et la démonstration.

Les alternances avec le terrain inscrites dans la formation, avec une préparation des modalités du retour en stage, semblent rares, comme nous l'avons signalé. Il n'y a jamais d'analyses de pratiques en classe ni a fortiori d'utilisation de vidéo.
L'organisation d'une production des stagiaires est rare.
L'utilisation (ou le travail sur) des ressources est assez rare en PLC2. Lorsqu'elle est organisée, elle concerne souvent les ressources institutionnelles (programmes et documents d'accompagnements). Le travail sur les manuels n'est apparu qu'une seule fois. Le travail sur d'autres ressources, comme les articles de revues spécialisées, ne sont apparues qu'en formation continue et ont concerné des math ou de l'histoire des math.

[4] Cf. Clot (1999)

En revanche, dans toutes les formations continues et dans plus de la moitié des formations PLC2 et néotitulaires, il y a une distribution de documents (y compris références internet et bibliographie). On ne peut savoir si ces documents sont utilisés ensuite, certains observateurs restent sceptiques notamment dans le cas où l'utilisation n'a même pas été amorcée en séance.

Les objectifs des formateurs sont tout aussi variés et pas toujours explicités : réussite aux concours si c'est une formation diplômante, exposition claire et intéressante s'il s'agit de conférences générales ou d'apports de connaissances, prise en main satisfaisante des classes et installation de pratiques adaptées s'il s'agit de PLC2, enrichissement des pratiques voire modification…
Les objectifs exprimés sont généraux, on ne sait pas s'il existe une stratégie précise de formation mettant en relation certains aspects des pratiques visés et les choix faits pendant les séances.
Les formateurs sont souvent deux, notamment en PLC2, ce qui permet d'endosser plusieurs rôles devant les stagiaires : un formateur peut être plus « théorique » que l'autre par exemple.
En tout état de cause, la prise en compte des besoins exprimés (demandes), de besoins supposés, des contraintes qui pèsent sur les enseignants, des marges de manoeuvre sont très rarement explicites.
On ne sait pas non plus directement quelle a été l'utilisation des ressources (institutionnelles, manuels et autres) que le formateur a faite : on peut penser que c'est variable, il y a plus de ressources de différents types en formation continue.
Enfin, la prise en compte du fait que ce sont des adultes (et/ou des professeurs), bien appréciée par les observateurs sauf pour un stage PLC2, n'est cependant pas explicitée.

2) Contenus des stages : peu d'imbrication des composantes des pratiques

Nous avons cherché s'il existe un apport théorique, sur un contenu mathématique ou non. Nous avons alors regardé si cet apport est ou non en relation avec les programmes, avec le savoir mathématique, avec des problèmes de gestion de classe, en relation avec les connaissances et/ou difficultés des élèves.
En moyenne on constate ou bien un travail sur des contenus mathématiques, sans allusion à la gestion, ou bien le contraire – on traite un problème de gestion sans se préoccuper des contenus mathématiques (sauf dans une certaine mesure pour le stage « l'algèbre au collège »).
Dans notre échantillon, il n'y a pas ou peu de réflexion sur les marges de manœuvre des enseignants, sur les contraintes qui pèsent sur eux, sur le cas spécifique des ZEP.
Le plus souvent, tout se passe comme si le formateur détenait le savoir, et ce d'autant plus qu'il s'agit de mathématiques. Là encore il y a des exceptions.
Les discussions sur le cadre institutionnel (y compris les programmes et des documents d'accompagnement, qui sont les documents les plus utilisés) et les critiques semblent peu fréquentes.

3) Une régularité : les évaluations des formations sont insuffisantes

Les évaluations de ces formations ne sont pas encore très fiables, elles restent souvent liées à des impressions à chaud des stagiaires. Or celles-ci peuvent très bien porter sur le vécu du stage et pas sur ce qui en sera retenu. S'il est déjà très important que les stages se passent bien, nous sommes aussi intéressées par l'influence qu'ils peuvent avoir sur les pratiques ultérieures des enseignants. Mais cette influence est difficile à mesurer directement : ainsi, un stage peut simplement « regonfler » un enseignant qui commençait à s'ennuyer, sans autre rapport direct avec sa pratique avec pourtant des conséquences essentielles. Autre cas de figure : tel autre stage a une influence mais sans que la relation entre le détail du stage et les modifications des pratiques n'apparaisse directement au stagiaire.

IV L'idée de scénario de formation

Pourquoi s'intéresser à cette question ?
Les diverses formations dispensées à l'IUFM et en formation continue pour le second degré ne sont pas toujours précédées d'analyses spécifiques : l'expérience des formateurs, très précieuse au demeurant, en est souvent une des sources essentielles, peu questionnable. C'est particulièrement vrai pour toutes les formations « terrain », dispensées par des conseillers pédagogiques mais c'est aussi plus ou moins le cas des autres formations, regroupées.

Cela peut rendre difficile l'évaluation de ces formations, notamment parce qu'il manque une élaboration précise et explicite d'objectifs qualitatifs qui pourraient servir à comparer la formation aux réalisations ultérieures des formés dans leurs classes. C'est l'objectif des scénarios de formation.

Actuellement, toutes ces formations sont porteuses de gros enjeux, en relation avec les difficultés d'adapter les pratiques des enseignants aux changements de population ou aux innovations technologiques.

Nous nous proposons ici de rappeler ce que nous avons à notre disposition pour concevoir divers scénarios de formation supposés robustes, tenant compte notamment de nos connaissances, certes encore modestes, sur les pratiques ; nous considérerons la question de l'expérimentation et de l'évaluation de ces scénarios.
Nous nous inspirons du mot utilisé dans certaines didactiques pour qualifier le résultat du travail de conception de séances en classe. Nous baptisons ainsi « scénario de formation » le projet complet d'une formation, avec son titre et la présentation du stage. Ce projet précise, à partir du public concerné, de la durée précise et de la répartition des séances dans l'année, les modalités des diverses séances et un certain nombre d'objectifs détaillés. Ce projet permet de déterminer les documents travaillés en formation. Il comporte une prévision de modalités d'évaluation possibles. Il est élaboré à partir de sources disponibles qui ne sont pas nécessairement utilisées pendant la formation elle-même et à partir de besoins des stagiaires, soit supposés, soit exprimés en début de stage.

Si les objectifs généraux et les contenus des stages sont souvent très explicites et font l'objet de discussions préalables et de présentations précises, les questions de modalités précises de la formation et de gestion des séances de formation sont souvent laissées davantage à la discrétion du formateur et à son l'inspiration.

De plus, les documents utilisés par les formateurs pour concevoir leur stage restent souvent limités aux ressources institutionnelles (programmes et instructions) ou aux manuels et négligent de nombreuses ressources liées aux recherches.

Enfin, diverses interrogations nous semblent importantes, qui ne sont pas toujours envisagées : par exemple le lien entre le travail sur les contenus à enseigner et la gestion de la classe. On constate souvent, ne serait-ce qu'en lisant les titres, que les stages de formation privilégient une de ces composantes : tel stage est centré sur le contenu (statistiques), tel autre sur la gestion de l'hétérogénéité. Nous allons esquisser plus loin l'intérêt d'un travail simultané. Dans le même ordre d'idées, la question de l'alternance entre des séances de formation regroupées et d'autres sur le terrain nous semble de première importance : se pose alors la question de préparer le passage en classe et le retour et de l'exploiter. Se pose alors la question de trouver une modalité permettant ce travail simultané sur contenu/gestion et théorie/pratique. C'est un des avantages que nous allons dégager dans l'utilisation de vidéo en formation, utilisation à la quelle nous consacrons un chapitre entier dans la troisième partie.

Une bibliographie complémentaire du chapitre 4 : généralités sur les formations

Formateurs d'enseignants, quelle professionnalisation ? Altet M., Paquay L., Perrenoud P. (Eds), De Boeck (2002)

Former des enseignants professionnels, quelles stratégies, quelles compétences ? Paquay L. Altet M., Charlier E., Perrenoud P. (Eds), De Boeck (2001)

Le génie didactique, usages et mésusages des théories de l'enseignement, Mercier A., Lemoyne G., Rouchier A. (Eds), De Boeck (2001)

Le groupe en formation d'adultes, Solar C. Ed.), De Boeck (2001)

L'analyse des pratiques professionnelles Blanchard-Laville C et Fablet D ed. L'harmattan, (2000).

La formation continue des enseignants est-elle utile ? Cautermann M.M., Demailly L., Suffys S., Bliez-Sullerot N., PUF (1999)

La formation professionnelle des enseignants, Altet M.PUF (1994)

Enseigner à des adultes, Malglaive B., PUF (1990)

Violence à l'école, état des savoirs, Charlot B. Emin J.C. (Eds) –réédition Bordas 2001

Chapitre 5 : Les analyses de vidéo

Introduction

Rappelons qu'on cherche à analyser les activités (potentielles) des élèves en classe comme levier entre enseignement et apprentissage, levier qui est en partie dans la main des enseignants lesquels provoquent en grande part les activités des élèves.
Comment analyser ces activités ? Rappelons que nous nous basons sur nos hypothèses sur les apprentissages, déterminant de grandes variables (cf. chapitre 3) pour mettre au point ces analyses, qui sont faites ici à partir de séances (auto)filmées en classe.
Notre objectif reste une meilleure connaissance du réel, qui puisse enclencher une réflexion réaliste sur des alternatives.

La séance où on présente ces analyses de vidéo est évidemment construite autour du visionnement d'une première vidéo. Ce peut être une vidéo du formateur, ou une autre (comme celle qui est présentée dans le cahier bleu n°3 ou en annexe de ce chapitre[5]).
On commence par proposer aux participants la situation qui a été donnée aux élèves en leur demandant de faire des prévisions, puis on visionne et on engage une discussion sur les activités des élèves et les alternatives (cf. chapitre 3).
L'objectif est de mettre au point collectivement une grille, qui est plutôt un guide, à utiliser ultérieurement (cf. cahier bleu n°2).

1) La grille

Ce n'est pas un carcan, mais un étayage, un guide – ne pas tout garder à chaque fois !
Nous listons ci-dessous les éléments à renseigner (le cas échéant) – nous développons plutôt l'analyse d'un exercice mais cela s'adapte à d'autres situations. La forme est celle d'une grille, non rédigée, pour ne pas prendre trop de place.

a) des compléments indispensables à l'analyse de la vidéo proprement dite (non observables sur la vidéo.

La classe
L'établissement (habitudes, contraintes),
Le professeur (éléments sur les expériences, conceptions)
Les mathématiques

- la notion,
- le programme,
- le type de la notion et le niveau de conceptualisation compte tenu de l'ordre choisi,

b) éléments observables ou inférés directement

Analyses a priori de l'épisode : on utilise ici des outils décrits dans le chapitre 1 de cette partie. On analyse successivement :

La place de la séance dans le cours, la place de l'épisode (par rapport au cours et aux exercices)
Si c'est un exercice, découpé en questions analysées les unes après les autres, on étudie :

- longueur,

[5] Le deuxième exemple est soumis à la revue repères IREM.

- notion visée, fonctionnement outil ou objet, anciennes connaissances, mélanges
- modes de raisonnement,
- NMF (niveaux de mises en fonctionnement)
- cadres, registres, etc.
- degré d'ouverture (de la question, des méthodes, étapes ou intermédiaires à introduire), degré de généralité et de formalisation, degré d'implicite, moyens de contrôles internes

Analyses du déroulement
On précise, en utilisant les outils dégagés dans les chapitres 2 et 3 :

- le scénario global (univers de la séance)
- la chronologie de la séance avec minutage des grands épisodes
- le contrat pour l'exercice (la répartition du temps, la recherche collective, individuelle, etc.),
- la production attendue pour l'exercice (oral, écrit),
- les formes de travail des élèves (à leur place, en petits groupes, un élève au tableau…)
- les accompagnements,
  - aides (avant, après, directes, indirectes) : indications, méthodes, bilans…
  - utilisation du tableau (brouillon public, lieu de savoir, lieu d'écriture[6])
  - évaluations, validations, diagnostics
  - discours (questions, structuration, argumentation, encouragements et enrôlements, méta …)

Analyse a posteriori de l'épisode (non détaillé, global)

Côté élèves, on précise : Quelles activités pour les élèves ? Qu'ont-ils eu à faire ? Quelles initiatives ? Quelles aides ?
Quel rapport avec ce qui était analysé a priori ?
Sur quoi on a joué ? Quelles conséquences inférer en termes d'apprentissage (cf. annexe 1)...

Côté professeur, on essaie de déterminer : Quel rapport avec le projet initial ? Quelles contraintes, quels imprévus ? Que dire du temps ?

Quelles variables didactiques apparaissent ?
Quelles alternatives sont envisageables –pour cet enseignant, pour cette classe, pour d'autres enseignants dans d'autres classes ?

2) L'expérience des participants : les analyses de vidéo en formation de formateurs.

Les études que nous avons menées dans les deux premières années de la formation portent sur un ou deux extraits d'une dizaine de minutes au total de séances d'une heure (ou deux), sans transcription.
C'est l'enseignant qui s'est filmé qui livre l'analyse. Il présente d'abord l'établissement, la classe, le contenu de la séance et son inscription dans le contexte et la classe.
Une chronologie de la séance complète est fournie, qui permet de réaliser le(s) moment(s) analysés.

---

[6] Cf. Robert et Vandebrouck (2003)

L'étude se divise en plusieurs étapes, plus ou moins mélangées :

- Une analyse a priori de l'exercice permet de définir, à partir des tâches proposées (énoncé ou morceau de cours), les activités potentielles que pourront avoir à faire les élèves a priori.
- Une analyse du déroulement permet de mettre en évidence les activités potentielles telles qu'elles se présentent réellement, compte tenu de la gestion effective de l'enseignant et des réactions des élèves.
- La prise en compte du projet de l'enseignant complète cette description en inscrivant en particulier l'extrait analysé dans un temps plus long et en tenant compte des habitudes de la classe et de l'enseignant.
- Les activités des élèves sont alors reprises, et on peut dégager notamment les activités a minima qu'on peut attendre.
- Un travail sur les alternatives (pour cet enseignant ou d'autres) est alors proposé, ainsi que des réflexions plus larges s'il y a lieu (problématiques attachées à une vidéo).

3) Un bilan provisoire à partir de la formation.

Les études de vidéo menées en 2003-2004 ont permis de mettre en évidence plusieurs éléments récurrents, qui s'inscrivent dans la suite du chapitre 2 sur les pratiques des enseignants de mathématiques.
D'abord nous avons constaté la difficulté, pour l'enseignant auteur de la séance, de produire une analyse a priori faisant abstraction de son projet (autant que faire se peut).

Puis nous avons pu repérer des diversités mais aussi des régularités, au niveau des déroulements effectifs, des contraintes, et des questionnements.
Au moment des corrections d'exercices, le travail des élèves (activités potentielles a minima) porte souvent sur des tâches (devenues) simples et isolées, même si elles ne l'étaient pas dans l'énoncé – notamment pas simples. Ces corrections sont la plupart du temps le fait de l'enseignant, qui a aussi en main les validations. Les corrections se font au fur et à mesure des questions, ce qui accentue les découpages plutôt que les réduire. La prise en compte des activités (recherche par exemple) des élèves est souvent implicite. La plupart des échanges dans la classe sont des échanges professeur/élèves, les échanges entre élèves sont plus rares et non « officiels ».
Il n'y a pas beaucoup de « méta », par exemple pas de retour sur l'ensemble d'un exercice qui a été découpé ni de retour sur les méthodes qui ont servi.
Les questions de formulations sont aussi dans la main de l'enseignant qui fait reformuler par exemple sans qu'un enjeu de compréhension vis-à-vis des autres élèves s'exprime nécessairement à l'origine.

Dans l'ensemble, les enseignants pensent avoir rempli au moins partiellement leurs objectifs, même s'ils imaginent des alternatives.

Les difficultés qui reviennent fréquemment concernent le démarrage des exercices, la nécessité d'enrôler les élèves, de les faire travailler (en dehors).

Les alternatives ont beaucoup porté sur la gestion et notamment sur le travail en petits groupes par opposition au travail individuel, en particulier dans les phases de recherche. Il est apparu que le travail en groupes n'est pas très développé, pour diverses raisons, y compris tenant à des habitudes d'établissement, à la crainte de débordement due à une hétérogénéité encore plus grande qu'à l'ordinaire, à la crainte que certains élèves en profitent pour ne plus rien faire du tout. Les alternatives ont aussi porté sur les énoncés, avec des propositions de découpage supplémentaire ou de réduction, voire de complément, parfois aussi sur la mise en évidence de variables didactiques (numériques par exemple).

Cependant, la discussion n'a pas souvent permis de mettre en relation l'enjeu des activités et la forme de travail choisie : par exemple on peut se demander si, lorsque l'enjeu est de rendre disponible une connaissance en cours d'acquisition, ou de mélanger des connaissances anciennes et nouvelles, le travail en petits groupes n'est pas un mode de gestion adaptée parce qu'il permet davantage de laisser les élèves sans indication au démarrage (10 minutes au lieu de 5 minutes) ; or c'est précisément au démarrage que s'établit la différence entre une connaissance disponible ou non, puisque c'est à l'élève d'aller la chercher.
De même une manière de dévoluer le travail sur la formulation aux élèves ne serait-elle pas d'installer une forme de travail permettant de produire, après l'avoir discutée, une formulation, travail plus difficile en solitaire ?
Ces deux exploitations sous-entendent que le travail en groupes permet de laisser une certaine autonomie, voire une certaine initiative aux élèves, ce qui n'est sans doute pas possible dans toutes les classes. Elles demandent aussi de réussir à arrêter le travail à un moment qui n'est peut-être optimal pour personne, et à gérer le difficile retour à une phase collective.
Les contraintes qui ont été très largement évoquées, notamment au moment des justifications des projets et des alternatives, portent sur les programmes, le temps (sous-entendu les horaires), les élèves (et leur faible travail), l'hétérogénéité voire le recrutement défavorisé, les parents ou les collègues.

Les problématiques qui sont apparues ont concerné les programmes, certains contenus comme la valeur absolue, la démonstration au collège, l'hétérogénéité des élèves, les classes faibles (type ZEP), l'utilisation des textes historiques, les changements de cadres, la logique, et certaines contradictions (ou au moins tensions) qui traversent le métier, notamment l'éternelle contradiction entre l'action des élèves et leur activité.

4) Conclusion

Ces analyses présentent plusieurs intérêts.

En premier lieu elles permettent une appropriation en profondeur des outils introduits au premier trimestre, chaque participant est amené à les éprouver sur sa propre vidéo. L'intrication contenus/déroulement est nécessairement très présente, et on constate que si presque tout énoncé peut être découpé pendant la classe, il est non moins vrai qu'un énoncé très découpé peut être travaillé de manière autonome par les élèves.

En deuxième lieu elles offrent la possibilité de faire vivre à l'ensemble du groupe les diversités et les régularités des pratiques des enseignants, même si les séances ne portent pas sur les mêmes sujets mathématiques.

En troisième lieu elles ouvrent à des perspectives plus larges qu'une séance en classe : non seulement il est devient évident que contenus et gestion ne sont pas indépendants, on a une occasion de recomposer naturellement cognitif et médiatif, mais il est aussi très clair que l'organisation globale de l'enseignement du professeur entre aussi en compte de manière très imbriquée.

L'inscription dans un scénario global conditionne ainsi le bénéfice de tel ou tel énoncé, travaillé de telle ou telle manière, notamment selon la place par rapport à l'exposition des connaissances : les dynamiques entre cours et exercices entrent en jeu, ainsi que les mises en relation entre connaissances. Il est donc nécessaire de revenir à un moment à la complexité qui est au cœur des choix des enseignants, ainsi qu'au métier et à ses diverses conceptions.

Annexe du chapitre 5 : deux exemples d'analyse de vidéo en formation de formateurs.

Premier exemple : une séance de module en classe de première scientifique

Il s'agit d'une séance de module en première S en 1996, dans un établissement plutôt bon, le thème de la séance est « Expression analytique d'une rotation » que nous avions filmé dans le cadre des premières recherches sur les pratiques des enseignants[7]. Le programme a changé depuis mais les analyses demeurent !

Nous nous intéressons à la première demi-heure de la vidéo.

Nous indiquons en italique les phrases de l'enseignant.

L'exercice proposé initialement dans ce TP (demi-classe) de une heure est d'abord présenté de manière générale de la façon suivante : Etude analytique d'une rotation : utiliser cette étude pour exprimer l'image d'une droite.
Les élèves travaillent comme d'habitude, individuellement, et l'enseignant explique d'emblée qu'il s'agit d'un exercice de révision qui amène à se promener dans beaucoup de parties du programme (ie à mettre en fonctionnement beaucoup de notions du cours), sans que ce soit compliqué. On connaît déjà géométriquement la réponse, il s'agit de travailler dans ce nouveau cadre.
Ces préliminaires indiqués, l'enseignant propose un énoncé plus précis :
On se donne un repère orthonormal (O, $\vec{i}, \vec{j}$) – *selon l'habitude* - commente-t-il en même temps qu'il écrit au tableau et dicte aux élèves.
R désigne le quart de tour de centre O, d la droite d'équation 3x + y + 3 = 0. Trouver l'image de d. *On traite un seul exemple et un cas particulier* ajoute-t-il immédiatement.

1) Analyse a priori rapide du début de l'exercice[8]

Cet énoncé n'est pas découpé et demande donc de mettre en place des étapes : traduction analytique de l'effet du quart de tour sur les coordonnées d'un point, application à la droite donnée. Il faut mettre en place le travail dans un cadre analytique à partir de données mixtes (la droite est déjà donnée par son équation, la rotation est définie géométriquement).
La première étape demande de pouvoir mobiliser la définition du quart de tour.
Ensuite il faut d'abord obtenir l'expression analytique du quart de tour, avant de chercher l'image de la droite (étape à introduire). Or plusieurs méthodes sont possibles pour obtenir les coordonnées de l'image d'un point (générique) à partir des coordonnées du point, il faut en choisir une bien adaptée au cadre analytique. La méthode qui consisterait à traduire analytiquement les caractéristiques de l'image d'un point M par la rotation n'est pas bien adaptée. Notons que dans le cadre des programmes de première de l'époque l'usage des coordonnées polaires (R, a) n'est pas obligatoire. On peut penser qu'il faudra apporter cette indication aux élèves si on veut qu'ils utilisent cet outil. Mais même en travaillant sur ces coordonnées la traduction directe des propriétés de l'image d'un point M n'est pas immédiate. Il y a une méthode indirecte qui consiste à utiliser des produits scalaires bien choisis pour exprimer x et y en fonction de R et a ce qui permet d'exprimer x' et y' de la même manière et de conclure. Cette utilisation du produit scalaire dans cet exercice amène à travailler

[7] Cette vidéo a aussi été analysée dans une recherche sur l'utilisation du tableau en classe (Vandebrouck, 2002).
[8] Il ne s'agit pas d'une analyse a priori comme des chercheurs pourraient la faire mais de lister la nature des tâches pour mieux repérer les activités des élèves qui pourraient être enclenchées.

différentes écritures du produit scalaire de manière non simple et non isolée : il y a une adaptation de type A1, reconnaissance des modalités d'application du produit scalaire, à appliquer 4 fois de suite, et une de type A3 (mélanges du cadre analytique et géométrique).

L'écriture de l'image de la droite se fait ensuite en remplaçant les coordonnées (x, y) par leur expression en fonction de x' et y' et en justifiant le caractère ensembliste de l'opération ; nous arrêtons notre analyse avant (pour des questions de temps de visionnement de la vidéo).

2) Déroulement (vidéo) : les trente premières minutes de la séance.

a) **La mise en route : construction de la figure**, premier acte indiqué par l'enseignant

En fait l'enseignant demande immédiatement aux élèves de faire un dessin « *comme d'habitude* » - il indique que tout se passe aux environs de O et conseille de prendre une unité de 1cm. Il se tait presque 2 minutes, sauf interventions privées, pendant lesquelles les élèves dessinent le repère et la droite d'équation donnée. Puis il reprend la parole : *dépêchez-vous ! Le dessin, ce n'est pas le but, le but c'est de trouver l'image de d.*

b) On passe aux choses sérieuses : étude analytique de r.

L'enseignant commence par poser une question : *étude analytique, c'est à dire ?*
Il se reprend : *au fait qu'est-ce qu'un quart de tour ?* Il interroge un élève précis, qui donne le centre mais se trompe sur l'angle (Π /4 au lieu de Π /2). L'enseignant rectifie lui-même l'erreur et reprend sa question : *que veut dire « étude analytique » ?*
Un élève répond et l'enseignant le fait préciser : un dialogue s'engage. En fait l'élève introduit à tort la droite, l'enseignant explique qu'on y reviendra après. Il est de nouveau sollicité par l'enseignant qui fait appel à sa mémoire – c'est ce qu'on a fait samedi dernier…
L'élève finit par dire « On cherche les coordonnées d'un point », puis pressé par le professeur « de n'importe quel point ».
L'enseignant complète cette phrase et écrit au tableau : soit M un point de coordonnées (x,y) on fait agir r : M → M' ; M' image de M a pour coordonnées (x',y').
Un élève reprend : le but est d'exprimer x' en fonction de x et y' en fonction de y. L'enseignant corrige encore, explique que c'est trop demander et qu'il s'agit d'exprimer x et y en fonction de x' et y'.

c) Retour à la figure et conjecture

L'enseignant demande alors de représenter sur la figure un point M quelconque (du premier cadran) et son image M'. Il ne laisse aucun temps. Il interroge un élève sur la construction de M' à la règle et au compas (*comme d'habitude*) : l'élève répond OM = OM' et l'enseignant place un arc de cercle de centre O et de rayon OM (avec une ficelle).
« *Tu regardes l'angle* » complète l'enseignant en reprenant la mise en garde de la confusion quart de tour et Π/4. L'élève indique $(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OM'}=\Pi/2)$ et l'enseignant dessine en même temps la demi droite perpendiculaire à [OM). Il obtient M' et matérialise x' et y'.
Il esquive une question d'élève sur la construction à la règle et au compas (*on est en première plus en 4ème*). Puis il demande de conjecturer la réponse en préparant au tableau x' = …
Il obtient x' = y, puis une réponse fausse y' = x.
Il rectifie et annonce, *bon plus précisément on va démontrer que x' = y et y' = -x.*

d) Le début de la démonstration de l'expression analytique de la rotation (avec un épisode plus détaillé).

L'enseignant annonce qu'il y a plusieurs méthodes et qu'il a choisi celle qui fait intervenir de la trigonométrie et des produits scalaires ; il ne laisse pas une seconde de réflexion sur cette question des méthodes.

Il commence par se débarrasser du point O, sans que les élèves puissent vraiment comrpendre que c'est un cas particulier qui ne peut pas se traiter comme les autres cas. Il introduit l'idée de repérer M (différent de O) par ses coordonnées polaires (R, a) : il doit en donner la définition, inconnue des élèves (hors programme). Il prend une image pour expliquer : les plans de ville d'une certaine époque, avec une baguette tournante munie d'un index mobile. Notons que les élèves suivent puisqu'un d'entre eux signale que le premier choix de l'enseignant (r pour désigner la longueur OM n'est pas bon car la lettre r est « déjà prise »).

Puis l'enseignant demande aux élèves de revenir au problème. Une première proposition d'élève est la suivante : traduire $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{OM'} = 0$.

L'enseignant fait rappeler l'expression analytique du produit scalaire et explique que c'est une bonne idée mais qui ne permet d'obtenir qu'une équation à deux inconnues, il en manque une autre. Il enchaîne en reprenant : OM = R, a =($\vec{i}, \overrightarrow{OM}$), x abscisse de M et précise la question :
Comment obtenir x en fonction de R et a ?

<u>Nous détaillons davantage cet extrait qui dure 7 minutes.</u>

L'enseignant interroge un élève qui se place dans le triangle rectangle dessiné dans le premier cadran. L'enseignant corrige, en faisant remarquer le caractère non universel de ce recours à la figure. Il illustre ce propos en prenant plusieurs autres cas de figure et en montrant la difficulté d'évaluer l'angle du triangle rectangle.

Il engage alors à travailler *« dans le style première »* en faisant intervenir des produits scalaires. Il met encore davantage sur la voie :
L'angle a c'est l'angle de quels vecteurs ? *Donc tout naturellement quel produit scalaire va-t-on faire* ? précise-t-il encore.

Puis, reprenant et complétant une suggestion d'élève, *Allez-y : calculez* $\overrightarrow{OM}.\vec{i}$ *de deux façons différentes.*

Il rappelle immédiatement *« vous savez qu'il y a quatre façons de calculer un produit scalaire*[9] *»* et précise *« je vais vous mettre sur la voie : en utilisant la norme des vecteurs et le cosinus bien sûr, et avec l'expression en fonction des coordonnées des vecteurs. Allez. »*

Puis au bout de 5 secondes : *« donc vous écrivez OM scalaire i égal et OM scalaire i égal donc. Il y a juste une ligne de calculs... »* et il écrit en même temps au tableau

$\overrightarrow{OM}.\vec{i} = ...$ $\overrightarrow{OM}.\vec{i} = ...$

Il reprend en soulignant l'intérêt du produit scalaire qui est indépendant du cas de figure.

Mais il accélère encore le travail, déjà bien balisé : le vecteur i est unitaire, ça ne doit pas prendre trop de temps.

Il interroge un élève qui répond et il reprend en écrivant au tableau la première expression, dans la place prévue à cet effet :

$\overrightarrow{OM}.\vec{i} = OM \cos a = R \cos a$

Puis il écrit la deuxième expression à la bonne place, après avoir demandé quelles étaient les coordonnées en présence et en reprenant la réponse d'un élève :

[9] En fonction des longueurs et du cos, en utilisant les projections, en fonction des coordonnées dans un repère orthonormal, en fonction des normes.

$\overrightarrow{OM}.\vec{i} = x.1$
C'est fini annonce-t-il : Rcos a = x
C'est bon ?

Il enchaîne : *exprimer y en fonction de R et a sur le même modèle et vous vous inspirez de ce que l'on vient de faire avec le produit scalaire. Vous avez à choisir les vecteurs.* Un élève suggère ($\overrightarrow{OM}, \vec{j}$). *Oui j va vous servir,* confirme l'enseignant.

On a besoin de l'angle ($\overrightarrow{OM}, \vec{j}$), je vous aide : la relation de Chasles et la trigonométrie vont vous servir.

La fin de l'épisode (6 minutes)
Suivent le calcul de cet angle (Π /2 - a), deviné puis justifié, et du produit scalaire. Puis l'obtention de y.

Un résumé de la fin de la démonstration (24 minutes)
La même méthode est appliquée pour obtenir x' et y' en fonction de R (OM') et Π /2 + a.
L'enseignant a besoin de reprendre à chaque fois et de faire rétablir les formules de trigonométrie nécessaires, ignorées des élèves.
La dernière étape, obtenir l'équation de l'image de d, n'est pas tout à fait finie.

Une solution détaillée complète figure au tableau.

Nous arrêtons là notre analyse…

3) Commentaires

On constate que ce ne sont pas les élèves qui ont mis en place les étapes évoquées dans l'analyse a priori. Ce déroulement n'a laissé en réalité aucune initiative aux élèves, qui travaillent individuellement à leur place ou participent au dialogue en étoile autour de lui organisé par l'enseignant.
Les seuls temps de silence de l'enseignant sont deux petites minutes pour le dessin au début et une minute pour un calcul intermédiaire de coordonnées.
Les seules activités autonomes ont été finalement de fait le dessin (au début) et les calculs (une fois la méthode indiquée et entièrement cadrée). Les élèves doivent recopier le tableau et répondre aux nombreuses questions de l'enseignant qui précèdent sa rédaction impeccable au tableau.Il y a toujours des réposnes, quelques questions imprévues fusent, la classe semble suivre. Tout se passe comme si l'enseignant voulait faire réviser les formules du produit scalaire mettant en jeu des adaptations, les élèves n'ayant encore une fois à leur charge que de suivre la démarche proposée et d'effectuer les derniers calculs, très cadrés, au fur et à mesure.

C'est en découpant en sous-tâches précises sans d'ailleurs jamais revenir à la démarche globale que l'enseignant guide très étroitement les activités. Souvent ce découpage prend la forme d'une question, qui porte en elle-même la sous-tâche à résoudre. L'enseignant interroge nominalement un élève, d'où une certaine pression qui ne se relâche pas.
En revanche les élèves n'échangent pas directement entre eux, ils sont éventuellement interrogés successivement par l'enseignant lorsqu'il y a lieu de compléter une première réponse.

Les aides, très nombreuses, sont données avant le travail des élèves, sous forme de méthode et d'indication pour suivre la méthode, et pendant ces activités, sous forme de validation. L'enseignant valide lui-même très fréquemment, notamment toutes les réponses, ce qui renforce encore la séquentialité des activités des élèves. L'enseignant anticipe aussi souvent sur les erreurs possibles, et si une erreur classique intervient, il la commente et revient dessus.

La seule trace de la globalité est le tableau, lieu de savoir par excellence, où figurent d'ailleurs aussi les éléments de structuration locale et de méthode qui sont très nombreux.

On remarque l'importance du recours aux habitudes de la classe : que ce soit pour les modalités du travail sur un exercice, pour les dessins, pour les échanges avec l'enseignant, l'enseignant insiste souvent sur ce qui semble jouer comme un repère important pour lui en indiquant « *comme d'habitude* ». On peut même penser que la présence de la vidéo l'amène à encore plus faire remarquer ce qui est habituel dans sa gestion, comme si il voulait communiquer la portée de l'établissement de telles coutumes pour les élèves.

On remarque aussi l'importance des anticipations chez cet enseignant, proche de la retraite et très à l'aise dans un programme qu'il a déjà enseigné de nombreuses fois : il prévient notamment les élèves des erreurs qu'ils pourraient commettre.

4) Alternatives

Deux types d'alternatives se présentent.
L'énoncé de l'exercice peut être découpé davantage – tout dépend des objectifs en termes d'activités d'élèves et des intentions de gestion.

On pourrait proposer l'énoncé suivant qui est celui que les élèves ont cherché de fait :
Soit r le quart de tour de centre O. Un point M du plan rapporté à un repère orthonormal est repéré par ses coordonnées polaires (R, a).
1) Ecrire les coordonnées d'un point M' image de M par r, en utilisant deux expressions des produits scalaires $\overrightarrow{OM}.\vec{i}$, $\overrightarrow{OM}.\vec{j}$, $\overrightarrow{OM'}.\vec{i}$, $\overrightarrow{OM'}.\vec{j}$.
2) En déduire l'image de la droite d d'équation 3x + y + 3 = 0 par cette rotation.

Avec cet énoncé, après avoir un peu expliqué le sens des coordonnées polaires, on peut penser laisser certaines classes de ce niveau scolaire chercher seuls, en petits groupes ou non, selon les habitudes de la classe : la gestion est la deuxième source d'alternatives, évidemment en relation étroite avec l'énoncé, avec la classe particulière et avec les choix personnels de l'enseignant.
Ici l'ouverture de l'énoncé et les connaissances nécessairement incomplètes des élèves en matière de coordonnées polaires forçaient à une gestion très dirigée dans laquelle l'enseignant est très à l'aise.

5) En formation de formateurs

On peut proposer aux participants l'énoncé et les laisser analyser les tâches pendant un quart d'heure.
On passe vingt minutes de vidéo, en résumant oralement les quelques minutes qu'on peut gagner en passant en avance rapide, par exemple la présentation des coordonnées (R,a).
On laisse 10 minutes de réflexion et on engage la discussion.

Après la description du déroulement, on aborde les alternatives. Plusieurs problématiques peuvent se présenter, comme l'introduction des coordonnées polaires, ou de toute autre notion hors programme, qui oblige l'enseignant à une gestion très dirigée.
On peut aussi discuter de l'influence de l'expérience sur la gestion : cet enseignant proche de la retraite prévoit beaucoup de réactions des élèves qu'il anticipe même.
Quel effet sur les élèves d'être prévenus du risque d'une certaine erreur ? Est-ce un moyen pour l'éviter ?

Il est intéressant aussi de faire intervenir sur la même vidéo d'autres intervenants, pour commencer à entrer dans les différences de points de vue que peuvent développer formateurs et inspecteurs par exemple.

Deuxième exemple : un exercice de géométrie transversal en classe de troisième

En troisième, dans une très bonne classe, un enseignant propose à ses élèves en milieu d'année l'énoncé suivant, qui n'est donc pas relié à un chapitre précis :
Construire un triangle équilatéral d'aire égale à la somme des aires de deux triangles équilatéraux donnés.

1) Analyse a priori[10]

Cet exercice est ouvert : aucune indication n'est donnée, et le mot « construire » correspond à une question qui n'est pas fermée. Il peut même y avoir une ambiguïté sur ce mot : entre programme de construction, construction à la règle et au compas, discussion de l'existence et /ou de l'unicité... On peut penser que c'est le contexte de la classe qui jouera pour que les élèves donnent un sens à ce mot.

Aucune étape n'est indiquée – aux élèves de mettre en place un découpage pour résoudre l'exercice.

Des intermédiaires doivent être introduits pour modéliser la situation : les longueurs des côtés donnés et inconnus (lettres utilisées comme nombres généralisés et inconnue).
Cette modélisation amène à écrire une équation, à condition que les formules des aires de triangles soient mobilisables : il y a un premier jeu de cadres entre le géométrique et l'algébrique, avec un petit travail algébrique pour « arranger » l'équation.

Mais la résolution de cette équation ne se fait pas dans le cadre numérique, la lettre inconnue ne prend pas le statut de variable. Cette « résolution » fait appel au théorème de Pythagore – supposé donc disponible. La mise en fonctionnement du théorème de Pythagore demande une adaptation importante (cf. A3), à la fois changement de point de vue et jeu de cadres : on doit reconnaître et interpréter une propriété géométrique à partir de l'égalité algébrique alors que cette égalité est souvent déduite de la situation géométrique.
Le côté inconnu s'obtient ainsi comme l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les deux côtés donnés initialement sont les côtés de l'angle droit.

2) Déroulement

---

[10] Il s'agit d'une analyse a priori « légère », qui ne se place pas au niveau de la recherche en didactique, nous ne mettons en œuvre que les outils précédents

Nous décrivons la vidéo de la séance que l'enseignant a tournée lui-même en plaçant la caméra au fond de sa classe (sans observateur).

<u>Première phase : une recherche individuelle de pistes</u>
L'enseignant propose l'exercice et laisse chercher les élèves environ 4 minutes en répondant tout haut aux questions posées par les élèves. Il s'agit de « chercher des pistes ».
Des élèves demandent si on a le droit de faire un dessin – « oui » répond l'enseignant - puis interrogent sur le sens du mot « donnés » : est-ce que ces deux triangles « donnés » sont les mêmes ? L'enseignant répond que ces deux triangles sont fixés au départ.
L'enseignant écrit l'énoncé au tableau et fait un dessin (deux triangles) pendant cette première phase de recherche des élèves, puis circule dans les rangs en silence, ou en relançant les élèves de manière neutre (« tu cherches… ».
Il reprend tout haut la proposition d'un élève : « on peut leur donner des noms »

<u>Deuxième phase : une mise en commun des pistes un petit peu complétées par l'enseignant</u>
L'enseignant interrompt cette recherche et interroge les élèves collectivement pour recueillir des pistes de travail.
Il doit poser de nombreuses questions : comment traduire l'énoncé ? Quels sont les mots importants ?
Une élève passe au tableau, et indique un codage sur un des triangles dessinés auquel elle rajoute une hauteur : « a » pour le côté, « $a\sqrt{3}/2$ » pour la hauteur.
Le mot équation est lancé et le professeur le reprend au vol : « quelle équation, qu'est-ce qui manque ? »
Des élèves reprennent : « faudrait qu'on connaisse l'aire », « on n'a pas de données numériques », « on peut mettre des lettres »…
Le professeur reprend et complète toutes ces idées en demandant « comment mettre x, où mettre x ? ». Mais il n'y a rien encore de précis, seulement des idées lancées par des mots.

<u>Troisième phase : une nouvelle recherche individuelle courte</u>
Puis les élèves cherchent de nouveau et deux minutes après l'enseignant corrige en envoyant un élève au tableau.

<u>Quatrième phase : correction avec un élève au tableau</u>
A partir de ce moment là le professeur reprend la main : il découpe le travail de l'élève au tableau en petites sous-tâches, il ne laisse aucune initiative, allant jusqu'à dicter par moments ce qu'il faut écrire. L'élève n'a plus que les calculs à faire seul.

- Ainsi l'enseignant fait d'abord écrire ce qu'est x (le côté du triangle inconnu) – il dicte une phrase habituelle pour la classe ; puis il demande la formule de l'aire du triangle.
- La formule de l'aire du triangle est écrite pour les trois triangles.

L'enseignant ne s'arrête pas aux difficultés algébriques qui apparaissent au tableau, pour écrire l'aire du triangle (division d'une fraction par 2) les traitant comme des étourderies.

- L'enseignant fait écrire ensuite l'équation traduisant l'énoncé, là encore le calcul algébrique est dirigé étroitement, avec des questions à tout le monde pour arriver à simplifier par le facteur numérique $\sqrt{3}/4$. Finalement au bout de cinq minutes depuis le début de cette phase, l'élève au tableau arrive à l'équation : $a^2 + b^2 = x^2$

Et la cloche indiquant la fin de la séance sonne !

Un élève reconnaît pourtant « C'est Pythagore », et l'enseignant donne à finir l'exercice à la maison. Deux jours après aucun élève n'a fini l'exercice, aucun élève n'arrive à la faire, l'indication « C'est Pythagore » s'est perdue même pour son auteur !...

3) Différences et précisions entre analyses a priori et déroulements : quelles activités pour les élèves ?

Plusieurs différences ou précisions apparaissent entre les prévisions et la vidéo et assez vite plusieurs questions se posent pour mieux comprendre.

Non seulement le mot construire mais déjà le mot « donnés » sont ambigus pour les élèves et l'enseignant lève en partie ces ambiguïtés.
La mise en place des découpages nécessaires se fait en deux temps : les élèves ont à chercher seuls la démarche d'abord, sans le faire jusqu'au bout (voire pas du tout pour certains).
Après 6 minutes de recherches, ce qui ne peut permettre à aucun élève de troisième d'aller très loin, le professeur prend en main le découpage en imposant de petites étapes grâce à la correction par un élève au tableau.
Une des très (trop ?) grandes difficultés prévisibles de l'exercice est donc finalement supprimée.

Les intermédiaires ont été pressentis par quelques élèves, l'enseignant donne l'indication à tout le monde : ce n'est plus une initiative à prendre.

Enfin le jeu de cadres géométrique/algébrique est pris en main par l'enseignant qui indique toutes les étapes. De plus le travail algébrique n'est pas approfondi, les erreurs ne sont pas reprises mais seulement corrigées très rapidement.

Finalement les activités des élèves diffèrent selon leur investissement, notamment dans les quatre premières minutes. A minima, un élève commencera à travailler au moment de la correction, en recopiant le tableau, présenté comme un lieu de savoir (cf. Robert et Vandebrouck, 2003). D'autres pourront effectuer les calculs en même temps que l'élève au tableau, en résolvant ainsi seuls des petites tâches séparées, l'enseignant ayant pris en main la structuration et la démarche d'ensemble. Quelques élèves auront suivi cette démarche sur laquelle cependant l'enseignant n'a pas eu le temps de revenir.

Certaines différences correspondent ainsi à des difficultés imprévues des élèves, que l'enseignant repère au moment où les élèves parlent et qu'il retient et approfondit plus ou moins selon les cas.
D'autres correspondent à la gestion particulière de cet enseignant et à l'organisation des activités des élèves qu'il induit. Nous allons préciser encore ce dernier point dans le paragraphe suivant.

4) Ce qu'en dit l'enseignant

Pour en savoir plus nous avons interrogé cet enseignant sur cette vidéo (un exemple de questionnaire, avec notamment les réponses de cet enseignant, figure dans le document pour la formation n°1, Beziaud et al.).
Le problème du temps est évidemment apparu d'abord, d'autant plus que cette activité, improvisée, a été rajoutée par l'enseignant à un emploi de temps déjà très chargé.

Cependant ce professeur a indiqué que le déroulement de l'exercice, mis à part la fin (l'interruption par la cloche) est très habituel. Les quatre phases, le fait de permettre à tous les élèves, même faibles, de faire « quelque chose » assez rapidement, la correction impeccable au tableau avec un élève « secrétaire », sont autant de constantes que cet enseignant revendique.
Ces habitudes peuvent jouer pour faire apprendre les mathématiques aux élèves grâce à des répétitions à divers niveaux, pas nécessairement explicites : démarches, rigueur de l'écriture, formats des démonstrations[11].
De ce fait, ce professeur envisage peu d'alternatives finalement à ce déroulement qui s'intègre dans des pratiques stables et cohérentes : il pense que ses choix optimisent ses marges de manœuvre réduites par les contraintes de tous ordres qui pèsent sur l'enseignement des mathématiques et prédéterminées par sa personnalité. La contrainte du temps est une des plus pesantes, renforcée par les réductions d'horaires et la volonté de finir les programmes, eux peu allégés. L'hétérogénéité des classes est aussi ressentie comme une contrainte puisqu'elle amène à ménager des activités différentes pour que chacun puisse travailler, et cela peut aller jusqu'à des contradictions.

5) Alternatives

Deux types d'alternatives se présentent, qui permettent d'utiliser ce qui précède : sur l'énoncé et sur la gestion.

Ce sont plutôt des énoncés plus découpés qui sont envisageables ici.
Par exemple on peut n'introduire qu'une inconnue en donnant des valeurs numériques aux deux côtés donnés (*Construire un triangle équilatéral d'aire égale à la somme des aires de deux triangles équilatéraux de côté respectivement 3 et 4*).
On peut aussi supprimer des difficultés algébriques en travaillant sur des carrés (*Construire un carré d'aire égale à la somme des aires de deux carrés donnés*).
On peut expliciter la consigne « construire » : *On donne deux triangles équilatéraux de côtés a et b. Donner une construction géométrique du côté d'un triangle équilatéral dont l'aire est égale à la somme des aires des deux triangles donnés.*
On peut enfin introduire des étapes : Construire un triangle équilatéral d'aire égale à la somme des aires de deux triangles équilatéraux donnés de côtés respectifs a et b. On pourra exprimer l'aire du triangle à construire en fonction de a et b et chercher une construction du côté de ce triangle.
Remarquons que dans tous ces énoncés l'utilisation du théorème de Pythagore reste de l'ordre du disponible !

Sur la gestion, nous envisageons une classe virtuelle.
Une première alternative correspond au *temps de recherche* laissé aux élèves : il apparaît que si on veut laisser chercher les élèves et les faire travailler sur l'utilisation du théorème de Pythagore il faut disposer de plus de temps. Rappelons que notre enseignant avait improvisé cet exercice supplémentaire…

Une autre alternative est de faire travailler les élèves *en petits groupes*, ce qui peut permettre à l'enseignant d'intervenir moins rapidement (au moins collectivement).

[11] Une autre vidéo révèle ainsi l'habitude de faire encadrer systématiquement les hypothèses et la conclusion avec deux couleurs différentes.

Un autre type d'alternative concerne les aides de l'enseignant et le découpage à introduire. On peut envisager de laisser plus d'initiatives aux élèves, si ceux-ci y sont habitués : une gestion ne s'improvise pas et demande des habitudes quelle qu'elle soit !

Chapitre 6 Enseignement de l'algèbre au collège et au début du lycée, une synthèse de travaux didactiques

Ce chapitre est particulier : il se présente comme un exposé dont nous donnons le plan ainsi qu'un résumé du contenu. Il permet de présenter sur un thème donné beaucoup de résultats de travaux didactiques de différentes inspirations (à ce titre c'est un exemple, d'autres thèmes peuvent être traités). Il a aussi donné lieu à une réflexion sur les phases d'exposition de connaissances (cf. annexe du chapitre 2).

Après l'exposé et la réflexion sur ce mode d'enseignement, les activités des participants ont consisté à résumer un des articles de la bibliographie, travail en petits groupes commencé en fin de séance et continué individuellement à la maison. Les résumés ont été relevés et « corrigés ». Dans bibliographie spécifique jointe à la fin du chapitre, ce sont les articles (H), ®, un extrait INRP – page 67 à 82. On distribue en même temps la grille de lecture jointe en annexe dans la troisième partie.
A la fin de la séance on essaie d'envisager un scénario de formation des enseignants sur l'algèbre. C'est une occasion pour poser au moins le problème, ainsi que celui des sources, de leur appropriation et de leur gestion par les formateurs.
Des extensions possibles sont évoquées : travailler un thème qui suit celui de algèbre, les fonctions, ou aller vers la présentation d'une séquence précise (sur la racine carrée par exemple).

Plan de l'exposé sur l'algèbre

I Histoire et nature des notions algébriques

II Le champ mathématique (les programmes, les instructions, le champ des problèmes)

III Connaissances sur les erreurs des élèves : « $2x = x^2$ »

IV Différentes conceptions du champ mathématique et de (l'évolution de) son enseignement, stratégies globales ou plus limitées (mais pas une seule séquence)

VI Exemples précis de séquences (avec détails de gestion et justifications).
Scénarios de formation ?

Sources : recherches (petit x, INRP, RDM, thèses), travaux d'enseignants (repères), brochures IREM et actes pour formateurs, institution (CREM, APM)

Les numéros réfèrent à la bibliographie jointe à la fin. C'est le remarquable travail de Grugeon dans (3) qui nous a permis de réaliser cette synthèse.

I Histoire et nature des notions : un résumé schématique

1) Histoire (1), (3)

En vrac et brièvement, on note
D'abord l'absence de symboles pour désigner les inconnues ; puis le premier Diophante utilise une lettre pour désigner l'inconnue.
L'étape suivante, de Viète à Descartes, amène l'utilisation des lettres pour désigner les données, et pour écrire les règles de calcul

On trouve dans la bibliographie quelques questions d'épistémologie (par exemple l'algèbre est-elle un langage ou un domaine mathématique ? cf. 3))

La piste « FUG » : l'algèbre correspondrait à des notions généralisatrices, unificatrices, grâce à un nouveau formalisme.
L'étude de la rupture arithmétique/algèbre – avec l'exemple du prestidigitateur de B. Grugeon – nous semble aller dans ce sens.

2) La rupture arithmétique/algèbre et le problème stratégique de l'introduction de l'algèbre aux élèves

Plusieurs études mettent en évidence cette rupture.
Par exemple si on doit déterminer un nombre tel que 5 additionné à deux fois ce nombre donne 35 on suit des ordres totalement différents selon qu'on raisonne en arithmétique où on utilise une soustraction et une division (35 – 5 / 2), ou en algèbre, où on utilise une lettre, une multiplication et une addition : $2x + 5 = 35$ (ceci est analysé dans la bibliographie).
Autrement dit le langage n'est pas le même (ordinaire ou avec des lettres) et les calculs numériques diffèrent, à l'endroit ou à l'envers ; on produit ou non des relations, qui sont à résoudre dans le littéral.
D'où les questions didactiques de l'existence ou non d'un problème initial où le traitement algébrique soit plus économique (ou de plusieurs) et du choix de stratégie d'introduction entre la rupture à faire faire aux élèves ou les petits pas.

II Le champ mathématique (programmes, instructions, le champ des problèmes (3))

Ce champ mathématique comprend : le calcul littéral (dimension symbolique), les mises en équations, les résolutions d'équations (inéquations). Il permet d'aller vers l'expression des fonctions

Côté objets on trouve : les lettres, expressions algébriques et formules, équations, inconnues, fonction et variables, identité et indéterminée, avec différents registres - écritures littérales, langue naturelle, graphiques, notations fonctionnelles.

Côté outil et champs de problèmes on trouve des :
- Problèmes arithmétiques : recherche de nombres inconnus vérifiant des relations
- Problèmes numériques nécessitant une généralisation, preuves y compris numériques ou géométriques (sur les mesures), avec l'expression de relations générales – ainsi le

caractère ostensif de l'algèbre peut être utilisé pour servir de preuve (par exemple pour montrer que la somme de deux impairs consécutifs est divisible par 4 l'écriture algébrique suffit ; en revanche pour montrer que c'est la différence de deux carrés on a besoin de relations générales)

- Modélisation intramathématique ou externe, avec pas seulement inconnues mais paramètres (variables connues devenant des lettres) et productions d'équations ou de formules
- Problèmes algébriques, problèmes fonctionnels, problèmes autres où il y a un jeu de cadre avec l'algèbre (signe, tableaux...).

On peut distinguer des degrés différents d'implication de l'algèbre : cela va de la simple introduction d'une lettre, à l'utilisation de formules, puis à la production de formules, jusqu'à la modélisation algébrique et des productions de preuves. (G)

III Connaissances sur les erreurs des élèves : « $2x = x^2$ »

L'exemple du prestidigitateur est donné par B. Grugeon qui analyse des copies d'élèves montrant la variété des erreurs.
On trouve en effet beaucoup d'erreurs, dont un certain nombre proviennent de la confusion arithmétique/algèbre, mais pas toutes. Citons notamment :

- La conception fausse, très fréquemment relevée en physique, qu'une variable notée a est toujours une inconnue positive – ça se voit lorsqu'on travaille sur (-a).
- Une interprétation de certaines erreurs dues au statut du signe égal : une différence entre arithmétique et algèbre est flagrante puisque ce signe accompagne un résultat en arithmétique et une équivalence en algèbre. C'est ainsi que les auteurs interprètent les écritures erronées du style : 2 + 24 = 26 + 12 = 38...
- Une classification de différents usages des lettres : initiale (nom), étiquette « Il y a six fois plus d'étudiants que d'enseignants traduit de façon fausse par : 6E= P », nombre généralisé. Les auteurs notent des difficultés de traiter les lettres comme des inconnues à déterminer, encore plus comme des paramètres ou des variables (B).
- Une autre difficulté vient de l'habitude de trouver le résultat d'une opération : ainsi les élèves cherchent à donner du sens à a + b (qu'ils ne peuvent laisser « tout seul » : 3 + x devient 3x). Plus généralement cela relaie la différence entre processus de calcul (algèbre) et résultat (arithmétique).
- Certains auteurs évoquent ainsi, pour interpréter les erreurs des élèves, de fausses continuités entre arithmétique et algèbre – à cause de changements de signification – ainsi que de réelles discontinuités – à cause des nouveaux objets - (K)

- Comment ça s'écrit ? (D)

Il s'agit d'une recherche en seconde sur le maniement des expressions algébriques qui s'avère encore problématique. La question travaillée avec les élèves est la suivante : un calcul peut-il avoir valeur de preuve ?
On amène aussi, dans le même ordre d'idées, les élèves à écrire pour décrire
Des exemples de problèmes adéquats pour acquérir une démarche algébrico-fonctionnelle non élémentaire.sont indiqués.

- Les processus de vérification (CH)

Les élèves vérifient mal ! Cet article soutient l'hypothèse qu'on peut enseigner aux élèves à vérifier non seulement les calculs, mais encore les mises en équation, et les représentations du problème.

- Travaux de l'INRP (I)

Les chercheurs nous livrent un diagnostic d'élèves entre la quatrième et la troisième : ils constatent une amélioration notable en troisième.

Si cependant les élèves ont le choix entre arithmétique et algèbre, ils préfèrent majoritairement l'arithmétique, surtout s'il s'agit d'équations du type $ax + b = cx + d$, plus difficiles. Enfin les élèves résistent à la mise en équation.

En revanche, les élèves réussissent dès la quatrième les calculs avec des règles de priorité et remplacement de lettres par des valeurs numériques simples

On constate un gros progrès entre les deux niveaux scolaires sur les tâches demandant une analyse de la forme ou une anticipation de ce qui est attendu.

En ce qui concerne les équations, les auteurs ont trouvé pour beaucoup d'élèves une perte de sens pendant la résolution, d'autant plus difficile qu'il y a un zéro en deuxième membre

- *Les travaux du GECO : les connaissances « cachées » en algèbre et l'apprentissage de la nécessité des énoncés mathématiques (GE).*

1) Ces chercheurs adoptent le préalable suivant : les connaissances des élèves ont leur cohérence, il faut ébranler quelque chose pour faire changer. Ils n'écartent pas l'idée que ce qu'ils suggèrent ne s'applique peut-être qu'en aide individualisée ou en travail en petits groupes.

2) Ce sont les auteurs du modèle « des connaissances locales » : pour les élèves une connaissance est vraie mais dans un domaine limité (cohérente pour le sujet, valide dans l'espace social, efficace dans la réalité mathématique). On reconnaît un aspect très statique !

En revanche il y a plusieurs orientations de l'activité du sujet : la compréhension (psychologique), la conformité (sociale), la performance (réel). Les orientations sont dissociées : l'action se trouve dans une seule.

C'est là qu'on peut agir, c'est ce que préconisent les auteurs, faire changer l'orientation peut ébranler les connaissances locales.

3) Le cas de l'algèbre : les expressions dénotent quelque chose qui peut ne pas être connu des élèves (par exemple la valeur d'une expression dépend des valeurs des lettres, et n'est pas modifiée par des transformations conformes aux règles algébriques). Les expressions transportent avec elles ces connaissances (Drouhard). Une expression a une seule dénotation, plusieurs sens : $2 = \text{rac}(4) = 1 + 1$, $(x + 1)^2 + 1 = x^2 + 2x + 2$

Signalons la thèse de Bardini sur l'usage du symbolisme.

Plus généralement, on enseigne davantage que le texte quand on enseigne, on enseigne une certaine nécessité interne. Les règles d'algèbre ont ainsi une nécessité, qu'on peut (doit) enseigner.

4) Les modalités d'intervention :

a) l'entretien « Faire faux »

Cette consigne, écrire quelque chose de faux, permet selon les auteurs de faire changer l'orientation de l'élève.

Le calculateur aveugle (ainsi appellent-ils un élève qui travaille en conformité) peut passer à la compréhension… : il s'agit de comprendre le pourquoi des règles, leur nécessité.

b) Pour enseigner la nécessité d'un énoncé : présentation d'un scénario en seconde sur les inéquations.

Cette nécessité s'éprouve dans la résistance d'un problème, soit en « interne », soit en « social » (travail en groupes, comparaison de méthodes). Il s'agit de mettre les élèves en situation de faire l'expérience de la nécessité, puis d'identifier cette nécessité en s'appuyant sur la prise de conscience de certains, puis de la nommer après coup de manière performative. Cela permet de substituer à un travail en conformité un travail en performance ou en compréhension, grâce à l'interaction avec autrui.

- *Les travaux de Sfard*

Pour une même notion deux aspects structural et processus sont mis en évidence : une des thèses de l'auteur est que des approches structurales trop précoces peuvent empêcher la bonne mise en place de l'objet.

- *L'aspect manipulation formelle (syntaxique) : les travaux de Nicaud – Aplusix (différents niveaux de manipulation formelle)*

Travail syntaxique : x remplacé par 4, transformation à une étape, plusieurs étapes.

Une synthèse (G) : cet auteur donne une définition a priori de la compétence algébrique des élèves (à partir de la capacité à produire des expressions et des relations algébriques pour traduire un problème, pour l'interpréter, pour le résoudre, dans différentes tâches : preuve, résolution…). Elle classe aussi différents degrés de manipulations formelles : elle dégage des capacités techniques d'ordre syntaxique, et des interprétations dans divers registres.
Cette grille de compétences lui permet d'analyser les programmes, et les profils d'élèves. Cela conduit à une production de logiciels (Pepite et Lingot).

IV Différentes conceptions du champ mathématique et de (l'évolution de) son enseignement, stratégies globales ou plus limitées (mais pas une seule séquence)

Tous les auteurs de travaux didactiques sont d'accord pour penser qu'on ne peut pas se limiter en classe au travail sur les règles (seul aspect syntaxique). Il faut proposer des problèmes (source et critère du savoir). Il faut essayer que le passage de l'arithmétique à l'algèbre soit perçu comme économique (mieux que les autres pour ce faire, le travail sur les équations du type $ax + b = cx + d$) (2).

1) Du côté de la théorie de l'activité, de la dialectique outil/objet, du travail sur les registres (Vergnaud, Douady, Kieran, Duval)
Les auteurs proposent un travail à partir de la dimension outil/objet et de jeux de cadres (pas seulement arithmétique/algèbre, aussi graphique/algèbre, géométrique/algèbre à partir de mesures, mais pas seulement le sens aussi la technique …).
Différent, c'est un travail sur les conversions entre registres qui est analysé par Duval.

2) Le point de vue de Chevallard

Il distingue le passage de l'arithmétique à l'algèbre, ou l'arithmétique algébrisée : deux modes de fonctionnement, l'efficacité désignative et le caractère ostensif (2n) dans le premier, un seul dans le second.

Il constate et déplore la disparition dans les programmes de la dialectique Arithmétique./Algèbre, et illusion de la transparence arithmétique -> algèbre.

Le calcul algébrique devient formel sans lien avec un emploi (même dans le domaine numérique ou fonctionnel pe). Ca ne sert pas.

Thèse : pour que ça serve, il serait nécessaire de restaurer la dialectique numérique algébrique, là où l'algèbre renseigne aussi sur le numérique, et d'instaurer des emplois de l'algèbre.

Il donne un exemple d'un emploi fonctionnel de l'algèbre : pourquoi $(x + 5)^2 > 10x$ (toujours) ?

Il introduit la Modélisation et propose que la clef du succès de l'algèbre n'est pas de désigner les inconnues par des lettres mais de désigner aussi par des lettres les quantités connues (les paramètres), variables du système dont les valeurs sont supposées connues.
Il s'agit donc d'apprendre à produire des formules, à résoudre des problèmes utilisant ces formules et à produire des fonctions.

3) Nouveau modèle de Gascon : cet auteur complète les théories précédentes

4) Les travaux du GECO (déjà cités)

- le travail sur les connaissances cachées (et les entretiens « Faire faux »)
- les inéquations en classe de seconde, une tentative pour enseigner la nécessité des énoncés mathématiques

5) TICE : pas encore très développé mais en cours (cf. (3), Capponi). Le tableur est analysé comme un intermédiaire. La technologie peut servir de prétexte aux manipulations algébriques.
Une thèse est en cours (Haspekian) sur l'intégration de tableur pour apprendre l'algèbre – production de formules par exemple.

6) INRP (I)
A l'origine, l'enquête déjà citée sur les connaissances des élèves de collège en calcul algébrique et littéral.
Les auteurs expliquent leur choix d'objectif : c'est d'obtenir la réappropriation d'une formule grâce à sa production et pas seulement sa mise en œuvre (cf. Chevallard). Ils en arrivent en même temps à une familiarisation avec la notion de fonction
Ils proposent un problème avec des variables numériques de plus en plus compliquées qui amène les élèves à sa mise en équation, la résolution étant assurée par Dérive, pas par eux.

D'autres problèmes sont proposés, analysés et expérimentés : l'introduction des lettres en 6ème et 5$^{\text{ème}}$, avec calcul d'un nombre de carreaux hachurés quelle que soit la taille de la figure choisie, la mise en équation en 4$^{\text{ème}}$: production de formules, usage de lettres pour mettre en équation, mise en équation, résolution grâce à un logiciel.

7) Des propositions plus limitées de travail : deux types de travaux sont disponibles, certains privilégient le travail interne des élèves, travail de la technique algébrique pure, d'autres plaident pour privilégier le travail du sens à partir de problèmes où l'algèbre sert d'outil.
Ainsi le travail sur les vérifications déjà cité (CH), un article de l'IREM de Rennes, dans la première veine - apprentissage d'une règle d'action (transposition) (H), et deux articles de l'IREM de Poitiers, où c'est le travail du sens qui est développé (GU), ®.

8) Un exemple de travail de formation, où un enseignant défend un programme en donnant des exemples (IREM de Reims (RE) :
L'article est organisé selon le type de paragraphe suivant : on donne une liste d'exercices pour chaque paragraphe du programme.
On peut regretter ici l'absence de modèles de référence, d'expérience, ce qui amène à se demander quelle valeur apporter à cette liste, très utile au quotidien au demeurant.

V Exemples précis de séquences (avec détails de gestion et justifications). Scénarios de formation ?

Il y a quelques sources : une brochure de Roditi présentant une séquence d'introduction à la racine carrée. Le travail de l'INRP déjà cité donne plusieurs séquences dans diverses classes. Enfin la thèse de Lenfant sur les PLC2 et leur conception de l'algèbre permet, dans un tout autre ordre d'idées, de préciser des besoins en formation professionnelle initiale.

Cela nous a amenés à dégager **le travail des formateurs** pour préparer une formation sur ce thème. Nous sommes arrivés à la liste suivante, et à une proposition d'organsiation en scénario (très brièvement) :

Recueillir les questions des enseignants concernés
Aller chercher les ressources et établir un classement, classer aussi les questions.
Exposer certaines ressources, le classement
Choisir des articles à faire lire.
Mettre au point des expérimentations en classe et le retour.

Exemple de scénario long (plusieurs demi-journées, avec une alternance centre-terrain-centre)

1) Recueil de questions des enseignants et premier classement
2) Présentation d'une classification des ressources et exposé « magistral » (cf. ci-dessous)
3) Lecture et exposition de certains articles par les participants (nous choisissons des articles courts comme ®, (H) ou extraits du livre de Pressiat).
Combien de pages lit-on en une heure ?
Faut-il demander de préparer par groupes une restitution résumée (avec caractérisation de l'article et une évaluation de ce qu'il faut en retenir, voire de ce à quoi il peut servir ?)

4) Choix d'expérimentation en classe (soit nouveau soit à partir des lectures), passage effectif en classe

5) Retour et discussion.

Bibliographie sur l'enseignement de l'algèbre au collège (non exhaustive !) – distribuée aux participants

(1) Texte du GREM republié dans le bulletin de l'APM n°445
(2) La brochure de la DES
(3) L'algèbre au collège et au lycée, Actes des journées de formation de formateurs de Besançon de juin 1999, publié par l'IREM de Montpellier en 2000.

C. Bardini (2003) Le rapport au symbolisme algébrique : une approche didactique et épistémologique, Thèse de doctorat, Univeristé Paris 7.

(B) L. Booth, (1995) Erreurs et incompréhensions en algèbre élémentaire, petit x n°5

(CH) F. Chalancon, S. Coppé, N. Pascal (2002) Les vérifications dans les équations, inéquations et en calcul littéral Petit x n° 58

Chevallard Y. (1989) Le passage de l'arithmétique à l'algébrique, l'évolution de la transposition didactique (petit x n°5) ; (1989) une perspective curriculaire : la notion de modélisation (Petit x n°19) ; (1992) Voies d'attaque et problèmes didactiques (Petit x n°23).

Capponi B. (2000) Le tableur arithmétique, algèbre, Petit x n°52

(D) Di Martino, Comment ça s'écrit ? Lire, écrire interpréter des expressions algébriques en seconde, Petit x n°59

Douady R. (1986) Jeux de cadres et dialectique outil/objet Recherches en Didactique des Mathématiques vol 7 n°2

Drouard J.Ph. (1992) Les écritures symboliques de l'algèbre élémentaire Thèse, Paris 7.

(Du) J.C. Duperret (1999) L'accès au littéral et à l'algébrique : un enjeu du collège Repères IREM n°34

Duval R. (1988) Graphiques et équations : l'articulation de deux registres Annales de didactique et sciences cognitives Strasbourg vol 1, IREM de strasbourg.

(GE) Geco
C. Sackur, J.P. Drouhard, M. Maurel, M. Pecal (1997) Comment recueillir les connaissances cachées en algèbre ? Repères IREM n°28,
C. Sackur, M. Maurel, (1999) Les inéquations en classe de seconde, Petit x n°53

(G) B. Grugeon (1997) Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire, Recherches en Didactique des Mathématiques n°17/2

(GU) J.P. Guichard (2002) Equations et calcul littéral au collège Repères IREM n°46

(I) INRP

J. Colomb et al (1995)Calcul littéral, savoirs des élèves de collège, INRP
G. Combier, J.C. Guillaume, A. Pressiat (1996) Les débuts de l'algèbre au collège, INRP

(H) J. Houdebine (1991) Changer un terme de membre en changeant de signe Repères IREM n°3

(K) C. Kieran (1992) Teaching and learning of school algebra, Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, Douglas Grouws Ed, New York Macmillan.

Lenfant A (2002) De la position d'étudiant à la position d'enseignant : l'évolution du rapport à l'algèbre de professeurs stagiaires, thèse de doctorat de l'université de Paris 7.

® F. Rouger-Moinier (2001) Quelques problèmes pour donner du sens à des règles de calcul littéral Repères IREM n°42

Sfard A. (1991) On the dual nature of mathematics conceptions : reflections on processes and objects, Educationnal Studies in Mathematics 22

Vergnaud G. (1988) Long terme et court terme dans l'apprentissage de l'algèbre, Actes du premier colloque franco-allemand, La pensée sauvage.

Roditi E (1996) La racine carrée en troisième, étude d'une activité, Document de travail pour la formation des enseignants, IREM Paris 7.

Troisième partie
Formations et recherches, questions ouvertes

Troisième partie

Introduction

Cette troisième partie est présentée à la fin de la formation, c'est à la fois un bilan et une présentation de quelques questions vives et/ou de quelques propositions qui ne sont pas encore testées par des recherches.
Ainsi l'utilisation de vidéo en formation d'enseignants n'est pas du tout généralisée dans les formations actuelles (pour le second degré) et nous en dégageons des possibilités mais cela devra être vérifié.
Le chapitre suivant revient sur les recherches en didactique des mathématiques et complète ce qui a déjà été transposé dans la formation. On y développe a posteriori des justifications des choix qui ont été faits pour la formation de formateurs.
La conclusion reprend l'ensemble des réflexions et des questions sur la formation et le travail à venir des formateurs ainsi que leurs relations avec les recherches.

Chapitre 1 Utilisation de vidéo en formation

Nous avons déjà souligné l'hypothèse de l'importance du travail sur deux composantes des pratiques au moins – dans la mesure où celles-ci résultent de recompositions complexes entre du personnel, du social, de l'institutionnel et des choix de contenus et de déroulements. Dans ce cadre on reconnaît l'intérêt d'une analyse de vidéo : on a vu qu'on est amené à mettre en évidence les composantes cognitive et médiative, dans leur imbrication, et même des éléments des composantes institutionnelle, voire personnelle.

Avancer sur cette utilisation de vidéo en formation nécessite, dans notre perspective, de mettre au point des scénarios[1] de formation et de les évaluer ensuite, en mettant en place des recherches. Ainsi bien des questions, toujours les mêmes, se posent : comment construire des scénarios appropriés à différents publics (en formation initiale, continuée) ? Comment choisir les contenus et les accompagnements ? Comment évaluer ces formations ?

Nous ne faisons ici qu'évoquer un certain nombre de questions immédiates, sans entrer dans le détail de la variété des scénarios possibles (durée de la formation, public...). Nous réfléchissons à des séances de formation d'enseignants de mathématiques (de lycée et collège) dans lesquelles on utilise des vidéo filmées en classe.

I Des généralités sur l'utilisation de vidéo en formation (variables à fixer)

1) Qui filmer ?

Une première variable s'introduit naturellement : qui filme-t-on ? On peut penser qu'il y aura quelques différences entre travailler avec un enseignant sur une vidéo filmée dans sa classe ou sur une vidéo de quelqu'un d'autre.
De même une vidéo collège pour un public de lycée, une vidéo présentée à des débutants ne seront pas écoutées de la même manière.
La question aussi se pose de l'intérêt de filmer les acteurs de la formation. De plus, est-ce utile de compléter en prenant en compte systématiquement les commentaires des enseignants filmés sur leur vison de la séance, sur la classe, l'établissement, leurs objectifs ? Si cela rétablit le poids des contraintes qui pèsent sur l'enseignant, cela peut aussi rendre plus difficile le travail sur l'existence d'alternatives. Ou encore est-ce intéressant, pour percevoir des alternatives existantes, de comparer des séances analogues, des professeurs dans des classes différentes ?

2) Quels contenus ? Quelles séances ?

En termes de choix de contenus, la question se pose aussi du type de contenu à filmer.
On peut se centrer sur des séances d'exercices, ou mélanger avec du cours.
On peut privilégier les séances d'introduction des notions ou montrer des séances de réinvestissement.
On peut filmer des séances particulières, travail en petits groupes ou travail sur ordinateur ou bien des séances tout à fait ordinaires où il peut sembler « ne rien se passer »...

[1] C'est-à-dire un projet précis de séances, comprenant des choix de contenus et de gestion.

3) Quelle étude ?

L'étude peut être menée de différentes manières : écoute «naïve», guide d'étude donné avant, double passage, analyse a priori avant, analyse par l'enseignant concerné ou par quelqu'un d'autre...

Des comparaisons peuvent aider à mettre en évidence des diversités, mais elles contraignent notablement les choix de séances à filmer. Par exemple on a déjà pu suggérer que des questions sur la manière d'arrêter le travail des élèves pour passer à la correction, ou plus généralement sur la gestion de tous les changements d'activité des élèves, sont importantes en formation initiale : est-il nécessaire de comparer plusieurs vidéos et plusieurs exemples de cette gestion, pour prendre en compte les différents paramètres qui interviennent – classe, contenu, composante personnelle ?

Il y a des phénomènes importants qui ne se voient pas bien sur les vidéo et dont on peut se demander quelle étude pourrait les mettre en évidence. Par exemple des questions concernent la différence entre autonomie et initiative des élèves pendant la résolution d'un exercice, ainsi que les différentes activités des élèves d'une classe : ce ne sont pas les mêmes élèves qui pourront bénéficier de l'une ou de l'autre, et on voit qu'il est plus facile de percevoir les activités « a minima ». Est-ce que la discussion sur des alternatives de gestion à partir d'un exemple suffit à engager cette réflexion à partir de vidéo ?

4) Selon quel scénario ?

Selon quel scénario intervenir : laisser les formés observer sans indication ou préparer l'observation plus ou moins finement (par exemple en faisant faire une analyse a priori d'un énoncé avant de regarder la vidéo, ou en choisissant à l'avance des axes d'observation) ? Comment faire distinguer ce qui semble important du reste ? Y a-t-il lieu d'apprendre à travailler sur les vidéo, et quelle durée de formation minimale (apprentissage et mise en fonctionnement) doit-on envisager dans ce cas ?

Cela pose la question de l'articulation entre la posture de recherche et celle de la formation sur un matériel de ce type : le formateur en visite dans une classe va observer des séances qu'il analyse « en direct », avec une part de « feeling » et la possibilité de discuter avec l'enseignant. Le chercheur, lui, passe et repasse « à loisir » une vidéo sans nécessité d'intervention immédiate vis-à-vis de l'enseignant filmé et, souvent, avec une problématique d'analyse bien établie, qui nécessite d'en connaître davantage que ce qui peut être vu sur la vidéo. La posture à faire adopter en formation est peut-être intermédiaire : il n'y a pas lieu de juger ni de conseiller mais il n'est pas question non plus de rentrer dans tous les détails.

II A quoi ça peut servir ?

Beaucoup de choses dépendent du scénario dans lequel est insérée cette analyse.
Cependant, même une analyse sans transcription, par simple passage d'un extrait bien replacé dans la séance, permet de repérer certaines activités délicates, de comparer des activités d'élèves à l'analyse a priori des tâches ; de poser le problème des alternatives (variables didactiques et autres).

Dans tous les cas, cependant, et même s'il y a des différences dont il faudra tenir compte, il nous semble que l'étude d'une vidéo peut amener, moyennant quelques indications préliminaires, à certaines prises de conscience, notamment du côté de l'adoption du point de vue des élèves et de la perception de tout ce qui pèse sur l'enseignant et peut relancer certaines interrogations.

- Prise de conscience (et pratique) de l'intérêt des analyses « a priori » : elles permettent de mieux déceler les activités potentielles des élèves (qu'elles soient conformes aux attentes ou non). Les activités des élèves ne sont pas observables directement, mais les traces qu'on peut en avoir sont plus facilement identifiables, prétendons-nous, suite à une analyse a priori des énoncés proposés.
- Prise de conscience des infléchissements introduits dans les activités des élèves par les déroulements.
- Prise de conscience de l'importance du projet de l'enseignant, des habitudes de la classe (notamment par confrontation à l'auteur de la séance et par constat de ce qui manque pour comprendre une séance).
- Interrogation sur les alternatives (réelles) : étude des contraintes, mise en évidence du fait que la gestion influence les contenus et pas seulement l'inverse.

Dans ces conditions, il nous semble que cette étude peut amener à un travail intéressant sur le couple {énoncé-déroulement} plutôt que sur chaque terme séparément ; voire à se ramener au triplet {énoncé-déroulement-projet} et ses intrications multiples et à terme au quintuplet {notion mathématique, énoncé, déroulement, projet, classe}.

D'autre part, le passage du local (exercice d'une séance) au global (chapitre, progression) intervient naturellement, à la fois au moment de l'analyse a priori (qu'est-ce que les élèves ont à leur disposition ?) et au moment de l'évocation du projet.
Cela amène à donner du relief à différentes notions des programmes et à leur application à un niveau donné (même si ce n'est fait que sur quelques points),
De plus, la discussion collective autour des alternatives peut amener à mesurer l'hétérogénéité des pratiques et des classes et à mettre en évidence des contraintes relativement homogènes, des marges de manœuvre et des variabilités dans leur adoption par chaque enseignant : les facteurs pouvant favoriser les apprentissages, que ce soit des choix de contenus ou de modes de travail, leur hiérarchie et leur prise en compte globalement et au quotidien, ne sont pas toujours les mêmes pour tous les enseignants, et cela peut même varier d'une classe à l'autre pour un même enseignant. Cela ouvre et précise la palette des possibles et permet d'enrichir les choix des enseignants et des formateurs, en spécifiant pour une situation donnée contraintes, objectifs et libertés.

Ainsi cette étude, et notamment la discussion sur les alternatives, peut amener naturellement à des problématiques plus vastes, qui s'intègrent alors, à chaud, à des préoccupations réelles des enseignants : programmes, utilisation de textes historiques, changements de cadres, démonstrations, ZEP, hétérogénéité,...

Enfin cette étude implique et est facilitée par un travail sur certains mots pour dire des réalités professionnelles. Ces mots transportent avec eux un certain cadre théorique dans lequel ils ont un sens et une cohérence, notamment sur l'importance des activités élèves dans les apprentissages, ou sur l'importance du métier de l'enseignant dans ses pratiques. L'utilisation de ce vocabulaire nous semble également propice à élargir les discussions.

III Limites et questions : Quelle influence sur les pratiques peut avoir ce type de scénario ? Comment ébranler des pratiques stables, installer des pratiques à partir de ce qui est « en germe » ?

Il y a des limites évidentes aux études de vidéo.

1) Limites liées au matériel lui-même et aux analyses

L'étude d'une vidéo complète est fastidieuse, l'étude d'un extrait peut paraître trop découpé. Dans tous les cas, il y a une difficulté à passer au « global », à dépasser la séance.
Une autre question concerne ce qui ne peut pas être perçu à partir d'une vidéo et les limites d'un travail à partir de ce matériel : quelle différence avec une observation directe ?
Même si nous avons accès à l'image, nous avons peu de moyens de prendre en compte le non verbal, compte tenu des hypothèses didactiques que nous exploitons et de notre parti pris de rationalité : le caractère partiel de nos analyses est toujours présent !
Il y a des séances où l'enseignant n'a pas du tout envie de se filmer, de manière parfaitement légitime : on ne verra pas de « mauvaises » séances.
Il y a des phénomènes invisibles sur une vidéo : par exemple un certain nombre de malentendus entre l'enseignant et les élèves échappent à la prise de vue.
Plus généralement, on n'accède pas plus aux activités effectives des élèves avec une vidéo centrée sur l'enseignant ou sur le tableau que sans[2]. De plus, les effets de tel ou tel choix des enseignants ne sont pas plus perceptibles avec une vidéo que sans, et, d'une certaine manière on passe davantage de temps sur l'échelle locale (celle de la séance) avec ce type de matériel que dans des séances de formation sans vidéo.

2) Limites liées à la formation individuelle des pratiques, questions

Ce n'est pas parce qu'on dit quelque chose et/ ou qu'on voit quelque chose, que cela peut avoir une influence sur des pratiques. Il n'est pas exclu que les scénarios devront comporter plusieurs passages individuels, notamment pour les débutants.
Plus fondamentalement, quel usage attend-on d'une vidéo en matière de formation de pratiques : source d'imitation, d'imprégnation, de rejet, de prise de conscience ? Quel type de formation des pratiques peut avoir lieu à partir d'images (selon les accompagnements, les « mots pour le dire », leur nature, les discussions, le moment où ils ont lieu par rapport à la vision de la vidéo et par rapport à l'ensemble de la formation, etc.) ? Quelles différences concevoir entre des débutants et des enseignants en formation continuée ?
Pour ces derniers, une question théorique concerne la stabilité des pratiques, liée à leur cohérence et à la prise en compte du métier dans notre approche : qu'est-ce qui peut changer « quand même », à quel prix, grâce à quelles modalités ?
Par exemple, la prise de conscience par les enseignants des alternatives, notamment lorsqu'il s'agit de leur propre cours, est une vraie question à nos yeux de chercheur : on peut se demander si, alors même que la « bonne » variable est le couple {énoncé-déroulement}, il n'est pas nécessaire de faire un travail séparé sur chaque terme pour arriver à se dégager de la combinatoire choisie dans le cas particulier analysé, souvent supposée optimale et en tout cas très stable. On a insisté sur le fait que tout n'est pas possible, et encore moins pour un enseignant donné, dans une classe donnée. Cependant, un des enjeux de nos formations est d'envisager tout de même plusieurs alternatives : jusqu'à quel point le travail initialisé par une vidéo doit-il être poussé pour s'adapter à chaque enseignant, compte tenu des contraintes, de la pression du métier et de la composante personnelle de ses pratiques ? Est-ce plus efficace de faire ce travail sur une vidéo de ses propres cours ou une autre ?

[2] Nous avons fait de nombreux essais de films d'élèves ou d'entretiens après une séance sans réussir à aborder non plus ces activités effectives.

En formation initiale, la question se pose du rôle de séances sur vidéo dans l'installation de pratiques. D'une part, on se rapproche avec ce matériel de ce qui intéresse en priorité les formés, c'est-à-dire la classe réelle, le terrain. On a un accès direct à la gestion, en temps réel et contextualisée sur un contenu, de manière beaucoup plus accessible, nous semble-t-il, dans une vidéo que dans un discours. Le passage de la réflexion sur la gestion à celle sur le contenu peut ainsi être facilité[3]. L'importance des analyses a priori notamment peut être perçue, aussi bien pour l'acteur que pour le spectateur, qui anticipent ainsi mieux le déroulement et perçoivent mieux les origines inattendues de certaines réactions d'élèves.
A l'inverse, on peut craindre de figer les représentations des formés car on ne peut pas montrer tous les choix. Enfin, on ne verra pas non plus de trop mauvaises séances, contrairement à l'attente des formés.

3) Limites liées à des caractéristiques sociales des pratiques

Certains changements, même souhaités, ne pourront intervenir que si le collectif des enseignants s'y met : ce sont des limites qui tiennent à la nature même des pratiques enseignantes, indépendamment des modalités de formation.
L'intégration des TICE dans l'enseignement des mathématiques semble soulever ce type de problèmes.

4) Des questions d'évaluation

En conclusion, même si le croisement entre des analyses a priori de séances et celle de leur déroulement ainsi que le questionnement sur les alternatives nous semblent particulièrement intéressant en formation, cependant le passage à la pratique reste essentiel, même s'il est préparé et peut être requestionné grâce à du matériel de ce type. De plus l'expérimentation des formations reste aussi indispensable.

[3] Cela peut donner du sens à certains « mots pour le dire » introduits au bon moment et motiver davantage la réflexion après coup sur l'insertion d'une séance dans un temps long.

Chapitre 2 : Didactique des mathématiques, un champ de recherches

Dans ce chapitre nous rappelons d'abord quelques préalables admis par tous les chercheurs concernés. Puis nous présentons très schématiquement quelques approches actuelles françaises avant de revenir à notre propos et de développer des exemples de recherches en didactique particulièrement difficiles à adopter directement par les enseignants.

I Préalables admis

1) Il ne suffit pas de bien connaître les mathématiques pour « bien » les enseigner
2) Il existe des régularités (à dégager, à exploiter) dans les relations enseignement/apprentissages d'un contenu donné, par delà les diversités individuelles.
3) Mais la didactique des mathématiques est d'abord un champ de recherches, non prescriptif. En partie expérimentales, les évaluations y sont de surcroît souvent internes : on compare des prévisions (faites à partir des analyses didactiques) à des réalisations en classe par exemple.
4) Selon les abords utilisés, il existe des découpages différents de la réalité (mais on ne peut pas y échapper), des échelles différentes (mais toujours autour du savoir, du professeur, des élèves et de leurs interrelations).
5) Les dimensions psychanalytiques ne sont pas prises en compte.

II Plusieurs approches en France

1) La Théorie des situations (deux versions – G. Brousseau) et la Dialectique Outil/Objet (R. Douady).

Ces approches sont caractérisées par un essai de modélisation de la situation créée en classe, joint à une approche expérimentale (notamment à travers des ingénieries[4] testées) soumise à une évaluation interne (cf. ci-dessus).
Dans la première version de la Théorie des situations, l'auteur s'est inspiré de la théorie des jeux pour analyser les situations d'enseignement et en proposer de nouvelles ; dans la deuxième version, c'est l'étude du milieu, considéré à différents niveaux, qui organise les analyses. R. Douady s'inspire quant à elle de la démarche du mathématicien pour mettre les élèves en situation de genèse expérimentale des notions à enseigner : il s'agit de provoquer une utilisation d'outils déjà en partie acquis pour résoudre de nouveaux problèmes impliquant une utilisation élargie de ces outils et amenant à de nouveaux objets.
Les contenus sont étudiés en termes d'obstacles pour le premier auteur, en termes d'anciens / nouveaux, outils / objets, cadres et jeux de cadres pour le second.
L'enseignant est caractérisé par un contrat ; les sujets sont génériques.
Les mises au point d'un problème adéquat et de la gestion correspondante sont travaillées a priori, en fonction de variables (qui font partie du milieu). Les variables didactiques sont liées aux contenus mathématiques, leur modification entraîne une modification des procédures des élèves – ce sont donc des leviers pour l'enseignant.

2) Les théories anthropologiques (Y. Chevallard).

[4] On appelle ingénierie didactique un projet d'enseignement élaboré à des fins de recherches pour être expérimenté – l'évaluation consiste à comparer les prévisions et l'expérience effective.

Inspirées de théories plus générales, elles conduisent à l'étude du système éducatif dans lequel s'insère l'enseignement des mathématiques, avec ses contraintes et les réponses qui dépassent les sujets.
On recherche des phénomènes à modéliser. La démarche est peu expérimentale.
On s'intéresse à l'écologie des savoirs (transposition, évolution des programmes), aux institutions, aux différents rapports qui se jouent entre les individus et les institutions...
Pour étudier l'enseignant, on utilise les théories praxéologiques qui permettent de découper les activités en techniques, technologies (justifications locales des précédentes) et théories.

3) La didactique comparée

Un nouveau courant cherche à se développer, que nous n'avons pas évoqué du tout : celui de la didactique comparée, qui tente de définir ce qui serait spécifique à une discipline donnée et ce qui serait générique – valable pour tous les champs (Mercier et al.).

4) Autour des sujets, de leurs activités et des mathématiques

Le projet est moins global et plus expérimental, orienté autour « de problèmes d'enseignement ».
Les recherches se font souvent par diagnostics et propositions de séquences, avec des évaluations internes.
Les auteurs (Drouhard, Sackur, Robert...) se fondent souvent sur des théories de l'apprentissage (Piaget, Vygotski, Vergnaud, Doise et al ; Duval) et adoptent aussi des théories de l'activité spécifiées aux mathématiques et à la classe.
Certains auteurs qui travaillent sur les sujets réels et pas seulement génériques incluent dans leurs analyses les représentations (conceptions), les interactions, le discours, le méta.
La théorie des « connaissances locales » (Sackur) est un exemple de ce type de démarche.

5) A partir d'un problème transversal : intégrer les TICE

Depuis quelques années de nombreuses recherches en didactique s'intéressent à l'intégration des TICE dans l'enseignement. Les théories autour des instruments (Rabardel) ont contribué à organiser ces travaux, qui doivent aussi prendre en compte les enseignants.

III De l'idéal didactique aux déroulements réels (cf. Robert, Didaskalia n°22)

1) Quelques exemples « génériques » de l'idéal didactique : problèmes d'introductions, tâches menant à des adaptations des notions, problèmes transversaux.

Une lecture « opérationnelle » des recherches en didactique des mathématiques apporte plusieurs pistes pour « enseigner autrement », même si ces recherches, non prescriptives, n'ont pas pour objectif premier de contribuer à transformer l'enseignement. Rappelons que les ingénieries produites dans ces recherches permettent de diagnostiquer les effets de situations bien précisées. Nous allons évoquer très schématiquement des exemples, en renvoyant à la bibliographie pour un exposé détaillé de séquences effectivement produites.

a) Les problèmes d'introduction

Un des moments particulièrement travaillé en didactique des mathématiques est celui de l'introduction de nouvelles notions.

Plusieurs théories se présentent. Dans la dialectique outil/objet (Douady, 1986) ou dans la théorie des situations (Brousseau, 1998), on retrouve l'idée d'une spécificité du travail à mener en classe pour essayer de donner rapidement du sens aux nouveaux objets à enseigner (ou à certains d'entre eux en tout cas). Dans les deux cas, même si les justifications théoriques et les principes de conceptions diffèrent, on peut présenter rapidement un schéma commun, à suivre en classe, en plusieurs étapes : il s'agit de concevoir un problème (une situation problématique) et de fabriquer un énoncé qu'on donnera à chercher en classe, avant le cours proprement dit sur la notion visée (objet) et les exercices plus classiques.

Ce travail de résolution doit mettre en jeu « quelque chose » de nouveau pour les élèves, il doit cependant leur être accessible. Ainsi le travail préliminaire d'élaboration du problème est très important, souvent difficile. Même si certains problèmes sont proposés dans les écrits didactiques, ils font souvent partie de séquences longues, nécessitant des prérequis exigeants, et qui ne prennent sens que dans leur globalité. Dans le premier cadrage théorique cité par exemple, c'est grâce à un jeu sur plusieurs cadres d'intervention de la notion mathématique visée que les élèves peuvent aborder le problème ; il est donc nécessaire qu'ils aient déjà quelques connaissances sur la notion dans un des cadres mathématiques au moins, pour s'appuyer sur le travail dans ce cadre et résoudre dans un autre. Par exemple, la résolution d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues peut être résolue dans le cadre analytique mais on peut penser que l'interprétation graphique (travail dans le cadre graphique) peut contribuer à donner du sens aux résultats analytiques.

L'enseignant doit donc laisser les élèves s'investir dans la recherche du problème, ce qui suppose un texte bien adapté et souvent un dispositif particulier (travail en petits groupes par exemple). Le professeur doit résister aux pressions des élèves en les relançant sans leur donner d'indications, sans modifier leurs activités.

Il doit ensuite (faire) faire une synthèse du travail réalisé (note 1) et s'appuyer sur cette synthèse pour exposer lui-même les connaissances décontextualisées à retenir (note 2). Une part d'improvisation est alors nécessaire, puisqu'on ne peut pas prévoir exactement ce que les élèves vont produire.

Un travail de réinvestissement des nouvelles connaissances est ensuite organisé, qui est souvent seulement évoqué dans les projets de séquences didactiques qui existent.

b) Réinvestissement et problèmes transversaux : travail sur différentes adaptations des notions visées à mettre en fonctionnement

Dans certaines recherches de didactique, une place importante est aussi consacrée au réinvestissement des notions. Il doit permettre des mises en fonctionnement variées et, plus généralement, le travail transversal sur des énoncés portant sur plusieurs notions, pour lesquels les élèves peuvent (ou doivent) trouver seuls les connaissances à utiliser. Les activités ainsi provoquées doivent contribuer, à terme, à l'organisation des connaissances entre elles – ce qui rentre aussi dans la construction du sens. C'est du moins l'hypothèse qui est faite par les auteurs de ce type de séances.

Parmi les tâches, certaines, proposées aux élèves plutôt au début des chapitres concernés, les amènent à travailler les mises en fonctionnement des éléments du cours (théorèmes, propriétés, définitions, méthodes, raisonnements, etc.). Ce peut être un simple travail de remplacement des données générales par des données particulières, de vérification d'hypothèses, ou une reconnaissance de ce qui est à appliquer et/ou de la manière de le faire. Des adaptations variées peuvent intervenir, dont des changements de domaines de travail, jeux de cadres ou de registres, dont l'importance pour les apprentissages a été amplement indiquée en didactique (Douady, 1986 ; Duval, 2001). On réserve le mot registres aux différents modes d'écritures utilisés pour traduire une notion mathématique (par exemple un développement décimal peut être écrit comme un nombre à virgule ou comme une somme de fractions de dénominateur des puissances de 10, et les traitements algébriques peuvent différer d'une écriture à l'autre).

Peuvent suivre des problèmes transversaux, où plusieurs chapitres sont mobilisés, sans indication ni indices des connaissances à mobiliser. Ces problèmes transversaux permettent aux élèves de s'exercer à trouver ce qu'il faut mettre en fonctionnement pour résoudre le problème ; ils amènent aussi les élèves à mélanger des utilisations de connaissances « d'âge différent » - anciennes et nouvelles.

Comme pour les problèmes d'introduction, un enjeu important au succès de ces activités tient au fait que les élèves travaillent seuls (en petits groupes par exemple), et à ce que l'enseignant réussit à respecter totalement ces phases dites « a-didactiques (note 3) » sans donner d'indication consistante notamment.

2) Ce qui se passe en classe : de nombreux obstacles entre l'idéal et le possible

Plusieurs recherches ont montré que peu de séquences didactiques, pourtant tout à fait séduisantes sur le plan didactique et testées positivement, sont effectivement utilisées en classe (Bolon, 1996 ; Roditi, 2001).
L'évaluation des formations des Professeurs d'Ecole a aussi indiqué que beaucoup d'entre eux renoncent vite à mettre en œuvre ce qu'ils ont pourtant appris en première année de formation et défendu théoriquement au moment de passer leur concours.

Qu'en est-il ?

a) Des généralités sur les activités préconisées en didactique : davantage de travail de préparation et de tension pendant les séances, beaucoup de temps passé sans résultats immédiats.

Les activités présentées ci-dessus (problèmes d'introduction ou transversaux par exemple) demandent toujours aux enseignants un double travail, très exigeant : une préparation précise, souvent avec une part de mise au point personnelle des ressources habituelles, une anticipation de ce qui est possible pour les élèves et une vigilance et une tension permanentes pendant le déroulement des séances. Il s'agit en effet de respecter au maximum le travail des élèves tel qu'il a été prévu, tout en improvisant et en s'adaptant aux réalités et aux contraintes de la classe.

De plus, il n'est pas sûr que des résultats immédiats en termes d'apprentissage (et de notes) se remarquent. Même si souvent les élèves sont très satisfaits, notamment du travail en petits groupes, comme c'est l'ensemble du processus, répété, qui intervient, cela prend du temps (temps de chaque séance de ce type, toujours très longue, temps d'apprentissage). De plus les bénéfices ne sont pas toujours évaluables sur des tâches données en contrôle classique. Et la conception d'autres moyens d'évaluation demande beaucoup de travail et risque d'être peu reconnue par les autres enseignants.

On conçoit déjà que les enseignants ne peuvent pas se permettre d'user toute leur énergie constamment ainsi.

Nous allons maintenant préciser les difficultés que nous venons d'esquisser en passant successivement en revue les dimensions (non indépendantes) que nous avons mises au point pour analyser les déterminants des pratiques des enseignants en classe (Robert & Rogalski, 2002) : institutionnelle, sociale, personnelle. C'est notre manière de tenir compte et d'aborder la complexité de la classe.

b) Des obstacles au respect de l'idéal didactique liés à l'institution : le temps, les programmes, des ressources limitées et des notions de natures variées.

Très généralement le premier obstacle, évoqué très unanimement par les enseignants pour refuser des activités d'introduction ou transversales, est le temps, et la pression très forte des programmes. En effet, les enseignants privilégient souvent l'avancée dans les programmes, jugés très longs, et n'ont pas le temps ni de laisser les élèves patauger dans un problème d'introduction, ni d'entretenir les connaissances déjà travaillées. De fait, toutes les enquêtes que nous connaissons indiquent que les professeurs finissent juste les programmes, et encore... De plus tous les travaux analysant des séquences d'introduction ou transversales montrent effectivement que le temps prévu par des enseignants expérimentés et ayant l'habitude de ce type de déroulement est toujours dépassé...

Dans ces conditions, il faudrait, au mieux, choisir, en alternant, les modes d'enseignement, et c'est alors une difficulté supplémentaire ! Car si on ne respecte pas une certaine logique, un peu longue, des activités d'introduction, on peut en perdre tout le bénéfice. Sinon, il faudrait décider de ne pas finir telle ou telle partie du programme, ce qui représente un grand risque, y compris social (vis-à-vis des collègues, des parents, des examens). Ou faire le pari insensé qu'en « perdant du temps » sur la recherche en classe, on en gagne sur autre chose...
On voit là des décisions très lourdes pour un enseignant.

Par ailleurs, il n'y a de ressources disponibles que sur un nombre limité de notions, et dans des documents souvent mal diffusés (Roditi, 2001). La plupart des manuels scolaires se ressemblent, et ne proposent que peu ou pas de problèmes directement utilisables. Les activités de début de chapitre ne sont que rarement de véritables problèmes d'introduction, comme cela a déjà été montré (Robert, 1998 ; Robert &Rogalski, 2002). Souvent les séquences disponibles ne s'inscrivent pas dans les programmes tels qu'ils sont, ou demandent des connaissances sur lesquelles les enseignants ne sont pas entièrement à l'aise.

De plus, toutes les notions à introduire sur une année scolaire ne le sont pas toujours comme évoqué génériquement. Des travaux (comme la distinction de différents types de notions, Robert, 1998) ont suggéré que certaines notions, porteuses d'un nouveau formalisme unifiant des démarches antérieures, sont, de ce fait, trop généralisatrices et, du coup, trop éloignées de ce que les élèves ont déjà fait, pour être mises en fonctionnement avant le cours, même partiellement. On peut penser que l'algèbre du collège, avec l'utilisation des inconnues, relève (aussi) de cette analyse. Mais cette caractérisation des notions reste relative à un programme donné, à un ordre donné, quelquefois à une classe donnée, et ne peut être listé à l'avance, une fois pour toutes.

c) Des obstacles liés à ce que les déroulements en classe sont très contraints socialement

Nous nous en sommes déjà beaucoup expliqués.

d) Des obstacles liés à l'exercice personnel de l'enseignant pour mener à bien des activités didactiquement correctes pour les élèves

Plusieurs aspects rendent l'application de séquences, comme celles que nous évoquions au début, très difficiles pour les enseignants.

Une évaluation encore à faire

La preuve de la supériorité des enseignements qui utilisent des séquences didactiques n'est pas faite, ni la preuve du contraire d'ailleurs. Cela entraîne un manque de conviction : pourquoi aller chercher de nouvelles difficultés dans une profession déjà difficile ? Du coup il y a un manque de modèles à imiter, ou au moins à étudier.

La nécessité d'adaptations selon les classes

Il y a certainement des classes où il n'est pas question de faire travailler les élèves seuls – ça serait prendre un trop gros risque de chahut. Quand l'enseignant ne peut plus écrire au tableau pour ne pas se retourner, il ne va pas faire travailler les élèves en petits groupes.
Il y a d'autres classes où la concurrence entre les élèves rend inversement aussi difficile ce type de travail collectif (établissements de centre ville, classes sportives…).
Mais à partir de quand peut-on essayer ? Dans quels types de classes ?

Des déroulements sous tension

Certes la préparation des séances préconisées dans des travaux didactiques peut être plus importante que celles de séances ordinaires, à partir de manuels par exemple, mais au bout de quelques années on peut penser que ça serait possible pour beaucoup d'enseignants, surtout après quelques années d'expérience. Mais ce sont surtout les déroulements des séances en classe qui posent problème, indépendamment même des habitudes que cela amène à changer (cf. ci-dessus).
Quatre activités de l'enseignant nous apparaissent particulièrement délicates dans le schéma des problèmes d'introduction (ou transversaux), même en admettant que les élèves jouent bien le jeu et que l'énoncé soit adéquat.

- Il y a, en premier lieu, le fait de devoir se taire « activement » au début des activités – c'est-à-dire de ne pas répondre directement aux questions (« à vous de travailler »), de relancer les élèves sur leurs questions (« tu veux dire quoi ? ») sans donner (trop) d'indications. Cependant il faut aussi juger du moment où il faut un peu lâcher pour certains groupes, qui seraient sinon trop découragés et risqueraient de décrocher du travail. Mais il faut en même temps retenir ce que chaque groupe fait, sans en avoir l'air. Or, non seulement relancer est beaucoup plus difficile que répondre, mais en même temps répondre seulement « un petit peu » à certains veut dire répondre à tous (diffusion incontournable). De plus, retenir ce qui se fait dans chaque groupe demande d'avoir des repères et de bien connaître le problème, pour identifier rapidement ce qui est en jeu. Enfin, se taire en classe, en soi, est difficile. Ainsi se taire en classe peut apparaître comme non conforme à la mission de l'enseignant dans les conceptions de certains professeurs ; pour d'autres ce peut être une source d'angoisse, pas nécessairement totalement consciente, liée à une perte du pouvoir total sur la classe.

- En second lieu, il faut organiser à un moment donné, à la fin de la première phase de recherche, un changement de contrat : les élèves vont arrêter de travailler entre eux, ils vont devoir écouter. Or écouter après avoir travaillé est très difficile : les élèves renoncent mal à penser et à discuter une fois qu'ils sont partis, ils s'arrêtent difficilement. L'autre changement dans le sens « écouter puis travailler » est difficile aussi, mais plus facile à obtenir malgré tout, si on attend un petit peu (Legrand, 1995, évoque le fait de se remettre à « penser à la première personne »). De plus, le problème se pose toujours pour l'enseignant du moment précis où prendre l'initiative d'arrêter : ce sera toujours trop tard pour les uns (qui n'ont pas encore fini) et trop tôt pour les autres (qui en sont déjà plus loin dans le problème) (note 5) ...
- En troisième lieu, l'animation et/ou la réalisation de la synthèse demandent de gros efforts, pour éviter l'ennui d'une éventuelle répétition par exemple.
- Enfin l'institutionnalisation (exposition des connaissances) à géométrie variable (improvisée) n'est pas non plus chose aisée, d'autant plus qu'il risque d'y avoir des manques sur ce qui avait été prévu et que certains enseignants ont du mal à faire le deuil de quelque chose qu'ils avaient envie de dire.

IV Travail de chercheur ou de formateur ?

La limite n'est pas toujours nette ! Nous allons en donner quelques illustrations.

1) Le travail du chercheur est très différent de celui du formateur.

Toute recherche est évaluée dans une communauté précise et doit respecter certaines règles.
Il s'agit par exemple d'élaborer une problématique à partir de questions générales, au sein d'un cadrage théorique précisé, de fixer une méthodologie. Ensuite une phase d'expérimentation permet le recueil de données. Il s'agit alors de traiter les données pour dégager des résultats. L'interprétation des résultats se fait dans le cadre théorique choisi.
Ces analyses systématiques produisent des résultats limités dont le chercheur n'interroge pas toujours la portée ni les limites. En particulier le temps n'est pas une variable contraignante : des observations de classe peuvent être analysées 5 ans après, toute une recherche peut porter sur une séance d'une heure...

Au formateur de se poser ces questions ainsi que celles de la transposition éventuelle des résultats, pressé par des demandes très contextualisées. Il ne s'agit pas d'expliquer aux enseignants qu'on aura les réponses à leur question dans 5 ans !

2) Deux exemples où les deux approches se rejoignent cependant

a) les limites des expérimentations en stage de formation continue (l'expérience de Toulouse)

C'est un stage de 5 jours, la journée 4 est dévolue au retour d'une expérimentation en classe, mise en place en J3.
On a une impression de léger malaise, comme si on touchait un peu une limite de l'action de formation.

- portée de l'expérimentation sur une séance : vérification, enrichissement par mutualisation, poser autrement la question des alternatives

On peut penser que cette expérimentation sert à des prises de conscience et des vérifications de ce qui a été dit avant.
On peut ainsi repérer à quel point certaines activités sont délicates, décrire des activités d'élèves en relation avec l'analyse a priori des tâches (vrai pour chaque professeur !).
Cela amène
- à donner du relief à l'application d'une notion à un niveau donné : ce n'est pas pareil de connaître l'équation de la tangente et d'adapter cette connaissance même à deux courbes au lieu d'une !
- à étudier plutôt le couple {énoncé-déroulement} que chaque terme séparément.

On peut aussi éventuellement, en mettant en commun, mesurer l'hétérogénéité des pratiques et des classes
La mutualisation des expériences précises ouvre et précise la palette des possibles et permet d'enrichir les choix des enseignants, en spécifiant pour une situation donnée contraintes, objectifs et libertés

On peut en même temps commencer à mettre en évidence des contraintes relativement homogènes, des marges de manœuvre et des variabilités dans leur adoption par chaque enseignant.

Les facteurs pouvant favoriser les apprentissages, que ce soit des choix de contenus ou de modes de travail, leur hiérarchie et leur prise en compte globalement et au quotidien, ne sont pas toujours les mêmes pour les enseignants, et cela peut même varier d'une classe à l'autre pour un même enseignant.

On peut enfin poser autrement le problème des alternatives : que nous apprend le tableau de tous les passages ? On ne peut pas espérer y passer moins de deux heures si on veut atteindre pour tous les élèves l'objectif qu'ils aient dépassé le premier obstacle. D'où une réflexion un peu différente, comme ci-dessus.
C'est comme si le métier d'enseignant consistait à ce moment là à décliner systématiquement la question : quelle gestion pour quel énoncé ?

- limites de l'expérimentation sur une séance : tout cela reste « tout petit », sans preuve. Différences recherches/formation

Aller plus loin nécessite des changements d'échelles, et les possibilités de comparer ou de généraliser, donc un autre rapport au temps : déterminer ce qui est par exemple régularités, originalité demande de sortir du cadre trop limité du stage.
La décontextualisation nécessaire ne peut se faire que par comparaison et/ou en référence à d'autres travaux : c'est du domaine de la recherche – d'où frustration possible.

b) Analyses de vidéo : différentes modalités, différents objectifs

Plusieurs modalités existent : une seule vision (cf. visite en classe), plusieurs visions successives, possibilité de travail conjoint sur transcription, qui est l'auteur et le spectateur. On peut visualiser une heure ou moins. Dans tous les cas une partie de l'analyse est commune. *Ce qui devient plus spécialisé (niveau recherche) est indiqué en italique.*

Schématiquement sans transcription on a accès à ce qui concerne les contenus, les répartitions globales, avec transcription on accède à ce qui concerne les modalités de l'enseignement, les formes des discours, les organisations locales et ce qui est à l'insu du professeur.

Par exemple, les dynamiques fines comme, pendant une activité des élèves, la recherche des aides - relances, indications, répétitions ou explications (avec leur moment), les questionnements, évaluations ou validations, encouragements nécessitent une transcription. De même les analyses pragmatiques, ou celle des actes de langage, ou des marqueurs… Les contenus ne sont plus directement en cause ! Ca sert cependant à préciser diverses activités de l'enseignant (enrôlement, organisation locale, diagnostic).

c) Une question ouverte : le travail dans l'établissement

Comment jouer un rôle de relais dans un établissement ?
La question de la diffusion locale des connaissances ou compétences d'un formateur est posée.

Conclusion : le rôle du formateur ; questions.

Dans ce dernier chapitre nous revenons sur des caractéristiques individuelles et collectives des pratiques ; puis nous résumons le rôle que nous pensons que les formateurs peuvent jouer dans ce tableau complexe.
Nous terminons par de nombreuses questions ouvertes de toutes sortes !

I Retour sur les pratiques des enseignants

1) Des échelles différentes pour rendre compte des régularités et des diversités des pratiques

a) A une échelle globale, des déterminants contraignants

Nos analyses de pratiques en classe nous ont amené à faire l'hypothèse que les réponses des enseignants aux contraintes qui pèsent sur eux, aussi bien institutionnelles (programmes) que sociales (liées à l'insertion dans une profession, avec ses habitudes et ses traditions, et dans un établissement), ne sont pas très variées[5], au moins à une échelle de lecture globale : tout se passe comme si quelques « genres » pouvaient les décrire, chaque genre étant constitué par un type d'adaptations (perceptibles dans les pratiques) à une tension (contradiction) qui traverse nécessairement la pratique (les travaux en ZEP ont mis en évidence très fortement ce type de phénomènes). Autrement dit, à un niveau assez global, un enseignant peut reconnaître ses pratiques comme relevant de quelques genres, qui se combinent différemment ensuite pour chacun.

Ces genres traduisent la cohérence des pratiques et rendent compte de leur stabilité. S'il y en a assez peu, ce serait sans doute que la complexité des situations amène à optimiser certains choix, et qu'il n'y a pas tellement d'optimisation ?

Les marges de manœuvre qui restent, internes à ces combinaisons particulières des genres, entraînent des choix plus locaux, que nous qualifions, faute de mieux, de styles.

Citons comme exemples brièvement et très schématiquement (tout cela est évidemment à (re)travailler, pour déterminer précisément quelles sont les grandes tensions, les variables et de quel niveau elles relèvent) :

- Une tension entre une centration globale sur les élèves ou sur les savoirs (deux genres). Les réponses à cette tension, qui repose sur du social et de l'institutionnel, peuvent se traduire par des discours en classe différents (sujets des verbes, force illocutoire, traitement des questionnements et gestion des incidents), voire des objectifs vis-à-vis des élèves différents (sélection des meilleurs ou apprentissage, peut-être moins élevé, de tous).
- L'animation de la classe entre contrôle et enrôlement (harcèlement ou laisser travailler, oral prépondérant ou non) – cette tension relève comme la précédente de divers déterminants sociaux imbriqués
- La contradiction, déjà soulevée dans les travaux sur les pratiques en ZEP, entre socialisation et apprentissage, amène ou non les enseignants à individualiser leur enseignement, à organiser des phases collectives ou non.

[5] A l'échelle intra-individuelle, c'est moins vrai à l'échelle interindividuelle.

- La conception des mathématiques des enseignants peut les amener à des choix d'activités pour les élèves différents – math-obstacle pour les uns, math-amies pour les autres… , sélection des élèves, position de l'enseignant, « face ou du côté des élèves »…
- Le respect des injonctions de l'institution ou non

b) Styles individuels : à l'échelle de la classe, des marges de manœuvre, encore à repérer

Chaque professeur a donc encore des marges de manœuvre à l'intérieur de cette combinaison de genres qui rendent compte de ses choix globaux et de sa cohérence : c'est à l'intérieur qu'il travaille, les variables dont il dispose sont locales, concernent le déroulement en classe, il reste peu d'alternatives globales. Ce serait plutôt au niveau du travail fin d'adaptation à chaque situation que pourrait se percevoir ce type de régularités, traduites en termes de composantes cognitive et médiative.

Il y en aurait aussi une lecture en termes de schèmes d'action de l'enseignant, d'invariants de son activité. Cette lecture, qui fait l'objet de travaux ergonomiques, aurait peut-être l'avantage d'être plus facilement communicable (en termes d'activité enseignante).

Par exemple, au niveau des préparations, le choix des énoncés à proposer aux élèves reste ouvert et se modifie, au gré des expériences précédentes, des évolutions de programmes, des échanges avec les autres. En revanche l'ouverture didactique proposée in fine aux élèves, les formes de travail et les modalités d'accompagnement se retrouvent peut-être plus d'une séance à l'autre, d'une classe à l'autre, d'une année sur l'autre, même si des improvisations permanentes ont lieu… Tout est question d'échelle de lecture !

Bien du travail reste à faire pour déterminer des repères fiables de cette marge de manœuvre individuelle (cf. Roditi) et pour mettre au point les véritables alternatives qui s'offrent à chaque enseignant, seul ou … aidé par un formateur !

2) La formation, entre genres et styles : un travail de reconnaissance des véritables alternatives et de mises en place d'adaptations singulières compatibles –mais aussi un travail de recherches de modalités de « communication » (transmission) d'éléments sur les pratiques.

Dans ce schéma, ce qui distingue le formateur de l'enseignant est précisément d'abord la connaissance de choix, autres que les siens notamment, et surtout l'accès à l'extérieur de la classe, c'est-à-dire la compréhension de déterminants qui peuvent échapper à l'échelle du quotidien et de l'acteur. Tout cela pour mieux revenir à la classe d'ailleurs !

Dans ces conditions, un premier travail du formateur pourrait être d'expliciter les contraintes (qu'on peut voir comme des normes, sociales et institutionnelles), de reconnaître dans les pratiques ce qui relève des contraintes (identifier les genres). On voit l'intérêt des recherches qui peuvent alimenter cette explicitation.

Notons que si le formateur est lui-même enseignant, un deuxième travail pour lui, à côté de l'identification et de l'explicitation des genres, serait de contribuer à leur évolution. Et ce n'est pas un mince programme.

Là encore des recherches sont sans doute indispensables, notamment en termes d'évaluation des effets (différentiels) des pratiques... Quelles différences y a-t-il entre ce qui est enseigné explicitement (en termes d'activités d'élèves) et ce qui est appris ? Qu'est-ce qui peut – doit - s'apprendre sans être enseigné (et par quels élèves) ? Quelles adaptations seront hors de portée de la majorité des élèves si elles ne sont jamais enseignées (nous avons fait l'hypothèse que c'est le cas de la disponibilité) ? Réciproquement, quelles notions résistent à « tout » enseignement ?

Un troisième travail consisterait à déterminer ce qui peut varier pour un enseignant donné, pour faciliter l'appropriation qu'il doit en faire s'il s'installe ou pour arriver à des adaptations différentes s'il s'agit de formations continues.
Le rôle du Conseiller Pédagogique[6] (CP) pourrait être spécifié à cet endroit : ne serait-ce pas à lui de contribuer à faire identifier au stagiaire son style et ses genres ?
Ces deux ou trois types de travaux sont assortis d'un (quatrième et non des moindres !) indispensable travail de communication (de transmission) de tout cela : comment arriver à des résultats en termes de pratiques ? Et cela concerne tous les formateurs, du CP au formateur de formateur...

II Le rôle du formateur : transposer, adapter, recomposer

Pour tenir compte de ce qui précède, les formateurs seront amenés à dépasser le point de vue de leur propre pratique et à proposer des adaptations pouvant convenir à chaque enseignant. Vu la difficulté de modifier des pratiques individuelles, ils pourront être amenés aussi à travailler sur plusieurs aspects des pratiques à la fois – contenus et déroulements notamment.

Notre position est que le formateur a une grande place à jouer dans le « passage » (la transposition) des recherches aux utilisations sur le terrain. Certes les chercheurs peuvent en partie déterminer la portée et les limites de leurs travaux (cf. Douady), mais notre hypothèse actuelle est que l'adaptation aux réalités du terrain, aux genres déjà cités se fait mieux de la place du formateur, c'est notre hypothèse actuelle. Place spécifique, mais, nous y insistons qu'il occupera d'autant mieux qu'il sera formé et formé à le faire, de manière à intégrer sa propre expérience, irremplaçable, dans une perspective élargie.

Le rôle du formateur dans cette transposition est de fait multiple à nos yeux.
Il s'agit à la fois de

- **reconnaître le style de chaque enseignant et éventuellement « adapter »** certaines pratiques pour chaque formé,
- « **recomposer** » constamment des éléments portant sur le cognitif, le médiatif, etc... pour ne pas laisser ce travail complexe à la seule charge des formés,
- mais aussi **permettre, susciter, organiser un travail sur le collectif** « enseignant », avec une mise en évidence des genres, **concevoir un travail** sur les évolutions possibles,
- en un mot **prendre à sa charge tous les interfaces** : professeurs entre eux, professeurs/formateurs, institution/professeurs, professeurs/chercheurs – il y a là évidemment encore des recherches en amont à connaître et aussi la nécessité d'un travail de critique des recherches (portée, limites, adaptations).

[6] Enseignant expérimenté qui aide l'enseignant débutant dans sa classe

Dans ces missions, nous soulignons l'importance d'avoir « **des mots pour le dire** » communs à une collectivité, des situations de référence.

Nous soulignons aussi l'importance du travail sur **les modalités des formations**, leurs « variables », travail qui nous semble balbutiant (la notion de « scénario de formation » suscite même encore des sourires !).

Enfin le formateur a à sa charge **la lecture des ressources** disponibles : nous joignons en annexe une grille de lecture. Il reste beaucoup d'inconnues dans le travail de l'enseignant – au formateur d'apporter à la fois les ressources disponibles et d'en reconnaître les limites.

III Réflexions méthodologiques pour élaborer un scénario de formation

Il est nécessaire de bien définir public, contenus, modalités temporelles

Sur un sujet donné, lister les ressources ; réfléchir aux modalités envisageables compte tenu des durées et du public.

Pourraient être utilisées
- la banque de vidéo
- des ressources didactiques
- l'alternance avec le terrain (virtuellement)

IV Conclusion en forme de questions ouvertes

Questions théoriques : peut-on espérer quelque chose d'une formation d'enseignants partielle, individuelle, qui ne joue que sur le rationnel ? est-elle suffisante, doit-elle être complétée par d'autres formations ?

Comment former formateurs et enseignants alors qu'il existe encore tant d'inconnues dans les relations enseignement/apprentissage ou même sur l'enseignement en ZEP ?

Questions d'évaluation des scénarios : comment évaluer des scénarios de formation ?

Qui fait cette formation ? Comment construire les relations recherches/formations ? Qu'en est-il de la formation continue ?

Et pour finir sur les contenus mathématiques, que penser de la question générale des imbrications des formations mathématiques et professionnelles ?

Bibliographie

Bautier Rochex (1998) L'expérience scolaire des nouveaux lycéens, démocratisation ou massification, A Colin.

Ben Salah C. (2001) *Les connaissances mathématiques des nouveaux enseignants à l'épreuve du feu, une étude de cas*, Thèse de doctorat de l'Université Paris 7

Beziaud P., Dumortier D., Robert A., Vandebrouck F. (2003) Un questionnaire sur l'utilisation du tableau noir en classe de mathématiques (collège et lycée) : portée, limites, perspectives en formations, *Document n°1 pour la formation des enseignants*, Université Paris 7.

Brousseau G. (1988) *Théorie des situations didactiques*, La pensée sauvage.

Butlen D., Peltier M.L., Pezard M (2002) Nommés en REP, comment font-ils ? Pratiques de professeurs d'école enseignant les mathématiques en REP : contradiction et cohérence, *Revue française de Pédagogie* n°140, 41-52

Chevallard Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherches en didactique des mathématiques,* 19/2, pp.221-265.

Clot Y. (1999) La *fonction psychologique du travail* Paris PUF.

Coulange L. (2001) Evolution du passage arithmétique-algèbre dans les manuels et les programmes du 20ème siècle : contraintes et espaces de libertés pour le professeur, *Petit x,* n°57, pp. 65 - 85.

DeBlois L., Squalli H. (2002) L'implication de l'analyse de productions d'élèves dans la formation des maîtres du primaire *Educationnal Studies in Mathematics*, 50, pp.213-238.

Douady R. (1987) Jeux de cadres et dialectique outil/objet, *Recherches en didactique des mathématiques* 7(2) pp.5-32.

Douady R. (1992) Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères-Irem* 6, 132-158

Félix C. (2004) Les gestes de l'étude personnelle chez les collégiens : une perspective comparatiste, *Spirale* n°33 pp 89-100 (Lille).

Hache C. (2001) L'univers mathématiques proposé par le professeur en classe, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol 21/1-2, pp. 81- 98.

Lattuati M., Robert A., Penninckx J. (1999) *L'enseignement des mathématiques au lycée, un point de vue didactique*, Ellipses.

Lenfant A. (2002) *De la position d'étudiant à la position d'enseignant : l'évolution du rapport à l'algèbre de professeurs stagiaires*, Thèse de doctorat de l'université de Paris 7.

Margolinas C. (1995) La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations, in Margolinas Eds. *Les débats en didactique des mathématiques*, pp89-103, La Pensée sauvage, Grenoble.

Masselot P. (2000) *De la formation initiale en didactique des mathématiques (en centre IUFM) aux pratiques quotidiennes en mathématiques, en classe, des professeurs d'école – une étude de cas*, Thèse de doctorat de l'université Paris 7

Maurice, J.-J., and Allègre, E.: 2002, 'Invariance temporelle des pratiques enseignantes: le temps donné aux élèves pour chercher', *Revue Française de Pédagogie* 138, 115-124.

Montmollin (de) M., (1984) *L'intelligence de la tâche*. Berne : Peter Lang.

Pariès M. (2001) *Pratiques des enseignants de mathématiques : analyses des discours accompagnant la résolution d'exercices au collège*, Thèse de doctorat de l'université Paris 7

Pariès M. (à paraître) Comparaison de pratiques d'enseignants de mathématiques, relations entre discours des professeurs et activités potentielles des élèves, *Recherches en didactique des mathématiques.*

Robert A. (1998) Outils d'analyses des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université, *Recherches en didactique des mathématiques,* Vol 18 2 pp. 139-190.

Robert A. (1999) Recherches didactiques sur la formation professionnelle des enseignants de mathématiques du second degré et leurs pratiques en classe, *Didaskalia*, n°15, pp 123-157.

Robert A. (2001) Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant, *Recherches en didactique des mathématiques,* Vol 21/1-2, pp. 57- 80

Robert A. (2002) De l'idéal didactique aux déroulements réels en classe de mathématiques : le didactiquement correct, un enjeu de la formation des (futurs) enseignants (en collège et lycée), D*idaskalia.* 22 pp99-116.

Robert A. (2003) Tâches mathématiques et activités des élèves : une discussion sur le jeu des adaptations individuelles introduites au démarrage des exercices cherchés en classe. *Revue Petit x*, n° 62, pp 61-71.

Robert A. (2003) Un point de vue sur les spécificités du travail géométrique des élèves à partir de la quatrième : l'organisation des connaissances en niveaux de conceptualisation *Petit x* n°63 pp7-29

Robert A. et Hache C. (1997) Un essai d'analyse des pratiques effectives en classe de seconde, ou comment un enseignant fait "fréquenter" les mathématiques à ses élèves pendant la classe ?, *Recherches en didactique des mathématiques,*Vol 17-3 pp. 103-150.

Robert A. et Rogalski J (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, vol2, n°4 pp505-528.

Robert A. Rogalski J (2004, à paraître) A cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a French 10th-grade class, *Educationnal studies in mathematics.*

Robert A. et Rogalski M. (2002) Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices – le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion de la classe *Revue Petit x*, n° 60.

Robert A. et Rogalski M. (2004) Problèmes et activités d'introduction, problèmes transversaux et problèmes de recherche au lycée *Repères IREM* n°54 77-103

Robert A. et Vandebrouck F. avec la collaboration de P. Beziaud et D. Dumortier (2001) Recherches sur l'utilisation du tableau apr des enseignants de mathématiques en seconde pendant des séances d'exercices, *Cahier de Didirem* n°36, Université Paris 7

Robert A. et Vandebrouck F. (2003) Des utilisations du tableau par des professeurs de mathématiques en classe de seconde *Recherches en didactique des mathématiques(à paraître)*

Roditi, É. (2001). *L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième. Étude de pratiques ordinaires* ? Thèse de doctorat d'Université, Didactique des Mathématiques, Paris7.

Roditi E. (2003) Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement. Le cas de la multiplication des nombres décimaux en sixième. *Recherches en didactique des mathématiques, Vol 23/2 pp. 183-216.*

Rogalski J. (2000). Y a-t-il un pilote dans la classe ? Apports des concepts et méthodes de la psychologie ergonomique pour l'analyse de l'activité de l'enseignant. In Assude T. et Grugeon B.*Actes du séminaire de didactique national* (pp. 143-164). Paris : ARDM-IREM Paris 7.

Rogalski J (2003) Y a-t-il un pilote dans la classe, *Recherches en didactique des mathématiques,* Vol 23 3 pp 343-388.

Vandebrouck F. (2002) Utilisation du tableau et gestion de la classe de mathématiques : à la recherche d'invariants dans les pratiques d'enseignants *Cahier de Didirem* n°42, Université Paris 7

Vergnaud G. (1990) La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques,* Vol 10 2.3 pp 133-170.

Vergnes D (2001) Les effets d'un stage de formation en géométrie, *Recherches en didactique des mathématiques*, 21/1-2, pp 99-122

Annexes et exemple de scénario

Annexe 1

Pour la lecture d'articles – distribuée aux participants

L'objectif général d'un travail de lecture est de renseigner, à l'oral ou à l'écrit, sur le contenu présenté par les auteurs, en permettant la critique et en dégageant éventuellement une synthèse « à retenir ».
Lorsqu'on expose un article (ou un livre), le fait d'annoncer à l'avance le plan et la tonalité générale de l'exposé, et le fait de proposer systématiquement les citations sur transparent peuvent contribuer au suivi de la présentation !

A) Partie descriptive « en amont » : contexte de l'article, auteurs, objectifs de l'article (pour qui, pour quoi), statut, contenus ;

1) Sur quoi ça porte (contenus) ?

Plusieurs sujets peuvent être abordés de manière plus ou moins imbriquée
- les mathématiques (d'un niveau donné, transversal, ...), points de vue épistémologique, historique etc.
- Les programmes, instructions, commentaires, documents d'accompagnements (idem)
- Les élèves :
  diagnostics de connaissances ou de performances,
  diagnostics de connaissances ou de performances en relation avec un enseignement ou un programme,
  compte tenu d'une théorie de l'apprentissage, diagnostics de connaissances ou de performances, avec ou non élaboration de stratégies
- Stratégies d'enseignement (motivées ou non ; si oui, motivées par rapport aux programmes, aux mathématiques, à une théorie ; expérimentées ou non, limitées aux contenus ou accompagnées d'éléments de gestion), à une échelle globale (plus d'un mois) ou locale (on parlera alors de séquence)
- Les formations

Les échelles concernées (une séance, une année, une décennie..., un élève, une classe, un établissement, une classe d'âge) complètent utilement ces informations.

2) Qui a écrit (auteurs) ?

Dans nos revues, plusieurs publics s'expriment ou sont visés : les enseignants, la noosphère et l'institution, les formateurs, les chercheurs, des équipes mixtes.
Ainsi pourra-t-on renseigner les questions suivantes :
Qui sont les auteurs ? A quelle occasion le livre a-t-il été écrit (commande, manifestation, rien) ? Cela permet de se demander quelles ambitions a le livre, et d'en tenir compte pour les interprétations éventuelles.

La date d'écriture (ou de publication) complète utilement ces renseignements.

Exemples : dans le bulletin de l'APM, écrivent des enseignants et des représentants de la noosphère (certains) souvent sur les mathématiques et les programmes, ou bien des enseignants pour donner des exemples bruts de cours ou d'exercices.

Dans petit x, plutôt des chercheurs, et des enseignants, avec des articles sur les mathématiques et les élèves (stratégies, ou séquences motivées, quelquefois par une théorie, voire expérimentées).
Dans Repères-IREM, plutôt des enseignants, et des chercheurs, avec des articles à destination des enseignants pour leurs élèves (séquences, motivées plutôt par les programmes).

3) *Quel est le statut affiché du texte ?*

Certains écrits émanent d'enseignants et n'affichent aucune prétention théorique, même si une véritable réflexion est proposée. D'autres écrits peuvent se situer dans plusieurs « paradigmes » qui traversent les recherches actuelles en didactique des mathématiques : dialectique outil/objet et jeux de cadres, Théorie des Situations, anthropologie, théorie de l'activité...

On peut ainsi chercher à préciser quel est le statut revendiqué du texte : recherche (diagnostic, expérimentation, ingénierie), informations, réflexion, récit, innovation, synthèse... Cela contribue à indiquer le poids relatif qu'on pourra accorder à cet écrit.

Dans le même ordre d'idées, on peut signaler s'il existe une bibliographie ou des annexes précises.

4) *Cas d'un texte de recherche*

Pour mieux apprécier un tel texte, il est nécessaire de savoir si les présupposés théoriques sont bien précisés, développés ou s'ils manquent (implicites).
On peut aussi dégager s'il y a des preuves apportées au propos, des références, si les auteurs explicitent des hypothèses admises, ou bien testées.

Enfin, il est important de signaler si les auteurs apportent eux-mêmes des limites, des nuances, des critiques, ou suggèrent des perspectives.

B) **Le résumé de tout ou partie du texte.**

C'est un exercice difficile, quelle que soit la taille du résumé.
Attention : bien distinguer ce qui est résumé du livre ou l'avis du lecteur n'est pas toujours évident !

C) **Critiques, synthèse et perspectives**

Plusieurs questions permettent d'organiser cette partie essentielle.

1) Lisibilité

Est-ce facile à lire ?
La lecture est-elle autonome (ou bien faut-il lire ou connaître autre chose pour comprendre) ?
Que dire de la biblio ?
Y a-t-il des références théoriques à connaître ou que l'article permet de comprendre ?

2) Fiabilité

Est-ce que les ambitions des auteurs sont remplies ?
Les apports sont-ils convaincants, que ce soit des connaissances, des démarches, des questionnements ?

3) Utilisations ultérieures

Quelles critiques de votre part, compte tenu de tout ce qui précède ?
Quoi retenir « au final » pour un formateur, un enseignant ?
Quels « transferts » ou suites peut-on imaginer ?

Exemples d'exposés bibliographiques

Malaise dans la formation des enseignants, Blanchard-Laville, Nadot l'Harmattan,
Que signifie le malaise des jeunes enseignants en formation initiale (angoisse, plaintes, déception, reproches à la formation et aux formateurs) ? Pour les auteurs cela révèle une crise identitaire professionnelle.

Le collège unique en question, Derouet dir PUF
Il s'agit de dresser un état des lieux. Quelles évolutions ? quel bilan ?

Enseigner les mathématiques au lycée –démocratisation ou massification ? Bautier et Rochex, Armand Colin
Comment les nouveaux lycéens vivent-ils et interprètent-ils les situations et activités scolaires ? ... Ce livre reprend les questions soulevées et le cadre théorique mis en œuvre dans l'ouvrage « Ecole, savoir dans les banlieues et ailleurs » et les adaptant et en les spécifiant au niveau du lycée.

Vygotski, pédagogue et penseur de notre temps, Vergnaud, Hachette éducation
A travers des textes significatifs, l'auteur dégage les grandes dimensions de la pensée de Vygostki.

L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième : pratiques ordinaires ?Thèse de doctorat de E. Roditi, Paris 7
D'une part synthèse de ce qui existe sur cette question, d'autre part analyse fine de pratiques de 4 enseignants et mise en évidence de régularités, de différences entre les enseignants et de cohérence individuelle.

Annexe 2

La question des ZEP
Petite histoire partielle et partiale de travaux sur les ZEP en didactique des math

1) Les anciens travaux de Perrin, Butlen...
Par exemple dans RDM vol 13 (questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement dans les classes faibles », ou petit x n°36 (1994) (contraintes de fonctionnement des enseignants de collège : ce que nous apprend l'étude des classes faibles) ou Repères IREM n°29 (1997) – même titre
Ca montre des diagnostics et des différences notamment au niveau des anticipations des enseignants qui les amènent à « faire autrement ».

2) Pour les assises de Rouen de 1998
On a proposé un questionnaire dans les académies d'Amiens et de Versailles.
Il s'agissait alors de trouver **des intermédiaires adaptés et non de baisser les exigences.**

3) Travaux plus récents – en math seulement
Plusieurs sources très différentes

a) venant de professeurs ou d'inspecteurs : des diagnostics ou des propositions de séquences sans fondements théoriques ni expériences solides (peuvent être très bons, mais il reste à les justifier et à les tester) : brochure bleue de l'IREM de Nantes, plus récent la brochure de l'IREM de Paris 7 les petites ZEP qui montent... (mai 2002).

b) venant d'équipes mixtes professeur, inspecteurs, chercheurs : brochure « math ZEP/REP » 2000 (divers types de contributions, à classer) .

c) recherches
- avec des professeurs de terrain le papier publié par l'INRP « performances au collège... » - joint (*)
- avec prioritairement des chercheurs :

- article de Repères-IREM n°41 de Butlen et al. (cf. aussi cahier de Didirem n°27)
- article de RDM vol 23/1 de Butlen et Pézard « Etapes intermédiaires dans le processus de conceptualisation en mathématiques »
- Nommés en ZEP/REP comment font-ils ? Butlen, Peltier, Pézard, Revue Française de Pédagogie n°140 et le cahier de Didirem n°42 qui développe les mêmes choses avec plus d'exemples de mathématiques)

Un ouvrage paru en 2004 : *Dur d'enseigner en ZEP* M.L. Peltier ed., La pensée sauvage.

Texte de travail : un bilan sur les pratiques des enseignants de math en ZEP (collège), contraintes et alternatives (A. Robert, avec la collaboration de J.F. Chesné et E. Roditi)

Ce texte, bref résumé de différentes pistes (réflexions, recherches, études), est écrit pour des formateurs : s'il n'y a pas de formation toute prête pour des enseignants de ZEP, il nous semble qu'un certain nombre de connaissances, recherches, témoignages peuvent être organisés et donner lieu à une synthèse, même très schématique et demandant ensuite des adaptations. Cet état des lieux, tout en dégageant la complexité de la situation, permet d'envisager des pistes adaptées aux demandes des enseignants, voire des questions devant être travaillées en recherche. Ceci dit, beaucoup de phénomènes discutés ici se retrouvent partout, mais l'exercice du métier en ZEP a la caractéristique de cumuler beaucoup de difficultés à la fois, de manière parfois exagérée, voire caricaturale. Certains chercheurs parlent d'effet « loupe », sachant que par ailleurs il y a un continuum entre certaines ZEP et d'autres classes « ordinaires », et que s'il peut y avoir des différences entre un collège ZEP et un collège non ZEP, il peut y en avoir aussi entre deux collèges ZEP.

Notre approche de la complexité nous a amené à organiser le propos par une analyse inspirée d'un découpage en plusieurs composantes (les 5 composantes de la double approche de Robert et Rogalski, 2002), avec leurs hiérarchies et recompositions. Les composantes institutionnelle et sociale présentent des contraintes, en partie externes à la classe de mathématiques, dont certaines spécifiques aux ZEP, qui pèsent sur les pratiques individuelles des enseignants en classe. Elles sont développées d'abord car nous pensons qu'elles peuvent prédéterminer certains choix, consciemment ou non et expliquer nombre d'anticipations. Les composantes cognitive et médiative permettent de rendre compte de choix pour la classe, tant sur le plan des contenus que des déroulements et révèlent aussi en partie ce qui relève de la composante personnelle (à compléter par des éléments externes à la classe).

Nos sources sont diverses (cf. biblio) : recherches sociologiques (ESCOL, Reseida, Van Zanten etc.), didactiques (Butlen et al., Penninckx), documents (rapport Moisan), entretiens individuels.

1) Les déterminants sociaux et institutionnels des pratiques des enseignants de mathématiques en ZEP (collège) : contraintes (et cercles vicieux).

Nous essayons de lister (très schématiquement, non exhaustivement) ce qui peut peser sur ces pratiques, sachant que chaque enseignant le transforme (recompose) selon son style.

a) Du côté de l'établissement et du quartier

Des travaux sociologiques ont souligné l'importance de l'implantation géographique et sociale de l'établissement. Plus la ségrégation géographique est grande, plus le phénomène de ghetto s'installe, semble-t-il, avec son cortège de difficultés supplémentaires (sans évoquer la pauvreté et les diverses violences sociales externes à l'école) : moins d'élèves sur lesquels s'appuyer dans une classe et fuite des meilleurs (cercle vicieux), chômage important dans les familles, exemples de réussite « a-sociale » (en dehors de la société), plus grandes difficultés à établir des liens avec les familles (alors qu'on en reconnaît l'importance fondamentale). Ce qui n'empêche pas des systèmes spécifiques d'exigences, de notations et de passages en classe supérieure de s'effectuer, phénomène qui peut engendrer en seconde (ou après) des catastrophes terribles.

Le rapport Moisan a mis en évidence des facteurs externes et internes aux établissements qui peuvent influencer les performances des collèges ZEP, et qui peuvent être lus « à l'envers » comme des contraintes plus ou moins prégnantes, notamment la taille de l'établissement, l'existence d'équipes (administrative y compris), l'importance accordée aux familles d'une part, aux contenus d'autre part. Meilleures sont les conditions générales d'un collège (plus il est petit, avec des équipes soudées, etc.), moins évidemment, semble-t-il, les contraintes correspondantes s'exercent et plus la part personnelle de l'enseignant, son style, peut vraisemblablement avoir d'effet sur les apprentissages dans sa classe.

Enfin le collège unique amène à essayer de travailler à partir de programmes souvent jugés lourds, d'autant plus que les élèves n'ont pas toujours en arrivant dans une classe les compétences attendues.

b) Du côté des élèves

Les travaux de l'équipe ESCOL ont développé l'idée de rapports au savoir différents selon les environnements : dans ces classes, il semble qu'un plus grand nombre d'enfants soient éloignés des conceptions du savoir partagées par leurs enseignants, aient plus de difficultés à « cumuler » des connaissances (faute de conceptions adéquates de ce qu'est apprendre), à chercher sans trouver tout de suite[7], à changer de point de vue ou de cadre et à mettre en relation des éléments *a priori* étrangers, à écrire[8], à travailler (y compris chez eux, peut-être à cause des conditions matérielles, peut-être parce qu'ils ne sont pas aidés, peut-être parce qu'ils n'en voient pas l'intérêt, peut-être parce qu'ils ne savent pas quoi faire exactement livrés à eux-mêmes). Des malentendus peuvent se développer entre ce que transmettent et exigent les enseignants et ce qu'en comprennent les élèves. Des cercles vicieux, déjà dénoncés par M.J. Perrin par exemple, peuvent s'installer entre les attentes et anticipations des enseignants et ce que font les élèves, sans cesse revu à la baisse... Les familles ne peuvent souvent pas compléter ces représentations, tout en ayant l'espoir, l'attente d'une mobilité ascendante grâce à l'école. Mais comment ?

c) Du côté de la fabrication scolaire de la différentiation

Tout cela construit un univers unanimement déclaré difficile, fragile (une petite étincelle peut déclencher des crises), avec une pesanteur qui s'exerce au quotidien, quelles qu'en soient les formes.

Les difficultés, qui ne sont pas cachées même si elles sont présentées de manière quelquefois unidimensionnelle, ont conduit l'institution notamment à prôner l'innovation tout azimut, tout se passe comme si on estimait que pourvu que dans l'établissement il n'y ait pas de vague, il y ait « la paix sociale », on était content... Un grand reproche qu'on peut faire à ces choix est l'oubli de la vocation première de l'école : faire apprendre. Par exemple, la différentiation extrême de la pédagogie, avec le renoncement correspond à des phases d'institutionnalisation collective a été dénoncée par des chercheurs du primaire, qui ont dégagé le manque à gagner cognitif inéluctable correspondant.

Alors y a-t-il par delà les contraintes des alternatives ? Y a-t-il des moyens de fabriquer plus ou moins de différences ?

---

[7] Des travaux en cinquième ont montré la difficulté de faire résoudre un énoncé qui contient deux étapes.

[8] Certains enseignants signalent ainsi qu'il est difficile de faire écouter ou lire un texte un peu long ou difficile ou de faire écrire, rédiger, un peu longtemps dans certaines classes.

Les conclusions actuelles des recherches de RESEIDA sont complexes : il semble qu'il y ait des accumulations de petites différences qui contribuent à fabriquer les différences.

2) Les choix de contenus, scénarios et déroulements : alternatives ?

Les enseignants sont donc confrontés à deux difficultés majeures, permanentes, quotidiennes, de l'ordre du métier et de l'ordre du cognitif. Il se peut que dans certaines classes les contraintes liées à un déroulement acceptable soient plus fortes que celles liées à l'apprentissage des élèves. On sait qu'il y a toujours une tension entre les deux, voire une contradiction – dans ces classes un des pôles pèse plus lourd que l'autre. Des cercles vicieux ont vite faits de s'installer : moins d'exigences, moins de rigueur, moins d'apprentissage etc. (cf. N'gono).

On a montré que dans des classes ordinaires, l'enseignement amène à une certaine séquentialisation des activités des élèves, ce qui nuit à l'organisation des connaissances. Ici cette tendance répandue peut devenir caricaturale : de petites activités sans réflexion succèdent à de petites activités sans réflexion, sans synthèse ni possibilité de conceptualisation (sauf exceptions).

Les alternatives que certains enseignants de math esquissent ou suggèrent, avec une grande prudence, semblent porter sur l'ensemble {tâches/déroulement} et amène à décliner un certain nombre d'intermédiaires à introduire.
Cela dépasse même le cadre de la classe : beaucoup d'enseignants qui n'ont pas un trop grand sentiment d'échec évoquent des alternatives sur plusieurs niveaux intimement liés, pour la classe.

Un premier niveau presque idéologique[9], humaniste, concerne le médiatif « général », et notamment le climat et les objectifs annoncés en mathématiques pour la classe : ces collègues expliquent la nécessité d'expliciter souvent les buts de la classe (faire apprendre quelque chose à la fois nouveau, utile, qui correspond à un progrès intellectuel de l'individu et le dire, à chaque fois). Ils mettent en avant les avantages de proposer une motivation (strictement) intellectuelle, à condition d'expliciter ce que cela implique, les enjeux et les problèmes qu'il y aura à résoudre. Une confiance mutuelle doit s'établir – c'est toujours vrai, mais ici beaucoup plus fort qu'ailleurs. Pas de pièges, pas de jugement des personnes mais débat d'idées, un contrat (ré)explicité avec son sens et pas de ruptures de contrat. Quelquefois il faut faire face courageusement à des attitudes isolées intolérables, voire menaçantes, et l'appui sur ce sens toujours présent dans la classe peut (peut-être) aider[10].

L'évaluation doit être menée en conséquence – elle doit permettre d'enregistrer tout progrès, pour ne pas décourager (encourager) les élèves, mais ne doit pas non plus les tromper sur ce qui est requis. Cela amène soit à multiplier les petites évaluations sans conséquences soit à la restreindre et à adopter éventuellement d'autres modes d'évaluation formative (prise en compte non hypocrite des progrès...).
Dans un autre ordre d'idées global, les études, qui permettent un travail régulier et encadré après l'école, font partie des dispositifs efficaces.

[9] Cela rappelle les e-genres de Butlen et al. Est-ce que tous les enseignants partagent cet état d'esprit ? Peut-il s'acquérir ?
[10] Dans une certaine mesure cela peut évoquer l'expérience de Makarenko.

Il s'agit de trouver les contenus à hauteur de ces ambitions, donc de ne pas se laisser enfermer dans les activités pour elles-mêmes mais de ne pas non plus faire sauter des étapes indispensables, voire les intermédiaires originaux, dans la construction des connaissances.
Les deuxième et troisième niveaux concernent justement les contenus et dispositifs en classe pour y arriver (cognitif et médiatif local) : plusieurs intermédiaires sont convoqués par les uns et les autres. On trouve l'appui sur le travail collectif (en petits groupes ou autres) et/ou sur l'écrit collectif (cf. bilans de Butlen et al.). On cite aussi la nécessité d'un travail quantitatif en classe (beaucoup d'exercices élémentaires[11] sont nécessaires pour assurer et rassurer au début d'une notion). De nombreuses explicitations sont données sur les contenus et le travail correspondant à mener. Le travail spécifique de l'écrit est souvent évoqué, sous des formes diverses : narrations de recherches (?), rédactions par étapes, messages ... Certains collègues cependant privilégient l'activité (riche) de résolution à sa mise en forme.

On ne « sacrifie » pas les démonstrations car elles sont constitutives des mathématiques, on peut en revanche minimiser en partie les présentations décontextualisées au profit du générique si le niveau de connaissances le permet. Si on essaie que les élèves construisent quelques connaissances disponibles, il est cependant difficile de proposer pendant tout un temps (trop vite) des problèmes nécessitant d'articuler des connaissances différentes.

[11] Et certains logiciels servent très bien à cet effet.

Annexe 3

Des questions à la formation d'enseignants

1) Comment apprendre aux (futurs) enseignants à ne pas trop réduire, pendant la phase de recherche, les tâches proposées initialement, sous la pression des questions des élèves et sous la pression du temps ? Comment leur apprendre à laisser les élèves chercher seuls un maximum de temps, tout en suivant leurs cheminements ? Comment leur apprendre à calibrer selon les classes les indications qu'ils donnent lorsqu'ils ne peuvent plus simplement relancer les élèves ? Quelle place pour le « méta » (avant, après ?)

Des travaux montrent que souvent les enseignants sont amenés à isoler très vite des sous-tâches à partir de la tâche initiale, pour que les élèves aient au moins mis en fonctionnement quelques propriétés mathématiques visées dans la séance. Mais cet isolement modifie les activités des élèves et peut engendrer, si le phénomène se répète, des connaissances (trop) peu organisées.

2) Comment aider les (futurs) enseignants à gérer le moment où il faut arrêter le travail des élèves, faire (faire) une synthèse, généraliser ?

Des recherches actuelles ont déjà révélé que cette phase est une des plus difficiles à réaliser pour les débutants, voire pour tous les enseignants.

En effet d'une part les élèves ont du mal à passer d'une posture active à la simple écoute de quelqu'un d'autre, même si c'est l'enseignant ; d'autre part, ils n'en sont pas tous au même point – certains ont fini, d'autres non ; de plus la synthèse est délicate ; l'exposé ne peut être qu'improvisé, et des choix sont à faire dans l'instant sur ce qu'il faut dire et ne pas dire.

3) Comment faire acquérir aux enseignants l'habitude de repérer lorsque les élèves travaillent des indices de malentendus entre la tâche demandée et l'activité effectivement déployée par les élèves ? Il a été montré en effet que certains élèves se cantonnent dans l'action, tandis que d'autres adoptent d'emblée une posture d'apprentissage pendant les phases de recherche.
Comment apprendre aux enseignants à repérer et à minimiser les facteurs (socialement) différenciateurs de leurs interventions ?
Comment leur apprendre à détecter chez eux l'illusion de la transparence ?
Comment leur apprendre à ne pas dépendre entièrement de leurs représentations a priori ?

4) Comment apprendre aux futurs enseignants, voire aux formateurs, à reconnaître ou à élaborer des situations de recherche, non seulement idéales sur le plan didactique mais aussi abordables effectivement dans une classe ordinaire précise, pour un enseignant précis ? Pourrait-on introduire le terme de « didactiquement correct », entre l'idéal et le possible ?

Les programmes et les horaires contraignants, les habitudes (nationales, par niveaux, par établissement scolaire) des enseignants, peuvent engendrer des impossibilités qu'il n'est pas possible d'ignorer.

De plus chaque enseignant doit gérer, en fonction de sa propre cohérence, bien mise en évidence dans des travaux actuels, des tensions ou même des contradictions, plus ou moins explicites, entre les nécessités du métier et les représentations des apprentissages qu'il met en oeuvre.

Des recherches actuelles ont par exemple montré que l'entretien des anciennes connaissances, pourtant prévu dans beaucoup des énoncés cités ici, est souvent minoré dans les classes. En effet, le choix entre faire fonctionner de l'ancien et appliquer du nouveau n'est pas vécu comme une alternative qui se rejoue à chaque fois mais il est toujours tranché dans le même sens.

5) Comment intégrer les TICE ?
Plus généralement, comment donner aux futurs enseignants dans les connaissances transmises en formation initiale, un stock suffisant de connaissances pour alimenter les futurs besoins ?

6) Comment évaluer les formations ? Comment mettre au point des indices permettant d'établir qu'un enseignant a essayé au maximum d'adapter à sa classe et à sa personnalité ce type de situations, a optimisé « toutes » les variables ?

Annexe 4

Diverses ressources à propos de l'apprentissage de la démonstration en mathématique et des problèmes de raisonnement (un choix parmi d'autres sans aucune prétention à l'exhaustivité!)

- **Réflexions sur la démonstration (et évolutions dans l'histoire)**

Arsac : (document attaché joint) **Que peuvent retirer les enseignants des travaux didactiques sur la démonstration ? (texte d'une conférence)**

- **A propos de logique et de raisonnement**

Arsac, Chapiron, Colonna, Germain, Guichard, Mante, *Initiation au raisonnement déductif au collège,* IREM Lyon, PUL.

Legrand et al. (1985) *Apprentissage du raisonnement* Publication de l'IREM de Grenoble

Durrand Guerrier , Arsac (2003) Méthodes de raisonnement et leurs modélisations logiques, spécificités de l'analyse, quelles implications en didactique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, n°23/3

Durrand Guerrier (1999) L'élève, le professeur et le labyrinthe *Petit x* n°50

Davy, Fougère, Boisserie, et al. (2001) L'utilisation du « et » et du « ou » en mathématiques *Repères IREM* n°42

Pluvinage (2000) Mathématiques et maîtrise de la langue *Repères IREM* n°39

- **A propos de l'apprentissage de la démonstration au collège (et au lycée) aujourd'hui**

Barbin, Duval, Giorgutti, Houdebine, Laborde, (2001) *Produire et lire des textes de démonstration*, Ellipses

Duval et Egret (1993) Introduction à la démonstration et apprentissage du raisonnement déductif *Repères IREM* n°12

Demongeot, Gandit (2003), Faire la figure, coder écrire les hypothèses, démontrer que... *Petit x* n°63

Girmens, Larquier, Pellequier, (2003) Des tâches nouvelles pour l'apprentissage de la démonstration au collège *Repères IREM* n°53

Houdebine J. (1998) *La démonstration, écrire des démonstrations au collège et au lycée*, Hachette éducation

Les numéros 12, 39, 42 de Repères IREM sont consacrés tout ou partie à la démonstration (articles sur « faire de la géométrie », articles sur les narrations de recherche...).
Il y a eu d'autres articles dans le bulletin de l'APM sur ces thèmes.

Assude T, Lattuati M & Leotat N (1999/2000), L'écriture au quotidien dans une classe de mathématiques, Petit x n°54, pp.5-28.

Annexe 5 : Un exemple de scénario de formation - Impact des énoncés sur l'activité des élèves en S.

Il s'agit d'un stage conçu et animé par :

- Mme Josiane DESQ,
- Mr Bernard JOYEUX,
- Mme Nicole TERREE.

Inscrit comme module 7532 du dispositif 03A0160246 dans le PAF 2003 –2004 de l'académie de Toulouse.

Ce stage est décrit en détails dans le cahier n°4bis. Nous ne donnons ici que les grandes lignes du scénario. Cette organisation est complétée par des descriptifs détaillés de chaque journée et par des commentaires.

1) Objectifs généraux

- Nous avons conçu ce stage à destination d'enseignants de série S au lycée.

- L'objectif principal de ce stage est de donner des outils pour aider les stagiaires à devenir davantage conscients de ce que provoque chez l'élève telle ou telle forme d'énoncé, telle ou telle gestion. Ceci afin qu'ils puissent diversifier leurs formes d'enseignement, en maîtrisant un peu plus l'impact sur les élèves.

- En effet, il nous semble que chaque enseignant met en place une pédagogie personnelle qui suit sa « pente naturelle » sans avoir mené une réflexion précise à propos des effets induits par cette pédagogie sur les élèves.

- Nous avons également la conviction qu'un formateur n'est pas un super enseignant qui ne ferait état que de ses expériences réussies afin que les stagiaires puissent les reproduire.

  Ce stage nous permet ainsi de poursuivre notre réflexion sur l'analyse des pratiques commencée lors de notre recherche-formation. C'est dans cet esprit que nous imaginons un travail d'échange avec les stagiaires, qui relève de la co-formation.

  C'est par rapport à ces objectifs que nous avons opté pour des aller-retours entre une démarche théorique et une pratique sur le terrain, constitués:

  - D'analyses de vidéos, avec la mise en place d'une grille d'observation.
  - D'apports théoriques sur l'analyse d'énoncés, mis en place d'abord sur des exemples génériques, puis de façon plus générale avec notamment une intervention de Mme Aline Robert, professeur à l'IUFM de Versailles chercheuse en didactique des mathématiques.

- D'une expérimentation des stagiaires et des formateurs dans leur classe :

  Cette expérimentation sera organisée de façon à ce qu'il y ait des *constantes* communes à l'ensemble des classes mobilisées :

  - un énoncé de type « ouvert »
  - une analyse commune de cet énoncé
  - la volonté de ne pas dénaturer le caractère ouvert de l'énoncé et donc de ne pas « trop » découper en tâches simples et isolées.

  En dépit de ces constantes, il existera des *variables* :

  - la forme de travail des élèves choisie par chaque enseignant
  - la gestion personnelle en classe pour chaque professeur.

- Nous voulons aussi observer, à travers cette expérimentation, les diversités (et ce malgré un scénario très précis), voire les causes de ces diversités (déroulement de la séance, gestion, classe, prof, etc..) . Nous souhaitons enfin sensibiliser les stagiaires au moment choisi par le professeur pour une intervention collective en classe.

- Nous avons pour cela, prévu cinq journées de stage, entre fin octobre et fin mars.

2) Déroulement du stage (cinq journées J_1 à J_5).

- J_1 : Etat des lieux.

  L'objectif de cette journée est de montrer, à travers l'analyse de quelques vidéos, que de facto, en classe, si on ne fait pas attention, on ne réserve aux élèves qu'un type d'activités assez peu variées, en fait une succession de tâches simples et isolées.

  Ce constat donne à l'enseignant plus de liberté : on connaît mieux les contraintes mais aussi ce qui amène à tel ou tel type de gestion.

  On peut se contenter de ce constat, en estimant que les élèves « apprennent quand même ». On peut aussi se demander « existe-t-il des alternatives ? ». C'est sur cette interrogation que se clôture la 1ère journée .

J_2 : *matin* : réflexion sur une alternative possible : le travail de groupe

travail sur la formulation d'énoncés

après-midi : réflexion sur les alternatives qui peuvent être triples :

* travail sur la formulation d'énoncés.

* réflexion sur la gestion en classe d'un énoncé donné.

* union des deux alternatives précédentes.

La première alternative est nécessaire car si on a d'emblée un énoncé qui découpe en tâches simples et isolées, il ne donne pas un autre choix de gestion.

Elle n'est pas suffisante car on peut avoir un excellent énoncé et une gestion qui enlève les caractéristiques de cet énoncé.

Il est donc nécessaire de s'adapter à chaque étape de la gestion en classe pour que, même si on est amené à modifier l'énoncé en donnant des indications aux élèves, il leur reste des adaptations à faire. Pour cela une autre forme de travail possible pour les élèves est un travail en groupe : ce type de travail permet en effet que chaque groupe s'engage dans une démonstration qui lui est propre, le travail de l'enseignant consistant alors à choisir le moment et la forme de l'intervention.

- J_3 : cette journée est consacrée à la préparation de l'expérimentation. On prend le sujet de l'expérimentation comme exemple générique à la fois pour l'analyse de l'énoncé et pour l'analyse de la gestion.

  * le matin : analyse de l'énoncé.
  * l'après-midi : analyse de la gestion.

  Chaque stagiaire s'engagera sur une forme de travail et une gestion possible. Il faudra aussi prévoir : → les formes d'observation (observateur, vidéo,..)

  → une grille d'observation de la séance.

- J_4 : Analyse des retours de l'expérimentation.

- J_5 : → Fin des retours d'expérimentation.

  → Intervention de Mme Aline Robert, professeur à l'IUFM de Versailles, chercheuse en didactique des mathématiques.

<u>Bibliographie proposée</u> :

1) Groupe de recherche-formation de l'académie de Toulouse - stage PAF de l'académie de Versailles : « deux expériences réalisées en formation continue autour d'énoncés de problèmes de mathématiques en classes scientifiques » - brochure IREM n° 41 Université Paris 7 - Denis Diderot.

2) LATTUATI Marie, ROBERT Aline et PENNINCKX Jacqueline : « L'enseignement des mathématiques au lycée- un point de vue didactique » - édition Ellipse.

3) ROBERT Aline, ROGALSKI Marc : « Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices – le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion en classe » - journal « Petit x » n° 60.

Glossaire