



**37**

**Juillet 2001**

**CAHIER DE DIDIREM**

**L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES  
EN RUSSIE ET EN FRANCE**

**Quelques aspects historiques et épistémologiques  
Influence des courants psychologiques et didactiques**

**Par Jeanne BOLON, Tatiana GALKINA,  
Elena SAMOYLENKO, Gérard VERGNAUD**

**Didactique des mathématiques  
UNIVERSITE PARIS VII DENIS DIDEROT**



# **L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES EN RUSSIE ET EN FRANCE**

**Quelques aspects historiques et épistémologiques  
Influence des courants psychologiques et didactiques**

**Par Jeanne BOLON, Tatiana GALKINA,  
Elena SAMOYLENKO, Gérard VERGNAUD**



# SOMMAIRE

## Première partie

<b>Quelques aspects historiques et épistémologiques</b> .....	5
Introduction .....	5
1- Évolution générale de l'enseignement en Russie .....	6
1.1- Diversité et lent cheminement jusqu'à la Révolution de 1917 .....	6
1.2- Les évolutions après 1917 et la place des mathématiques dans ces changements .....	8
2- Évolution générale de l'enseignement en France .....	11
2.1- Une évolution du système éducatif soutenue par des considérations idéologiques fortes, mais contradictoires .....	11
2.2- Dans l'enseignement mathématique .....	12
3- Ressemblances et différences entre Russie et France .....	15
Conclusion .....	16

## Deuxième partie

<b>Influence des courants psychologiques et didactiques</b> ...	17
1- La situation en Russie .....	17
1.1- Pratiques traditionnelles .....	17
1.2- Deux pionniers de la période 1930-1940 : Blonsky et Vygostky .....	18
1.3- Le programme dit de "développement" de D. B. Elkonin et V. V. Davydov : priorité aux principes généraux .....	19
1.4- La conception de P. Ya Galperin et de N. F. Talysina : processus d'intériorisation .....	19
1.5- La méthode d'enseignement dite "par les problèmes" .....	20
1.6- Le système de Zankov : recherche de l'adéquation entre enseignement et développement de l'élève .....	21
1.7- La méthode de l'agrandissement des unités didactiques de P. Erdniyev (AUD) : problèmes directs et inverses .....	22
1.8- Le modèle récent "Écologie et dialectique" de L. G. Peterson et N. Ya. Vilenkin : modélisation .....	22
1.9- Le poids des écoles psychologiques dans le système d'enseignement actuel .....	23
2- La situation en France .....	23
3- Ressemblances et différences entre Russie et France .....	26
Conclusion .....	27
<b>Bibliographie</b> .....	28



## Première partie

# L'enseignement des mathématiques en Russie et en France

## Quelques aspects historiques et épistémologiques

### Introduction

Nous nous proposons de décrire des aspects de l'enseignement des mathématiques en Russie et en France qui ont été marqués par l'histoire, la culture et l'idéologie.

Ce projet de comparer la Russie et la France se justifie par plusieurs raisons. Tout d'abord, il existe de fortes différences dans l'histoire de chaque pays, dans l'histoire de l'éducation, dans l'histoire des mathématiques, dans l'histoire de la psychologie de l'éducation. En même temps, on observe des rencontres entre les préoccupations des chercheurs et des décideurs de l'un et l'autre pays, en ce qui concerne la valeur accordée à l'éducation, à la formation scientifique, au développement des individus.

Dans cette brochure, nous nous intéressons exclusivement à l'enseignement élémentaire, qui a connu de profondes transformations au cours de ce siècle, et sur lequel nous disposons de sources d'information relativement nombreuses. La Russie entre dans le monde capitaliste au milieu du XIXe siècle avec un certain décalage dans le temps par rapport à l'Europe occidentale, mais ce décalage est faible par rapport aux décalages que connaissent l'extension géographique et la densité de l'enseignement public et obligatoire, ou le développement des mathématiques dans la société savante. En France, le développement de l'école publique au XIXe siècle et au début du XXe siècle n'a pas son équivalent à la même période en Russie. Les mathématiciens français sont connus et nombreux dès le XVIIe siècle ; les mathématiciens russes commencent à faire parler d'eux seulement à la fin du XIXe siècle. L'école russe des mathématiques n'en prend pas moins la première place dans le monde en quelques décennies, au point de dominer la scène scientifique encore aujourd'hui.

Pourquoi faire référence aux mathématiciens alors que l'enseignement élémentaire n'est pas destiné à former des mathématiciens professionnels ? Principalement parce que certains d'entre eux, et non des moindres, se sont intéressés à l'enseignement élémentaire, au moins par périodes, et que l'orientation de l'enseignement mathématique à l'école élémentaire a reçu un certain effet des débats entre mathématiciens. Nous allons le voir avec plusieurs exemples en Russie et en France. De la même manière, dans les deux pays, des idées novatrices se sont fait jour : elles concernent le développement des enfants, leur rôle propre dans l'apprentissage, les pratiques des enseignants, la construction d'une société meilleure. Ces idées traversent en profondeur le monde de l'éducation, même lorsqu'elles résultent de la réflexion de psychologues peu connus du grand public ou de l'action d'innovateurs minoritaires.

Cet article tente de donner sous une forme brève une description intelligible de ces phénomènes, qui se situent à la frontière de la science et de la politique.

# 1- Évolution générale de l'enseignement en Russie

## 1.1- Diversité et lent cheminement jusqu'à la Révolution de 1917

La Russie entre dans le monde capitaliste à partir du milieu du XIXe siècle, la crise économique des années 1859-1861 ayant favorisé la chute du régime féodal-esclavagiste. Avec l'abolition du servage, la monarchie féodale met en place des réformes qui favorisent l'émergence de la bourgeoisie, tandis que se développent des rapports de travail de type capitaliste dans l'industrie et l'agriculture. La période qui s'ouvre est considérée comme celle d'une démocratie bourgeoise.

L'école évolue, passant d'une école dite de caste (réservée à la noblesse) à une école bourgeoise. Le décret sur l'école primaire populaire est publié en 1864. L'école primaire populaire continue à avoir pour objectif de diffuser les concepts religieux et les connaissances élémentaires nécessaires aux milieux populaires. Le nouveau décret intègre l'étude des disciplines suivantes : loi divine, lecture des livres religieux et civiques, calcul (les quatre opérations arithmétiques), cantiques. Cette école primaire populaire est appelée "école sans caste" : les administrations autonomes locales, les sociétés et les particuliers ont le droit d'ouvrir une école, les femmes ont le droit d'être nommées comme professeurs. Des écoles secondaires sont créées pour l'enseignement général et l'apprentissage professionnel : leur effectif est faible, elles accueillent une sélection d'élèves issus de l'enseignement primaire et il n'y a pas de lien organique entre école primaire et école secondaire.

Toutes les écoles primaires populaires dépendent alors du Ministère de l'éducation populaire, à l'exception des écoles de paroisse qui restent sous la direction du Synode Sacré. Au plan local, les écoles primaires populaires sont dirigées par un conseil scolaire de district, qui comporte un représentant du gouvernement.

Durant les années 1860, un mouvement social de libération se développe (période dite bourgeoise-démocratique). A la tête, on trouve des personnages comme N. Tchernyshevsky, N. Dobrolubov, A. Guertsen, V. Belinsky, des enseignants représentatifs comme N. Pirogov, K. Ushinsky, L. Tolstoï, et beaucoup d'autres, qui ont influencé le développement de l'enseignement primaire. C'est aussi la période de forte augmentation des effectifs scolaires, tant dans l'école primaire populaire que dans les écoles paroissiales et les écoles dites du dimanche.

Le développement de l'école primaire populaire a été étroitement lié à l'activité des *zemstvo*, assemblées locales et provinciales élues par la noblesse et les classes possédantes. Les écoles des *zemstvo* étaient considérées comme les meilleures. On y apprenait non seulement la lecture, l'écriture et le calcul, mais également des sciences naturelles, de la géographie et de l'histoire. Cependant, le gouvernement de l'époque n'appréciait guère les activités des *zemstvo*. Un nouveau décret sur l'école primaire populaire, publié en 1874 et qui resta en vigueur jusqu'en 1917, interdit aux *zemstvo* d'intervenir dans le travail d'enseignement : il limite leur activité, dans le domaine de l'éducation, aux questions économiques courantes. A partir des années 1880, le gouvernement et l'église réussissent à imposer l'idée que les écoles de paroisse sont les meilleures.

Ainsi, à la fin du XIXe siècle et au début du XXe siècle, la Russie dispose d'un système multiple d'écoles : école de paroisse, école primaire du *zemstvo*, école secondaire du *zemstvo*, école primaire municipale, école secondaire municipale, pré-gymnase (avant gymnase), gymnase. Ce système d'enseignement différencié repose sur la thèse dite du "développement concentrique" des connaissances et des savoir-faire. Selon Elkonin (1966), cette thèse a été historiquement développée pour décrire l'élévation progressive du niveau des différents types d'établissements. On peut en effet distinguer quatre cercles fermés d'apprentissage : l'école d'instruction élémentaire où on enseigne la lecture et l'écriture, le plus souvent en slave ecclésiastique ; l'école primaire populaire où on enseigne en russe la lecture, l'écriture et le calcul, d'un point de vue pratique, des connaissances élémentaires en sciences naturelles ; l'école primaire municipale et le pré-gymnase où on enseigne en russe des connaissances empiriques en histoire, géographie et sciences naturelles ; le gymnase où l'instruction est proprement théorique (classique et humaniste).

L'école primaire populaire avait pour projet de favoriser le développement mental de l'enfant et le développement général de sa personnalité, du moins si l'on en croit l'ouvrage *Le maître russe de l'école primaire* (St-Petersbourg, 1905, n°6-7, p. 135). Le principe d'exposition d'exemples y était largement appliqué : l'école pouvait utiliser le musée municipal d'exemples éducatifs, le musée mobile, le dépôt municipal d'exemples, le cinéma municipal...

Dans l'école primaire municipale les matières obligatoires étaient la Bible, la lecture en slave ecclésiastique, la langue maternelle et l'arithmétique. Le nombre d'heures que l'enseignant attribuait aux leçons d'arithmétique et de russe étaient laissés à son initiative ainsi que le choix des exercices. De ce fait, la personnalité du maître constituait le facteur essentiel de la fonction, du contenu et de la réussite de l'apprentissage.

Toutefois, l'école primaire accordait une attention particulière à l'arithmétique. On la considérait comme un moyen privilégié de développement de la pensée. Par exemple, pour Latyshev qui a beaucoup influencé les conceptions pédagogiques de l'école populaire, grâce à l'apprentissage conscient de l'arithmétique, l'élève passe par toutes les étapes que l'humanité a franchies lors du développement de la science, il découvre ainsi pour la première fois les connaissances et les méthodes de la pensée scientifique, la logique, les processus de déduction et d'argumentation (Latyshev, 1905). On retrouve ce même argument des bienfaits de l'arithmétique dans le programme provisoire du Ministère de l'éducation nationale de 1897. L'introduction de ce programme attire l'attention sur le fait que les objectifs du programme peuvent être atteints par des voies variées et que plusieurs méthodes d'apprentissage peuvent être utilisées.

A la fin du XIXe et au début du XXe siècles, le développement économique et politique de la Russie laisse pressentir la révolution socialiste. Les contradictions entre classes sociales deviennent de plus en plus accentuées. A partir de 1910, une nouvelle étape du mouvement révolutionnaire débouche sur la révolution de la démocratie bourgeoise de 1917 avec le renversement du Tsar, puis, en octobre 1917 sur la révolution socialiste.

## **1.2- Les évolutions après 1917 et la place des mathématiques dans ces changements**

La dictature du prolétariat s'établit en Russie. Le parti communiste devient le parti dirigeant. La révolution culturelle suit immédiatement la Révolution d'octobre. Dès les années 1917-1921, on décrète une réforme de tout le système éducatif. Il était entendu que la science devait "être au service du peuple" pour "créer un société socialiste". Lénine signe une série de décrets visant à instaurer un système éducatif qui réponde aux objectifs du nouveau régime. On simplifie et modernise l'orthographe (suppression d'une lettre cyrillique). On s'attaque à l'analphabétisme et aux orthographe déficientes.

Au début de 1917, on publie les décrets de séparation de l'Église et de l'État, et ceux de nationalisation de tous les établissements d'enseignement, qui sont placés sous la responsabilité du Comité d'Instruction Publique. En 1918, le Comité Central du Parti ratifie les règlements de l'école unifiée de la Fédération de Russie. D'après ces règlements, l'éducation gratuite devient obligatoire pour tous les enfants de 8 à 17 ans dans les écoles primaires et secondaires.

Les premières années qui ont suivi la révolution d'octobre ont été marquées par le développement de la nouvelle école soviétique. Parmi les éléments les plus positifs, citons les liens accrus entre les mathématiques et les autres branches des sciences, entre les mathématiques et la vie pratique, les mathématiques étant considérées comme une sorte de langage particulier de la connaissance.

Après la guerre civile de 1918-1921, la situation intérieure de la Russie est devenue extrêmement difficile. La plupart des entreprises ne fonctionnaient plus, par manque de ressources et de matières premières. En 1921, le dixième congrès du Parti Communiste définit une nouvelle politique économique qui vise à restaurer l'économie nationale. Vers 1925, l'économie de la Russie a retrouvé le niveau d'avant-guerre. Le Parti décide d'industrialiser la Russie. Dans le domaine de l'agriculture, le plan "coopératif" se met en place à partir de 1927, sous la forme de la collectivisation. La fin des années 1930 marque la disparition du chômage. Le premier plan quinquennal (1929-1932) instaure le fondement économique du socialisme. Pendant le deuxième plan quinquennal (1933-1937), la plupart des secteurs de l'économie nationale retrouvent un fonctionnement normal. La reconstruction de l'économie nationale supposait un développement rapide des sciences, des techniques et des arts : on avait besoin d'un grand nombre d'ingénieurs, de différentes spécialités. Le secteur de la recherche scientifique a établi des liens profonds avec le système socialiste. La révolution culturelle s'est réalisée en même temps que le développement industriel. Les changements apportés au système éducatif, pendant cette période, ont concerné plusieurs aspects : durée de l'enseignement, types et structures des écoles...

En 1930-1931, on introduit l'instruction primaire obligatoire dans le monde rural ; dans les villes et les cités ouvrières, l'instruction devient obligatoire à partir de 7 ans. Le deuxième plan quinquennal (1933-1937) fixe comme objectif une instruction obligatoire polytechnique d'une durée de 7 ans (plus réaliste que le décret "Lénine").

Durant la période 1920-1930, le gouvernement a été confronté à une crise profonde de l'école, due aux transformations du système scolaire (Kolyagin, 1997). Le gouvernement

soviétique ne pouvait nier l'expérience acquise avant la Révolution<sup>1</sup>. Les décrets gouvernementaux de 1931-1935 définissent des programmes et des manuels stables.

Pour les mathématiques, l'introduction du programme de l'année scolaire 1933-1934 marque un tournant : il souligne l'importance d'un enseignement systématique des mathématiques à l'école secondaire et de leur liaison avec le cours d'arithmétique de l'école primaire. A cette époque, les programmes de mathématiques de l'école secondaire favorisaient l'apprentissage de connaissances théoriques et l'élaboration d'habiletés mathématiques approfondies, surtout dans le domaine du calcul.

En 1943, l'Académie des Sciences Pédagogiques est créée, avec un département de mathématiques. Le premier objectif de ce département a été d'élaborer les fondements scientifiques de la didactique.

En 1949, l'instruction devient obligatoire à partir de l'âge de 7 ans pour une durée de 7 ans (le deuxième plan quinquennal a donc mis du temps à se réaliser...). Vers la fin des années 1950, l'industrie, qui avait été détruite pendant la guerre, a été rétablie. Pendant cette période, on assiste à un accroissement marqué de l'économie nationale. Les succès du développement concernent aussi bien l'économie nationale que la science ou la culture.

En 1974, on publie un décret qui instaure l'instruction secondaire obligatoire dans la Fédération de Russie. Ce décret structure l'enseignement secondaire en trois types d'établissements : écoles secondaires d'enseignement général, écoles secondaires spéciales, écoles secondaires d'apprentissage professionnel. On accorde une attention particulière à ces dernières.

Le Comité de l'Académie des Sciences de l'URSS et de l'Académie des Sciences Pédagogique a eu alors pour tâche de définir les contenus principaux de l'enseignement : la partie mathématique a été confiée à l'académicien A. N. Kolmogorov. Une première version du projet prévoyait une école primaire avec trois niveaux (au lieu de quatre niveaux dans le système précédent) avec le démarrage d'un enseignement disciplinaire diversifié au quatrième niveau (au lieu du cinquième dans le système précédent). Ce projet envisageait également des cours facultatifs.

Pour Kolmogorov (Kolmogorov, 1975), l'enseignement mathématique devait être organisé selon des principes qui tranchaient sur l'enseignement antérieur :

- les élèves apprennent les moyens modernes et rationnels de résolution de problèmes dans différentes situations ;
- le passage aux idées nouvelles est motivé d'une façon compréhensible par les enfants ;
- il est inutile de charger la mémoire des élèves de connaissances qui peuvent être utiles plus tard, mais qui actuellement ne sont pas utilisées à l'école.

Le programme élaboré par Kolmogorov n'a pas été appliqué mais il a influencé beaucoup d'enseignants et il a joué un rôle considérable dans le développement des mathématiques en tant que discipline scolaire.

---

1 Évidemment, ce retour au passé n'a jamais été reconnu officiellement.

Durant les années 1960-1970, à la suite d'influences venues de l'occident, l'école primaire a été profondément remaniée. La devise de la réforme a été "élever le niveau scientifique de l'enseignement scolaire, rapprocher le contenu enseigné du niveau contemporain de la science" (Kolyagin, 1997). Toutefois, l'école primaire russe a mieux résisté que l'école primaire d'autres pays, dont la France. Dans l'enseignement secondaire russe, la réforme de l'enseignement mathématique a été introduite par décret sur la base de la théorie des grandeurs, appliquée de manière accélérée, sans validation expérimentale. La rédaction de nouveaux manuels, la mise au point de documents et l'élaboration de méthodes ont été laissées à l'initiative des enseignants. La formation des enseignants a été organisée de la même façon (Kolyagin, 1997).

En 1978 le département de mathématiques de l'Académie des sciences de l'URSS a émis le jugement que les programmes et les manuels basés sur l'approche théorique de grandeurs étaient peu satisfaisants. Le revue *Les mathématiques à l'école* a alors publié un article "De l'éducation mathématique à l'école", signé par trois mathématiciens académiciens de renom, V. S. Vladimirov, L. S. Pontryagin, A. N. Tikhonov. Ils ont écrit que « l'approche théorique des grandeurs. suppose dès le début l'existence d'une certaine culture mathématique, que les élèves ne possèdent pas. La réorganisation du cours scolaire des mathématiques a eu pour conséquence la surcharge importante des élèves, le formalisme dans leurs connaissances, la rupture entre l'apprentissage et la vie pratique. Comme résultat, plusieurs notions importantes du cours scolaire des mathématiques (par exemple, les notions de fonction, d'équation, de vecteur...) sont devenues peu accessibles à un apprentissage conscient pour la plupart des élèves » (Vladimirov, Pontryagin, Tykhonov, 1979).

Le coût de cette réforme a été très important : certains élèves sortant de l'école secondaire se sont trouvés à la limite de l'analphabétisme mathématique, n'étant pas capables, par exemple, d'additionner  $1/2$  et  $1/3$  (Kolyagin, 1997). Aussi, en 1979, les mathématiciens et les enseignants ont-ils désapprouvé presque unanimement la réforme de l'éducation scolaire. Ils se sont déclarés insatisfaits de tous les programmes et de tous les manuels de mathématiques, à l'exception des programmes et manuels d'école primaire (Kolyagin, 1997).

La contre-réforme démarre à partir des années 1980. Cette période se caractérise par la renaissance des traditions d'avant la révolution et du début de la période soviétique. Ces traditions sont reprises maintenant dans la plupart des écoles primaires et secondaires. Elles concernent à la fois le contenu et les méthodes d'enseignement.

La "perestroïka" de 1985 a libéré le système national d'éducation de plusieurs dogmes, notamment du caractère uniforme de toutes les écoles. On a créé différents types d'établissements d'enseignements : gymnases, collèges, complexes internationaux d'enseignement... Ces établissements ont été dotés de nouveaux statuts, dont la diversité tranchait par rapport à l'unicité des modèles d'établissements scolaires de la période "socialiste" ou "communiste". De plus les établissements ont reçu le droit de choisir les programmes d'enseignement et de les modifier.

En 1994, on publie un ensemble de documents “Les programmes pour les établissements assurant l’éducation supérieure”. Ces programmes comprennent une section spéciale consacrée aux mathématiques. Pour l’école primaire (niveaux 1 à 4) et l’école secondaire (niveaux 5 à 9), on propose deux versions des programmes. Pour l’école supérieure (niveaux 10 et 11), on propose trois versions : programme standard, programme spécifique qui se subdivise en éducation à orientation mathématique et éducation à orientation non-mathématique. En outre, ces programmes indiquent la façon d’utiliser certains manuels récemment recommandés pour l’enseignement des mathématiques.

## **2- Évolution générale de l’enseignement en France**

### **2.1- Une évolution du système éducatif soutenue par des considérations idéologiques fortes, mais contradictoires**

La période du XIXe siècle et du début du XXe siècle est traversée par des courants contradictoires : élitisme républicain et démocratisation.

On sait que l’idée d’égalité s’impose à la période de la Révolution. La Déclaration des Droits de l’Homme affirme que tous les hommes sont égaux en droit. L’accès à l’école élémentaire doit donc être assuré partout. C’est ce que met en place la loi Guizot (1833) et ce que confirment les lois Ferry (1877). C’est au nom du principe d’égalité que des plans successifs (dont le plan Langevin-Wallon en 1947) prévoient d’unifier les systèmes d’enseignement primaire et secondaire, jusque là étanches.

Pendant des générations, la filière secondaire a représenté la filière d’élite, celle de la sélection et des études longues, réservée aux jeunes des milieux bourgeois des villes et aux enfants du peuple méritants qui ont passé le concours des bourses (élitisme républicain). Cette filière conduit aux grandes écoles (organisées par Napoléon), qui forment les cadres de la nation.

Aujourd’hui encore, les grandes écoles rassemblent les formations les plus prestigieuses. Les adjectifs “secondaire” et “primaire” restent connotés l’un positivement et l’autre négativement : le premier est associé à la culture gratuite, à la réflexion, aux outils généraux de la connaissance, l’autre est associé aux considérations subalternes, à la réponse aux besoins pratiques de formation des artisans, commerçants et agriculteurs. Il n’est pas étonnant, dans ces conditions, que l’unification des systèmes d’enseignement ait été portée par l’idéologie de l’enseignement secondaire. Même la catégorie des inspecteurs primaires a changé de dénomination : ils sont devenus inspecteurs de l’éducation nationale.

Tout le XXe siècle va être marqué, à la faveur de l’augmentation spectaculaire de la fréquentation scolaire (Prost, 1921), par l’unification progressive des établissements intermédiaires : écoles primaires supérieures, cours complémentaires, cours spéciaux des municipalités, collèges techniques... Le système éducatif est maintenant organisé en un parcours unifié, dont l’école primaire est le point de départ.

C’est en raison des principes d’égalité que des études sociologiques comme celles de Bourdieu & Passeron (1964) ou de Baudelot et Establet (1971) ont eu un si grand

retentissement dans l'opinion publique : comment accepter que l'université ou les grandes écoles accueillent si peu d'ouvriers ou d'employés, alors qu'ils constituent une proportion notable de la population française ?

Les études sont nombreuses dans les années 1970 sur le fonctionnement de l'orientation, sur le déterminisme social et l'impossible démocratisation de l'enseignement obligatoire (Legrand, 1977). Avec l'augmentation des effectifs, les professeurs du secondaire voient arriver des élèves auxquels le système secondaire ancien ne les avait pas habitués. Les méthodes pédagogiques antérieures ne fonctionnent plus : c'est l'échec scolaire. On cherche alors à respecter l'égalité des chances entre élèves, en essayant de donner plus à ceux qui ont moins de possibilités (zones d'éducation prioritaires). Mais les progrès obtenus sont progressivement grignotés par la montée du chômage et la diminution des emplois de bas niveaux de qualification : les jeunes qui sortent de l'enseignement sans diplôme ou avec les diplômes les moins élevés ont plus de difficulté que les autres à trouver un emploi.

La période récente est aussi celle pour laquelle le recrutement des enseignants a le plus évolué, et tout particulièrement pour les débuts de la scolarité. Les instituteurs de la filière primaire étaient formés dans des écoles normales : bien réparties sur tout le territoire, les écoles normales recrutaient sans difficulté des filles et des garçons. Progressivement, les enseignants d'école primaire ne sont plus recrutés au niveau du baccalauréat (fin des études secondaires) mais à bac + 2 (1985), puis à bac + 3 (1991). On s'interroge aujourd'hui sur les éventuelles conséquences de cette évolution au plan sociologique.

## **2.2- Dans l'enseignement mathématique**

C'est seulement à partir de la deuxième guerre mondiale que les programmes ont été les mêmes dans les premières classes de la scolarité pour les filières primaire et secondaire. A cette époque, d'ailleurs, on ne parlait pas de mathématiques, mais de calcul, de dessin (lié au cadastre ou aux travaux manuels pour les garçons, lié à la couture pour les filles). L'enseignement reposait sur l'étude de problèmes-types que les jeunes étaient supposés rencontrer à l'issue de l'école. La méthode d'enseignement principale reposait sur l'exemple montré par l'enseignant et recopié sur le cahier. Les élèves reprenaient ensuite le même cheminement sur des exemples voisins.

Cette période a été marquée aussi par le courant de l'éducation nouvelle, représenté par des pédagogues influents comme Montessori, Decroly, Freinet. Ils prônent un enseignement où l'élève agit. Des traces de ce courant surgissent dans des textes officiels, par exemple la recommandation que les exercices de mathématiques soient vraisemblables, c'est-à-dire "susceptibles d'être rencontrés dans la vie courante" (textes officiels pour le primaire supérieur et le secondaire, 1937 et 1938).

L'évolution des contenus se fait dans un premier temps "par le haut", à partir des chercheurs en mathématiques. Après la deuxième guerre, un groupe de mathématiciens publie sous le pseudonyme Bourbaki ce qui est considéré comme une réorganisation

complète du savoir mathématique. La méthode axiomatique est utilisée systématiquement comme moyen d'assurer les bases du savoir mathématique. C'est le début d'une période structuraliste, qui touche également d'autres secteurs de la connaissance (ethnologie, grammaire, par exemple).

L'enseignement mathématique est modifié d'abord au niveau universitaire. C'est la période où l'Association des Professeurs de mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP) publie des cours à l'intention de ses membres (algèbre, analyse, topologie). Dans les années 1960, elle prend en charge la préparation de cours télévisés qui sont diffusés sur la seule chaîne de télévision existante : les séries *Chantiers mathématiques* et *Mathématiques pour tous*.

Des mathématiciens conçoivent des cours universitaires dont l'organisation est dictée par la seule axiomatique (cf. géométrie de Dieudonné, de Choquet) : la succession des définitions, propriétés et théorèmes dépend uniquement du processus déductif, qui en assure la validité interne.

Un mathématicien de renom, André Lichnérowicz, est chargé par le ministère de coordonner les travaux d'une commission sur l'enseignement mathématique. Dans le rapport préliminaire qu'il remet (Bulletin de l'APMEP, 1967, n° 258), il déclare que *la mathématique joue un rôle privilégié pour l'intelligence de ce que nous nommons le réel, réel physique comme réel social. Les mathématiques contemporaines sont infiniment plus applicables, plus riches d'applications, dans le domaine des sciences exactes comme dans celui des sciences sociales, que la démarche dite classique*. La pénurie de mathématiciens est mondiale et la question de l'enseignement mathématique est le premier, peut-être, des problèmes mondiaux de l'éducation. Enseigner à tous les mathématiques, apprendre aux non mathématiciens à se servir des différentes techniques mathématiques disponibles est donc un véritable service public (Bulletin de l'APMEP, 1969, n° 269-270).

Portés par ces recommandations, les enseignants de l'APMEP, qui réclament par ailleurs des instituts de formation permanente basés sur des recherches pédagogiques, créent un courant d'opinion favorable à l'enseignement des notions algébriques de base (ensembles, opérations).

La rénovation de l'enseignement mathématique est mondiale. Le premier congrès international sur l'enseignement mathématique (CIEM-ICME) a lieu à Lyon en 1967. Les premiers Instituts de Recherche sur l'Enseignement Mathématique (IREM) ouvrent à l'automne 1968<sup>2</sup>.

C'est sur le terreau des premiers balbutiements des IREM que va se développer la didactique des mathématiques, dont les prémisses apparaissent bien avant 1968 à Bordeaux avec les travaux de Guy Brousseau (Artigue, Gras, Laborde & Tavignot, 1994). Les premières recherches en didactique ont souvent porté sur des points liés à l'enseignement primaire : décimaux, construction du nombre, comptage, proportionnalité, cercle. Dans les colloques organisés par les IREM, des chercheurs en didactique interviennent.

---

<sup>2</sup> Création officielle au 1er janvier 1969 de 3 IREM : Paris, Lyon et Strasbourg.

Dienes, pédagogue hongrois qui exerce au Canada, propose une méthode qui paraît faire la synthèse entre le courant de l'éducation nouvelle et le courant axiomatique (Bulletin de l'APMEP, 1972, n° 282). Les élèves partent d'un matériel structuré, ils jouent. Ils comparent ces jeux avec d'autres jeux, ils reconnaissent une structure commune grâce à des représentations puis un langage algébrique. Par exemple, les "blocs logiques", empruntés par Dienes à Vygostky, s'imposent comme un matériel particulièrement favorable à l'apprentissage des rudiments des propriétés ensemblistes : intersection, réunion, compléments d'ensembles. On les associe à des systèmes symboliques comme les diagrammes de Venn ou les "arbres" de tri, utilisés ensuite comme tels. Nicole Picard coordonne à l'Institut Pédagogique National (IPN) des travaux expérimentaux pour l'école primaire qui s'inspirent fortement de la méthode de Dienes.

La réforme des mathématiques modernes est basée sur ces principes. Les programmes de l'école primaire changent sous une forme paradoxale : le libellé des contenus est un extrait des programmes officiels de 1945. Le langage qui est introduit officiellement dans les commentaires est celui de l'enseignement secondaire, avec une préoccupation explicite de continuité entre l'enseignement primaire et l'enseignement secondaire : on parle de "mathématiques" et non de "calcul", on fait de la "géométrie" et non du "dessin".

Des cours du soir sont improvisés, à l'intention des instituteurs ou des parents soucieux d'aider leurs enfants à dominer ces mathématiques nouvelles. On y enseigne les rudiments de l'algèbre de ensemble et on introduit le calcul en bases différentes de dix.

Dans l'enseignement secondaire, on avait introduit à partir de 1967 et à titre expérimental une progression basée sur les démonstrations savantes. Par exemple, la droite affine était considérée comme un objet reposant sur un système d'axiomes (classe de quatrième) ; on faisait faire les premiers pas en géométrie déductive en recommandant de ne pas faire des dessins et de séparer systématiquement les procédés algébriques et les représentations graphiques. Le cheminement "mathématiquement correct" était supposé *ipso facto* être pédagogiquement efficace. Très vite, les expérimentateurs de la commission Lichnérowicz montrent les limites de cette méthode. Dans un premier temps, ils ne sont pas écoutés. Une polémique s'engage, relayée par des scientifiques de renom. Il faut attendre les années 1980 pour que l'enseignement mathématique se stabilise, grâce à de nombreuses études faites dans les Instituts de Recherche sur l'Enseignement Mathématique (qui lancent la didactique des mathématiques) et à l'Institut National de Recherche et de Documentation pédagogique (INRDP), établissement qui succède à l'Institut Pédagogique National.

Dans l'enseignement primaire, la polémique contre les mathématiques modernes est moins forte (Legrand, 1977, Walusinski, 1972). Il est vrai que les milieux politiques de l'époque sont beaucoup plus occupés par les réformes proposées concernant l'enseignement du français. Les modifications qu'introduisent les instituteurs en mathématiques sont celles qui figurent dans leurs manuels ou celles que les professeurs d'école normale leur ont proposées dans les stages de formation continue (créés en 1972) ; les programmes, eux-mêmes, ne les y obligent pas.

Les Instituts de Recherche sur l'Enseignement Mathématique organisent, à partir de 1974, des rencontres annuelles de professeurs d'école normale au cours desquelles ils échangent sur les pratiques scolaires, sur les pratiques de formation, sur les innovations conduites par les équipes associées à l'institut national de recherche pédagogique (INRP) et sur les recherches dans le domaine de l'enseignement mathématique, en particulier celles qui sont conduites dans les laboratoires de didactique des mathématiques que les IREM ont suscités. Des revues destinées aux enseignants sont publiées à partir de 1974 (*Grand N* puis *Petit x*, diffusé par l'IREM de Grenoble). Des professeurs d'école normale sont associés à l'écriture de manuels.

De son côté, l'équipe ERMEL de l'INRP poursuit ses travaux, bénéficiant à la fois de l'avancée des travaux en didactique des mathématiques et de relais nombreux sur le terrain de l'école primaire. On retrouve ainsi dans les ouvrages ERMEL de la seconde génération (collection *Apprentissages numériques*, à partir de 1990), la reprise de certains concepts de la didactique des mathématiques (par exemple les variables didactiques).

Les textes officiels sont remaniés à un rythme plus rapproché : 1985, 1991, 1995. Ces textes comportent quelques traces de la didactique des mathématiques<sup>3</sup> : par exemple, la recommandation globale de recourir à des problèmes que l'élève n'a pas appris à résoudre. De fait, les pratiques semblent relativement stables : on peut s'en convaincre en feuilletant les manuels que les éditeurs privés proposent aux enseignants.

### **3- Ressemblances et différences entre Russie et France**

Nous avons signalé dans l'introduction le rôle que certains mathématiciens avaient joué, dans chacun des pays, pour le développement de l'enseignement des mathématiques. D'autres ressemblances ressortent.

Dans la période qui précède la Révolution française ou celle qui précède la Révolution russe, l'école primaire existe dans les deux pays, de manière non généralisée ; l'école secondaire accueille un nombre restreint d'élèves, le plus souvent associé à la noblesse ou à la grande bourgeoisie des villes. Les Révolutions imposent l'idée de l'enseignement primaire pour tous. Dans les deux pays, les effectifs scolarisés augmentent rapidement, avec les besoins de main d'œuvre mieux formés (industrialisation).

En Russie, l'enseignement secondaire n'est pas une filière séparée, mais la suite de l'enseignement primaire. Avant la Révolution russe, l'enseignement primaire accordait déjà beaucoup d'importance au développement psychologique de l'enfant. L'enseignement des mathématiques est considéré en Russie dès les années 1920 comme un langage nécessaire au développement d'autres sciences, ce qui sera affirmé en France dans les années 1960. Des institutions permanentes de l'université prennent en charge l'évolution de l'enseignement mathématique russe dès 1943, alors que les premiers IREM en France sont constitués en 1968.

---

<sup>3</sup> Il n'en est pas de même pour les textes officiels du collège où certains paragraphes sont repris d'ouvrages de didactique des mathématiques. Voir Bolon (1996).

En Russie comme en France, la période 1960-1980 est une période controversée : les réformes de l'enseignement mathématique sont progressivement rejetées et ce pour des raisons voisines dans les deux pays. Pourtant les critiques les plus vives ne concernent pas le même ordre d'enseignement : enseignement secondaire pour la France, enseignement primaire pour la Russie.

La période récente, après la "perestroïka", est celle où les différences de structure et de styles sont plus marquées entre France et Russie. En Russie, il y a une grande diversité d'établissements (statuts, programmes, méthodes) ; la continuité entre primaire et secondaire est assurée depuis des générations au sein de chaque établissement (qui couvre les 11 niveaux d'enseignement) ; le programme de mathématiques est optionnel et chaque établissement peut y apporter des modifications. En Russie, l'enseignement mathématique se veut être au service du développement de la pensée de l'enfant, les contenus et méthodes étant considérés comme des moyens.

## **Conclusion**

Nous avons tenté, tout au long de cet article, de présenter les mouvements d'idées associés à l'enseignement des mathématiques en Russie et en France, sur la base d'un corpus fait de textes officiels, de revues pédagogiques ou d'études antérieures. En confirmation, notre équipe franco-russe a entrepris une étude comparative diachronique des représentations des enseignants des deux pays (travaux en cours).

Notre méthode nous assure une bonne fiabilité de l'étude des discours. Cependant elle n'assure pas que les faits sont conformes aux déclarations. Par exemple, l'accent est mis en Russie sur le développement de la pensée de l'enfant, alors qu'en France, le "lire-écrire-compter" continue d'exister : mais qu'en est-il réellement dans le quotidien de la classe de mathématiques dans chacun des deux pays ? Nous pensons développer prochainement des travaux dans ce sens, en particulier en comparant les pratiques en matière d'évaluation des élèves.

## Deuxième partie

# L'enseignement des mathématiques en Russie et en France

## Influence des courants psychologiques et didactiques

### Introduction

Nous poursuivons la description de certains aspects de l'enseignement des mathématiques en Russie et en France qui ont été marqués par l'histoire, la culture et l'idéologie.

Rappelons que nous nous intéressons ici exclusivement à l'enseignement élémentaire, qui a connu de profondes transformations à partir du milieu de ce siècle, et sur lequel nous disposons de sources d'information relativement nombreuses. En Russie comme en France, l'évolution de l'enseignement mathématique suit celle des grands courants psychologiques et didactiques. Dans les deux pays, des idées novatrices se sont fait jour : elles concernent le développement des enfants, leur rôle propre dans l'apprentissage, les pratiques des enseignants, la construction d'une société meilleure. Ces idées traversent en profondeur le monde de l'éducation, même lorsqu'elles résultent de la réflexion de psychologues peu connus du grand public ou de l'action d'innovateurs minoritaires.

Cette partie tente de donner sous une forme brève une description des grands courants psychologiques et didactiques qui ont influencé la pédagogie mathématique, en Russie comme en France.

### 1- La situation en Russie

Les propositions des psychologues russes pour l'enseignement s'inscrivent le plus souvent en opposition aux pratiques traditionnelles, pratiques que nous rappelons ci-après.

#### 1.1- Pratiques traditionnelles

L'enseignement traditionnel recourt à la méthode dite *explicative - illustratrice* : l'enseignant communique aux élèves le sujet et les objectifs de la leçon, puis il actualise les connaissances, puis il explique un matériel nouveau, puis il entraîne les élèves à consolider leurs connaissances, et enfin il contrôle les connaissances acquises. Du point de vue des mathématiques, cette méthode s'attache à créer chez les élèves des formes de calcul conscientes et stables et, pour un grand nombre d'entre elles, automatisées. L'enseignement vise également à mettre en évidence des relations entre les actions directes et leurs inverses, entre les composantes de l'action et ses résultats. Il utilise de manière permanente la comparaison et la confrontation des notions, des actions et des problèmes, de même il analyse les similarités et les différences entre les phénomènes étudiés.

## 1.2- Deux pionniers de la période 1930-1940 : Blonsky et Vygotsky

Parmi les premiers psychologues qui ont joué un rôle dans l'orientation de l'enseignement des mathématiques<sup>1</sup> en Russie, on trouve deux figures marquantes : P. P. Blonsky (rééd. 1964) et L. S. Vygotsky (1935).

Blonsky, s'appuyant sur l'étude du contenu de différents programmes scolaires, s'attache à définir les particularités de la pensée correspondantes à chaque niveau scolaire, ainsi que les conditions du passage d'une forme de pensée à une autre. D'après lui, l'enseignement de l'arithmétique concerne plutôt l'âge de 7-10 ans et l'algèbre la puberté. Il situe l'apprentissage des nombres entiers à l'âge de 7-10 ans, période durant laquelle les enfants commencent à effectuer les premières abstractions par rapport aux traits qualitatifs des objets. L'enseignement des fractions n'intervient qu'à l'âge de 10-12 ans, quand les enfants apprennent les relations entre grandeurs : c'est l'étape de la pensée abstraite, qui porte sur les rapports entre objets privés de leurs qualités. A la puberté, les enfants apprennent à définir des lois numériques, des lois généralisées.

Pour Blonsky, non seulement la méthode d'enseignement par exemples illustratifs représente un procédé didactique, mais elle constitue également un principe permettant de sélectionner les matériaux nécessaires à l'élaboration des programmes d'enseignement à l'école primaire et secondaire.

Selon Blonsky, le développement de la pensée est conditionné par le perfectionnement de la perception et de la mémoire. Il en conclut que l'enseignement n'influence le développement de la pensée qu'à l'âge de la puberté. Cela met en évidence les défauts des programmes d'enseignement, qui, selon Elkonin (1966) qui critique Blonsky, sont conçus en fonction de possibilités mentales déjà formées chez les enfants (maturation) et ne proposent que des exercices.

Vygotsky développe des thèses différentes. Pour lui, chaque période de développement mental se caractérise par une certaine structure des processus psychiques, centrés autour de la fonction dont le développement est le plus marqué pour la période donnée : par exemple, la lecture pour les enfants de 6 ou 7 ans. La conscience se développe comme une totalité et non comme une somme de changements partiels des fonctions particulières : à chaque nouvelle étape la composition interne de la conscience change, ainsi que la liaison entre ses parties.

Selon Vygotsky, au début de la scolarité, la perception et la mémoire atteignent un certain niveau de maturité qui conditionne le développement psychique. Le début de l'âge scolaire est marqué par le développement de l'intelligence. Intervient alors une réorganisation qualitative de la perception et de la mémoire ainsi que leur transformation en processus séparés. Pour Vygotsky, l'âge scolaire représente la période la plus active du développement de la pensée. Ce développement consiste avant tout dans l'émergence d'une activité intellectuelle, d'un système d'actions proprement mentales, indépendantes de l'activité externe.

---

<sup>1</sup> D.B.Elkonin (1966) a fait une analyse détaillée de l'histoire de ce problème.

Ainsi, l'approche de Blonsky consiste à s'intéresser aux fonctions qui achèvent leur développement au cours de la période considérée, tandis que celle de Vygotsky consiste à considérer les fonctions qui commencent leur développement. Selon Vygotsky, la pédagogie doit viser le développement futur de l'enfant et ne pas s'en tenir aux caractéristiques actuelles de la pensée des enfants. En conséquence, il recommandait que l'enfant soit mis dans l'obligation d'utiliser de nouvelles formes de pensée.

### **1.3- Le programme dit de "développement" de D. B. Elkonin et V. V. Davydov : priorité aux principes généraux**

Dans les années 1970, D. B. Elkonin et V. V. Davydov développent un programme d'enseignement dit de "développement", fondé essentiellement sur le contenu des connaissances, où les méthodes sont secondes.

Contrairement à l'approche traditionnelle qui existe à l'école primaire où on commence l'enseignement par l'apprentissage des manières de résoudre des problèmes élémentaires particuliers, le système Elkonin-Davydov propose de commencer par l'apprentissage des principes généraux de résolution d'une classe de problèmes.

"Au début de l'apprentissage d'une matière scolaire, les élèves analysent, avec l'aide de l'enseignant, le contenu du matériel éducatif, dégagent dans ce matériel une certaine relation générale, découvrent avec cela que cette relation générale peut également correspondre à d'autres relations particulières associées à ce matériel." (Davydov, 1986, p. 148)

L'apprentissage du système des notions scientifiques détermine une logique particulière pour le choix des matières d'étude dès le premier stade de l'enseignement. Cette logique doit permettre à l'élève d'apprendre, sous la forme la plus simple, les correspondances entre les caractéristiques de l'objet étudié et les moyens d'action sur cet objet. Ensuite, il doit, pas à pas, observer les transformations de ces moyens en fonction de la complication des conditions du problème. L'élève doit ainsi comprendre de plus en plus profondément les caractéristiques de l'objet. La pensée des élèves va ainsi des principes généraux aux exemples concrets.

### **1.4- La conception de P. Ya Galperin et de N. F. Talysina : processus d'intériorisation**

P. Ya Galperin et de N. F. Talysina proposent à peu près à la même période (1970-1980) des principes organisateurs de l'enseignement mathématique :

- Introduire les notions et les principes par la résolution de problèmes finalisés.
- Décomposer l'activité mentale associée à cette introductions, en ses composantes : les actions mentales.
- Structurer ces actions mentales chez les enfants en un système associé à différents types de problèmes et de situations.
- Communiquer aux élèves les indices et repères qui déterminent le type de ces problèmes et situations, et les formuler dans des notions.
- Recourir, pour cela, à des actions sur et avec les objets et à des actions verbales qui se transforment, après un processus d'intériorisation, en actions mentales associées.

Leur méthode est constituée de trois étapes.

- A la première étape, les repères de l'activité mentale (les indices pertinents de l'objet) sont présentés à l'enfant sous une forme matérielle déjà prête (schéma, symbole, objet) et les opérations de découverte se réalisent sous forme d'actions avec les choses. Par exemple, la tâche  $5 + 3 = 8$  doit être réalisée sur la base de repères matériels (bâtonnets) à travers une action pratique (réunion des bâtonnets).

- A la deuxième étape d'enseignement, les repères et les opérations avec les objets sont remplacées par des signes et des actions verbales. Par exemple, l'enfant remplace les bâtonnets par le mot "terme" et il remplace le rapprochement des bâtonnets par des actions verbales sur les nombres : "cinq et un égale six, six et un égale sept, sept et un égal huit".

- A la troisième étape, les actions verbales ne sont plus nécessaires. Elles sont remplacées par des opérations mentales qui se réalisent selon un schéma encore plus réduit ("cinq et trois égale huit", mentalement).

### 1.5- La méthode d'enseignement dite "par les problèmes"

Dans les années 1980, A. M. Matushkin, M. I. Makhmutov, M. N. Skatkin, G. I. Schukina et autres auteurs proposent une méthode dite "par les problèmes", basée sur la création de situations-problèmes. Pour A. M. Matushkin, la structure psychologique de la situation-problème comprend les éléments suivants :

- des besoins cognitifs qui stimulent chez l'homme l'activité cognitive.
- des connaissances ou des moyens d'action insuffisants pour répondre à ces besoins cognitifs.
- des capacités intellectuelles qui comprennent notamment des capacités créatrices et l'expérience passée.

Selon M. I. Makhmutov, le "*problème éducatif*" est la catégorie principale de l'enseignement. Par "problème éducatif", il entend la forme de manifestation de la contradiction logico-psychologique qui détermine la direction de la recherche mentale et stimule l'intérêt de l'élève pour l'étude de la situation, et le conduit à l'apprentissage de la notion nouvelle ou de moyens d'action nouveaux. Quand l'élève interprète les contradictions objectives comme un problème, une situation-problème est créée, qui nécessite une recherche mentale en vue de résoudre les contradictions.

La classification de M. I. Makhmutov peut être résumée de la façon suivante.

- Selon le caractère de l'inconnue qui détermine le type de l'activité mentale lors de résolution du problème : problèmes algorithmiques ; problèmes heuristiques ; problèmes fixes.
- Selon la méthode (didactique) de résolution du problème : problèmes informationnels (l'élève obtient la solution sous forme d'informations données par l'enseignant ou reçues d'autres sources ; problèmes analogiques (solution par analogie avec d'autres solutions) ; problèmes hypothétiques (solution par le développement d'hypothèses).
- Du point de vue des "données" et des "buts".

Makhmutov distingue également différents types de situations-problèmes, selon qu'ils sont déterminés :

- par la nécessité d'utiliser des connaissances déjà apprises dans des conditions nouvelles,

- par la découverte de l'insuffisance des connaissances déjà apprises,
- par l'absence chez les enfants d'arguments théoriques pour des problèmes déjà résolus dans la pratique,
- par la découverte de contradictions entre la solution théoriquement possible et l'impossibilité pratique de la réaliser.

### **1.6- Le système de Zankov : recherche de l'adéquation entre enseignement et développement de l'élève**

Dans le cadre d'une recherche psychologique et pédagogique, Zankov propose un système d'enseignement qui vise à assurer une correspondance entre le développement général des enfants et la structure de l'enseignement<sup>2</sup>. Zankov conçoit le développement général de l'enfant comme la formation intégrale du psychisme : chaque nouvelle formation dans le psychisme résulte de l'interaction entre la pensée, la volonté et les sentiments de l'enfant.

Le système de Zankov diffère du système traditionnel par son caractère intégratif et par ses principes didactiques :

- enseignement à un niveau élevé de difficulté ;
- rôle central des connaissances théoriques ;
- apprentissage très rapide du programme ;
- conscience du processus d'apprentissage par les élèves ;
- travail systématique sur le développement général du psychisme à la fois avec les élèves forts et les élèves faibles.

Zankov décrit trois niveaux qui, à ses yeux, ont un poids différent dans le processus d'enseignement.

- Le premier niveau concerne le matériel d'étude conçu pour l'apprentissage stable et durable relevant de l'enseignement primaire. Son volume est comparable à celui du programme d'Etat. Toutefois, en ce qui concerne la durée et le calendrier de l'apprentissage, les élèves et les enseignants n'ont pas de contraintes fixes.
- Le deuxième niveau concerne le matériel d'étude qui, d'un côté aide à comprendre plus profondément le matériel du premier niveau, et de l'autre côté, crée une base pour les niveaux suivants.
- Le troisième niveau comprend le matériel d'étude orienté vers l'élargissement de l'horizon mathématique des élèves.

### **1.7- La méthode de l'agrandissement des unités didactiques de P. Erdniyev (AUD) : problèmes directs et inverses**

Les bases psycho-physiologiques du système AUD remontent à la théorie de I. P. Pavlov, dont la formule "*La confrontation (la comparaison) accélère, facilite notre pensée*" est prise pour devise<sup>3</sup>.

<sup>2</sup> Programmes d'enseignement d'après le système de L.V.Zankov, 1993 ; Zankov, L.V. De l'enseignement primaire, 1963 ; Zankov, L.V., 1990 ; Zankov, L.V. (Ed.) Système nouveau d'enseignement primaire, 1,2,3, classes, 1965, 1966, 1967.

<sup>3</sup> Erdniyev, P., Erdniyev, B., 1986, 1988, 1994; Erdniyev, P., 1970.

Dans la méthodologie AUD, l'accent principal est mis sur la pensée simultanée des enfants (*saisir du même coup l'essence des choses*), sur les processus cognitifs (*stratégie de compréhension*), et sur les exercices (*aux objectifs limités*).

Une attention importante est accordée aux quatre registres porteurs d'informations, dans leurs différentes combinaisons : *langage, dessin, nombre et signe*. N'importe laquelle de ces sources des connaissances peut servir de base pour la création d'une unité d'apprentissage.

Les principes sont les suivants (Erdniyev, 1993) :

- étude des opérations directes et inverses comme une seule unité ;
- place importante accordée aux exercices de modification du jugement ;
- attention spéciale donnée à l'intégration des connaissances dans les opérations mentales.

### **1.8- Le modèle récent "Écologie et dialectique" de L. G. Peterson et N. Ya. Vilenkin : modélisation**

Le but principal de ce modèle réside dans l'orientation humaniste de l'enseignement, visant le développement de toutes les dimensions de la personnalité de l'enfant, la formation du désir d'apprendre, et la capacité d'auto-apprentissage (Tarasov, 1992).

L'objectif du cours consiste dans la création d'un système de notions mathématiques significatif du point de vue des connaissances générales de l'enfant sur le monde extérieur (voir Vilenkin, N.Ya., Peterson, L.G., 1992). Il est orienté vers l'entraînement des élèves à construire, à explorer et à appliquer des modèles mathématiques au monde qui les entoure. Trois étapes sont distinguées :

- étape de "mathématisation" de la réalité : construction du modèle d'un certain fragment de la réalité ;
- étape d'étude du modèle mathématique : analyse de la théorie mathématique qui décrit les caractéristiques du modèle ainsi construit ;
- étape d'application au monde réel des résultats obtenus.

Ainsi l'orientation humaniste du cours de mathématiques conduit les auteurs à considérer le *principe de modélisation* comme un principe de base. En conséquence, le programme doit contenir les idées principales de la modélisation mathématique. Il faut commencer dès la première classe la formation des représentations avec le sens que donne la modélisation mathématique. En d'autres termes, l'approche nouvelle consiste dans l'étude des méthodes principales de l'activité mathématique, et dans la découverte autonome par les élèves des caractéristiques et des relations de cette activité avec le monde réel. Elle s'oppose à l'approche traditionnelle, orientée vers la transmission de connaissances toutes préparées à l'avance.

La sélection du contenu et la succession des principales notions mathématiques se réalise selon un système de "multi-niveaux". Ce système indique l'origine des notions mathématiques étudiées à l'école ainsi que les liens systémiques qu'elles entretiennent entre elles.

Un autre principe d'organisation du programme est le principe de continuité entre l'école primaire et l'école secondaire : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire doit se baser sur des notions mathématiques fondamentales. Il ne doit pas être réduit à

l'étude des opérations arithmétiques sur les nombres naturels, ni à la résolution des problèmes simples en langage naturel, mais au contraire être organisé selon le principe du "gâteau feuilleté" : après l'introduction d'une notion, les élèves font connaissance avec des faits mathématiques qui ne sont pas nécessairement décisifs à cette étape, mais qui peuvent servir à alimenter leur intérêt pour les mathématiques et à élargir leur horizon intellectuel pour l'avenir. Les exercices d'entraînement sont présentés en parallèle avec l'étude des idées mathématiques nouvelles.

### **1.9- Le poids des écoles psychologiques dans le système d'enseignement actuel**

Aujourd'hui, les établissements scolaires russes sont autorisés, s'ils le demandent, à appliquer des programmes d'enseignement mathématique directement inspirés d'un des courants précédents : Elkonin-Davydov, Zankov, "agrandissement des unités didactiques", "écologie et dialectique". Ils retrouvent ici la grande variété qui régnait avant la Révolution russe.

## **2- La situation en France**

En France, il n'y a pas de liaison aussi directement visible qu'en Russie entre les théories psychologiques et les contenus d'enseignement. Ce sont plutôt les mouvements pédagogiques (Freinet, Education Nouvelle, Groupe français d'éducation nouvelle...) qui favorisent la prise de conscience que l'école sert le développement de la personnalité de l'enfant et ne se limite pas à la transmission de connaissances.

Durant la période des mathématiques modernes, à partir de 1965, le discours des innovateurs est organisé autour de quelques points forts. On affirme le souci d'ouvrir l'enseignement des mathématiques au plus grand nombre. ; on souhaite aussi faire face à la pénurie de scientifiques, on pressent que les mathématiques pourraient trouver des applications nouvelles, par exemple en sciences humaines, on considère les mathématiques comme un langage universel dont la maîtrise est indispensable, quel que soit le domaine d'applications ; on considère les mathématiques comme un langage universel dont la maîtrise est indispensable, quel que soit le domaine d'application (Legrand , 1977, ERMEL, 1977).

A cette période, la référence à Piaget est explicite dans les travaux de l'Institut Pédagogique National (Legrand, 1977). Elle intervient à double titre :

- on veut une mathématiques "expérimentale", qui repose sur des expériences concrètes que fait l'élève, terreau destiné à lui faciliter le passage à l'abstraction (cf. programmes de sixième de 1960),

- on reconnaît dans les textes de Piaget l'emploi de modèles mathématiques, ce qui légitime l'enseignement de structures algébrisables.

C'est aussi la voie adoptée par Dienes, que Nicole Picard adapte à la situation française : les élèves reconnaissent des structures isomorphes puis accèdent à l'abstraction.

Les auteurs des ouvrages ERMEL de la première génération (1977, 1978 et 1981) se situent dans ce courant, tout en se faisant l'écho des premiers travaux de didactique de Guy Brousseau, alors même que Guy Brousseau émet déjà des doutes sur le bien-fondé de la théorie de Dienes (Perrin-Glorian, 1994). Les premières publications de l'équipe ERMEL sont encore très influencées par la méthode d'exposition axiomatique : par exemple, l'ouvrage sur le cours préparatoire commence par développer des principes, un discours mathématique savant et rejette à la fin de l'ouvrage la description des séquences qui pourtant sont nécessaires à la compréhension de l'ensemble.

Très vite, l'équipe ERMEL décrit le rôle que les enseignants d'école primaire font jouer aux problèmes-types et aux mots déclencheurs de la résolution (1978). Pour agir contre cette tendance, elle propose, alors, un enseignement où les problèmes ont trois fonctions principales :

- contrôler la maîtrise d'un apprentissage mathématique,
- motiver de nouveaux apprentissages notionnels ou instrumentaux,
- apprendre à chercher.

Les travaux suivants de l'équipe ERMEL conduisent à des publications de plans de cours issus d'essais pratiqués dans plusieurs classes. Bien que les méthodes proposées paraissent difficiles à appliquer (travaux de groupes, débats), des séquences sont décrites, des productions d'élèves y figurent avec leurs maladresses et leurs erreurs, ce qui confère aux ouvrages une valeur d'authenticité que personne ne remet en cause. L'enseignement décrit constitue une sorte d'idéal qui sert de toile de fond pour les cours délivrés dans les écoles normales. Pourtant les instituteurs, en majorité non scientifiques, préfèrent souvent des manuels et des méthodes plus faciles à appliquer : une leçon par page, l'instituteur montre et les élèves recopient l'exemple et font des exercices voisins.

Les commissions ministérielles qui ont préparé les changements de programme de l'école élémentaire ont eu connaissance de travaux expérimentaux, notamment ceux conduits dans le cadre de l'Institut Pédagogique National et des instituts qui l'ont prolongé (Institut National de Recherche et de Documentation Pédagogique, Institut National de Recherche Pédagogique) : l'équipe dirigée par Nicole Picard, puis l'équipe ERMEL dirigée par Jacques Colomb ont été associées à ces commissions. Les programmes officiels intègrent quelques éléments issus de recherches en didactique des mathématiques : par exemple, l'introduction de problèmes de division sans technique opératoire de division, distinction entre opération et technique opératoire, également l'utilisation de variantes pour la pratique d'une pédagogie différenciée. Mais dans l'ensemble, cette influence reste faible : elle apparaît davantage dans les arguments utilisés en faveur des changements de programme que dans le libellé des programmes eux-mêmes.

Depuis les années 1980, l'évolution de l'enseignement primaire suit avec un décalage dans le temps et de manière atténuée les recherches pédagogiques et didactiques, ce qui est de mieux en mieux observé, en raison des recherches pédagogiques et didactiques.

Les inspecteurs de l'éducation nationale<sup>4</sup> recommandent en général une pédagogie basée sur la résolution de problèmes<sup>5</sup>, sans toujours maîtriser les conditions de sa mise en œuvre : le temps réservé à l'enseignement d'une notion donnée s'allonge, l'enseignant ne dispose pas toujours d'une culture mathématique suffisante qui lui permettrait d'exploiter les réponses partielles ou erronées des élèves. Il faut noter, de plus, que le répertoire de dispositifs pédagogiques favorables à la résolution de problèmes ne couvre pas l'ensemble des contenus de l'école primaire. Aussi l'orientation préconisée ne peut-elle être entendue que comme une invitation à infléchir les pratiques.

L'équipe mathématique de l'INRP (1987) étudie l'articulation école/collège à partir de l'observation de 27 classes de cours moyen deuxième année et de 16 classes de sixième. Elle dégage un modèle d'enseignement dominant, "basé sur la succession rapide des activités où dominant l'identification et la reproduction et qui laisse peu de place à la construction et à l'analyse des erreurs".

Cette identification est précisée par d'autres travaux, notamment ceux de Berthelot et Salin (1992), qui proposent deux modélisations de l'enseignant : l'ostension assumée et l'ostension déguisée. Dans l'ostension assumée, l'enseignant présente les connaissances qu'il veut faire acquérir aux élèves en supposant que les élèves sauront les transposer à d'autres exemples. Dans l'ostension déguisée, au lieu de montrer à l'élève ce qui est à voir, l'enseignant le dissimule derrière la fiction que c'est l'élève lui-même qui découvre le phénomène sur les objets soumis à son observation ou à son action. Comme ce savoir est très élaboré, le maître est obligé de guider l'observation de l'élève vers ce qui est à voir par une succession de questions auxquelles l'élève ne peut donner de sens au moment où elles sont prononcées.

Pour René Berthelot et Marie-Hélène Salin, l'ostension déguisée est une réponse des enseignants à l'injonction des textes officiels de recourir à une pédagogie reposant sur la résolution de problèmes. Comme les enseignants ne disposent en général ni de situations didactiques pertinentes ni des moyens de les gérer en fonction de l'état de connaissances de leurs élèves, ils mettent en œuvre ces dispositifs de fiction, que l'on retrouve d'ailleurs proposés dans la majorité des manuels actuels.

Ce sont, entre autres, ces phénomènes qui avaient conduit Brousseau à parler de la dévolution du problème à l'élève : il ne suffit pas qu'un problème paraisse intéressant aux yeux du maître ; il faut encore que les élèves s'approprient ce problème comme un problème pour eux. Depuis que Brousseau a introduit cette question, plusieurs recherches ont été engagées sur les actes de médiation par lesquels le maître conduit les élèves à s'engager dans la situation.

---

<sup>4</sup> Ce sont les supérieurs hiérarchiques des instituteurs et professeurs des écoles. Un inspecteur de l'éducation nationale a la responsabilité d'environ 250 classes en milieu urbain.

<sup>5</sup> Cela apparaît au moment où les inspecteurs formulent leurs demandes de formation à l'institut universitaire de formation des maîtres de leur secteur géographique.

Toutefois, les attitudes professionnelles ne sont jamais totalement tranchées : il y aurait plutôt coexistence de plusieurs courants qui influencent chacun des enseignants avec des nuances plus ou moins marquées. En effet, même aux moments où l'enseignement primaire relevait majoritairement de procédés ostensifs, par exemple entre 1945 et 1970<sup>6</sup>, l'École nouvelle influençait déjà l'enseignement dans des écoles primaires. La pédagogie Freinet, les activités d'éveil, la pédagogie du projet sont aujourd'hui des témoins de cette variété.

D'une manière plus générale, les pratiques des enseignants sont aujourd'hui un sujet de recherche en plein développement, en particulier depuis la création des instituts universitaires de formation des maîtres (IUFM), qu'il s'agisse du choix des situations didactiques, des actes de tutelle avec lesquels l'enseignant aide les élèves, du traitement qu'il fait des erreurs des élèves, de la manière dont il résume et institutionnalise ce qui a été découvert au cours de la leçon.

### **3- Ressemblances et différences entre Russie et France**

Un premier point de ressemblance entre Russie et France est la permanence d'une méthode d'enseignement "traditionnelle" : l'enseignant montre ce que les élèves doivent apprendre et les élèves refont l'exemple présenté avec quelques variantes. En France, ce principe d'enseignement est aujourd'hui déconsidéré : les enseignants sont conduits à recourir au procédé dit d'ostension déguisée, dans lequel ils simulent la méthode de résolution de problèmes sans pouvoir la maîtriser.

A l'époque des mathématiques modernes françaises, se développent des principes pédagogiques voisins en Russie et en France : Elkonin et Davydov recommandent de partir de principes généraux pour arriver aux exemples, ce que l'on peut rapprocher de la méthode axiomatique recommandée dans l'enseignement secondaire français ; les premières étapes de la méthode Galperin-Talysina ressemblent à celles décrites par Dienes. Plus près de nous, la résolution de problèmes recommandée par Matushkin et ses collègues est proche de ce que les didacticiens français tentent de mettre en place. Les prémisses d'un enseignement de la modélisation apparaissent dans l'enseignement secondaire français.

Une différence notable entre la Russie et la France concerne l'usage des références psychologiques dans la description de systèmes d'enseignement : usage très prégnant en Russie et quasiment absent en France, sauf à l'époque des mathématiques modernes. De plus, la Russie insiste sur le développement intégral de l'enfant : tous les programmes d'enseignement proposés par les psychologues mentionnent les interactions entre le développement des compétences intellectuelles, le désir d'apprendre et plus généralement la volonté, les sentiments et les affects. En France, cette dimension est relativement peu représentée dans les travaux de didactique mathématique : on la retrouve plutôt dans les milieux d'innovation militante.

---

<sup>6</sup> On peut s'en convaincre en consultant les manuels de la période.

## **Conclusion**

Nous avons tenté, tout au long de cette partie, de présenter les mouvements d'idées associés à l'enseignement des mathématiques en Russie et en France, sur la base d'un corpus fait de textes officiels, d'études psychologiques, didactiques et pédagogiques. En confirmation, notre équipe franco-russe a entrepris une étude comparative diachronique des représentations des enseignants des deux pays (travaux en cours).

Notre méthode nous assure une bonne fiabilité de l'étude des discours. Cependant elle n'assure pas que les faits sont conformes aux déclarations. Par exemple, l'accent est mis en Russie sur le développement intégral l'enfant, alors qu'en France, la structuration disciplinaire continue d'exister : mais qu'en est-il réellement dans le quotidien de la classe de mathématiques dans chacun des deux pays ? Nous pensons développer prochainement des travaux dans ce sens, en particulier en comparant les pratiques en matière d'évaluation des élèves.



## BIBLIOGRAPHIE

### En français

- Artigue, M., Gras, R., Laborde, C. et Tavnignot, P. (1994), *Vingt ans de didactique en France*, Grenoble: La pensée sauvage.
- Baudelot, C. et Estabiet, R. (1971), *L'école capitaliste en France*, Paris: Maspéro.
- Belhoste, B., Gispert, H. et Hulin, N. (1997) *Les sciences au lycée, un siècle de réformes des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger*, Paris: INRP-Vuibert.
- Berthelot R. et Salin M.-H. (1992) *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, thèse de doctorat, université de Bordeaux 1.
- Bolon, J. (1996) *Comment les enseignants tirent-ils parti des recherches faites en didactique des mathématiques, Le cas de l'enseignement des décimaux à la charnière école-collège*, Thèse de sciences de l'éducation, Université René Descartes Paris V, Paris: IREM de l'université Paris VII.
- Bourdieu, P. et Passeron, J.C. (1964) *Les héritiers. Les étudiants et la culture*. Paris: Ed. de Minuit.
- Bourdieu, P. et Passeron, J.C. (1970), *La reproduction. Éléments pour une théorie du système d'enseignement*, Paris: Ed. de Minuit.
- Choquet, G. (1966), *L'enseignement de la géométrie*, Paris:Hermann.
- Choppin, A. (1992), *Manuels scolaires : histoire et actualité*, Paris: Hachette-Education.
- Dienes, Z. P. (1965), *Comprendre la mathématique*, Paris: OCDL, traduction de Jean Confinda.
- Dienes, Z. P. (1970) *Les six étapes du processus d'apprentissage en mathématiques*, Paris: OCDL
- Dieudonné, J. (1964), *Algèbre linéaire et géométrie élémentaire*, Paris: Hermann
- Duru-Bellat, M. et Van Zanten, A. (1992) *Sociologie de l'école*, Paris: A. Colin.
- Equipe de recherche "Articulation Ecole/Collège (1987), *Les enseignements en CM2 et en 6ème, Ruptures et continuités*, Paris: INRP, collection Rapports de recherches n° 11.
- Ermel (1977), *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire, cycle préparatoire*, Paris: Hatier.
- Ermel (1978), *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire, cycle élémentaire, tome 1*, Hatier.
- Ermel (1981), *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire, cycle moyen, tome 1*, Hatier.
- Fletcher, T.J. (1966), *L'apprentissage de la mathématique aujourd'hui*, Paris: OCDL, adapté de l'anglais par Dubail (F.) et al.
- George, J. (1994), Deux-cents ans d'école normale, in H. Lethierry (ed), *Feu les écoles normales (et les IUFM ?)*, 25-84, Paris: L'Harmattan.
- Huot, H. et Corblin F. (1990), *Guide des manuels scolaires*, Paris: Flammarion, 2 vol.
- Isambert-Jamati, V. (1990), La rigidité d'une institution : structure scolaire et systèmes de valeurs, in *Les savoirs scolaires - Enjeux sociaux des contenus d'enseignement et de leurs réformes* (chap. 2), Paris: Éditions universitaires. (Edition originale, 1966, *Revue française de sociologie*).
- Legrand, L. (1967), Les mathématiques en marche, *Courrier de la recherche pédagogique* n° 31, 3-4.
- Legrand, L. (1977), *Pour une politique démocratique de l'éducation*, Paris: Presses universitaires de France.
- Ministère de l'éducation nationale (1986), *L'école maternelle, son rôle, ses missions*, Paris: CNDP.
- Ministère de l'éducation nationale, de la jeunesse et des sports (1991), *Les cycles à l'école primaire*, Paris: CNDP.
- Ministère de l'éducation nationale (1995), *Programmes de l'école primaire*, Paris:CNDP.
- Perrin-Glorian, M.J. (1994), Théorie des situations didactiques : naissance, développement, perspectives, in M. Artigue, R. Gras, C. Laborde & P. Tavnignot, *Vingt ans de didactique en France, Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud*, (pp. 97-147), Grenoble: La Pensée sauvage.
- Prost, A. (1981), Histoire générale de l'enseignement et de l'éducation en France, Tome IV, *L'école et la famille dans une société en mutation*, Labat.
- Vergnaud, G. (1981), *L'enfant, la mathématique et la réalité*, Berne: Peter Lang

- Vergnaud, G. (1994), *Apprentissages et didactiques. Où en est-on ?*, Paris: Hachette.
- Vergnaud, G., Galkina, T. et Samoylenko, E. (1998), "L'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans des contextes culturels et historiques différents", *MSH informations*, 74,.
- Walusinski, G., (1972) "Prospérité des réformes et vitalité des critiques", *Bulletin de l'APMEP n° 283*.
- Wheeler, D. H. (ed) (1970), *Mathématique dans l'enseignement élémentaire*, Paris: OCDL, traduit de l'anglais par G. Garres et al.

## En russe

- Ananiev, B.G. (1962) *Formirovanie odarennosti* [La formation du talent], *Sklonnosti i odarennost* [La disposition et le talent]. Moscou : Edition de l'Académie des sciences pédagogiques de la Fédération de Russie.
- Blonsky, P.P. (1964) *Izbrannye psikhologicheskie proizvedenyay* [Œuvres psychologiques]. Moscou : Prosveschenie.
- Davydov, V.V. (1986) *Problemy razvivauischego obutcheniya: opyt teoreticheskogo i eksperimentalnogo issledovanyay* [Problèmes de l'éducation de développement: expérience de la recherche théorique et expérimentale]. Moscou: Pedagogika.
- Elkonin, D.B. (1966) Intellectualnye vozmozhnosti mladshikh shkolnikov i sodernanie obutcheniya (Possibilités intellectuelles des élèves de l'école primaire et le contenu de l'enseignement), in D.B. Elkonin, V.V. Davydov (eds.) *Vozrastnye vozmozhnosti usvoeniya znaniy (mladshie klassy shkoly)*, [Possibilités d'apprentissage des connaissances selon l'âge (classes primaires de l'école)], pp. 13-54. Moscou: Prosvescheniye.
- Erdniyev, P. (1970) *Obutchenie matematike v nachalnoj shkole* [L'enseignement des mathématiques à l'école primaire]. Moscou: Prosveschenie.
- Erdniyev, P. (1993) Obutschenie mattematike po UDE [L'enseignement des mathématiques avec agrandissement des unités didactiques], *Natchalnaya Chkola 4*, pp. 23-28 [Ecole primaire].
- Erdniyev, P., Erdniyev, B. (1986) *Ukrupnenie didakticheskikh edinits v obutchenii matematike* [Agrandissement des unités didactiques dans l'enseignement des mathématiques]. Moscou: Prosvescheniye.
- Erdniyev, P., Erdniyev, B.(1988), *Theoriya i methodika obutcheniyaa ukрупneniem didakticheskikh edinits v nachalnoj shkole* [La théorie et la méthode d'enseignement par l'agrandissement des unités didactiques à l'école primaire]. Moscou: Prosvescheniye.
- Erdniyev, P., Erdniyev, B. (1994), *Programma obutcheniya po UDE v nachalnoj shkole*. [Programme d'enseignement par l'agrandissement des unités didactiques à l'école primaire], *Natchalnaya Chkola 10* [Ecole primaire], pp. 55-61.
- Galkina, T., Samoylenko, E., Bolon, J. & Vergnaud, G (1998). "Prepodavanie matematiki vo Frantsii i Rossii" *Narodnoe Obrazovanie*, 7, p.179-189.
- Galperin, P.Ya., Talyzina, N.F. (1957) *Formirovanie nachalnykh geometricheskikh ponyatij na osnove organizovannogo dejstviya uchaschikhsya* (Formation des notions primaires géométriques sur la base des actions organisées des étudiants), *Voprosy Psikhologii 1*, [Questions de Psychologie], pp. 13-24.
- Galperin, P.Ya., Zaporogets, A.V., Elkonin, D.B. (1963) *Problemy formirovaniya znaniy i umenij u chkolnikov i novye metody obutcheniya v chkole* [Problèmes de formation des connaissances et des habiletés chez les élèves et les méthodes nouvelles de l'éducation à l'école], *Voprosy Psikhologii 5* [Questions de Psychologie].
- Galperin, P.Ya. (1965) *Osnovnye rezultaty issledovaniy po probleme « Formirovanie umstvennykh dejstvij i ponaytij »* [Résultats principaux de recherches sur le problème "Formation des actions mentales et des notions"]. Moscou : Edition de l'Université de Moscou.
- Galperin, P.Ya. (1966a) *Method srezov i method poetapnogo formirovaniya v issledovanii detskogo mychleniya* [La méthode des "coups" et la méthode de formation par étapes dans l'étude de la pensée d'enfant], *Voprosy Psikhologii 4* [Questions de Psychologie], pp. 4-16.
- Galperin, P.Ya. (1966b) *Psikhologyay mychleniya i uchenie o poetapnom formirovanii umstvennykh*

- deystvij [La psychologie de la pensée et l'approche de formation par étapes des actions mentales], *Issledovaniya myshleniya v sovetskoj psikhologii* [Recherches sur la pensée dans la psychologie soviétique]. Moscou: Nauka.
- Galperin, P.Ya. (1967). *K teorii programirovannogo obutcheniyay* [De la théorie de l'éducation programmée]. Moscou: Znanie.
- Kolyagin, Yu. M. (1997) Razmyshleniya o nekotorykh problemakh nachalnogo obutcheniya matematike (Réflexions sur quelques problèmes de l'enseignement de mathématique à l'école primaire), *Nachalnaya shkola 4*, [Ecole Primaire], pp. 84-88.
- Makhmutov, M.I. (1975). *Problemnoe obutchenie* [L'enseignement "de problème"]. Moscou: Pedagogika.
- Matushkin, A.M. (1972). *Problemnye situatsii v myshlenii i obutchenii* [Situations "de problème" dans la pensée et l'enseignement], Moscou: Prosvescheniye.
- Peterson, L.G. (1994). Kurs matematiki v novej modeli shkoly « Ekologiya i dialektika » [Cours des mathématiques dans le nouveau modèle de l'école "Ecologie et dialectique"], *Nachalnaya Chkola 12* [Ecole Primaire], pp. 55-61.
- Programmy razvivayushchego obutcheniya. Sistema D.B. Elkonina – V.V. Davydova (1992) [Programmes d'enseignement de développement. Système de D.B.Elkonin-V.V.Davydov] . Moscou: Prosvescheniye.
- Programmy obutcheniya po sisteme akademika L.V. Zankova (1993) [Programmes d'enseignement selon le système de l'académicien L.V.Zankov]. Moscou: Prosvescheniye.
- Skatkin, L.N. (1963) *Obutchenie recheniui prostykh i sostavnykh arifmeticheskikh zadach* [L'enseignement de résolution des problèmes arithmétiques simples et composés]. Moscou: Utchpedgiz.
- Skatkin, L.N. (1965) (Ed.) *Metody nachalnogo obutcheniya matematike* [Méthodes de l'enseignement primaire des mathématiques]. Moscou: Prosvescheniye.
- Talyzina, N.F., Butkin, G.A. (1964) Opyt obutcheniya geometricheskomu dokazatelstvu [Une expérience d'enseignement de preuve géométrique], *Novye issledovaniya v pedagogicheskikh naukakh 193* [Nouvelles recherches dans les sciences pédagogiques].
- Tarasov, L.V. (1992) Integrativno-gumanitarnyj podkhod kak osnova dlya postroeniya novej modeli srednej shkoly [L'approche intégrée - humanitaire comme une base pour la création d'un modèle nouveau de l'école secondaire], *Novaya model shkoly :Ekologiya i dialektika* [Modèle nouveau de l'école: Ecologie et Dialectique].
- Ushinsky, K.D. (1989) Detskyj mir [Le monde enfantin], *Sochineniya v 6 tomakh V.3.*, Moscou: Prosveschenie, p. 22
- Ushinsky, K.D. (1988) Rodnoe slovo [La parole maternelle], *Sochineniya v 6 tomakh V.2.*, Moscou: Prosveschenie, pp. 108-121.
- Vladimirov, V.S., Pontryagin, L.S. , Tykhonov, A.N. (1979) O matematicheskom obrazovanii v shkole [De l'éducation mathématique à l'école], *Mathematika v Shkole* [Les Mathématiques à l'école].
- Vilenkin, N.Ya., Peterson, L.G. (1992) Uchebnaya programma po matematike 1-9 klassy [Programme d'étude en mathématiques pour les classes de 1 à 9 ], *Novaya model shkoly :Ekologiya i dialektika* [Modèle nouveau de l'école: Ecologie et dialectique]. Moscou.
- Vygotsky, L.S. (1935) *Umstvennoe razvitie detej v protsesse obutcheniya* [Développement mental des enfants lors de l'apprentissage]. Moscou-Leningrad: Utchpedgiz.
- Zankov, L.V. (Ed.) *Novaya sistema nachalnogo obutcheniya. 1, 2, 3 klassy* [Nouveau système d'enseignement primaire. 1ère, 2ème, 3ème classes]. Moscou: Prosvescheniye, 1965, 1966, 1967.
- Zankov, L.V. (1963) *O nachalnom obutchenii* [De l'enseignement primaire]. Moscou: Edition de l'Académie des sciences pédagogiques de la Fédération de Russie.
- Zankov, L.V. (1990) *Izbrannye pedagogicheskiye trudy* [Travaux pédagogiques choisis]. Moscou: Pedagogika.



Pour tout renseignement sur les publications diffusées par notre IREM

Vous pouvez soit :

- Consulter notre site WEB

<http://www.irem-paris7.fr.st/>

- Demander notre catalogue en écrivant à

**IREM Université Paris 7  
Case 7018  
2 Place Jussieu  
75251 Paris cedex 05**

**TITRE :**

**L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES EN RUSSIE ET EN FRANCE -  
Quelques aspects historiques et épistémologiques - Influence des grands courants  
psychologiques et didactiques**

**AUTEUR (S) :**

Jeanne BOLON, Tatiana GALKINA, Elena SAMOYLENKO, Gérard VERGNAUD

**RESUME :**

Ce cahier présente des aspects de l'enseignement des mathématiques en Russie et en France qui ont été marqués par l'histoire, la culture et l'idéologie depuis la deuxième moitié du XIXe siècle. Dans chacun des deux pays, l'enseignement public a accordé de l'importance aux mathématiques et a bénéficié du soutien de mathématiciens de renom.

La première partie compare les évolutions récentes de l'enseignement mathématique à l'école primaire, en les situant dans leur contexte historique, à partir d'un corpus constitué principalement de textes officiels et de revues pédagogiques. La conception de l'enseignement primaire n'est pas la même dans les deux pays, en dépit d'une certaine proximité des controverses à l'époque des "mathématiques modernes".

La deuxième partie situe l'évolution de l'enseignement mathématique par rapport aux grands courants psychologiques et didactiques et tout particulièrement au XXe siècle. Les ressemblances les plus fortes entre les deux pays portent sur la période des mathématiques modernes. En dehors de cette période, les deux pays ont une tradition très différente dans l'articulation entre les courants psychologiques et le système éducatif : les psychologues russes proposent des principes d'enseignement mathématique qui peuvent aller jusqu'à des dispositifs pédagogiques ; en France, la liaison entre courants psychologiques et enseignement mathématique est beaucoup moins apparente.

**MOTS CLES :**

Psychologie ; didactique ; école primaire ; histoire de l'enseignement ; France ; Russie ; programmes d'enseignement.

**Editeur : IREM**

**Université PARIS 7-Denis Diderot**

**Directeur responsable de la  
publication : M. ARTIGUE**

**Case 7018 - 2 Place Jussieu**

**75251 PARIS Cedex 05**

**Dépôt légal : Juillet 2001**

**ISBN : 2-86612-213-5**