

de 9×12 pieds, ou de 288 pieds de hauteur : &, comme l'air, que cette force fait sortir par l'orifice, est 85 fois moins dense que l'eau, il s'ensuit que l'écoulement...

alors
tout
pieds
confé
Donc
pieds
une f

UNIVERSITE de POITIERS
Institut de Recherche
Sur l'Enseignement des Mathématiques

oit
ar-
88
ar
ir.
30
ur
o.

Ainsi, on aura, à-peu-près, $V = 1212$ pieds, $u = 1204$ pieds.

On peut se faire par-là une idée de la vitesse avec laquelle une balle est chassée de ces fusils qu'on appelle *arquebuses à vent*, & dont la description se trouve dans tous les Livres de Physique.

XXIII. PROBLÈME IV. Trouver le tems t que l'air emploie à passer de la densité Q à la densité q , dans l'hypothèse du problème précédent?

En représentant par H la hauteur due à la vitesse initiale V , & considérant (Voyez Accélééré) que les hauteurs dues aux vitesses V & u sont comme les quarrés de ces vitesses : on verra que la hauteur due à la vitesse u sera $H \times \frac{Q(q-D)}{q(Q-D)}$. Ainsi, la petite masse d'air qui sort pendant l'instant

dt , est $\frac{2Cqdz}{g} \sqrt{\frac{aHQ(q-D)}{q(Q-D)}}$. Mais cette masse a pour autre expression $d(AQ - Aq)$. Par conséquent on aura $dz = \frac{gA\sqrt{Q-D}}{2C\sqrt{aHQ}} \times \frac{-dq}{\sqrt{q(Q-D)}}$, dont l'intégrale est (en faisant toujours $t=0$, lorsque $q=Q$), $t = \frac{5A}{2C} \sqrt{\left(\frac{Q-D}{aHQ}\right)} \times L\left(\frac{Q-\frac{1}{2}D + \sqrt{(Q^2-D \cdot Q)}}{q-\frac{1}{2}D + \sqrt{(qQ-Dq)}}\right)$.

Nous avons vu que l'air cesse de couler, lorsque $q=D$. Faisant donc $q=D$, on aura, pour le tems que dure l'écoulement, $t = \frac{5A}{2C} \sqrt{\left(\frac{Q-D}{aHQ}\right)} \times L\left(\frac{Q-\frac{1}{2}D + \sqrt{(Q^2-D \cdot Q)}}{\frac{1}{2}D}\right)$.

XXIV. PROBLÈME V. Le vase ABCD étant supposé contenir un air plus rare que celui de l'atmosphère, on demande la vitesse avec laquelle ce dernier entrera dans le vase, par le petit orifice C?

Et
rieur
l'air
 $\frac{QF}{D}$
cet
fa fo
initia

GAUD D. - GUICHARD J.P.
MAROT M. - ROBIN C. - ROBIN M.

xté-
de
tent
de
eF
D-
esse
s le

cylindre; u sa vitesse après le tems t : on voit que la force impulsive initiale de l'air, dans le cylindre, est $F = \frac{QF}{D}$ ou $(D-Q)F$

& qu'après l

On aura do
 $D V^2 : L$
 $\sqrt{\frac{D-q}{D-Q}}$

Septembre 1988

Si, au pr

on auroit $Q=0$; & alors $u = V \times \sqrt{\frac{D-q}{D}}$

On voit, dans l'un & l'autre cas, que l'air cesse d'entrer dans le cylindre, lorsque $q=D$, ou lorsque la densité de l'air est la même en dedans qu'en dehors.

XXV. PROBLÈME VI. Trouver l'équation entre le tems t & la densité q , dans l'hypothèse générale du problème précédent?

TRAVAUX NUMERIQUES

en 4ème

Fascicule 2

Compte rendu de l'expérimentation
des nouveaux programmes

CALCUL LITTERAL
GESTION DE DONNEES
INEQUATION

R la densité initiale de l'air $FCHG$, & par conséquent $\frac{RF}{D}$ la force élastique initiale; r sa densité après le tems t , & par conséquent $\frac{rF}{D}$ la force élastique après ce même tems; V la vitesse initiale de l'air $ABCD$; u sa vitesse après le tems t . Il est clair que la force expulsive de l'air $ABCD$ est $\frac{QF}{D} - \frac{RF}{D}$, au premier instant; & $\frac{qF}{D} - \frac{rF}{D}$

TRAVAUX NUMERIQUES EN 4EME

Fascicule 2

- CALCUL LITTERAL
- GESTION DE DONNEES
- INEQUATION

INTRODUCTION

PARTIE I

Utilisation des règles de calculs sur les puissances
du calcul algébrique au calcul littéral.

PARTIE II

- Résolution d'une équation $ax + b = cx + d$
- Utilisation des règles, $k(a+b) = ka + kb$; k , a et b sont rationnels.

PARTIE III

La double distributivité.

PARTIE IV

Utilisation des règles pour décomposer, réduire.

PARTIE V

Factorisation.

TRAVAUX NUMÉRIQUES EN 4ÈME.

Fascicule 2

CALCUL LITTÉRAL

INTRODUCTION

Nous avons partagé la partie "travaux numériques" du programme de 4ème en deux dominantes :

- (1) Calculs numériques
- (2) Calcul littéral.

La dominante (1) est décrite dans le premier fascicule travaux numériques de l'IREM de Poitiers. Dans le deuxième fascicule, nous décrivons l'expérimentation de la dominante (2).

NOTRE DÉMARCHE

Notre démarche en 4ème est conforme à celle que nous avons ébauchée pour le collège dans la brochure "Calcul littéral au collège"* de l'IREM de Poitiers. Notre point de vue est que nous ne devons pas dissocier l'initiation aux écritures littérales ni le calcul littéral des problèmes qui leur donnent leur raison d'être et leur sens:

- Résolution d'exercices concrets.
- Codage.
- Généralisation et démonstration de propriétés.

EN SIXIÈME-CINQUIÈME les activités ont été construites pour :

- Insister sur l'aspect statique de l'égalité.

Exemple: $15 + 5 = 4 \times 5$, $15 + 5$ et 4×5 sont deux écritures d'un même nombre.

- Interpréter les écritures.

Exemple : $25 = 4^2 + 3^2$ montre que 25 est somme de 2 carrés.

- Initier à la preuve en utilisant les lettres.

Exemple : la somme de 2 multiples de 6 est un multiple de 6. Pourquoi ?

- Apprendre à traduire un texte sous forme d'une égalité ; ce qui constitue une approche de la mise en équation.

- Décoder une écriture littérale

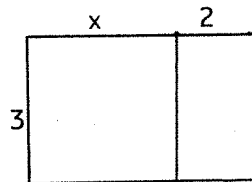
*"Calcul littéral au collège (1987) : compte rendu de l'expérimentation des nouveaux programmes en 5ème. Dans cette brochure une approche historique et une analyse didactique ont été faites.

- Résoudre des équations.

En 6ème-5ème les élèves ont recours au sens des opérations pour résoudre et non à des techniques de type "je passe".

Exemple : $2 + x = 5$ "x est le nombre qu'il faut ajouter à 2 pour obtenir 5" et non pas "je passe 2 de l'autre côté".

- Observer différentes écritures littérales afin d'en découvrir les règles.



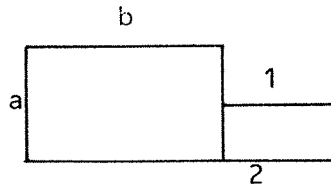
$$3(x + 2) = 3 \times x + 3 \times 2.$$

EN QUATRIEME

Les activités reprennent les points précédents mais nous privilégions celles qui mettent en jeu les règles du calcul littéral au programme de 4ème, ainsi :

* Nous insistons sur l'aspect statique de l'égalité.

Exemple :



Exprime l'aire de plusieurs façons. Démontre par le calcul que ce sont des écritures d'un même nombre.

* Nous apprenons à interpréter des écritures :

Exemple : Qu'indique l'écriture $(1 + 2 + 3)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3$?

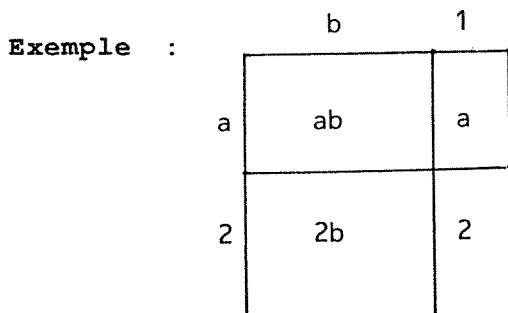
* Nous faisons mettre des problèmes en équations.

Conformément aux programmes nous faisons peu d'exercices purement didactiques de résolution d'équation. Les résolutions sont motivées par des problèmes concrets.

* Nous apprenons à décoder des écritures littérales.

Exemple : Fais une figure dont l'aire est $a^2 + b(a + 2)$.

* Nous faisons découvrir les règles en observant différentes écritures.



$$(a + 2)(b + 1) = ab + 2b + a + 2$$

* Nous initions à la démonstration par le calcul littéral (parallèlement à l'initiation en géométrie).

Exemple : Fais la différence de 2 carrés consécutifs.
Que constates-tu ? Pourquoi ?

QUELQUES DIFFICULTÉS PRÉVISIBLES.

* **Sur les règles du calcul littéral :**

- Certaines règles ont été rencontrées et institutionnalisées en 5ème.

. $1 \times x = x$ (suppression du "1")

. $a \times b = a b$ (suppression du signe "x")

. $a + (2a + b) = a + 2a + b$ (suppression des parenthèses après "+")

. $k(a + b) = ka + kb$

} k, a, b , décimaux positifs.

. $k(a - b) = ka - kb$

. priorité de la multiplication sur l'addition

. $A - (a \pm b)$, (suppression des parenthèses précédées du signe "-").

- En quatrième de nouvelles règles sont introduites ou généralisées.

. $k(a \pm b)$, où k, a et b sont fractionnaires positifs ou négatifs.

. $(a + b)(c + d) = ac + bc + ad + bd$

. règles de calcul sur les puissances

$$(ab)^2 \neq a^2 b^2, \quad a^2 a^3 = a^5, \quad \frac{a^4}{a^3} = a$$

. Règles de priorité liées aux puissances

$$ab^2 \neq (ab)^2$$

- Ces règles sont pourtant connues sous leur forme générale mais beaucoup de difficultés subsistent, elles peuvent être dues :

. à une perte de sens des codages,

Exemple : $a + a^2 = 2a^3$

$$3 a b = 3a \times 3b$$

. à une difficulté d'interprétation des codages.

Exemple : dans $\frac{2}{3}x + x$, x n'est pas vu comme $1 \times x$ et donc $\frac{5}{3}x$ est difficile à obtenir. Par contre :

$$\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}x = \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right)x \text{ pose moins de problème,}$$

. à des lacunes sur les calculs avec les fractions et les relatifs.

Exemple : $-3 - 25 = - 22$,

$$-\frac{3}{4} \times 7 = -\frac{21}{28}$$

*** Sur les résolutions d'équation**

Pour résoudre les équations du type $a + cx = b$ les élèves recourent au sens. Cependant deux règles sont nécessaires pour résoudre les équations rencontrées en 4ème et c'est sur ces règles que les difficultés apparaissent:

- savoir qu'il faut se ramener à une équation connue du type $a + cx = b$ quand l'inconnue est dans les 2 membres,
- savoir qu'il faut "factoriser sur l'inconnue" pour se ramener à : $a + cx = b$

Exemple :

$$3 + (2 - x) + \frac{4}{3}x = 7$$

$$5 - x + \frac{4}{3}x = 7$$

$$5 + (-1 + \frac{4}{3})x = 7.$$

NOTRE PROGRESSION

* Utilisation des règles de calcul sur les puissances : du calcul algébrique au calcul littéral.

- * - Résolution d'équation du premier degré où l'inconnue figure dans les deux membres.
 - Utilisation de la règle $k(a + b) = ka + kb$, $k < 0$.
 - Suppression des parenthèses après le signe "-".
 - Double distributivité.
 - Utilisation des règles pour décoder, réduire.
 - Factorisation.

Notons que des calculs littéraux ont déjà été rencontrés sur les fractions et le sont et le seront encore en géométrie (Pythagore, cosinus...).

PARTIE I

Utilisation des règles de calculs sur les puissances:
du calcul algébrique au calcul littéral.

PUISSANCES

OBJECTIFS :

Contrat : tous les exercices sont obligatoires.

Temps : 2 heures en classe.

- Ex 1** : Prouve que la somme des cinq premières puissances de 3 est un carré.
- Ex 2** : Prouve que la somme des quatre premières puissances de 7 est un carré.
- Ex 3** : Montre que le produit des diviseurs de 12 (autres que 1 et 12) est un carré.
- Ex 4** : 13 bis est-il un nombre pair ou impair ?
- Ex 5** : Prouve que $513 = 2^{3^2} + 1$
- Ex 6** : Montre que 18 est égal à la somme des chiffres de son cube.
- Ex 7** : Ecris une égalité montrant que la somme du carré de 5 et de 2 est le carré de 3.
- Ex 8** : Prouve que la somme des carrés de 1, de 4, de 8 est un carré.
- Ex 9** : Calcule $9^3 + 5^3 + 2^3 + 9 \times 5 \times 2$. En quoi est-ce bizarre ?
- Ex 10** : Prouve que $10^3 + 9^3 - 1$ est un cube.
- Ex 11** : Est-il vrai que la somme des cubes des deux premiers nombres est égale au carré de la somme de ces deux nombres ?

OBJECTIFS

- Utiliser le vocabulaire somme, produit, carré, cube, diviseur...
- Utiliser les priorités opératoires.
- Calculer des puissances.
- Prouver, en utilisant le calcul numérique.
- Interpréter une écriture (rôle du signe "=").
- Décoder un texte.

SITUATION DANS LE TEMPS

Le travail s'est déroulé après celui sur les puissances de 10 (voir fascicule 1) et après la deuxième séquence de "Pythagore"*.
Notons que le "jeu de la cible" s'est déroulé durant 15 jours, les élèves remplissant les cases en fin d'heure ou en récréation.

DURÉE : 1h 30 mn pour la fiche.

DÉROULEMENT ET COMMENTAIRES

Ex 1 et 2) Le mot puissance est connu et sa signification mathématique ne pose pas de problème.

- Quelques élèves ont écrit les 5 premières puissances,
 $3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5$ au lieu de $3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4$.

- Dans le calcul, seuls quelques-uns confondent 3^4 et 3×4 , erreur vite corrigée par retour au sens.

Ex 3) La recherche systématique des diviseurs d'un nombre n'a jamais été faite en classe. Pourtant 12 est décomposé spontanément en :

1×12
 2×6
 3×4 .

Ex 4) 13 bis ! (dû à Raymond Queneau).

Les discussions, très animées dans les groupes, poussent les élèves à réfléchir,

- pour certains bis veut dire 2 fois comme dans les chansons :

13×2 ou $13 + 13$,

- pour d'autres 13 bis est le carré de 13,

- pour d'autres encore 13 bis est situé entre 13 et 14 mais il ne savent pas dire s'il est pair ou impair.

13
impair

13 bis
?

14
pair

L'alternance paire-impair se trouverait bouleversée !

- pour quelques-uns 13 bis et 13, c'est pareil, le parallèle avec les n° des habitations dans une rue les conduit à se corriger.

- Le doute s'installant, deux élèves émettent l'idée que 13 bis n'est pas un nombre : (il n'est pas sur la calculatrice, on ne l'a jamais rencontré en mathématique) et insinuent que cet exercice est humoristique ! cet exercice a permis de mettre à jour la représentation que certains élèves se font des nombres.

* Voir calculs d'éléments métriques en 4ème.

Ex 5) 2^{3^2} est calculé au départ comme $(2^3)^2 = 8^2 = 64$.
Cet exercice donne l'occasion de revenir sur les priorités opératoires.

Ex 7 et 11) Les erreurs survenues ici, sont plus liées à la compréhension du texte qu'à une difficulté mathématique. "La somme du carré de 5 et de 2" compris comme la somme du carré de 5 et du carré de 2.

Les deux premiers nombres sont 10 et 11 : 1 et 2 pour les élèves sont des chiffres et non des nombres !

Remarques : cette partie courte, qui ne pose pas de difficulté importante, a intéressé les élèves.

Quelques-uns ont poussé les recherches (ex 1 ; 2 ; 9 ; 11) sur d'autres nombres pour voir si la propriété était vraie dans d'autres cas ou si elle correspondait à une situation particulière.

L'aide apportée a consisté surtout en une organisation des réponses.

En même temps que cette fiche était effectuée, un jeu était affiché dans la classe (voir feuille suivante).

JEU DE LA CIBLE

Règle du jeu : atteindre tous les nombres de 1 à 100 en utilisant au maximum 4 fois le **nombre 2** et 4 fois le **nombre 3**, les opérations addition, soustraction, multiplication, division et les puissances. (Le nombre de parenthèses n'est pas limité).

1 =	51 =
2 =	52 =
3 =	53 =
4 =	54 =
5 =	55 =
6 =	56 =
7 =	57 =
8 =	58 =
9 =	59 =
10 =	60 =
11 =	61 =
12 =	62 =
13 =	63 =
14 =	64 =
15 =	65 =
16 =	66 =
17 =	67 =
18 =	68 =
19 =	69 =
20 =	70 =
21 =	71 =
22 =	72 =
23 =	73 =
24 =	74 =
25 =	75 =
26 =	76 =
27 =	77 =
28 =	78 =
29 =	79 =
30 =	80 =
31 =	81 =
32 =	82 =
33 =	83 =
34 =	84 =
35 =	85 =
36 =	86 =
37 =	87 =
38 =	88 =
39 =	89 =
40 =	90 =
41 =	91 =
42 =	92 =
43 =	93 =
44 =	94 =
45 =	95 =
46 =	96 =
47 =	97 =
48 =	98 =
49 =	99 =
50 =	100 =

Les élèves ont cherché les réponses à la maison et ont commencé à remplir le tableau dès le lendemain de son affichage.

La consigne a dû être précisée : 23 = 23 est refusé, 23 est un nombre qui s'écrit avec les chiffres 2 et 3, et n'est pas écrit avec les nombres 2 et 3.

Quelques réponses :

$$37 = 3^3 + 3 + 2 + 2 + 2 + (3 - 2)$$

$$21 = (2^3 + 2) \times 2 + 3 - 2$$

$$70 = (2 + 2)^3 + 3 + 3$$

$$95 = (3 \times 3)^2 + 2^3 + 2 \times 3$$

$$78 = ((3 + 3)^2 + 3) \times 2$$

$$88 = (2^3 + 3) \times 2^3$$

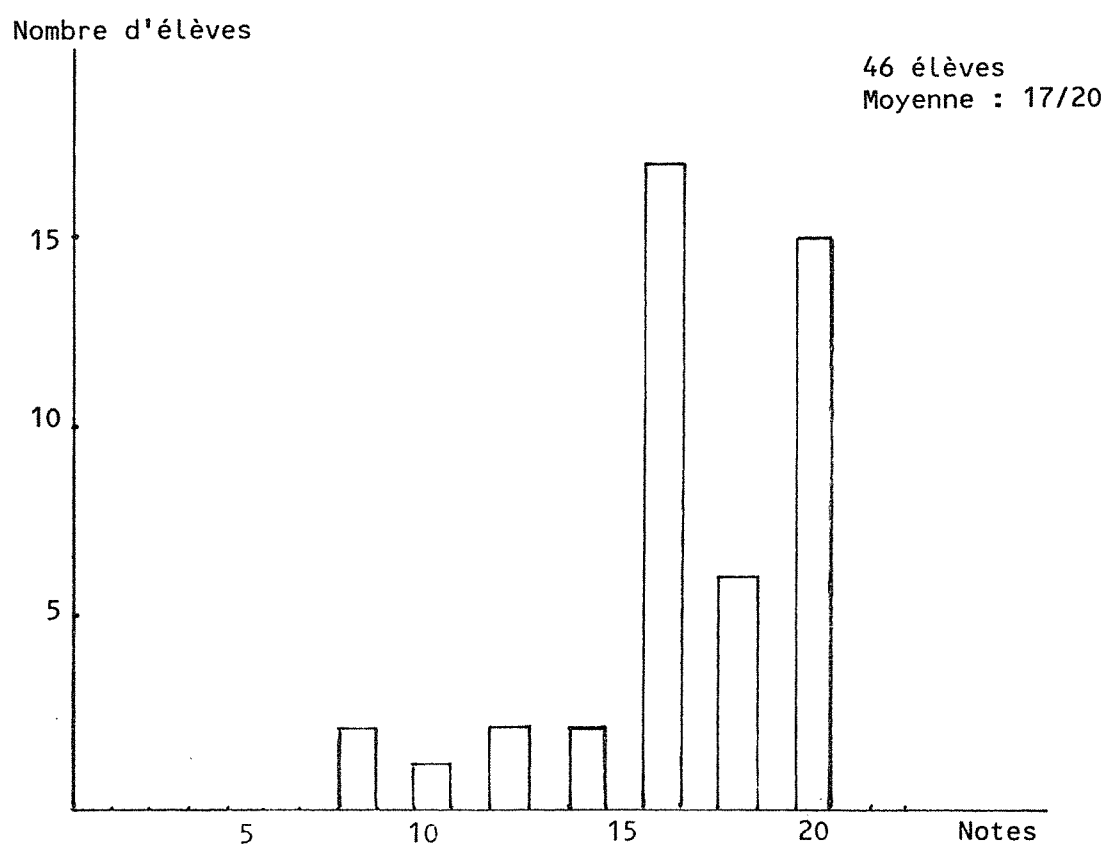
Le tableau a été corrigé par les élèves eux-mêmes.

TEST 4ème

Ex 1: Montre que la somme du carré et du triple de 12 est un multiple de 9.

Ex 2: Prouve que $(2^2)^4 - 6 = 5^3 \times 2$

Ex 3: Montre que la somme du carré de 6 et du cube de 4 est un carré.



Barème :

Ex 1 - 7 points

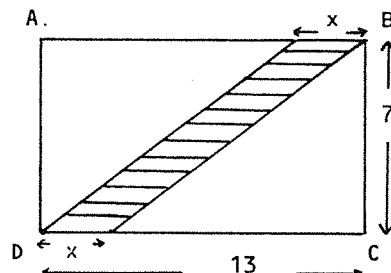
Ex 2 - 6 points

Ex 3 - 7 points

PARTIE II

- Résolution d'une équation $ax + b = cx + d$
- Utilisation des règles
 $k(a + b) = ka + kb$; k, a et b sont rationnels.

ACTIVITÉ 1 A.



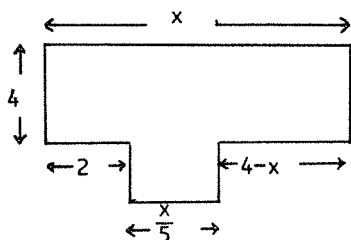
ABCD est un rectangle.
Que vaut x pour que l'aire hachurée soit le double de l'aire restante.

OBJECTIFS :

Contrat : les exercices 1 à 10 sont obligatoires.

Durée : 4 h.

Ex 1 :



Que vaut x ?

Ex 2 : Quel est le nombre dont le double plus 16 est égal à son triple moins 21 ?

Ex 3 : Pierre dit : "il y a 10 ans, j'avais la moitié de l'âge que j'aurai dans 10 ans".

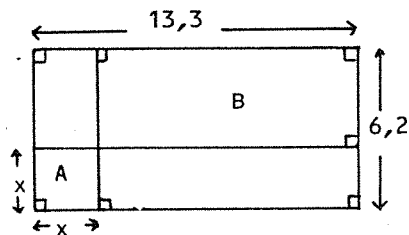
Quel est l'âge de Pierre ?

Ex 4 : La vie de Diophante est très peu connue et la période précise pendant laquelle il a vécu reste contestée (III^{ème} siècle après J.C.). Un écrit du V^{ème} ou VI^{ème} siècle permet de trouver sa durée de vie : "Passant, c'est ici le tombeau de Diophante ; c'est lui qui, par cette étonnante disposition, t'apprend le nombre d'années qu'il a vécu. Sa jeunesse en a occupé la sixième partie ; puis sa joue se couvrit d'un premier duvet pendant la douzième. Il passa encore le septième de sa vie avant de prendre une épouse et, cinq ans après, il eut un bel enfant qui, après avoir atteint la moitié de l'âge de son père, périt d'une mort malheureuse. Son père fut obligé de lui survivre, en le pleurant, pendant quatre années. De tout ceci, déduis son âge".

Ex 5 : Prouve que $\frac{2}{3}$ est solution de l'équation :

$$3(x - 3) + \frac{7}{10} = \left[\frac{1,4 - 6(2 - x)}{3} \right] \times 4 + 2,5$$

Ex 6 :



Que vaut x pour que A et B aient le même périmètre ?

Ex 7 : Je joue à un jeu. Quand je gagne, je reçois 10 F, quand je perds, je donne 4 F. J'ai joué 25 fois. A la fin, j'ai reçu 26 F. Combien de fois ai-je gagné ?

Ex 8 : Trouve un énoncé conduisant à l'équation : $2(x - 4) = x + 2$.

Ex 9 :

1) Développe et simplifie les écritures :

- a) $a = (2x - 5) + 3(x - 1)$
 $b = 4(x - 3) - 2(x + 1)$
 $c = 3(2x + 1) + 2(3x + 1)$
 $d = (5x - 2) - (3x - 1)$
 $e = 4(x - 3) + (2x + 1)$
 $f = 3(2x + 1) - 2(3x + 1)$.
- b) $A = \frac{15}{7}(a + b) - \frac{43}{14}(a - b) + \frac{30}{7}(2a - b)$
 $B = 5,2(a + b) - 2,1(a - 2b) + 3,4(a + b)$
 $C = x(y - z) + y(z - x) - z(y - x)$
 $D = 3y - 2z + 2(z - 3x) - 3(y - 2x)$.

2) Factorise l'écriture de chacun des nombres donnés :

- a) $A = ad + fd$ $C = ad - fd$
 $B = 2a^2 + 5a^2$ $D = 5a - 10$
- b) $A = ab + 3a$ $C = 5x + 15$
 $B = 5a + 5b + 5c$ $D = 3x + 9y + 6$.
- c) $A = 7a - 7b + 35$
 $B = 8a + 12b + 4c$
 $C = 9x^2 - 36y$.
- d) $A = ax + bx$ $D = ab + ba$
 $B = ax + ba$ $E = ax + ax$
 $C = ab + bx$
- e) $A = 3a - 3b$
 $B = 6x - 24$
 $C = 3x + 3$
- f) $a = -3x - 6y$
 $b = -5x - 10y$
 $c = -x - y$
 $d = -x - 1$.

g) $a = -2x - 8y - 4$
 $b = -3x - 6x^2 + 12 - 30x^4$. (Ex. tirés du Cedic 4ème 1981)

Ex 10 :

Résoudre les équations.

1)

a) $2(x - 7) - 9 = 12$
b) $(3 \times 5x) 42 = 54$
c) $\frac{x}{5} - 9 = 2$
d) $\frac{4x}{7} = 24$
e) $-6z + z = 9,25$

2) a) $\frac{6x}{7} = 22$ c) $2 \frac{x}{3} - 5 = 14$
b) $\frac{5x}{7} = \frac{2}{3}$ d) $\frac{1}{2} (\frac{x}{3} - 4) = \frac{3}{4}$.

3) a) $5x - 9 = 7x + 4$
b) $-3x - 7 = -x + 3$

4) a) $2(3x + 5) = x + 5$
b) $2(x - 3) + 5(x - 5) = 8$

5) a) $2(x + 7) = 26 + 3(x - 4) - x$
b) $5(2x - 5) - 3x = 4x + 3(x - 5)$

6) a) $3(2x - 1) - 4(3 - x) = 2x$
b) $19x - 8(x + 1) + 13 = 21x - (x - 3)$

7) a) $0,5(2x - 1) = -7,5$
b) $6,5x - 3(1,5 + 2,5x) = 23,5$. (Ex. tirés du Cedic 4ème 1981)

Ex 11 : Dès que Michel aperçoit un chat abandonné, il ne peut s'empêcher de le recueillir. Il a ainsi en permanence plusieurs chats chez lui, mais il n'aime pas dire exactement combien.

Hier ses amis lui ont demandé : "combien de chats as-tu actuellement ?" "pas beaucoup" a-t-il répondu, "les $\frac{3}{4}$ de leur nombre plus les $\frac{3}{4}$ d'un chat". Ses amis ont cru qu'il se moquait d'eux, qu'en penses-tu ?

OBJECTIFS

- Réutiliser, . les conventions d'écritures $1 \times x = x$
 $a \times b = ab.$
- . les règles de suppression de parenthèses précédées du signe + ou du signe -
- . les priorités opératoires.
- Utiliser correctement la règle $k(a + b) = ka + kb$ en particulier dans le cas où k est négatif.
- Résoudre des équations où l'inconnue figure dans les deux membres.
- Mettre des problèmes en équation.
- Utiliser le calcul littéral pour coder, prouver, généraliser.

SITUATION DANS LE TEMPS

Après la partie I

DUREE : 5h 30.

DEROULEMENT ET COMMENTAIRES

ACTIVITÉ 1

Durée : 1h 30.

Certains élèves pensent que le dessin est à l'échelle et ne comprennent pas le problème. Une fois la situation comprise de tous, les élèves sont invités en liaison avec le cours de géométrie à démontrer une première conjecture : à savoir que la partie hachurée est un parallélogramme. Puis ils effectuent la mise en équation du problème.

♦ Les procédures utilisées.

- * (1) Aire du parallélogramme = 2 fois l'aire restante

$$x \times 7 = 2 \times \frac{2 \times (13-x) \times 7}{2} \text{ aussitôt simplifié en}$$

$$x \times 7 = 2 \times (13 - x) \times 7$$

- * (2) Aire hachurée + aire restante = aire du rectangle

$$7 \times x + 2 \times \frac{(13-x) \times 7}{2} \times 2 = 91$$

- * (3) Aire du parallélogramme = 2 fois l'aire des triangles.

$7 \times x = \frac{2}{3} \times 13 \times 7$. Les élèves expliquent que l'aire du parallélogramme étant le double de l'aire des triangles rectangles, l'aire

des triangles rectangles représente $\frac{1}{3}$ de l'aire du rectangle et le parallélogramme les $\frac{2}{3}$ de l'aire du rectangle. Cette méthode astucieuse donne, très vite, une équation de résolution facile.

* (4) Procédure utilisée par un élève qui s'est fait aider à la maison.

$$\begin{cases} \text{Aire du rectangle} - \text{aire hachurée} - \text{aire restante} = 0 \\ \text{Aire hachurée} - 2 \text{ fois aire restante} = 0 \end{cases}$$

qu'il traduit par un système

$$\begin{aligned} 91 - 7 \times x - 2 \times \frac{(13 - x) \times 7}{2} \times 2 &= 0 \\ 7x - 2 \times \frac{(13 - x)}{2} \times 7 \times 2 &= 0 \end{aligned}$$

L'élève qui a proposé cette méthode a su résoudre mais sa méthode n'a pas convaincu ses camarades.

♦ **Résolution de l'équation, (1).** Deux méthodes sont utilisées.

* Les élèves proposent de diviser chaque membre par 7 :

$$x = 2 \times (13 - x)$$

puis ils utilisent la distributivité (encore mal maîtrisée)

$$x = 2 \times 13 - 2 \times x$$

$$x = 26 - 2 \times x.$$

A cette étape de la résolution de l'équation il y a problème, car l'inconnue figure dans les deux membres.

Ici le professeur doit rappeler "le système de la balance" déjà utilisé en 6ème et 5ème.

$2 \times x$ sont ajoutés à chaque membre $x + 2 \times x = 26$. Notons que l'écriture de x en $1 \times x$ n'est pas immédiate pour tous.

* Résolution sans simplifier par 7 au départ.

$$7 \times x = 2 \times (13 - x) \times 7$$

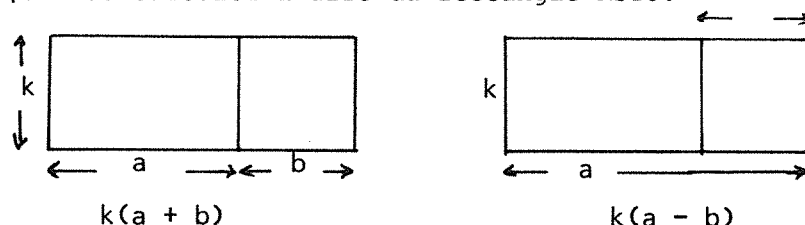
Le regroupement du 2×7 n'est pas évident. Une fois cette étape passée, les problèmes rencontrés sont les mêmes que précédemment.

♦ **La résolution de l'équation (3)** ne pose pas de difficulté car les élèves retrouvent une situation très souvent rencontrée.

SYNTHESE

Après l'exposition par les élèves des différentes méthodes de mise en équation et de résolution, le professeur rappelle les points qui semblent encore mal maîtrisés.

- Pour la distributivité de la multiplication sur l'addition et la soustraction, la règle est rappelée et illustrée dans le cas où k est positif par les 2 façons de calculer l'aire du rectangle RSTU.



Le professeur demande si cette règle est toujours vraie lorsque k est négatif. (Cette règle a toujours été rencontrée et illustrée avec a, b, k positifs). La question de la validité de cette règle avec k négatif est donc posée. Les élèves proposent de vérifier sur des exemples numériques en choisissant tous les cas possibles pour les signes respectifs de a, b et k . Ils pensent donc que cette propriété est vraie, quelque soit le signe de k . Le professeur valide en insistant sur le fait que rien n'est prouvé en prenant des exemples numériques : cette propriété peut être

- ° illustrée lorsque les 3 nombres sont positifs,
- ° vérifiée lorsque les signes sont quelconques,

mais c'est le professeur **qui valide** en assurant que cette règle est toujours vraie, indépendamment du signe des nombres.

- Aucun élève n'a essayé de résoudre une des équations en substituant à x des valeurs numériques (ce qui aurait conduit à une résolution graphique). Le professeur évoque donc cette méthode lors de la synthèse ; il n'obtient pas d'adhésion des élèves qui trouvent que la méthode est longue et ne permet pas de trouver la valeur exacte. Depuis la 6ème, cette méthode n'a été utilisée que lorsque toute autre méthode était inopérante (équation de degré 2). Ici la résolution donnant la valeur exacte était possible, cette méthode n'est pas retenue.

A la suite de la synthèse, les objectifs sont formulés par les élèves et notés sur le dossier.

Je dois savoir :

- mettre un problème en équation,
- utiliser la règle $k(a + b) = ka + kb$,
- résoudre une équation lorsque l'inconnue figure dans les deux membres.

EXERCICES

Durée : 3 h

Ex 1 :

* Pour la mise en équation.

- Certains pensent utiliser le périmètre ou l'aire de la figure mais il manque des données. Ils sont peut être induits en erreur par la présence de la donnée du 4 qui est inutile.

$$x = 2 + \frac{x}{2} + (4 - x) \quad (1)$$

- Un élève assure à son groupe qu'il ne peut mettre en équation comme (1) car il ne sait rien sur la figure : ceci est la conséquence de la méthode d'apprentissage de la démonstration. Les élèves ont été habitués à justifier et ici le texte est insuffisant pour affirmer quoi que ce soit. Le professeur lui dit que son doute est légitime et marque sur son dossier les angles droits qui n'y figuraient pas.

* Pour la résolution de l'équation : les difficultés.

- La suppression des parenthèses devant $4 - x$: les élèves hésitent à les enlever, il y a certainement encore confusion entre différentes règles et le recours au répertoire est utile pour vérifier la règle étudiée en 5ème.

- La transformation de $x = 1 \times x$ pour simplifier $\frac{x}{5} - x$

- Au stade $x = 6 - \frac{4}{5} \times x$ deux types d'erreur reviennent,

$$x = \frac{30}{5} - \frac{4}{5} \times x \qquad x = \frac{26}{5} \times x$$

et essai de division par x dans l'équation $x = 6 - \frac{4}{5} x$.

Le professeur intervient collectivement pour rappeler la méthode de résolution de l'équation rencontrée dans l'activité. Mais ici la difficulté est accrue par la présence de $\frac{4}{5}$. Les élèves qui ont transformé $\frac{4}{5}$ en 0,8 ont moins de difficulté pour résoudre.

Cet exercice a demandé du temps mais il a permis aux élèves d'explicitier les difficultés qui peuvent intervenir et ainsi de mieux les dépasser. Les exercices 2 et 3 ont été résolus rapidement.

Ex 4 :

Pour la mise en équation, le mot "âge" doit être compris comme durée de vie; ainsi la durée de vie du fils est $\frac{x}{2}$ et non pas $\frac{x-4}{2}$ comme l'ont écrit certains élèves.

Ex 5 :

Depuis la 6ème, les élèves ont toujours résolu des équations pour répondre à des problèmes formulés en français et aucun exercice de technique pure n'a été donné. Les élèves ne connaissent donc pas le sens de "solution de l'équation". Une explication collective est donc donnée.

Une intervention est ensuite nécessaire pour la présentation des calculs. Les élèves conservent l'égalité et mènent les calculs de front dans les deux membres.

Une aide méthodologique est apportée: on effectue le calcul de chaque membre et on compare les 2 résultats.

Ex 7 :

Certains élèves choisissent 2 inconnues pour le nombre de parties gagnées et le nombre de parties perdues ; une aide individuelle est donnée. Ce problème conduit à l'équation $26 = 10x - 4(25-x)$.

Le professeur fait dire aux élèves que $10-4(25-x)$ est une différence dont les termes sont $10x$ et $4(25-x)$ d'où l'écriture $[10x] - [4(25-x)]$. Ce type de difficulté sera de nouveau rencontré à l'exercice 9.

Voici deux exemples d'énoncés trouvés pour l'exercice 8.

- Dans deux ans, j'aurai deux fois l'âge que j'avais il y a 4 ans, quel est mon âge ?

- Pierre et Paul avaient le même nombre de billes. Pierre a donné 2 billes à Paul et a perdu deux autres billes.
Paul a alors deux fois plus de billes que Pierre.
Combien chacun avait-il de billes ?

Les exercices du n° 9 sont les exercices didactiques de factorisation simple.

Les difficultés rencontrées :

- La compréhension du mot "factoriser" car les factorisations ont toujours été faites en situation.
- Mise en facteur d'un nombre négatif.
- $ab + ab$: les élèves mettent a ou b en facteur mais ne vont jamais d'eux-mêmes écrire $2ab$ car on leur a demandé dans le texte de factoriser ce qui signifie qu'il faut mettre des parenthèses !

L'exercice 10 provoque des réactions analogues à l'exercice 5, "il faudrait que les équations représentent quelque chose", réaction certainement due à l'apprentissage. Depuis la classe de 6ème, la mise en équation est faite pour résoudre des problèmes : situation géométrique, texte... ; ici il n'y a pas de "problème", la question n'a donc pas de sens.

Lors de la résolution de ces équations, quelques erreurs "classiques" sont faites :

- suppression des parenthèses précédées du signe "-",
- développement $k(a-b)$ avec k négatif.
- confusion entre la distributivité et l'associativité
 $3 \times (5 \times x)$ est écrit $3 \times 5 \times 3 \times x$,
- résolution d'équation avec inconnue dans les 2 membres lorsque les coefficients sont fractionnaires.

A la suite de l'exercice n° 1 est proposé :

- dans une classe, un devoir d'essai. Ce devoir est corrigé et une auto-correction est faite à l'aide d'une fiche rassemblant des exercices portant sur les principales erreurs,

- dans l'autre classe, les élèves ont travaillé directement sur des exercices techniques (où intervenaient leurs difficultés). La fiche proposée est auto-corrective.

CLASSE 1 - DEVOIR D'ESSAI

Ex 1 :

Choisis trois nombres entiers consécutifs, compare le produit du plus petit et du plus grand au carré du second.
Est-ce toujours vrai ? Prouve-le.

Ex 2 :

Développe et simplifie.

$$(x - 2) (1 + 2x) =$$

$$(2y + 5) - 3 (y - 5) =$$

$$(2a + 1) \left(\frac{a}{2} - 1\right) - a (a + 1) =$$

Ex 3 :

Factorise le plus possible.

$$5a + 20b =$$

$$d + \frac{5}{2} d - \frac{2}{3} d =$$

Ex 4 :

"Dis-moi, illustre Pythagore, combien de disciples fréquentent ton école et écoutent tes instructions ?"

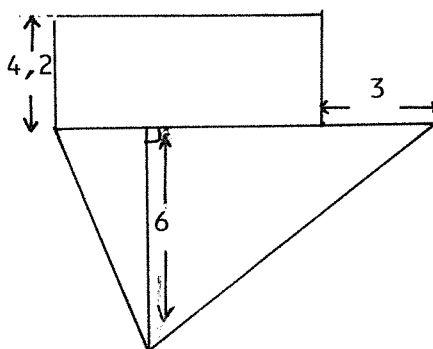
"Voici, répond Pythagore : une moitié étudie les mathématiques, un quart la musique, un septième garde le silence et, en plus, il y a trois femmes".

(Diophante, 2ème siècle)

Ainsi, il s'agit de trouver un nombre dont la moitié, le quart, le septième et 3 fassent le nombre lui-même.

Ex 5 :

Que vaut x pour que l'aire du rectangle soit égale à l'aire du triangle?



CLASSE N° 1

POUR CORRIGER TES FAUTES (dans la classe ayant passé le devoir d'essai).

- **Durée** : 1 heure en classe
- Tu disposeras d'une fiche autocorrective.

1) Illustre par des dessins :

$a + a$	$a \times a$	$2 a(a - 1)$	$(a b) c$
$(a + b) (1 + 2a)$	$(a + b)^2$	$a^2 + 2a$	

En t'aidant des dessins, trouve quelles écritures peuvent s'écrire autrement :

$a + a$	$(a + b) (1 + 2 a)$
$a \times a$	$(a + b)^2$
$2 a(a - 1)$	$a^2 + 2 a$
$(a b) c$	

2) Ce qu'il y a d'essentiel à savoir

* $a = 1 \times a$

* Pour simplifier l'écriture $\frac{5}{3} t - 2 t$, j'utilise la règle :

$$\begin{aligned}
 ka - kb &= k (a - b), \quad \frac{5}{3} t - 2t = t \left(\frac{5}{3} - 2 \right) \text{ puis j'effectue } \frac{5}{3} - 2 \\
 &= t \left(\frac{5}{3} - \frac{6}{3} \right) \\
 &= t \left(- \frac{1}{3} \right) = - \frac{1}{3} t
 \end{aligned}$$

* $3(y - 2) - y(8 + 2y)$ est une différence de deux termes que j'écris :

$$\underbrace{[3(y - 2)]}_{1er\ terme} - \underbrace{[y(8 + 2y)]}_{2ème\ terme}$$

3) Ces égalités qui devaient être toujours vérifiées, sont erronées.
Corrige les fautes.

	Correction
a) $3y(y - 2) = 3y - 2y - 2$	
b) $2y - 3y = y$	
c) $(x - 2)(1 + 2x) = x - 2 \times 1 + 2x$	
d) $-2a + \frac{a}{2} = 0$	
e) $2a = a \times a$	
f) $a^2 = \frac{a^4}{2}$	
g) $a + 2a \times a = 3a \times a$	
h) $2y + 5 = 10 + 5y$	
i) $(x + 2)^2 = x^2 + 2^2$	

4) Corrige ces résolutions d'équations

	Correction
a) $2,8x = x + 3$ $2,8x - x = 3$ $x - x = 3 : 2,8$	
b) $y \times 4,2 - y \times 3 = 9$ $y \times 4,2 - y = 9 : 3$	

5) Ecris plus simplement lorsque c'est possible :

a) $6 u \times (-6 u) =$

b) $6 u + (-6 u) =$

c) $12 a + 3 a =$

d) $12 a \times 3 a =$

e) $t + 4 t =$

f) $t \times 4 t =$

g) $a^2 + a^2 =$

h) $a^2 \times a^2 =$

i) $2 a + a^2 =$

j) $2 a \times a^2 =$

k) $1 + 2 a =$

6) Consulte la fiche autocorrective.

7) Corrige ton devoir.

POUR VERIFIER TES RESULTATS

1)

$a + a = 2 a$

$a \times a = a^2$

$2 a(a - 1) = 2 a^2 - 2 a$

$(a b) c = a b c$

$(a + b) (1 + 2a) = a + 2 a^2 + b + 2 a b$

$(a + b)^2 = a^2 + 2 a b + b^2$

$a^2 + 2 a = a (a + 2)$

3)

a) $3y^2 - 6 y$

b) $- y$

c) $2x^2 - 3x - 2$

d) $-\frac{3}{2}a$

e) $a + a$

f) $\frac{2a^2}{2}$

g) $a + 2a^2$

h) $2y + 5$

i) $x^2 + 4x + 4$

4)

a) $x = \frac{5}{3}$

b) $y = 7,5$

5)

a) $-36u^2$

b) 0

c) $15a$

d) $36a^2$

e) $5t$

f) $4t^2$

g) $2a^2$

h) a^4

i) $2a + a^2$

j) $2a^3$

k) $1 + 2a$

CLASSE N °2

Faisons le point :

Travail individuel

Contrat : avoir moins de 5 fautes

Durée : $\frac{3}{4}$ h. + (autocorrection $\frac{1}{4}$ h.)

OBJECTIF : Vérifier si les règles essentielles sont acquises.

Ex 1 :

$$\begin{array}{lll} \text{Calcule :} & a = -6 - 25 & b = -12 + 2 & c = \left(\frac{3}{4} + 2\right) \times 6 \\ & = & = & = \end{array}$$

Ex 2 : Transforme et simplifie si possible :

$$\begin{array}{lll} d = -5x \times (-2) & e = 2 \times (x-7) & f = 8 - 4 \times (3-x) \\ = & = & = \\ g = -\frac{5}{2}x + 3x & h = 2x + 3 - (7x - 4) & \\ = & = & \end{array}$$

Ex 3 : Factorise.

$$\begin{array}{lll} i = 3x - 3 & j = 7a - 7b + 35 & k = 4x - 8y \\ = & = & = \end{array}$$

Ex 4 : Trouve la valeur de x :

$$\begin{array}{llll} \text{m) } 7x = -35 & \text{n) } \frac{6}{7}x = 22 & \text{o) } 3-x = 9 & \text{p) } \frac{x}{5} - 9 = 2 \\ = & = & = & = \\ = & = & = & = \\ \text{q) } x + 6 = 4 & \text{r) } -6x + x = 9,25 & \text{s) } -2x = 13 & \text{t) } 5x - 9 = 7x + 4 \\ = & = & = & = \\ = & = & = & = \\ \text{u) } 2(x - 7) - 9 = 12 & \text{v) } 3x - 7 = -x + 3 & \text{w) } \frac{1}{2} - 4x = \frac{3}{4} & \text{x) } 2 + 3x = 4x - (x-2) \end{array}$$

FICHE AUTOCORRECTIVE - CLASSE 2

Ex 1 :

	Réponse	Juste ou faux	Analyse de l'erreur
a	- 31		
b	- 10		
c	$\frac{33}{2}$		

Ex 2 :

	Réponse	Juste ou faux	Analyse de l'erreur
d	10 x		
e	2x -14		
f	-4 + 4x		
g	$\frac{x}{2}$		
h	-5x + 7		

Ex 3 :

	Réponse	Juste ou faux	Analyse de l'erreur
i	3(x - 1)		
j	7(a - b + 5)		

Ex 4

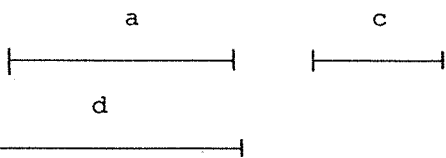
	Réponse	Juste ou faux	Analyse de l'erreur
m)	$x = -5$		
n)	$x = \frac{73}{3}$		
o)	$x = -6$		
p)	$x = 55$		
q)	$x = -2$		
r)	$x = -1,85$		
s)	$x = -6,5$		
t)	$x = -6,5$		
u)	$x = 17,5$		
v)	$x = \frac{10}{4} = 2,5$		
w)	$x = -\frac{1}{16}$		
x)	x toutes valeurs		

PARTIE III

La double distributivité

ACTIVITÉ 2

Voici quatre longueurs :



Illustre par une figure $(a + b)$ $(c + d)$.

Exprime ce nombre d'une autre façon.

OBJECTIFS :

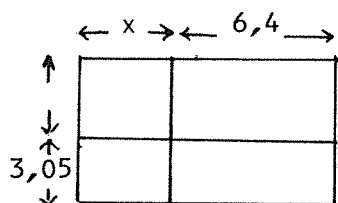
Contrat : les exercices 1 à 10 sont obligatoires.

Durée : 4 heures

Ex 1 :

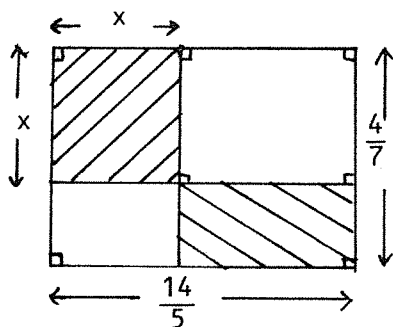
Le carré d'un nombre impair est-il pair ou impair ?

Ex 2 :



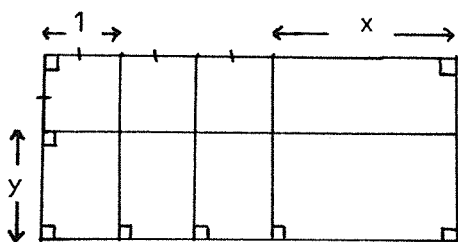
On augmente un côté d'un carré de 6,4 et l'autre côté de 3,05. On obtient un rectangle dont l'aire dépasse de 52,595 celle du carré. Que vaut le côté du carré ?

Ex 3 :



Trouve x pour que les deux rectangles hachurés aient la même aire.

Ex 4 :

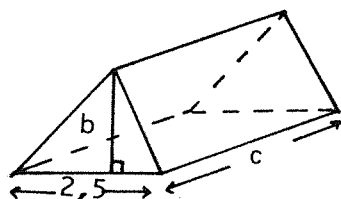


Ecris de plusieurs façons l'aire de cette figure.
Prouve par le calcul que ce sont les mêmes écritures.

Ex 5 :

Une corde qui est attachée au sommet d'un arbre vertical dépasse de 3 pieds la longueur de cet arbre. En tirant la corde à son maximum de manière que son extrémité touche le sol, on s'écarte exactement de 8 pieds de l'arbre. Quelle est la longueur de la corde ?

Ex 6 :



Si on diminue b de 6,4 cm et que l'on augmente c de 0,2 cm, le volume ne change pas.

Exprime b en fonction de c .
Cite des valeurs possibles pour b et c .

Ex 7 :

Est-il vrai que : $a(a + 2B) - (a + B)(a - B) = B(B - 2a)$?

Ex 8 :

Développe.

$$5(x + 4)(2 - x)$$

$$(2a - 3)(a + 3)$$

$$(2a - 1)(2 + a)$$

$$\left(\frac{1}{3}x + \frac{3}{4}\right)(x - 2)$$

Ex 9 :

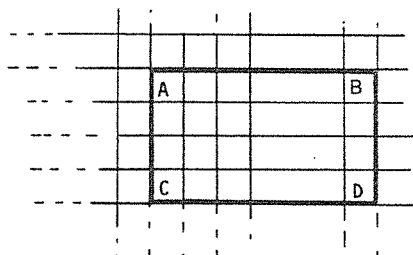
Développe puis réduis :

$$7(x + 4) - 5(2x - 3)(x - 0,2)$$

$$4(x - 1)\left(x + \frac{1}{2}\right) - x^2$$

Ex 10 :

Sur la table de Pythagore, choisis un rectangle dont les côtés sont portés par le quadrillage :



Effectue les produits AD et BC.
Qu'en penses-tu ? Prouve-le.

Ex 11 :

On a offert au jeune Balthazar un jeu de cubes. Il essaie de les juxtaposer en carré, mais il lui en manque 7. Il tente alors un carré plus petit, il en a 10 en trop.

Combien Balthazar avait-il de cubes ?

OBJECTIFS

- Développer des expressions de la forme $(a + b)(c + d)$
- Réduire des sommes algébriques
- Résoudre des équations
- Prouver, en utilisant des développements de la forme $(a + b)(c + d)$.

SITUATION DANS LE TEMPS (après la partie II).

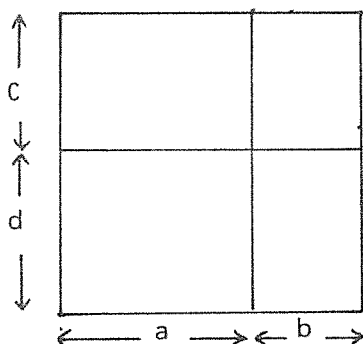
DUREE : 5 heures.

DEROULEMENT ET COMMENTAIRES

ACTIVITÉ 2 (1h avec synthèse)

Les élèves réalisent rapidement des dessins rectangulaires et calculent l'aire du rectangle obtenu.

Lors de la synthèse, différentes manières de calculer l'aire sont données.



1°) Aire = longueur $\times$ largeur
 $A = (a + b) \times (c + d)$

2°) Le rectangle est considéré comme formé de 2 rectangles d'où

$$A = a \times (c + d) + b(c + d)$$

ou

$$A = c \times (a + b) + d(a + b)$$

3°) Le rectangle est considéré comme formé de 4 petits rectangles d'où :

$$A = ad + bd + ac + bc.$$

Une preuve par le calcul est alors demandée. Deux procédures sont utilisées:

a) développement de $(a + b) \times (c + d)$ en choisissant un changement d'inconnue

$$(a + b) \times \boxed{} \quad \text{ou} \quad (a + b) \times x ;$$

le développement est bien réussi.

b) 2ème procédure proposée (plus surprenante).

$$ad + ac + bc + bd \text{ mise en facteur}$$

$$= a(d + c) + b(c + d)$$

Ceci n'avait pas été fait précédemment.

Dans une des classes, au cours de la synthèse, les produits

$$(a + b) (c - d)$$

et $(a - b) (c - d)$

sont illustrés par des dessins.

Lors de la synthèse, le professeur montre que le calcul s'applique aussi quand les nombres sont négatifs.

Ce qui est noté sur le répertoire.

Distributivité.

a, b, c, d représentent des nombres.

$$\begin{aligned}(a + b) \boxed{(c + d)} &= (a + b) \times \boxed{c + d} \\ &= a \times \boxed{} + b \times \boxed{} \\ &= a \times (c + d) + b \times (c + d) \\ &= ac + ad + bc + bd.\end{aligned}$$

EXERCICES (4 heures)

Ex 1 :

L'exercice est d'abord traité avec des nombres. Est-on sûr que cela est toujours vrai ?

1ère procédure

Un nombre impair a pour chiffre des unités 1, 3, 5, 7 ou 9 donc le carré d'un nombre impair se terminera par 1, 9, 5, 9 ou 1. Le carré est donc un nombre impair.

2ème procédure

Les élèves proposent l'utilisation d'une lettre. La difficulté réside dans l'écriture d'un nombre impair. Elle est retrouvée par le passage à l'écriture du nombre pair : $2n$ donc $2n + 1$ ou $2n - 1$.

Le calcul de $(2n + 1)^2$ est fait par recours au sens :

$$(2n + 1) \times (2n + 1).$$

Quelques difficultés pour simplifier $2n \times 2n$ et $2n + 2n$ subsistent.

Pour prouver que $4n^2 + 4n + 1$ est un nombre impair, une aide est nécessaire.

Ex 2 et 3 :

La mise en équation ne pose pas de difficulté.

La résolution de l'équation de l'exercice 3 est plus difficile, on rencontre le problème du signe "-" dans $(a - b) (c - d)$, d'autre part les nombres sont fractionnaires donc les simplifications sont plus délicates.

Notons qu'avec des fractions l'explication de la mise en facteur est nécessaire. Elle ne l'est pas avec des entiers $2x + 3x = 5x$.

Ex 4 :

De nombreuses écritures sont proposées.

$$(1 + y) (x + 3)$$

$$3 + x + 3y + xy$$

$$1 + 1 + 1 + x + y + y + y + xy$$

$$1 (3 + x) + y (3 + x)$$

$$3(1 + y) + x (1 + y)$$

$$(1 + y) + (1 + y) + (1 + y) + (1 + y) x.$$

Lors de la synthèse, les écritures sont écrites au tableau et transformées pour montrer qu'elles sont égales.

Ex 5 :

Pour aider à la compréhension du texte, un dessin est nécessaire ou la situation est matérialisée par un stylo et une ficelle.

Le dessin fait, le codage de la hauteur de l'arbre et de la longueur de la ficelle est fait correctement. Il ne fait aucun doute à l'élève que le triangle obtenu est rectangle.

L'énoncé de Pythagore permet alors la mise en équation.

Ex 6 :

L'expression "en fonction de" doit être expliquée.

Ex 7, 8 et 9 :

Exercices systématiques.

Des erreurs subsistent :

- des fautes de signes lors de la différence de 2 produits,
- la transformation de l'écriture x en $1 \times x$,
- l'écriture $a \times a$ est confondue avec $a + a$.

Conformément aux nouveaux programmes, les exercices systématiques sont peu fréquents, la présentation (cf. ex 7) des calculs est encore en cours d'apprentissage.

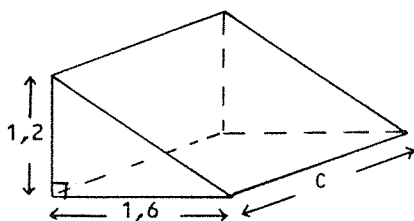
Ex 10 :

L'exercice est fait d'abord sur des exemples numériques, quelques essais de codage sont réalisés.

Une aide doit être apportée pour la démonstration dans le cas général.

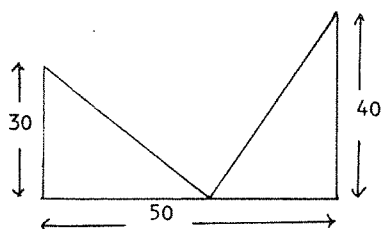
DEVOIR à la maison.

Ex 1 :



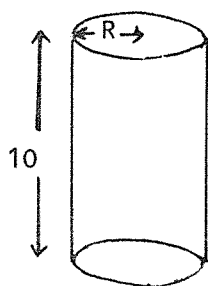
Si on augmente c de 3, l'aire totale de ce prisme est doublée.
Trouve la valeur de c .

Ex 2 :



Deux tours élevées l'une de 30 pas, l'autre de 40 sont distantes de 50 pas. Entre les deux se trouve une fontaine vers le centre de laquelle deux oiseaux descendant des sommets des deux tours se dirigent du même vol et parviennent dans le même temps.
Quelles sont les distances horizontales du centre de la fontaine aux deux tours ?

Ex 3 :



On augmente le rayon de la base de 2.
De quelle valeur exacte augmente le volume ?
De quelle valeur exacte augmente l'aire ?

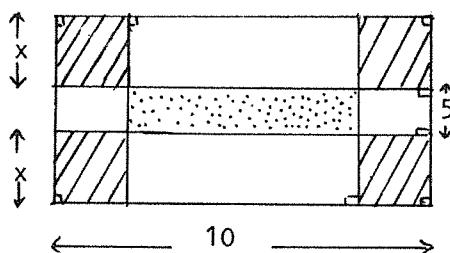
TEST

Ex 1 :

Choisis quatre nombres entiers consécutifs. Fais le produit du plus petit et du plus grand et le produit des deux autres.
Que remarques-tu sur ces deux produits ? Est-ce toujours vrai ? Prouve-le.

Ex 2 :

Trouve x pour que la somme des aires hachurées soit égale à l'aire pointée.



Ex 3 :

Développe et simplifie si possible :

$$(4 - y) - \left(\frac{3}{4} - 5y\right)$$

$$4(a - 2) - 10(3 + 7a)$$

$$(2b + 3)(7b - 10) - 3b^2$$

Ex 4 :

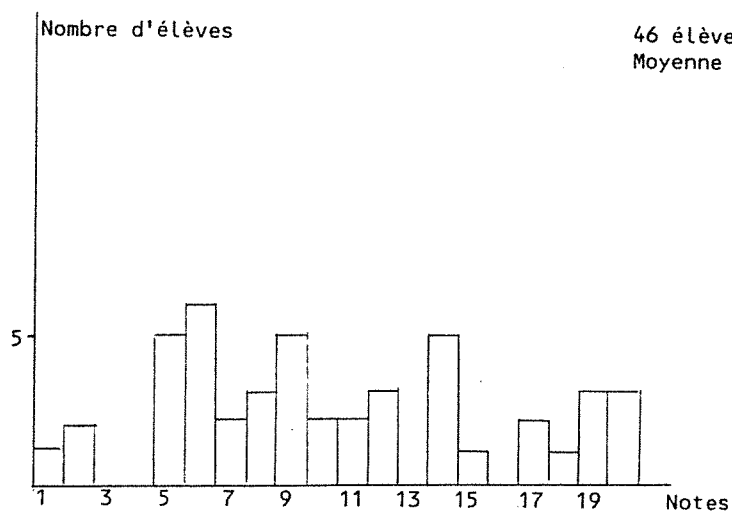
Factorise et simplifie si possible :

$$5y + 5$$

$$6a + 18$$

$$17b + \frac{b}{3}$$

$$-5c - 4c$$



Barème :	Ex n° 1	4 points	Ex n° 3	8 points
	Ex n° 2	4 points	Ex n° 4	4 points

Les résultats sont très moyens et nombre de notions sont encore en cours d'acquisition notamment tout ce qui est technique. Par contre nous notons une certaine aisance dans les mises en équation.

PARTIE IV

Utilisation des règles pour décoder, réduire.

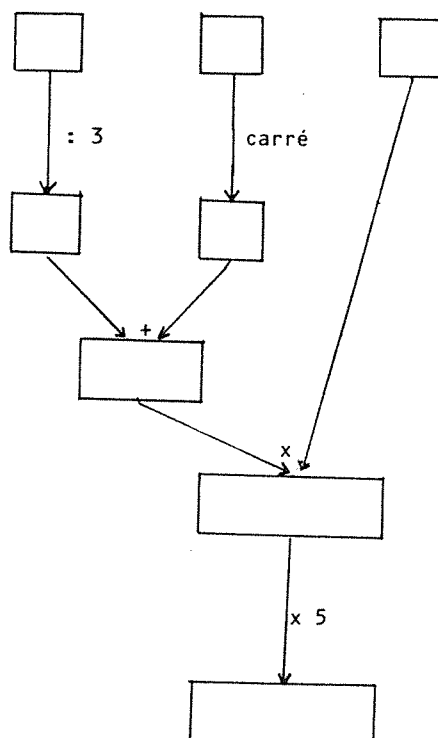
The first part of the paper discusses the importance of the research and the need for a new approach. It highlights the limitations of existing methods and the potential benefits of the proposed approach. The second part describes the methodology used in the study, including the data collection process and the statistical analysis. The third part presents the results of the study, showing the effectiveness of the proposed approach compared to existing methods. The fourth part discusses the implications of the findings and the need for further research. The paper concludes with a summary of the key points and a list of references.

References

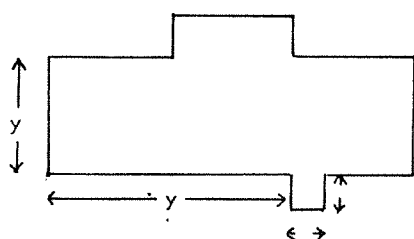
1. Smith, J. (2010). The importance of research in the field of psychology. *Journal of Psychology*, 145(2), 123-135.
2. Jones, A. (2011). The need for a new approach in psychological research. *Psychological Review*, 118(3), 456-468.
3. Brown, C. (2012). The limitations of existing methods in psychology. *Psychological Science*, 23(4), 1234-1245.
4. White, D. (2013). The potential benefits of the proposed approach. *Psychological Bulletin*, 139(1), 56-67.
5. Black, E. (2014). The methodology used in the study. *Psychological Methods*, 19(2), 123-134.
6. Green, F. (2015). The results of the study. *Psychological Science*, 26(3), 456-467.
7. Grey, G. (2016). The implications of the findings. *Psychological Review*, 123(4), 567-578.
8. White, H. (2017). The need for further research. *Psychological Bulletin*, 143(1), 123-134.
9. Black, I. (2018). The summary of the key points. *Psychological Science*, 29(2), 345-356.
10. Brown, J. (2019). The list of references. *Psychological Review*, 126(3), 456-467.

b) On te donne trois nombres a , b , c dans cet ordre. Multiplie le 1er et le 3ème, ajoute les deux premiers et élève la somme au cube. Divise le produit par la puissance.

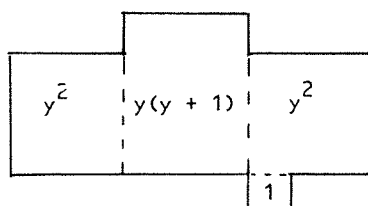
c)



Ex 4 : $\leftarrow y \rightarrow \leftarrow y \rightarrow \leftarrow y \rightarrow$



L'aire de cette figure peut être exprimée à l'aide de différentes formules.



Par exemple, ce découpage permet de trouver cette formule :
 $y^2 + y^2 + y(y+1) + 1$

Les quatre formules qui suivent correspondent à quatre façons différentes de calculer l'aire de la figure. Trouve ces façons.

$$2y^2 + y + 1 + y^2$$

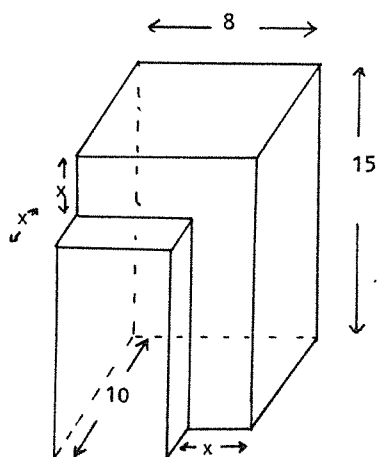
$$y^2 + (y+1)2y + 1 - y$$

$$3y^2 + y + 1$$

$$3y(y + 2) - (y + y + 2y + y - 1)$$

Montre à l'aide de **calculs** que ces quatre écritures représentent le même nombre.

Ex 5 :



Calcule le volume de ce solide de deux façons.
Montre par le calcul que ces deux écritures représentent le même nombre.

Ex 6 :

Montre que la différence des carrés de deux nombres consécutifs est un nombre impair.

Ex 7 :

Choisis un nombre. Fais le produit du précédent et du suivant. Montre que ce produit est égal à la différence du carré du nombre choisi et de 1.
Peux-tu généraliser ?

Ex 8 :

Avec la table de Pythagore :

a) Choisis un nombre dans une case sur la "diagonale". Fais la somme des 4 nombres situés dans les cases ayant un côté commun avec celle choisie.
Que constates-tu ? Prouve-le.

b) Choisis une case (non située sur un bord). Fais la somme des 8 nombres situés dans les cases qui entourent la case choisie.
Qua constates-tu ? Prouve-le.

Ex 9 :

Dans ce devoir, un élève a commis 7 erreurs. Retrouve-les et corrige-les.

$$a^7 \times a^5 = a^{12}$$

$$a^4 + a^3 = a^7$$

$$(-t)^2 = -t^2$$

$$2a^2 + a = 3a^3$$

$$2a - (1 - a) = -1 + 3a$$

$$(-t)^3 = -t^3$$

$$(2ab)^2 = 2ab^2$$

$$a^4 - a^3 = a$$

$$\frac{a^5}{a^2} = a^3$$

$$(a^2)^3 \times a = a^7 \qquad (t - 1)(t + 3) = t^2 - 3 \qquad y(y + 1) = y^2 + 1$$

Ex 10 :

Cite parmi les écritures qui suivent celles qui sont égales à :

$$2 - (t - 3) - 2(t - 3) (t - 5).$$

Dans le cas où c'est faux, explique quelles règles n'ont pas été appliquées.

- a) $2 - t - 3 - 2(t - 5) (t - 3)$
- b) $2 - t + 3 + (2t - 10) (-t + 3)$
- c) $2 - (t - 3) + 2(-t - 5) (-t + 3)$
- d) $2 - t - 3 - 2t - 3t - 5$
- e) $2 - t + 3 - (t - 5) (2t - 6)$
- f) $-2t^2 + 3t + 25$
- g) $-(2t - 1) (t - 1) + 26$

Ex 11 :

1) Simplifie les écritures qui peuvent l'être.

$$\begin{aligned} a &= 3x^2 + 2x^2 \\ b &= 5x^2 - 3x + 3x^2 \\ c &= 3xy - xy + 5xy \\ d &= 3xy \times xy \times 5. \end{aligned}$$

2) Parmi les réels a, b, c, d, e, f certains peuvent s'écrire plus simplement. Lesquels ? Pourquoi ?

$$\begin{aligned} a &= y^2 - 2y \\ b &= -7b^2 + 4b^2 \\ c &= 3a + 2a - 6a \\ d &= a^3 + a^2 - a^6 \\ e &= 4x^2 + 4x + 10 \\ f &= -x^2 + 7x^2 \end{aligned}$$

3) Ecris le plus simplement possible chacun des nombres donnés.

$$\begin{aligned} A &= 5(a + b - 4) - 3(a - b) \\ B &= 5(2a + 3b) - 3(a - 2b) \\ C &= 2(3x - 5y) - 5(x - y) \end{aligned}$$

4) Développe les produits suivants et simplifie le plus possible l'écriture du résultat.

a)

$$\begin{aligned} A &= (3 + x) (a + 2b) \\ B &= (a - b) (x + b) \end{aligned}$$

b)

$$A = 3(2a - b)$$

$$B = (x + 5)(x + 5)$$

$$C = (a + b)(c - d)$$

$$D = (a - 3)(b + 7)$$

$$E = (a - 2)(b - 4) \text{ (Ex. tirés du Cedic 4ème 1988)}$$

OBJECTIFS

- Utiliser les règles communes.
- Décoder des écritures littérales pour s'assurer de la bonne compréhension des codes.
- Démontrer à l'aide du calcul littéral.

SITUATION DANS LE TEMPS : vers le 15 mars.

DUREE : 5 heures.

DEROULEMENT ET COMMENTAIRES :

ACTIVITE N° 1

♦ L'activité permet :

- de réinvestir des formules de volume,
- d'utiliser la calculatrice comme "outil de programmation",
- de motiver les élèves pour qu'ils recherchent différentes écritures d'un même nombre et donc qu'ils développent et factorisent,
- de mettre à jour les difficultés de chaque élève sur les règles déjà rencontrées.

♦ Principales erreurs rencontrées :

- confusion entre le diamètre (y) et le rayon ($\frac{y}{2}$).

- règles mal appliquées :

$$\cdot \left(\frac{y}{2}\right)^2 = \frac{y^2}{2}$$

$\cdot a \times (b \times c) = a \times b \times a \times c$ (distributivité de la multiplication par rapport à elle-même).

$\cdot$ Réduction au même dénominateur pour multiplier des fractions.

* Notons aussi des difficultés pour simplifier $\frac{2\pi y^2}{12}$ en $\frac{\pi y^2}{6}$ (il me semble que la présence de πy^2 au numérateur, l'absence du signe "x" entre 2 et πy^2 gênent les élèves.

* L'écriture simplifiée $\frac{\pi y^3}{2} + \frac{\pi y^2}{6}$ est trouvée dans tous les groupes. La recherche de la suite de touches de la calculatrice la plus courte possible est réalisée avec enthousiasme, elle donne l'occasion :

- aux élèves de mieux connaître leur calculatrice (tous ne possèdent pas la même),
- de rappeler l'utilisation des touches Min, MR,
- de revenir sur les priorités opératoires, la notion d'inverse,

- de rechercher d'autres écritures (afin d'obtenir le programme le plus court) en utilisant la mise en facteur :

$$\frac{\pi}{2} (y^3 + \frac{y^2}{3}) ; \frac{\pi y^2}{2} (y + \frac{1}{3}) ; \frac{\pi y^2}{6} (3y + 1)$$

Cette dernière écriture, plus difficile, résultant d'une réduction au même dénominateur et d'une factorisation du type $ab + a$ n'est pas proposée par les élèves spontanément.

Les objectifs sont formulés par les élèves et notés dans le dossier.

Je dois savoir :

- utiliser les priorités opératoires, les règles sur les puissances,
- développer et factoriser,
- utiliser des formules.

EXERCICES : durée 4h.

Ex 1 :

Cet exercice est fait à la maison et est en général bien fait. Les élèves distinguent à présent aire-périmètre-volume. Seuls trois cas posent des difficultés,

- . $(a - b) (b + c)$
- . $c^2 - (a - b) \times c$
- . $a^3 - b^3$ parfois confondu avec $(a - b)^3$.

Dans ces trois cas, le dessin est juste mais le résultat n'est pas précisé par des hachures.

Ex 2 :

Une aide est nécessaire dans 3 cas,

- pour décomposer $2a^3$ et $3a^2$ en $2a \times a^2$ et en $3a \times a$
- pour obtenir le "1" dans : $a \times a \times a = a^2 - 1$ (la division n'apparaît pas spontanément).

Ex 4 :

Lorsque l'écriture correspond à une somme d'aires, elle est facilement comprise. Quand il faut passer par une figure plus grande que celle donnée, le travail est plus hésitant (cette difficulté est aussi rencontrée en géométrie dans des problèmes démonstratifs).

Ex 5 :

Les deux façons de calculer le volume du solide ne posent pas de difficulté. Dans le développement des 2 écritures, deux étapes sont moins bien réalisées :

- développement avec 3 facteurs $x(15 - x) (8 - x)$
- suppression des parenthèses précédées du signe "-".

Ex 6 et 7 :

Une fois le texte compris, les écritures données sont correctes $(n + 1)^2$ quelquefois développées en $n^2 - 1$, erreur corrigée par un retour à la signification du carré.

Ex 8 :

Nous avons déjà travaillé sur la table de Pythagore.

a) Après quelques essais avec des nombres, les élèves adoptent une écriture générale utilisant des lettres :

- . codage des nombres
- . observation de la table de Pythagore (nombres situés sur la diagonale).

b) Le calcul est plus long, les élèves s'organisent et peu d'erreurs sont à signaler. Les règles du calcul littéral sont mieux connues.

Ex 9 :

Déceler des erreurs n'est pas chose simple.

De véritables erreurs restent inaperçues alors que des résultats justes sont considérées comme faux.

Le recours au répertoire est nécessaire, les élèves revoient ainsi les règles sur les puissances.

Ex 10 :

Cet exercice technique demande une bonne maîtrise de la règle des signes et une bonne manipulation d'un produit de 3 facteurs. L'aide du professeur est nécessaire pour certains élèves.

Ex 11 :

Exercices didactiques réalisés en devoir à la maison :

Erreurs les plus fréquentes :

. $a^3 + a^2 - a^6 = a^{-1}$ confusion entre + et ×

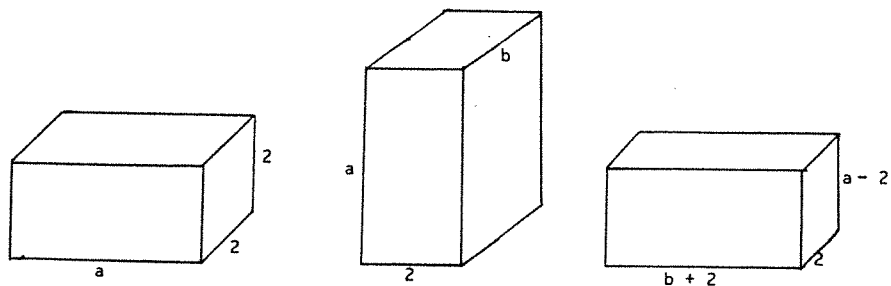
. $3 xy \times xy \times 5 = 15 xy^2$ oubli des parenthèses dans l'écriture $15(xy)^2$

. Développements incorrects lorsque les parenthèses sont précédées du signe "-".

PARTIE V

Factorisation

ACTIVITE 4



Montre par le calcul que la somme des volumes des 3 pavés ci-dessus est égale au volume d'un pavé dont une face mesure 2 et $(b + 2)$. Quelle est la dimension de l'autre arête ?

Peut-on construire effectivement avec ces 3 pavés, le pavé aux dimensions trouvées ? Si oui, dessine-le en perspective ?

OBJECTIFS :

Contrat :

Durée :

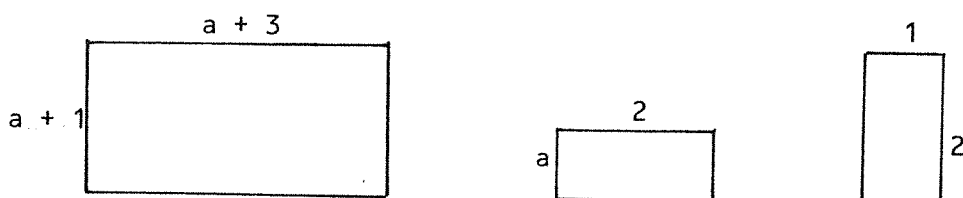
Ex 1 :

Choisis un nombre entier. Elève son suivant et son précédent au carré. Fais la différence de ces deux carrés et montre que c'est un multiple du nombre choisi.

Ex 2 :

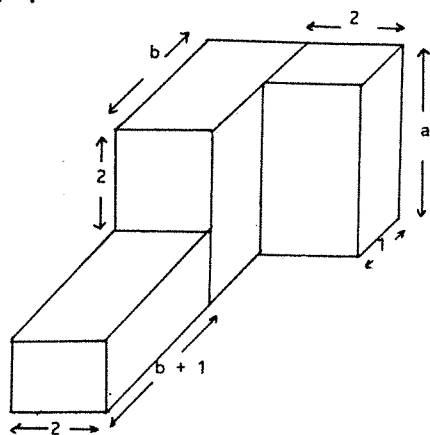
Choisis un nombre entier. Elève-le au carré. Retranche le nombre choisi de ce carré. Tu obtiens un multiple du nombre précédent le nombre choisi. Pourquoi ?

Ex 3 :



Montre par le calcul que la somme des aires de ces 3 rectangles est égale à l'aire d'un rectangle dont un côté mesure $a+1$. Quelle est la mesure de l'autre côté ?

Ex 4 :



Ce solide est formé de 3 pavés. Le volume de ce solide est le même que celui d'un pavé dont une des faces a pour dimensions $(b + 1)$ et 2. Calcule la dimension de l'autre arête.

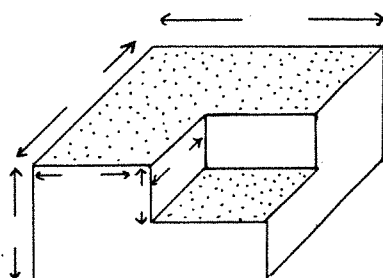
Ex 5 :

Montre que l'aire totale d'un cylindre de Rayon R et de hauteur H est la même que celle d'un rectangle de largeur $2 \pi R$. Quelle est la longueur de ce rectangle ?

Ex 6 :

Montre que la différence des inverses de deux nombres consécutifs non nuls est l'inverse de leur produit.

Ex 7 :



Ce solide a le même volume qu'un pavé dont une face mesure y et 2. Quelle est la dimension de l'autre arête ?

Ex 8 :

- 1) $a = 3(x - 5) + x(x - 5)$
 $b = (x - 3)(2x - 5) + (x - 7)(2x - 5)$
 $c = (x - 8)(x - 6) - (x - 8)(3x - 7)$

$$\begin{aligned} 2) \quad a &= (x - 7)(x + 7) - (3x - 1)(x - 7) \\ b &= (5 - 2x)(4x + 3) + 2(3 + 4x) \\ c &= (x - 3y)(7x - 3) - (x - 3y)(x - 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad a &= 5(x - 2) + (x - 3)(x - 2) - (x - 2)(2x - 5) \\ b &= (x - 4)(x - 5) - (x - 5)(2x - 3) + (x - 5)(x - 8) \end{aligned}$$

4) Le périmètre d'un champ rectangulaire est 120 m.
Sa longueur diminue de 10 m et sa largeur augmente de 10 m. Le périmètre reste le même mais la surface a augmenté de 100 m².

Quelles étaient les dimensions initiales du champ ?

(Ex. tirés du Cedic 4ème de 1981)

OBJECTIFS

- * Initier à la factorisation.
- * Utiliser les règles du calcul littéral précédemment introduites.

SITUATION DANS LE TEMPS

En fin d'année scolaire.

DURÉE : 3 heures

DEROULEMENT ET COMMENTAIRES

ACTIVITE 4 (1 heure)

Deux démarches différentes sont adoptées.

- Des élèves imaginent l'assemblage des 3 pavés sous forme d'un seul pavé, puis ils dessinent ce dernier. Un raisonnement sur le dessin permet alors de conjecturer la mesure de la troisième arête. Ils savent donc ce qu'ils doivent obtenir par le calcul.

- D'autres se lancent directement dans le calcul.

Le calcul du volume conduit à l'écriture.

$$V = 2ab + 4a + 2 \times (b + 2) (a - 2).$$

Cette écriture est spontanément développée et non factorisée. Une aide est nécessaire : le volume d'un pavé s'écrivant $L \times l \times h$, il faut ici rechercher x pour que $V = 2 (b + 2) \times x$.

La recherche est relancée : certains essaient par identification de trouver x mais échouent.

Le professeur leur montre alors la technique :

- que veut-on mettre en facteur commun ?

$$2ab + 4a + 2 \times (b + 2) (a - 2) = 2 \times a \times (b + 2) + 2 \times (b + 2) (a - 2)$$

- Souligner le facteur commun.

$$2 \times a \times \underline{(b + 2)} + 2 \times \underline{(b + 2)} (a - 2)$$

- Factoriser (en utilisant un changement de variable).

$$a \times \underline{x} + (a - 2) \times \underline{x}$$

$$= [a + (a - 2)] \times x.$$

- Réduire les facteurs.

Le retour au dessin (première démarche) assure une vérification.

L'objectif :

je dois savoir :

- "*factoriser une somme*"

est énoncé par les élèves.

LES EXERCICES (2 heures)

Ceux-ci sont choisis

- soit dans le domaine de l'arithmétique. Des mots comme "différence", "carré", "multiple".... sont réinvestis,

- soit dans le domaine géométrique : les aires et les volumes sont revus.

Exercice 1 : des erreurs classiques sont faites par quelques élèves ($(a + 1)^2 = a^2 + 1$ par exemple) mais vite corrigées par retour au sens.

Exercice 2 : le mot "retranche" n'est pas compris par un certain nombre d'élèves.

Exercice 3 : la tendance est encore le développement, et des explications analogues à celles données dans l'activité sont nécessaires.

L'exercice 8 est fait à la maison.

EXPLOITATION DE DONNEES STATISTIQUES

GESTION DE DONNEES

♦ La dominante "gestion de données" a été découpée en deux parties :

- exploitation de données statistiques (y compris "les indices")
- applications linéaires et proportionnalité.

L'exploitation de données statistiques a déjà été rencontrée de nombreuses fois dans le programme : sur les fractions (voir fascicule 1), en géométrie (par exemple sur Pythagore ou cosinus) où les élèves ont organisé des données. Dans cette partie, il s'agit de faire acquérir le vocabulaire.

La proportionnalité a été aussi manipulée à plusieurs reprises durant l'année. Les travaux permettent d'institutionnaliser certaines techniques utilisées par les élèves.

♦ DUREE

- Exploitation de données statistiques : 3h 30.
- Applications linéaires et proportionnalité : 6h.

La partie statistique a été faite par les classes expérimentant l'ensemble du programme (2 classes) et par la 4ème lente 1ère année (4ème en 2 ans).

STATISTIQUES

ACTIVITE 1 :

La feuille suivante donne les dates de naissance de tous les élèves qui sont actuellement en 4ème.
 Nous voulons faire une étude relativement précise de l'âge des élèves de 4ème au 1er mai 1988.
 Comment peut-on faire ?

OBJECTIFS :

Contrat : tous les exercices sont obligatoires.

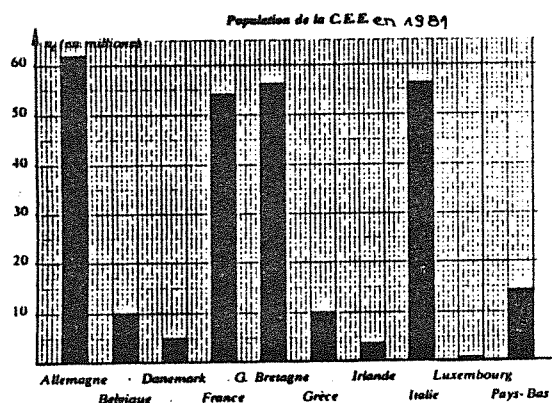
Durée : 1 heure en classe.

Ex 1 :

Etudie la fréquence de chaque lettre dans un des six textes.
 Tu donneras l'effectif total, l'effectif et la fréquence de chaque lettre.

Ex 2 :

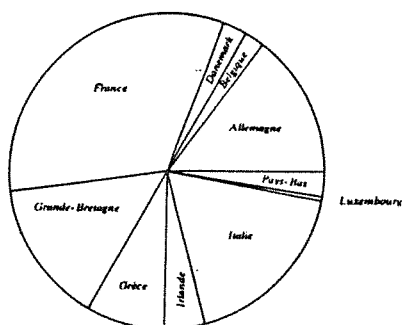
Voici l'histogramme qui représente la population de la C.E.E. en 1981.



- Quelle est la population des Pays-Bas ?
- Quelle est la population de la France ?

- Quelle est la population de la C.E.E. ?

Ex 3 :



Ce diagramme circulaire représente la superficie de chaque pays de la C.E.E. en 1981.
 La superficie de la France est de 547 026 km².
 Calcule la superficie de l'Italie.
 Calcule la superficie de l'Allemagne.
 Calcule la superficie de la C.E.E. en 1981.

Ex 4 :

Les bénéfices nets (en francs courants) d'un petit commerçant ont été les suivants :

1960 : 7 250 F	1965 : 8 285 F	1970 : 9 550 F
1975 : 14 000 F	1980 : 29 000 F	

- a) Transforme ces données en indices en prenant pour base 100 l'année 1960. Trace la courbe correspondante.
- b) Que peut-on savoir sur les bénéfices de ce commerçant à la lecture de ce graphique ?
- c) A-t-il intérêt à présenter ce graphique à son banquier à qui il demande un emprunt pour agrandir son magasin ? Pourquoi ?

24/11/74	07/06/73	27/03/73	02/08/72	26/11/71
20/06/74	10/04/74	12/09/73	23/02/73	20/04/73
13/09/73	07/05/74	25/02/73	21/10/72	01/12/72
12/04/74	12/03/74	22/07/74	15/04/73	07/01/73
02/10/75	13/05/75	25/11/73	16/06/73	24/09/73
11/09/74	09/09/74	23/12/71	13/05/73	11/12/72
09/06/74	22/03/74	26/09/70	19/11/71	24/12/72
09/06/74	11/04/73	13/04/73	20/08/73	16/09/73
18/02/74	05/06/73	19/12/72	22/03/73	09/04/73
23/01/74	30/04/73	17/01/74	30/01/73	12/04/73
18/04/74	18/08/74	10/04/74	12/11/72	22/09/73
29/03/74	10/12/74	18/02/74	21/06/72	27/07/73
23/09/74	16/08/74	13/11/73	15/12/71	01/05/71
01/08/74	24/09/74	05/10/74	23/03/73	08/04/72
17/09/74	16/02/74	05/10/74	12/12/72	14/07/73
01/09/74	22/01/73	12/08/73	26/02/74	06/12/72
02/08/73	16/05/74	10/07/73	16/02/73	07/09/72
23/06/74	19/07/74	20/02/74	15/10/73	13/01/73
08/05/73	28/07/73	20/06/73	04/03/74	23/08/73
08/05/74	15/08/74	01/03/73	25/11/73	06/11/70
10/11/74	25/05/74	02/01/73	07/05/72	01/04/72
08/09/73	09/03/72	18/07/74	04/09/73	17/07/71
18/09/74	08/04/74	06/07/74	07/01/74	26/06/73
18/12/74	10/08/74	25/08/74	20/12/73	10/11/73
21/01/74	21/05/74	16/10/72	14/07/73	
07/03/74	28/05/74	21/12/74	04/05/74	
25/04/74	22/02/74	27/04/74	09/05/75	
10/05/74	02/09/74	15/10/74	18/05/74	
06/02/74	09/07/74		06/05/73	
			24/07/74	
			18/07/74	

DON QUICHOTTE DE LA MANCHE
Cervantes

A ce moment, ils découvrirent trente ou quarante moulins à vent, qu'il y avait là, dans la campagne. Sitôt que don Quichotte les eut aperçus, il dit à son écuyer.

"La fortune nous guide mieux que nous ne le pourrions souhaiter ; vois-tu, mon cher Sancho Panza, ces géants démesurés ? Il y en a bien trente, au moins. Je veux leur livrer bataille, et leur ôter la vie à tous. Avec leurs dépouilles, nous commencerons à nous enrichir : c'est de bonne guerre, et c'est servir Dieu que de retirer de dessus la face de la terre une telle engeance.

- Quels géants ? demanda Sancho.

- Ceux que tu vois là, avec ces grands bras, dont certains ont deux lieues de long.

L'ECOLE DES BEAUX-ARTS
Poème de J. PREVERT

*Dans une boîte de paille tressée
Le père choisit une petite boule de papier
Et il la jette
Dans la cuvette
Devant ses enfants intrigués
Surgit alors
Multicolore
La grande fleur japonaise
Le nénuphar instantané
Et les enfants se taisent
Emerveillés
Jamais plus tard dans leur souvenir
Cette fleur ne pourra se faner
Cette fleur subite
Fait pour eux
A la minute
Devant eux.*

Vincent Van GOGH (1853-1890) - **INTERIEUR de RESTAURANT** - 1887.

Van Gogh a toujours rêvé d'une maison, d'un foyer, mais n'a guère vécu que dans les hôtels, les restaurants, les cafés, qui reviennent si souvent dans son oeuvre. Cette peinture est l'exemple le plus net de la technique pointilliste pratiquée à ce moment-là sous l'influence de Seurat et de Signac. Les parois des murs, le plancher, les bouquets de fleurs et les nappes sont rigoureusement mouchetées de rouge et de vert, d'orange et de bleu, selon la loi des contrastes et des complémentaires.

Au son d'un ocarina qui jouait l'Or du Rhin, Ali Baba, un pacha nain plus lourd qu'un ours, un gros patapouf, baffrait riz, pois, macaroni gisant dans un jus suri, un jus qui aurait trop bouilli, un jus qui aurait acquis un goût ranci ou moisi. Sous son divan, son chat goûtait à son mou. Ali Baba rota, puis il avala un rôti. Bon, dit-il, allons-y. Itardi, il prit son fusil, son arc, son bazooka, son tambour. Il allait, battant champs, bois, monts, vallons, montant son dada favori. Sans savoir où il irait ainsi, il chassa un lion qui, à coup sûr, broutait l'ananas dans la pampa ; l'animal croyait qu'il y avait alluvion sous roc. Ali Baba cria : à quoi bon ? Avait-il la solution du truc ? du machin ? Il aurait fallu pour ça l'addition, la soustraction, la multiplication, la division. Il ajouta trois à cinq, il trouva huit ; il ajouta six à un, il trouva huit moins un. Quoi, dit l'idiot abruti, un calcul ? Il tua Ali Baba ; quant au lion, il courut si fort qu'il mourut.

Raymond QUENEAU

Les cerfs sur le Pinail

Après avoir pris connaissance de la population de cervidés du Pinail, on a remarqué que la meilleure époque pour l'observation non perturbante se situe de Mars à fin Mai. En effet, cette période correspond à la repousse des plantes, en particulier des herbacées qui représentent une part importante du régime alimentaire annuel du cerf. Les animaux n'hésitent pas à quitter leurs remises avant la nuit pour aller se nourrir avidement sur les meilleures prairies naturelles et artificielles. Plusieurs hardes, dont certaines viennent de fort loin, se rejoignent sur ces herbages restreints.

Inventaire des espèces sur le Pinail (CINEV)

Place aux murs ! (Alpirando)

L'escalade a connu déjà bien des révolutions, mais peut-être qu'une nouvelle est en train de se produire sous nos yeux : celle du rocher artificiel.

Actuellement, il est difficile de faire le point sur les murs d'escalade en France, tout simplement parce que les projets sont trop nombreux. Mais surtout, les murs d'escalade, qui sont des équipements sportifs ultra spécialisés, contribuent paradoxalement à faire sortir la grimpe de son ghetto de passionnés. Grâce à eux, l'escalade sort de son cadre et se produit dans des lieux fréquentés par d'autres, ce qui n'est pas le cas des falaises où un mur d'incompréhension sépare grimpeurs et spectateurs.

Grâce aux murs, l'escalade se banalise.

"Le courage" texte d'un élève de 4ème.

Dans l'histoire, de nombreux hommes se sont révélés par leur stupéfiante bravoure. Cependant combien d'inconnus ont été des "héros" de la vie courante ?

Les guerres sont le "sac à courage". Tous les jours, on sort quelques hommes braves, on les lance sur le champ de bataille. Les survivants sont médaillés et on oublie les autres.

Différentes sortes de bravoure existent, il y a le courage d'action où les soldats prouvent leurs qualités au combat ; les soldats qui subissent, c'est je crois le plus impressionnant, tous ceux qui, pendant la seconde guerre mondiale on subi des interrogatoires, à qui on a infligé d'horribles tortures et n'ont rien révélé, comme Jean Moulin.

C'est le vrai exemple du courage.

DEROULEMENT ET COMMENTAIRES

Activité (2h 30 en 4ème ; 3h 45 en 4ème lente).

CHOIX DE L'ACTIVITÉ.

Ce sujet a été retenu car :

- il intéresse les élèves,
- il permet différents types de regroupement de données, celles-ci sont nombreuses et doivent obligatoirement être regroupées,
- il pose les problèmes des statistiques :
 - . qu'est-ce que faire une étude ?
 - . que veut dire "relativement précise" ?
 - . sous quelles formes donner les résultats de l'étude ?

Le listing informatique est celui de l'établissement sur lequel les noms ont été supprimés. Toutes les quatrièmes sont concernées y compris les quatrièmes lentes (1ère et 2ème année) et la quatrième CPPN.

OBJECTIFS

- Poser le vocabulaire.
- Organiser des données.
- Faire des graphiques.

ORGANISATION

L'activité est présentée 30 minutes avant la fin d'un cours. Les élèves font les calculs chez eux. Ceux-ci sont exploités à l'heure suivante.

La première difficulté est celle de l'âge, doit-on compter le nombre d'années, le nombre de mois, ou le nombre de jours ? qu'entend-on par "relativement précise".

Le nombre d'années est d'abord rejeté car pas assez précis. Cependant certains élèves remarquent que cela pourrait être intéressant pour "savoir ceux qui ont un âge normal".

Le nombre de jours est aussi rejeté : trop précis.

En fait les élèves perçoivent que les données doivent être regroupées un peu mais pas trop.

- la deuxième difficulté est due à la confusion entre l'âge et la date de naissance, certains dans la discussion oubliant que l'âge c'est la mesure du temps écoulé depuis la naissance.

- La troisième difficulté est le calcul de l'âge en mois :

- . doit-on tenir compte du mois de Mai 88 ?
- . doit-on compter le mois de mars pour ceux qui sont nés le 14 mars par exemple ?

Le professeur revient alors sur les mots "relativement" et "précise" en spécifiant qu'un mois ce n'est pas très important compte tenu de l'âge ; l'important étant les conventions que l'on va adopter pour compter les mois : par exemple seuls les mois entiers compteront.

Un exemple de calcul est alors effectué, les calculs sont répartis dans les groupes. Ces calculs sont faits à la maison.

L'heure suivante, la synthèse des résultats est réalisée. Se pose alors le problème de la visualisation des résultats. Un tableau est réalisé, les mots "classe", "effectif d'une classe", "effectif total" sont introduits.

Certains élèves proposent :

- de calculer des pourcentages. Le mot "fréquence" est alors défini et celles-ci sont calculées (en répartissant les calculs dans la classe),
- de faire des diagrammes en bâtons ou circulaires.

Le diagramme circulaire est refusé car il y a trop de classes. Par contre les élèves proposent d'en faire un quand les âges sont classés par nombre d'années.

Les diagrammes sont réalisés. Le diagramme en bâtons (âges répartis suivant le nombre de mois) fait apparaître une accumulation dans une fourchette de 2 années. Afin de simplifier le diagramme et de faire mieux visualiser cette répartition le professeur demande de faire un histogramme en classant les âges suivant le nombre de trimestres. La notion d'histogramme est expliquée et il est convenu de construire un seul rectangle pour les âges de 50 à 53 trimestres (de même pour les âges compris entre 62 et 72 trimestres) classes comportant un petit effectif chacune.

Un retour aux données par mois permet d'introduire les effectifs et fréquences cumulées. Les élèves réalisent alors le diagramme des fréquences cumulées.

Les objectifs notés :

- connaître et savoir utiliser les mots effectif, fréquence, classe, effectif cumulé, fréquence cumulée,
- savoir représenter une situation par un diagramme en bâtons, circulaire ou un histogramme.

Epilogue : les états d'âmes des enseignants !

Le diagramme des âges classés par année fait apparaître qu'en quatrième plus de la moitié des élèves ont au moins un an de retard. les données sont confirmées par "Le Monde de l'éducation" (mai 1988) où une enquête révèle qu'en fin de troisième seulement 30% des élèves sont d'âge normal ! Si nous admettons volontiers qu'un élève puisse mettre deux années ou plus pour aller au baccalauréat, nous nous interrogeons tout de même sur le système éducatif (en particulier sur les programmes de mathématiques !) Ce système est-il bien adapté si seulement 30% des élèves arrivent en 3ème sans redoubler !!....

LES EXERCICES (1 heure en 4ème, 1h 30 en 4ème lente).

L'exercice 1 est présenté en classe. Un texte est étudié par groupes. Les élèves se répartissent le comptage des lettres. Les groupes doivent présenter les fréquences sous forme de tableau.

A l'heure suivante la synthèse des calculs est faite. Les élèves remarquent que ce sont toujours les mêmes lettres (E S A N T I R U L O) qui apparaissent le plus souvent bien que les textes soient d'origines diverses (prose, vers, textes scientifiques ou d'élèves).

Le lipogramme en E dû à R. Queneau est donné pour montrer la bizarrerie d'un texte construit pour qu'il n'y ait pas de "E".

Les exercices 2 et 3 sont réalisés sans difficulté sauf en 4ème lente pour l'exercice 3 (calcul de l'aire représentée par un angle de 1 degré).

L'exercice n° 4 ne peut être fait sans l'explication du mot "indice". Ce mot est déjà connu pour l'indice des prix et un indice en investigation policière !

L'explication du mot indice en statistiques est expliqué à partir d'un exemple concret en insistant sur la référence choisie pour la base 100. Pour les questions b) et c) : certains élèves remarquent que les bénéfices de ce commerçant ne sont peut-être pas aussi considérables que le montre le graphique car on ne sait pas à quel rythme les prix augmentent.

Le professeur projette alors au rétroprojecteur le graphique des bénéfices du commerçant en indices et superpose le graphique de l'indice des prix (référence INSEE). La comparaison permet alors de conclure.

NOS IMPRESSIONS

- Ce dossier a intéressé énormément les élèves.
- Beaucoup de travail a été effectué à la maison par tous les élèves.
- L'utilisation des pourcentages est bien maîtrisée.
- La proportionnalité "fonctionne bien".
- En quatrième lente, le travail a été retardé par des fautes de calcul, mais les résultats du test sont satisfaisants (moyenne 13,1) même s'ils sont en retrait par rapport aux 4èmes "normales".
- Les résultats du test concrétisent nos impressions.

TEST - 4ème.

Ex 1 :

En 1983, sur le Pinail, on a observé les oiseaux migrateurs entre le mois de mars et le mois de mai.

Les observations sont les suivantes :

Grand cormoran	2 passages	12 individus le 23 mars 54 individus le 5 avril
Oie cendrée	3 passages	50 individus le 20 mars 32 individus le 21 mars 17 individus le 9 avril
Grue cendrée	2 passages	30 individus le 3 mars 86 individus le 4 mars
Epervier d'Europe		18 individus
Pluvier doré	1 passage	15 individus
Vanneau huppé		24 individus en avril.

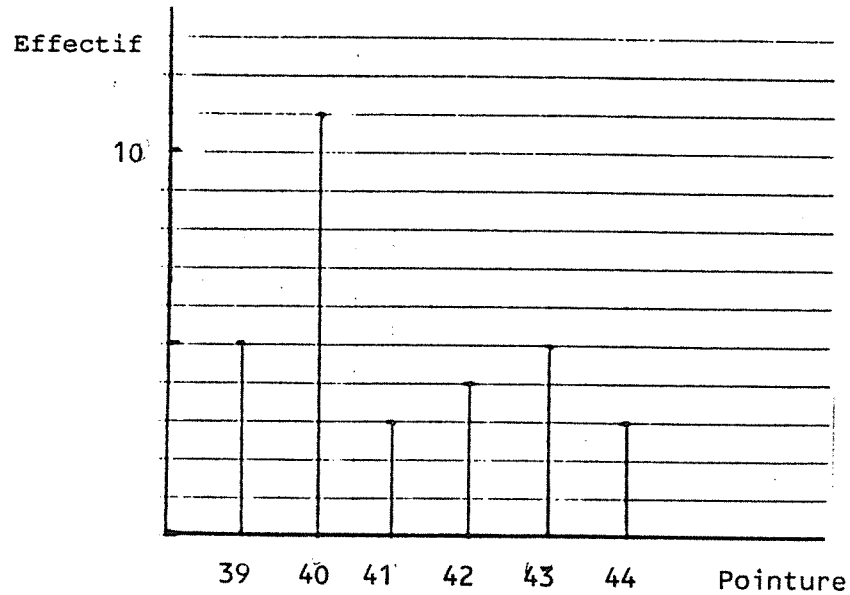
1°) Complète le tableau suivant :

Espèce	Effectif	Fréquence
Grand cormoran		
Oie cendrée		29,3
Grue cendrée		
Epervier d'Europe		5,3
Pluvier doré		4,4
Vanneau huppé		
Total		100

2°) Dessine un diagramme circulaire représentant la répartition de ces migrants.

Ex 2 :

Le diagramme ci-dessous indique les pointures d'un groupe de garçons de quatrième :



- 1°) Quel est l'effectif total du groupe ?
- 2°) Quelle est la fréquence de la pointure 43 ?
- 3°) Quel est l'effectif de ceux qui chaussent du 41 ou moins ?

Ex 3 :

Voici un tableau donnant la consommation de pain par habitant et par jour :

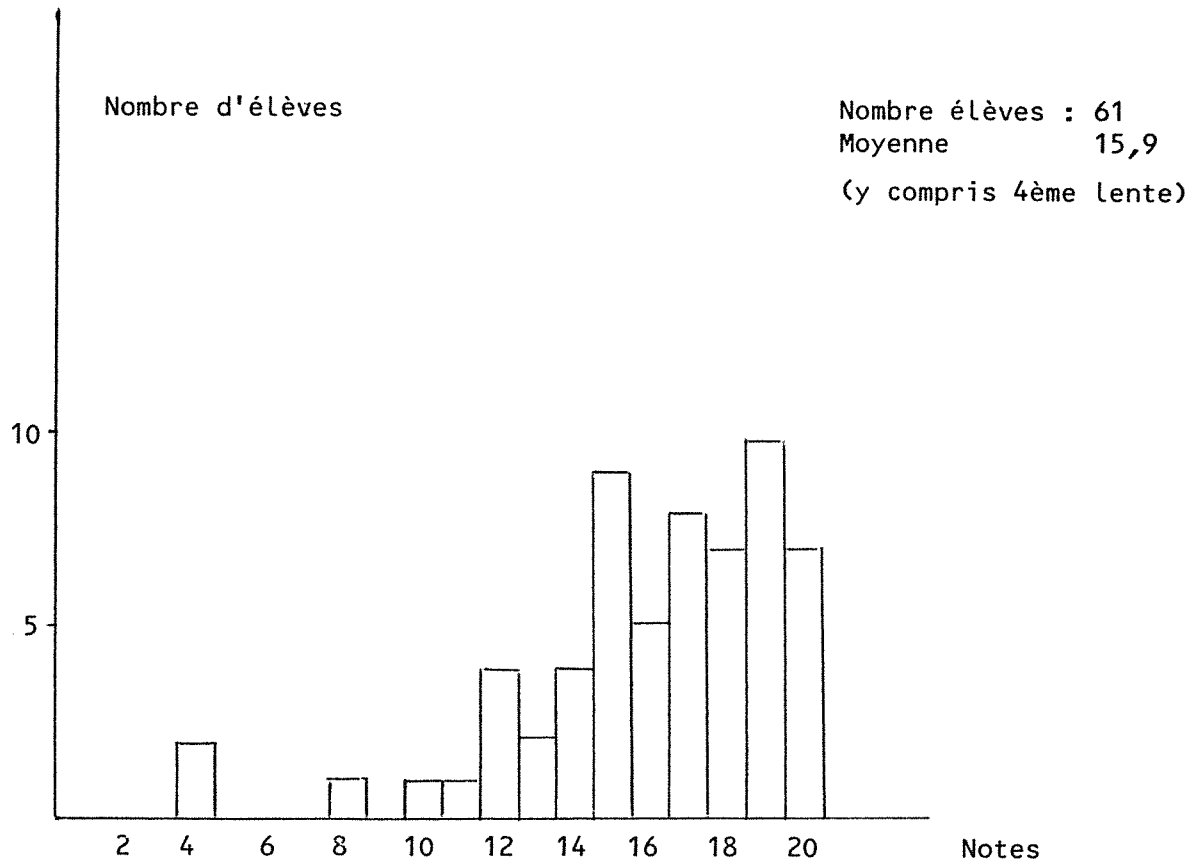
Année	1952	1956	1960	1964	1968	1972	1976	1981	1983	1984
Quantité (en g)	303	282	264	236	214	187	177	164	137	112

Représente ces données par un diagramme bâton. (Tu prendras 4cm pour 100).

Si tu as fini:

- a) En 1976, quelle quantité de pain consommait une famille de 4 personnes,
 - en une journée (en g) ?
 - en une année (en kg) ?
- b) De combien a baissé la consommation de pain par habitant et par jour entre 1952 et 1984 ?

TEST 4ème



DOSSIER ELEVE

JUIN Sandra
1^{er} B

U₄

ex 3?

Statistiques.
Classement par mois.

Classe	effectifs	fréquences %
150	1	0,7
151	0	0
152	0	0
153	0	0
154	0	0
155	2	1,4
156	0	0
157	0	0
158	0	0
159	0	0
160	3	2,1
161	2	1,4
162	3	2,1
163	8	5,6
164	6	4,2
165	7	4,9
166	4	2,8
167	9	6,3
168	10	7
169	5	3,5
170	7	4,9
171	4	2,8
172	1	0,7
173	4	2,8
174	1	0,7
175	7	4,9

176	4	2,8
177	5	3,5
178	5	3,5
179	3	2,1
180	5	3,5
181	3	2,1
182	4	2,8
183	5	3,5
184	7	4,9
185	1	0,7
186	2	1,4
187	1	0,7
188	1	0,7
189	0	0
190	1	0,7
191	1	0,7
192	1	0,7
193	1	0,7
194	0	0
195	0	0
196	1	0,7
197	2	1,4
198	0	0
199	0	0
200	0	0
201	1	0,7
202	0	0
203	1	0,7
204	0	0
205	0	0

206	0	0
207	0	0
208	0	0
209	1	0,7
210	0	0
211	1	0,7

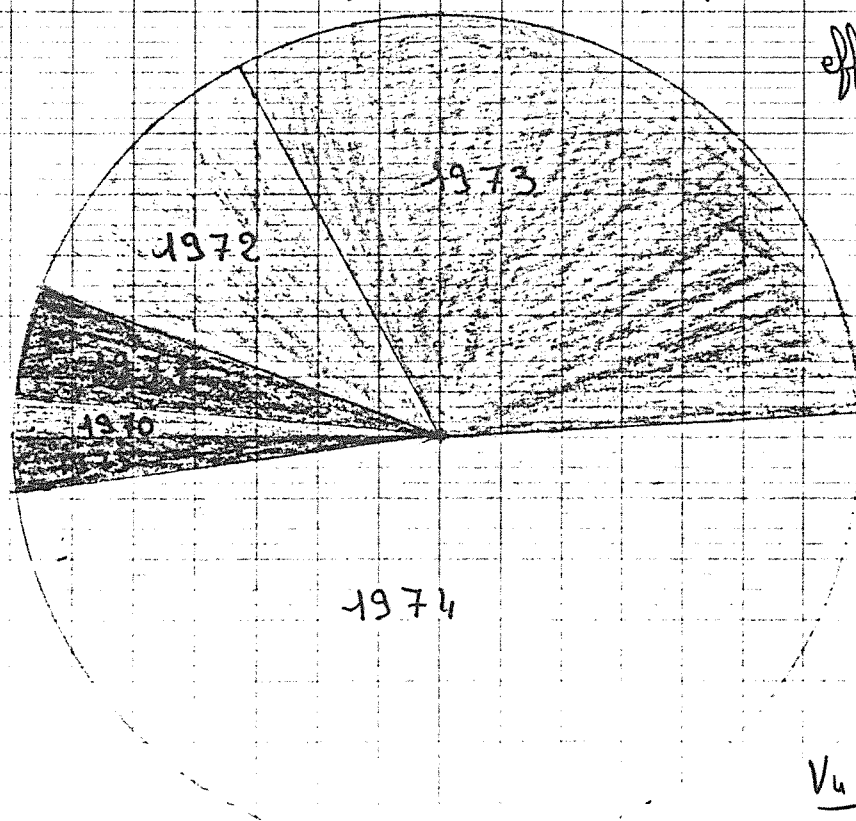
effectif total = 141 élèves.

Classement par années.

Classe	effectifs	fréquences(%)	angles (°)
1970	2	1,4	5,1
1971	6	4,2	15,3
1972	16	11,3	40,8
1973	45	31,9	114,8
1974	69	48,9	176,1
1975	3	2,1	7,6
	<u>141</u>	<u>100</u>	<u>360</u>

total

effectif total = 141 élèves



V_h

Classement par trimestre

Classe	effectifs	fréquence %
150 à 152	1	0,7
153 à 155	2	1,4
156 à 158	0	0
159 à 161	5	3,5
162 à 164	17	12
165 à 167	20	14,1
168 à 170	22	14,8
171 à 173	9	6,3
174 à 176	12	8,5
177 à 179	14	9,9
180 à 182	12	8,5
183 à 185	13	9,2
186 à 188	4	2,8
189 à 191	2	1,4
192 à 194	2	1,4
195 à 197	3	2,1
198 à 200	0	0
201 à 203	2	1,4
204 à 206	0	0
207 à 209	1	0,7
210 à 212	1	0,7

effectif total = 141 élèves

moins
de 162
mois

162 à 164
165 à 167
168 à 170
171 à 173
174 à 176
177 à 179
180 à 182
183 à 185
186 à 188

plus de
189 mois

classement pour
bimestres :

Effectifs et fréquences cumulés.

classe	effectifs	fréquence cumulés
moins de 160 mois	3	2,1
moins de 163 mois	11	7,8
moins de 166 mois	32	22,6
moins de 169 mois	52	36,8
moins de 172 mois	68	48,2
moins de 175 mois	74	52,4
moins de 178 mois	90	63,8
moins de 181 mois	105	74,4
moins de 184 mois	117	82,9
moins de 187 mois	126	89,3
moins de 196 mois	133	94,3
moins de 205 mois	139	98,5
moins de 214 mois	141	100

exercice no 4 :

a)

années	1960	1965	1970	1975	1980
prix	72 50 ^F	8 285 ^F	9 550 ^F	14 000 ^F	29 000 ^F

indice

$$\frac{8285}{7250} \times 100 \approx 114,3$$

$$\frac{9550}{8285} \times 100 \approx 115,3$$

$$\frac{14000}{9550} \times 100 \approx 146,6$$

$$\frac{29000}{14000} \times 100 \approx 207,2$$

$$\frac{9550}{7250}$$

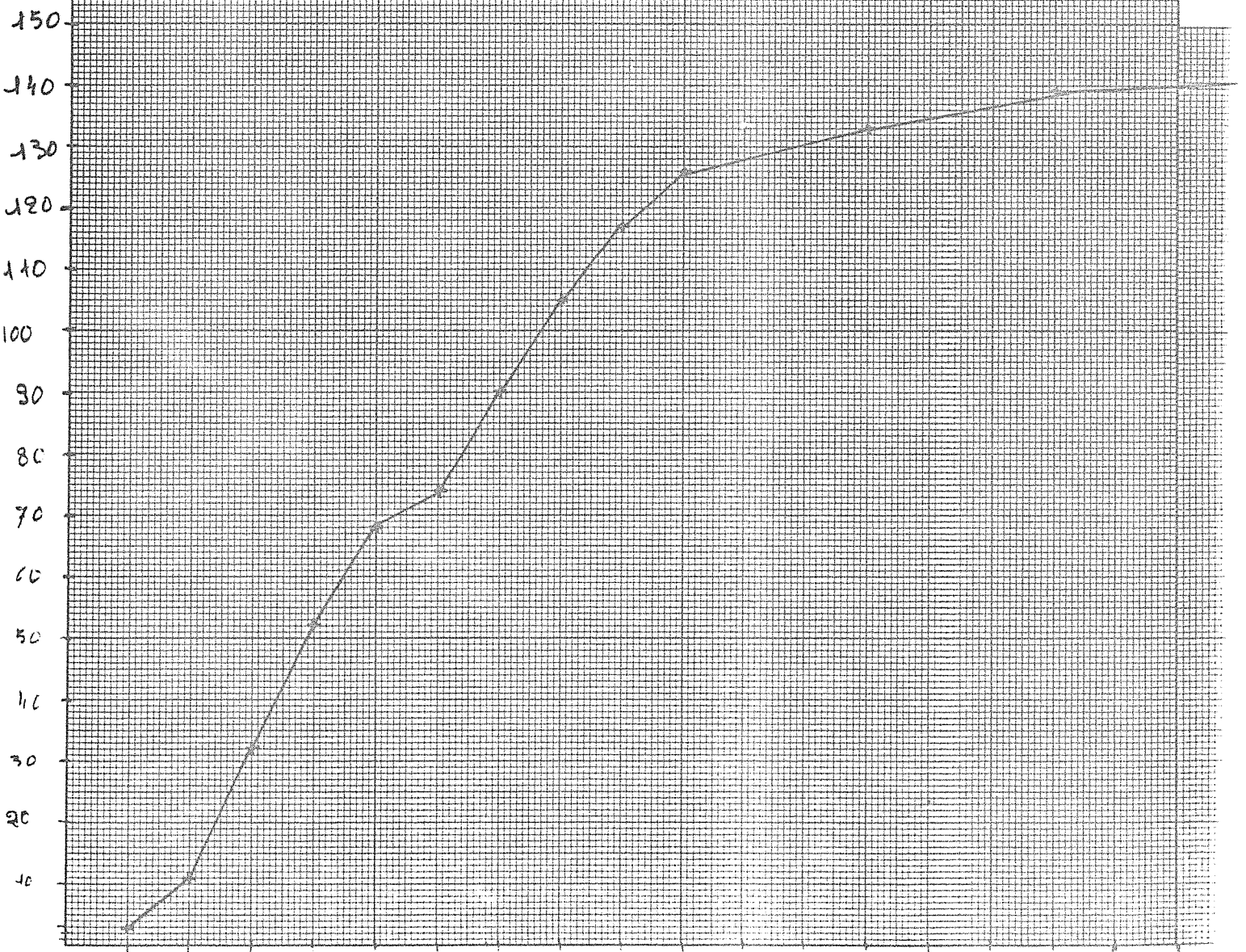
par rapport à
l'année 0 1960;

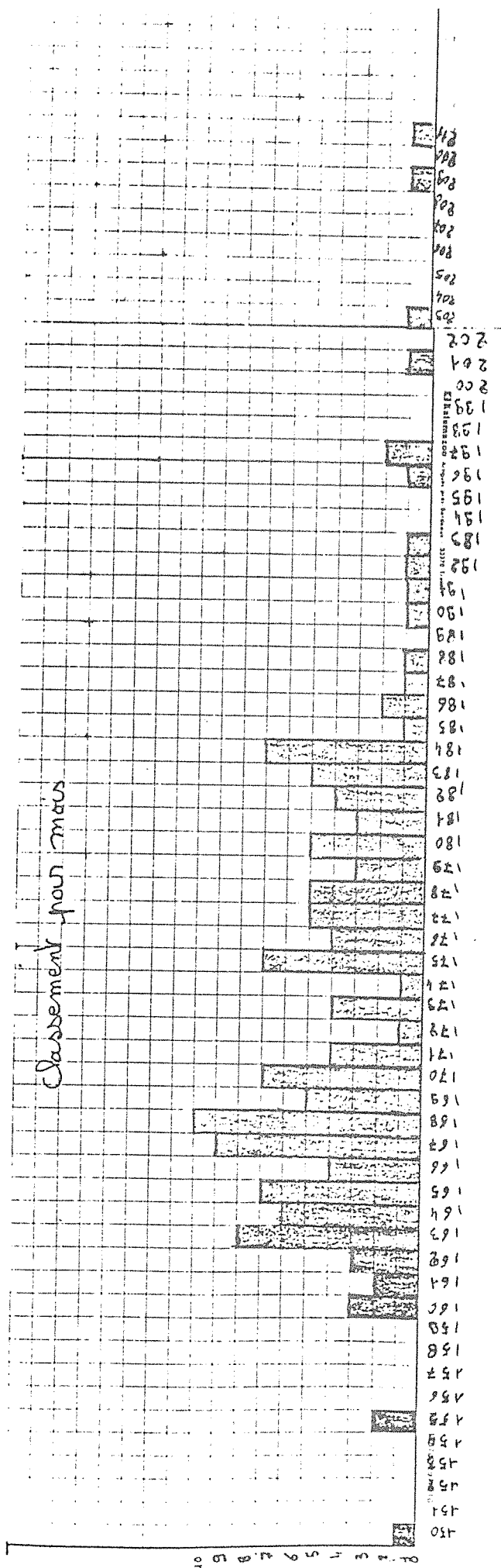
exercice n°1:

<u>2. école des beaux-arts.</u>		
classe	effectif	fréquence %
A	30	9,3
B	4	1,3
C	6	1,9
D	9	2,8
E	67	20,6
F	7	2,2
G	3	0,9
H	8	0,7
I	20	6,2
J	4	1,3
K	0	0
L	23	7,1
M	5	1,6
N	21	6,5
O	10	3,1
P	12	3,7
Q	0	0
R	20	6,2
S	24	7,4
T	30	9,3
U	20	6,2
V	6	1,9
W	0	0
X	3	0,9
Y	0	0
Z	0	0

Donner les lettres
les plus fréquentes.

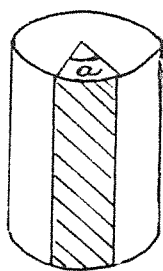
↑
0
100





APPLICATIONS LINÉAIRES - PROPORTIONNALITÉ

ACTIVITÉ 1



L'angle α est choisi entre 0° et 180° .
L'aire hachurée est-elle proportionnelle à l'angle α ? Pourquoi ?

OBJECTIFS :

Contrat :

Durée : 2h.

Ex 1 :

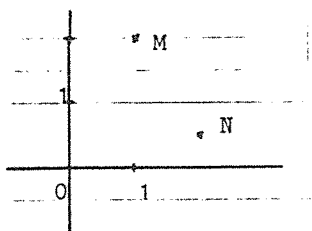
Vérifier si les suites de nombres sont proportionnelles.

A)

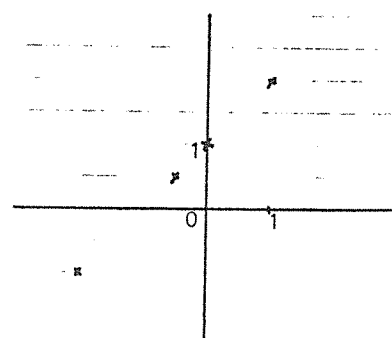
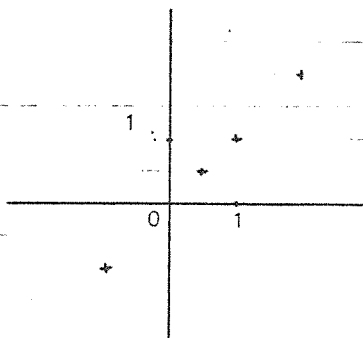
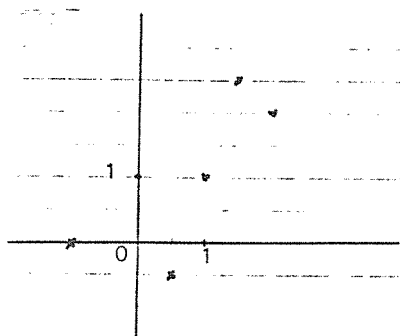
1,8	-9,6	12,36
-1,5	8	-10,3

7/4	12	10,5	8/3
7/6	8	7	4

Ex 2 :



A chaque couple de nombres on peut associer un point, par exemple au couple $(1,2)$ on associe M. A chaque point on peut associer un couple de nombres, par exemple à N, on associe le couple $(2, 1/2)$.
Pour chaque cas, relève les coordonnées des points, et précise si les ordonnées sont proportionnelles aux abscisses.



Ex 3 :

Les suites de nombres sont proportionnelles. Complète.

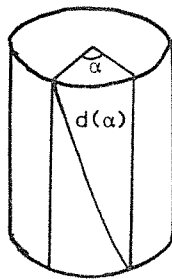
15	3	12	3,9
	22,5		

0,75	
2	3

2		1
5	1	

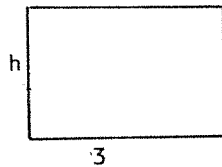
Ex 4 :

a)



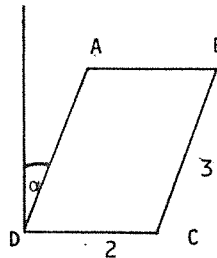
La distance $d(\alpha)$ est-elle proportionnelle à α ?

b)



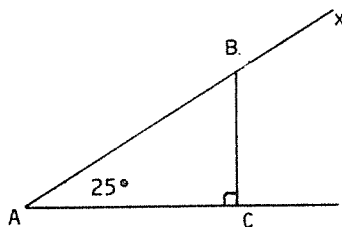
Le périmètre $p(h)$ du rectangle est-il proportionnel à h ?

c)



ABCD est un parallélogramme articulé. Son aire $A(\alpha)$ est-elle proportionnelle à α ?

d)



AC est-elle proportionnelle à AB ? (B varie sur $[Ax)$).

e) J'achète des yaourts. Le prix des yaourts est-il proportionnel au nombre de yaourts acheté ?

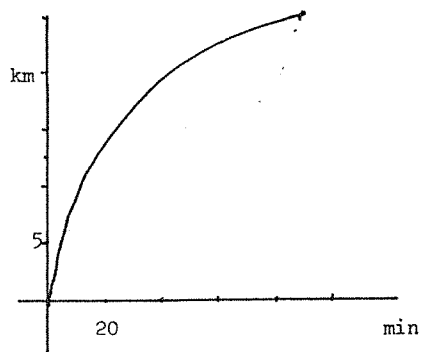
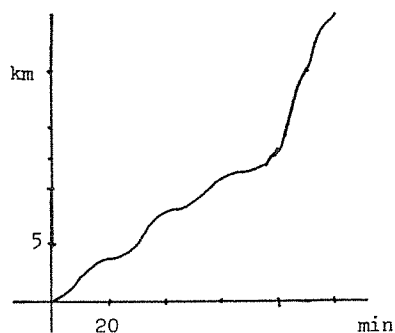
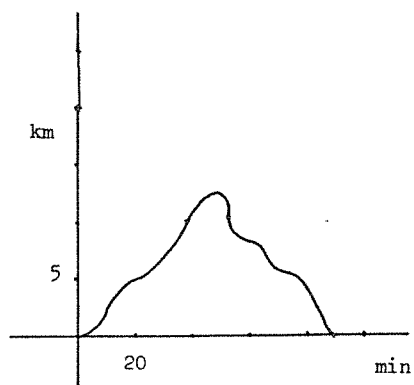
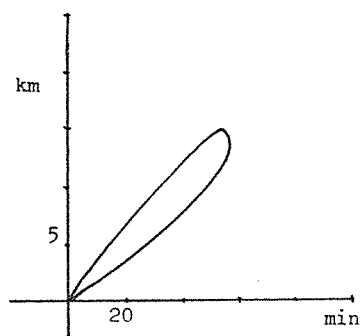
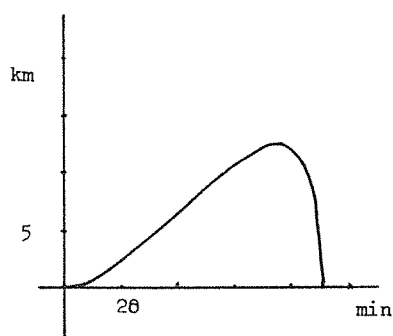
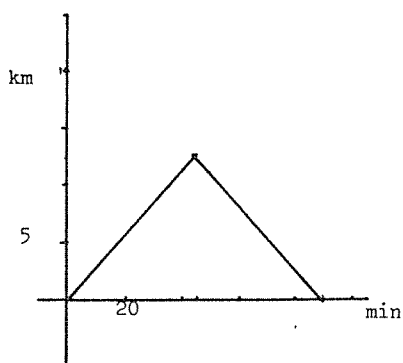
f) Le volume de fuel consommé pour le chauffage est-il proportionnel à la durée de l'hiver ?

ACTIVITE

Une course cycliste, contre la montre, part de Sainte Marie de Campan (altitude 800 m) va au col du Tourmalet (altitude 2115m) et retourne, par la même route à Sainte Marie de Campan.

Le suiveur de Dédé Railleux note toutes les 30s la distance parcourue par celui-ci.

Quel graphique a-t-il obtenu ? Pourquoi ?



Quand tu auras trouvé le bon graphique, indique, en te servant de celui-ci :

- a) le temps écoulé depuis le départ de Dédé Railleur, quand celui-ci a parcouru 20km ;
- b) la distance parcourue par Dédé Railleur au bout de 45mn.

La distance parcourue est-elle proportionnelle au temps ?

OBJECTIFS :

Ex 1 :

Choisis un nombre k . Construis la représentation graphique de la fonction qui à x associe kx (on écrit $f(x) = kx$) ; que remarques-tu ?

Ex 2 :

Construis les représentations graphiques des fonctions

$$f(x) = 1,2 x \quad ; \quad g(x) = - \frac{3}{2} x .$$

Trouve à l'aide de la représentation graphique : $f(-4/5)$; $g(6)$.

Trouve à l'aide de la représentation graphique x tel que $f(x) = 3$.

Vérifie tes résultats par le calcul.

APPLICATIONS LINEAIRES ET PROPORTIONNALITE

Introduction

Les élèves ont manipulé la proportionnalité en 6ème, 5ème et 4ème en situation. Cependant en cinquième nous n'avons pas pu, faute de temps, travailler systematiquement sur des tableaux de proportionnalité et des recherches de quatrième proportionnelle. Ce qui explique que nous y insistions cette année.

En 6ème-5ème, les élèves conjecturent si une situation relève de la proportionnalité. Le professeur valide.

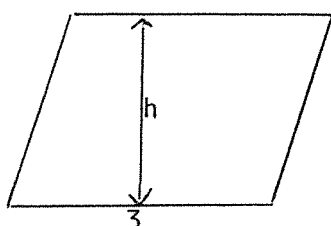
En 4ème, les élèves peuvent grâce au calcul littéral prouver dans certains cas que la situation relève de la proportionnalité.

Exemples :

- Etude de la hauteur dont s'élève un cric en fonction du nombre de tours de manivelle.

tours	5	10	50	100
cm	1	2	10	20

L'expérience des élèves peut les amener au tableau dessus. Cependant c'est le professeur qui, en spécifiant que la situation relève ou non de la proportionnalité, permet par exemple de savoir de combien s'élève le cric pour 13 tours de manivelle.



- Etude de l'aire d'un parallélogramme en fonction de la hauteur. Tout comme précédemment les élèves peuvent **expérimenter** mais c'est en écrivant que $A = 3 \times h$ qu'ils peuvent être sûrs que la situation relève de la proportionnalité.

DEMARCHE

1) Reconnaître et valider une situation de proportionnalité. Découverte des propriétés de la proportionnalité.

2) Représentations graphiques, représentation graphique d'une application linéaire.

Première partie

Reconnaître et valider une situation de proportionnalité. Découverte des propriétés.

CHOIX DE L'ACTIVITE

La situation n'est pas évidente (le dessin en perspective est trompeur). Le mot proportionnalité n'est pas encore compris par tous les élèves. Mais la situation permet de vérifier si les élèves savent la reconnaître et la faire fonctionner dans des cas simples (ici proportionnalité angle-arc). En outre cette situation permet de revoir les patrons de cylindre.

DEROULEMENT ET COMMENTAIRES

Activité 1

Dès la lecture du texte, quelques élèves demandent ce que signifie "proportionnelle".

La question leur est alors retournée, voici quelques réponses données :

- il y a un rapport entre l'angle et l'aire hachurée,
- combien de fois l'angle est contenu dans l'aire hachurée ?
- plus l'angle est grand, plus l'aire est grande,
- si l'angle est doublé, je cherche si l'aire est doublée,
- l'aire hachurée est plus grande que l'angle,
- il y a proportion.

Dans une des classes, les élèves cherchent dans un dictionnaire : "égalité de 2 rapports : $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ " ce qui n'explique pas, pour eux, le mot proportionnel.

Pour résoudre le problème un élève suggère de calculer les aires pour certaines valeurs de l'angle. Des valeurs sont alors choisies. Pour ce calcul les élèves peuvent avoir recours à un cylindre. On peut noter que la proportionnalité fonctionne correctement pour le calcul de l'aire en fonction de l'angle.

$$\begin{array}{ccc} 360^\circ & & 2\pi R \\ a & l = \frac{2\pi R}{360} \times a \end{array}$$

A la fin de la séquence les résultats obtenus sont collectés et regroupés dans un tableau.

a	30	90	150	45	10	20	50	4	24	60	84	170	19	100	8	74	86	1
A	23,55	70,65	117,5	35,34	7,8	151,60	39,26	3,06	18,84	47,4	65,94	140,89	14,92	78,49	6,21	58,11	67,54	0,78

Un élève dit que pour passer de l'angle à l'aire il faut multiplier par 0,78.

Les résultats du tableau permettent de vérifier cette affirmation. Le professeur demande alors si l'on est sûr de ces résultats. Des élèves font alors remarquer que les valeurs trouvées sont approchées à cause de π . Il est donc décidé de garder π dans les calculs. Le professeur suggère alors de calculer l'aire dans le cas d'un angle a . La formule littérale est alors trouvée.

Dans le répertoire il est noté :

P proportionnalité :

"Deux suites de nombres sont proportionnelles si l'on passe de l'une à l'autre en multipliant ou en divisant par un nombre".

Un retour est fait ensuite sur les propositions des élèves sur le mot "proportionnelle". En observant les résultats du tableau, les élèves constatent :

$$90 = 3 \times 30$$

$$90 : 2 = 45$$

$$70,65 \simeq 3 \times 23,55$$

$$70,65 : 2 \simeq 35,34$$

$$74 = 50 + 24$$

$$170 = 100 + 50 + 20$$

$$58,11 \simeq 39,26 + 18,84$$

$$140,89 \simeq 78,49 + 39,26 + 15,66$$

Ces valeurs étant approchées, les conjectures ne peuvent être vérifiées qu'avec les formules littérales.

$$A(a) = \frac{\pi}{4} \times a$$

$$A(b) = \frac{\pi}{4} \times b$$

$$A(a) + A(b) = \frac{\pi}{4} (a + b) = A(a + b),$$

de même :

$$A(n \times a) = n A(a).$$

Ces résultats sont généralisés dans le cas de suites proportionnelles quelconques.

Les objectifs sont formulés et notés sur le répertoire.

Je dois savoir reconnaître si des suites de nombres sont proportionnelles et savoir compléter un tableau de proportionnalité.

EXERCICES (1h 30).

Aucune difficulté pour les exercices 1 et 3. Ces exercices permettent en outre de résoudre des équations du type $ax = b$ pour trouver le coefficient de proportionnalité.

Une précision sur le vocabulaire doit être apportée à l'exercice 2. Les élèves savent trouver les coordonnées d'un point mais ignorent les mots abscisse et ordonnée. Le répertoire est alors complété au mot : Repérage.

A la suite de cet exercice le lien entre la proportionnalité et les points du graphique alignés avec l'origine est validé par le professeur.

A l'exercice 4, une mise au point est faite sur les conditions nécessaires pour prouver que deux suites sont proportionnelles ou non. En effet, il n'est pas du tout évident pour eux que l'on puisse conclure à la non-proportionnalité à partir de deux exemples pour lesquels on n'a pas le même coefficient.

Pour les élèves un seul contre-exemple n'est pas forcément convaincant, en français n'a-t-on pas l'exception qui confirme la règle.

Cette mise au point faite, l'exercice est mené à bien.

DEUXIEME PARTIE

- Lire un graphique

- Construire le graphique d'une fonction linéaire.

ACTIVITE 2

Durée : 30 mn.

Les élèves procèdent souvent par élimination et n'affinent leur étude que pour les deux graphiques.

Lors de la synthèse, le document est projeté au rétroprojecteur et chaque graphique est commenté par des élèves. Il est à noter que des erreurs sont rarement faites lorsque nous travaillons sur des situations concrètes.

L'objectif est formulé par les élèves et noté sur le dossier :

Je dois savoir lire des représentations graphiques et en construire .

EXERCICES (1h).

Les exercices posent problème car ces exercices sont abstraits et dénués de tout sens pour l'élève. De plus, à l'exercice 1 sont mêlés variable, paramètre, la notation $f(x)$ non encore familière, la représentation graphique pour laquelle il faut calculer les coordonnées des points.

Une explication du professeur est fournie à la classe entière : k est choisi une fois pour toute et ne varie pas pour chaque valeur de x , $f(x)$ ne signifie pas une opération à faire mais une notation comme celles rencontrées à l'exercice 4 de la partie 1, la représentation graphique se construit comme il a été montré à l'exercice 2 de la 1ère partie...

Lors de la synthèse, il est remarqué que les points sont alignés. Cette constatation est justifiée par la proportionnalité entre x et kx .

C'est à ce moment que les mots fonction linéaire sont introduits, expliqués et notés sur le répertoire.

L'exercice 2 n'est pas toujours traité avec facilité car f et g ne représentent rien. Les lectures sur graphiques sont bien plus laborieuses que lors de l'activité car le problème est dénué de sens.

INEQUATIONS

(Partie non-expérimentée)

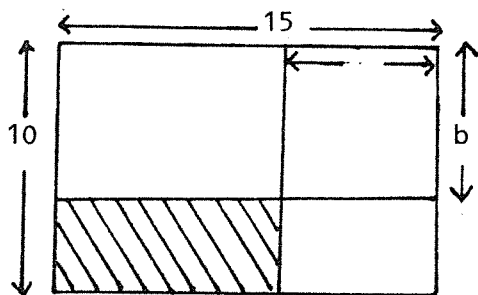
Cette partie est à relier avec la partie "manipulation d'inégalités" (fascicule II - Géométrie)

Comme le spécifient les commentaires, en Quatrième il s'agit d'un travail d'initiation.

Pour ce faire nous avons choisi des exercices dans le domaine géométrique et la vie courante

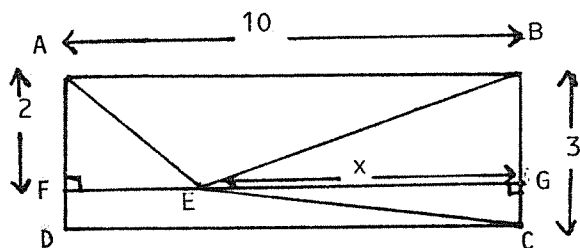
INEQUATIONS

Ex 1 :



Pour quelles valeurs de b l'aire du carré de côté b est-elle supérieure à l'aire du rectangle hachuré ? Justifie.

Ex 2 :



S_1 est l'aire du triangle AEF, S_2 est l'aire du triangle AEB et S_3 est l'aire du triangle BEC.

a) Pour quelles valeurs de c a-t-on $S_3 > 2$?

b) Pour quelles valeurs de x a-t-on $S_3 > S_1$?

c) Pour quelles valeurs de x a-t-on $S_2 \leq S_1$?

Ex 3 :

La SNCF offre différentes formules d'abonnement sur toutes ses lignes.

Lis attentivement la publicité Modulopass ci-jointe. (p. 116)

a) Pour le trajet Poitiers-Paris (300km), à partir de combien de trajets simples en 2ème classe est-il plus avantageux d'avoir un abonnement d'un an plutôt que d'acheter un billet à chaque parcours ?

b) Pour cette même destination, au bout de combien de trajets simples dans le mois as-tu intérêt à acheter un forfait mensuel plutôt que des billets à demi tarif ?

Ex 4 :

Au Vidéo-club, j'ai le choix entre deux possibilités pour la location des films :

- choix n° 1, je prends un abonnement annuel de 280 F et je paie 17 F pour un film ou 28 F lorsque je loue deux films à la fois.
- Choix n° 2, je paie 34 F par film ou 62 F pour deux.

Combien dois-je louer de films dans l'année pour que le choix n° 1 soit le plus avantageux ?

QUELLES POSSIBILITÉS VOUS SONT OFFERTES AVEC MODULOPASS ?

2 OPTIONS	
PARCOURS DÉTERMINÉ(S)	FRANCE ENTIÈRE(1)
ACHAT À L'UNITÉ DE BILLETS 1/2 TARIF	ACHAT À L'UNITÉ DE BILLETS 1/2 TARIF
Supplément payant Réservation payante	Supplément payant Réservation payante
ACHAT GROUPE DE BILLETS 1/2 TARIF 8 BILLETS MINIMUM (pour un même parcours)	ACHAT GROUPE DE BILLETS 1/2 TARIF 8 BILLETS MINIMUM (pour des parcours de votre choix)
Supplément gratuit Réservation payante	Supplément gratuit Réservation payante
ACHAT D'UN FORFAIT MENSUEL LIBRE CIRCULATION sur la totalité ou de parcours Indiqués sur la carte	ACHAT D'UN FORFAIT MENSUEL LIBRE CIRCULATION SUR FRANCE ENTIÈRE
Supplément gratuit 10 réservations gratuites*	Supplément gratuit 20 réservations gratuites*
ACHAT D'UN FORFAIT MENSUEL LIBRE CIRCULATION SUR UN OU DES PARCOURS DE SON CHOIX	ACHAT D'UN FORFAIT MENSUEL LIBRE CIRCULATION SUR UN OU DES PARCOURS DE SON CHOIX
Supplément gratuit 10 réservations gratuites	Supplément gratuit 10 réservations gratuites

* l'emprunt des TGV donne droit à 10 réservations gratuites supplémentaires, valables uniquement dans les TGV.
** dont 10 utilisables uniquement dans les TGV.
(1) ensemble des lignes à tarification SNCF.

QUELQUES EXEMPLES DE PRIX

(au 01/02/88)

PRIX DE LA CARTE (coupon)

	80 km	100 km	125 km	150 km	175 km	200 km	300 km	400 km	500 km	700 km	1.000 km	France entière (1)
6 MOIS	1 ^{ère} 670 F 2 ^e 447 F	1 ^{ère} 749 F 2 ^e 500 F	1 ^{ère} 852 F 2 ^e 568 F	1 ^{ère} 952 F 2 ^e 635 F	1 ^{ère} 1.055 F 2 ^e 703 F	1 ^{ère} 1.153 F 2 ^e 769 F	1 ^{ère} 1.256 F 2 ^e 838 F	1 ^{ère} 1.329 F 2 ^e 886 F	1 ^{ère} 1.363 F 2 ^e 909 F	1 ^{ère} 1.466 F 2 ^e 977 F	1 ^{ère} 1.624 F 2 ^e 1.083 F	1 ^{ère} 1.980 F 2 ^e 1.320 F
1 AN	1 ^{ère} 1.117 F 2 ^e 745 F	1 ^{ère} 1.249 F 2 ^e 833 F	1 ^{ère} 1.420 F 2 ^e 947 F	1 ^{ère} 1.587 F 2 ^e 1.058 F	1 ^{ère} 1.757 F 2 ^e 1.172 F	1 ^{ère} 1.922 F 2 ^e 1.282 F	1 ^{ère} 2.094 F 2 ^e 1.396 F	1 ^{ère} 2.214 F 2 ^e 1.476 F	1 ^{ère} 2.271 F 2 ^e 1.514 F	1 ^{ère} 2.443 F 2 ^e 1.629 F	1 ^{ère} 2.707 F 2 ^e 1.805 F	1 ^{ère} 3.300 F 2 ^e 2.200 F

PRIX DU BILLET

1/2 TARIF- TRAJET SIMPLE	1 ^{ère} 35 F 2 ^e 23,5 F	1 ^{ère} 42 F 2 ^e 28 F	1 ^{ère} 50 F 2 ^e 34 F	1 ^{ère} 59 F 2 ^e 39 F	1 ^{ère} 67 F 2 ^e 45 F	1 ^{ère} 76 F 2 ^e 51 F	1 ^{ère} 110 F 2 ^e 73 F	1 ^{ère} 138 F 2 ^e 92 F	1 ^{ère} 165 F 2 ^e 110 F	1 ^{ère} 219 F 2 ^e 146 F	1 ^{ère} 300 F 2 ^e 200 F	
PLEIN TARIF TRAJET SIMPLE	1 ^{ère} 70 F 2 ^e 47 F	1 ^{ère} 84 F 2 ^e 56 F	1 ^{ère} 100 F 2 ^e 67 F	1 ^{ère} 117 F 2 ^e 78 F	1 ^{ère} 134 F 2 ^e 89 F	1 ^{ère} 152 F 2 ^e 102 F	1 ^{ère} 219 F 2 ^e 146 F	1 ^{ère} 276 F 2 ^e 184 F	1 ^{ère} 330 F 2 ^e 220 F	1 ^{ère} 438 F 2 ^e 292 F	1 ^{ère} 600 F 2 ^e 400 F	

PRIX DU FORFAIT MENSUEL

SANS EMPRUNT DE LA LIGNE A GRANDE VITESSE	1 ^{ère} 685 F 2 ^e 612 F	1 ^{ère} 952 F 2 ^e 658 F	1 ^{ère} 1.001 F 2 ^e 692 F	1 ^{ère} 1.064 F 2 ^e 736 F	1 ^{ère} 1.130 F 2 ^e 782 F	1 ^{ère} 1.136 F 2 ^e 786 F	1 ^{ère} 1.331 F 2 ^e 921 F	1 ^{ère} 1.479 F 2 ^e 1.023 F	1 ^{ère} 1.606 F 2 ^e 1.111 F	1 ^{ère} 1.828 F 2 ^e 1.265 F	1 ^{ère} 2.117 F 2 ^e 1.464 F	
AVEC EMPRUNT DE LA LIGNE A GRANDE VITESSE	1 ^{ère} 2.180 F 2 ^e 1.453 F	1 ^{ère} 2.195 F 2 ^e 1.464 F	1 ^{ère} 2.214 F 2 ^e 1.476 F	1 ^{ère} 2.234 F 2 ^e 1.489 F	1 ^{ère} 2.253 F 2 ^e 1.502 F	1 ^{ère} 2.274 F 2 ^e 1.516 F	1 ^{ère} 2.351 F 2 ^e 1.567 F	1 ^{ère} 2.428 F 2 ^e 1.619 F	1 ^{ère} 2.505 F 2 ^e 1.670 F	1 ^{ère} 2.659 F 2 ^e 1.773 F	1 ^{ère} 2.890 F 2 ^e 1.927 F	1 ^{ère} 3.540 F 2 ^e 2.360 F

* Possibilité d'achat par 8 billets minimum : dans ce cas les suppléments sont gratuits.
(1) ensemble des lignes à tarification SNCF.
NOTA : une surtaxe locale peut s'ajouter au prix des billets achetés dans certaines gares.

Auteurs : D. GAUD - J.P. GUICHARD - M. MAROT - C. ROBIN - M. ROBIN

Titre : Travaux numériques
Fascicule 2
- Calcul littéral
- Gestion de données
- Inéquation

Editeur : IREM de Poitiers

Date : Septembre 1988

Niveau : Collège

Mots-clé : Expérimentation - Quatrième - Calcul littéral - Statistique - Proportionnalité - Inéquations - Equations.

Résumé : Le fascicule propose une mise en oeuvre commentée des parties suivantes du programme de 4ème.
- Calcul littéral
- Inéquations et équations
- Applications linéaires et proportionnalité
- Statistiques

Premier tirage : 800 exemplaires