BONNES VIEILLES PAGES

Michèle Grégoire

Nouveaux Elémens des Mathématiques de Jean Prestet, LivreVI, Paris, 1689

Nous vous présentons un livre extrait d'un ouvrage peu connu, qui constitue un très intéressant traité d'arithmétique élémentaire ; son contenu est assez comparable à ce qu'on enseigne actuellement en terminale scientifique, et on peut s'étonner de remarquer qu'il est le premier recueil de résultats fondamentaux aussi complet depuis les livres arithmétiques d'Euclide.

On connaît assez peu de choses sur son auteur, Jean Prestet. Né à Chalons sur Marne en 1648, il est assez jeune employé au service de Malebranche, puis devient son élève. Sans doute poussé par Malebranche qui écrit et publie alors *La recherche de la vérité*, Prestet publie en 1675 des *Elémens de Mathématiques*, un traité de référence pour soutenir la réflexion philosophique de Malebranche. Prestet se destine à la prêtrise et, pendant qu'il enseigne dans différentes écoles de l'ordre de l'Oratoire, réécrit différentes versions de ses *Elémens de Mathématiques*. Il publie en 1689 ses *Nouveaux Elémens* dont sont extraites les pages ci-après, et meurt l'année suivante.

L'ouvrage propose une compilation de résultats mathématiques fondamentaux à la manière des *Elements* d'Euclide, contient bien entendu la géométrie élémentaire, mais il insiste surtout sur l'étude des nombres et des proportions et sur les méthodes algébriques héritées de Descartes. Ce sont les méthodes utilisées pour résoudre de nombreux problèmes tant géométriques que de théorie des nombres - quand il reprend par exemple un certain nombre de problèmes issus des *Arithmétiques* de Diophante -. Son intention, explicite dès le titre, est de donner les "principes généraux de toutes les sciences qui ont les grandeurs pour objet". Ainsi qu'il l'expose dans sa préface : "Par le mot grandeur on entend pas seulement l'étendue en longueur largeur et profondeur mais généralement tout ce que l'on conçoit comme capable du plus et du moins et qui se peut mesurer exactement soit parce qu'il est exactement connu soit parce qu'il est supposé tel (ainsi le temps, la pesanteur, la vitesse, les qualités même sensibles, les degrés de perfection...). (...)Tous les rapports exactement connus se pouvant donc exprimer par nombres, il est évident que les nombres renferment toutes les grandeurs de manière intelligible."

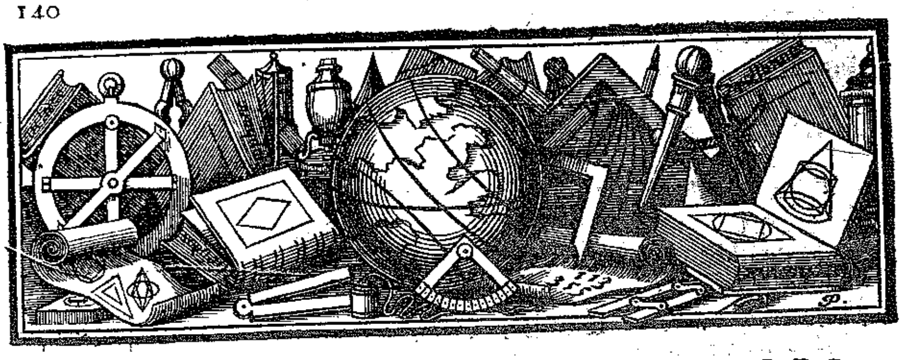
Prestet reconnaît sa dette à l'égard des mathématiciens de l'antiquité, mais à la manière de son temps il considère qu'il faut réécrire et réorganiser leurs traités afin de les rendre plus accessibles et surtout plus éclairants pour les commençants. Il veut mettre en évidence, dans la clarté et la facilité, le bon ordre des propositions qui permette de comprendre ; et aussi, dans l'esprit de Descartes, son maître à penser, il souhaite "donner à l'esprit assez de force et de lumière pour inventer par lui-même", en proposant une méthode. "C'est un défaut qui n'est que trop ordinaire aux mathématiciens des siècles passés que de se contenter d'établir leurs propositions et leurs règles et de les prouver sans se mettre en peine de donner à l'esprit assez de force et de lumière pour les inventer par lui-même. (...) La méthode générale est ce que l'on doit principalement établir sans se mettre inutilement en peine de toutes les vérités qu'on peut découvrir."[1] L'ouvrage de Prestet, bien qu'il constitue une somme des connaissances de bases et des méthodes de la première partie du XVIII$^{\text{ème}}$ siècle eut assez peu d'influence, car il arriva un peu tard, au moment où le calcul infinitésimal, tout à fait absent des Nouveaux Elémens, se diffuse plus largement et éclipse les autres domaines des mathématiques.

Le lecteur trouvera dans le livre VI un ensemble très complet de résultats sur la divisibilité des entiers, les nombres premiers entre eux, le PPCM et le PGCD de deux ou plusieurs nombres, la relation qui lie PPCM et PGCD (prop.48), l'infinité des nombres premiers (prop. 50), le crible d'Eratosthène (prop.52 à 56), des propositions sur le pair et l'impair, une démonstration simple, dans un cas générique tout à fait convaincant, du critère d'Euclide pour construire un nombre parfait , une liste correcte (à une coquille d'imprimerie près) de huit nombre parfaits (prop.33). Le premier résultat fondamental, intitulé théorème I (ou proposition 19), énonce que le produit de deux entiers premiers entre eux est leur plus petit multiple commun. Sa démonstration repose sur une utilisation assez complexe de l'algorithme d'Euclide et ce résultat servira d'outil de démonstration dans de nombreux raisonnements. Un de ses corollaires immédiats est, à la proposition 22, ce que l'on appelle le théorème de Gauss. Une autre conséquence tout à fait remarquable que Prestet tire de son théorème I est la détermination de tous les diviseurs d'un nombre, qu'il soit donné explicitement comme il le fait dans un certain nombre d'exemples, ou qu'il soit écrit sous forme d'une expression littérale (prop. 23 à 32). Il effectue donc en pratique, sur ses exemples, la décomposition en facteurs premiers d'un entier mais démontre aussi qu'un nombre quelconque ainsi décomposé en facteurs premiers n'a pas d'autres diviseurs que les divers produits que l'on peut fabriquer à l'aide de ces facteurs[2]. Prestet est, en avance sur son temps, le premier qui cherche à prouver qu'il a bien tous les diviseurs d'un entier et sa démarche est en fait celle de Gauss énonçant ce qu'on appelle maintenant le théorème fondamental de l'arithmétique, c'est à dire l'unicité de la décomposition en facteurs premiers de tout entier.

Nous remercions chaleureusement Catherine GOLDSTEIN de nous avoir permis de reproduire ici ces pages de l'exemplaire des *Nouveaux Elémens* qu'elle possède et renvoyons le lecteur plus curieux à son article *On a Seventeenth Century Version of the "Fundamental Theorem of Arithmetic"*, in Historia Mathematica 19 (1992), p.177-187.

[1] Préface

[2] Le livre VI fait suite à un livre de combinatoire dans lequel Prestet donne, entre autres, des techniques pour dénombrer et faire la liste de tous les produits que l'on peut former à l'aide d'un certain nombre de grandeurs données.



NOUVEAUX ELEMENS DES MATHEMATIQUES.

LIVRE SIXIEME.

DE LA DIVISION GENERALE *DES GRANDEURS.*

DEFINITIONS.

JE nomme ***grandeur entiére*** toute grandeur où l'on ne conçoit aucun partage, & même chacun des nombres entiers.

Et j'appelle ***diviſeur entier***, ou ſimplement ***diviſeur*** ou ***meſure*** d'un nombre ou d'une grandeur entiére, chaque nombre entier qui peut diviſer au juſte le nombre, ou chaque grandeur entiére qui peut diviſer la grandeur exactement & ſans reſte; & même l'unité. Ainſi 1 & 2 & 3 & 6 ſeront chacun un diviſeur ou une meſure du nombre 6; parce qu'il y a 6 fois 1 au juſte dans 6, & auſſi 2 fois 3, & encore 1 fois 6. Et pareillement 1, a, b, ab, ſont chacune un diviſeur ou une meſure de la grandeur ab; parceque diviſant ab par 1, l'expoſant eſt ab; & le diviſant par b, l'expoſant eſt a; & le diviſant par ab, l'expoſant eſt 1. Et pareillement 1, $a+b$, $a-b$, $aa-bb$, ſont chacune un diviſeur ou une meſure de la grandeur $aa-bb$; puiſque diviſant $aa-bb$ par 1, & par $a+b$, & par $a-b$, & par $aa-bb$; le premier expoſant eſt $aa-bb$, & le ſecond $a-b$, & le troiſiéme $a+b$, & le quatriéme 1.

Et je nommerai aussi *diviseur commun* ou *mesure commune* de divers nombres, ou de diverses grandeurs entiéres, tout nombre entier qui pourra diviser chacun des divers nombres, ou toute grandeur entiére qui pourra diviser chacune des diverses grandeurs éxactement & sans aucun reste. Ainsi 1, 2, 3, 6, sont chacun un diviseur commun, ou une mesure commune des deux nombres 18 & 24; parce qu'on trouve en 18 qu'il y a au juste 18 fois 1, & 9 fois 2, & 6 fois 3, & 3 fois 6; & dans 24 qu'il y a pareillement au juste 24 fois 1, & 12 fois 2, & 8 fois 3, & 4 fois 6. Et par la même raison 1 & 5 sont chacun une mesure commune, ou un diviseur commun des trois nombres 10, 15, 25. Et pareillement 1 & *a* sont chacune un diviseur commun, ou une mesure commune des grandeurs *ab* & *ac*. Et 1, *a*, *b*, *ab*, chacune un diviseur commun, ou une mesure commune des grandeurs *ab* & *ac*. Et 1, *a*, *b*, *ab*, chacune un diviseur commun, ou une mesure commune des trois diverses grandeurs *abc*, *abd*, *abe*. Et 1 & $a + b$ des diviseurs communs des grandeurs $aa + 2ab + bb$ & $aa - bb$ & $aa + 2ab + bb + ac + bc$.

Je nommerai *nombres simples* ou *premiers*, ceux qu'on ne peut diviser au juste ou sans reste par aucun autre entier que par eux-mêmes ou par l'unité; comme chacun des dix 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23.

Et tous les autres, ou ceux qui peuvent être divisez sans reste par un autre entier que par eux-mêmes ou par l'unité, seront nommez *des nombres composez*; comme chacun des douze 2, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20.

Et on dit aussi que ces nombres composez sont *multiples* de leurs diviseurs. Et qu'ils sont *doubles*, s'ils les contiennent au juste 2 fois. Et *quadruples*, ou *quintuples*, ou *sextuples*, ou *septuples*, ou *décuples*; si c'est 4 fois, ou 5 fois, ou 6 fois, ou 7 fois, ou 10 fois.

Et les diviseurs sont aussi nommez *soûmultiples* de ceux qu'ils divisent sans reste. *Soûdoubles* ou leurs *moitiez*, s'ils s'y trouvent au juste 2 fois. Et *soûtriples* ou *tiers*, si c'est 3 fois au juste. Et *soûquadruples* ou *quarts*, si c'est 4 fois. Et *sousquintuples*, *soussextuples*, *sousseptuples*, *soudécuples*; si c'est 5 fois, ou 6 fois, ou sept fois, ou 10 fois, &c. Ou plus simplement *cinquiémes*, *sixiémes*, *septiémes*, *dixiémes*. Et pour les autres pareillement *huitiémes*, *neuviémes*, *onziémes*, *douziémes*, & ainsi du reste jusques à l'infini.

On nomme *nombres pairs* tous ceux que 2 peut diviser sans reste. Et *pairement pairs* ceux que 2 fois 2, ou 4, divise aussi sans reste. Et tous ceux, que 2 ne peut diviser sans reste, sont nommez *nombres impairs*. Et on nomme encore *nombres pairement impairs*, tous ceux qui peuvent être au juste divisez par 2, & ne le peuvent être au juste ou sans reste par 4.

Nombres pairs 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. 20. 22. 24. 26.
pairement pairs · 4. 8. 12. 16. 20. 24.
Nombres impairs 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27.
pairement impairs 2. 6. 10. 14. 18. 22. 26.

S iij

Je nommerai encore en général *grandeur simple* toute grandeur litterale & linéaire. Et grandeur *composée* toute autre, ou plane, ou solide, ou de divers degrez. Ainsi les grandeurs a, b, $a+b$, $a-b$, seront nommées simples, & les grandeurs ab, $ab+ad$, $ab+cd$, a^3-b^3 seront appellées composées.

Si divers nombres n'ont point de diviseur commun autre que l'unité, on dit qu'ils sont *premiers entr'eux*, quoi qu'ils soient souvent composez en eux-mêmes. Ainsi les nombres 2 & 9 sont premiers entr'eux, quoique 9 soit composé. Et pareillement les deux 6 & 13 sont premiers entr'eux. Et aussi les trois 2, 6, 25, quoique 2 & 6 aient un diviseur commun 2. Et les quatre 8, 15, 35, 49, sont premiers entr'eux.

Mais si deux nombres ont un diviseur commun ou une mesure commune autre que l'unité; on dit qu'ils sont *composez entr'eux*, quoique souvent l'un d'entr'eux soit un nombre simple. Ainsi les nombres 3 & 6 sont composez entr'eux, quoique 3 soit un nombre simple. Et pareillement les deux 5 & 10 sont composez entr'eux. Et aussi les trois 2, 12, 18. Et les quatre 6, 18, 9, 15.

Et je dirai pareillement que les grandeurs sont *premiéres entr'elles*, si elles n'ont aucun diviseur commun excepté l'unité. Et qu'elles sont *composées entr'elles*, si elles en ont quelque autre. Ainsi les grandeurs ab & cd sont premiéres entr'elles; & les deux a & ab sont composées entr'elles.

Un nombre est appellé *parfait*, lorsqu'il est parfaitement égal à tous ses diviseurs ensemble, qui sont moindres que luy. Comme 6 qui est parfaitement égal à tous ses diviseurs ensemble 1, 2, 3.

I COROLLAIRE.

1. TOute grandeur peut être divisée sans reste par elle-même; puis qu'elle est toûjours au juste une fois dans elle-même.

II COROLLAIRE.

2. LE plus grand diviseur entier de chaque grandeur est la grandeur même; puis qu'elle n'en peut [b] jamais contenir au juste une autre plus grande.

b. 6. 1.

III COROLLAIRE.

3. LE moindre diviseur d'un nombre est toûjours l'unité; puis que tout autre diviseur entier est toûjours un nombre, qui contient [b] au juste plusieurs unitez.

b. définition.

IV COROLLAIRE.

4. LE plus grand diviseur commun de deux ou de plusieurs nombres ne surpasse jamais le [b] moindre de ces nombres, ni l'unité le plus petit [c] de leurs diviseurs communs.

b. 2.
c. 3.

V COROLLAIRE.

5. SI un nombre *a* meſure ou diviſe ſans reſte un autre nombre *z*, il eſt le plus grand diviſeur commun des deux *a* & *z*; parce qu'il eſt diviſeur [b] de luy-même, & qu'il n'en peut point [c] avoir un plus grand.

a. *z.* / 3. 12. — b. 1. c. 2.

VI COROLLAIRE.

6. SI deux nombres *a* & *z* ſont compoſez entr'eux, & *a* un nombre ſimple; il eſt luy-même un [c] diviſeur de *z*. Puiſque le nombre ſimple *a*, par la [b] ſuppoſition, ne peut avoir aucun diviſeur que luy-même ou l'unité; ni par conſéquent les deux *a* & *z* aucun diviſeur commun que le nombre *a* ou 1.

a. *z.* / 3. 12. — b. *définition.* c. 5.

VII COROLLAIRE.

7. SI deux nombres *a* & *z* ſont premiers entr'eux, & qu'un nombre *g* meſure l'un ſans reſte; ce même *g* eſt [b] premier à l'égard de l'autre. Puis qu'aucun nombre, autre que l'unité, n'en peut [b] meſurer deux qui ſont premiers entr'eux.

a. *z.* *g.* / 6. 25. 3. — *a.* *z.* *g.* / 6. 25. 5. — b. *définition.*

VIII COROLLAIRE.

8. SI un nombre ſimple *a* ne peut diviſer un nombre *y* ſans reſte; ces deux nombres *a* & *z* ſont premiers entr'eux. Puiſque le nombre *a* n'a point [b] de diviſeur que luy-même ou l'unité, ni les deux *a* & *z* par conſéquent que l'unité ſeule pour meſure commune.

a. *z.* / 3. 16. — b. *définition.*

IX COROLLAIRE.

9. SI une grandeur *a* meſure ou diviſe ſans reſte une autre grandeur *z*, & que la grandeur *z* en meſure auſſi ſans reſte une troiſiéme *y*; la premiére *a* meſure enſuitte la troiſiéme *y*.

Car nommant *b* l'expoſant entier de la diviſion de *z* par *a*; le produit *ab* du diviſeur *a* par l'expoſant *b* eſt [b] égal à la grandeur *z*, & peut auſſi diviſer au juſte la grandeur *y*. Si donc *c* eſt l'expoſant de la diviſion de la grandeur *y* par *ab*, ou par *z*; le produit *abc* du diviſeur *ab* par l'expoſant *c* eſt [b] égal à la grandeur *y*. Comme donc *a* meſure *abc* ſans reſte, ou que l'expoſant *bc*, qui eſt un produit des grandeurs entiéres *b* & *c*, eſt une grandeur entiére, la 1^{ere} grandeur *a* meſure auſſi la 3^{e} *y* au juſte ou ſans reſte.

3. 6. 30. 2. 5. 10. / *a.* *z.* *y.* *b.* *c.* *bc.* / *ab.* *abc.* — b. 18. 2.

X COROLLAIRE.

10. SI un nombre *a* diviſe au juſte un nombre *z*, & qu'un nombre *b* diviſe encore au juſte l'expoſant *y*, & un nouveau *c* l'expoſant *x*, & un quatriéme *d* l'expoſant *v*, & que le dernier expoſant *e* ſoit auſſi diviſé par luy-même; le nombre *z* eſt égal au produit *abcde* des diviſeurs ſucceſ-

ſifs, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, & peut avoir pour diverſeur chacun de ces mêmes nombres, & chacun de leurs divers produits alternatifs.

b. 18. 2. Car le produit *de* du diviſeur *d* par le dernier expoſant *e*, eſt égal [b] au pénultiéme *v*. Et pareillement le produit *cv*, ou *cde*, du diviſeur *c* par *v*, ou par *de*, égal [b] au pénultiéme expoſant *x*. Et le produit *bx*, ou *bcde*, eſt [b] égal à l'expoſant *y*. Et le produit *ay*, ou *abcde*, du diviſeur *a* par *y*, ou par *bcde*, eſt égal [b] au nombre même *z*. Et les cinq diviſeurs ſucceſſifs *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, & leurs 10 plans alternatifs *ab*, *ac*, *ad*, *ae*, *bc*, *bd*, *be*, *cd*, *ce*, *de*; & leurs 10 ſolides alternatifs *abc*, *abd*, *abe*, *acd*, *ace*, *ade*, *bcd*, *bce*, *bde*, *cde*; & leurs cinq ſurſolides alternatifs *abcd*, *abce*, *abde*, *acde*, *bcde*; & le
c. 9. produit même entier *abcde*; ſont chacun un diviſeur [c] éxact du nombre *abcde*, ou de *z* qui eſt le même.

abcde. *bcde*. *cde*. *de*. *e*. 1.
z. *y*. *x*. *v*. *e*.
2310.(770.(154.(77.(11.(1.
{3. 5. 2. 7. 11.
{*a*. *b*. *c*. *d*. *e*.

{*ab*. *ac*. *ad*. *ae*. *bc*. *bd*. *be*. *cd*. *ce*. *de*.
{15. 6. 21. 33. 10. 35. 55. 14. 22. 77.
{*abc*. *abd*. *abe*. *acd*. *ace*. *ade*. *bcd*. *bce*. *bde*. *cde*.
{30. 105. 165. 42. 66. 231. 70. 110. 385. 154.
{*abcd*. *abce*. *abde*. *acde*. *bcde*. {*abcde*.
{210. 330. 1155. 462. 770. {2310.

XI COROLLAIRE.

11. TOut nombre entier *z* eſt diviſible par un nombre ſimple.

b. 1. Car s'il eſt ſimple, il ſe peut diviſer luy-même [b] au juſte & ſans reſte. Et s'il eſt compoſé; un de ſes diviſeurs, comme *y*, eſt ſimple ou compoſé; ſi ce diviſeur eſt ſimple, c'eſt ce que l'on prétend. Et s'il eſt compoſé, un de ſes diviſeurs, comme *y*, qui eſt moindre que luy, eſt ſimple ou compoſé. Et s'il eſt encore compoſé; un des ſiens, comme *x*, moindre encore que luy eſt pareillement ou ſimple ou compoſé. Et comme on ne peut pas reïtérer de ſemblables raiſonnemens plus de fois qu'il y a d'unitez dans *y* ou dans *x*, il en faudra venir enfin à un dernier diviſeur comme *t* moindre que chacun de ceux qui l'auront précédé, & qui n'aura point d'autre diviſeur que luy-même ou l'unité, ou qui ſera ſimple. Mais ce nombre *t* étant un diviſeur du diviſeur *v*,
c. 9. eſt auſſi un [c] diviſeur du précédent *x* que le pénultiéme *v* meſure. Et comme *x* meſure encore le diviſeur *y*, & *y* le premier nombre *z*, le nombre ſimple *t* meſure [c] au juſte *y*, & [c] l'autre *z* enſuitte que l'on a propoſé.

z. *y*. *x*. *v*. *t*. 1.
2310. 770. 154. 77. 11. 1.

XII COROLLAIRE.

12. SI deux nombres *a* & *z* ſont compoſez entr'eux; quelque nombre ſimple en peut être un diviſeur commun. Parce que tout diviſeur commun *g* des nombres *a* & *z* aura pour meſure
a 11. quelque [a] nombre ſimple *e* ou *t*, qui meſure auſſi
b. 9. chacun [b] de ces mêmes *a* & *z*.

a. *z*. *g*. *e*. *t*.
12. 30. 6. 2. 3.

XIII COROLLAIRE.

13. SI deux nombres n'ont aucun diviſeur commun qui ſoit ſimple, ils ſont premiers entr'eux. Puiſque tous ceux qui ne ſont point premiers

miers entr'eux, ou qui sont composez entr'eux, peuvent avoir [b] quelque nombre simple pour diviseur commun. b. 12.

XIV COROLLAIRE.

14. Si un nombre a mesure chacune des parties z & y d'un nombre; il mesure aussi ce même nombre entier $z + y$. Car si b est l'exposant entier de la partie z divisée sans reste par a, & c l'exposant entier de l'autre partie y aussi divisée par a; le produit ab est [b] égal à la partie z, & le produit ac à la [b] partie y, & tout le nombre $ab + ac$ égal [c] au nombre entier z & y. Mais le diviseur a mesure au juste $ab + ac$, puisque l'exposant $b + c$ est un nombre entier. Et par conséquent le même diviseur a mesure aussi $z + y$ sans reste.

b. 18. 2. c. 9. 1.

$$ab + ac.$$
$$a.\ b.\quad z + y.\ c.\ b + c.$$
$$3.\ 5.\quad 15 + 6.\ 2.\ 5 + 2 \text{ ou } 7$$

XV COROLLAIRE.

15. Si un nombre a mesure une partie z d'un certain nombre x, & qu'il n'en puisse mesurer l'autre partie $x - z$ qui reste; il ne [a] peut mesurer au juste ce même nombre x. Puisque s'il le pouvoit, il mesureroit [b] aussi la partie $x - z$ qui reste. Ce qui repugne à la supposition.

a. 16. 1. b. 14.

$$a.\quad z.\quad x.\quad x - z$$
$$3.\ 21.\ 31.\quad 31 - 21 \text{ ou } 10.$$

XVI COROLLAIRE.

16. Si un nombre a mesure un nombre x & sa partie y; il mesure aussi la partie $x - y$ qui reste. Car si d est l'exposant du nombre x divisé par a, & b l'exposant de la partie y aussi divisée par a; le produit ad est égal [b] au nombre x, & le produit ab égal à la [b] partie y. Et $ad - ab$ égale à la [c] partie $x - y$ qui reste. Et par conséquent a, qui mesure au juste $ad - ab$, puisque l'exposant $d - b$ est un nombre entier, doit aussi mesurer sans reste la partie $x - y$.

b. 18. 2. c. 10. 1.

$$a.\quad x.\quad y.\quad x - y.\ d - b.$$
$$3.\ 21.\ 15.\quad 21 - 15.\ 7 - 5.$$
$$ad - ab.$$

XVII COROLLAIRE.

17. Si deux nombres b & c sont premiers entr'eux; chacun est premier à l'égard de la somme $b + c$ des deux. Car nul diviseur de b ne pouvant [b] estre un diviseur de c, si ce n'est l'unité, nul aussi que l'unité seule ne peut mesurer au juste [c] la somme $b + c$, ou être un diviseur commun des deux nombres b & $b + c$. Et nul nombre par la même raison ne peut être un diviseur commun des [c] deux c & $b + c$, si ce n'est l'unité.

b. supposition. c. 14. plutôt 16

$$b.\quad c.\quad b + c.$$
$$31.\ 7.\ 31 + 7 \text{ ou } 39.$$

XVIII COROLLAIRE.

18. Si deux nombres b & c sont premiers entr'eux, & qu'on ôte une ou plusieurs fois le moindre c de b, autant de fois, par exemple, qu'il

T

y a d'unitez dans *a*; le nombre *c* & le reste *d* sont premiers entr'eux. Car s'ils
étoient composez entr'eux, ou qu'un nombre *e* pût être leur diviseur com-
b. 9. mun; ce même diviseur *e* mesureroit aussi [b] tous les nombres *c* exprimez par
c. 14. *ac*, qu'on auroit pris dans *b*: & par une suitte nécessaire [c] il mesureroit tout
le nombre *b*, ou chacun des deux *b* & *c* qui
sont premiers entr'eux. Ce qui répugne à
la supposition. Et par conséquent *c* & *d*
d. 16. 1. sont [d] premiers entr'eux.

b. c. a. b — *ac. e*
31. 7. 3. 31 — 21 *ou* 10. 1.
d.

I THEOREME.

19. SI deux nombres *b* & *c* sont premiers entr'eux; leur produit *bc* est le plus
petit nombre que l'un & l'autre puisse diviser au juste ou sans reste.

DEMONSTRATION.

Soit *z* le plus petit des nombres que *b* & *c* mesurent l'un & l'autre sans
reste, & *c* le moindre des deux *b* & *c*. Afin que *c* mesure les nombres *b* tous
ensemble que *z* comprend au juste, il faut que *c* étant pris dans chacun
de ces nombres *b* autant de fois qu'il s'y peut trouver, les restes *d* puissent
b. 9 & 15. encore être tous ensemble [b] mesurez par *c*, ou que *c* & *d* mesurent l'un
& l'autre la somme *y* de tous ces restes *d*. Et chaque *b* qui est dans *z* four-
nissant une fois *d* pour *y*, il est clair que *b* est au juste autant de fois dans
c. 18. *z* que *d* dans *y*. Mais *c* & *d*, qui peuvent chacun mesurer *y*, sont [c] premiers
entr'eux. Et *d* qui mesure au juste les nombres *c* tous ensemble que com-
prend *y*, étant pris dans chacun de ces nombres *c* autant de fois qu'il s'y
peut trouver, mesure [b] encore la somme *x* de tous les restes *e*. Et chaque
c qui est dans *y* fournissant aussi une fois *e* pour *x*, il est clair que *c* est au
juste autant de fois dans *y* que le nombre *e* dans *x*. Et continuant de la
même sorte jusqu'au dernier reste qui est toûjours 1, comme ici jusqu'au
dernier reste *f*; le nombre *e* qui mesure au juste les nombres *d* tous ensem-
ble que comprend *x* au juste, mesure [c] encore la somme *v* de tous les restes
f. Et *d* est dans *x* autant de fois au juste que le nombre *f* dans *v*.

Mais il est évident que l'unité *f* n'est pas moins de fois dans *v* que dans
e qui mesure *v* au juste. Et ainsi *d* qui est dans *x* autant de fois au juste que
le nombre *f* dans *v*, n'est pas moins de fois dans *x* que l'unité dans *e*, ou
d. 8. 2. que *d* même dans le produit *de*, puisque *d* est dans *de* autant de fois [d] au
juste qu'il y a d'unitez *f* dans *e*. Donc *x* n'est pas moindre que *de*, ni *e* par
conséquent moins de fois dans *x* que dans le produit *de*, ou qu'il y a [d] d'u-
nitez dans *d*; le nombre *e* étant au juste autant de fois dans *de*, qu'il y a
d'unitez dans *d*. Et on prouvera en remontant de la même sorte que *c*
n'est pas moins de fois dans *y* que dans le produit *cd*, ou qu'il y [d] a d'u-
nitez dans *d*. Et pareillement que *b* n'est pas moins de fois dans *z* que
dans *bc*, ou qu'il y a [d] d'unitez dans *c*; ou ce qui revient au même, il sera
clair, que le moindre nombre *z*, que *b* & *c* puissent chacun mesurer au ju-
ste, n'est pas moindre que leur produit
bc, ou que *z* & *bc* ne sont qu'un même
nombre, & le plus petit que *b* & *c* puis-
sent mesurer au juste.

b. e. bc. d. cd. e. de. f. ef.
12. 7. 84. 5. 35. 2. 10. 1. 2.
z. y. x. v.

I COROLLAIRE.

20. SI deux divers nombres *b* & *c* sont simples; leur produit *bc* est le plus petit nombre [b] que l'un & l'autre puisse mesurer au juste. Puisque ces deux nombres [c] sont premiers entr'eux.

b. *c.* *bc.* b. 19.
11. 7. 77. c. définition.

II COROLLAIRE.

21. SI deux nombres *b* & *c* mesurent au juste l'un & l'autre un même nombre *a*; le moindre comme *z* que chacun des deux *b* & *c* puisse mesurer au juste, peut aussi mesurer cet autre *a* sans reste. Car *z* ne peut surpasser *a* par la supposition. Et si *z* & *a* sont égaux; le nombre *z* ou *a* se mesure [b] luy-même. Et si *z* est moindre que le nombre *a*; les deux *b* & *c*, b. 14.
qui mesurent *a* l'un & l'autre au juste, mesurent aussi tous les nombres *z* ensemble [c] qu'on pourra prendre en *a*, & encore le [d] reste *e* s'il s'en peut c. 9.
trouver un. Et ainsi le nombre *z*, plus grand que le reste *e*, n'est pas le d. 15.
moindre que chacun des deux *b* & *c* puisse mesurer au juste. Ce qui repugne à la supposition. Le reste *e* est donc [e] nul, & *z* mesure [e] au juste le nombre *a*.

b. *z.* *a.* *c.* *e.*
12. 84. 168. 7. 0. e. 16. 1.

III COROLLAIRE.

22. SI un nombre *d* mesure au juste un produit *bc* de deux nombres *b* & *c*, & que *c* & *d* soient premiers entr'eux; le nombre *d* est un diviseur de l'autre nombre *b*. Car *c* & *d* étant premiers entr'eux, & chacun mesurant au juste le produit *bc*; leur produit *cd*, qui est le moindre nombre [b] que b. 19.
l'un & l'autre puisse mesurer au juste, est [c] un diviseur de *bc*. Si donc *e* est c. 21.
l'exposant entier de la division de *bc* par *cd*; le nombre *bc* est égal [d] au produit *cde* du diviseur *cd* par l'exposant *e*. d. 18. 2.
Et si on divise l'un & l'autre par *c*; les exposans *b* & *de* sont [e] égaux, ou ne sont qu'un même nombre. Mais si on divise *de* par *d*, on aura l'exposant entier *e*. Et ainsi *d* est un diviseur du nombre *de* ou *b*.

d. *bc.* *b.* *c.* *cd.* *e.* e. 27. 3.
4. 84. 12. 7. 28. 3.
cde. *de.*

IV COROLLAIRE.

23. SI deux divers nombres *a* & *b* sont simples; tout diviseur de leur plan, ou produit *ab*, est 1, ou *a*, ou *b*, ou *ab*. Car nommant *z* tel diviseur qu'on voudra du nombre plan *ab*. Si les nombres *a* & *z* sont premiers entr'eux, le nombre *z* sera un diviseur [b] du nombre simple *b*, c'est à dire 1 ou *b*, qui sont eux seuls [c] les diviseurs du nombre simple *b*.

1. 2. 3. 6. 1. 2. 3. 6. b. 22.
1. *a.* *b.* *ab.* 1. *a.* *b.* *ab.*
z. *z.* c. définition.

Et si les nombres *a* & *z* sont composez entr'eux; le simple *a* sera un [d] diviseur de *z*. d. 6.
Et nommant *y* l'exposant entier de la division de *z* par *a*, le produit *ay* est égal [e] au nombre *z*, & peut aussi mesurer *ab*, dont *z* est diviseur. e. 18. 2.
Et nommant encore *x* l'exposant entier de la division du nombre

T ij

c. 18. 2. *ab* par *ay* ou *z*, le produit *ayx* eſt égal [c] au nombre *ab*. Et diviſant *ayx* &
f. 27. 3. *ab* par *a*, les expoſans *yx* & *b* ſont [f] égaux, ou ne ſont qu'un même nombre. Et par conſéquent 1 & *b*, qui ſont les diviſeurs de *b*, ſont auſſi les ſeuls diviſeurs du nombre *yx*. Et ainſi le diviſeur *y*, qui eſt entier, eſt nécéſſairement 1 ou *b*; & *ay*, ou *z* ſon égal, eſt le nombre ſimple 1*a*, ou le nombre plan *ab*. Si donc deux nombres *a* & *b* ſont ſimples, tout diviſeur *z* de leur plan *ab* eſt un ſeul des quatre 1, *a*, *b*, *ab*.

1.	2.	3.	6.
1.	*a*.	*b*.	*ab*.
y.	*z*.	*x*.	*ayx*.
		yx.	

1.	2.	3.	6.
1.	*a*.	*b*.	*ab*.
	x.	*y*.	*z*.
		yx.	
			ayx.

V COROLLAIRE.

24. SI trois divers nombres *a*, *b*, *c*, ſont ſimples; tout diviſeur de leur ſolide *abc* eſt un des quatre du nombre *ab*, ou un des produits de ces quatre par *c*, c'eſt à dire un des huit 1, *a*, *b*, *ab*, *c*, *ac*, *bc*, *abc*.

Car nommant *z* tel diviſeur qu'on voudra du ſolide *abc*. Si les nombres *c* & *z* ſont premiers entr'eux, le nombre *z* ſera un diviſeur du nombre
b. 22. plan [b] *ab*, ou l'un des [c] quatre 1, *a*, *b*, *ab*.
c. 23.

1.	2.	3.	6.	5.	30.
1.	*a*.	*b*.	*ab*.	*c*.	*abc*.
z.					

1.	2.	3.	6.	5.	30.
1.	*a*.	*b*.	*ab*.	*c*.	*abc*.
	z.				

1.	2.	3.	6.	5.	30.
1.	*a*.	*b*.	*ab*.	*c*.	*abc*.
		z.			

1.	2.	3.	6.	5.	30.
1.	*a*.	*b*.	*ab*.	*c*.	*abc*.
			z.		

d. 6. Et ſi les nombres *c* & *z* ſont compoſez entr'eux; le nombre *c* ſera [d] un diviſeur de *z*. Et nommant *y* l'expoſant de la diviſion du nombre *z* par *c*, le
e. 18. 2. produit *cy* [e] eſt égal à *z*, & peut auſſi diviſer au juſte *abc*, dont *z* eſt diviſeur. Et nommant encore *x* l'expoſant de la diviſion du nombre *abc* par *cy*, le produit *cyx* eſt égal [e] au nombre *abc*. Et diviſant *cyx* & *abc* par *c*, les ex-
f. 27. 3. poſans *yx* & *ab* ſont [f] égaux, ou ne ſont qu'un même nombre. Et par conſéquent 1, *a*, *b*, *ab*, qui ſont les ſeuls diviſeurs du nombre plan *ab*, ſont
g. 23. auſſi les ſeuls du plan *yx*, & le diviſeur *y* du nombre *yx* eſt [g] néceſſairement ou 1, ou *a*, ou *b*, ou *ab*; & le nombre *cy*, ou *z* qui luy eſt égal, un produit de *c* par 1, ou par *a*, ou par *b*, ou par le plan *ab*; c'eſt à dire un des nombres 1*c*, *ac*, *bc*, *abc*. Si donc trois divers nombres *a*, *b*, *c*, ſont ſimples, tout diviſeur de leur ſolide *abc* eſt un des huit 1, *a*, *b*, *ab*, *c*, *ac*, *bc*, *abc*, qui ſont auſſi les mêmes que les quatre ſimples 1, *a*, *b*, *c*, & leurs 3 plans alternatifs *ab*, *ac*, *bc*, & leur ſolide unique *abc*.

1.	2.	3.	6.	5.	30.
1.	*a*.	*b*.	*ab*.	*c*.	*abc*.
y.			*x*.	*z*.	
			yx.	*cy*.	*cyx*.

1.	2.	3.	6.	5.	10.	30.
1.	*a*.	*b*.	*ab*.	*c*.	*ac*.	*abc*.
	y.	*x*.			*z*.	
			yx.		*cy*.	*cyx*.

1.	2.	3.	6.	5.	15.	30.
1.	*a*.	*b*.	*ab*.	*c*.	*bc*.	*abc*.
	x.	*y*.			*z*.	
			yx.		*cy*.	*cyx*.

1.	2.	3.	6.	5.	30.
1.	*a*.	*b*.	*ab*.	*c*.	*abc*.
x.			*y*.		*z*.
					cy.
					cyx.

VI COROLLAIRE.

25. ON pourra démontrer en suivant le même ordre, que si quatre nombres *a*, *b*, *c*, *d*, sont simples; leur sursolide *abcd* ne peut avoir aucun diviseur que l'un des huit du solide *abc*, ou l'un des produits de ces huit par *d*, ou qu'un des seize 1, *a*, *b*, *ab*, *c*, *ac*, *bc*, *abc*, *d*, *ad*, *bd*, *abd*, *cd*, *acd*, *bcd*, *abcd*, qui sont les simples même 1, *a*, *b*, *c*, *d*, & leurs 6 plans alternatifs, & leurs 4 solides alternatifs, & leur sursolide unique *abcd*.

Et pareillement le produit *abcde* des cinq nombres simples *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, ne peut avoir que les 16 précédens, & les produits de ces 16 par *e*; c'est à dire que 2 fois 16, ou 32 diviseurs, qui seront les 6 simples 1, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, & leurs 10 plans alternatifs, & leurs 10 solides alternatifs, & leurs 5 sursolides alternatifs, & leur produit unique des 5 degrez *abcde*.

Et le produit *abcdef* n'auroit pareillement que 2 fois 32, ou 64 diviseurs, qui seroient les simples 1, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, & leurs 15 plans alternatifs, & leurs 20 solides alternatifs, & leurs 15 sursolides alternatifs, & leurs 6 produits alternatifs de 5 degrez, & leur produit unique de 5 degrez *abcdef*. Et on peut continuer de la même sorte jusques à l'infini.

VII COROLLAIRE.

26. LE plan de deux nombres simples, ou le solide de trois, ou le sursolide de quatre, ou le produit de plusieurs, ne peut avoir aucun diviseur simple que [b] l'unité, ou l'un des deux, ou des trois, ou des quatre simples, &c, dont on suppose qu'il est un produit; comme le produit *abcdefgh* des simples *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, aucun diviseur simple que l'un de ces huit mêmes, ou l'unité. b. 23. 24. 25.

VIII COROLLAIRE.

27. SI le nombre *a* est simple; tout diviseur de son quarré *aa* est un seul des trois 1, *a*, *aa*. Et tout diviseur de son cube a^3, un seul des quatre 1, *a*, *aa*, a^3. Et de son quarré de quarré a^4, un seul des cinq 1, *a*, *aa*, a^3, a^4. Et de la 5^e puissance a^5, un seul des six 1, *a*, *aa*, a^3, a^4, a^5. Et ainsi des autres jusques à l'infini. Parce que tous les diviseurs simples de ces diverses puissances ne sont que l'unité, & le seul nombre simple *a*; & tous leurs plans alternatifs qu'un même quarré *aa*; & tous leurs sursolides qu'un même cube a^3. Et ainsi du reste.

Puissances	1.	*a*.	*aa*.	a^3.	a^4.	a^5.	a^6.	a^7.	a^8.	a^9.	a^{10}.	a^{11}.	a^{12}.	&c.
Nombres des diviseurs	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	&c.

IX COROLLAIRE.

28. SI les nombres *a* & *b* sont simples; tout diviseur *aab* des trois *a*, *a*, *b*, est un des trois 1, *a*, *aa*, ou l'un des divers produits de ces trois par *b*; c'est à dire, un des six 1, *a*, *aa*, 1*b*, *ab*, *aab*. Parceque tous les plans alternatifs des simples *a*, *a*, *b*, sont *aa* & *ab*.

T iij

Et tout diviſeur du ſurſolide *aabb* des quatre *a*, *a*, *b*, *b*, eſt un des 6 précédens, ou l'un des produits des 3 derniers par *b*; c'eſt à dire un des 9 diviſeurs 1, *a*, *aa*, 1*b*, *ab*, *aab*, 1*bb*, *abb*, *aabb*. Parceque tous les plans alternatifs des quatre nombres ſimples *a*, *a*, *b*, *b*, ſont *aa*, *ab*, *bb*; & tous leurs ſolides alternatifs, les deux *aab*, *abb*; Ou parceque les 6 produits alternatifs *aa*, *ab*, *aab*, *bb*, *abb*, *aabb*, ſont tous ceux des 4 nombres ſimples *a*, *a*, *b*, *b*.

Et pareillement tout diviſeur du produit *aabbb* des cinq nombres ſimples *a*, *a*, *b*, *b*, *b*, eſt un des 9 précédens, ou un des trois produits des trois derniers de ces 9 par *b*. Mais tout diviſeur du produit aab^3c auroit un des 12 précédens, ou un de leurs produits par *c*. Et tout produit du nouveau aab^3cc des ſept nombres ſimples *a*, *a*, *b*, *b*, *b*, *c*, *c*, auroit l'un de ces 24 diviſeurs, ou l'un des produits des 12 derniers par *c*. Et aab^3ccd auroit ces 36, & les produits de ces 36 par *d*, ou 72 diviſeurs. Et ainſi des autres.

1.	*a*.	*aa*.	3.	12
1*b*.	*ab*.	*aab*.	3.	
1*bb*.	*abb*.	*aabb*.	3.	
$1b^3$.	ab^3.	aab^3.	3.	

1*c*.	*ac*.	*aac*.	1*bc*.	*abc*.	*aabc*.	1*bbc*.	*abbc*.	*aabbc*.	$1b^3c$.	ab^3c.	aab^3c.	12
1*cc*.	*acc*.	*aacc*.	1*bcc*.	*abcc*.	*aabcc*.	1*bbcc*.	*abbcc*.	*aabbcc*.	$1b^3cc$.	ab^3cc.	aab^3cc.	12
1*d*.	*ad*.	*aad*.	1*bd*.	*abd*.	*aabd*.	1*bbd*.	*abbd*.	*aabbd*.	$1b^3d$.	ab^3d.	aab^3d.	36
1*cd*.	*acd*.	*aacd*.	1*bcd*.	1*abcd*.	*aabcd*.	1*bbcd*.	*abbcd*.	*aabbcd*.	$1b^3cd$.	ab^3cd.	aab^3cd.	
ccd.	*accd*.	*aaccd*.	1*bccd*.	*abccd*.	*aabccd*.	1*bbccd*.	*abbccd*.	*aabbccd*.	$1b^3ccd$.	ab^3ccd.	aab^3ccd.	

I PROBLEME.

29. P*Our trouver tous les diviſeurs ſimples égaux ou inégaux d'un certain nombre z.*

On le diviſera par 2, s'il eſt pair; & l'expoſant pareillement par 2, s'il eſt encore pair; & auſſi l'expoſant nouveau par 2, s'il eſt pair. Et ainſi de ſuitte juſqu'au premier expoſant impair. Et on diviſera pareillement par 3, s'il eſt poſſible, l'expoſant impair; & par 3 encore, s'il eſt poſſible, l'expoſant qu'on aura trouvé. Et ainſi de ſuitte juſques au premier expoſant, que 3 ne pourra plus diviſer au juſte. Et on tentera par ordre de ſemblables diviſions par 5; & enſuitte par 7; & aprés cela par 11; & par chacun des ſimples qui les ſuivent, juſques à un dernier expoſant qui ſoit ſimple. Et

b. 26 & 28. le problême alors ſera [b] réſolu.

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver tous les diviſeurs ſimples de 462. Je diviſe ce nombre premierement par 2; & enſuitte par 3 l'expoſant impair 231; & par 7 l'expoſant 77, que 3 & 5 ne peuvent diviſer au juſte. Et comme l'expoſant 11 eſt un nombre ſimple; l'opération eſt faite, & donne à connoître que tous les diviſeurs 2, 3, 7, 11, 1, ſont tous les ſimples de 462.

Diviſer 462(231(77(11(1
par 2 3 7 11

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver tous les diviſeurs ſimples de 180. Je le diviſe par 2; & l'exposant 90, qui est un nombre pair, encore par 2; & de nouveau l'exposant impair 45 par 3; & l'exposant 15 aussi par 3. Et comme le dernier exposant 5 est simple; je trouve enfin que tous les diviseurs simples égaux ou inégaux de 180 sont 1, 2, 2, 3, 3, 5.

Diviser 180(90(45(15(5(1
par 2 2 3 3 5

Et on trouvera de la même sorte que tous les diviseurs simples égaux ou inégaux de 540 sont 1, 2, 2, 3, 3, 3, 5. Et que tous ceux de 144 sont 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3.

Diviser 540(270(135(45(15(5(1. *Diviser* 144(72(36(18(9(3(1.
par 2 2 3 3 3 5 *par* 2 2 2 2 3 3

DEMONSTRATION.

Si quelques puissances de divers nombres simples a & b, comme le quarré aa, & le cube b^3, peuvent l'un & l'autre diviser z sans reste; & que l'exposant de la division de z par aa soit y: le produit aay est égal [b] au nombre z, & on peut diviser l'un & l'autre par a; & l'exposant ay encore par a. Et comme a & b sont premiers [c] entr'eux, puisque l'un & l'autre est simple; le cube b^3 qui mesure au juste le nombre z, ou aay, divise aussi sans reste l'exposant ay, & ensuitte l'exposant y par la même raison. Et nommant x l'exposant entier de la division du nombre y par le cube b^3, le produit b^3x est égal [b] au nombre y, & l'autre aab^3x au [d] nombre z ou aay. Et on peut diviser b^3x ou y par b; & l'exposant bbx par b; & encore l'exposant bx par b. Et on démontreroit de la même sorte que tout diviseur simple du nombre aab^3x ou z, & qui est différent des deux a & b, peut encore diviser x au juste. Et ainsi du reste.

b. 18. 2.
c. définition.
d. 20. 3.

2. 3. 540. 4. 135. 27. 5.
z. y. x.
a. b. aay. aa. b^3x. b^3.
aab^3x.

540(270(135 (45(15(5(1. 540(270(45(15(5((1.
Diviser z (aay(ay (y(b^3x (bbx(bx(x(1. *Et* z(aab^3x(ab^3x(b^3x(bbx(bx(x(1.
par a a b b b x *par* a a b b b x
2 2 3 3 3 5

II PROBLEME.

30. Pour trouver tous les diviseurs d'un certain nombre entier.

On en prendra [b] tous les diviseurs simples égaux ou inégaux, & tous les divers produits [c] alternatifs de ces diviseurs simples. Et le problême sera [d] résolu.

b. 29.
c. 3. 5. 6. du Livre 5.
d. 23. 24. 25.

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver tous les diviseurs de 462. J'en cherche tous les simples 2, 3, 7, 11, négligeant l'unité qui ne change point les produits. Et je multiplie le premier 2 par le second 3; & l'un & l'autre, & leur plan 6, par le troisiéme 7. Et chacun des trois 2, 3, 7, & des quatre produits 6, 14, 21, 42, par le quatriéme 7. Et prenant encore 1, je connois que tous les diviseurs de 462 sont les 16 qu'on expose ici.

Diviser 462(231(77(11(1
par 2 3 7 11

1er	2	
2e	3	6
3e	7	14. 21. 42.
4e	11	22. 33. 77. 66. 154. 231. 462.
	1	

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver tous les diviſeurs de 144. J'en cherche tous les ſimples, 2, 2, 2, 2, 3, 3. Et je multiplie le premier 2 par le ſecond qui eſt encore 2. Et le quarré 4 par le troiſiéme 2. Et le cube 8 par le quatriéme 2. Et le premier 2, & chacun des produits 4, 8, 16, par le cinquiéme 3. Et chacun des cinq nombres 3, 6, 12, 24, 48, par le ſixiéme 3. Et prenant encore 1, je connois que tous les diviſeurs de 144 ſont les 15 qu'on expoſe ici.

Diviser 144(72(36(18(9(3(1
par 2 2 2 2 3 3

1er	2	
2e	2	4
3e	2	8
4e	2	16
5e	3	6. 12. 24. 48.
6e	3	9. 18. 36. 72. 144.
7e	1	

Et on trouvera de la même ſorte les 24 diviſeurs du nombre composé 540. Et pareillement les 24 du composé 360.

Diviser 360(180(90(45(15(5(1

1er	2	
2d	2	4.
3e	2	8.
4e	3	6. 12. 24.
5e	3	9. 18. 36. 72.
6e	5	10. 15. 20. 40. 30. 60.
7e	1	120. 45. 90. 180. 360.

Diviser 540(270(135(45(15(5(1

1er	2	
2d	2	4
3e	3	6. 12.
4e	3	9. 18. 36.
5e	3	27. 54. 108.
6e	5	10. 15. 20. 30. 60. 45. 90.
7e	1	180. 135. 270. 540.

III PROBLEME.

31. *Pour connoître combien un nombre composé peut avoir de divers diviſeurs.*

b. 29. On en cherchera [b] tous les ſimples, & on prendra [c] le nombre de tous

4 & 1 du Livre 5. les divers produits alternatifs.

EXEMPLE.

Comme pour ſçavoir combien 15876000 peut avoir de divers diviſeurs. On cherchera tous les ſimples égaux ou inégaux 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 7, 7. Et on prendra 6, pour 1 & pour les 5 égaux 2, 2, 2, 2, 2; & 4 fois 6, pour les 4 égaux 3, 3, 3, 3. Et raſſemblant 6 & 24, la ſomme 30 ſera priſe 3 fois, pour les 3 égaux 5, 5, 5. Et raſſemblant

blant encore 6, 24, 90, la somme 120 sera prise encore 2 fois, pour les 2 égaux 7 & 7. Et enfin les nombres ensemble 6, 24, 90, 240, formeront la somme ou le nombre 360 de tous les diviseurs du nombre proposé, qui sont 1, & les 4 simples 2, 3, 5, 7; & tous les 355 produits alternatifs des 14 simples égaux ou inégaux 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 7, 7. Et si on prend a pour 2, & b pour 3, & c pour 5, & d pour 7. le nombre proposé 1587600 répond au produit $a^5b^4c^3dd$, & on le peut encore exprimer ainsi $2^5 4^4 5^3 7^2$.

Diviser	15876000 (	7938000 (	3969000 (	1984500 (	992250 (	496125
	par 2	2	2	2	2	

Et	496125 (	165375 (	55125 (	18375 (	6125 (	1225 (	245 (	49 (	7 (	1
	par 3	3	3	3	5	5	5	7	7	

IV PROBLEME.

52\. *Pour trouver tous les diviseurs d'une grandeur littérale.*

On la divisera par une linéaire ou simple, ou par une qui n'ait point d'autre diviseur qu'elle-même ou l'unité. Et on divisera l'exposant de la même sorte. Et ainsi du reste. Et on cherchera ensuitte tous [b] les divers produits alternatifs de tous les diviseurs égaux ou inégaux qu'on aura découverts. Et le problême sera résolu. Les exemples éclairciront ces régles.

b. 3 & 6 du Livre 5.

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver tous les diviseurs de la grandeur $a^3b+aabb$. Je la divise premiérement par a; & l'exposant $aab+abb$ encore par a; & l'exposant nouveau $ab+bb$ par b. Et comme le dernier exposant $a+b$ est simple ou linéaire: je multiplie le premier diviseur a par le second a; & les deux grandeurs a & aa par le troisiéme b; & les deux a & b, & les produits aa, ab, aab, par le quatriéme $a+b$. Et je trouve enfin que tous les diviseurs de la grandeur proposée sont les 18 qu'on expose ici, sans conter l'unité.

1er	a		*Diviser* $a^3b+aabb$ ($aab+abb$ ($ab+bb$ ($a+b$ (1
2e	a	aa	*par* a a b $a+b$
3e	b	ab. aab.	
4e	$a+b$	$aa+ab$. $ab+bb$. a^3+aab. $aab+abb$. $a^3b+aabb$.	
5e	1		

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver tous les diviseurs de la grandeur $a^6+2a^4cc+aac^4$. Je la divise premiérement par a; & l'exposant $a^5+2a^3cc+ac^4$ pareillement par a; & l'exposant nouveau $a^4+2aacc+c^4$ ne pouvant être divisé ni par a, ni par c, ni par $a+c$, ni par $a-c$; je le divise par $aa+cc$. Et comme l'exposant est encore cette même grandeur $aa+cc$, qui n'a point d'autre diviseur qu'elle-même ou l'unité: je multiplie le premier diviseur a par le second a; & le premier a, & le produit aa, par le troisiéme $aa+cc$; & ce troisiéme

V

$aa + cc$, & chacun des deux derniers produits $a^3 + acc$, & $a^4 + aacc$, par le quatriéme $aa + cc$. Et je trouve enfin que tous les diviſeurs de la grandeur $a^6 + 2a^4cc + aac^4$ ſont les dix qu'on expoſe ici.

1ere	a	*Diviſer* $a^6 + 2a^4cc + aac^4$ ($a^5 + 2a^3cc + ac^4$ ($a^4 + 2a^2cc + c^4$ ($aa + cc$ (1
2e	a	aa. *par* a $\quad$ a $\quad$ $aa + cc$ $\quad$ $aa + cc$
3e	$aa + cc$	$a^3 + acc$. $a^4 + aacc$.
4e	$aa + cc$	$a^4 + 2aacc + c^4$. $a^5 + 2a^3cc + ac^4$. $a^6 + 2a^4cc + aac^4$.
5e	1	

I COROLLAIRE.

33. SI on prend par ordre 1, & 2, & les puiſſances ſucceſſives de 2, juſques à ce qu'on ait une ſomme qui ſoit un nombre ſimple; le produit de ce nombre ſimple par la derniére des puiſſances ſucceſſives de 2, que l'on aura priſes, eſt un nombre parfait.

DEMONSTRATION.

Si le nombre 2 eſt dénommé par a, & que la ſomme, par exemple, $1 + a + aa + a^3 + a^4$ ſoit un nombre ſimple; ſon produit par la puiſſance a^4, qui eſt la derniére des ſucceſſives $1, a, aa, a^3, a^4$, que la ſomme comprend, eſt $1a^4 + a^5 + a^6 + a^7 + a^8$, dont tous les diviſeurs, qui ſont moindres que luy, ſont [b] les neuf 1, a, aa, a^3, a^4, $1 + a + aa + a^3 + a^4$, $1a + aa + a^3 + a^4 + a^5$, $1aa + a^3 + a^4 + a^5 + a^6$, $1a^3 + a^4 + a^5 + a^6 + a^7$. Mais le ſixiéme de tous ces diviſeurs eſt égal aux 5 premiers enſemble 1, a, aa, a^3, a^4, puiſqu'il en eſt la ſomme. Et le ſeptiéme eſt double du ſixiéme $1 + a + aa + a^3 + a^4$, puiſqu'il eſt un produit de ce ſixiéme même par a ou par 2. Et ainſi le ſeptiéme eſt égal luy ſeul au ſixiéme & aux 5 premiers enſemble; puiſque le ſixiéme & les 5 premiers ſont auſſi tous enſemble le double du ſixiéme. Et par la même raiſon; le huitiéme, qui eſt encore le double du ſeptiéme $1a + aa + a^3 + a^4 + a^5$, eſt égal aux 7 premiers enſemble. Et le neuviéme pareillement égal aux 8 qui le précédent. Et enfin le produit $1a^4 + a^5 + a^6 + a^7 + a^8$, qui eſt le double du neuviéme diviſeur $1a^3 + a^4 + a^5 + a^6 + a^7$, eſt égal à tous les neuf diviſeurs enſemble 1, a, aa, a^3, a^4, $1 + a + aa + a^3 + a^4$, $1a + aa + a^3 + a^4 + a^5$, $1aa + a^3 + a^4 + a^5 + a^6$, $1a^3 + a^4 + a^5 + a^6 + a^7$. Et comme il ne peut avoir aucun diviſeur que l'un de [b] ces 9 ou luy-même; il eſt clair que ce nombre eſt [c] parfait. Et c'eſt la même choſe de tous les autres ſemblables juſques à l'infini.

b. 32.

c. *définition.*

Le nombre 6 eſt le premier des nombres parfaits. Et 28, qui eſt égal à tous ſes diviſeurs 1, 2, 4, 7, 14, eſt le ſecond de ces mêmes nombres.

	1. 2. 4. 8. 16	
	$1.\ a.\ aa.\ a^3.\ a^4.$	31
6e	$1 + a + aa + a^3 + a^4$	31
7e	$1a + aa + a^3 + a^4 + a^5$	62.
8e	$1aa + a^3 + a^4 + a^5 + a^6$	124
9e	$1a^3 + a^4 + a^5 + a^6 + a^7$	248
Produit	$1a^4 + a^5 + a^6 + a^7 + a^8$	496

Diviſer $a^4 + a^5 + a^6 + a^7 + a^8$ ($a^3 + a^4 + a^5 + a^6 + a^7$ ($aa + a^3 + a^4 + a^5 + a^6$
par $1a$ $\quad$ $1a$

Et $aa + a^3 + a^4 + a^5 + a^6$ ($a + aa + a^3 + a^4 + a^5$ ($1 + a + aa + a^3 + a^4$ (1
par $1a$ $\quad$ $1a$ $\quad$ $1 + 1a + 1aa + 1a^3 + a^4$

Et le troisiéme est 496 égal à tous ses diviseurs 1, 2, 4, 8, 16, 31, 62, 124, 248. Et le quatriéme est 8128. Et le cinquiéme 2355036. Et le sixiéme 8589869056. Et le septiéme 137438691328. Et le huitiéme 2385843008139552128. Et la lettre *a* dénommant toûjours 2, le neuviéme des nombres parfaits est $a^{513}-a^{256}$, c'est à dire la puissance 513^e du nombre 2 moins sa puissance 256^e. La longueur du calcul n'a pas permis d'en trouver encore d'autres. 33550336 (faux)

II COROLLAIRE.

34. Tout diviseur simple du produit *bc* de deux nombres *b* & *c* est un diviseur simple de l'un ou de l'autre. Car tout diviseur simple *d* du produit *bc*, qui ne peut diviser sans reste l'un des deux *b* & *c*, est premier à [b] l'égard de ce même nombre qu'il ne peut diviser, & par conséquent il est un [c] diviseur de l'autre.

b.	12.
c.	7.
Produit bc.	84. (21
Diviseur d.	4

b. 8.
c. 22.

III COROLLAIRE.

35. Tout diviseur simple *d* d'un nombre quarré *bb*, ou d'un cubique b^3, ou d'une autre puissance de *b*, est aussi un diviseur [b] simple du même nombre *b*; Puisque le quarré *bb* est un produit ou un plan des deux *b* & *b*. Et le cube b^3 un solide de *b* par le quarré *bb*. Et la puissance b^4 un sursolide du cube b^3 par le même côté *b*. Et ainsi du reste.

b. 34.

côté b.	12.
Quarré bb.	144. (36
Diviseur d.	4

IV COROLLAIRE.

36. Si deux nombres *a* & *z* sont premiers entr'eux, & les deux *b* & *z* aussi premiers entr'eux; le produit *ab* des deux *a* & *b* & le nombre *z* sont premiers entr'eux. Car tout diviseur simple du produit *ab* est aussi l'un des simples [b] du nombre *a* ou *b*. Mais parmi tous les diviseurs de chacun des nombres *a* & *b* & du nombre *z*, il ne s'en trouve aucun que l'unité qui puisse être commun [c] aux deux *a* & *z*, ou aux [c] deux *b* & *z*. Donc aussi parmi tous les simples du produit *ab* & du nombre *z*, il ne s'en trouve aucun qui leur soit commun. Et par conséquent le produit *ab* & le nombre *z* sont [d] premiers entr'eux.

b. 34.
c. *supposition.*
d. 26. *& définition.*

a.	5.	
b.	12.	*z.* 7.
ab.	60.	

V COROLLAIRE.

37. Si deux nombres *a* & *b* sont premiers l'un & l'autre à l'égard de chacun des deux *z* & *y*; les produits ou les nombres *ab* & *zy* sont premiers entr'eux. Car le produit *ab* & le nombre *z* sont premiers [b] entr'eux. Et le produit *ab* & le nombre *y* aussi premiers [b] entr'eux. Et par conséquent le produit *ab* & l'autre *zy* sont [b] premiers entr'eux.

b. 36.

5.	*a.*	*z.*	7.
12.	*b.*	*y.*	11.
60.	*ab.*	*zy.*	77.

V ij

VI COROLLAIRE.

38. SI deux nombres *a* & *z* sont premiers entr'eux; chaque puissance de l'un de ces deux nombres est premiére à l'égard de chacune des puissances de l'autre. Car tout diviseur simple de telle puissance du nombre *a* qu'on voudra est un diviseur [b] simple de ce même nombre *a*. Et tout simple de telle qu'on voudra de *z*, un simple [b] aussi de *z*. Comme donc parmi tous les diviseurs des nombres *a* & *z*, il ne s'en trouve aucun qui leur soit [c] commun, si ce n'est l'unité; deux telles puissances qu'on voudra, l'une du nombre *a*, & l'autre du nombre *z*, n'ont [d] aucun diviseur qui leur soit commun, ou sont [e] premiéres entr'elles.

b. 35.
c. supposition.
d. 37.
e. définition.

3.	9.	27.	81.	243.	729.	2187.
a.	*aa.*	a^3.	a^4.	a^5.	a^6.	a^7.
z.	*zz.*	z^3.	z^4.	z^5.	z^6.	z^7.
2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.

VII COROLLAIRE.

39. LE solide *bcd* de trois divers nombres simples *b*, *c*, *d*, est le moindre que chacun de ces simples puisse mesurer au juste. Car le moindre, que chacun des divers nombres simples *b*, *c*, *d*, puisse mesurer au juste, peut être luy-même mesuré par le moindre *bc*, que chacun [b] des deux *b* & *c* peut mesurer sans reste; & il peut être encore divisé par *d*. Mais *bc* & *d* sont [c] premiers entr'eux. Et par conséquent *bcd* est le plus [b] petit nombre que les deux *bc* & *d* puissent chacun mesurer au juste. Et ce même produit *bcd* des divers simples *b*, *c*, *d*, est le plus petit nombre qu'ils puissent chacun mesurer au juste.

b. 19.
c. 36.

b.	*c.*	*d.*	*bcd.*	*bc.*
2.	3.	5.	30.	6.

VIII COROLLAIRE.

40. ET on démontrera en suivant le même ordre que le sursolide de quatre, ou le produit de divers nombres simples, est toûjours le moindre que chacun d'eux puisse mesurer au juste.

IX COROLLAIRE.

41. SI un nombre *z* est le plus petit que divers simples *a*, *b*, *c*, *d*, puissent chacun mesurer au juste; nul autre simple n'est diviseur de *z*. Parceque le nombre *z* est le produit [b] même *abcd* de tous ces divers simples, qui ne peut avoir aucun diviseur [c] simple que l'un d'entr'eux, ou 1.

b 40.
c. 26.

z.	*a.*	*b.*	*c.*	*d.*
210.	7.	2.	3.	5.
abcd.				

V PROBLEME.

42. P*Our trouver la mesure commune la plus grande de deux grandeurs.*

On ôtera la moindre *c* de la plus grande *b* autant de fois qu'on le pourra; & le reste *d* pareillement autant de fois qu'on le pourra de la moindre *c*; & le nouveau reste *e* de la même sorte du premier reste *d*; & l'autre reste *f* du second reste *e*. Et ainsi de suitte jusques à celuy des reſtes, comme *g*, qui n'en laiſſe aucun. Et ce reſte *g* ſatisfait enfin au problême.

DEMONSTRATION.

La meſure commune la plus grande des grandeurs *b* & *c* diviſant *b* ſans reſte, & toutes les grandeurs *c* que l'on peut prendre en *b*, meſure encore au juſte [b] le premier reſte *d*. Et par conſequent elle eſt encore une meſure b. 16.
commune des deux grandeurs *c* & *d*. Et pareillement la plus grande commune des deux *c* & *d* eſt encore commune [b] aux deux *d* & *e*. Et enſuitte aux reſtes *e* & *f*. Et auſſi [b] aux deux *f* & *g*. Et ainſi de ſuitte juſqu'au dernier *g*, qui diviſe ou meſure au juſte le penultiéme *f*. Mais le dernier reſte *g* ne peut avoir une meſure juſte plus [c] grande qu'il n'eſt luy-même; ni par con- c. 2.
ſequent les deux reſtes *f* & *g* une commune qui ſurpaſſe *g*; ni pareillement les deux *e* & *f*; ni enſuitte les deux *d* & *e*; ni encore les grandeurs *c* & *d*; ni enfin les deux *b* & *c*.

Mais *g* meſurant *f*, & ſe meſurant [e] luy-même, meſure auſſi au juſte [d] tous d. 9.
les reſtes *f* qui ſont dans *e*, & le [e] reſte *g*, ou [f] le reſte entier *e*. Et par la e. 1.
même raiſon, il meſure encore tous les reſtes *e* qui ſont en *d*, & le reſte *f*, f. 14.
ou le reſte entier *d*; Et pareillement tous les reſtes *d* qui ſont compris dans *c*, & le reſte *e*, ou la grandeur *c*; & enfin toutes les grandeurs *c* qui ſont compriſes en *b*, & le reſte *d*, ou la grandeur *b*. De ſorte que le reſte *g*, qui eſt le dernier, étant un diviſeur commun des grandeurs *b* & *c*; & ces deux grandeurs *b* & *c* ne pouvant en avoir un commun qui ſurpaſſe *g*; il eſt évident que ce dernier reſte *g* eſt la meſure commune la plus grande des grandeurs *b* & *c*. Et qu'ainſi le problême a preſcrit ce qu'il falloit faire.

La grande b.	86	(2	1[er] *expoſant*
la petite c.	36	(2	2[d] *expoſant*
1[er] *reſte d.*	14	(1	3[e] *expoſant*
2[d] *reſte e.*	8	(1	4[e] *expoſant*
3[e] *reſte f.*	6	(3	5[e] *expoſant juſte*
4[e] *reſte g.*	2		*plus grand diviſeur commun.*

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver la meſure commune la plus grande, ou le plus grand diviſeur commun, des deux nombres 32 & 64 je diviſe 64 par 32. Et parceque la diviſion eſt juſte ou ſans reſte; je connois que le diviſeur 32 eſt luy-même le plus grand diviſeur commun des deux nombres 32 & 64.

Diviſer 64 (2 *expoſant juſte*
par 32 *plus grand diviſeur commun.*

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver le plus grand diviſeur commun des deux nombres 25 & 30. Je diviſe 30 par 25, & 25 par le reſte 5, qui fait la diviſion ſans reſte, & qui eſt le plus grand diviſeur commun de 25 & de 30.

Diviſer 30 (1 *expoſant*
par 25 (5 *expoſant juſte*
par 5 *plus grand diviſeur commun.*

TROISIEME EXEMPLE.

Et pour trouver le plus grand diviſeur commun des deux nombres 27 & 21. Je diviſe 27 par 21 ; & 21 par le reſte 6 ; & ce reſte 6 par l'autre reſte 3, qui fait la diviſion ſans reſte, & qui eſt auſſi le plus grand diviſeur commun des nombres 27 & 21.

Diviſer 27 (1 *expoſant*
par 21 (3 *expoſant*
par 6 (2 *expoſant juſte*
par 3 *plus grand diviſeur commun.*

QUATRIEME EXEMPLE.

Et on trouve de la même ſorte que 2 eſt le plus grand diviſeur commun des nombres 86 & 36. Et pareillement que le dernier reſte, ou l'unité ſeule, eſt le plus grand diviſeur commun des deux nombres 98 & 47, qui ſont premiers entr'eux.

Diviſer 98 (2 *expoſant*
par 47 (11 *expoſant*
par 4 (1 *expoſant*
par 3 (3 *expoſant*
par 1 *plus grand diviſeur commun.*

VI PROBLEME.

43. *Pour trouver la meſure commune la plus grande, ou le plus grand diviſeur commun, des grandeurs litterales.*

On cherchera auſſi tous les diviſeurs ſimples égaux ou inégaux de l'une & de l'autre. Et prenant enſuitte le produit de tous ceux qu'on trou-
b. 32. ve également diſtribuez de part & d'autre ; on aura [b] le diviſeur qu'on cherche.

PREMIER EXEMPLE.

Pour trouver le plus grand diviſeur commun des grandeurs *abc*, *acd*. Je prens tous les ſimples *a*, *b*, *c*, de l'une, & tous les ſimples *a*, *c*, *d*, de l'autre. Et le produit *ac* des deux *a* & *c*, qui ſont une fois chacune de part & d'autre, eſt le plus grand diviſeur commun des deux grandeurs *abc* & *acd*.

abc.	*acd.*
a. b. c.	*a. c. d.*
ac.	

Et pour trouver le plus grand diviſeur commun des grandeurs a^5bbcd & a^3b^3dde. Je prens le produit a^3bbd des 6 ſimples *a*, *a*, *a*, *b*, *b*, *d*, qui ſe trouvent également de part & d'autre. Et ce produit réſout la queſtion.

$a^5bbcd.$	$a^3b^3dde.$
a. a. a. a. a. b. b. c. d.	*a. a. a. b. b. b. d. d. e.*

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver le plus grand diviſeur commun des grandeurs $4a^6ccm^3p$ $+a^6ccoomm$ & $oopp\zeta^4 + 4mp^3\zeta^4$. Je prens tous les diviſeurs ſimples *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *c*, *c*, *m*, *m*, $oo+4mp$, de l'une, & tous les ſimples *p*, *p*, ζ, ζ, ζ, ζ, $oo+4mp$ de l'autre Et parceque le ſeul $oo+4mp$ eſt une fois de part & d'autre, & que nul autre ne s'y trouve ; il eſt le ſeul commun, &

par conséquent le plus grand des grandeurs proposées. Pour abbréger, on peut diviser d'abord la premiére grandeur par a^6ccmm, & la seconde par ppz^4. On donnera une régle plus méthodique ailleurs pour trouver facilement ces plus grands diviseurs communs, sans être obligé d'en chercher tous les simples.

Diviser $a^6ccoomm+4a^6ccm^3p$ *par* $1a^6ccmm$	$(oo+4mp$ / $1oo+4mp$	*exposant* (1
Diviser $oopp z^4+4mp^3z^4$ *par* $1ppz^4$	$(oo+4mp$ / $1oo+4mp$	*exposant* (1

COROLLAIRE.

44. Toute mesure commune de deux grandeurs divise ou mesure aussi leur plus grande au juste.

Comme si z est une mesure commune des grandeurs b & c, & g la plus grande qui leur est commune; il est visible que z mesure au juste[b] toutes les grandeurs c qu'on pourra prendre en b, & le reste d; & pareillement tous[b] les restes d qu'on pourra prendre en c, & encore le reste e; & aussi tous les[b] restes e qu'on pourra prendre en d, & le nouveau reste f; & enfin tous[b] les restes f qu'on pourra prendre en e, & le reste ou la mesure commune la plus grande g des grandeurs b & c.

b.	104	(1
c.	76	(2
d.	28	(1
e.	20	(2
f.	8	(2
g.	4	(2
z.	2	

b. 36.

VII PROBLEME.

45. *Pour trouver le plus grand diviseur commun, ou la mesure commune la plus grande, de trois grandeurs.*

Comme pour trouver la plus grande des trois b, c, d, on cherchera premiérement[b] la plus grande g des grandeurs b & c. Et ensuitte[b] la plus grande h des grandeurs d & g. Et la mesure h sera la plus grande commune des grandeurs b, c, d. b. 42 & 43.

Car la plus grande, qui leur est commune, étant commune[c] aux deux b & c, est aussi[d] un diviseur de g; & par conséquent un diviseur commun des deux d & g. Comme donc h est le plus grand de ces deux d & g; il est aussi le plus grand des trois b, c, d. Et ainsi on a prescrit ce qu'il falloit faire. c. *supposition.* d. 44.

72.	*b.*		
48.	*c.*	*g.*	24.
64.	*d.*	*h.*	8.

Et on trouvera en suivant le même ordre le plus grand diviseur commun, ou la mesure commune la plus grande, de quatre grandeurs; & pareillement de trois, ou de quatre divers nombres; ou d'autant de grandeurs, ou de nombres qu'on voudra.

I COROLLAIRE.

46. Si deux nombres z & y sont l'un & l'autre divisez par leur plus grand diviseur commun g; les exposans f & e sont premiers entr'eux.

Car si on divise premiérement z & y par un diviseur simple a, qui leur

roit commun ; & les deux expoſans *x* & *v* par un ſimple *b*, qui leur ſoit pareillement commun ; & encore les nouveaux expoſans *t* & *ſ* par un ſimple *c* ; & ainſi de ſuitte juſques aux derniers expoſans, comme les deux *p* & *n*, qui ſoient premiers entr'eux, ou qui n'ayent plus aucun diviſeur ſimple qui leur ſoit commun. Il eſt viſible que ces diviſeurs ſimples & ſuc-
b. 29. ceſſifs égaux ou inégaux ſont [b] tous ceux qui peuvent être également diſtribuez de part & d'autre ; & que les deux nombres *z* & *y* ne peuvent
c. 26. avoir [c] aucun diviſeur commun, qu'un des divers produits alternatifs des ſimples même *a*, *b*, *c*, *d*, ou l'un des ſimples 1, *a*, *b*, *c*, *d*. Mais *abcd* eſt le plus grand de tous ces divers produits alternatifs. Et *abcd* meſure
d. 44. *g* au [d] juſte. Et par conſéquent *g*, qui eſt le plus [e] grand des diviſeurs com-
e. *ſuppoſition.* muns des nombres *z* & *y*, & qui ne peut ſurpaſſer le produit *abcd*, eſt un même nombre que ce produit.

Comme donc en diviſant chacun des nombres *z* & *y* par *abcd*, on a pour
f. 10. expoſans [f] deux nombres *p* & *n*, qui ſont premiers entr'eux ; ſi on diviſe chacun des mêmes *z* & *y* par *g*, on trouve [f] auſſi les mêmes expoſans *p* & *n*, ou *f* & *e*, qui ſont premiers entr'eux.

f.	*z.*	*y.*	*e.*
2.	120.	180.	3.
p.	60.		*n.*
	g.		
	abcd.		

z.	*a.*	*x.*	*b.*	*t.*	*c.*	*r.*	*d.*	*p.*
120.	2.	60.	2.	30.	3.	10.	5.	2.
180.	2.	90.	2.	45.	3.	15.	5.	3.
y.	*a.*	*v.*	*b.*	*ſ.*	*c.*	*q.*	*d.*	*n.*

AUTRE DEMONSTRATION.

Ou pour démontrer encore par une autre voie la même propoſition. Si *g* eſt le plus grand diviſeur commun des deux nombres *fg* & *eg* ; les expoſans *f* & *e* ſont premiers entr'eux. Car ſi un nombre *d* pouvoit être un diviſeur commun ; & que l'expoſant du nombre *f* diviſé par *d* fuſt *c*, & *b*
b. 18. 2. celuy du nombre *e* diviſé par *d* : le produit *cd* ſeroit égal [b] au nombre *f* ; & le produit *bd* à [b] l'autre nombre *e*. Et multipliant *f* & *cd* par *g*, & enco-
c. 20. 3. re *e* & *bd* par *g* ; les produits *fg* & *cdg* ne ſeroient [c] qu'un même nombre. Et les produits *eg* & *bdg* pareillement qu'un [c] même. Mais *dg* qui eſt un diviſeur entier & commun des deux nombres *bdg* & *cdg*, ou des deux *eg* & *fg* qui ne ſont que les mêmes ; ne peut ſurpaſſer leur plus grand diviſeur commun qui eſt *g*. Et *d* par conſéquent diviſeur commun des nombres *e* & *f*, ou *bd* & *cd*, ne peut ſurpaſſer 1. Et ainſi les deux ex-
d. *définition.* poſans *e* & *f* ſont premiers [d] entr'eux.

cdg.	*fg.*	130.	180.	*eg.*	*bdg.*
dg.	*g.*	60.	60.	*g.*	*dg.*
cd.	*f.*	2.	3.	*e.*	*bd.*
	d.	1.	1.	*d.*	
	c.	2.	3.	*b.*	

II COROLLAIRE.

47. ET on démontrera dans un ordre ſemblable, que ſi pluſieurs nombres ſont chacun diviſez par leur plus grand diviſeur commun ; les expoſans ſont premiers entr'eux.

VIII

VIII PROBLEME.

48. Pour trouver le plus petit nombre, que deux *z* & *y* puissent l'un & l'autre diviser sans reste.

Si *z* & *y* sont premiers entr'eux; leur produit *zy* satisfait [b] au pro- b. 19.
blème.

Mais si les nombres *z* & *y* sont composez entr'eux; on cherchera [c] leur c. 42.
plus grand diviseur commun *g*; & divisant par *g* l'un des deux *z* & *y*, on multipliera le premier exposant *a* par le nombre *y*, ou le second exposant *b* par l'autre nombre *z*. Et le produit *ay* ou *bz* résoudra le problême.

Demonstration.

Le nombre *a* étant l'exposant de *z* divisé par *g*, & *b* de l'autre *y* aussi divisé par *g*; le produit *ag* & le nombre *z* sont [b] égaux, ou ne sont qu'un même nombre. Et le produit *bg* & le nombre *y* pareillement [b] qu'un même. b. 18. 2.
Et si on nomme *p* le moindre nombre, que chacun des deux *z* & *y* peut diviser au juste; ce nombre *p* est aussi le moindre que chacun des deux *ag* & *bg* puisse diviser au juste. Et si *p* est divisé par *g*; l'exposant *x* peut [b] en- b. 9.
core être divisé sans reste par chacun des nombres *a* & *b*. Et ainsi le nombre *x* n'est pas moindre que le nombre ou le produit *ab*, qui est [c] le plus c. 19.
petit que chacun des deux *a* & *b* peut mesurer au juste, puisque ces deux *a* & *b* sont premiers [d] entr'eux. Le nombre *gx* ou [e] *p* n'est donc pas moin- d. 46.
dre que le produit *ay* ou *bz*, ou [d] *abg*, du nombre *y* ou *bg* par *a*, ou de e. 18. 2.
l'autre *z* ou *ag* par *b*. Mais *ag* ou *z*, & *bg* ou *y*, mesurent chacun au juste le nombre *abg*. Et ainsi le le nombre *abg* ou *ay* ou *bz*, qui ne [f] peut f démonstra-
surpasser le nombre *gx* ou *p*, convient parfaitement avec luy. Et il est au tion.
juste le plus petit des nombres que les deux *z* & *y* puissent chacun diviser sans reste.

		ag. *z.*	72.	60.	*y.* *bg.*			
		g.	12.	12.	*g.*			
		a.	6.	5.	*b.*			
abg.	*gx.*	*p.* *ay.*	360.	360.	*bz.*	*p.*	*gx.*	*abg.*
		g.	12.	12.		*g.*		
	ab.	*x.*	30.	30.		*x.*	*ab.*	

I COROLLAIRE ET PROBLEME IX.

49. Pour trouver le plus petit nombre que les trois *z*, *y*, *x*, puissent chacun diviser sans reste.

On cherchera [b] le moindre *v* que les deux *z* & *y* puissent déja diviser sans reste. Et ensuitte [b] le moindre *t* que les deux *x* & *v* puissent aussi cha- b. 48
cun diviser sans reste. Et on suivroit un ordre semblable, si l'on en proposoit plusieurs.

Premier exemple.

Pour trouver le plus petit nombre, que les deux 7 & 11 puissent diviser sans reste. Je prends leur produit 77, parce qu'ils sont premiers entr'eux.

7 & 11. Produit 77

X

Et pour trouver le moindre que 72 & 60 puiſſent diviſer ſans reſte. Je prens leur plus grand diviſeur commun qui eſt 12, & je diviſe 72 par 12; & enſuitte je multiplie par l'expoſant 6 l'autre nombre 60. Ou, ce qui revient au même, je diviſe 60 par 12; & par l'expoſant 5 je multiplie le nombre 72. Et de part & d'autre le produit 360 réſout la queſtion.

Multiplier 72.	60.	12.	
par 5.	6.		
Produit 360.	360	*Produit*	

SECOND EXEMPLE.

Pour trouver le plus petit nombre que 72 & 60 & 25 puiſſent diviſer au juſte. Je cherche le moindre 360, que les deux 72 & 60 puiſſent diviſer ſans reſte. Et enſuitte le plus petit 1800, que 360 & 25 puiſſent diviſer au juſte, & qui ſatisfait au problême.

Multiplier 360.	25.	5.	
par 5.	72.		
Produit 1800.	1800	*Produit*	

II COROLLAIRE.

50. Les nombres ſimples vont juſqu'à l'infini.

Car ſoit donnée telle multitude qu'on voudra de ces nombres
b. 49. ſimples, comme les cinq *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. Si on cherche [b] le moindre nombre z que chacun d'eux peut diviſer ſans reſte, & qu'on luy ajoûte 1; nul
c. 15. de tous les divers nombres ſimples qu'on aura propoſé ne pourra [c] diviſer au juſte le nouveau nombre $z+1$: puiſque chacun d'eux diviſe la partie z
d. 6. 1. au juſte, & ne peut diviſer [d] au juſte l'autre partie 1 qui reſte. D'où il eſt
c. 11. évident que chacun des divers ſimples, qui diviſeront ſans [c] reſte le nombre $z+1$, ſera différent de chacun des ſimples qu'on aura propoſé. Et on en pourra toûjours trouver de la même ſorte tant d'autres qu'on voudra juſqu'à l'infini.

a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*	z.	$z+1$.
2.	3.	5.	7.	11.	2310.	2311.

II THEOREME.

51. Tous les nombres entiers peuvent être chacun meſurez au juſte par 1. Puiſque l'unité ſe meſure toûjours elle-même, & qu'elle meſure auſſi la différence 1, qui eſt entre 1 & 2; & par conſéquent [c] le nom-
c. 14. bre même 2; & enſuitte 3 par [c] la même raiſon; & [c] pareillement 4; & chacun des naturels ou conſécutifs 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, & autres juſques à l'infini.

$1+1$ *ou* $2+1$ *ou* $3+1$ *ou* 4 &c. *Révolution.*

52. Et parmi ces mêmes nombres naturels, il y en a toûjours de deux un
b. 6. 1. ſeul qui eſt un nombre impair. Car 2 ne [b] peut diviſer la différence 1 qui
c. 15. eſt entre 2 & 3, ni 3 par [c] conſéquent. Mais il peut diviſer les différences enſemble 1 & 1, qui ſont entre 2 & 3, & entre 3 & 4; ou la ſeule différen-
d. 14. ce 2, qui eſt entre 2 & 4. Et par conſéquent 2 qui ſuit l'unité, meſure [d] ou diviſe 4. Et comme la révolution des différences 1 & 1 revient toûjours de 2 en 2; il y aura toûjours de deux en deux nombres, un impair & un autre pair.

Révolution 1+1 *ou* 2, +1+1 *ou* 4, +1+1 *ou* 6, &c.
Nombres naturels 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16.
Nombres impairs 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15.
Nombres pairs 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16.

53. Et parmi tous les nombres impairs, il y en a toûjours un ſeul de trois en trois, que 3 meſure au juſte, en commençant par 3.

Car 3 ne peut diviſer au juſte [b] la différence 2, qui eſt entre le premier impair 1 & le ſecond 3; ni la différence 2, qui eſt entre le ſecond impair 3 & le troiſiéme 5; ni les deux enſemble 2 & 2, qui ſont entre 3 & 5, & entre 5 & 7. Et par conſéquent 3, qui ſe diviſe ou meſure au juſte, ne peût diviſer ou meſurer au juſte ni 5 ni 7. Mais comme il peut meſurer au juſte les différences enſemble 2 & 2 & 2, qui ſont entre 3 & 5, & entre 5 & 7, & entre 7 & 9; ou la ſeule différence 6 qui eſt entre 3 & 9: il meſure [c] auſſi 9. Et parceque la même révolution des différences 2, 2, 2, revient toûjours de trois en trois; il y aura toûjours de trois en trois parmi les nombres impairs, en commençant par 3, deux impairs que le ſimple 3 ne pourra diviſer, & un ſeul dont il ſera diviſeur.

b. 6. 1.
c. 14.

Nombres impairs 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27.
diviſibles par 3. 3. 9. 15. 21. 27.
Révolution 2+2+2. 2+2+2. 2+2+2. 2+2+2.

III THEOREME.

54. SI on ôte de tous les nombres impairs tous ceux qui ſont diviſibles par 3; il y aura préciſément de dix en dix parmi tous ceux qui reſtent, deux ſeuls diviſibles par 5.

Car 5 ne peut diviſer la différence 2, qui eſt entre 5 & 7; ni les deux enſemble 2 & 4, qui ſont entre 5 & 7, & entre 7 & 11; ni les trois enſemble 2, 4, 2, qui ſont entre 5 & 7, & entre 7 & 11, & entre 11 & 13; ni les quatre enſemble 2, 4, 2, 4; ni les cinq enſemble 2, 4, 2, 4, 2; ni les ſix enſemble 2, 4, 2, 4, 2, 4; ni [b] par conſéquent aucun des 6 nombres 7, 11, 13, 17, 19, 23. Mais comme il peut meſurer les ſept enſemble 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, ou la ſeule 20, qui eſt entre 5 & 25; il peut [c] auſſi meſurer 25. Et parce que 5 ne peut encore meſurer la différence 4, qui eſt entre 25 & 29; ni les deux enſemble 4 & 2, qui ſont entre 25 & 29, & entre 29 & 31; il ne peut auſſi meſurer ni 29 ni 31. Mais comme il peut meſurer les trois enſemble 4, 2, 4, qui ſont entre 25 & 29, & entre 29 & 31, & entre 31 & 35; il peut encore [c] meſurer 35. Et comme la même révolution de ſept différences 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, & des trois 4, 2, 4, ou la révolution des dix 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4, revient toûjours de dix en dix; il y aura toûjours de dix en dix de ces nombres qu'on ſuppoſe, huit que 5 ne pourra diviſer ſans reſte, & deux dont il ſera diviſeur; c'eſt à dire alternativement un de ſept, & enſuitte un de trois; & un autre de ſept, & apres un de trois. Et ainſi du reſte juſques à l'infini.

b. 15.
c. 14.

Révolution 2+4+2+4+2+4+2. *Et* 4+2+4.

X ij

IV THEOREME.

55. ET ſi on ôte encore tous ces nombres diviſibles par 5 ; il y en aura huit au juſte parmi tous ceux du reſte, de cinquante-ſix en cinquante-ſix, diviſibles par 7, en commençant par 7.

Car 7 pourra ſeulement diviſer les 12 différences enſemble 4, 2, 4, 2, 4, 6, 2, 6, 4, 2, 4, 2 ; & enſuitte les 7 enſemble 4, 6, 2, 6, 4, 2, 4 & encore enſuitte les quatre enſemble 2, 4, 6, 2. Et les 7 autres enſemble 6, 4, 2, 4, 2, 4, 6. Et de nouveau les 4 enſemble 2, 6, 4, 2. Et aprés cela les ſept autres enſemble 4, 2, 4, 6, 2, 6, 4. Et encore tous les 12 enſemble 2, 4, 2, 4, 6, 2, 6, 4, 2, 4, 2, 4. Et enfin les trois enſemble 6, 2, 6. De ſorte que parmi les 56 nombres, entre leſquels on trouve ſucceſſivement toutes ces différences, il y aura ſeulement 8 nombres, que 7 pourra diviſer ſans reſte. Et comme la même révolution des 56 différences revient toûjours de 56 en 56 nombres ; il y en aura auſſi toûjours 48 au juſte de 56 en 56, que 7 ne pourra pas diviſer ſans reſte, & 8 dont il ſera diviſeur ; c'eſt à dire, un de douze, & un de ſept, & un de quatre, & enſuitte encore un de ſept, & un de quatre, & de nouveau un de ſept, & un de douze, & un de trois.

Révolution.

4 + 2 + 4 + 2 + 4 + 6 + 2 + 6 + 4 + 2 + 4 + 2. (4 + 6 + 2 + 6 + 4 + 2 + 4. (2 + 4 + 6 + 2. (6 + 4 + 2 + 4 + 2 + 4 + 6. (2 + 6 + 4 + 2. (4 + 2 + 4 + 6 + 2 + 6 + 4. (2 + 4 + 2 + 4 + 6 + 2 + 6 + 4 + 2 + 4 + 2 + 4. (6 + 2 + 6.

V THEOREME.

56. ET ſi on ôte auſſi tous ces nombres diviſibles par 7 ; il y aura 38 des nombres au juſte parmi tous ceux du reſte, de 432 en 432, diviſibles par 11, en commençant par 11.

Car on trovera toûjours une même révolution des 48 différences qu'on expoſe ici. Et une autre révolution auſſi toûjours la même de toutes ces 48 différences diſpoſées ſelon le même ordre, & réïtérées juſques à 9 fois. Et chacune de ces grandes & nouvelles révolutions, qui comprendra toûjours 432 différences, fournira au juſte 38 de leurs divers aſſemblages, dont chacun ſera diviſible par 11. De ſorte que de 432 en 432 des nombres ſuppoſez, il y en aura toûjours 394 au juſte, que le nombre ſimple 11 ne pourra pas diviſer ſans reſte, & 38 dont il ſera diviſeur ; c'eſt à dire un premiérement de 26, & enſuitte un de 5, & encore un de 10, & un de 5, & un de 11, & pareillement un, & de 15, & de 4, & de 16, & de 10, & de 5, & de 9, & de 15, & de 16, & de 5, & de 15, & de 10, & de 5, & de 15, & de 11, & de 14, & de 20, & de 11, & de 5, & de 9, & de 5, & de 11, & de 20, & de 14, & de 11, & de 15, & de 5, & de 10, & de 25, & de 7, & de 10, & de 5, & de 17, & de 12. Et comme cette révolution reviendra toûjours la même ; il y aura toûjours au juſte de 432 en 432 des nombres que l'on a ſuppoſé, 38 diviſibles par 11, en commençant par 11. Et on pourra examiner de la même ſorte les révolutions pour les autres nombres diviſibles par 13 ; & enſuitte par 17 ; & par 19 ; & par 23 ; & par 29 ; & par les autres qui les ſuivent, & qui ſont premiers entr'eux. Et s'il y avoit quelque ſuitte uniforme, que l'on puſt obſerver dans ces révolutions ; on en pourroit tirer ſans doute un grand jour, pour découvrir d'abord ſi un nombre propoſé eſt compoſé ou ſimple.

Révolution des 48 différences priſes 9 fois.

$$\begin{cases} 2.\ 4.\ 2.\ 4.\ 6.\ 2.\ 6.\ 4.\ 2.\ 4.\ 6.\ 6.\ 2.\ 6.\ 4.\ 2.\ 6.\ 4.\ 6.\ 8.\ 4.\ 2.\ 4.\ 2. \\ 4.\ 8.\ 6.\ 4.\ 6\ 2.\ 4.\ 6.\ 2.\ 6.\ 6.\ 4.\ 2.\ 4.\ 6.\ 2.\ 6.\ 4.\ 2.\ 4.\ 2.\ 10.\ 2.\ 10. \end{cases}$$

Révolution des nombres des différences qui fourniſſent chacun 1.

$$\begin{cases} 26.\ 5.\ 10.\ 5.\ 11.\ 15.\ 4.\ 16.\ 10.\ 5.\ 9.\ 15.\ 16.\ 5.\ 15.\ 10.\ 5.\ 15.\ 11.\ 14. \\ 20.\ 11.\ 5.\ 9.\ 5.\ 11.\ 20.\ 14.\ 11.\ 15.\ 5.\ 10.\ 23.\ 7.\ 10.\ 5.\ 17.\ 12. \end{cases}$$

I COROLLAIRE.

57. L'Aſſemblage z de pluſieurs nombres pairs a, b, c, d, eſt un nombre pair. Car ſi 2 diviſe chaque nombre, il diviſe[b] au juſte la ſomme de deux, & enſuitte [b] la ſomme de trois, & celle de quatre [b] par la même raiſon, & ainſi du reſte. b. 14.

$$\begin{cases} a + b + c + d. & z. \\ 1 + 4 + 8 + 6. & 20. \end{cases}$$

II COROLLAIRE.

58. TOute multitude paire de pluſieurs nombres impairs a, b, c, d, donne un nombre pair z. Car ayant ôté l'unité de chacun, tous les reſtes y, x, v, t, ſont [b] pairs. De ſorte que raſſemblant tous ces reſtes & la ſomme paire $ſ$ de toutes les unitez retranchées, l'aſſemblage entier z ou $r + ſ$ eſt un [c] nombre pair. b. 52. c. 14.

$$\begin{array}{ll} \left\{\begin{array}{ll} 3. & a. \\ 7. & b. \\ 5. & c. \\ 11. & d. \end{array}\right. \\ \hline 26. & z. \end{array} \qquad \begin{array}{llll} \left\{\begin{array}{l} a - \\ b - \\ c - \\ d - \end{array}\right. & \begin{array}{l} 1. \\ 1. \\ 1. \\ 1. \end{array} & \begin{array}{l} y \\ x \\ v \\ t \end{array} & \begin{array}{l} 2 \\ 6 \\ 4 \\ 10 \end{array} \\ \hline z - & 4. & r & 22 \\ & ſ & & \end{array}$$

III COROLLAIRE.

59. ET toute multitude impaire de pluſieurs nombres impairs a, b, c, eſt un nombre impair z. Car ôtant l'un des nombres, comme c, l'aſſemblage $a + b$ de tous ceux qui reſtent eſt un nombre [b] pair ; auquel ayant ajoûté l'impair c, qu'on avoit mis à part, tout l'aſſemblage z eſt un nombre [c] impair. b. 58. c. 15.

$$\begin{array}{ll} \left\{\begin{array}{ll} 3. & a. \\ 7. & b. \\ 5. & c. \end{array}\right. \\ \hline 15. & z. \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \left\{\begin{array}{ll} a+b. & 10. \\ c. & 5. \end{array}\right. \\ \hline z. & 15. \end{array}$$

IV COROLLAIRE.

60. SI d'un nombre pair on ôte un nombre pair ; le reſte eſt un nombre pair. Parce que ſi 2 diviſe un nombre a ſans reſte, & l'une de ſes parties b ; il diviſe auſſi l'autre [b] partie $a - b$ au juſte. b. 16.

$$a - b \qquad 10 - 4.$$

V COROLLAIRE.

61. ET ſi on ôte un nombre impair b d'un nombre pair a ; le reſte $a - b$ eſt un nombre pair. Car ôtant 1 du nombre impair b, le reſte

b. 52. $b-1$ eſt [b] pair. Et ce reſte étant retranché du nombre pair a, donne un nouveau reſte $a-b+1$ qui [c] eſt
c. 60. pair. Et ſi on luy ôte 1, le reſte $a-b$ eſt [b] impair.

$a-b.\quad 10-3.$
$a-b+1.\quad 10-2.$

VI COROLLAIRE.

62. Et ſi on ôte un pair b d'un impair a; le reſte $a-b$ eſt impair. Car
b. 52. ôtant 1 du nombre impair a, le reſte $a-1$ ſera [b] pair. Et ſi on luy
c. 60. ôte b; le nouveau reſte $a-1-b$ ſera [c] encore pair. Et ajoûtant 1 à ce nouveau reſte, on trouvera le [b] nombre impair $a-b$.

$a-b.\quad 7-2.$
$a-1-b.\quad 7-1-2.$

VII COROLLAIRE.

63. Et ſi on ôte un impair b d'un autre impair a; le reſte $a-b$ eſt [b] pair.
b. 52. Car ôtant 1 de la partie impaire b, ſon reſte $b-1$ eſt [b] pair. Et ſi on
c. 62. ôte ce reſte $b-1$ du nombre impair a; le reſte $a-b+1$ eſt [c] impair. Et ſi on luy ôte 1; le reſte $a-b$ ſera [b] pair.

$a-b.\quad 1-2.$
$a-b+1.\quad 7-2.$

VIII COROLLAIRE.

64. Tout produit ab d'un impair b par un pair a eſt [b] pair. Puis qu'en
b. 58. prenant le produit de ces nombres, on ne fait autre choſe que prendre une multitude paire, exprimée par a, du nombre impair b.

$a.\quad 6$
$b.\quad 3$
$ab.\quad 18.$

IX COROLLAIRE.

65. Et tout produit ab d'un impair b par un impair a eſt [b] impair. Puis
b. 59. qu'en prenant le produit de ces nombres, on ne fait autre choſe que prendre une multitude impaire, exprimée par a, du nombre impair b.

$a.\quad 7.$
$b.\quad 3.$
$ab.\quad 21.$

X COROLLAIRE.

66. Si un nombre impair b diviſe au juſte un nombre pair $2a$; il di-
b. 22. viſe [b] auſſi ſa moitié a ſans reſte.

$18.\quad 2a.\quad a.\quad 9.$
$3.\quad b.\quad b.\quad 3.$

XI COROLLAIRE.

67. Et ſi un nombre impair b eſt premier à l'égard d'un nombre a; il
b. 36. l'eſt encore à l'égard [b] du double $2a$ de ce même nombre a.

$a.\quad b.\quad 2a.$
$7.\quad 5.\quad 14.$

XII COROLLAIRE.

68. Les puiſſances ſucceſſives du nombre ſimple 2 n'ont aucun diviſeur
b. 27. que l'une de ſes [b] puiſſances.

2. 4. 8. 16. 32. 64.

DEFINITION.

Quoique les nombres diviſibles par 4 ſoient pairement pairs; s'ils ſont encore diviſibles par un nombre impair, on dit qu'ils ſont *pairement impairs*.