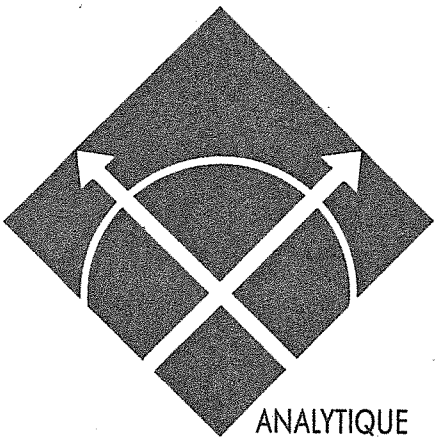
UNIVERSITE DE POITIERS

Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques

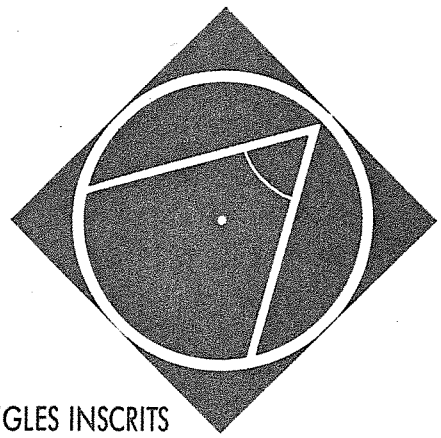
COMPTE RENDU DE L'EXPERIMENTATION DES NOUVEAUX PROGRAMMES DE 3e

FASCICULE 3

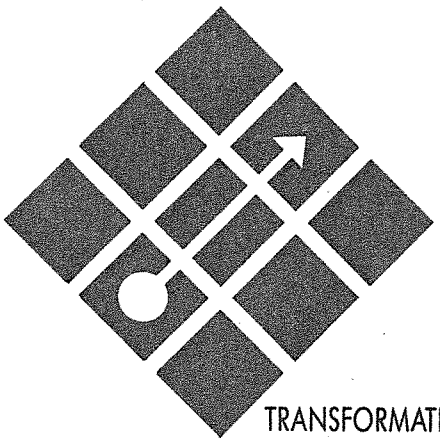
SEPTEMBRE 1989



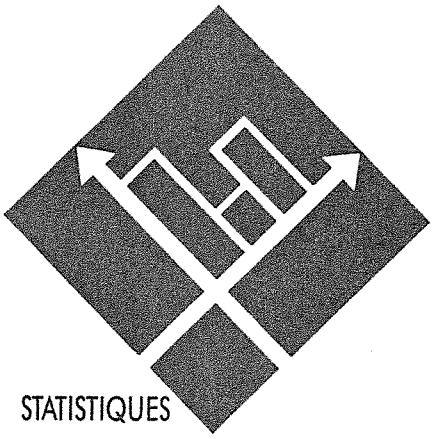
ANALYTIQUE



ANGLES INSCRITS



TRANSFORMATIONS



STATISTIQUES

MJ. BACH • D. GAUD • JP. GUICHARD • M. MAROT • C. ROBIN • M. ROBIN

SOMMAIRE

Pages

* GESTION DE DONNEES (statistiques)..... 3

* TRANSFORMATIONS - VECTEURS..... 19

* RESOLUTION DE PROBLEMES..... 59

  - Réciproque de Thalès..... 69

  - Angles inscrits..... 71

  - Géométrie analytique..... 77

* FONCTIONS AFFINES..... 103

GESTION DE DONNEES (statistiques)

86 VIENNE — POPULATION DES COMMUNES — TABLEAU III

POPULATION EN 1975		CODE			COMMUNES	Population totale 1982 (municipale et comptee à part)	POPULATION MUNICIPALE			POPULATION COMPTEE A PART		Population totale sans les doubles comptes de la colonne *n*
Population totale	Population totale sans les doubles comptes	Arrondissement	Canton	Commune			Totale	Agglomeree au chef-lieu	Eparse	Totale	Dont appart. à la pop. municip. d'autres commun. (doubles comptes)	
a	*b*					*h = j + m*	*j*	*k*	*l*	*m*	*n*	*p = h − n*
900	900	2	09	001	Adriers	938	938	480	458	—	—	938
374	374	3	15	002	Amberre [2]	379	379	159	220	—	—	379
255	255	2	06	003	Anché	268	268	55	213	—	—	268
581	581	2	25	004	Angles-sur-l'Anglin	465	465	322	143	—	—	465
682	682	1	16	005	Angliers	630	630	375	255	—	—	630
723	723	2	25	006	Antigny	678	678	249	429	—	—	678
761	761	1	10	007	Antran	1.023	1.023	369	654	—	—	1.023
423	423	1	12	008	Arçay	446	446	334	112	—	—	446
1.239	1.239	1	31	009	Archigny	1.112	1.111	381	730	1	1	1.111
487	487	3	28	010	Aslonnes	630	629	292	337	1	1	629
329	329	2	09	011	Asnières-sur-Blour	304	304	—	304	—	—	304
229	229	2	02	012	Asnois	214	214	—	214	—	—	214
148	148	1	16	013	Aulnay	145	145	145	—	—	—	145
902	902	1	31	014	Availles-en-Châtellerault	1.066	1.066	520	546	—	—	1.066
1.403	1.397	2	01	015	Availles-Limouzine	1.441	1.441	798	643	—	—	1.441
817	817	3	19	016	Avanton	1.120	1.120	975	145	—	—	1.120
625	625	3	30	017	Ayron	822	820	576	244	2	2	820
214	214	1	12	018	Basses	284	284	53	231	—	—	284
1.394	1.394	1	31	019	Beaumont	1.448	1.448	938	510	—	—	1.448
148	148	1	31	020	Bellefonds	181	181	—	181	—	—	181
756	756	3	30	021	Benassay	773	694	267	427	79	79	694
304	304	1	27	022	Berrie	285	285	104	181	—	—	285
389	387	1	18	023	Berthegon	321	319	224	95	2	2	319
556	556	3	30	024	Béruges	749	749	221	528	—	—	749
647	647	2	25	025	Béthines	616	616	263	353	—	—	616
408	408	1	12	026	Beuxes	445	443	287	156	2	2	443
1.291	1.173	3	36	027	Biard [6]	1.404	1.241	1.011	230	163	160	1.244
448	448	3	24	028	Bignoux	570	570	375	195	—	—	570
915	915	2	05	029	Blanzay	840	840	148	692	—	—	840
377	377	3	19	030	Blaslay	377	377	50	327	—	—	377
981	981	3	24	031	Bonnes	1.213	1.213	472	741	—	—	1.213
1.236	1.236	1	31	032	Bonneuil-Matours	1.521	1.510	939	571	11	11	1.510
793	793	2	14	034	Bouresse	714	714	383	331	—	—	714
248	248	2	17	035	Bourg-Archambault	209	209	83	126	—	—	209
670	670	1	27	036	Bournand	633	633	306	327	—	—	633
808	808	2	26	037	Brigueil-le-Chantre	712	712	231	481	—	—	712
224	224	2	08	038	Brion	203	203	129	74	—	—	203
757	757	2	06	039	Brux	741	741	107	634	—	—	741
495	495	2	25	040	Bussière (La)	437	437	86	351	—	—	437
5.159	5.156	3	22	041	Buxerolles	5.470	5.466	5.466	—	4	4	5.466
768	765	1	07	042	Buxeuil	851	847	427	420	4	4	847
492	492	2	06	043	Ceaux-en-Couhé	460	460	86	374	—	—	460
589	589	1	12	044	Ceaux-en-Loudun	584	584	185	399	—	—	584
879	879	3	13	045	Celle-Lévescault	1.035	1.035	359	676	—	—	1.035
975	963	1	31	046	Cenon-sur-Vienne	1.240	1.240	1.031	209	—	—	1.240
301	301	1	11	047	Cernay	302	302	173	129	—	—	302
433	432	3	19	048	Chabournay	554	553	459	94	1	1	553
490	489	1	12	049	Chalais	547	546	266	280	1	1	546
656	656	3	30	050	Chalandray	716	646	252	394	70	70	646
226	226	2	05	051	Champagné-le-Sec	228	228	110	118	—	—	228
980	980	2	08	052	Champagné-Saint-Hilaire	879	879	383	496	—	—	879
789	789	3	15	053	Champigny-le-Sec	786	786	629	157	—	—	786
400	400	2	05	054	Champniers	398	398	76	322	—	—	398
557	557	2	02	055	Chapelle-Bâton (La)	507	507	149	358	—	—	507
489	489	3	30	056	Chapelle-Montreuil (La)	491	487	155	332	4	4	487

POPULATION EN 1975		CODE			COMMUNES	Population totale 1982 (municipale et comptée à part)	POPULATION MUNICIPALE			POPULATION COMPTÉE A PART		Population totale sans les doubles comptes de la colonne *n*
Population totale	Population totale sans les doubles comptes	Arrondissement	Canton	Commune			Totale	Agglomérée au chef-lieu	Éparse	Totale	Dont appart. à la pop. municip. d'autres commun. (doubles comptes)	
a	*b*					*h = j + m*	*j*	*k*	*l*	*m*	*n*	*p = h − n*
354	354	3	24	058	Chapelle-Moulière (La)	408	408	101	307	—	—	408
413	399	2	04	059	Chapelle-Viviers	400	400	227	173	—	—	400
474	463	3	19	060	Charrais	560	557	335	222	3	3	557
1.644	1.644	2	02	061	**Charroux**	1.552	1.552	1.181	371	—	—	1.552
2.527	2.332	3	37	062	Chasseneuil-du-Poitou [5]	3.067	2.888	2.483	405	179	179	2.888
434	434	2	02	063	Chatain	391	391	94	297	—	—	391
771	771	2	08	064	Château-Garnier	712	712	360	352	—	—	712
546	536	3	29	065	Château-Larcher	715	709	228	481	6	6	709
					CHÂTELLERAULT [5] :							
15.080	14.305	1	03	066	Canton Nord	14.209	13.594	11.585	2.009	615	590	13.618
13.398	12.997	1	32	066	Canton Sud	12.013	11.750	10.823	927	263	263	11.750
9.804	9.778	1	38	066	Canton Ouest	10.648	10.451	9.983	468	197	179	10.469
38.282	37.080				TOTAL	36.870	35.795	32.391	3.404	1.075	1.032	35.838
591					dont ~~*Targé*~~	760	760			—		
90	90	2	06	067	Châtillon	91	91	—	91	—	—	91
1.281	1.275	2	06	068	Chaunay	1.157	1.157	364	793	—	—	1.157
191	191	1	16	069	Chaussée (La)	201	201	82	119	—	—	201
6.845	6.693	2	04	070	**Chauvigny**	6.684	6.572	5.039	1.533	112	112	6.572
245					dont *Pouzioux*	258	258			—		
152	152	3	19	071	Cheneché	240	240	211	29	—	—	240
417	417	1	20	072	Chenevelles	394	394	87	307	—	—	394
623	623	3	15	073	Cherves [2]	597	597	156	441	—	—	597
554	554	3	30	074	Chiré-en-Montreuil	578	578	188	390	—	—	578
574	574	1	18	075	Chouppes	674	674	158	516	—	—	674
1.080	1.080	3	19	076	Cissé	1.716	1.716	574	1.142	—	—	1.716
650	650	2	14	077	Civaux	683	683	259	424	—	—	683
3.508	3.108	2	05	078	**Civray**	3.232	2.978	2.978	—	254	254	2.978
379	379	3	13	080	Cloué	379	379	197	182	—	—	379
846	846	1	38	081	Colombiers [5]	1.078	1.078	173	905	—	—	1.078
2.129	1.906	2	06	082	**Couhé**	2.004	1.806	1.696	110	198	198	1.806
724	724	3	13	083	Coulombiers	921	919	672	247	2	2	919
431	431	2	26	084	Coulonges	406	406	77	329	—	—	406
305	302	1	18	085	Coussay	284	284	69	215	—	—	284
752	752	1	20	086	Coussay-les-Bois	788	787	348	439	1	1	787
294	294	1	16	087	Craon	243	243	199	44	—	—	243
336	336	3	35	088	Croutelle	452	452	418	34	—	—	452
406	406	3	15	089	Cuhon [2]	390	390	160	230	—	—	390
216	216	1	27	090	Curçay-sur-Dive	245	245	128	117	—	—	245
477	477	3	13	091	Curzay-sur-Vonne	529	529	249	280	—	—	529
2.574	2.530	1	07	092	**Dangé-Saint-Romain**	2.877	2.839	2.038	801	38	38	2.839
294	294	1	18	093	Dercé	235	235	—	235	—	—	235
253	253	3	28	094	Dienné	285	285	100	185	—	—	285
1.745	1.745	3	23	095	Dissay	2.466	2.464	965	1.499	2	2	2.464
603	603	1	11	096	Doussay	574	574	71	503	—	—	574
321	321	2	08	097	Ferrière-Airoux (La)	270	270	115	155	—	—	270
153	153	2	04	098	Fleix	129	129	—	129	—	—	129
468	468	3	28	099	Fleuré [3]	633	633	378	255	—	—	633
1.034	1.034	3	35	100	Fontaine-le-Comte	2.198	2.198	1.434	764	—	—	2.198
264	264	3	30	102	Frozes	275	275	275	—	—	—	275
1.392	1.343	2	08	103	**Gençay**	1.709	1.508	1.373	135	201	164	1.545
681	681	2	02	104	Genouillé	589	589	92	497	—	—	589
266	266	3	28	105	Gizay	285	285	107	178	—	—	285
129	129	1	27	106	Glénouze	128	128	80	48	—	—	128
557	557	2	14	107	Gouex	555	555	281	274	—	—	555
480	480	1	16	108	Grimaudière (La)	467	467	246	221	—	—	467
107					dont *Notre-Dame-d'Or*	84	~~84~~			—		
120					*Verger-sur-Dive*	125	~~125~~			—		
275	275	1	18	109	Guesnes	259	259	114	145	—	—	259

86 VIENNE

POPULATION EN 1975		CODE			COMMUNES	Population totale 1982 (municipale et comptee à part)	POPULATION MUNICIPALE			POPULATION COMPTÉE A PART		Population totale sans les doubles comptes de la colonne *n*
Population totale	Population totale sans les doubles comptes	Arrondissement	Canton	Commune			Totale	Agglomeree au chef-lieu	Eparse	Totale	Dont appart. à la pop. municip. d'autres commun. (doubles comptes)	
a	*b*					*h = j + m*	*j*	*k*	*l*	*m*	*n*	*p = h − n*
326	326	2	26	110	Haims	283	283	108	175	—	—	283
1.481	1.461	1	07	111	Ingrandes	1.774	1.700	908	792	74	74	1.700
1.223	1.223	2	09	112	**Isle-Jourdain (L')**	1.355	1.336	1.321	15	19	19	1.336
1.863	1.859	3	29	113	Iteuil	2.309	2.309	1.788	521	—	—	2.309
581	581	3	24	114	Jardres	744	715	346	369	29	29	715
4.024	4.013	3	23	115	Jaunay-Clan	4.630	4.629	3.810	819	1	1	4.629
659	659	3	13	116	Jazeneuil	683	683	351	332	—	—	683
418	418	2	17	117	Jouhet	480	480	311	169	—	—	480
518	518	2	26	118	Journet	465	465	191	274	—	—	465
389	389	2	02	119	Joussé	409	409	176	233	—	—	409
1.644	1.644	2	17	120	Lathus-Saint-Rémy [4]	1.525	1.525	609	916	—	—	1.525
335					dont *Saint-Rémy-en-Montmorillon*	269	269			—		
1.013	1.013	3	30	121	Latillé	1.239	1.239	934	305	—	—	1.239
88	88	2	04	122	Lauthiers	80	80	—	80	—	—	80
600	600	3	30	123	Lavausseau	669	665	463	202	4	4	665
568	568	3	24	124	Lavoux	748	748	351	397	—	—	748
519	519	1	20	125	Leigné-les-Bois	509	509	143	366	—	—	509
318	318	1	10	127	Leigné-sur-Usseau	329	329	104	225	—	—	329
511	505	2	04	126	Leignes-sur-Fontaine	518	512	201	311	6	6	512
1.871	1.871	1	11	128	Lencloître	2.082	2.082	1.735	347	—	—	2.082
431	431	1	20	129	Lésigny	471	471	303	168	—	—	471
311	311	1	07	130	Leugny	357	357	245	112	—	—	357
661	661	2	14	131	Lhommaizé	682	682	331	351	—	—	682
468	468	2	26	132	Liglet	424	424	184	240	—	—	424
2.212	2.206	3	35	133	Ligugé	2.704	2.700	2.160	540	4	4	2.700
218	218	2	05	134	Linazay	213	213	73	140	—	—	213
324	324	3	24	135	Liniers	414	414	117	297	—	—	414
502	502	2	05	136	Lizant	526	526	98	428	—	—	526
8.408	8.035	1	12	137	Loudun	8.448	8.120	7.079	1.041	328	328	8.120
163					dont *Rossay*	214	214			—		
438	438	2	09	138	Luchapt	369	369	69	300	—	—	369
2.841	2.777	3	13	139	Lusignan	2.855	2.855	2.342	513	—	—	2.855
2.235	2.201	2	14	140	Lussac-les-Châteaux	2.224	2.217	1.833	384	7	7	2.217
528	528	2	08	141	Magné	460	460	126	334	—	—	460
319	319	3	30	142	Maillé	327	327	327	—	—	—	327
199	199	1	20	143	Mairé	193	193	67	126	—	—	193
307	307	3	15	144	Maisonneuve [2]	315	315	296	19	—	—	315
556	556	3	29	145	Marçay	591	591	174	417	—	—	591
740	737	3	19	146	Marigny-Brizay	915	915	308	607	—	—	915
300	300	3	29	147	Marigny-Chemereau	310	310	89	221	—	—	310
476	476	3	29	148	Marnay	473	473	122	351	—	—	473
428	428	1	16	149	Martaizé	406	406	286	120	—	—	406
215	215	3	15	150	Massognes [2]	230	230	136	94	—	—	230
238	238	1	12	151	Maulay	212	212	94	118	—	—	212
796	796	2	01	152	Mauprévoir	754	754	482	272	—	—	754
650	650	2	14	153	Mazerolles	704	704	181	523	—	—	704
298	298	1	16	154	Mazeuil	280	280	135	145	—	—	280
236	236	1	12	156	Messemé	232	232	64	168	—	—	232
1.326	1.207	3	33	157	Mignaloux-Beauvoir	1.748	1.638	99	1.539	110	110	1.638
3.743	3.691	3	21	158	Migné-Auxances	4.328	4.230	3.539	691	98	98	4.230
662	662	2	09	159	Millac	598	598	224	374	—	—	598
2.273	2.270	3	15	160	Mirebeau [2]	2.379	2.379	2.206	173	—	—	2.379

POPULATION EN 1975		CODE			COMMUNES	Population totale 1982 (municipale et comptée à part)	POPULATION MUNICIPALE			POPULATION COMPTÉE A PART		Population totale sans les doubles comptes de la colonne *n*
Population totale	Population totale sans les doubles comptes	Arrondissement	Canton	Commune			Totale	Agglomérée au chef-lieu	Éparse	Totale	Dont appart. à la pop. municip. d'autres commun. (doubles comptes)	
a	*b*					*h = j + m*	*j*	*k*	*l*	*m*	*n*	*p = h − n*
1.061	1.061	1	16	161	**Moncontour**	**1.036**	1.036	551	485	—	—	1.036
149					dont *Messais*	143	143			—		
211					*Ouzilly-Vignolles*	192	192			—		
170					*Saint-Chartres*	142	142			—		
124	124	1	10	162	Mondion	123	123	—	123	—	—	123
1.300	1.300	3	37	163	Montamisé	1.787	1.787	883	904	—	—	1.787
366	366	1	31	164	Monthoiron	564	564	226	338	—	—	564
7.421	6.685	2	17	165	**MONTMORILLON**	7.541	6.954	6.468	486	587	587	6.954
370	370	3	30	166	Montreuil-Bonnin	551	551	388	163	—	—	551
653	653	1	18	167	**Monts-sur-Guesnes**	642	642	552	90	—	—	642
313	313	1	27	169	Morton	303	303	296	7	—	—	303
519	517	2	17	170	Moulismes	494	488	285	203	6	6	488
666	666	2	09	171	Moussac	582	582	173	409	—	—	582
749	749	1	12	173	Mouterre-Silly	675	675	111	564	—	—	675
274	274	2	09	172	Mouterre-sur-Blourde	212	212	51	161	—	—	212
3.460	3.460	1	32	174	Naintré	4.236	4.236	3.075	1.161	—	—	4.236
385	385	2	25	175	Nalliers	361	361	190	171	—	—	361
199	199	2	09	176	Nérignac	168	168	156	12	—	—	168
3.313	3.312	3	19	177	**Neuville-de-Poitou**	3.634	3.623	3.586	37	11	11	3.623
920	920	3	28	178	Nieuil-l'Espoir	1.193	1.127	856	271	66	—	1.193
1.017	1.017	3	28	180	Nouaillé-Maupertuis	1.433	1.433	888	545	—	—	1.433
312	312	1	18	181	Nueil-sous-Faye	274	274	129	145	—	—	274
354	354	1	11	182	Orches	371	371	107	264	—	—	371
1.394	1.394	1	07	183	Ormes (Les)	1.473	1.473	955	518	—	—	1.473
641	641	1	11	184	Ouzilly	681	681	150	531	—	—	681
621	621	1	07	186	Oyré	741	741	148	593	—	—	741
482	482	2	04	187	Paizay-le-Sec	380	380	107	273	—	—	380
938	874	2	06	188	Payré	880	819	81	738	61	54	826
526	526	2	02	189	Payroux	551	551	255	296	—	—	551
1.064	1.064	2	14	190	Persac	933	933	509	424	—	—	933
275	275	2	17	191	Pindray	278	278	54	224	—	—	278
199	199	2	17	192	Plaisance	181	181	138	43	—	—	181
1.173	1.173	1	20	193	**Pleumartin**	1.178	1.178	704	474	—	—	1.178
					POITIERS [5] :							
10.805	9.714	3	21	194	1er canton	10.201	9.286	9.053	233	915	846	9.355
12.930	12.892	3	22	194	2e canton	10.302	10.286	10.286	—	16	16	10.286
18.520	16.975	3	33	194	3e canton	17.390	15.528	15.528	—	1.862	1.042	16.348
12.908	12.858	3	34	194	4e canton	11.285	11.273	11.259	14	12	12	11.273
6.518	6.426	3	35	194	5e canton	5.903	5.850	5.826	24	53	49	5.854
14.062	12.881	3	36	194	6e canton	12.315	11.173	11.156	17	1.142	1.055	11.260
9.723	9.567	3	37	194	7e canton	15.488	14.621	13.685	936	867	514	14.974
85.466	81.313				TOTAL	82.884	78.017	76.793	1.224	4.867	3.534	79.350
608	608	1	07	195	Port-de-Piles	577	577	529	48	—	—	577
180	180	1	27	196	Pouançay	231	231	78	153	—	—	231
512	512	1	18	197	Pouant	517	517	225	292	—	—	517
316	316	3	24	198	Pouillé	366	366	144	222	—	—	366
721	721	2	01	200	Pressac	687	687	273	414	—	—	687
301	301	1	18	201	Prinçay	254	254	—	254	—	—	254
730	730	1	20	202	Puye (La)	659	659	316	343	—	—	659
880	880	2	09	203	Queaux	710	710	296	414	—	—	710
862	862	3	30	204	Quinçay	1.216	1.216	343	873	—	—	1.216
219	219	1	27	205	Ranton	174	174	171	3	—	—	174
138	138	1	27	206	Raslay	116	116	—	116	—	—	116
1.402	1.400	1	20	207	Roche-Posay (La)	1.404	1.404	1.119	285	—	—	1.404
635	581	1	12	079	Roche-Rigault (La) [6]	636	578	121	457	58	58	578
531	531	3	30	208	Rochereau (Le)	560	560	231	329	—	—	560

86 VIENNE

POPULATION EN 1975		CODE			COMMUNES	Population totale 1982 (municipale et comptee à part)	POPULATION MUNICIPALE			POPULATION COMPTEE A PART		Population totale sans les doubles comptes de la colonne *n*
Population totale	Population totale sans les doubles comptes	Arrondissement	Canton	Commune			Totale	Agglomeree au chef-lieu	Éperse	Totale	Dont appart. à la pop. municip. d'autres commun. (doubles comptes)	
a	*b*				*c*	*h = j + m*	*j*	*k*	*l*	*m*	*n*	*p = h – n*
1.020	1.020	3	28	209	Roches-Prémarie-Andillé	1.378	1.378	1.043	335	—	—	1.378
475	475	1	27	210	Roiffé	583	535	261	274	48	48	535
1.006	1.006	2	06	211	Romagne	910	910	274	636	—	—	910
2.505	2.182	3	13	213	Rouillé	2.530	2.111	832	1.279	419	419	2.111
5.147	4.889	3	34	214	Saint-Benoît	5.950	5.397	5.220	177	553	553	5.397
363	363	1	10	217	Saint-Christophe	311	311	77	234	—	—	311
268	268	1	16	218	Saint-Clair	238	238	223	15	—	—	238
530	530	3	23	219	Saint-Cyr	604	604	201	403	—	—	604
327	327	2	05	220	Saint-Gaudent	337	337	160	177	—	—	337
1.069	1.067	1	11	221	Saint-Genest-d'Ambière	1.107	1.105	509	596	2	2	1.105
2.050	2.050	3	23	222	**Saint-Georges-lès-Baillargeaux**	2.447	2.447	1.435	1.012	—	—	2.447
948	948	2	25	223	Saint-Germain	1.034	1.034	894	140	—	—	1.034
1.296	1.290	1	10	224	**Saint-Gervais-les-Trois-Clochers**	1.288	1.229	513	716	59	2	1.286
1.480	1.480	1	16	225	Saint-Jean-de-Sauves	1.487	1.486	644	842	1	1	1.486
323					dont *Frontenay-sur-Dive*	302	302			—		
1.432	1.432	3	24	226	**Saint-Julien-l'Ars** [3]	1.733	1.724	1.339	385	9	9	1.724
155	155	1	12	227	Saint-Laon	163	163	125	38	—	—	163
174	174	2	14	228	Saint-Laurent-de-Jourdes	149	149	—	149	—	—	149
444	444	1	27	229	Saint-Léger-de-Montbrillais	420	420	141	279	—	—	420
263	263	2	26	230	Saint-Léomer	234	234	127	107	—	—	234
490	490	2	05	231	Saint-Macoux	495	495	118	377	—	—	495
599	599	2	01	234	Saint-Martin-l'Ars	515	515	180	335	—	—	515
852	852	2	08	235	Saint-Maurice-la-Clouère	825	825	421	404	—	—	825
706	706	2	05	237	Saint-Pierre-d'Exideuil	714	714	137	577	—	—	714
1.092	1.092	2	25	236	Saint-Pierre-de-Maillé	1.011	1.011	440	571	—	—	1.011
195	195	2	04	239	Sainte-Radégonde	184	184	—	184	—	—	184
557	557	1	07	241	Saint-Rémy-sur-Creuse	503	503	390	113	—	—	503
493	493	2	02	242	Saint-Romain	443	443	68	375	—	—	443
1.611	1.611	3	13	244	Saint-Sauvant	1.403	1.403	525	878	—	—	1.403
649	649	1	03	245	Saint-Sauveur [5]	874	874	471	403	—	—	874
1.323	1.323	2	25	246	**Saint-Savin**	1.058	1.058	869	189	—	—	1.058
540	540	2	05	247	Saint-Saviol	585	585	105	480	—	—	585
647	647	2	08	248	Saint-Secondin	565	565	228	337	—	—	565
167	167	1	18	249	Saires	135	135	—	135	—	—	135
235	235	1	27	250	Saix	189	189	—	189	—	—	189
559	559	1	12	252	Sammarçolles	513	513	219	294	—	—	513
869	869	3	13	253	Sanxay	701	701	472	229	—	—	701
905	904	2	17	254	Saulgé	951	950	277	673	1	1	950
1.287	1.287	2	05	255	Savigné	1.321	1.321	366	955	—	—	1.321
494	494	3	24	256	Savigny-Lévescault	631	631	258	373	—	—	631
356	356	1	11	257	Savigny-sous-Faye	282	282	102	180	—	—	282
1.427	1.427	1	11	258	Scorbé-Clairvaux	1.919	1.919	1.005	914	—	—	1.919
411	411	1	32	259	Senillé	500	500	176	324	—	—	500
448	448	1	10	260	Sérigny	394	394	109	285	—	—	394
1.029	958	3	24	261	Sèvres-Anxaumont [3]	1.402	1.345	610	735	57	56	1.346
656	656	2	14	262	Sillars	657	657	131	526	—	—	657
1.490	1.490	3	28	263	Smarves	2.069	2.069	1.907	162	—	—	2.069
686	686	2	08	264	Sommières-du-Clain	729	729	326	403	—	—	729
411	411	1	11	265	Sossais	375	375	193	182	—	—	375
254	254	2	02	266	Surin	192	192	59	133	—	—	192
624	624	3	24	268	Tercé [3]	826	826	304	522	—	—	826
213	213	1	27	269	Ternay	215	215	—	215	—	—	215
338	338	2	26	270	Thollet	283	283	62	221	—	—	283
671	671	3	15	271	Thurageau	605	605	64	541	—	—	605
2.127	2.127	1	38	272	Thuré [5]	2.335	2.249	585	1.664	86	86	2.249
1.257	1.257	2	26	273	Trimouille (La)	1.245	1.243	1.004	239	2	2	1.243

POPULATION EN 1975		CODE			COMMUNES	Population totale 1982 (municipale et comptée à part)	POPULATION MUNICIPALE			POPULATION COMPTÉE A PART		Population totale sans les doubles comptes de la colonne *n*
Population totale	Population totale sans les doubles comptes	Arrondissement	Canton	Commune			Totale	Agglomeree au chef-lieu	Éparse	Totale	Dont appart. à la pop. municip. d'autres commun. (doubles comptes)	
a	*b*					*h = j + m*	*j*	*k*	*l*	*m*	*n*	*p = h − n*
871	869	1	27	274	**Trois-Moutiers (Les)**	847	847	395	452	—	—	847
383	383	1	10	275	Usseau	489	489	213	276	—	—	489
1.437	1.437	2	08	276	Usson-du-Poitou	1.374	1.374	723	651	—	—	1.374
1.940	1.940	2	04	233	Valdivienne [3] [6]	1.957	1.952	457	1.495	5	5	1.952
90					dont *Chapelle-Morthemer*	73	73			—		
256	256	3	15	277	Varennes [2]	258	258	90	168	—	—	258
710	710	2	06	278	Vaux	730	730	91	639	—	—	730
336	336	1	10	279	Vaux-sur-Vienne	467	467	159	308	—	—	467
405	405	1	10	280	Vellèches	387	387	124	263	—	—	387
1.895	1.895	3	19	281	Vendeuvre-du-Poitou	2.154	2.154	480	1.674	—	—	2.154
431	431	3	28	284	Vernon	469	469	148	321	—	—	469
708	704	2	14	285	Verrières	714	714	448	266	—	—	714
463	463	1	18	286	Verrue	399	399	151	248	—	—	399
453	453	1	27	287	Vézières	390	390	85	305	—	—	390
893	893	1	20	288	Vicq-sur-Gartempe	756	756	257	499	—	—	756
1.215	1.215	2	09	289	Vigeant (Le)	1.117	984	168	816	133	120	997
831	831	3	28	290	**Villedieu-du-Clain (La)**	1.092	1.091	1.080	11	1	1	1.091
165	165	2	25	291	Villemort	152	152	92	60	—	—	152
423	423	3	19	292	Villiers	472	447	402	45	25	—	472
2.675	2.675	3	29	293	Vivonne	2.817	2.817	2.215	602	—	—	2.817
2.040	1.788	3	30	294	Vouillé	2.499	2.380	1.698	682	119	119	2.380
368	368	2	05	295	Voulême	385	385	—	385	—	—	385
252	252	2	06	296	Voulon	248	248	101	147	—	—	248
2.032	1.949	3	35	297	Vouneuil-sous-Biard	2.927	2.859	668	2.191	68	68	2.859
1.218	1.218	1	31	298	**Vouneuil-sur-Vienne**	1.458	1.458	598	860	—	—	1.458
471	471	3	15	299	Vouzailles [2]	458	458	326	132	—	—	458
182	182	3	19	300	Yversay	220	220	219	1	—	—	220
366.530	**357.366**				**TOTAL DU DÉPARTEMENT**	**380.183**	**369.843**	**260.986**	**108.857**	**10.340**	**8.755**	**371.428**

STATISTIQUES

OBJECTIFS

CONTRAT : tous les exercices sont obligatoires

DUREE : 1h en classe

Ex 1 :

Les notes obtenues à un examen par les candidats sont consignées dans le tableau suivant :

Note	[0;4[	[4;6[	[6;8[	[8;10[	[10;11[	[11;12[	[12;14[	[14;16[	[16;20[
Nombre de candidats	20	60	90	100	70	80	70	40	20

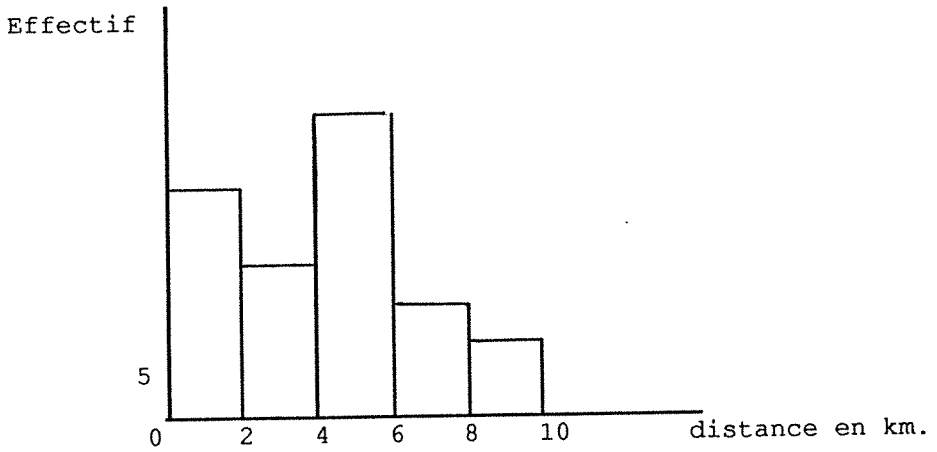
Construis un histogramme représentant ce tableau.

Ex 2 :

Voici les résultats obtenus par des élèves de 3ème à un test sur les racines carrées :
19 . 20 . 16 . 17 . 18 . 19 . 10 . 18 . 17 . 17 . 16 . 6 . 18 . 10 . 15 . 17 . 9 . 12 . 16 . 4 . 14 . 7 .

a) Représente ces résultats sous forme d'un tableau d'effectifs.
b) Représente cette répartition par un histogramme.
c) Calcule la moyenne de la classe et trouve la médiane.
d) Calcule la fréquence de la note 18 au dixième près par excès.

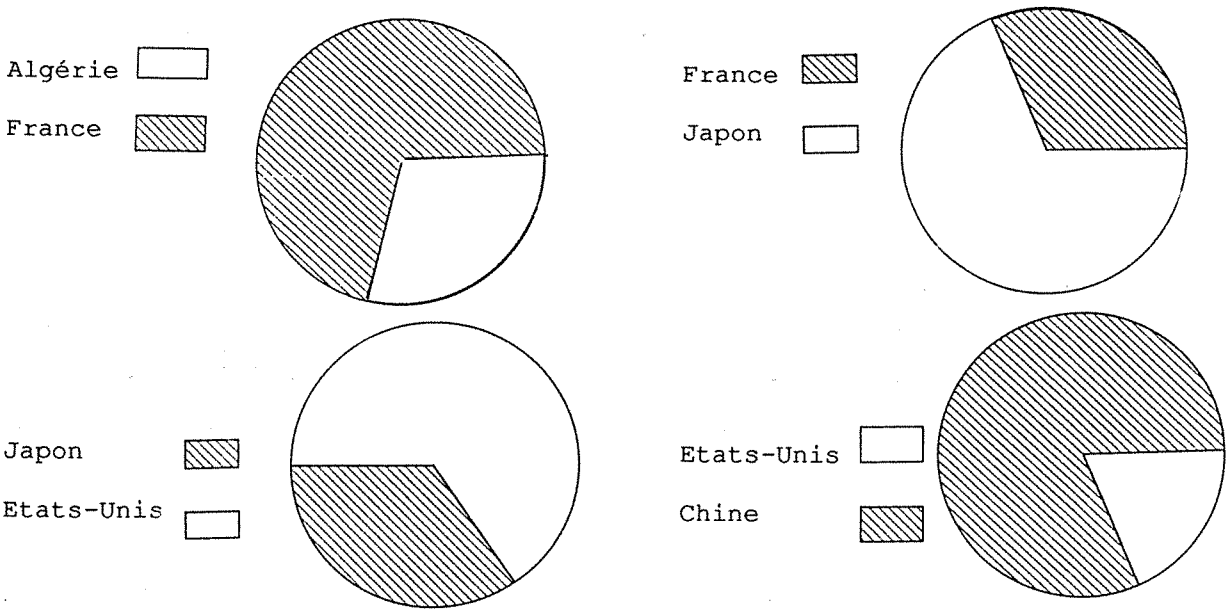
Ex 3 :
Une enquête sur la distance domicile-collège pour des élèves de 3ème d'un collège a été représentée par l'histogramme suivant :



a) Donne le tableau des effectifs de chaque classe.
b) Donne le tableau des effectifs cumulés croissants.
c) Donne le tableau des fréquences cumulées croissantes.
d) Calcule la distance moyenne parcourue et trouve la médiane.

Ex 4 :

Les quatre diagrammes circulaires suivants permettent de comparer les populations, en 1986, de l'Algérie, de la France, du Japon, des Etats-Unis et de la Chine :



Le Japon avait 121 millions d'habitants en 1986. Calcule à un million près par défaut, les populations de la France, de l'Algérie, des Etats-Unis et de la Chine.

Ex 5 :
La répartition des employés d'une entreprise en fonction de la prime de fin d'année est la suivante :

PRIME EN F	*NOMBRE D'EMPLOYES*
[0;1 000[	18
[1 000;2 000[	44
[2 000;3 000[	112
[3 000;3 500[	120
[3 500;4 000[	138
[4 000;4 500[	164
[4 500;5 000[	106
[5 000;6 000[	98
[6 000;7 000[	52
[7 000;8 000[	8

a) Calcule les fréquences.
b) Calcule les fréquences cumulées.
c) Trace la courbe des fréquences cumulées.

La dominante "gestion de données" recouvre deux parties distinctes.

1 - Statistiques

2 - Etude des fonctions affines, tracés de fonctions diverses en liaison avec l'alinéa "résolution d'équations par essais et corrections successifs".

Le dernier point de la partie (2) a été rencontré dans différentes situations au cours de l'année (trigonométrie, géométrie dans l'espace).

Dans ce qui suit nous traitons les statistiques.

CHOIX DIDACTIQUES

En troisième il s'agit essentiellement de faire le point sur ce qui a été vu les années précédentes. Seules, les variables de position médiane et moyenne sont nouvelles.

Choix de l'activité

Nous avons voulu :

- que les élèves travaillent sur un document réel afin de les faire réfléchir sur le choix des données,

- que les données soient nombreuses afin qu'ils soient contraints de faire des histogrammes,

- que la situation conduise de manière naturelle à une répartition en classe de différentes amplitudes afin de faire distinguer la différence entre histogramme (aire du rectangle proportionnelle à l'effectif) et diagramme bâton. En effet très souvent les élèves perçoivent les histogrammes comme des "bâtons épais" quand les classes ont la même amplitude (hauteur proportionnelle à l'effectif),

- que la médiane et la moyenne soient différentes de manière significative et que leur signification statistique puisse être facilement expliquée et comprise.

Pour ces raisons nous avons choisi un document INSEE sur la population de la Vienne. Ce document répond aux contraintes que nous avons souhaitées.*

* Cette situation n'est pas en rapport étroit avec les programmes de 3ème mais les documents trouvés dans les manuels d'histoire-géographie et de biologie sont déjà "débarrassés" de toutes les données supplémentaires, inutiles pour l'objectif visé dans le cours, mais qui auraient été intéressantes pour notre étude.

Cette activité a été réalisée en 2 temps :
- Une étude globale de la population,

- la même étude sans les grandes villes et sans les villages péri-urbains afin de montrer que moins la série statistique est dispersée plus la médiane et la moyenne sont proches l'une de l'autre.

Choix des exercices

Il s'agit d'exercices didactiques sur la moyenne, la médiane, les fréquences cumulées, la lecture d'un graphique.

DEROULEMENT ET COMMENTAIRES

ACTIVITE : Durée 3 heures

Document utilisé : - Population de la Vienne (document INSEE)

Déroulement :

Le document est distribué aux élèves et la consigne donnée oralement : "A l'aide de ce document, nous allons faire une étude statistique du nombre d'habitants par commune dans la Vienne".

Les élèves prennent possession du document en lisant les intitulés des différentes colonnes. Le professeur doit alors donner collectivement des explications à leur sujet.
Les trois colonnes concernant les codes : n° de l'arrondissement, du canton, de la commune sont facilement expliquées ; le professeur fait remarquer que le numéro de commune figure dans le numéro de Sécurité Sociale de chacun de nous. Pour les autres colonnes, l'objectif n'est pas de donner tous les détails concernant les modes de calcul des populations mais de montrer aux élèves ce qu'est un document "brut" : la difficulté de lecture croît, très souvent, avec la richesse des informations.

Après discussion, les populations considérées sont celles données dans la colonne j. Les élèves réalisent un tableau des effectifs, l'amplitude des classes étant de 100 habitants. Le travail est alors réparti, par les élèves, dans chaque groupe.

Très vite, les élèves demandent s'ils peuvent faire des regroupements au delà de 1000 habitants car les effectifs de chaque classe sont très faibles.
Une fois le tableau achevé, une visualisation de ces effectifs est alors demandée. Les élèves choisissent alors de réaliser des histogrammes sur papier millimétré. Différents problèmes apparaissent au cours de la réalisation :

- Choix de l'échelle sur les axes : comment pouvoir représenter, de façon lisible, les effectifs des classes entre 0 et 1000 habitants et les deux villes importantes du département, Poitiers et Châtellerault ? Il est alors décidé de ne pas représenter ces deux villes.

- Comment représenter les effectifs lorsque l'on fait des regroupements ? C'est en effet la différence entre histogramme et diagramme-

bâton. Pour ce dernier, c'est la hauteur du bâton qui est proportionnelle à l'effectif alors que pour l'histogramme, c'est l'aire du rectangle. Ce problème a déjà été rencontré en 4ème mais peu ou pas réinvesti, les programmes ne s'y prêtent pas. Le professeur explique donc collectivement cette différence et aide ponctuellement, dans les groupes, les élèves en difficulté.

A la suite de cet histogramme, le professeur demande de réaliser un graphique des effectifs cumulés. L'allure de l'histogramme et celle du graphique sont commentées, la majorité des communes de la Vienne se situant dans le créneau 0-1000 habitants.

La moyenne des habitants par commune est alors calculée : 1316 habitants.

Cette moyenne peut être calculée de 2 façons :

- moyenne arithmétique (méthode exacte)
- moyenne pondérée (méthode approchée à partir de l'histogramme on prend $\frac{x_i + x_{i+1}}{2}$ comme population moyenne de chaque classe $[x_i, x_{i+1}[$ et on multiplie par l'effectif de la classe...)

Cette dernière méthode est plus rapide et le résultat est peu différent de la méthode exacte.

Pour introduire la médiane (seule connaissance nouvelle en 3ème sur les statistiques mais non exigible), les élèves cherchent le nombre d'habitants de la commune telle qu'il y ait autant de communes de population inférieure que de communes de population supérieure : ce que l'on appelle la médiane donne donc la répartition 1ère moitié, 2ème moitié. Le professeur montre comment trouver cette médiane à partir du graphique des effectifs cumulés (environ 530 habitants).

Une remarque s'impose alors "pourquoi la moyenne est-elle tant supérieure à la médiane ?". Les élèves formulent bien la cause de ce phénomène : les deux villes de Poitiers et Châtellerault rassemblent 30% de la population du département, elles ne comptent pourtant que pour 2 communes lors de la recherche de la médiane.
Les élèves pensent que, si l'on faisait abstraction de ces deux villes, la médiane devrait être plus proche de la moyenne.

Une deuxième étude est alors réalisée sans les deux grands pôles :

- district de Poitiers : Biard, Buxerolles, Chasseneuil, Mignaloux-Beauvoir, Migné-Auxances, Montamisé, Poitiers, Saint-Benoît,

- SIPEC de Châtellerault (Syndicat Intercommunal pour l'Essor du Châtelleraudais) : Cenon, Châtellerault, Colombiers, Ingrandes, Monthoiron, Naintré, Senillé, Saint-Sauveur, Thuré, Vouneuil-sur-Vienne.

L'objectif de cette étude étant la comparaison médiane-moyenne, seul le graphique des effectifs cumulés est réalisé, le tableau des effectifs étant déduit du tableau précédent. Ce travail est terminé à la maison.
La synthèse de cette étude est alors menée l'heure suivante en classe: comme prévu, la moyenne s'est rapprochée de la médiane, la médiane, elle, n'est pratiquement pas modifiée, le nombre de communes enlevées étant négligeable par rapport au nombre total des communes.

Le dossier est alors distribué, les objectifs sont énoncés par les élèves et notés :

Je dois savoir :
- *contruire un histogramme*
- *le vocabulaire : classe, effectif, effectifs cumulés, fréquence, fréquences cumulées.*
- *calculer une moyenne*
- *trouver une médiane.*

EXERCICES : Durée : 1 heure en classe.

Le temps consacré en classe étant court, ces exercices sont faits en partie à la maison. Un délai de deux semaines est accordé. Les élèves ont donc pu, pendant ces quinze jours poser des questions au professeur pour élucider les questions qui leur posaient problème. Le dossier a ensuite été ramassé, corrigé et annoté.

La notation [[utilisée en statistique pour noter les classes a dû être expliquée, elle est bien comprise.
La difficulté de l'exercice 1 réside dans la différence d'amplitude des classes pour la réalisation de l'histogramme. Quelques élèves n'ont pas compris la différence entre diagramme-bâton et histogramme ; ils dessinent donc la hauteur du rectangle proportionnelle à l'effectif et non son aire. Il faut toutefois noter que cette faute est peu fréquente.

A l'exercice 2, le plus simple est de choisir des classes d'amplitude 1, l'histogramme devient semblable à un diagramme bâton et il est facilement réalisable. Pourtant ce choix a été très peu fait, les élèves ont pris soit la même amplitude (de 2 en 2 ou de 4 en 4), soit des amplitudes différentes qui mettent en évidence le nombre important de notes entre 16 et 19.

Les élèves qui ont choisi des classes d'amplitudes égales posent le problème de la note 20 qui semble exclue dans la notation [[. Il est alors décidé que le dernier intervalle serait fermé aux deux extrémités.
Les calculs ont généralement été bien menés, seuls quelques élèves ont confondu fréquences et fréquences cumulées.

L'exercice 3 a été bien compris mais mal présenté : tableau non dessiné, tableau sans dire ce que chaque ligne représente, graphique et histogramme sans dire ce qui est porté sur chaque axe.
Le calcul de la moyenne pose problème pour cet exercice, les élèves ne sachant quelle distance prendre pour chaque classe.

Certains ont pris l'extrémité supérieure de chaque classe au lieu de prendre le milieu, ce qui conduit au calcul

$$\frac{2 \times 30 + 4 \times 20 + \ldots}{115} \quad \text{au lieu de} \quad \frac{1 \times 30 + 3 \times 20 + \ldots}{115}$$

Les calculs de **l'exercice 4** ont généralement été menés à bien. Seuls deux élèves ont fait des erreurs.

- Un élève n'a pas mesuré les angles mais a évalué la portion de disque hachurée par rapport au disque entier : $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{3}$ pour les trois

premiers diagrammes et $\frac{1}{5}$; $\frac{4}{5}$ pour le dernier, les populations trouvées ne sont donc pas les valeurs réelles.

- Un autre a fait une erreur plus importante : il a calculé le nombre d'habitants représenté par un degré dans le graphique n° 3 et il a considéré que c'était le même pour les autres graphiques.

Pour le graphique de **l'exercice 5**, la fréquence est repérée soit à l'extrémité gauche, soit à l'extrémité droite, soit au milieu de l'intervalle.

TRANSFORMATIONS - VECTEURS

CHOIX DIDACTIQUES

Cette dominante recouvre les parties 3, 4 et 6 des travaux géométriques. Notre progression est la suivante.

a) Composition de transformations

Nous proposons de faire "découvrir" la composition des transformations par leur décomposition : en effet deux figures isométriques étant données il semble naturel de chercher si, par une transformation ou une suite de transformations connues, on peut amener l'une sur l'autre. Cela montre :

- qu'il y a beaucoup de façons pour aller de la figure initiale à la figure finale (la décomposition n'est pas unique),

- qu'il existe parfois (mais pas toujours) une seule transformation qui permette de passer de l'une à l'autre (donc en composant des transformations connues on peut obtenir une transformation connue).

La suite est constituée d'exercices didactiques qui réinvestissent les constructions de transformées de figures vues dans les classes antérieures.

Dans cette partie aucune démonstration des conjectures n'est demandée (en particulier quand il s'agit de reconnaître la transformation obtenue).

b) Utilisation des conservations

L'activité II montre qu'il n'est pas nécessaire de construire point par point la figure transformée quand on connaît les propriétés de la transformation. Pour mettre ceci en évidence, nous avons imposé des constructions à la règle non graduée, celles-ci nécessitant alors l'usage des conservations.

Les exercices portent sur les configurations. Des figures sont transformées et ce sont "les conservations" qui permettent de conclure que des propriétés des configurations sont vérifiées. On peut mentionner que la rotation fournit les résultats les plus spectaculaires ou du moins les plus inattendus (exercice 5).

c) Connaissance des vecteurs

En quatrième, nous étions passés rapidement sur les vecteurs. Cette partie purement didactique fait le point sur les connaissances de quatrième. On insiste en particulier sur les liens entre :

- vecteurs et parallélogramme
- vecteurs et translations.

Le support des translations permet d'introduire le vecteur nul et les vecteurs opposés.

d) Somme de 2 vecteurs

Celle-ci est présentée par la composition de translations sur transparent comme le mentionnent les commentaires des programmes.

Les exercices ont été formulés de telle manière que parallélogramme, vecteurs et translations soient utilisés.

e) Utilisation des vecteurs pour démontrer des propriétés sur les configurations.

Les exercices utilisent les deux propriétés :

- Si 0 est milieu de [AB] alors $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OB}$ (et la réciproque).

- Si ABCD est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (et la réciproque).

Les formulations font usage des translations et symétries.

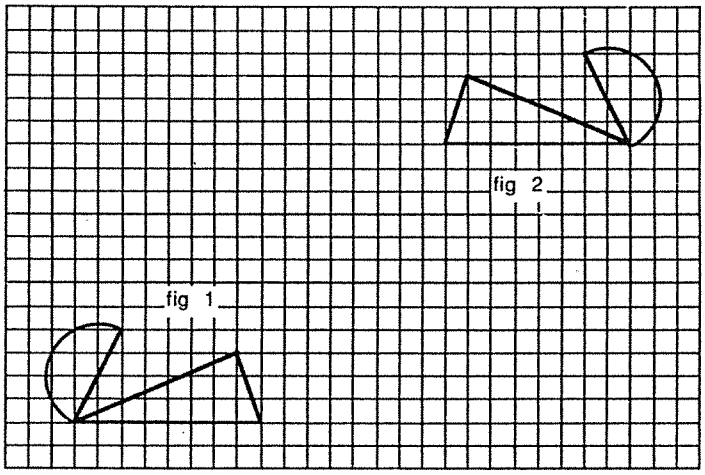
DUREE : 11 heures.

A) COMPOSITION DE TRANSFORMATIONS

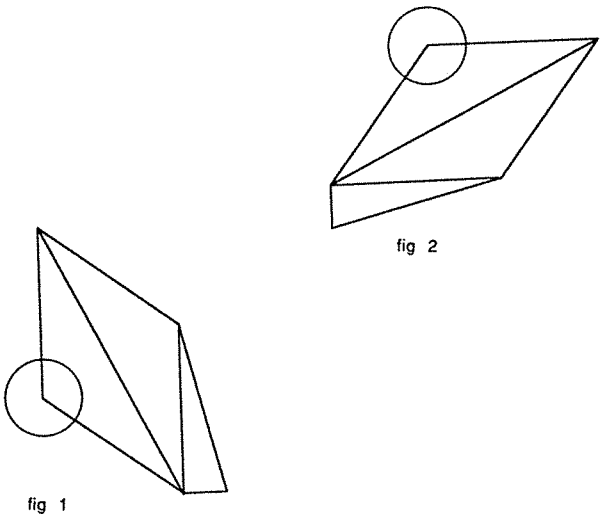
ACTIVITE 1

Dans les 3 cas suivants, comment passer de la fig. 1 à la fig.2 en utilisant une ou plusieurs transformations (translation, rotation, symétrie centrale, symétrie axiale.)

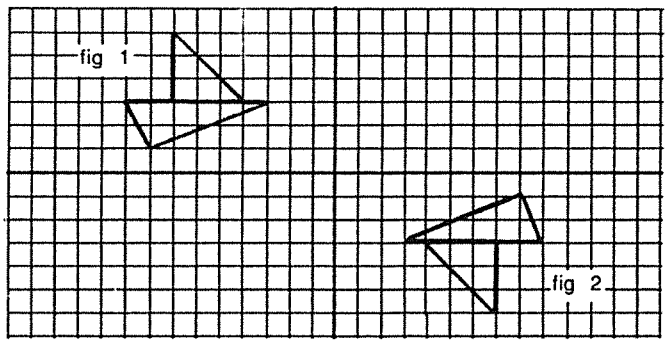
Cas n° 1



Cas n° 2



Cas n° 3



OBJECTIFS

CONTRAT : tous les exercices sont obligatoires.

DUREE : 1 heure en classe.

Ex 1 :

Construis la figure obtenue en faisant les transformations indiquées dans chaque cas.
Dans chaque cas, quelle est la transformation qui te semble faire passer, directement, la figure donnée à la figure finale ?

A : Une translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ suivie d'une translation de vecteur $\overrightarrow{CH}$.

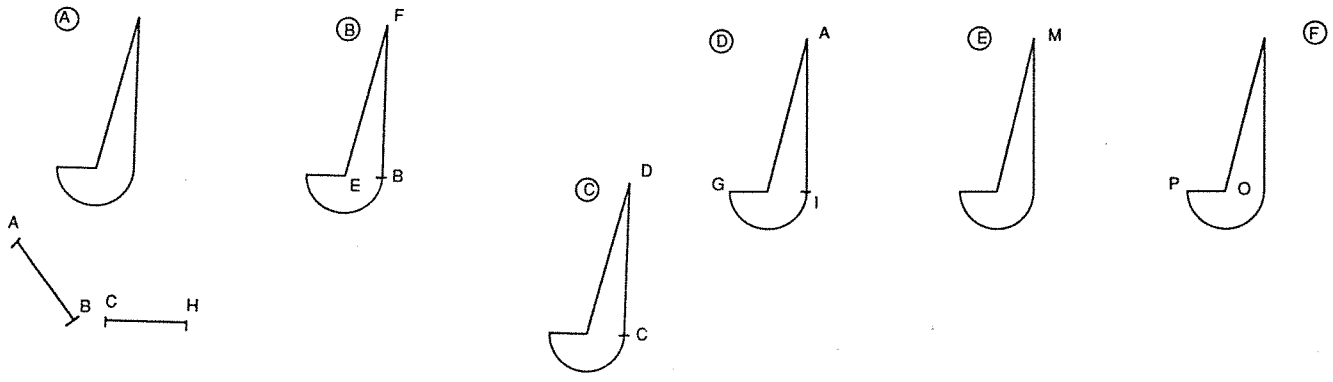
B : Une rotation vers la droite de 90° de centre B suivie d'une translation de vecteur $\overrightarrow{FE}$.

C : Une symétrie centrale de centre C suivie d'une symétrie centrale de centre D.

D : Une translation de vecteur $\overrightarrow{GI}$ suivie d'une symétrie axiale d'axe (AI).

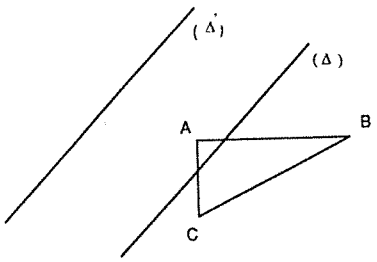
E : Une rotation de 30° dans ce sens ↶ de centre M suivie d'une symétrie centrale de centre M.

F : Une symétrie axiale d'axe (OP) suivie d'une rotation de centre P dans le sens ↷ de 135°.



Ex 2 :

a)

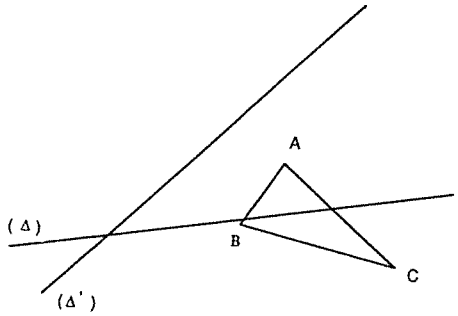


On a (Δ) // (Δ').
Soit A' B' C' la figure symétrique de ABC par rapport à (Δ) puis A" B" C" la figure symétrique de A' B' C' par rapport à (Δ').

Fais les constructions à la règle et au compas.

Quelle est la transformation qui permettrait de passer directement de ABC à A" B" C" ?

b)

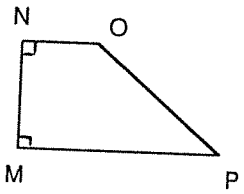


Fais le même travail avec les 2 axes ci-contre.

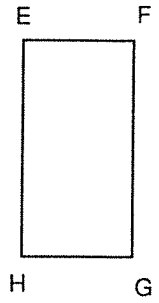
Que faudrait-il pour que l'on puisse passer de ABC à A"B"C" par une symétrie centrale ?

Ex 3 :

Construis la figure obtenue après une translation de vecteur $\overrightarrow{MN}$ suivie d'une translation de vecteur $\overrightarrow{OP}$.



Ex 4 :



EFGH est un rectangle.
Construis la figure obtenue en faisant subir à EFGH une symétrie centrale de centre G suivie d'une translation de vecteur $\overrightarrow{HF}$.

Peux-tu reconnaître une transformation qui permettrait de passer de la figure initiale à la figure finale ?

Choix de l'activité

Contraintes de la figure cas n° 1 :

- le support est le quadrillage pour inciter à l'usage des symétries,

- le quadrillage est penché par rapport aux bords des feuilles pour inciter à faire des translations autres qu'en suivant le quadrillage,

- le milieu de [AA'] est sur le quadrillage pour inciter à des procédures de symétrie centrale,

- la figure 1 n'est pas symétrique.

Ces contraintes permettent de faire apparaître différentes procédures.

Contraintes de la figure cas n° 2

- figure non symétrique

- le centre de rotation est sur la feuille.

Contraintes de la figure cas n° 3

- la figure est portée par un quadrillage

- les droites perpendiculaires sont apparentes pour inciter à la composition de 2 symétries axiales.

L'objectif du cas n° 3 est de faire le lien entre symétries axiale et centrale.

DEROULEMENT ET COMMENTAIRES

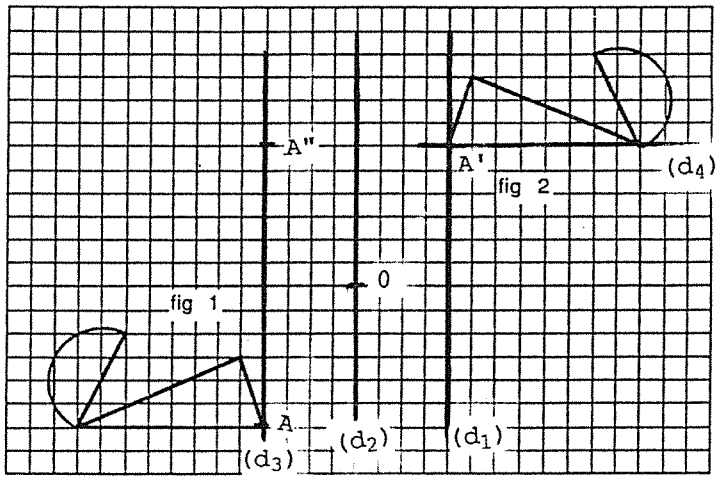
ACTIVITE 1 : durée 30 mn.

La durée de cette activité montre que les élèves ont trouvé rapidement différentes stratégies pour passer de la figure 1 à la figure 2.

Cas n° 1
Les procédures utilisées :

- Symétrie d'axe (d_3) suivie d'une translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$
- Translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$ suivie d'une symétrie d'axe (d_1)
- Translation de vecteur $\overrightarrow{AA''}$ suivie d'une symétrie d'axe (d_2)
- Symétrie centrale de centre 0 suivie d'une symétrie d'axe (d_4).

Il est à noter que le vecteur de la translation n'est toujours pas porté par le quadrillage contrairement à l'axe de symétrie.



Cas n° 2
Procédures utilisées :

- Certains élèves trouvent le centre de rotation qui fait passer directement à la figure 2 en traçant les médiatrices des segments qui ont les points correspondants comme extrémités. Un élève a tracé toutes les médiatrices, d'autres seulement deux. Cette méthode n'ayant jamais été validée en 4ème, le professeur questionne les élèves pour savoir pourquoi ils faisaient cette construction. Leur réponse "les points images sont sur un même cercle, il faut donc chercher le centre du cercle qui doit être sur la médiatrice du segment ; on recommence pour deux autres points". Une élève avait fait cette construction, mais était un peu troublée par le fait que les cercles n'avaient pas le même rayon. Pourtant son raisonnement lui semblait correct.

- Rotation puis translation, les centres de rotation trouvés sont 0, A, B.

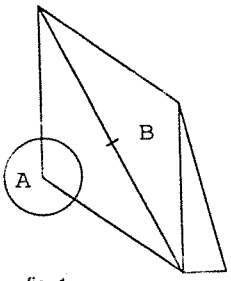


fig 1

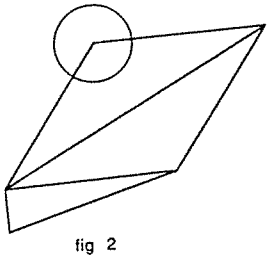
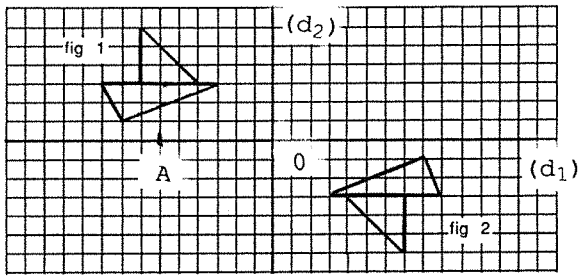


fig 2

Cas n° 3 :
Procédures utilisées

- Deux symétries axiales d'axe (d_1) et (d_2)
- Une symétrie centrale de centre 0
- Une symétrie centrale de centre A suivie d'une translation.



Lors de la synthèse, les dessins sont projetés et les différentes procédures exposées par les élèves.

Le professeur fait alors ressortir les éléments indispensables pour définir chaque transformation :

. une droite pour la symétrie axiale
. un point pour la symétrie centrale
. un vecteur pour la translation
. un point (centre), un angle et un sens pour la rotation.

Il est aussi remarqué qu'on ne pouvait pas toujours passer d'une figure à l'autre par une seule transformation mais que l'on pouvait toujours composer plusieurs transformations, la décomposition n'étant pas unique pour passer d'une figure à une autre.

Les objectifs sont énoncés par les élèves et notés sur le dossier:

Je dois savoir : - *reconnaître une transformation*
- *construire l'image d'une figure par une transformation ou par la composée de deux transformations.*

EXERCICES : durée 1 heure en classe.

Les constructions sont souvent faites à la maison. L'auto-correction est réalisée à l'aide de calques mis à la disposition des élèves. En règle générale, ces constructions sont bien réussies.

A l'exercice 1, les erreurs rencontrées sont dues

- à une mauvaise lecture des consignes : les deux transformations sont appliquées à la figure initiale, il n'y a donc pas la composition demandée,

- à l'angle de rotation : comment placer le rapporteur pour avoir l'angle demandé ? Il faut alors préciser à ces élèves que l'angle de rotation est l'angle formé par le point, le centre de rotation et le point image,

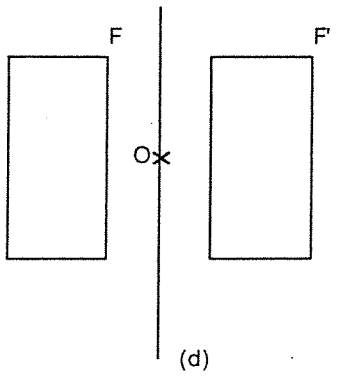
- à la complexité du dessin. Une aide méthodologique est alors apportée.

A la suite de ces constructions, une synthèse collective est menée pour dégager les transformations équivalentes et leurs caractéristiques.

Ainsi une précision est apportée pour la figure E de l'exercice 1 : l'angle peut être calculé, l'angle peut être de 150° à droite ou 210° à gauche, les deux réponses sont exactes mais l'angle inférieur à 180° est souvent privilégié.

Pour l'exercice 2, le lien est fait entre la distance des deux droites et le vecteur de translation ainsi qu'entre l'angle des deux droites et l'angle de rotation. A ce stade de l'étude, rien n'est validé.

A l'exercice 4, différentes transformations équivalentes sont citées,



- symétrie centrale de 0
- symétrie d'axe (d)
- translation de vecteur $\overrightarrow{FF'}$ (parfois notée $2.\overrightarrow{EF}$)

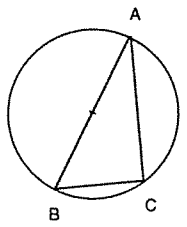
Les noms des points images sont notés et les élèves remarquent alors que ces trois possibilités proviennent de la symétrie de la figure. Avec une autre figure, seule la symétrie centrale serait équivalente.

B) UTILISATION DES CONSERVATIONS

ACTIVITE 2

a) [AB] est un diamètre du cercle.
Par une symétrie axiale la figure 1 va sur la figure 2.
Complète en utilisant seulement la règle non graduée.

fig 1



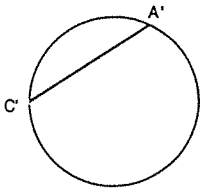
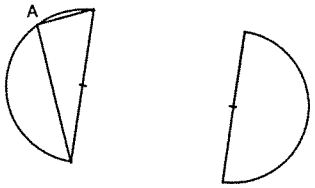


fig 2

b) La figure complétée doit présenter une symétrie centrale.
Construis à la règle non graduée l'image de A par cette symétrie centrale.
Explique ta construction et justifie-la.



OBJECTIFS

CONTRAT : les exercices 1 à 4 sont obligatoires. L'exercice 7 est facultatif.
les exercices 5 et 6 se feront en devoir à la maison.

DUREE : 2 heures en classe.

Ex 1 :

Soit un triangle DEF rectangle en D.
Construis son symétrique par rapport à (DE) ; on appelle F' le symétrique de F.
Construis le symétrique de DEF' par rapport à (DF) ; on appelle E' le symétrique de E.
Montre que DE'F' et DEF sont symétriques par rapport à D.

Ex 2 :

MNPQ est un rectangle.
Construis l'image de MNPQ par la rotation à droite de centre P et d'angle 90°. On appelle M' l'image de M.
Que dire du triangle MPM' ? Prouve-le.

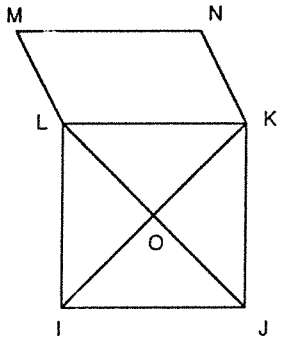
Ex 3 :

ABC est un triangle équilatéral.
H est le pied de la hauteur issue de A.
Construis BDE le symétrique de BHA par rapport à B.
Montre que CDE est rectangle.
Montre que CAE est rectangle.

Ex 4 :

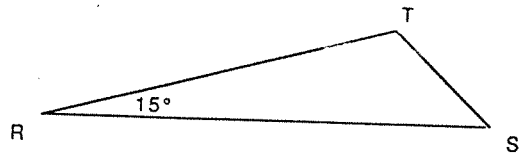
EFG est un triangle. Construis l'image de EFG par une rotation de centre G et d'angle 90° ; on note GEF' son image.
La hauteur du triangle EFG issue de F et celle du triangle GE'F issue de F' se coupent en 0.
On note H l'intersection de (OF) et de (EG).
On note H' l'intersection de (OF) et de (GE').
Montre que OH'GH est un carré.

Ex 5 :



IJKL est un carré de centre 0.
KLMN est un parallélogramme.
Construis l'image de KLMN par rotation à droite de centre 0 et d'angle 90°. (M' est l'image de M et N' l'image de N).
a) Montre que NKM' est rectangle isocèle.
b) Démontre que (MK) ⊥ (JM').

Ex 6 :



Construis RS'T' l'image de RST par la rotation à gauche de centre R et d'angle 15°.
Construis RS"T" le symétrique de RS'T' par rapport à (RS).
Prouve que RT'T" est équilatéral.

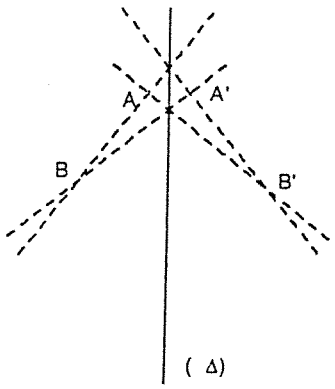
Ex 7 :

Construis un triangle TUS isocèle en T, tel que $\widehat{TUS} = 30°$.
Par une rotation à droite de centre T et d'angle 90°, S va en S'.
Par une rotation à gauche de centre T et d'angle 90°, U va en U'.
Démontre que TU'S' est équilatéral.

DEROULEMENT ET COMMENTAIRES

ACTIVITE 2 : durée 1 heure.

La figure a) pose quelques problèmes, il faut en effet, trouver une méthode pour tracer l'axe sans règle graduée donc en n'utilisant pas le milieu des segments $[\overrightarrow{AA'}]$ et $[\overrightarrow{CC'}]$.



Comme prévu, il faut revenir sur le fait que lorsque A a pour image A' et B le point B' alors (AB) a pour image (A'B') mais aussi (AB') a pour image (A'B).

Pour la figure b) il n'y a pas de difficulté de construction, les points images étant aussitôt reconnus.

Par contre les justifications données manquent souvent de rigueur, les élèves sont moins bien entraînés à ce genre d'exercices qu'à mener une démonstration "classique".
Dans chaque groupe les élèves comparent leurs justifications. Une synthèse collective permet de faire ressortir les propriétés des symétries déjà notées sur le répertoire.

L'objectif est formulé par les élèves et noté sur le dossier.

Je sois savoir utiliser les propriétés des transformations pour construire et pour démontrer.

EXERCICES : durée 2 heures.

Les exercices proposés dépassent peut-être les compétences exigibles car celles-ci sont floues. Que signifie "connaître et savoir utiliser la conservation"...?, est-ce pour construire, est-ce pour démontrer ? Rien n'est spécifié. Nous avons pris l'option de faire quelques démonstrations simples.
Pour tous ces exercices les constructions demandées sont faites correctement. Quant aux justifications elles sont souvent exprimées maladroitement et incomplètes. Mais quel niveau de rigueur doit-on atteindre ?

Ainsi à **l'exercice 1**, l'alignement des points E, D, E' ainsi que des points F, D, F ' n'est pas démontré spontanément par les élèves.

L'exercice 2 est généralement bien justifié par utilisation de la définition même de la rotation.

A l'exercice 3, le triangle rectangle CDE est justifié par la conservation des angles par rotation. Pour le triangle CAE, différentes méthodes sont utilisées :

- montrer que [CB] est médiane et que $CB = \frac{1}{2}$ AE

- montrer que $\widehat{ACE} = 90°$ en utilisant les angles du triangle équilatéral et la conservation des angles de symétrie :

$\widehat{ABC}$ = 60° (angle du triangle équilatéral)

$\widehat{DBE}$ = 60° par symétrie

$\widehat{EBC}$ = 120° (180-60)

AB = BC (triangle équilatéral) et AB = BE (symétrie) d'où

BE = BC et le triangle BEC est isocèle en B.

Calcul de $\widehat{BCE}$ par la somme des angles d'un triangle et les angles égaux du triangle isocèle, d'où $\widehat{ACE}$ = 60° + 30°.

Pour l'exercice 4, il suffisait d'utiliser la définition de la rotation et les énoncés : un quadrilatère qui a 4 angles droits est un rectangle et un rectangle qui a 2 côtés consécutifs de même mesure est un carré.

Quelques élèves se sont lancés dans une longue démonstration voulant prouver que le quadrilatère avait 4 angles droits et 4 côtés de même mesure. Cet exercice permet donc de revenir sur la caractérisation minimale.

Les exercices 5 et 6 sont faits à la maison et bien réussis.

C) TRANSLATIONS - VECTEURS

OBJECTIFS

CONTRAT : l'exercice 6 est facultatif.

DUREE : 2 heures.

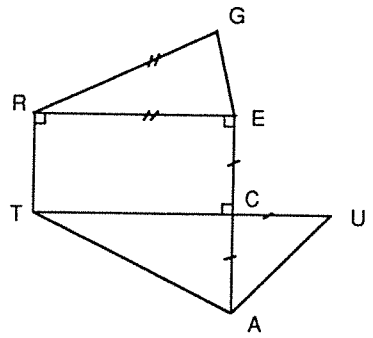
Pour les exercices 1 à 4, la justification écrite n'est pas demandée mais tu dois savoir justifier oralement.

Ex 1 :

A, B, C, D sont quatre points distincts tels que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. Fais un dessin.
Parmi les phrases suivantes, dis celles qui sont vraies :

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$
$\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB}$
C est l'image de A dans la translation de vecteur $\overrightarrow{BD}$
A est l'image de B dans la translation de vecteur $\overrightarrow{DC}$
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$
$\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{DA}$ sont des vecteurs opposés.

Ex 2 :



Est-il vrai que :

$\overrightarrow{RC} = \overrightarrow{TA}$
$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CU}$
$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{TR}$
$\overrightarrow{GR} = -\overrightarrow{RE}$
$\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{TR}$ sont des vecteurs opposés

T est l'image de C dans la translation de vecteur $\overrightarrow{RE}$.

Ex 3 :

On sait que $\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{UP}$. Complète les phrases :

..... est un parallélogramme

..... et ..... ont le même milieu

$\overrightarrow{SP} = \overrightarrow{...}$; $\overrightarrow{SR} = \overrightarrow{....}$; $\overrightarrow{UR} = \overrightarrow{....}$

P est l'image de S dans la translation de vecteur $\overrightarrow{....}$

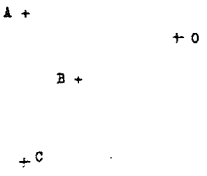
Ex 4 :

Place les points I , J , K tels que : $\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{JO} = -\overrightarrow{BA}$ et K est l'image de O dans la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

Est-il vrai que :

$\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OJ}$

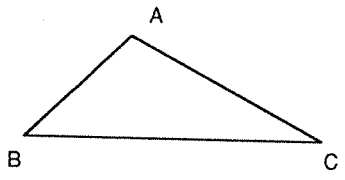
$\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BI}$



O est l'image de I dans la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$.

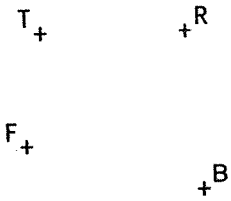
K est l'image de C dans la translation de vecteur $\overrightarrow{BO}$.

Ex 5 :



Construis A' tel que $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BC}$ et C' tel que $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{BC}$. Quelle transformation permet de passer du triangle ABC au triangle A'CC' ?
Justifie.

Ex 6 :



On sait que $\overrightarrow{FW} = \overrightarrow{TR}$; $\overrightarrow{JB} = \overrightarrow{TR}$; B est l'image de K dans la translation de vecteur $\overrightarrow{FT}$;
Place les points W , J et K.
Nomme des vecteurs égaux.
Nomme des parallélogrammes.

Ex 7 :

ABC est un triangle quelconque. Construis les points E et F tels que AECB soit un parallélogramme et que [AB] et [CF] aient le même milieu.

a) Quelle est l'image de A dans la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$? Prouve-le.

b) Trouve un vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{AB}$. Justifie ta réponse.

c) Trouve l'image de F dans la translation de vecteur $-\overrightarrow{CA}$. Justifie ta réponse.

d) Démontre que A est le milieu de [FE].

CHOIX DIDACTIQUES

Avec le précédent dossier, les vecteurs ont été revus. Il nous a semblé nécessaire de revenir sur l'image mentale du vecteur (l'invariant de la translation). Ainsi, dans ce dossier ne figure aucun calcul vectoriel (qui s'accompagne de la perte du sens du vecteur) mais des constructions et des reconnaissances de vecteurs égaux permettent de relier parallélogrammes, vecteurs et translations.

Aucune activité n'introduit le dossier, celui-ci n'étant "justifié" que par la nécessité d'approfondir la notion de vecteur !! Les objectifs sont donnés d'emblée aux élèves.

Je dois savoir
- *reconnaître des vecteurs égaux*
- *construire B tel que* $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ *, A, C, D donnés*
- *construire l'image d'un point par translation*
- *faire le lien entre parallélogramme, vecteur, translation, milieu.*

DEROULEMENT ET COMMENTAIRES

EXERCICES (durée 2 heures).

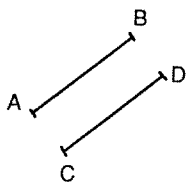
Les exercices 1-2-3 sont cherchés sans explication préalable, les élèves n'ayant pas tous les éléments de réponse; les points inconnus sont expliqués dans les groupes ou lors de la synthèse.
Au cours de la synthèse, les justifications non demandées à l'écrit, sont évoquées oralement. Celles-ci permettent :

- de lier translation - vecteurs égaux - parallélogramme
- de fixer l'image mentale de 2 vecteurs égaux
- d'introduire des notions nouvelles telles que vecteur nul et vecteurs opposés.

Les résultats importants sont notés dans le répertoire :

V Vecteurs

- Les phrases :



$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DB}$; $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC}$.
ABDC est un parallélogramme.

[AD] et [BC] ont le même milieu ; B est l'image de A dans la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$, sont deux phrases équivalentes.

- $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont deux vecteurs opposés.

  $\overrightarrow{AB}$ est l'opposé de $\overrightarrow{BA}$

  on note : $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

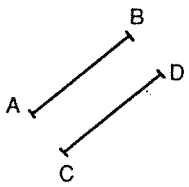
- $\overrightarrow{AA}$ est le vecteur nul, $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB}$

  on note : $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$

Ces phrases synonymes permettent alors de dégager de nouveaux énoncés.
Le fichier est complété :

"Comment démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme".

- En utilisant les vecteurs



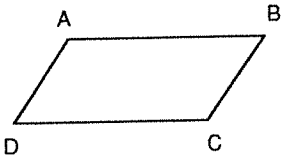
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

↓

ABDC parallélogramme

"Comment démontrer que deux vecteurs sont égaux".

- En utilisant le parallélogramme

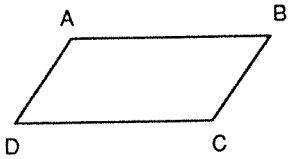


ABCD parallélogramme

↓

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

- En utilisant la translation



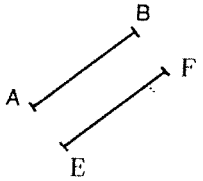
B image de A dans la translation de vecteur $\overrightarrow{DC}$

↓

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

"Comment démontrer qu'un point est l'image d'un autre par translation"

- En utilisant des vecteurs égaux



$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$

↓

B image de A dans la translation de vecteur $\overrightarrow{EF}$

A l'exercice 4 les notions mises au point précédemment sont bien réinvesties :

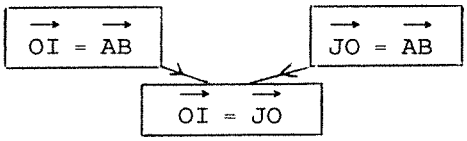
$\overrightarrow{JO} = -\overrightarrow{BA}$ transformé pour construire en $\overrightarrow{JO} = \overrightarrow{AB}$.

Une précision est nécessaire pour la translation :

La phrase "O est l'image de I dans la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$" est interprétée par certains élèves comme : "O a pour image I dans la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$". Le professeur conseille aux élèves de bien situer le point de "départ" et le point "d'arrivée" afin de noter correctement les vecteurs.
Les justifications, souvent rapides, manquent de précision, il est utile de compléter le fichier à :

"Comment démontrer que deux vecteurs sont égaux":

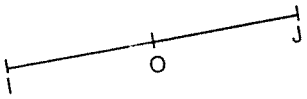
- En montrant qu'ils sont égaux à un même troisième.

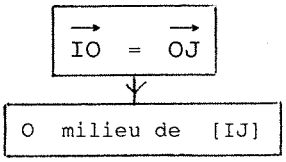


Les élèves constatent, lors de la construction, que O est le milieu de [IJ], l'énoncé correspondant est validé par le professeur ainsi que l'énoncé réciproque trouvé par les élèves. Les rôles de chacun étant précisés, le fichier est alors complété :

"Comment démontrer qu'un point est le milieu d'un segment".

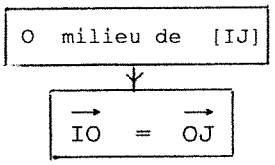
- En utilisant les vecteurs





"Comment démontrer que deux vecteurs sont égaux".

- En utilisant le milieu d'un segment.



A l'exercice 5, les élèves construisent correctement la figure et découvrent la translation et le vecteur qui la caractérise. Lors de la justification, ils utilisent souvent l'aspect ponctuel de la transformation.

$$A \mapsto A'$$

$$C \mapsto C'$$

et oublient de prouver que C est l'image de B dans la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

D'autres élèves sont gênés, car ils ne voient pas ce qu'ils doivent écrire, ils pensent que tout est dit dans le texte et l'égalité des vecteurs, évidente, n'a pas à leurs yeux à être justifiée.

L'exercice 7 constitue un premier pas vers l'utilisation des vecteurs pour démontrer. Ici, on ne demande que des justifications mais celles-ci sont proches des démonstrations.
Les étapes courtes sont réussies et les élèves s'approprient assez bien les notions nombreuses dégagées dans ce dossier.

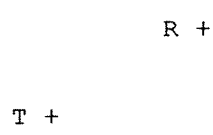
D) SOMME DE VECTEURS

OBJECTIFS

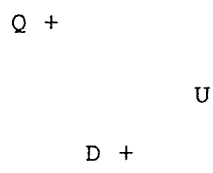
CONTRAT : les exercices 8 et 9 sont à faire en devoir à la maison.

DUREE : 2 heures.

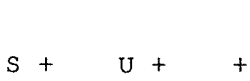
Ex 1 :



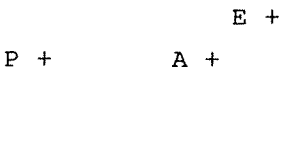
Des vecteurs $\overrightarrow{RT}$, $\overrightarrow{IT}$ et $\overrightarrow{RI}$ lequel est la somme des deux autres ?



Des vecteurs $\overrightarrow{QU}$, $\overrightarrow{AU}$, $\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{QD}$ lequel est la somme des trois autres ?



Des vecteurs $\overrightarrow{ST}$, $\overrightarrow{UT}$, $\overrightarrow{SU}$ lequel est la somme des deux autres ?

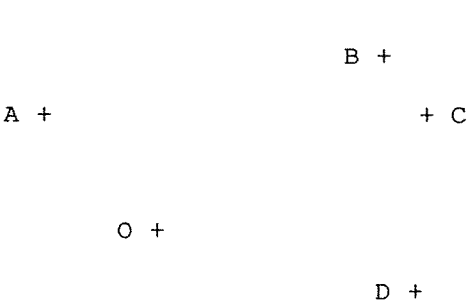


Des vecteurs $\overrightarrow{PE}$, $\overrightarrow{NE}$, $\overrightarrow{NT}$, $\overrightarrow{TA}$ et $\overrightarrow{AP}$ lequel est la somme des quatre autres ?

Aurais-tu pu faire cet exercice sans dessin ? Pourquoi ?

Ex 2 :

a)



Construis U, R et S tels que :
$\overrightarrow{OU} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB}$

R est l'image de O dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$

b)

B +

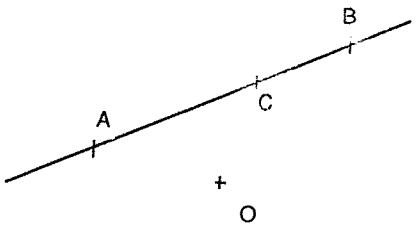
+ A

O +

D + C +

Construis R et S tels que :
$\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$
$\overrightarrow{OS} = -\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$
Que dire du point O ? Prouve-le.

c)



A, B, C sont alignés. Construis R et S tels que :
$\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB}$

O est l'image de S dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.
Que remarques-tu ? Prouve-le.

Ex 3 :

A, B, C sont trois points.

Où se trouve le point M tel que $\overrightarrow{MA} - (\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{BM}) = \overrightarrow{AB}$? Justifie ta réponse.

Ex 4 :

ABC est un triangle. Construis les points D, E, F définis par :

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$; E est l'image de A dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}$.

B +

A +

+ C

Montre que CDEF est un parallélogramme.

Ex 5 :

TRI est un triangle, M est le milieu de [RI]. Démontre que $\overrightarrow{TR} + \overrightarrow{TI} = 2\ \overrightarrow{TM}$.

Ex 6 :

ABCD est un parallélogramme. Démontre que $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\ \overrightarrow{AB}$ et que $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\ \overrightarrow{BC}$.

Ex 7 :

Les lettres représentent des points du plan. Ecris si possible sous forme d'un seul vecteur :

$\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{BN} =$

$\overrightarrow{AX} + \overrightarrow{XC} - \overrightarrow{AC} =$

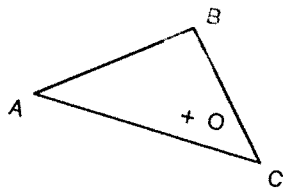
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CA} =$

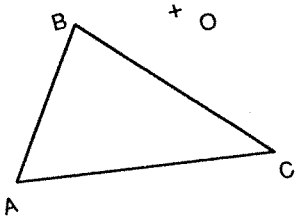
$\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CA} =$

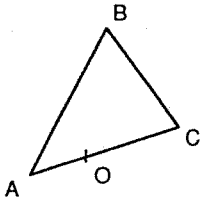
$\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{ED} =$

Ex 8 :

Dans chaque cas, construis X tel que $\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$

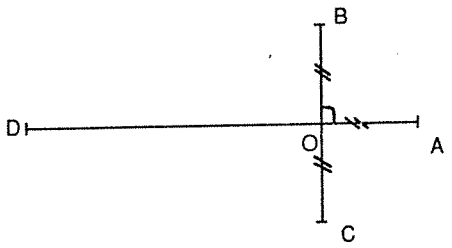






Ex 9 :

Construis S tel que $\overrightarrow{OS} = (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) + (\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$



AUTO-TEST

A, B, C, D sont quatre points du plan.

Vrai ou faux ? Justifie.

a) Si $AB = CD$ alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

b) Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ alors $AB = CD$

c) Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ alors $(AB) \,//\, (CD)$

d) Si $(AB) \,//\, (CD)$ alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

e) Si $(AB) \,//\, (CD)$ et $AB = CD$ alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

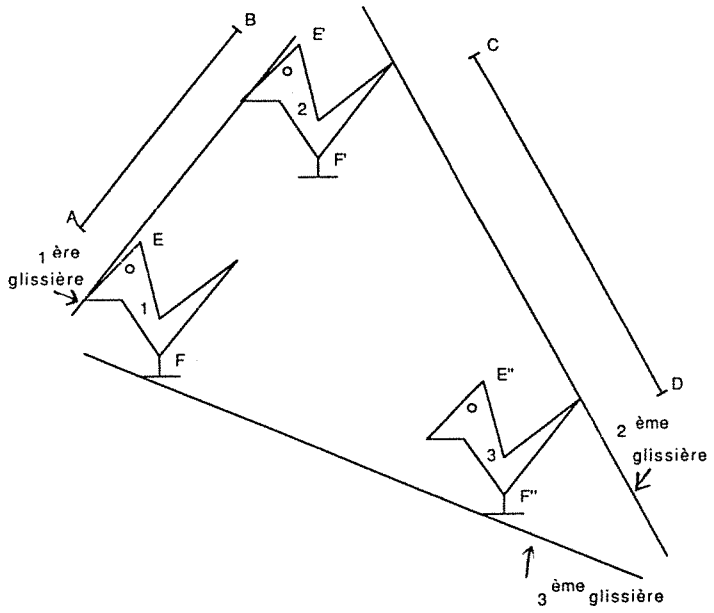
f) Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ alors $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$

ACTIVITE (45 minutes).

Elle est menée en classe entière (pour gagner du temps) à l'aide du rétroprojecteur. Le problème posé est le suivant :

"On a une "cocotte" on lui fait faire une translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ suivie d'une translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$, quelle transformation unique, permettrait de passer directement de la cocotte initiale (1) à la cocotte finale (3) ?"

L'animation est réalisée à l'aide des glissières du transparent.



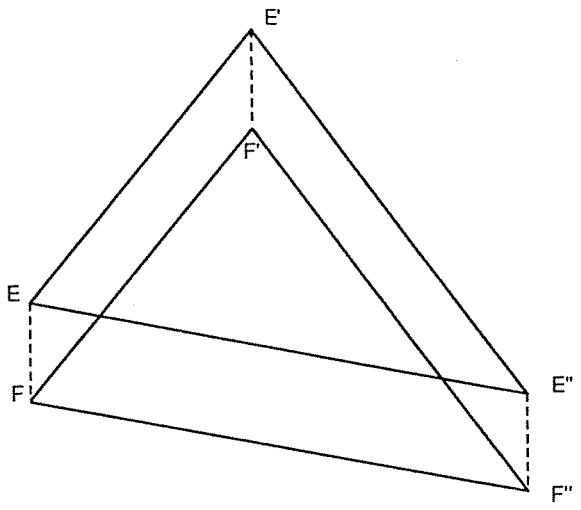
Pour les élèves, il ne fait aucun doute que la transformation est une translation. Mais en est-on sûr ?

- Un élève propose la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$, cette réponse est jugée fausse et rejetée par la classe ; l'explication donnée par un autre élève est que le vecteur $\overrightarrow{CD}$ peut être tracé ailleurs et donc la translation ne peut pas être celle de vecteur $\overrightarrow{AD}$.

Un point E est ensuite marqué sur la cocotte initiale, puis des images E' et E" sur les deux autres cocottes obtenues lors des translations. Les élèves proposent comme translation celle de vecteur $\overrightarrow{EE"}$. Cette réponse montrée par l'utilisation de la troisième glissière du transparent semble possible, mais comment en être sûr ? La proposition unanime des élèves est de prouver cette affirmation.

Un autre point F est alors inscrit sur la cocotte de départ ainsi que ses images F' et F" sur les deux autres.

Le rétroprojecteur est éteint et seuls les points restent sur la tableau (ce qui simplifie énormément le problème !)



Le problème se ramène à démontrer que F" est l'image de F dans la translation de vecteur $\overrightarrow{EE"}$ et donc que $\overrightarrow{EE"} = \overrightarrow{FF"}$.

La démonstration est menée collectivement par une analyse ascendante (les élèves sont habitués à cette démarche).
Il s'agit de montrer que EE"F"F est un parallélogramme, chaque translation est analysée :

. Translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$:

$\overrightarrow{EE'} = \overrightarrow{FF'}$ donc EE'F'F est un parallélogramme
d'où $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{E'F'}$.

. Translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$

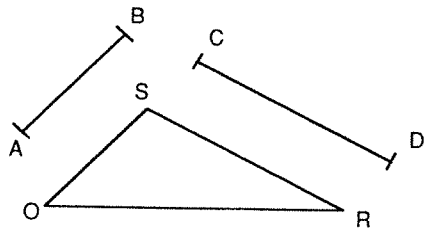
$\overrightarrow{E'E"} = \overrightarrow{F'F"}$ donc E'F'F"E" est un parallélogramme
d'où $\overrightarrow{E'F'} = \overrightarrow{E"F"}$.

La démonstration terminée, le résultat est énoncé :

"Quand on compose deux translations sucessives de vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$, le résultat est une translation."

Le vecteur "somme" est introduit par le professeur. La translation équivalente est notée $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.

Le professeur demande alors aux élèves de construire : $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.



Les élèves réalisent la construction et donnent le programme :
$\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ peut s'écrire $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SR}$.

La relation de Chasles est alors introduite par le professeur.
Celui-ci insiste sur le fait que cette relation peut s'utiliser dans les deux sens :

. pour "décomposer" $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SR}$
. pour "ajouter" $\overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SR} = \overrightarrow{OR}$

Un parallèle est fait avec l'addition des nombres :

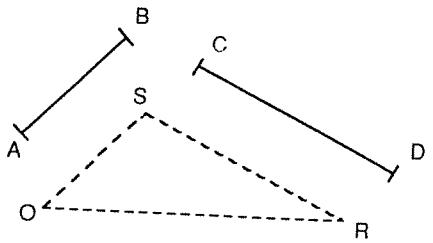
. y a-t-il un "zéro" ?
. y a-t-il des vecteurs opposés ?
. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ est-il égal à $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB}$?

Le problème de la soustraction $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ est posé et résolu par analogie avec la soustraction des nombres relatifs. Le professeur valide ensuite les résultats obtenus.

Ce qui est noté sur le répertoire.

V Vecteurs

- Somme de deux vecteurs :



a) Pour construire $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.

. Je trace S image de O dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$

. Je trace R image de S dans la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$

. J'obtiens $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SR}$
$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{OR}$ est la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.

b) Pour construire le vecteur $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$, je transforme :

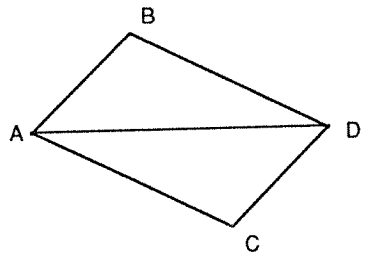
$\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.
$\overrightarrow{OS}$ est la différence des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.

- Relation de Chasles

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ pour ajouter
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FB}$ pour décomposer

- Cas de $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

Pour $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$:

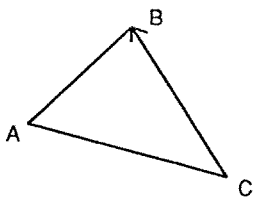


$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$

ABDC est un parallélogramme

Pour $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$:

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}$
$= \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$
$= \overrightarrow{CB}$



Les objectifs sont notés par les élèves sur le dossier :

Je dois savoir : *. construire des sommes et des différences de vecteurs,*
. additionner, soustraire, décomposer des vecteurs en utilisant la relation de Chasles.

EXERCICES : durée 2 heures.

A l'exercice 1, quelques élèves n'ont pas bien compris la consigne et pensent que tout vecteur peut être la somme des autres. Ils tracent les vecteurs, au moins pour les premiers cas, puis se rendent compte que :

- seul l'un des vecteurs est la somme des autres,
- le résultat peut s'obtenir directement en utilisant la relation de Chasles.

A l'exercice 2, les constructions sont vérifiées à l'aide d'un calque et sont en général bien réussies.
Les justifications rapides restent souvent imprécises. La synthèse des deux premiers cas est faite en classe, la dernière partie est rédigée à la maison.

Exercice 3, pour cet exercice, il faut préciser que ce genre de problème se résout comme une équation, que les calculs sur les vecteurs se traitent comme des calculs avec les nombres :

- calcul dans les parenthèses si c'est possible
- suppression des parenthèses
- expression de l'inconnue (ici $\overrightarrow{MA}$) en fonction des autres vecteurs,

ces règles rappelées, l'exercice est bien résolu et la position de M trouvée, suivie d'une bonne construction.

A l'exercice 4, la résolution de cet exercice pose problème. En effet, c'est la première fois que les élèves ont à utiliser la relation de Chasles pour décomposer un vecteur.

Les renseignements donnés dans le texte concernent les points D, E et F par référence au point A.
Il semble donc intéressant de faire intervenir ces trois points et le point A.

Trois démarches sont utilisées pour montrer que CDEF est un parallélogramme :

- à partir des diagonales de même milieu
- par l'égalité des vecteurs $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{CD}$
- en passant par un 3ème vecteur

$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$

. soit en utilisant des parallélogrammes
. soit par transformation des vecteurs à l'aide de la relation de Chasles.

Les exercices 5 et 6 sont bien réussis, les élèves réinvestissent correctement la relation de Chasles et les énoncés liant vecteurs égaux et milieu d'un segment ; ou vecteurs égaux et parallélogramme.
Pour eux, il ne fait aucun doute que $\overrightarrow{2TM} = \overrightarrow{TM} + \overrightarrow{TM}$ (la notation $2.\overrightarrow{TM}$ est hors programme).

Dans ces deux exercices, deux démarches sont utilisées pour arriver à l'égalité.

- soit on part du premier membre pour arriver au second,

  $\overrightarrow{TR}$ et $\overrightarrow{TI}$ sont décomposés par les relations de Chasles.

- soit les élèves écrivent $\overrightarrow{TM}$ de deux façons et ajoutent.

Dans ces trois derniers exercices, nous retrouvons trois façons de traiter une égalité (A = B) :
partir de A aller à B ou l'inverse ou partir de A aller à C, et partir de B aller à C.

Ce travail que nous menons avec les élèves depuis ces deux dernières années, semble prendre sens auprès d'eux.

L'exercice 7 fait le point sur la relation de Chasles qui s'applique avec l'addition et non avec la soustraction comme certains élèves ont tendance à le faire. Il utilise en situation les propriétés de l'addition des vecteurs : commutativité, vecteur opposé, vecteur nul.

E) DÉMONTRER EN UTILISANT LES VECTEURS ET L'ADDITION DE DEUX VECTEURS

OBJECTIFS

CONTRAT : l'exercice 5 est facultatif

DUREE : 3 heures en classe.

Ex 1 :

MULE et MUET sont deux parallélogrammes.
Montre que E est le milieu de [TL].

Ex 2 :

ABCD est un parallélogramme de centre O. M est un point de (AB), R est un point de [BC].

a) Construis N tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC}$.
Démontre que O est le milieu de [MN].

b) Construis S tel que $\overrightarrow{BR} = \overrightarrow{SD}$.
Démontre que O est le milieu de [SR].

c) Déduis-en la nature du quadrilatère MSNR. Justifie ta réponse.

Ex 3 :

IJKL est un parallélogramme. E est le milieu de [IJ]. M est le symétrique de L par rapport à E.
Quel est le symétrique de K par rapport à J ? Prouve-le.

Ex 4 :

ABCD et DCGF sont deux parallélogrammes.

a) Que peux-tu dire de ABGF ? Prouve-le.
b) R est le symétrique de D par rapport à C. Que dire de ABRC ? Justifie ta réponse.
c) Quelle est l'image du point F dans la translation de vecteur $\overrightarrow{CR}$?
Prouve-le.
d) Quelle est l'image du point R dans la translation de vecteur $\overrightarrow{CF}$?
Prouve-le.

Ex 5 :

ABC est un triangle ; I, J et K sont les milieux respectifs de [AB], [BC], [CA].

a) L est le symétrique de J par rapport à K, M est l'image de A dans la translation de vecteur $\overrightarrow{JB}$.
Construis L et M.
Donne des vecteurs égaux à $\overrightarrow{AJ}$. Justifie tes réponses.
b) Montre que A est le milieu de [ML].
c) Les segments [AJ], [MC], [LB] ont-ils le même milieu ? Prouve ta réponse.

Ex 6 :

ABCD est un parallélogramme.

a) Démontre que $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.
b) I est l'image de C dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.
P est l'image de A dans la translation de vecteur $\overrightarrow{DI}$.
Place I et P.
Montre que C est le milieu de [DP].
c) Démontre que ABPC est un parallélogramme.

Ex 7 :

AOB est un triangle quelconque. Construis C tel que $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.
Place D pour que $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{O}$.
Justifie ta construction.

AUTO-TEST

BDFH est un parallélogramme. A, C, E, G sont les milieux respectifs de [HB], [BD], [DF], [FH].

Dessine en rouge un vecteur égal à $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Dessine en vert un vecteur égal à $\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{DC}$.

Dessine en bleu un vecteur égal à $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{HD}$.

Dessine en noir un vecteur égal à $\overrightarrow{DG} + \overrightarrow{FC}$.

Justifie tes constructions.

DEROULEMENT ET COMMENTAIRES

Démontrer en utilisant les vecteurs et l'addition de 2 vecteurs.

Lors de la synthèse du dernier exercice du dossier précédent le professeur introduit de nouveaux objectifs : "vous devez savoir utiliser les vecteurs et leurs propriétés (en particulier l'addition) pour démontrer des propriétés des figures".

Les exercices qui suivent illustrent cet objectif. Certains peuvent être traités sans les vecteurs mais la comparaison des démonstrations montre l'efficacité de ce nouvel outil.

A l'exercice 1, certains élèves, qui n'ont, semble-t-il, pas compris l'enjeu de ce dossier utilisent les énoncés sur le parallélogramme et non les vecteurs. Le professeur intervient pour leur montrer l'intérêt des vecteurs. La résolution ne pose ensuite pas de problème, cependant, il faut rester vigilant pour la rédaction afin que toutes les étapes nécessaires soient inscrites et non sous-entendues parce qu'évidentes.

A l'exercice 2, pour beaucoup d'élèves la démonstration est incomplète: AMCN parallélogramme est obtenu à partir de $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC}$, ensuite les diagonales d'un parallélogramme se coupant en leur milieu, ils déduisent que O est le milieu de [MN] sans avoir prouvé que O est le milieu de [AC].

L'exercice 3 réinvestit la symétrie centrale et sa définition.
Il faut apporter une aide pour analyser l'exercice et surtout parce que les élèves ne voient pas le parallélogramme LIMJ. Il faut tracer les segments [LJ] et [IM]; compléter sur une figure est toujours une difficulté pour les élèves.

L'exercice est bien réussi. Les justifications pour les deux dernières questions sont complétées à la demande du professeur, les élèves se contentant parfois de l'égalité vectorielle, sans l'avoir établie au préalable.

A l'exercice 6 quelques élèves ont encore des difficultés à montrer une égalité : ils la traitent en gardant les deux membres (en partant de la conclusion).
Il faut leur rappeler les différentes procédures possibles. Les autres utilisent l'une des deux démarches suivantes :

. La relation de Chasles est utilisée pour décomposer $\overrightarrow{DB}$ en $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}$ puis $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$ ou pour ajouter $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DB}$.

Pour la question b, deux méthodes sont employées :

a) * $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CI}$ (translation) donc C milieu de [AI].

* $\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{AP}$ (translation) donc APID est un parallélogramme donc les diagonales [DP] et [AI] ont le même milieu. Ces deux étapes permettent de conclure : C milieu de [DP].

Dans certaines rédactions, on a oublié les premières étapes.

b) Utilisation de la relation de Chasles pour comparer $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{CP}$

$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DI} + \overrightarrow{IC}$ (relation de Chasles)

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CI}$ ou $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{IC}$

$\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{AP}$

avec ces trois informations on déduit que

$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{CP}$

donc C milieu de [DP].

L'exercice 7 est très souvent bien réussi, les élèves ne sont cependant pas allés jusqu'au bout des justifications et ont écrit seulement:

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC}$

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD} = \vec{O}$ donc $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{DO}$

et ont construit correctement D.

D'autres ont écrit :

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} \\ \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{O} \end{array}\right\} \quad \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{O}$$

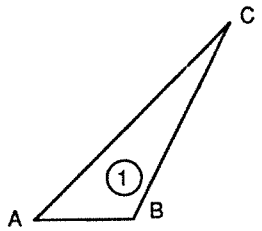
sans en conclure la position du point D.

TEST

Ex 1 :

Construis le symétrique du triangle 1 , par rapport à A ; tu obtiens le triangle 2 . Nomme le triangle obtenu :

Construis le symétrique du triangle 2 par rapport à B ; tu obtiens le triangle 3 . Nomme le triangle obtenu :



Reconnais-tu la transformation te permettant de passer directement du triangle 1 au triangle 3 ?
Donne son nom et précise ce qui la définit.

Ex 2 :

a) Place le point E tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$.

b) Place le point J pour que ABJD soit un parallélogramme.

c) F est l'image de D dans la translation de vecteur $\overrightarrow{CA}$.
Place F.

d) On a $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$. Place K.

e) L est le point tel que $\overrightarrow{JL} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$.
Place le point L.

f) $\overrightarrow{CS} = - \overrightarrow{AB}$. Place S.

+ B

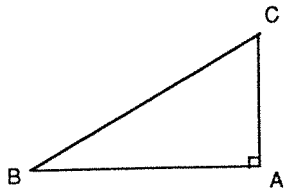
A +

+

+ C

D

Ex 3 :



a) Construis l'image du triangle ABC par la rotation de centre A et d'angle 90°, et dans ce sens ↷ On appelle B' l'image de B et C' l'image de C.

b) (BC) coupe (B'C') en T. Montre que (BT) est perpendiculaire à (B'C').

c) Prouve que le triangle AB'C' est rectangle.

d) Montre que B, A, C' sont alignés.

Ex 4 :

ABCD est un parallélogramme.

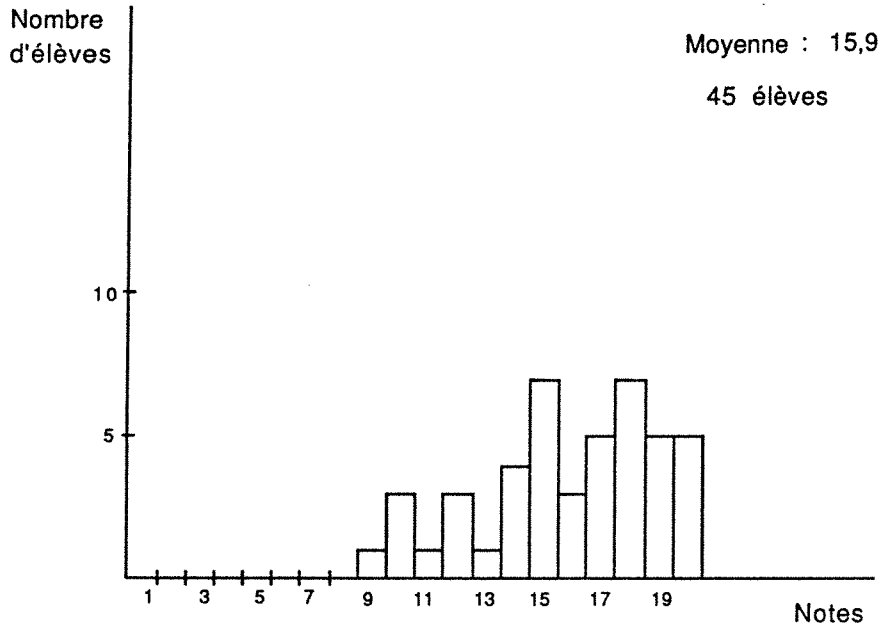
1) Place le point E tel que $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BC}$.

2) Prouve que $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AE}$.

3) Montre que D est le milieu de [AE].

Barême : Ex 1 : 3 points
Ex 2 : 6 points
Ex 3 : 5 points
Ex 4 : 6 points

RESULTATS DU TEST



RESOLUTION DE PROBLEMES

La dominante "résolution de problèmes" recouvre trois parties du programme :

- la réciproque de l'énoncé de Thalès
- angles au centre, angles inscrits
- géométrie analytique.

La première partie ainsi que la troisième sont l'occasion de parfaire la distinction entre énoncé et énoncé réciproque. Certes, depuis la cinquième, les élèves ont rencontré des énoncés et des énoncés réciproques mais toujours de manière séparée dans le temps et sans que jamais des rapprochements n'aient été faits entre les énoncés, sauf peut-être pour l'énoncé de Pythagore. L'énoncé de Thalès, mais aussi les conditions de parallélisme et d'orthogonalité de deux droites en particulier, illustrent cette distinction.

En ce qui concerne la géométrie analytique il s'agit d'en faire percevoir les enjeux aux élèves : comment à l'aide de calculs déduire des propriétés des configurations ?

Enfin les exercices que nous avons choisis réinvestissent les configurations et leurs propriétés ainsi que les calculs d'aires, de périmètres et d'angles.

RÉCIPROQUE DE THALES

OBJECTIFS

CONTRAT : les exercices 1 (a,d) ; 4 et 5 sont obligatoires.
les exercices 3 et 7 sont faits à la maison.

DUREE : 1h 30.

Ex 1 :

DEF est un triangle, G $\in$ [DE] et H $\in$ [DF]. Indique dans chaque cas si (GH) est parallèle à (EF). Prouve tes réponses.

a) DE = 7 DF = 14 DG = 1,5 DH = 3

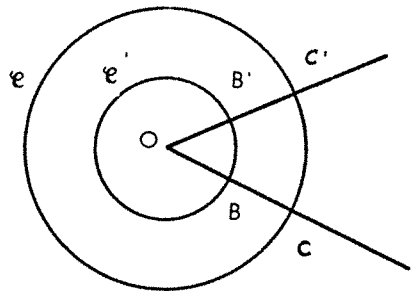
b) DE = 8 DF = 9 DG = 5 DH = 5,5

c) DE = 12 DF = 18 EG = 3 DH = $\frac{27}{2}$

d) DE = $\frac{7}{3}$ DH = $\frac{1}{28}$ DG = $\frac{1}{5}$ HF = $\frac{1}{3}$

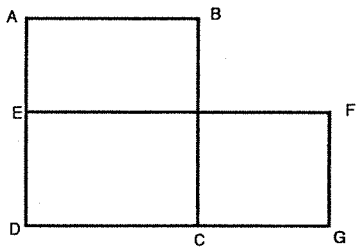
Ex 2 :

$\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ sont deux cercles concentriques.
Démontre que (BB') et (CC') sont parallèles.



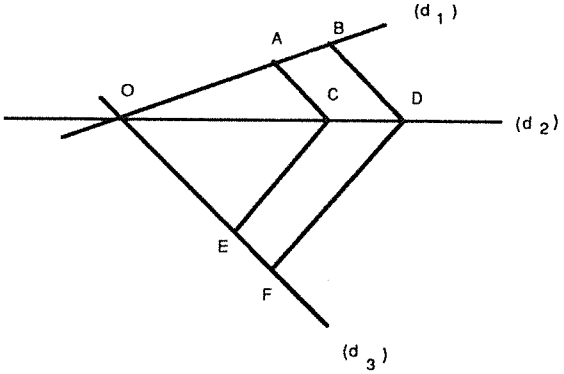
Ex 3 :

Sur la figure ci-contre, ABCD et DEFG ont la même aire.
Prouve que (EC) et (AG) sont parallèles.



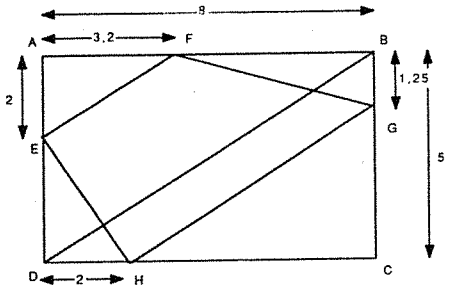
Ex 4 :

Les droites (d_1), (d_2) et (d_3) sont concourantes en 0, (AC) et (BD) sont parallèles, (CE) et (DF) sont parallèles.
Démontre que les droites (AE) et (BF) sont parallèles.



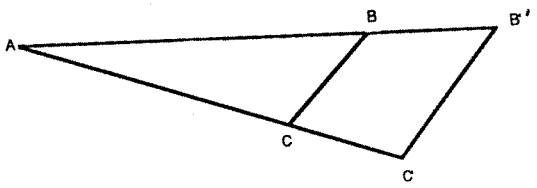
Ex 5 :

ABCD est un rectangle.
Démontre que EFGH est un trapèze.
Ce trapèze est-il rectangle ? Prouve-le.



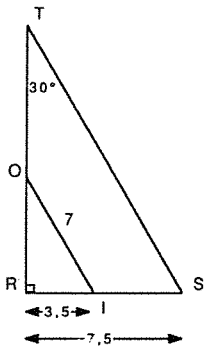
Ex 6 :

Le triangle ABC est la réduction du triangle AB'C' à l'échelle k.
Pourquoi a-t-on (BC) // (B'C') ?



EX 7 :

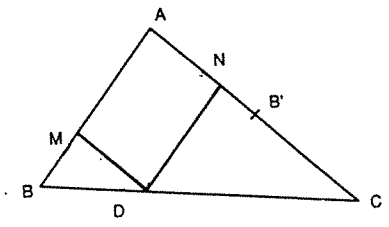
A-t-on (TS) // (OI) ? Prouve-le.



Ex 8 :

ABC est un triangle, [BB'] est une médiane, D est le point de [BC] tel que BD = 1/3 BC. Les parallèles menées par D à (AC) et à (AB) coupent (AB) et (AC) respectivement en M et N.

Que dire des droites (MN) et (BB') ? Prouve-le.



Réciproque de l'énoncé de Thalès

Cette partie a deux objectifs :

- l'un général : travailler sur l'énoncé et l'énoncé réciproque
- l'autre spécifique : donner un outil pour démontrer que deux droites sont parallèles.

L'activité se déroule en deux temps:

- Faire la distinction entre l'énoncé direct et l'énoncé réciproque par l'intermédiaire d'énoncés connus (Pythagore, propriétés des quadrilatères....).

- Déterminer "un" énoncé réciproque de l'énoncé de Thalès en faisant découvrir l'utilité de l'ordre des points et l'inutilité du troisième rapport.

DEROULEMENT ET COMMENTAIRES

ACTIVITE : Durée 1 heure.

Cette activité est menée collectivement par le professeur. Le premier objectif est de vérifier si les élèves discernent bien énoncé direct et énoncé réciproque. Le professeur demande donc de citer l'énoncé de Pythagore puis son énoncé réciproque. Le tout est noté au tableau et analysé.

	Données	**Conclusion**
Enoncé direct	ABC triangle rectangle en A	$AB^2 + AC^2 = BC^2$
Enoncé réciproque	ABC triangle $AB^2 + AC^2 = BC^2$	ABC triangle rectangle en A

Les élèves dégagent alors que pour 2 énoncés réciproques, P implique Q pour l'un et Q implique P pour l'autre.

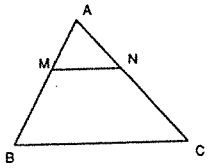
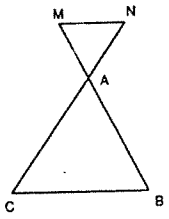
A l'aide de quelques exemples, le professeur fait remarquer que l'on peut toujours trouver la réciproque d'un énoncé mais que cette réciproque n'est pas toujours vraie.

Exemples : * "un carré a 4 angles droits" énoncé vrai
"un quadrilatère qui a 4 angles droits est un carré", énoncé réciproque faux.

* "Tout multiple de 6 est multiple de 2" énoncé vrai
"Tout multiple de 2 est multiple de 6" énoncé réciproque faux.

Pour la séance suivante, les élèves ont à chercher dans leur fichier, 4 énoncés pour lesquels l'énoncé réciproque est vrai.

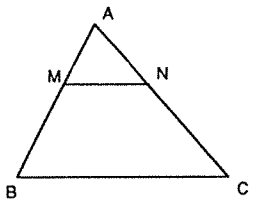
Le professeur demande alors de citer l'énoncé de Thalès dans un triangle, et le note au tableau.

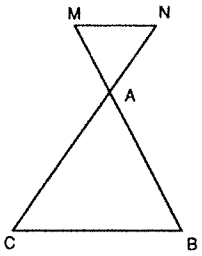
Données	Conclusion	Dessins
ABC triangle M point de (AB) N point de (AC) (MN) // (BC)	$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$	 

La double égalité de rapports pouvant se scinder, le professeur invite à citer un énoncé réciproque sans considérer le 3ème rapport, les élèves citent alors :

Données	Conclusion
ABC triangle M sur (AB) N sur (AC) $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$	(MN) // (BC)

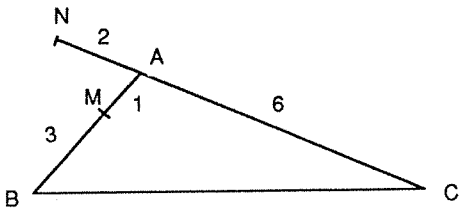
Il est alors demandé aux élèves de faire des dessins pour conjecturer si cet énoncé réciproque est vrai.
Des rapports sont choisis et les premières figures réalisées sont de ce type.



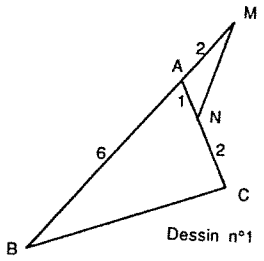


Après questionnement du professeur sur la place de M et N, le deuxième type de figure est réalisé.

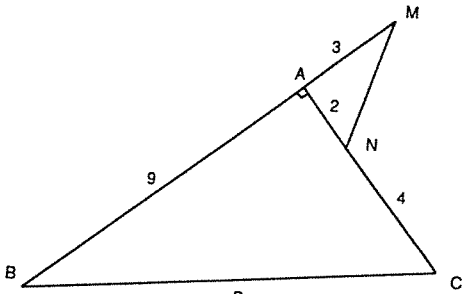
Avec ces situations, les élèves pensent que les droites (MN) et (BC) ne peuvent être que parallèles. Dans une classe un élève sème le doute en faisant ce dessin.
Il y a égalité de rapports mais (MN) n'est pas parallèle à (BC).



Dans l'autre classe, pour éveiller le doute le professeur projette et distribue aux élèves les dessins 1 et 2.



Dessin n°1



Dessin n°2

Pour le premier, on a égalité de 2 rapports et pour le 2ème, on a égalité des 3 rapports (on peut le démontrer en utilisant l'énoncé de Pythagore) et pourtant les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

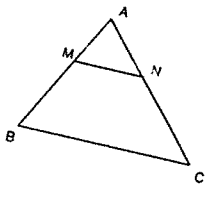
Après cette étude les élèves conçoivent bien que les points doivent être dans un certain ordre et qu'il faut ajouter une condition dans les données, leurs formulations sont souvent maladroites.
En effet, pour beaucoup d'élèves "3 points R, T, U alignés" signifie "alignés dans cet ordre".

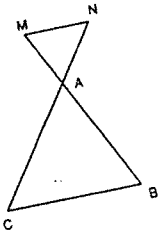
L'énoncé est alors validé par le professeur. Il est clair, pour les élèves, qu'ils ne l'ont pas démontré ; ils ont seulement, à l'aide de dessins, conjecturé sa véracité.

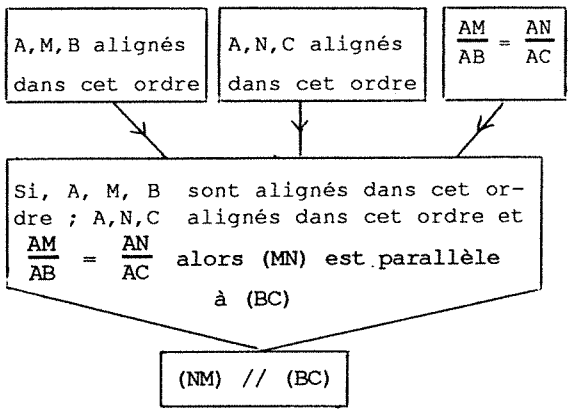
Cet énoncé est alors noté sur la fiche :

" Comment démontrer que deux droites sont parallèles"

- en utilisant l'énoncé réciproque de Thalès







Un autre problème est alors soulevé par le professeur : "lorsque l'on a l'égalité de ces deux rapports, a-t-on obligatoirement l'égalité avec le 3ème rapport $\frac{MN}{BC}$?"

Les élèves répondent correctement et justifient par utilisation successive de l'énoncé réciproque et de l'énoncé direct.

L'objectif est alors énoncé par les élèves et noté sur le dossier:

Je dois savoir démontrer que deux droites sont parallèles en utilisant l'énoncé réciproque de Thalès.

EXERCICES : Durée 1h 30.

L'exercice 1, permet de réinvestir les calculs avec fractions : sommes, différences, quotients et de réutiliser valeur exacte, valeur approchée. Certains élèves veulent faire un dessin à l'échelle, le professeur leur fait remarquer qu'il suffit d'un croquis pour situer la place des points et ainsi calculer les distances utiles pour les calculs de rapports.

A l'exercice 4, il est demandé de faire une démonstration dans le cas général. Certains élèves plus en difficulté ont besoin d'une aide méthodologique pour analyser quelles égalités de rapports ils doivent démontrer pour avoir le parallélisme (analyse ascendante). Cette difficulté surmontée, l'exercice est rapidement exécuté avec l'utilisation successive des énoncés direct et réciproque en isolant les triangles "utiles".

Pour l'exercice 5, il est nécessaire de connaître la définition du trapèze. Cette configuration ne fait pas partie des connaissances exigibles (au collège) mais elle est bien connue des élèves qui l'ont déjà rencontrée au cours du premier cycle. Ici également, les triangles sont bien isolés et le parallélisme est démontré par utilisation de l'énoncé réciproque de Thalès dans les deux triangles ADB et DBC. Les valeurs de DC et de AD sont justifiées. Pour trouver si le trapèze est rectangle, les élèves cherchent si le triangle, EFM est rectangle en E. Deux méthodes sont utilisées :

- Calcul des valeurs approchées de $\widehat{AEF}$ et de $\widehat{DEH}$ en utilisant la trigonométrie dans les deux triangles rectangles.

Ils en déduisent que $\widehat{FEM}$ est compris entre 88 et 89°. Certains ne sont pas satisfaits de cette méthode car ils n'obtiennent que des valeurs approchées.

- Construction de K projeté orthogonal de F sur (DC). Ils peuvent ainsi calculer HK, FK et FH par utilisation de l'énoncé direct de Pythagore dans FHK. Les distances EF et EM sont calculées dans les triangles rectangles EFA et DEH.
Ils montrent ainsi que $EF^2 + EH^2 \neq FH^2$.

Les exercices 3 et 7 sont faits en devoir à la maison.
La seule erreur relevée est l'utilisation de valeurs approchées à l'exercice 7.

On peut remarquer qu'au cours des exercices, il n'y a pas eu de confusion entre énoncé direct et énoncé réciproque.

ANGLES INSCRITS

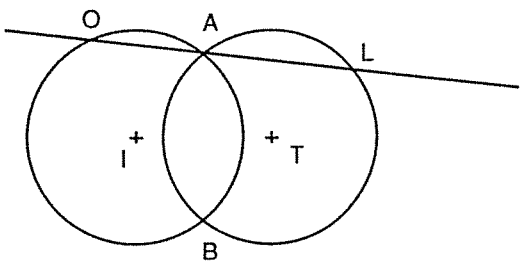
Nous n'avons malheureusement pas eu le temps d'expérimenter cette partie. Nous présentons ce qui était prévu.

CHOIX DIDACTIQUES

Rien n'est exigible sur cette partie; ainsi avons-nous choisi de nous limiter à la "stricte propriété" de l'angle inscrit en évitant les cas limites (angle de la tangente et d'une corde) et les propriétés réciproques (arc capable). Cependant il nous semble intéressant de profiter de cette partie pour revoir les calculs sur les angles et les égalités d'angles ainsi que la cocyclicité de 4 points formant deux triangles rectangles.

Choix de l'activité

Nous avons voulu que les élèves remarquent l'invariant de la situation (l'angle inscrit) au travers d'une configuration connue et bien maîtrisée (le texte figure dans la fiche élève).



Ainsi quelque soit la position de la droite (OL) le triangle BOL est isocèle. Le plus "troublant" c'est qu'en faisant "pivoter" la droite (OL) autour de A les triangles isocèles sont des réductions ou des agrandissements les uns des autres. Donc les angles $\widehat{BOL}$ et $\widehat{ABL}$ gardent toujours la même valeur. Cet angle ne semble dépendre que de [AB]. L'invariant de la figure peut donc être dégagé et éventuellement démontré.

Choix des exercices

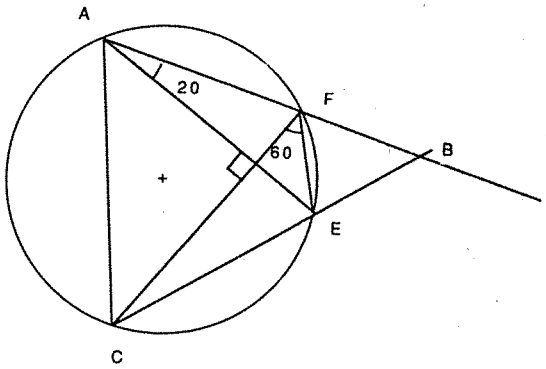
- l'exercice 1 est un exercice de calcul,
- l'exercice 2 permet de revenir sur l'invariant de la figure, l'angle étant constant on peut placer M où l'on veut en particulier sur la diamètre [AO],
- les exercices 3 et 5 utilisent la cocyclicité d'un quadrilatère ayant deux angles droits,
- l'exercice 4 utilise les propriétés des configurations,
- les derniers exercices sont plus compliqués et ne peuvent être exigibles !

ACTIVITE

Deux cercles de centre I et I' et de même rayon se coupent en A et B. Une droite passant par A recoupe ($\mathscr{C}$) en O et ($\mathscr{C}'$) en L'.
Quelles remarques peux-tu faire sur BOL. (Trace plusieurs droites (OL)). Comment expliquer ces remarques ?

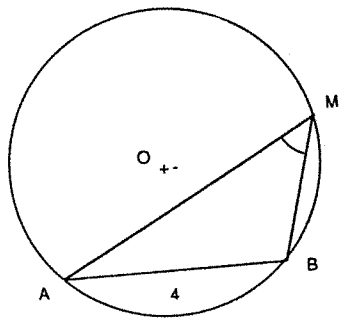
OBJECTIFS

Ex 1 :



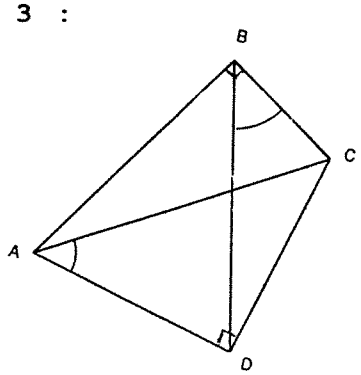
Les données sont sur la figure.
Démontre que ABC est isocèle.

Ex 2 :



Le rayon du cercle est 3 et AB = 4.
Calcule $\widehat{AMB}$ à 1° près.

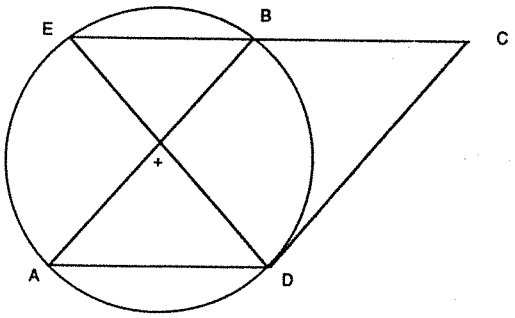
Ex 3 :



Place 4 points A, B, C, D tels que ABC soit rectangle en B et ADC rectangle en D.

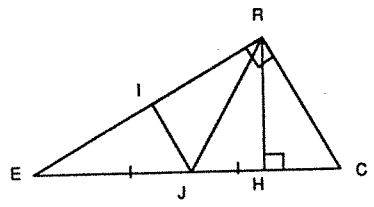
Montre que $\widehat{DAC} = \widehat{CBD}$.

Ex 4 :



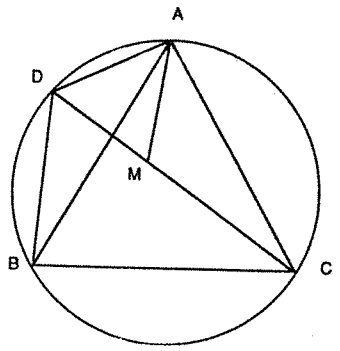
Construis un parallélogramme ABCD puis le cercle circonscrit ($\mathcal{C}$) à ABD. On appelle E l'autre point d'intersection de la droite (BC) avec ($\mathcal{C}$).
Démontre que DEC est isocèle.

Ex 5 :



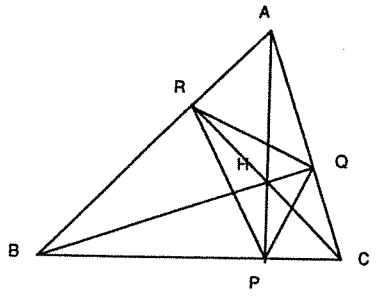
REC est un triangle rectangle en R.
(RH) est la hauteur passant par R. I et J sont les milieux respectifs de [RE] et [EC].
Démontre que $\widehat{IJR} = \widehat{IHR}$.

Ex 6 :



Soit ABC un triangle équilatéral de cercle circonscrit ($\mathcal{C}$).
Soit $D \in (\mathcal{C})$. Place $M \in [DC]$ tel que DM = DA (voir figure ci-contre).
1) Montre que ADM est équilatéral
2) En utilisant la rotation de centre A et d'angle 60°, montre que MC = DB.
3) Déduis que DA + DB = DC.

Ex 7 :



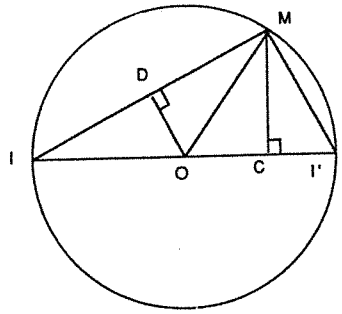
ACB est un triangle. On note P, Q et R les pieds des hauteurs respectives à (BC), (AC) et (AB). On appelle H l'orthocentre du triangle.

1) Montre que $\widehat{PAC} = \widehat{CBQ}$.
2) Démontre que A, Q, H, R sont sur un même cercle.

En déduire que $\widehat{HRQ} = \widehat{HAQ}$.

3) Démontre de même que $\widehat{HBQ} = \widehat{HRP}$.
4) En déduire que (HR) est bissectrice de l'angle $\widehat{PRQ}$.
5) Que représente H pour le triangle PQR ?

Ex 8 :



Voici comment Hipparque au IIème siècle avant J.C calcule la première table de trigonométrie.

a) Grâce à l'énoncé de Pythagore il calcule d'abord les sinus et cosinus des angles 60° et 45°.

b) Ensuite il démontre que

$\cos a = \dfrac{\sqrt{1 + \cos 2a}}{2}$ en utilisant la figure (où OI = 1) :

Ensuite il calcule cos 30° , cos 15° , cos 7,5° ....
Etablir la formule d'Hipparque.

GEOMETRIE ANALYTIQUE

CHOIX DIDACTIQUES

Les outils disponibles en troisième sont :

- les coordonnées du milieu (programme de 4ème),
- la distance de deux points,
- les coordonnées d'un vecteur,
- le parallélisme de deux droites (a = a'),
- l'orthogonalité de deux droites (aa' = -1).

Le programme nécessite quelques remarques :

- Ces outils permettent de traiter, pratiquement, de nombreux exercices de l'ancien programme de troisième ; il convient de se limiter car le temps disponible pour traiter l'analytique est plus restreint.

- La disparition des outils vectoriels (colinéarité, vecteurs orthogonaux) éliminent de fait les problèmes d'alignement. L'esprit des programmes incite à travailler plutôt sur des problèmes métriques (aire, angles, périmètres) avec l'outil analytique.

- Le coefficient directeur d'une droite est réhabilité, en particulier son rapport avec l'angle doit être explicité ce qui permet de mieux comprendre :
  - que deux droites sont parallèles,
  - que plus le coefficient directeur est grand (positivement) ou petit (négativement) plus la droite est verticale,
  - la construction d'une droite connaissant un point et son coefficient directeur.

Ainsi les exercices que nous proposons réinvestissent les configurations, les calculs d'éléments métriques, les tracés de droites dans un repère (les formulations privilégient celles faisant intervenir les coefficients directeurs).

Les activités de découverte se déroulent en deux temps :

- conjectures de la formule ou d'un résultat,
- recherche d'énoncés de problèmes dont la résolution nécessite l'usage des résultats conjecturés.

Le deuxième temps est important car il permet de vérifier si les élèves ont compris la portée de l'outil découvert.
Nous avons adopté l'ordre de présentation suivant :

- coordonnées du milieu
- coordonnées d'un vecteur
- distance de deux points
- parallélisme et orthogonalité de deux droites.

Aucun test n'a été fait (fin d'année).

DUREE : 10h.

LES OBJECTIFS

- savoir calculer les coordonnées du milieu d'un segment (connaissant les coordonnées des deux extrémités),

- savoir calculer les coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ connaissant les coordonnées de A et de B,

- savoir calculer les coordonnées de B connaissant celles de A, C et D et $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$,

- savoir utiliser les coordonnées du milieu ou les coordonnées des vecteurs pour montrer que quatre points (de coordonnées données) forment un parallélogramme,

- savoir calculer la distance de deux points et savoir l'utiliser :

  . pour montrer
  - que deux longueurs sont égales
  - qu'une figure est particulière (triangle isocèle, équilatéral, rectangle, carré, losange...)

  . pour calculer des périmètres et des aires,

- savoir reconnaître deux droites parallèles ou perpendiculaires connaissant l'équation de chacune,

- savoir tracer une droite connaissant un point et son coefficient directeur,

- savoir déterminer l'équation d'une droite parallèle à une droite d'équation donnée, passant par un point donné.

(En ce qui concerne les équations de droites, ces objectifs complètent ceux mentionnés dans le fascicule 1.)

I) Coordonnées du milieu d'un segment

ACTIVITE 1

Deux points A et B étant donnés dans un repère par leurs coordonnées ; existe-t-il une formule permettant de calculer les coordonnées du milieu du segment [AB] ?

ACTIVITE 2

Imagine un petit problème pour lequel la résolution fasse intervenir cette propriété.

OBJECTIFS

CONTRAT : tous les exercices sont obligatoires.

DUREE : 1 heure en classe.

EXERCICES

Ex 1 :

Dans un repère orthonormal place les points

A $\left(-\frac{1}{2} ; -1 \right)$ B $(-1,1)$ I $(1,0)$ J $(0,1)$ O $(0,0)$.

a) Démontre que B J I O est un parallélogramme.
b) Calcule les coordonnées de C pour que ABCI soit un parallélogramme.
c) Soit D le symétrique de A dans la symétrie de centre I.
Calcule les coordonnées de D.

Ex 2 :

La droite (D) d'équation $y = \frac{3}{5} x + 3$ coupe l'axe des abscisses en A et celui des ordonnées en B.
La droite (D') d'équation $y = +3x - 3$ coupe l'axe des abscisses en C et l'axe des ordonnées en D.

a) Place A, B, C et D puis trace (D) et (D')

b) Soit I le milieu de [AB] et J le milieu de [CD].
Démontre que le milieu K de [IJ] est sur l'axe des abscisses.

c) Facultatif : (D) et (D') se coupent en P.

La droite (PK) est-elle une médiane du triangle ADP ?

II) Coordonnées d'un vecteur

ACTIVITE 1

On donne 4 points A, B, C, D dans un repère.
Peut-on à l'aide des coordonnées savoir si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux ?

ACTIVITE 2

Imagine un petit problème pour lequel la résolution fasse intervenir cette propriété.

OBJECTIFS

CONTRAT : tous les exercices sont obligatoires.

DUREE : 1 heure en classe.

EXERCICES

Ex 1 :

Sur transparent déterminer les signes des coordonnées des vecteurs.

Ex 2 :

A (1,0) B (2, -3) C (3,2)

a) Calcule les coordonnées de D tel que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$.

b) Calcule les coordonnées de E tel que E soit l'image de C dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$.

c) Calcule les coordonnées de F tel que A soit l'image de F par la translation ce vecteur $\overrightarrow{BC}$.

Ex 3 :

Place A $\left(1, \frac{7}{4} \right)$ B $\left(\frac{5}{2}, 5 \right)$ C $\left(\frac{1}{2}, -0,25 \right)$ D (-1 ; - 3,5).
Ces quatre points forment-ils un parallélogramme ?

Ex 4 :

Soit A $\left(-2, \frac{1}{2} \right)$ B (0, - 1) C (3,4) D (-3, 1).

Calcule les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ et du vecteur $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$.
Peux-tu énoncer une règle générale qui permet de connaître les coordonnées d'une somme de deux vecteurs quand on connaît les coordonnées des deux vecteurs ?

Peux-tu démontrer cette règle ?

Ex 5 :

A (-3,1) B (-2, -3) C(3, -1)

a) Trouver les coordonnées de E tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC}$

b) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}$. Trouver les coordonnées de D.

c) Que dire de B. Pourquoi ?

AUTO-TEST

Dans un repère on donne A (4; 3) B (3, -1) C(-1, 4) O (0,0)

a) Démontre que ABCO est parallélogramme.

b) Calcule les coordonnées de E tel que $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{CB}$

c) S est le milieu de [AB], B est le milieu de [CR].
Quelles sont les coordonnées de S et de R.

d) Quelle est l'équation de la droite (OS) ? Montre que O, S, R sont alignés.

e) Soit M le symétrique de R par rapport à A. BME est-il rectangle ? Pourquoi ?

III) Distance de 2 points

ACTIVITE 1

On donne un repère.
Peut-on trouver une "formule" permettant de calculer la distance de deux points connaissant leurs coordonnées ?

ACTIVITE 2

Imaginer un petit problème qui fasse intervenir ce résultat.

OBJECTIFS

CONTRAT : tous les exercices sont obligatoires.

DUREE : 1 heure en classe.

EXERCICES

Dans tous les exercices on se place dans un repère orthonormal.

Ex 1 :

P (1; 2) Q (5 ; 2) M (3 ; $2 + 2\sqrt{3}$)
Démontre que le triangle est équilatéral.

Ex 2 :

A (-3 ; 0,5) B(1, $\frac{5}{2}$) C(3, $-\frac{3}{2}$)

Montre que le périmètre de ABC est $2\sqrt{5}\ (2 + \sqrt{2}\ )$
et que son aire est un nombre entier. Que vaut $\widehat{A}$?
La droite (AB) coupe l'axe des abscisses en P et l'axe des ordonnées en Q.
La droite (BC) coupe l'axe des abscisses en R. Quelle est l'aire de PQR ?

Ex 3 :

Place dans un repère les points A (-1,3) B (-2, 2) C(4, -2)
D(-2,2).
Démontre que ces 4 points appartiennent à un même cercle. Quel est son rayon et quel est son centre ?

Ex 4 :

Trace la droite de coefficient directeur $\frac{3}{4}$ et passant par C(4,8).
Elle coupe l'axe des abscisses en A et celui des ordonnées en B.

a) Montre que OBC est isocèle.
b) Quelle est l'aire de OBC ?

AUTO-TEST

1)

A (1,1) B $(3, -\frac{1}{2})$ C (3,2) D $(1, \frac{7}{2})$

Démontre que ABCD est un losange.

2)

Soient A (-2, -2) B (-4,4) C (2,6) D (4,0)

Montre que ABCD est un carré.

3)

I (2,5) L (-2,1) C(5, -1)

Quel est le périmètre de LCI ?

IV) Equations de droites

OBJECTIFS

CONTRAT : tous les exercices sont obligatoires.

DUREE : 2 heures en classe.

EXERCICES

Ex 1 :

Parmi les droites dont les équations suivent cite les droites parallèles et les droites perpendiculaires (sans tracer).

(D_1) $y = 2x + 1$

(D_2) $y = -x$

(D_3) $y = 1 + 3x$

(D_4) $y = (\sqrt{2} + 1)\ x$

(D_5) $x = 2$

(D_6) $y = 2x - 1$

(D_7) $-4x + 2y - 1 = 0$

(D_8) $y = x$

(D_9) $y = \frac{1}{2} x$

(D_{10}) $y = -\frac{1}{2} x + 9$

(D_{11}) $y = (1-\sqrt{2})\ x + 3$

(D_{12}) $y = 3$

(D_{13}) $4 = x$

(D_{14}) $y = 2x$

(D_{15}) $y = \frac{17}{4} x$

(D_{16}) $y = -4{,}25\ x + 1$

Ex 2 :

Sans calculer les équations trace :

- la droite (D_1) passant par A(1,2) de coeficient directeur 2,5.
- la droite (D_2) passant par B(2,1) orthogonale à la droite d'équation $y = x + 1$
- la droite (D_3) parallèle à la droite d'équation $y = \sqrt{2}\ x$ passant par le point C (3,0).

Ex 3 :

Soit (D) passant par B(0, -1) et de coefficient directeur $\frac{2}{5}$ .Donne une équation de (D).

a) Trouve l'équation de la droite parallèle à (D) passant par le point A(2,3).

b) Soit F(1,1) et E(t ; 3)

Pour quelle valeur de t, (EF) et (D) sont-elles parallèles ?

c) Trouve l'équation de la droite perpendiculaire à (EF) passant par A.

Ex 4 :

La droite (D) passe par les points de coordonnées (-1,4) et (1,8). Elle coupe l'axe des abscisses en A et celui des ordonnées en B.

a) Donne une équation de (D).

b) (D') la droite passant par 0 et de coefficient directeur -2 coupe la droite d'équation $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ en C. Calcule l'aire du triangle ABC.

c) Démontrer que (OC) est une médiane du triangle ABC.

Ex 5 :

a) Trace (D) passant par A (1,2) dont le coefficient directeur est -4.

b) Donne une équation de (D') perpendiculaire à (D) et passant par B(4,0). Trace (D').

c) Quelles sont les coordonnées du point I d'intersection ?

d) Donne une équation de la médiatrice de [AB]. I appartient-il à cette médiatrice ?

e) Donne les coordonnées des points d'intersection de cette médiatrice avec les axes.

Ex 6 :

$y = ax + b$
Quelle est l'équation de la droite parallèle passant par l'origine ?

Ex 7 :

Dans un repère on a les points,

$H\left(\frac{1}{2} ; \frac{7}{2}\right)$ $K\left(\frac{7}{2} ; 2\right)$ $G\left(-\frac{1}{3} ; -1\right)$ $L\left(\frac{8}{3} ; -\frac{5}{2}\right)$

Les droites (HK) et (GL) sont-elles parallèles ?

Calculer l'aire des deux triangles délimités par ces deux droites et les axes.

AUTO-TEST

E (-4,0) F (4,4) G (-2,4) H (1,-2)

Montre que (EF) $\perp$ (GH)

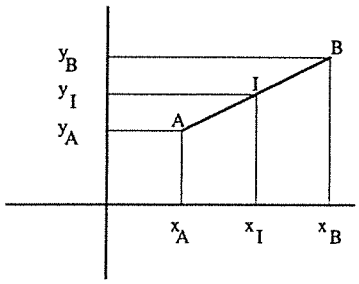
DEROULEMENT ET COMMENTAIRES

Coordonnées du milieu d'un segment

Activité 1 : 1 heure

Elle est donnée oralement, indépendamment du dossier.
Les élèves placent deux points A et B dans un repère, notent leurs coordonnées, tracent le segment [AB], situent son milieu I puis lisent les coordonnées de ce milieu I.
Ensuite, ils cherchent une relation entre tous les nombres.
Ils proposent $x_I = \frac{x_A + x_B}{2}$, $y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$, vérifient sur d'autres exemples, puis généralisent.

Lors de la synthèse, aucune démonstration générale n'est faite, la formule proposée est seulement établie dans un cas de figure :



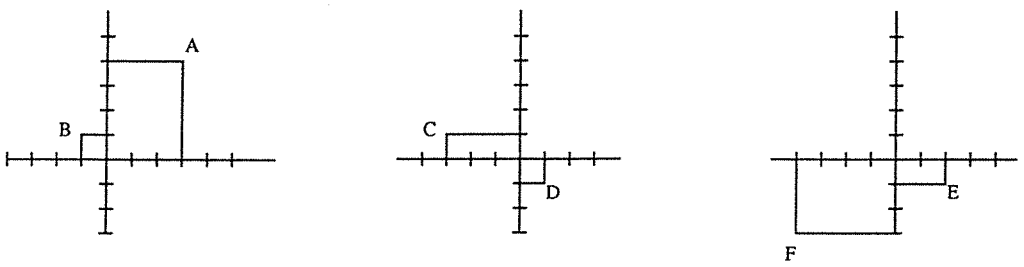
$$x_I = x_A + \frac{x_B - x_A}{2}$$

$$= \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_I = y_A + \frac{y_B - y_A}{2}$$

$$= \frac{y_A + y_B}{2}$$

Le professeur valide ensuite cette formule. Quelques exemples numériques sont proposés à l'aide du rétroprojecteur et traités oralement soit par lecture, soit par calcul.



Activité 2

Les élèves cherchent des situations mettant en oeuvre la formule établie au cours de l'activité 1. En voici quelques exemples :

1) Donner deux points A et B . C est le symétrique de A par rapport à C, trouver les coordonnées de C.

2) Donner quatre points, démontrer que ces quatre points déterminent un parallélogramme.

3) Donner trois points, demander l'équation de deux médianes et les coordonnées du centre de gravité.

4) Donner deux points A et B, trouver les coordonnées du centre du cercle de diamètre [AB].

Ces exercices ne sont pas traités entièrement, seules les démarches sont évoquées oralement. Ceci permet de se remémorer la symétrie centrale, les propriétés d'un parallélogramme, la méthode pour trouver l'équation d'une droite passant par deux points dont on connait les coordonnées.
Les résultats établis sont notés dans le répertoire à :

R repère

Dans un repère :

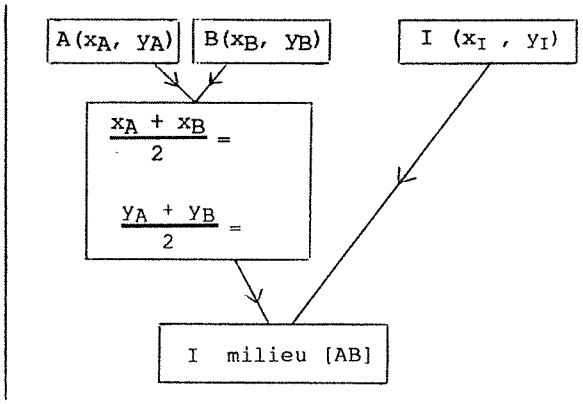
A (x_A , y_A) ; B (x_B , y_B) , les coordonnées du milieu I de [AB] sont :

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \quad , \quad y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \ .$$

La fiche "comment démontrer qu'un point est milieu d'un segment" est complétée :

R - En calculant les coordonnées

(R signifie dans un repère)



L'objectif "je dois savoir calculer les coordonnées du milieu d'un segment dans un repère" donné par les élèves est noté sur le dossier qui leur est distribué.

EXERCICES : 1h.

Exercice 1 : la synthèse de l'activité 2 ayant permis de faire le point sur les méthodes à utiliser, cet exercice réalisé rapidement est bien réussi.

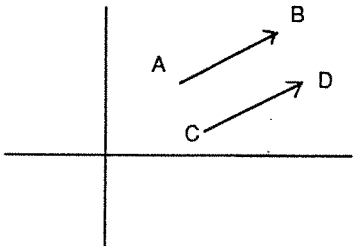
L'exercice 2 permet de réinvestir les équations de droites vues en début d'année. Quelques élèves se fiant à leur mémoire confondent abscisse nulle et ordonnée nulle pour les points situés sur les axes. Le professeur leur suggère de s'aider d'un dessin d'une droite quelconque dans un repère et d'observer les particularités des points d'intersection de cette droite avec les axes.
Le recours au dessin permet de surmonter les difficultés.
A la question 2, la lecture ne suffit pas, les élèves calculent les coordonnées de I, de J puis celles de K.

Coordonnées d'un vecteur

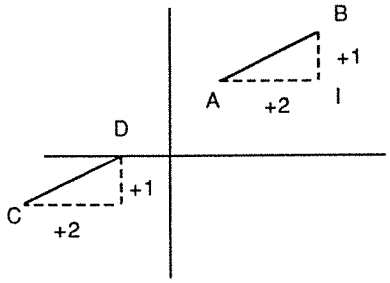
Activité 1 : durée 3/4 h.

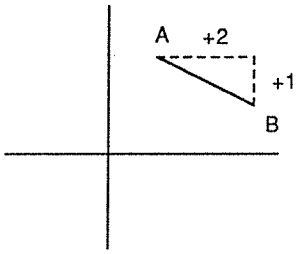
L'activité est rappelée oralement, les élèves placent quatre points dans un repère pour avoir $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
Certains proposent de calculer les coordonnées du milieu de [AD], celle du milieu de [BC], d'en déduire le parallélogramme et les vecteurs égaux. Ceci prouve que les élèves font bien le lien avec la notion précédemment étudiée.
Cette démarche est validée par le professeur, puis celui-ci demande s'il n'en existe pas une plus rapide.

Dans une classe, un élève propose de projeter orthogonalement les points A,B,C et D sur les axes pour vérifier si les différences $x_B - x_A$, $x_D - x_C$ sont égales ainsi que $y_B - y_A$ et $y_D - y_C$.



Dans l'autre classe, les déplacements de A à B d'une part, de C à D d'autre part sont décomposés en 2 déplacements suivants les axes





On regarde ensuite si les déplacements élémentaires sont les mêmes pour les 2 vecteurs.
Le lien est fait entre ces déplacements et $x_B - x_A$, $y_B - y_A$.

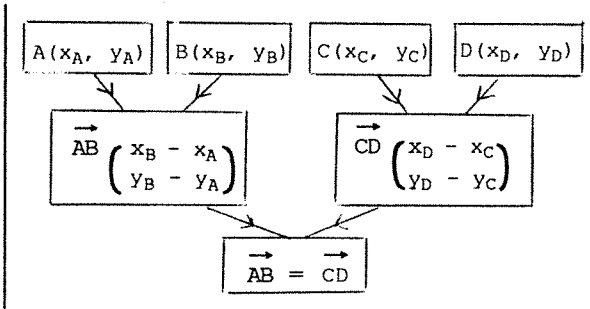
Le professeur valide ensuite le calcul des coordonnées d'un vecteur à partir des coordonnées des points.

Le répertoire est complété à **R** repère.

> coordonnées d'un vecteur :
> $A(x_A , y_B)$ $B(x_B , y_B)$
> Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont $(x_B - x_A , y_B - y_A)$.

Cette définition donne une nouvelle méthode pour montrer que deux vecteurs sont égaux, la fiche "comment démontrer que deux vecteurs sont égaux" est complétée.

R - en montrant qu'ils ont les mêmes coordonnées dans un repère



Activité 2

Quelques exemples de situations trouvées par les élèves :

1) On a quatre points, trouver si l'on a un parallélogramme.

2) On a les coordonnées d'un vecteur et celles d'un point, trouver celles de l'autre point pour avoir des vecteurs égaux.

3) On a les coordonnées de trois points, trouver les coordonnées du quatrième point pour avoir un parallélogramme.

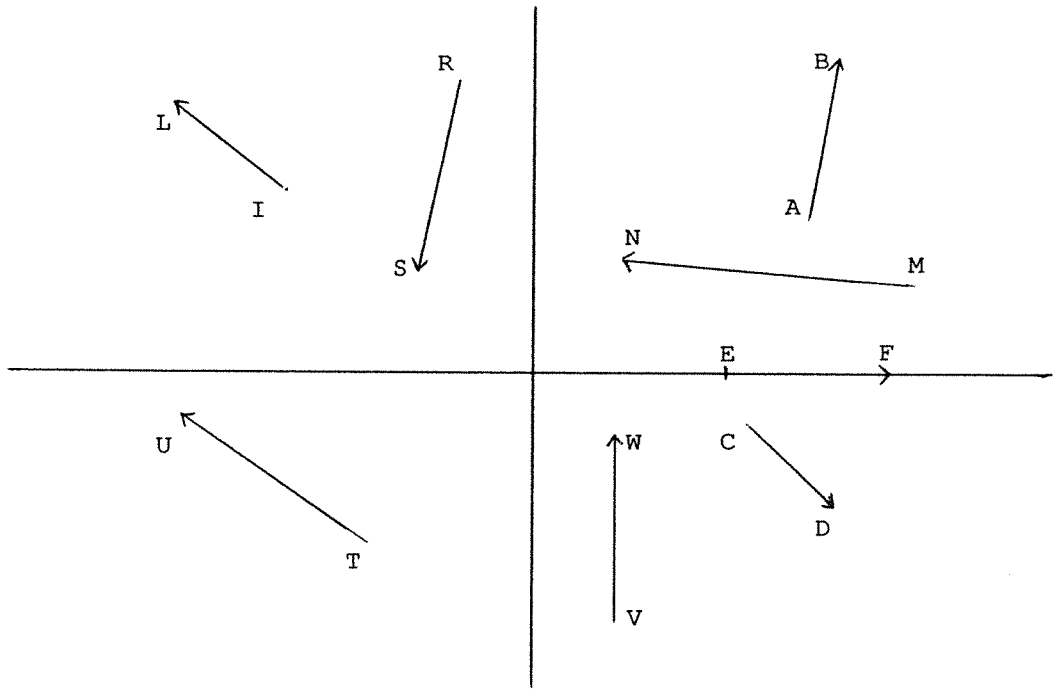
4) On a un vecteur $\overrightarrow{CD}$ et un point A. Trouver les coordonnées de B image de A dans la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$.

Le dossier étant donné aux élèves, ceux-ci notent l'objectif :

Je dois savoir calculer les coordonnées d'un vecteur dans un repère.

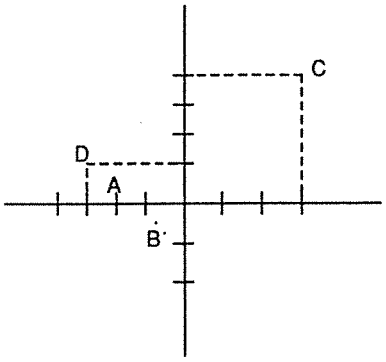
EXERCICES : 1h en classe.

L'exercice 1 est proposé à l'aide du rétroprojecteur et traité oralement.
Il a pour objectif de faire différencier les signes des coordonnées des points de ceux des coordonnées du vecteur, de montrer que ces derniers ne dépendent pas du quadrant dans lequel se trouvent les points.



Les exercices 2 et 3 sont bien réussis, les élèves lient bien les vecteurs et la translation.

L'exercice 4 pose le problème des coordonnées de la somme de deux vecteurs. Cette notion mentionnée dans les commentaires n'est pas exigible.
Pour résoudre le problème, les élèves tracent F pour que $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CD}$.



On obtient alors
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AF}$

Il est possible de calculer les coordonnées de F à partir de celles de B, C, D, puis les coordonnées de $\overrightarrow{AF}$.

Les élèves voient qu'en ajoutant les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{CD}$ on retrouve celles de $\overrightarrow{AF}$.

Faute de temps cette propriété n'est pas démontrée.

Les résultats sont notés dans le répertoire à

R repère :

Dans un repère, les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ sont :

$$(x_{\overrightarrow{AB}} + x_{\overrightarrow{CD}} \; ; \; y_{\overrightarrow{AB}} + y_{\overrightarrow{CD}})$$

les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ sont :

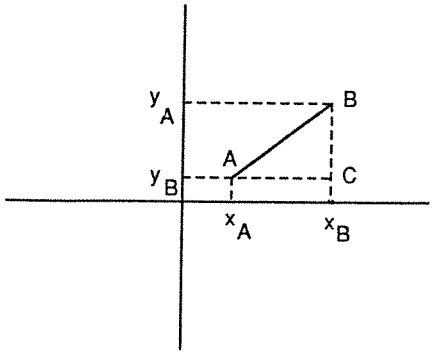
$$(x_{\overrightarrow{AB}} - x_{\overrightarrow{CD}} \; ; \; y_{\overrightarrow{AB}} - y_{\overrightarrow{CD}}).$$

A l'exercice 5, les élèves utilisent les résultats de l'exercice 4 et les réponses sont trouvées aisément.

Distance de deux points dans un repère orthonormal.

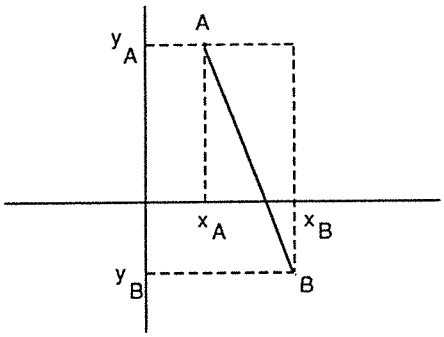
Activité 1 : 30 mn.

L'activité est cherchée indépendamment du dossier.
Les élèves utilisent les directions privilégiées par les axes et le triangle rectangle ABC.



La distance AB est donnée par $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

Un élève sème le doute en demandant si cette formule est toujours vraie quand on change les positions des points.



Le cas précédent est alors évoqué. Beaucoup d'élèves se souviennent que $(y_B - y_A)$ et $(y_A - y_B)$ ont le même carré.

Les résultats expliqués mais non démontrés, sont validés par le professeur.
Le répertoire est complété :

R Repère

Distance de deux points dans un repère orthonormal.

$A(x_A, y_A)$ $B(x_B, y_B)$, la distance des deux points est :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} .$$

Le lien est fait entre $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ et les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Activité 2

Types d'exercices proposés par les élèves :

1) démontrer : . qu'un triangle est rectangle (réciproque de Pythagore)
. qu'un triangle est isocèle
. qu'un triangle est équilatéral,

2) démontrer qu'un quadrilatère est un losange ou un carré ou un parallélogramme (côtés opposés isométriques),

3) démontrer qu'un point est sur la médiatrice d'un segment,

4) démontrer que deux droites sont parallèles,

5) calculer la valeur d'un angle (lignes trigonométriques),

6) calculer des aires, des périmètres, le rayon d'un cercle,

7) montrer qu'un point est le milieu d'un segment.

L'objectif est inscrit sur le dossier :

Je dois savoir prouver des propriétés de figures en calculant la distance de deux points dans un repère orthonormal.

EXERCICES : 2h.

L'exercice 1 est bien réussi, il permet de réutiliser les racines carrées.

A l'exercice 2, les calculs de distances sont menés à bien ainsi que les transformations d'écritures pour trouver le périmètre.

Le dessin aide à conjecturer, le triangle ABC semble rectangle, ce qui est prouvé par la réciproque de Pythagore, le calcul de l'aire bien réalisé.
Après avoir montré que le triangle ABC est isocèle, les élèves déduisent la valeur de $\widehat{A}$.

Pour la dernière question, certains élèves ont besoin d'une aide méthodologique, le professeur les guide par des questions :

- Que dois-tu connaître pour calculer l'aire de PQR ?
- Comment peux-tu trouver les coordonnées de P, Q et R ?
- Comment trouver l'équation d'une droite passant par 2 points donnés ?

C'est la première fois que les élèves rencontrent un exercice comme **l'exercice 3.**
Le dessin est réalisé et certains élèves conjecturent que le centre du cercle est le milieu de [BC] et après recherche dans le fichier, démontrent que ABC est rectangle en A.
Ensuite deux démarches sont adoptées pour montrer l'appartenance de D à ce cercle,

- soit on montre que BDC est rectangle en D par le même processus,

- soit on calcule ID (I milieu de [BC]) et on compare avec IB.

A l'exercice 4 le professeur introduit le coefficient directeur d'une droite, l'équation est ensuite trouvée ainsi que les coordonnées de A et de B.
Pour le calcul de l'aire (cherchée seulement dans une classe) il faut rappeler aux élèves qu'il y a trois façons de calculer l'aire d'un triangle et qu'il faut choisir la méthode la plus économique, ici hauteur issue de C, relative à (OB).

Equations de droites

Activité (1h en classe)

L'activité suivante est donnée aux élèves :

"choisis une équation de droite et trace, dans un repère orthonormal (1 carreau comme unité sur chaque axe) la droite correspondante".

Les élèves s'organisent dans les groupes pour choisir différents coefficients (entiers, décimaux, fractionnaires, positifs ou négatifs).

La construction est réalisée à la maison.

A la séquence suivante, chaque groupe relève les quatre droites sur un même transparent retroprojecteur.
Les transparents sont empilés par deux ou trois, rétroprojetés et soumis aux observations des élèves.

Voici quelques remarques formulées par les élèves :

- Quand le coefficient est positif, la droite "va vers le haut à droite".
- Quand le coefficient est négatif, la droite "va vers le bas à droite".
- La droite est plus verticale quand le coefficient positif est plus grand, et quand le coefficient négatif est plus petit.

(Le professeur soulève le cas où le coefficient est nul).

- Si l'équation est de la forme $y = mx$; la droite passe par l'origine du repère.

- La droite d'équation $y = mx + p$ coupe l'axe des ordonnées au point $(0 ; p)$.

Le professeur indique alors que p est l'ordonnée à l'origine.

- Il semble évident aux élèves que deux droites parallèles ont le même coefficient directeur et réciproquement.
Cette remarque, vérifiée à l'aide des transparents, est validée par le professeur.

Le problème des droites perpendiculaires est alors soulevé.
A l'aide des transparents, les élèves repèrent deux droites qui paraissent perpendiculaires :

$y = -2x - 4$ et $y = \frac{1}{2}x + 2$

ou

$y = 5x + 2$ et $y = -\frac{1}{5}x + 4$

Un élève propose "l'inverse de l'opposé" du coefficient directeur pour passer à l'autre droite.

Le professeur rappelle aux élèves que le produit de deux nombres inverses est 1. Ici, le produit des deux coefficients directeurs est -1.
Cette propriété n'est pas démontrée, la démonstration possible en troisième aurait pu être faite si nous avions eu plus de temps.

Le professeur demande ensuite aux élèves de trouver une méthode rapide permettant de tracer une droite connaissant son équation.
L'équation choisie est $y = 3x - 4$.

L'ordonnée à l'origine est -4, la droite passe par le point R(0;-4). Ce point est placé sur le quadrillage rétroprojeté.

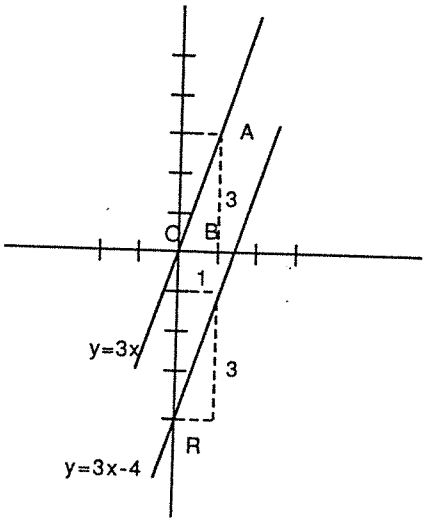
Le coefficient directeur est 3.

. La droite "monte vers la droite".

. La droite est parallèle à celle qu'équation $y = 3x$ pour laquelle quand $x = 1$ $y = 3$.

Le professeur fait le lien entre la tangente de l'angle $\widehat{AOB}$ et le coefficient directeur 3 (coefficient positif).

. La droite $y = 3x - 4$ est alors tracée à partir de R.



On se déplace de 1 à partir de R suivant l'axe des abscisses et on monte de 3 en suivant l'axe des ordonnées.
(Les deux droites parallèles, forment des angles égaux avec l'horizontale).

La synthèse terminée, les élèves complètent leur répertoire à

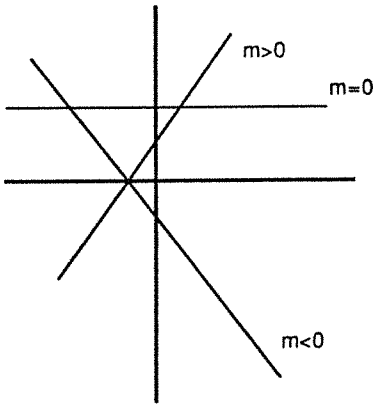
E Equations de droites :

1) - Une droite a pour équation

$y = mx + p$

ordonnée à l'origine

coefficient directeur

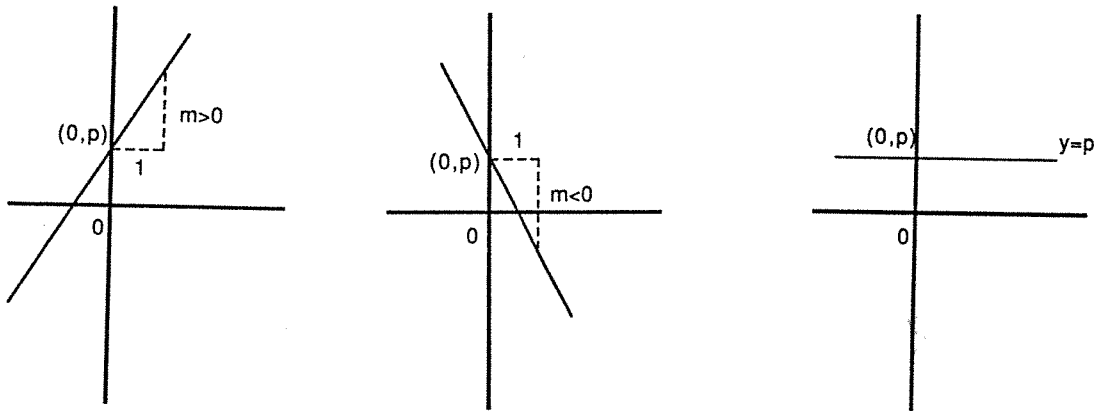


- quand m est positif, la droite "monte vers la droite"
- quand m est négatif, la droite "monte vers la gauche"
- quand m est nul, la droite est parallèle à l'axe des abscisses.

2) (D) a pour équation $y = mx + p$
(D') a pour équation $y = m'x + p'$
(D) // (D') lorsque $m = m'$, et si $m = m'$ on a (D) // (D')
(D) $\perp$ (D') lorsque $mm' = -1$ et si $mm' = -1$ on a (D) $\perp$ (D').

3) Pour tracer une droite dont on connaît l'équation

$$y = mx + p,$$



Le fichier méthodologique est ensuite complété :

"Comment montrer que deux droites sont parallèles"

R - en montrant qu'elles ont le même coefficient directeur.

"Comment montrer que deux droites sont perpendiculaires"

R - en montrant que leurs coefficients directeurs ont pour produit (- 1).

L'objectif est noté sur le dossier.
Je dois savoir : - *tracer une droite connaissant un point et son coefficient directeur,*
- *donner l'équation d'une droite,*
- *reconnaître des droites parallèles, perpendiculaires,*
- *trouver l'équation d'une droite perpendiculaire ou parallèle à une droite donnée, passant par un point donné.*

EXERCICES : 2h

A l'exercice 1, les élèves ont tendance à se contenter de deux droites parallèles et deux droites perpendiculaires. Il faut les inciter à rechercher toutes les "familles" possibles :

Quelques problèmes se posent :

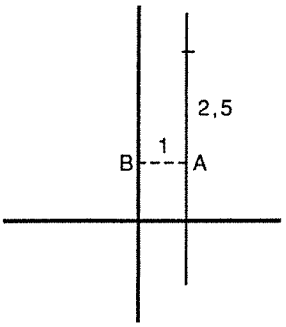
- l'équation $y = 3$ est confondue avec $y = 3x$

- les équations $x = 2$, $x = 4$ ne sont pas vues comme donnant des droites parallèles, le dessin permet de surmonter dans ces cas, les difficultés.

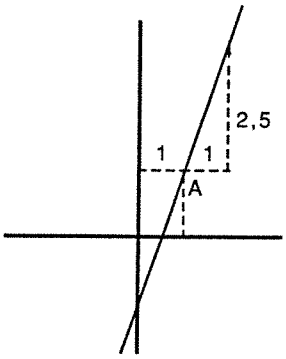
- Les équations $y = x$ et $y = -x$ ne sont pas vues comme $y = 1 \times x$ et $y = (-1) \times x$.

- L'équation $-4x + 2y - 1 = 0$ doit être transformée en $y = 2x + \frac{1}{2}$ pour être comparée aux autres équations.

L'exercice 2 est bien réalisé en général.
Quelques confusions, entre le travail fait lors de la synthèse, tracé d'une droite connaissant l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur, et la construction de (D_1) proposée ici à partir de A(1 ; 2) et de son coefficient directeur.



au lieu de



Ces élèves pensent que l'augmentation de 1 de l'abscisse doit se faire à partir de l'axe des ordonnées.
La droite (D_2) est construite après calcul de son coefficient directeur par $mm' = -1$.
Pour (D_3), le coefficient $\sqrt{2}$ est bien trouvé.

Les autres exercices du dossier sont des exercices d'entraînement, ils reprennent les mêmes notions, ainsi que des contenus vus pendant l'année :

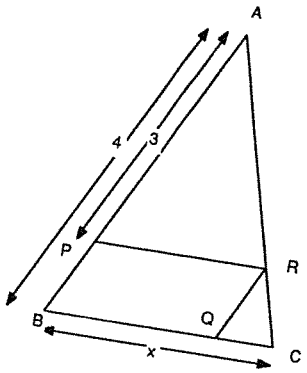
- médiane dans un triangle
- médiatrice d'un segment
- équation d'une droite passant par deux points
- milieu d'un segment
- point appartenant à une droite d'équation donnée.

Les erreurs faites ne sont pas dues à la compréhension des notions mais sont souvent de banales erreurs de calcul.

FONCTIONS AFFINES

ACTIVITE

ABC est un triangle tel que AB = 4, BC = x.
P est le point de [AB] tel que AP = 3, (PR) // (BC), (AB) // (RQ).
Etudie le périmètre du parallélogramme PRQB en fonction de x.



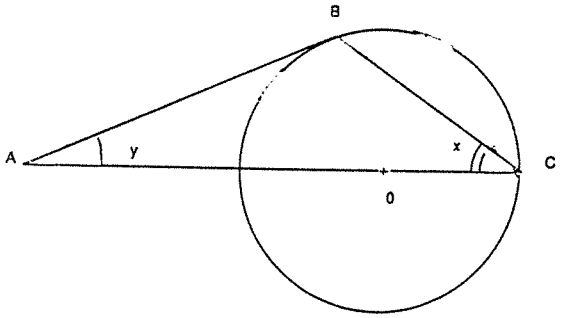
OBJECTIFS

CONTRAT : les exercices 6 à 9 sont à faire à la maison

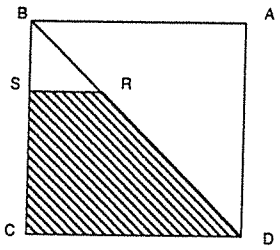
DUREE : 2 h 30 en classe.

Ex 1 :

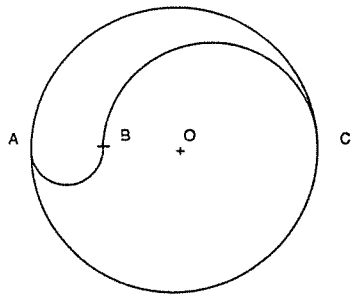
a)
Situation 1 : (AB) est tangente au cercle de centre 0. Exprime l'angle y en fonction de l'angle x.



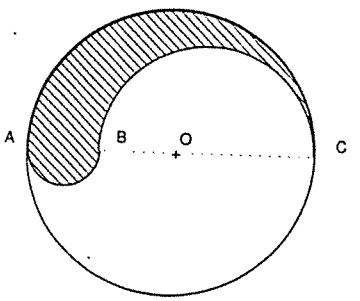
Situation 2 : ABCD est un carré de côté 10, (RS) // (DC) , BS = x
Exprime l'aire du trapèze RSCD en fonction de x.



Situation 3 : O est le centre du cercle de rayon 10.
Exprime la longueur de l'arc ABC en fonction de x.
(OB = x)



Situation 4 : 0 est le centre du cercle de rayon 10.
Exprime l'aire hachurée en fonction de x.
(OB = x)



Situation 5 : Le prix d'un article subit une hausse de 20% puis une baisse de 25%. Exprime le prix final en fonction du prix initial.

Situation 6 : une voiture doit parcourir une distance de 35 km. Exprime le temps mis en fonction de sa vitesse moyenne. (Cette vitesse est exprimée en km/h)

b) Parmi ces fonctions, lesquelles sont affines ?

c) Trace la représentation graphique qui représente chacune des situations 3, 4, 5.

Ex 2 :

a) Une fonction affine est telle que $f(1) = 0$ et $f(2) = 5$.
Détermine $f(x)$ et trace sa représentation graphique.

b) Une fonction linéaire est telle que $g\left(-\frac{4}{3}\right) = 10$
Détermine $g(x)$ et trace sa représentation graphique sur le même dessin.

c) Pour quelle valeur de x a-t-on $f(x) = g(x)$? Peux-tu retrouver ce résultat sur le dessin ? Explique.

Ex 3 :

Voici un tableau donnant le prix pour la location d'une voiture suivant le nombre x de km parcourus :

x	10	23	105	450
f(x)	275	294,5	417,5	935

Montre que f pourrait être une fonction affine. Laquelle ?

Ex 4 :

Un piéton marche à une vitesse constante de 5km/h.
a) Exprime la distance parcourue en km en fonction du temps en minutes.
Cette fonction est-elle affine ?

b) Représente graphiquement cette fonction.

c) A l'aide du graphique, donne une valeur approchée de la distance parcourue en km lors d'une marche de 1 h 35 mn puis une valeur approchée du temps nécessaire, en h et min, pour parcourir 17,5 km.
Calcule ensuite ces deux valeurs exactes.

Ex 5 :

Une fonction affine est telle que $f(-2) = 2$ et $f(2) = -4$
Sans calculer $f(x)$, trouve graphiquement l'augmentation de $f(x)$ quand x augmente de 3.

Ex 6 :

Représente dans des repères orthonormaux les fonctions affines suivantes :

$f(x) = -4x + 2$ $\qquad$ $f(x) = \frac{x}{4} - \frac{3}{2}$ $\qquad$ $f(x) = 5 - x$

$f(x) = -4(x - 3)$ $\qquad$ $f(x) = \frac{x + 5}{2}$

Ex 7 :

On considère la fonction affine définie par $f(x) = 4x - 3$, (D) est sa représentation graphique. Sans tracer (D), indique si les points suivants appartiennent à (D) : A (3 ; 7) B (-1 ; -6) C(1 ; 3)
E $(\frac{5}{2} ; 7)$.

Ex 8 :

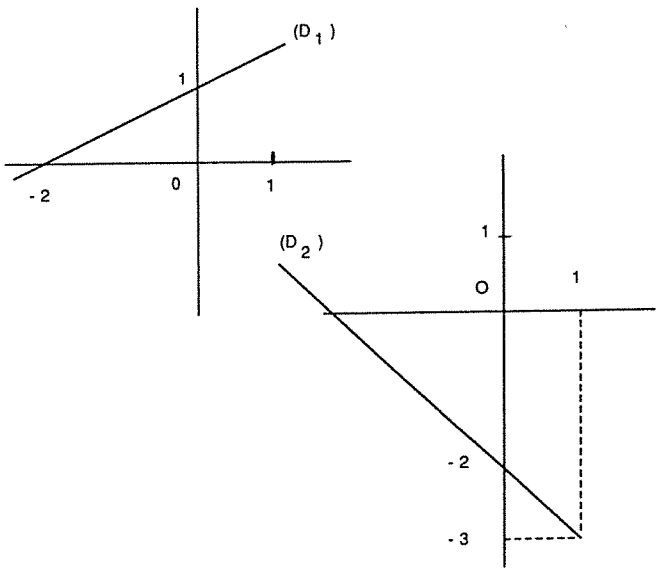
f désigne une fonction affine.Détermine $f(x)$ dans chacun des deux cas.

x	0	1
f(x)	4	-3

x	-3	3
f(x)	2	0

Ex 9 :

En utilisant des indications portées sur les graphiques, détermine les fonctions affines f_1 et f_2 représentées par les droites (D_1) et (D_2).



Fonctions affines

CHOIX DIDACTIQUES

Cette partie a été traitée en fin d'année et nous avons eu peu de temps à lui consacrer. Avant d'aborder cette notion les élèves ont rencontré :

- des représentations graphiques diverses (depuis la quatrième),
- des interprétations des représentations graphiques (résolution d'équations par essais-rectifications en troisième),
- des fonctions linéaires (en quatrième),
- des équations de droites (en troisième).

Enfin, ils savent calculer une quantité en fonction d'une autre.

La principale difficulté, nous semble-t-il, est de relier la fonction affine $f(x) = ax + b$ à l'équation de droite $y = ax + b$, une deuxième difficulté (mais moindre) est donc de faire comprendre que si une fonction est affine alors sa représentation graphique est une droite donc deux points suffisent pour tracer celle-ci (contrairement à la représentation graphique d'une fonction quelconque où il est nécessaire de placer beaucoup de points).

Enfin une dernière difficulté consiste à reconnaître une fonction affine par son écriture $f(x) = ax + b$.

Nous avons choisi une activité à support géométrique ce qui permet de réfléchir sur "le domaine de définition" d'une fonction et en particulier sur la représentation graphique exacte de la fonction par rapport au problème posé.

Le premier exercice vise à faire reconnaître une fonction affine. Les situations à supports variés conduisent à des fonctions linéaires, constantes, du second degré...
Les exercices qui suivent sont purement didactiques.

OBJECTIFS

- savoir reconnaître une fonction affine à l'aide de son écriture,

- savoir que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite et savoir la tracer,

- savoir donner l'écriture $f(x) = ax + b$ d'une fonction sachant qu'elle est affine et que l'on connaît deux nombres et leurs images,

- savoir construire un tableau de valeurs d'une fonction affine,

- savoir trouver graphiquement $f(x)$ connaissant x et inversement.

Remarques

* Nous avons employé le mot "fonction" et non "application" car "fonction" rappelle "en fonction de".

* La notation $f(x)$ a été employée.

DUREE : 3 heures.

DEROULEMENT ET COMMENTAIRES

. L'activité

Sans difficulté les élèves trouvent la formule $p = \frac{3}{2} x + 2$ (la notation p est donnée par les élèves).

Il est alors demandé de tracer la représentation graphique de la fonction ce que les élèves font en plaçant de nombreux points à partir d'un tableau de valeurs. Collectivement la classe est invitée à réfléchir sur le "pourquoi" de l'alignement des points.

Si pour certains élèves l'équation de la droite est facilement reconnue, pour d'autres le passage de $p = \frac{3}{2} x + 2$ à $y = \frac{3}{2} x + 2$ est difficile.

Le professeur fait remarquer que p dépend de x, on le note $p(x)$ (ou $f(x)$, f pour "fonction").
Ainsi avec cette notation $p(2) = 5$; $p(\frac{1}{2}) = \frac{11}{4}$.

Le répertoire est complété :

F fonction affine

. Une fonction affine est une correspondance qui à un nombre x associe le nombre $f(x) = ax + b$, où a et b sont des coefficients numériques.

. Si $b = 0$ la fonction est linéaire.

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

Les objectifs sont notés par les élèves

Je dois savoir reconnaître une fonction affine et tracer sa représentation graphique.

. Les exercices

- **L'exercice 1** est mené de la façon suivante.

Chaque groupe résout un exercice pendant dix minutes, puis un membre du groupe expose le procédé qui lui a permis de trouver la formule.

Les différentes écritures sont notées au tableau et la nature des fonctions est débattue collectivement. Quelques difficultés :

- $f(x) = \frac{2}{x}$ est donné affine avec $a = 2$,

- une fonction constante n'est pas nécessairement vue affine en particulier la constante est vue comme le a de $f(x) = ax + b$,

- confusion entre le a et b si f(x) est écrite sous la forme $y = b + ax$,

- la notion de vitesse est toujours mal acquise ce qui entrave la résolution de l'**exercice 4**.

Auteurs *M.J. BACH - D. GAUD - J.P. GUICHARD - M. MAROT - C. ROBIN - M. ROBIN*

Titre 3ème - Fascicule 3
* Résolution de problèmes (analytique, réciproque de Thalès, angles inscrits).
* Transformations - vecteurs.
* Gestion de données (fonctions affines, statistiques).

Editeur IREM de POITIERS

Date Septembre 1989

Niveau Collège

Mots-clé Expérimentation - Troisième - Transformation - Vecteurs - Fonctions affines - Statistique - Géométrie analytique - Angles inscrits - Réciproque de Thalès.

Résumé Le fascicule propose une mise en œuvre commentée des parties citées ci-dessus du programme de troisième.

Premier tirage 1000 exemplaires.

IREM - 40, avenue du Recteur Pineau 86022 POITIERS CEDEX

ISBN 2-85954-028-8