Influence des conditions didactiques sur l'apparition, l'usage et l'apprentissage des raisonnements en classe.

G. Brousseau
Laboratoire DAEST, Université Bordeaux 2
P. Gibel
Laboratoire DAEST, Université Bordeaux 2

I . Présentation de notre cadre de travail

1. On étudie le raisonnement tel qu'il apparaît dans une classe ordinaire sous toutes les formes que fait apparaître l'analyse des situations et notamment comme moyen pour l'élève d'interroger la situation, de produire des arguments, d'organiser une solution, de justifier une organisation, et comme moyen pour l'enseignant de justifier un apprentissage, comme moyen didactique rhétorique, comme justification explicite valide et comme objet d'enseignement.
   Le domaine où le raisonnement global est le mieux pris en compte, à la fois implicitement et explicitement, c'est dans l'arithmétique scolaire élémentaire. C'est pour cette raison que nous avons choisi ce domaine des mathématiques.

2. Nous allons nous intéresser au fonctionnement des raisonnements dans le cadre de l'activité de résolution de problèmes : quels sont les différents raisonnements qui apparaissent aussi bien chez les élèves que chez l'enseignant lors de la conduite de l'activité, quelles utilisations en font les uns et les autres ?
   Parmi toutes les fonctions du raisonnement, nous allons étudier les raisonnements comme moyens de détransposition des savoirs enseignés, c'est-à-dire outils à la remathématisation des discours mathématiques tenus en classe.

3. Dans l'étude des phases scolaires de la résolution de problème, l'analyse des situations fait apparaître deux cas différents suivant que le problème est ou non dédidactifiable.
   Une situation d'apprentissage est dédidactifiable si et seulement si elle vérifie les 2 conditions suivantes
   - Elle possède un modèle non didactique i.e. un modèle dans lequel l'intervention du professeur n'est pas évoquée.
   - Ce modèle non didactique est raisonnablement productif i.e. il a de bonnes propriétés d'apprentissages dans le sens où
     1. L'élève dispose du répertoire nécessaire pour concevoir les stratégies de base
     2. Les connaissances nécessaires pour élaborer les stratégies de résolution ne sont pas trop éloignées du répertoire des élèves.
     3. L'élève peut obtenir en réponse à son action les informations nécessaires à la résolution du problème.
     4. L'élève peut déterminer par lui-même si le résultat obtenu est correct ou non.
     5. L'élève peut faire plusieurs tentatives.

Pourquoi est-ce différent pour le professeur dans la conduite de l'activité, plus précisément dans la gestion et le traitement des raisonnements produits ?

1. Dans le cas où la situation est dédidactifiable le professeur peut se référer à la situation objective, il n'est pas contraint d'avoir recours à des moyens didactique rhétorique.
2. Dans le cas d'une situation non dédidactifiable l'enseignant est tenu d'apporter des informations sur la base d'un projet qui n'est pas visible par l'ensemble des élèves, et c'est là que la rhétorique du professeur va jouer un rôle important. Les arguments développés par l'enseignant et les élèves ne pourront se référer à la situation objective.

La théorie des situations permet de prévoir que l'argumentation de l'enseignant sera tout à fait différente selon que la situation est ou non dédidactifiable.

4. Nous avions étudiée à la X° école d'été une situation dédidactifiable, « Le nombre le plus grand » dont l'idée avait été proposé par Georges Glaeser. La situation mise en place et analysée est une situation a didactique de preuve. Nous avons poursuivi cette étude dans le cadre de notre recherche, elle devrait donner lieu à une publication.

Nous avons choisi aujourd'hui de regarder une situation qui n'est pas dédidactifiable, c'est l'analyse a priori qui le montre, en effet elle n'a pas de modèle non didactique qui permette aux élèves d'apprendre.

Nous avons préféré une telle situation dans un cas où elle était produite par le maître formateur lui même ce qui nous assurait qu'il avait la conviction de pouvoir la conduire. En effet proposer une situation non dédidactifiable à un professeur repose sur la confiance qu'on lui accorde et qu'il s'accorde de pouvoir la conduire.

C'est une situation dont l'avancement va reposer essentiellement sur le professeur : sur ses choix, sur ses décisions didactiques, sur ses interventions et c'est en fait ce que nous allons prendre comme objet d'étude.

Le rôle de l'enseignant est primordial car il doit reconnaître, traiter, utiliser les raisonnements produits par les élèves et également les siens et ce en temps réel. Lorsque la situation d'apprentissage proposée aux élèves est dédidactifiable, les élèves peuvent développer des stratégies personnelles et leurs propres raisonnements en fonction des situations rencontrées.

Dans la mesure où le professeur choisit de proposer à ses élèves une situation non dédidactifiable, on tombe sur les contradictions du contrat didactique c'est-à-dire le fait que l'enseignant ait recours à une rhétorique didactique pour provoquer, établir, enseigner des arguments logiques ou mathématiques.

II Présentation et éléments d'analyse a priori de la situation de recherche

II.1 Enoncé du problème :

Une journée de ski à Gourette est organisée samedi pour les élèves du canton d'Oloron. Le Conseil Général décide pour cet événement exceptionnel de leur offrir les forfaits pour la journée.

La station de Gourette propose les tarifs suivants :

216 forfaits :	1275F
36 forfaits :	325F
6 forfaits :	85F

979 enfants sont inscrits, mais au moment du départ, il y a 12 absents, malades bien sûr...
Le comptable du Conseil Général se dit « Dommage pour ces petits, mais ce n'est pas grave ; et puis la dépense sera moins élevée. »

Qu'en penses-tu ?

II.2 Présentation des différentes phases de la séquence :

Phase 1 : Présentation de l'activité de recherche.

Phase 2 : Lecture de l'énoncé.

Phase 3 : Informations complémentaires. Explication des termes de l'énoncé.

Phase 4 : Phase de recherche individuelle.(10 min)

Phase 5 : Constitution de groupes

Phase 6 : Phase de recherche en groupes et d'élaboration d'une production écrite.(30 min)

Phase 7 : Phase de mise en commun des productions. Chaque groupe vient tour à tour présenter sa production.(30 min)

II.3 Eléments d'analyse a priori de la situation

1. Nature de la situation didactique et des connaissances en jeu

   Nature de la situation proposée aux élèves

   C'est l'enseignant qui a élaboré cette situation dans le but de mettre les élèves en situation de recherche.

   Le texte proposé n'est pas un « énoncé » de problème, au sens habituel du terme, puisqu'il ne comporte pas de question explicite. Ce procédé est parfois utilisé pour inciter les élèves à formuler eux-mêmes des questions et des conjectures, et ne pas se contenter de répondre à des questions déjà posées et parfois déjà enseignées, ou à résoudre de façon standard des problèmes rituels. Mais ne pas poser de questions après l'exposé d'une certaine situation n'est légitime que

   -si plusieurs questions *intéressantes* sont raisonnablement compatibles avec la collection de déclarations qui fixent la situation objective.

   -si le professeur accepte d'intervenir au cours de la résolution, qui de ce fait ne peut plus être a didactique. Alors que l'objectif affiché de cette méthode est d'ouvrir l'élève à des questions nouvelles et personnelles, il devient en fait rapidement plus dépendant de l'activité et des interventions du professeur qu'il ne l'aurait été dans un problème donné sous forme d'un énoncé classique.

Les connaissances en jeu : L'enseignant reconnaît dans ce problème l'occasion pour les élèves d'utiliser certaines connaissances : la division euclidienne dans son rapport à la numération, l'interprétation du quotient et du reste de la division euclidienne.

2. Le problème mathématique : Le problème proposé est en fait un problème appartenant au domaine de l'optimisation. C'est un problème de programmation linéaire, il s'agit de minimiser une fonctionnelle linéaire, correspondant au coût de la dépense pour un nombre d'enfants N fixé.

La fonctionnelle est notée $J(n_1,n_2,n_3)$ où n_1 désigne le nombre de groupements de 216 forfaits achetés, n_2 désigne le nombre de groupements de 36 forfaits achetés et n_3 désigne le nombre de groupements de 6 forfaits achetés. Cette fonctionnelle traduit le coût de la dépense correspondante est

$$J(n_1,n_2,n_3) = 1275 \times n_1 + 325 \times n_2 + 85 \times n_3$$

la contrainte est une contrainte inégalité

$$n_1 \times 216 + n_2 x 36 + n_3 \times 6 \geq N$$

où N désigne le nombre d'enfants.

On est donc conduit à résoudre le problème d'optimisation linéaire avec contrainte

$$\begin{cases} MinJ(n_1,n_2,n_3) = \underset{n_1,n_2,n_3}{Min} \quad (1275 \times n_1 + 325 \times n_2 + 85 \times n_3) \\ \\ N - n_1 \times 216 - n_2 \times 36 - n_3 \times 6 \leq 0 \end{cases}$$

La résolution de ce problème d'optimisation n'a de sens que pour n_1,n_2,n_3 entiers naturels.

3.L'analyse didactique : Le fait d'identifier le problème comme relevant de l'optimisation nous permet de repérer les connaissances qui vont implicitement ou explicitement être mises en œuvre par les élèves dans la résolution.

Ce qui va permettre aux élèves d'élaborer leur procédure, de faire leurs calculs, c'est justement ce que nous appellerons raisonnement et que nous souhaitons précisément étudier et c'est en fait ce qui apparaît sous forme d'algorithme dans un ouvrage traitant de l'optimisation.

Nous allons voir apparaître dans les productions des élèves, des morceaux de raisonnements, des éléments de démonstrations, et ce qui va nous permettre de les identifier et de les interpréter, c'est le modèle mathématique.

Cette situation ne pouvant pas fonctionner sous forme a didactique, nous allons pouvoir observer ce que l'enseignant fait avec les raisonnements des élèves, comment il les traite et les raisonnements qu'il fait lui-même. En effet ce dernier va être contraint d'intervenir avec des raisonnements, il va être obligé de répondre aux raisonnements des élèves par conséquent c'est un champ particulièrement intéressant pour observer et analyser le fonctionnement des raisonnements en situation didactique.

Les rétroactions : La situation proposée n'offre pas à l'élève de rétroactions : l'élève ne peut obtenir, en réponse à son action, les informations nécessaires à la résolution du problème, de plus il ne peut déterminer par lui-même si son résultat est ou non valide.

Présentation de la solution standard

5.1. Le vocabulaire

Vocabulaire de l'énoncé :

- Le forfait : ticket permettant l'accès aux remontées mécaniques.
- Les différents tarifs correspondant aux catégories de vente : le tarif de grand groupe (216 forfaits pour 1275F), le tarif de moyen groupe (36 forfaits pour 325F) et le tarif de petit groupe (6 forfaits pour 85F).
- Le nombre total d'élèves dans le canton d'Oloron :979
- Le nombre d'élèves malades le jour du départ : 12

Vocabulaire de la solution :

- Nombre d'enfants présents
- Prix moyen d'un forfait pour chacune des catégories de vente :pour chacune d'elles il est obtenu en divisant le prix à payer par le nombre de forfaits correspondant.
- Tarif faible, tarif moyen, tarif fort : le rangement des prix moyens pour chacune des catégories de vente nous amène à ordonner les trois tarifs proposés ce qui facilite leur désignation.
- Prix unitaire d'un forfait : prix d'un forfait vendu à l'unité. Le prix unitaire d'un forfait n'est pas donné dans l'énoncé.

5.2 Eléments de la solution standard

A. Les stratégies de calcul du meilleur prix pour un nombre d'enfants déterminé

a) distinguer trois nombres d'enfants total, malades, présents

b) en première approche : le principe

- Envisager les groupements de tarifs possibles pour couvrir par excès le nombre d'enfants présents.
- Calculer le prix correspondant de ces groupements.
- Prendre le moins cher.

c) l'amélioration de l'approche : Pour ne pas trop calculer, chercher les groupements les plus plausibles : exemple prendre le plus possible de forfaits *au meilleur prix par enfant*, le nombre étant calculé par défaut puis

- Reprendre sur les enfants *restant* la même méthode de calcul
- Comparer ce prix à celui d'un groupement de plus au meilleur prix
- Choisir la solution la moins onéreuse si c'est possible

d) Sinon, réitérer le calcul avec le tarif immédiatement supérieur

B. La comparaison du meilleur prix pour les 979 et pour les 967 enfants

III Instruments pour analyser les raisonnements des élèves

III.1. Les différents niveaux de raisonnements dans les productions d'élèves

Nous allons définir, pour étudier les raisonnements, différents niveaux d'analyse :

Niveau 1 : Ce sont les calculs qui apparaissent dans les productions. C'est ce que l'élève reconnaît comme l'élément de base. Pour les calculs il y a un raisonnement mais ce dernier a fait l'objet d'un enseignement en classe.

Niveau 2 : Ce sont les raisonnements explicites qu'ils soient écrits ou oraux, ce sont les raisons que formule l'élève et ces dernières sont locales. Le répertoire des raisonnements explicites peut être obtenu l'analyse. Ce sont en fait les raisons d'organiser la production, par exemple l'ordre dans lequel sont effectués les différents calculs.

Niveau 3 : Ce sont les raisonnements implicites, c'est ce qui correspond aux conceptions des élèves. Ce sont les raisonnements heuristiques ou logico-mathématiques que l'élève n'explicitent pas, ce sont des modèles implicites d'action.

Ce sont les connaissances qui permettent à l'élève de prendre des décisions qu'il ne peut pas formuler, qu'il n'est pas capable d'expliciter mais qu'il saisit, qui vont lui permettre d' appréhender le problème. Le problème posé à l'élève est, par nature, un problème d'optimisation pour lequel il ne dispose pas de méthode, cependant les modèles implicites d'action qu'il va élaborer vont lui permettre d'appréhender ce type de problème, de concevoir les questions d'optimisation qui commandent ses décisions, ses arguments, ses rhétoriques. Pour optimiser l'élève va être obligé de chercher les éléments du modèle mathématique.

Pour analyser les modèles implicites d'action il est nécessaire de se référer aux modèles mathématiques, à une analyse mathématique.

Niveau 4 : Il est défini par les limites pour l'observateur. Il ne faut pas projeter sur l'élève ou sur le professeur le modèle que l'on utilise pour l'observation, il ne faut pas confondre les différentes pratiques. L'objet de l'enseignement c'est pas l' optimisation cependant le modèle mathématique de l'économie des connaissances dans la résolution du problème c'est tout de même ce que l'analyse didactique veut faire ressortir.

L'observateur doit avoir un moyen théorique de distinguer ce qu'il prête à chaque niveau et ce moyen c'est la théorie des situations.

III.2 Découpage de la solution standard en différents modules

Ce découpage de la solution standard en différents modules qui correspondent à des sous-programmes nous permet d'analyser les raisonnements qui sous-tendent les différentes procédures

Module 1

Calcul du nombre d'élèves présents le jour du départ noté N_p à partir du nombre total d'élèves noté N_t.

Module 2

Comparaison des trois tarifs proposés en vue de les ordonner
tarif faible, tarif moyen, tarif fort.

Module 3

Recherche d'une organisation* (manière de concevoir l'achat de N forfaits, $N>N_p$, en combinant les différents tarifs) permettant de minimiser la dépense.

Module 4

Recherche d'une organisation* (manière de concevoir l'achat de N forfaits, $N>N_t$, en combinant les différents tarifs) permettant de minimiser la dépense.

Module 5

Calcul de la différence entre la dépense minimale pour l'ensemble des élèves inscrits et la dépense minimale pour l'ensemble des élèves présents.

Module 2

PROCEDURE 2-1

1. Calcul du prix moyen d'un forfait pour chacun des tarifs proposés.
2. Comparaison des prix moyens correspondant à chacun des tarifs.
3. Rangement des trois tarifs proposés du plus avantageux au moins avantageux tarif faible, tarif moyen, tarif fort.

PROCEDURE 2-2

- Comparaison des tarifs proposés par la comparaison des prix correspondants pour l'achat d'un nombre de forfaits fixé (le choix de N multiple de 36 facilite les calculs)

1. Calculer le prix de N forfaits achetés au tarif 1 (6 forfaits pour 85F), le prix de N forfaits au tarif 2 (36 forfaits pour 325F), le prix de N forfaits achetés au tarif 3(216 forfaits pour 1275F).
2. Ranger les prix par ordre croissant

- Ordonner les trois tarifs proposés du plus avantageux au moins avantageux.

Module 3

PROCEDURE 3-1

- Calcul du nombre par défaut, de forfaits nécessaires achetés au tarif le plus faible noté N_1 ; N_1 est le multiple de 216 immédiatement inférieur (ou égal) à N_p.
- Calcul du nombre d'enfants restant après la première distribution.
- Calcul, du nombre par défaut, de forfaits au tarif moyen pour les enfants restant, noté N_2.
- Calcul du nombre d'enfants restant après la deuxième distribution.
- Calcul, par excès, du nombre de forfaits au tarif fort pour ces enfants restant, noté N_3.
- Accessoirement calcul du nombre de forfaits inutiles
- Calcul du coût total, noté $J_1=N_1x1275+N_2x325+N_3x85$

PROCEDURE 3-2

- Calcul du nombre, par excès, de forfaits nécessaires achetés au prix le plus bas, noté N'_1, N'_1 est le multiple de 216 immédiatement supérieur (ou égal) à N_p.
- Calcul du coût de cet achat, noté J_2, $J_2=N'_1x1275$

PROCEDURE 3-3

- Calcul du nombre, par défaut, de forfaits nécessaires achetés au tarif le plus bas, noté N_1, N_1 est le multiple de 216 immédiatement inférieur (ou égal) à N_p .
- Calcul du nombre d'enfants restant après la première distribution.
- Calcul du nombre, par excès, de forfaits achetés au tarif moyen pour les enfants restant noté N'_2.
- Calcul du coût , noté $J_3=N_1x1275+(N_p-N_1)x325$.

	Groupe1 Yannick, Sylvain, Xabier	Groupe 2 Marine, Déborah	Groupe 3 Alexandre	Groupe 4 Julien
<u>Sous programme 1</u> Calcul du nombre d'élèves présents le jour du départ noté N_p à partir du nombre total d'élèves noté N_t.	Calcul non effectué	Mis en œuvre	Mis en œuvre	Mis en œuvre
<u>Sous programme 2</u> Comparaison des trois tarifs proposés en vue de les ordonner tarif faible, tarif moyen, tarif fort.	Uniquement calcul du prix moyen d'un forfait au tarif fort.	Uniquement calcul du prix moyen d'un forfait au tarif fort.		<u>Calculs des coûts moyens d'un forfait au tarif fort, au tarif moyen, au tarif faible.</u>
Procédure 2-1				
Procédure 2-2				
Procédure 2-3				
<u>Sous programme 3</u> Recherche de différentes organisations* (organisation : manière de concevoir l'achat de N forfaits, $N>N_p$, en utilisant les différents tarifs) et du coût correspondant en vue *de minimiser la dépense.*		Calcul du nombre, par excès, de forfaits nécessaires achetés au tarif moyen. Calcul du coût correspondant à cet achat.		
Procédure 3-1				
Procédure 3-2				
Procédure 3-3			Réalisée	

Sous programme 4 Recherche de différentes organisations (organisation : manière de concevoir l'achat de N forfaits, $N>N_t$, en utilisant les différents tarifs) et du coût correspondant en vue de *minimiser la dépense.*				
Procédure 3-1				
Procédure 3-2				
Procédure 3-3			<u>Résultat déduit du module précédent.</u>	
Sous programme 5 Calcul de la différence entre la dépense minimale pour l'ensemble des élèves inscrits et la dépense minimale pour l'ensemble des élèves présents.	Calcul du coût des 12 forfaits supplémentaires. Ils l'ont obtenu en multipliant par 2 le prix proposé pour les 6 forfaits.	Calcul du coût des 12 forfaits supplémentaires. Elles l'ont obtenu en multipliant par 2 le prix proposé pour les 6 forfaits.	La différence est nulle, le coût est identique.	
Les modèles implicites d'actions correspondants	Ils ont fait l'hypothèse que le prix individuel d'un forfait (prix unitaire) est obtenu en divisant le prix des 6 forfaits par 6, autrement dit qu'il est égal au prix moyen d'un forfait vendu au tarif fort. Pour calculer le coût total ils ont multiplié le nombre de forfaits nécessaires par le prix unitaire.			Il a considéré les prix moyens obtenus pour chacun des tarifs comme s'il s'agissait de prix unitaires. Il a calculé le coût total, pour chacun des tarifs, en multipliant le nombre de forfaits nécessaires par le prix unitaire.

Analyse des différents types de raisonnements produits par des groupes (phase 6)

III.3 Analyse du script relatif à la phase de présentation des productions (phase 7)

Extrait du script relatif à la phase de présentation des productions, en gras les interventions du maître (M).

4.1 *12'35*	Julien : Bon j'ai commencé par faire… j'ai fait 85 divisé par 6 ça m'a donné 14,166 ; j'ai pris le 14 et puis j'ai vu…j'ai fait pareil avec 325, enfin j'ai fait pareil, j'ai fait pareil avec les trois opérations	*Un élève Julien vient présenter sa production.* *Julien décrit son calcul, sans définition, sans annonce de la variable calculée.*
4.2	M : les trois propositions, les groupements de forfaits.	*L'enseignant reformule une partie de la déclaration pour mettre en place le vocabulaire.*
4.3	Julien : 325 divisé par 36 et 1275 divisé par 216 puis alors, après j'ai fait…	*Julien continue à dénoter ses calculs.*
4.4	**M :Premières conclusions après ces trois calculs ?** **Le maître s'adressant à la classe : Vous avez entendu les opérations qu'il a faites ? Dans les trois conditions proposées quel est le prix d'un forfait c'est bien ça ?**	*L'enseignant interroge Julien pour savoir ce qu'il retire des calculs effectués.* *L'enseignant intervient pour apporter des explications visant à interpréter les calculs. Il indique la nature des résultats obtenus, « prix d'un forfait dans les trois conditions ».*
4.5	Julien : Ouais!	
4.6	**M : Bon première(s) conclusion(s) après ça ?**	*L'enseignant interroge Julien sur ce qu'il retire des calculs effectués.*
4.7	Julien : Après j'ai fait..	*Pas de réponse, Julien semble vouloir poursuivre sur le mode de la dénotation des calculs.*
4.8	**M :Non, ta première conclusion après ça ? quand tu as fait ces calculs tu t'es dis quoi ?**	*L'E réitère sa question.*
4.9	Un élève : Lequel était le moins cher.	*Un élève formule explicitement la question de l'enseignant posée précédemment de façon implicite.*
4.10	Julien : Ouais, lequel était le moins cher…enfin non je ne pouvais pas voir…	
4.11	Un élève : Mais si tu peux voir !	*Un élève indique à Julien qu'il dispose de toutes les informations pour répondre.*
4.12	Julien : Oui c'était 1275, parce qu'il valait 5F le forfait à peu près et puis alors après j'ai essayé, enfin j'ai fait 979 moins 12, ça m'a fait 967 et puis après j'ai multiplié 967 par tous les, par tous les résultats des divisions	*Julien donne la réponse attendue et poursuit la dénotation de ses calculs.*
4.13	**M : Pour trouver ?**	*Le maître interroge Julien sur la finalité de ses calculs.*
4.14	Julien : Pour trouver le prix de combien ça allait valoir.	*Julien indique la finalité de ces calculs : calcule la dépense totale(pour les élèves présents).*

4.15	**M : Oui le prix…pour trouver lequel valait le moins cher.**	
4.16	Julien : Oui.	
4.17	**M : Es-tu as fait les trois calculs ?**	*L'enseignant souhaite faire prendre conscience à Julien que les calculs n'étaient pas nécessaires, un raisonnement aurait pu éviter de faire les calculs.*
4.18	Julien : Oui.	
4.19	**M :C'était nécessaire ?**	
4.20	Julien : Ben…ouais…	
4.21	Un autre élève : Pour voir quel était le moins cher.	
4.22	**M : Tu le savais pas avant ?**	*L'enseignant formule sa question afin que Julien revienne sur les raisons d'effectuer les calculs.*
4.23	Julien : Oui je le savais…mais…	
4.24	**M : Bon et alors, résultat ?**	*L'enseignant demande à Julien de formuler sa conclusion.*
4.25	Julien : Alors j'ai vu lequel était le moins cher et puis…	
4.26	**M :Ca donne combien ?**	
4.27	Julien : A mon avis c'est 967 fois 5 égal 4335.	
4.28	**M :Hum ! Pourquoi 4300 ? 5 fois 900 ?**	*L'enseignant interroge Julien sur l'ordre de grandeur du résultat de la multiplication.*
4.29	Julien : 36 000…euh! 3600.	
4.30	Un élève : 5000…4500.	
4.31	Julien : Oui 4500.	
4.32	**M : Et 5 fois 967, 4300…Il y a comme un petit défaut !**	*L'enseignant contrarie le résultat annoncé par Julien. Il a relevé l'erreur sans cependant la corriger.*
4.33	Julien : Oui 4500.	
4.34	**M : En tous cas, le moins cher serait le prix d'un forfait vendu par 216 multiplié par le nombre d'élèves, le nombre d'enfants, 967, qu'est-ce que vous en dites ?**	*Le maître reformule la procédure de Julien en la synthétisant. Il souhaite mettre en débat la procédure de Julien, il souhaite l'éprouver. Il essaie de « replacer » le problème, il utilise un conditionnel.*
4.35	Les élèves : inaudible	
4.36	**M : C'est sans doute vrai, mais quoi ?**	
4.37	Mélanie : A condition…	
4.38	**M : Oui Mélanie…**	
4.39	Mélanie : Tu as calculé les autres pour savoir si c'était…Pourquoi tu as de suite pris celui-là ? Tu as essayé les autres ?	*Il s'agit là d'une objection formaliste, la division n'est pas comprise.*

4.40	Julien : J'ai fait 85 parce que c'était le premier.	
4.41	**M : Oui…**	
4.42	Julien : Je ne sais pas moi…	
4.43	**M : Tu comprends que c'était le moins cher mais tu n'as pas essayé les autres.**	*Intervention injustifiée.*
4.44	Julien : Si j'ai tout essayé, si j'ai essayé 85 divisé par 6 et les autres, et sur les trois j'ai vu que c'était 1275 divisé par 216 qui marchait.	
4.45	**M : 1275 divisé par 216 puis ensuite multiplié par 979, bon…et Alexandre qu'est-ce que tu en dis par rapport à ta proposition ?**	*L'enseignant reformule la procédure et interroge Alexandre (qui a correctement interprété les données de l'énoncé) afin qu'il réagisse au modèle implicite développé par Julien.*
4.46	Alexandre : J'en dis que c'est vrai…	
4.47	**M : Donc on achète, on va à la caisse de la station et on demande, on demande 967 forfaits au prix de 1275 divisé par 216, bon c'est bien ça ?**	*Troisième formulation de l'enseignant, tentative de mise en débat.*
4.48	Les élèves : Oui.	
4.49	**M : Bon… et bien voilà.**	*Renoncement provisoire de l'enseignant, Julien retourne à sa place.*

III.4 Conclusions relatives à l'analyse des raisonnements produits (phase 6) et à l'analyse de la phase de mise en commun (phase 7)

L'un des premiers éléments qui nous paraît essentiel c'est l'absence de dévolution de la situation, en effet ceci est lié à son caractère non dédidactifiable :
Les élèves ne disposent pas du répertoire de base pour concevoir les stratégies de base.
Les élèves ne peuvent pas obtenir, en réponse à leurs actions, les informations nécessaires à la résolution du problème.
Les élèves ne disposent pas des moyens en temps leur permettant de produire une solution compte tenu de la complexité de la solution standard.
Les élèves ne peuvent déterminer par eux-mêmes si le résultat obtenu est ou non correct.

De plus
L'énoncé ne fixe pas convenablement la situation objective et conduit un grand nombre d' élèves à élaborer des modèles implicites erronés.

L'analyse des productions des élèves établit que l'enjeu réel de la situation problème, à savoir minimiser le coût de la dépense, n'a pas été perçu par une majorité d'élèves. Dans cette séquence, la dévolution de la situation n'a pas fonctionnée, les élèves n'ont pas été en mesure de prendre à leur charge la situation proposée.
Ils ont produit des éléments de raisonnement, mais n'ont pas perçu la finalité de la situation. Il n'apparaît pas, pour la majorité des productions, de raisonnements d'organisation qui permettent de lier les différents éléments. Leur traitement, lors de la mise en commun, va donc reposer sur la base d'un projet qui n 'est pas visible par les élèves, comme le laissait prévoir la théorie des situations.
De plus lors de la phase de mise en commun, les éléments de raisonnements ne sont pas repris par l'enseignant. Ce dernier attend des élèves qu'ils réagissent aux déclarations du groupe venu présenter sa production. Cependant les élèves ne sont pas en mesure de reconnaître la validité, l'intérêt, le caractère idoine des raisonnements qui sous-tendent les procédures, ni d'établir un lien entre leur production et celle présentée par le groupe. Il n'y a donc pas de véritables échanges entre les élèves lors de la mise en commun malgré les nombreuses interventions de l'enseignant qui tentent de les favoriser. Cette absence de communication n'est donc pas seulement liée aux problèmes de vocabulaire.
On constate à l'issue de la mise en commun que les élèves n'ont pas eu de retour sur les raisonnements qu'ils ont produits, ils n'ont pas non plus pris conscience du projet d'apprentissage ni même de la solution attendue. Par conséquent cette situation problème n'a pas permis aux élèves de progresser dans leur pratique du raisonnement.
Sur le plan des contenus, il apparaît que le travail sur la division euclidienne et sur les restes n'est pas réutilisable par les élèves puisqu'il n'a pas été extrait de la situation.
Or certains observateurs de la séquence peuvent avoir l'impression que cette situation a à peu près fonctionné, ou du moins qu'elle n'a pas fait apparaître de réels dysfonctionnements. Ceci peut s'expliquer par le fait que l'enseignant a offert aux élèves un espace d'expression. Il a su les intéresser et intéragir avec eux. Cependant les élèves n'ont pas progressé dans leur pratique du raisonnement et on est en droit de s'interroger, à l'issue de cette séquence, sur leur capacité à valider leur propre production, alors que la solution attendue n'a pas fait l'objet d'une institutionnalisation.

Références

BALACHEFF N., « Preuve et démonstrations en Mathématique », RDM 3(3), 261-304
BALACHEFF N., « Processus de preuve en situation de validation », Educational Studies in Mathematics 18(2), 147-176.
BROUSSEAU, Guy (1989) : Le contrat didactique : le milieu, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Volume 9/ 3, Edition La Pensée Sauvage, Grenoble.
BROUSSEAU, Guy (1986a) : Fondements et méthodes de la Didactique des Mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Volume 7/ 2, Edition La Pensée Sauvage, Grenoble.
BROUSSEAU, Guy (1986b) :La relation didactique : le milieu, Actes de la IV ème Ecole d'été de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique, IREM de Paris VII, Université de Paris VII.
BROUSSEAU, P. GIBEL (1999), Analyse didactique d'une séquence de classe destinée à développer certaines pratiques du raisonnement des élèves, Actes de la X° Ecole d'été de Didactique des Mathématiques, tome 2, p. 64 à 71.
GRIZE J.B., et coll., « Recherches sur le discours et l'argumentation », Droz 1974.
GRIZE J.B., « De la logique à l'argumentation », Droz, 1982.
GRIZE J.B., PIERAUT-LE-BONNIEC G., »La contradiction. Essai sur les opérations de la pensée », Paris, PUF.
LEGRAND M. , « Le débat scientifique en cours de Mathématique ».
MARGOLINAS C., « De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques », La pensée sauvage, Grenoble, 1993.
MARGOLINAS C., « Double analyse d'un épisode : cercle épistémologique et structuration du milieu », vingt ans de Didactique des Mathématiques en France,250-257, La pensée sauvage, Grenoble.
MOPONDI B., « Les explications en classe de Mathématiques », Recherches en Didactique des Mathématiques, Volume 15/3, 7-52, Edition La Pensée Sauvage, Grenoble.
OLERON P., L'Argumentation, Presses Universitaires de France.
PERELMAN C., « Le champ de l'argumentation », Presses Universitaires de France, 1970
PERELMAN C., OLBRECHTS-TYTECA L , « Traité de l'argumentation », Institut de Sociologie, 3° éd., 1976.
ROBRIEUX J.J., Eléments de Rhétorique et d'Argumentation, Dunod