

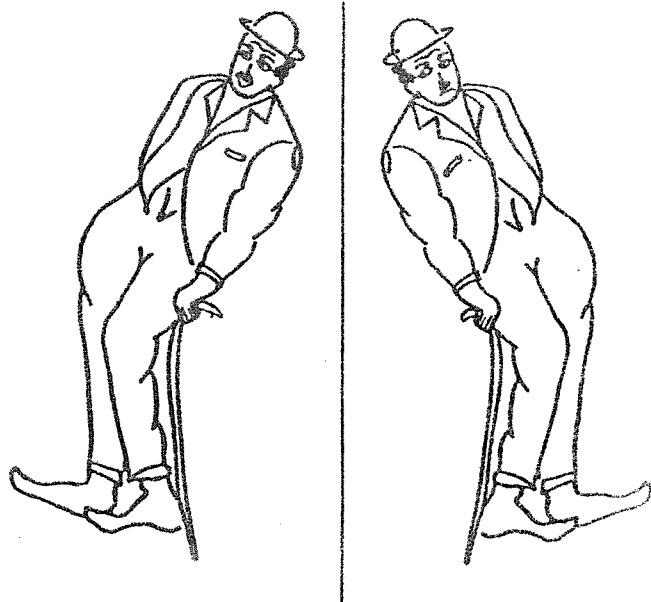
UNIVERSITÉ DE POITIERS

Institut de Recherche
sur l'Enseignement des Mathématiques



Mars 1986

symétrie orthogonale en 6ème



Gilles AURIAULT
Dominique GAUD
Madeleine MAROT
Claude ROBIN

Année 1986

GEOMETRIE 6ème

LA SYMETRIE ORTHOGONALE

G. AURIAULT
D. GAUD
M. MAROT
C. ROBIN

S O M M A I R E

INTRODUCTION	p. 5
1 - Descriptif	p. 5
2 - Programmes	p. 6
3 - Situation "temporelle"	p. 6
 I - ETUDES PRELIMINAIRES	p. 7
1 - Analyse didactique de la symétrie	p. 7
2 - Matériels utilisables	p. 12
 II - NOTRE DEMARCHE	p. 14
1 - Les objectifs	p. 14
2 - Mise en oeuvre	p. 15
a) Séquence n° 1	p. 15
b) Séquence n° 2	p. 20
Test n° 1	p. 24
c) Séquence n° 3	p. 30
1ère partie - Définir le programme de construction d'un point	p. 30
2ème partie - Construction de figures	p. 34
3ème partie - Test et groupes de niveau	p. 40
4ème partie - Construction de la figure symétrique d'une droite	p. 48
 III - CONCLUSION	p. 55
 IV - ANNEXES	p. 57
Annexes I . Programmes de constructions	p. 57
Annexes II . Jeu des 7 erreurs	p. 61
Annexes III Exemples de travaux d'élèves.....	p. 63
Annexes IV Logotypes.....	p. 65
 V - BIBLIOGRAPHIE	p. 73

I N T R O D U C T I O N

La mise en place prochaine (septembre 86) des nouveaux programmes de mathématiques de 6ème a conduit la Direction des collèges à demander à l'ADIREM* de mettre en place des équipes susceptibles d'expérimenter certains points de ce nouveau programme.

Ce dossier a été établi par l'équipe de l'IREM de Poitiers. Cette équipe, composée de 3 professeurs enseignant au collège de Vouneuil/Vienne (86) et du Directeur d'études du centre P.E.G.C., a travaillé sans décharge de service.

1 -Descriptif

. 5 classes de 6ème réparties en 3 modules ont été concernées.

1er module : 6A et 6B tout l'horaire est en parallèle.

2ème module : 6C et 6D tout l'horaire est en parallèle.

3ème module : 6E

Les deux premiers modules permettent, quand le besoin s'en fait sentir, de répartir les élèves en classes de niveau sur la totalité de l'horaire (ou une partie). Dans le 3ème module les élèves ont pu être répartis en 2 groupes de niveau grâce à la présence bénévole des deux autres professeurs.

Les élèves disposent dans chaque classe d'un cahier d'essais (réservé aux mathématiques), d'un classeur de mathématiques et d'un répertoire alphabétique où sont notés le vocabulaire et les constructions fondamentales (ce répertoire, qui suit les élèves jusqu'à la 3ème, est géré par l'élève).

* Assemblée des directeurs d'IREM.

2 - Les programmes

.. ACTIVITES GEOMETRIQUES

- 1 - Reproduction de figures planes simples.
Comparaison d'aires planes.
- 2 - Parallélépipède rectangle : description, représentation en perspective, patrons.
- 3 - Dans le plan, transformation de figures par symétrie orthogonale par rapport à une droite, en exploitant des situations-problèmes nécessitant des manipulations, des dessins et des mesures :
 - . construction de l'image : d'un point, d'une figure simple. Mise en évidence de la conservation des distances, de l'alignement des angles et des aires. Exemples d'utilisation de ces propriétés.
 - . Construction d'axes de symétrie (médiatrice, bissectrice...) construction de triangles isocèles, de quadrilatères possédant des axes de symétrie (rectangles, losanges...)énoncé et utilisation de quelques propriétés caractéristiques des figures précédentes.

3 - Situation "temporelle"

Nous avons découpé le programme de géométrie de 6ème de la manière suivante :

- * Qu'est-ce qu'un programme de construction (durée 6h) ?
Exécution de programmes de constructions, 3ème et 4ème semaines de septembre.

Il s'agit de faire exécuter des figures aux élèves. Ces constructions permettent d'utiliser le vocabulaire (droite, segment, perpendiculaire) et les instruments de dessin ainsi que de sentir la nécessité d'un tracé précis. (voir annexe 1).

- * Etude de l'outil symétrie orthogonale (durée 17h), octobre.
- * Triangles, quadrilatères, médiatrice.
- * Angles, bissectrice.

Ces deux dernières parties permettent de réinvestir l'outil symétrie et de parfaire la construction de l'axe de symétrie.

I - ETUDES PRELIMINAIRES

1-Analyse didactique de la symétrie.

Nous nous sommes fixé deux objectifs généraux :

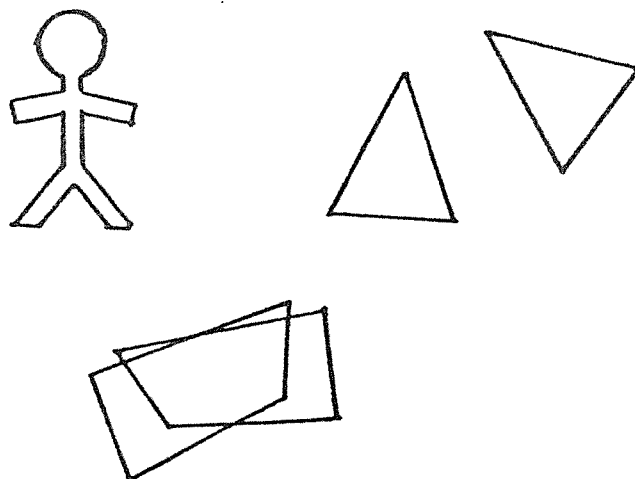
- reconnaître si une figure est symétrique,
- tracer la symétrique d'une figure à l'aide des instruments.

• Repérage des difficultés sur chacun des objectifs.

- Reconnaître une figure symétrique.

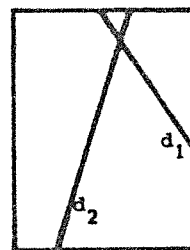
3 difficultés majeures :

- a) la complexité de la figure (voir par exemple le jeu des 7 erreurs)
- b) le nombre de morceaux qui composent la figure, éventuellement le chevauchement de ces morceaux.



c) la nature des objets dessinés

exemple : les droites* d_1 et d_2
dessinées dans la feuille ci-
contre sont elles symétriques ?



* il en est ainsi pour les 1/2 droites, les angles....

- Construction d'une figure à l'aide des instruments.

La reconnaissance de la symétrie d'une figure passe souvent par le pliage en début d'apprentissage.

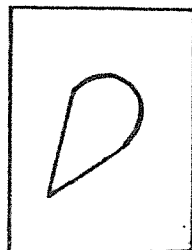
Le pliage est aussi utilisé par les élèves pour construire la figure symétrique d'une figure donnée. Les difficultés recensées ci-dessous ne sont valables que si le pliage est interdit ou mieux si le papier est opaque ou ne se laisse pas aller au pliage (carton).

a - Papier non quadrillé

on peut distinguer 5 difficultés :

* la complexité de la figure :

Exemple :



Une telle figure est perçue globalement par nombre d'élèves. La construction de la figure symétrique (par rapport à un axe quelconque) suppose une analyse préalable du type : quels sont les points remarquables (qu'il suffira de symétriser) permettant la construction de la figure ?

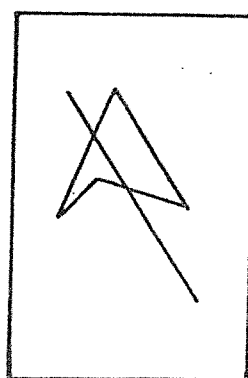
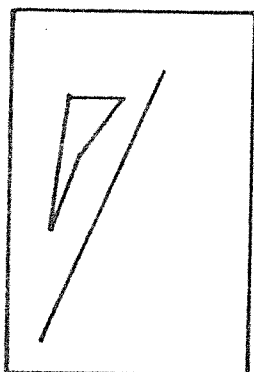
- De quelles figures élémentaires est constituée cette figure ?

Cette difficulté n'apparaît pas si la consigne est de tracer à main levée la figure symétrique.

D'autre part la construction de la figure symétrique nécessite la maîtrise des instruments de dessin, celle-ci est en cours d'acquisition en sixième.

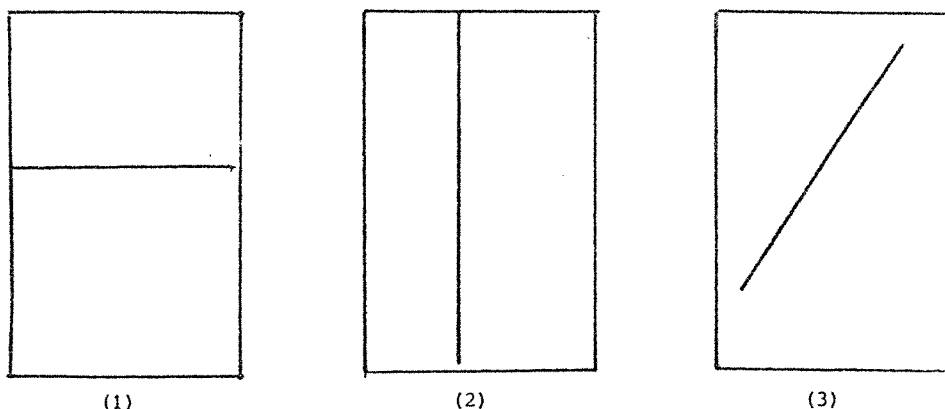
* La position de la figure par rapport à l'axe.

La figure coupe-t-elle ou ne coupe-t-elle pas l'axe ?



Ce type de difficultés peut être dû au fait que le pliage favorise la bijection d'un demi-plan dans l'autre demi-plan et non pas du plan dans lui-même.

* La position de l'axe par rapport au bord des feuilles



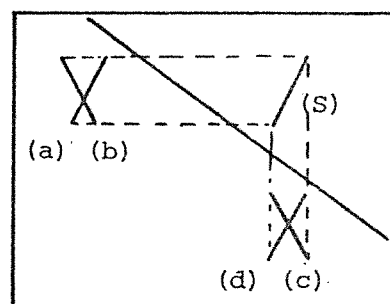
Il semble que la vision des bords prime sur la vision de l'axe.
L'imagination du pliage pour construire la figure symétrique est difficile pour le cas (3) mais facile pour (1) et (2) car des bords coïncident lors du pliage.

* En cas d'axe non parallèle à un bord, la position de la figure par rapport aux bords de la feuille intervient.

Citons un extrait de l'article de D. Grenier et M.J. Perrin (Petit x n° 7).

Nous entendons par "procédure de rappel horizontal" une procédure qui, à une figure donnée, fait correspondre une figure dont les points extrêmes sont déterminés par translation horizontale des points extrêmes de la figure donnée. De même, une "procédure de rappel vertical" donne une figure-image dont les points extrêmes sont translatés verticalement des points extrêmes de la figure initiale.

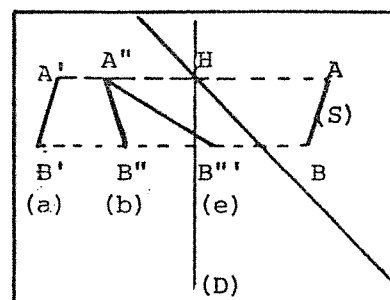
Ainsi (a) et (b) sont obtenus "par rappel horizontal" des extrémités du segment (S), (c) et (d), sont obtenus par "rappel vertical" des extrémités de (S). Ces procédures peuvent être "liées à l'axe" dans le sens où il y a report, pour une des extrémités (ou les deux) de la distance à l'axe sur la ligne de rappel choisie.



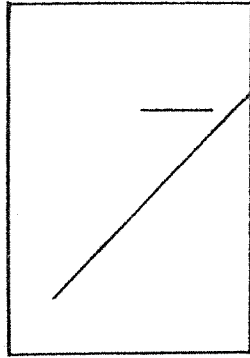
Par exemple : (a), (b) et (e) sont obtenus par "rappel horizontal", avec pour (a) : $A'H = HA$ et (a) parallèle à (S)

pour (b) : $B''K = HA$ et A'' tel que (b) soit symétrique de (S) par rapport à (D)

pour (e) : $A''H = HA$ et $B''K = KB$.



Dans certains cas ces procédures qui peuvent être habituelles chez certains élèves n'apparaissent pas car la disposition, figure-axe, dans la feuille ne le permet pas.



Dans ce cas les élèves, pour qui le contrat est implicite ("puisque le prof. le demande c'est possible") peuvent utiliser la bonne procédure. Mais la procédure erronée resurgit dès que la position figure-axe dans la feuille le permet.

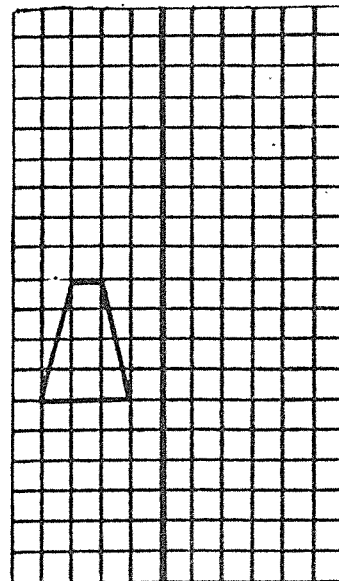
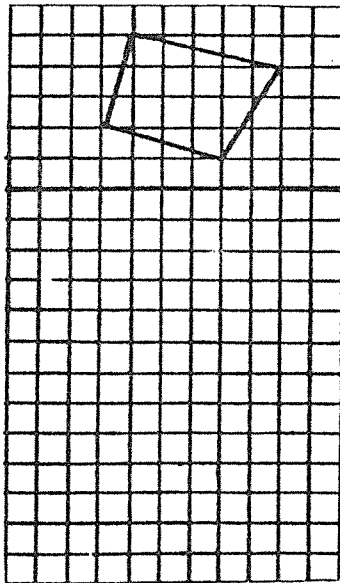
* La nature des figures à symétriser

Exemple : Symétriser une droite suppose que l'élève ait assimilé qu'une droite est déterminée par deux points et qu'ensuite il prenne l'initiative du choix des points.

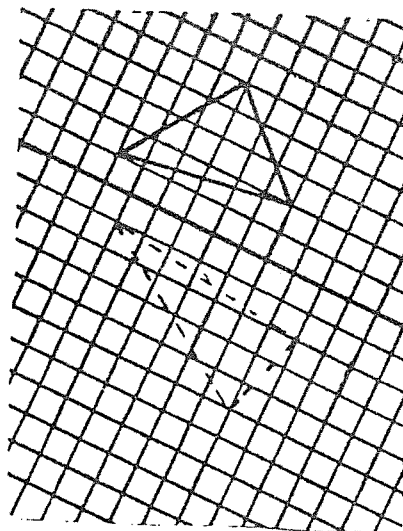
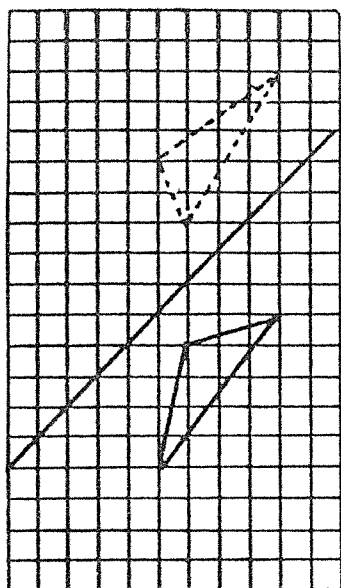
D'autre part il y a peu de chance pour que les deux morceaux de droite tracés soient superposables ("longueurs différentes").

b - Papier quadrillé

Les procédures utilisées par les élèves sont des procédures de comptage des carreaux (cf. Petit x n°7).

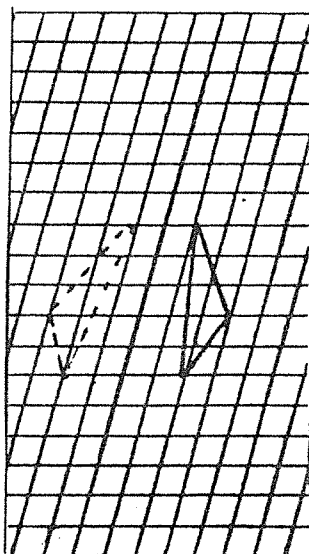


Des difficultés liées à l'emploi abusif de ces procédures apparaissent dans les cas suivants :



Axe oblique : rappel vertical (ou horizontal) et procédure de comptage conduisent à une symétrie oblique.

Mailles non parallèles aux bords de la feuille : symétrie oblique.



Les mailles parallélogrammes, la procédure de comptage conduisent à un rappel horizontal.

Des blocages peuvent aussi surgir si l'axe et la figure sont disposés indépendamment des noeuds du quadrillage.

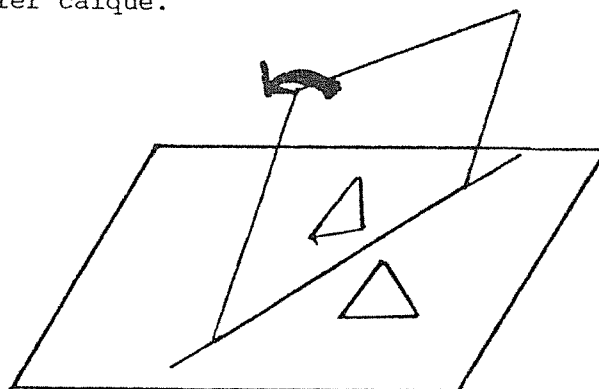
2-Matériels utilisables.

Nous avons recensé différents types de matériels utilisables en classe.

1) Matériel pour construire une figure symétrique ou vérifier la symétrie d'une figure.

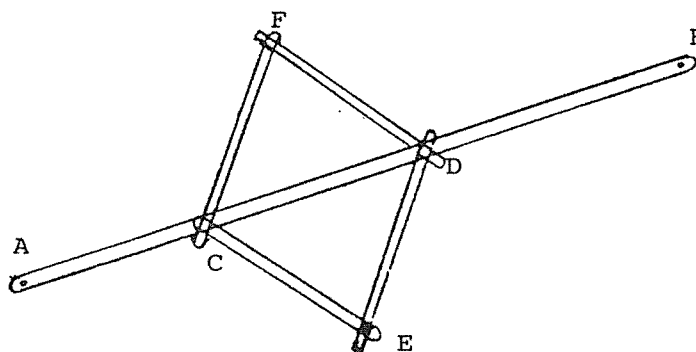
M_1 : Le pliage et les épingles : celles-ci étant disposées aux points remarquables de la figure.

M_2 : Le papier calque.



L'axe et la figure sont décalqués puis le papier calque est collé sur la feuille de telle manière que les axes coïncident. La rotation du papier calque permet l'obtention de la figure symétrique ou la vérification de la symétrie.

M_3 :



A et B sont fixes

C et D peuvent glisser sur la tige AB

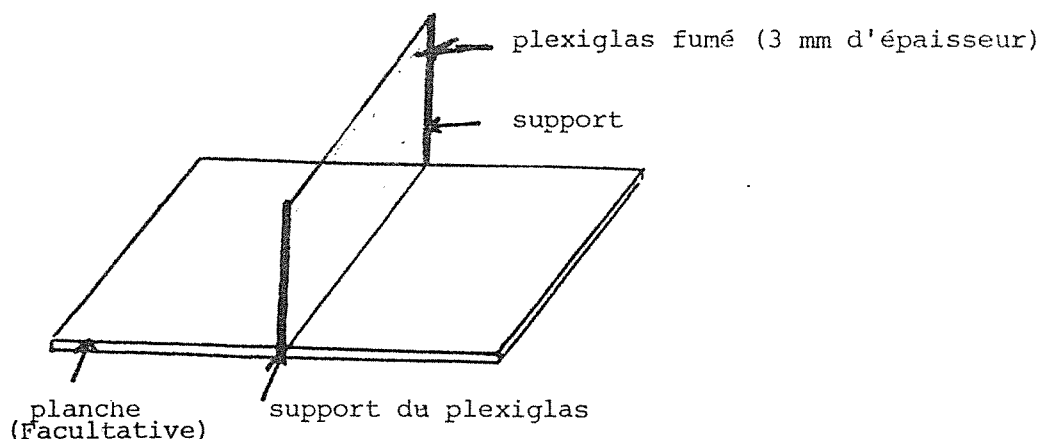
CFDE est un losange articulé

F pointe sèche

E crayon

On pourra consulter Ludi Matériel n°3 (APMEP)

M₄ Le symétriseur "plexiglas"



Sur une planche sont fixés deux supports. Ces supports permettent le glissement vertical d'un morceau de plexiglas fumé. Celui-ci permet de réfléchir la figure mais aussi de voir de l'autre côté (ce que ne permet pas le miroir !).

Pour construire ou vérifier, il suffit de glisser la feuille sous le plexiglas de telle manière que l'axe de la figure soit confondu avec le bord du plexiglas. Quand la figure coupe l'axe on se place successivement de chaque côté.

2) Matériels pour apprendre à visualiser la symétrie

M₅ : Films. Dans la série "10 films de géométrie" du C.N.D.P. existent 2 films sur la symétrie.

M₆ : Les logotypes : diapositives disponibles à l'IREM de Poitiers (voir annexe IV)

M₇ : Pavages, frises, papier peint.

M₈ : Le jeu "Réflexion" de chez Ravensburger.

M₉ : Logiciels.

M₂, M₄, M₁ privilégient la correspondance globale de la figure contrairement à M₃ qui privilégie la correspondance ponctuelle.

M₁, M₂, M₃ tendent à faire percevoir la symétrie comme application d'un demi-plan dans un autre demi-plan contrairement à M₄.

II - NOTRE DEMARCHE

1 - Les objectifs

a) Objectifs cognitifs

A l'issue de ce chapitre un élève doit :

- savoir :
 - que le symétrique d'un segment est un segment de même longueur
 - que le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon
 - que le symétrique d'un angle est un angle de même mesure.
 - Ecrire le programme de construction du symétrique d'un point avec le vocabulaire approprié (milieu, perpendiculaire).
- savoir faire :
 - la reconnaissance d'une figure symétrique
 - la construction à main levée de la symétrique d'une figure
 - la construction de la symétrique d'une figure simple*
 - la construction de l'axe de symétrie d'une figure à partir de 2 points et de leurs symétriques.

D'autres contenus sont abordés dans cette partie :

- révision et utilisation du vocabulaire: point, droite, perpendiculaire, triangle, rectangle, carré, sommet, segment, droite, angle...
- réflexions sur le statut de ces objets :
exemple : une droite est infinie, elle est constituée de points et définie par 2 points.
- Utilisation des instruments pour construire (des perpendiculaires), mesurer ou reporter des distances (règle graduée, compas)
- Analyse de figures.
- Introduction et rédaction de programmes de construction.

REMARQUE : Aucun cours n'a été fait sur les notions de droites, segments....
Au fur et à mesure que les notions sont abordées de manière significative, le répertoire de l'élève est complété.

b) Objectifs généraux

- Développer la sociabilité des élèves : ceux-ci travaillent par groupes dans lesquels ils doivent débattre en cas de désaccord et argumenter leurs points de vue.
- Développer les qualités de soin et d'ordre.

* Simple : voir les exemples donnés dans la partie mise en oeuvre.

2 - Mise en oeuvre

Nous avons divisé le travail en trois :

- faire distinguer une figure symétrique d'une figure qui ne l'est pas
- faire tracer des figures symétriques à main levée
- faire construire des figures symétriques à l'aide des instruments.

a) Séquence n° 1 : Durée 2h. Distinguer une figure symétrique d'une figure qui ne l'est pas.

Déroulement *

* la feuille n° 1 est distribuée
puis découpée suivant les pointillés.

* consigne : Ces figures ont un point commun. Pouvez-vous dire lequel ?

* Des élèves remarquent :

- que tous les "bords sont droits"

- que certaines ont des angles droits.

Très rapidement, un puis plusieurs élèves découvrent que par pliage les figures se superposent :

"Les figures sont retournées"

"Les cocottes sont face à face"

"Si on plie elles sont l'une sur l'autre" !

Le professeur intervient pour préciser * que ces figures sont symétriques et que la droite de pliage s'appelle axe de symétrie.

Commentaires

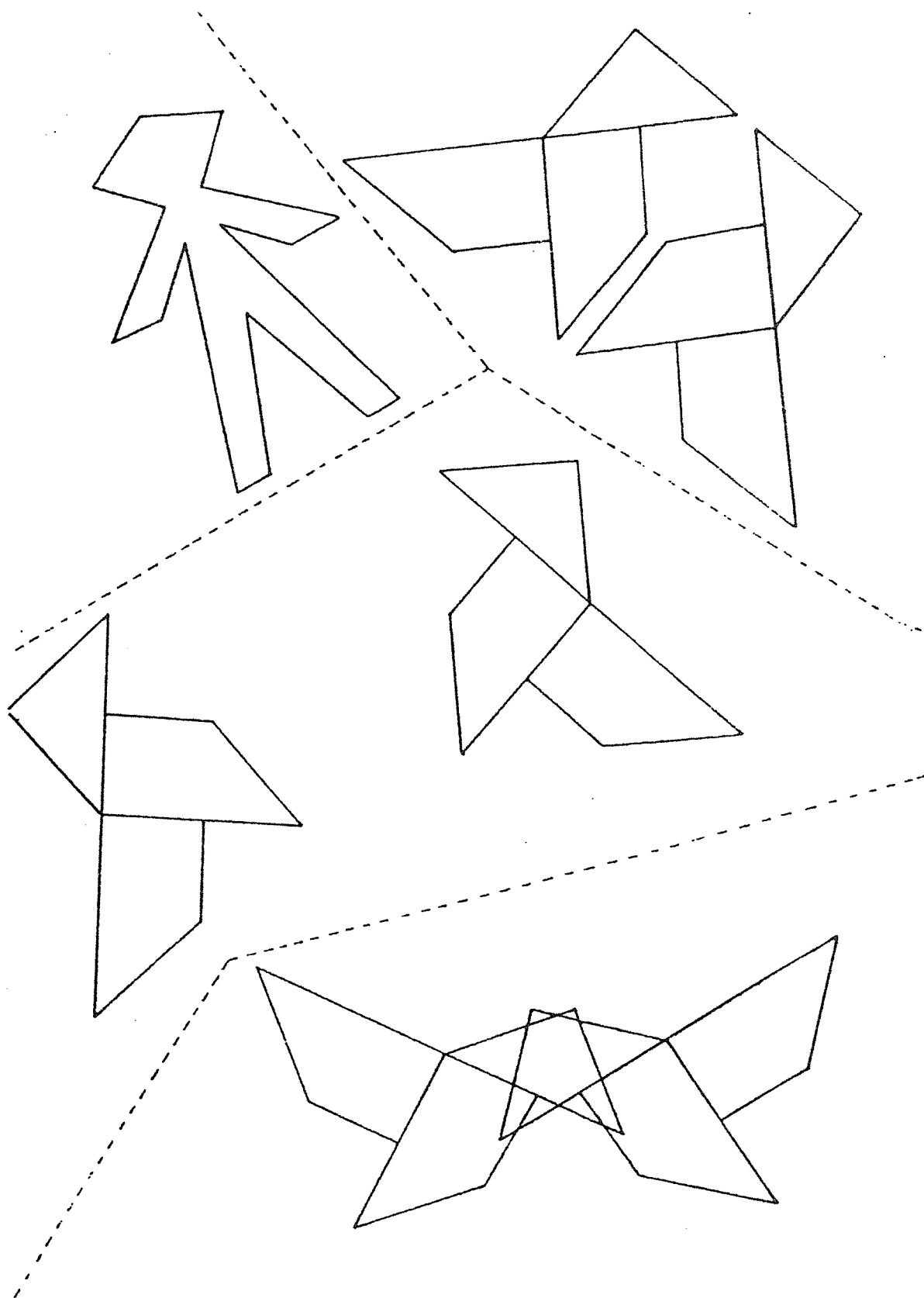
Les pointillés ont été tracés de telle manière :

- qu'aucun des morceaux ne soit de forme régulière (carré ; rectangle)
- que chaque morceau soit vu globalement et indépendamment des autres morceaux
- qu'aucun axe de symétrie ne soit parallèle aux bords des morceaux.

Peut-être aurait-il fallu "arrondir" une figure !

* ou faire préciser par les élèves eux-mêmes car certains connaissaient le mot "symétrie".

* "Le déroulement synthétise les différents déroulements effectués dans les 5 classes.



* Les matériels M_2 et M_4 sont présentés aux élèves en précisant que ces matériels peuvent vérifier la symétrie en évitant de plier. Chaque groupe vérifie alors la symétrie des figures à l'aide d'instruments.

* A l'issue des vérifications les objectifs sont annoncés aux élèves:
"Vous allez étudier la symétrie.
A la fin de cette étude vous devez :
- reconnaître une figure symétrique d'une figure qui ne l'est pas (sans pliage).
- Construire à main levée la symétrique d'une figure.
- Construire la symétrique d'une figure à l'aide des instruments."

* Distribution des feuilles n° 2 et n° 3.

Consigne : "mettre un "S" sous les figures symétriques et tracer l'axe à main levée, vous pouvez utiliser le matériel (papier calque et M_4) qui est posé sur le bureau.
Son usage ne doit intervenir que si vous n'êtes pas d'accord dans le groupe. N'utilisez le pliage que si le matériel n'a pas satisfait votre attente.

- Mise en commun des résultats à l'aide du rétroprojecteur (les feuilles 2 et 3 avaient été photocopiées sur transparent).

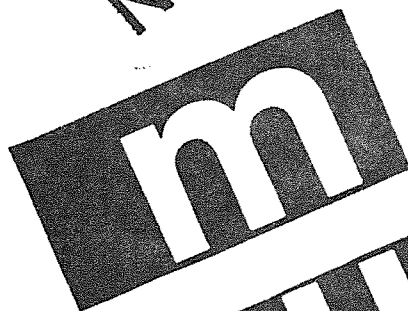
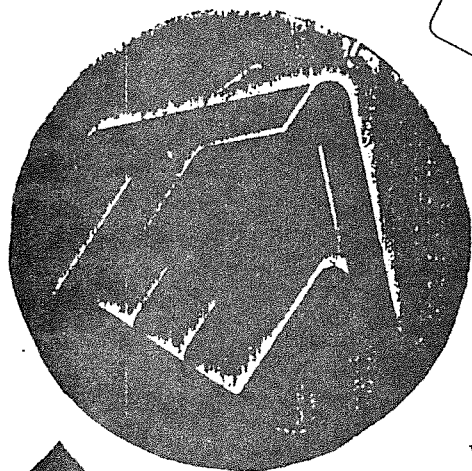
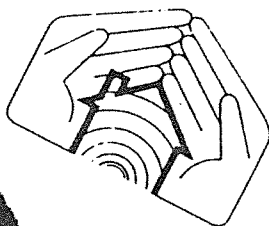
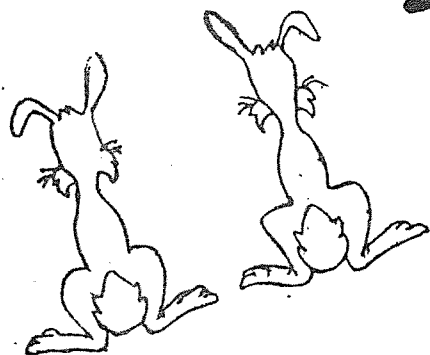
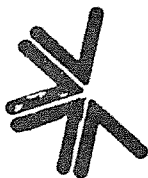
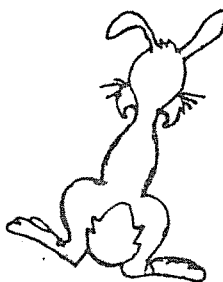
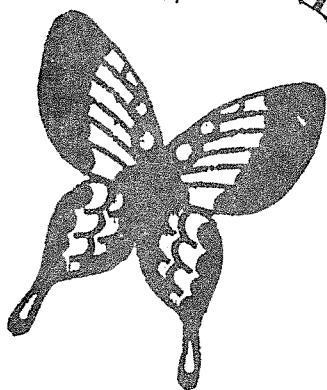
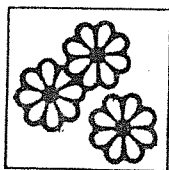
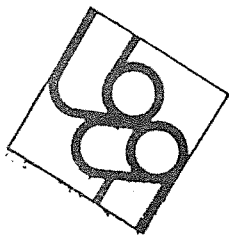
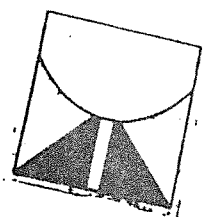
Nous avons choisi M_2 parce que l'usage du papier calque est répandu à l'école élémentaire. Son utilisation a été expliquée au rétroprojecteur.

M_4 a été choisi car son usage est simple, rapide sa fabrication peu coûteuse et surtout parce qu'il ne privilégie pas la symétrie comme application d'un demi-plan dans l'autre.

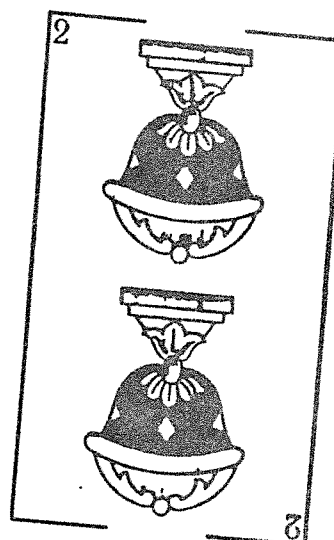
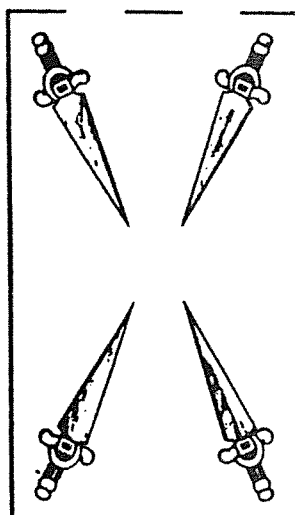
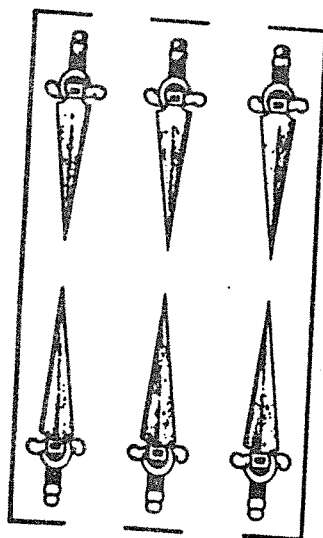
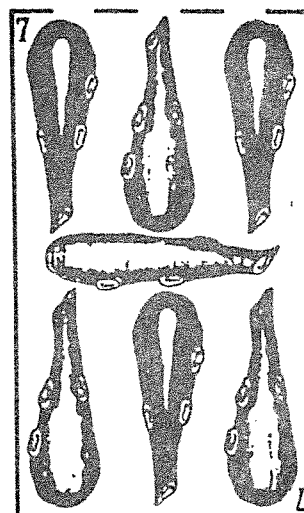
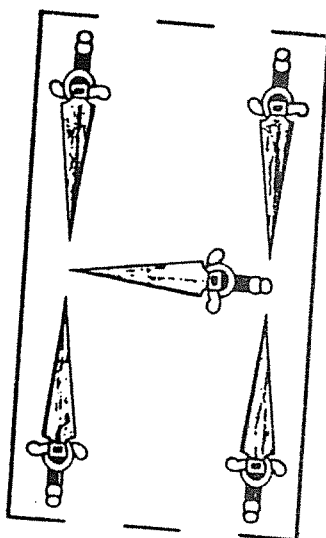
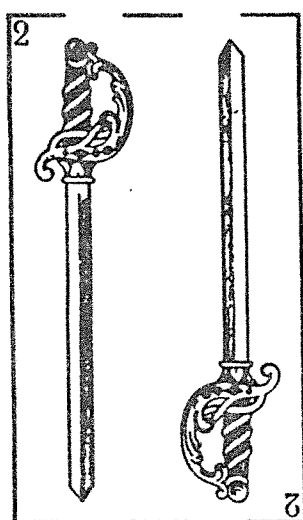
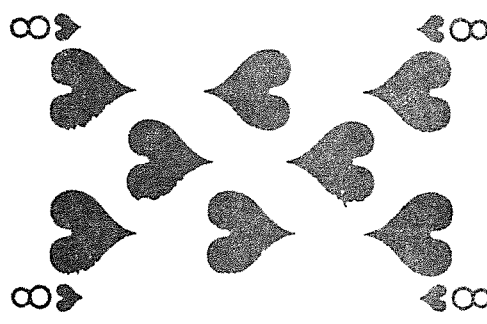
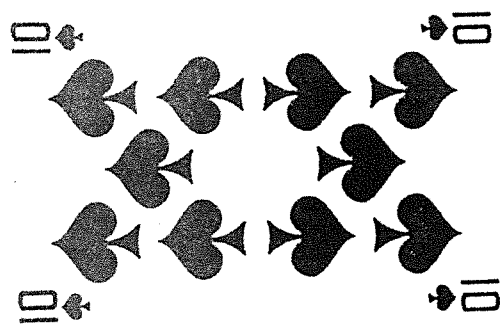
Les logotypes et figures ont été disposés de manière à ne pas privilégier les positions de la figure et de l'axe par rapport aux bords des feuilles.

L'organisation de cette phase permet d'apprendre à repérer à vue une figure symétrique. La discussion entre élèves permet d'éviter l'usage intempestif du matériel M_4 (matériel préféré des élèves) et favorise les débats entre élèves.

Les axes de symétrie se limitent bien souvent au cadre de la figure ; ils semblent perçus comme des segments. La preuve de la symétrie à ce niveau de l'apprentissage est donnée par la vérification à l'aide du matériel. Des discussions sont apparues dans les groupes puis entre les groupes (dans la mise en commun) car certains tenaient compte de la mauvaise impression des feuilles. Les élèves ont respecté la consigne et peu utilisé le matériel.



Feuille n° 3



- la feuille n° 4 est distribuée (d'après l'IREM de Clermont). Cet exercice est à faire à la maison. La correction est effectuée au rétroprojecteur.

D'autres exercices de ce type ont été mis dans l'annexe II. Cet exercice a eu un gros succès auprès des élèves (et aussi des parents!) Une étude très minutieuse a été faite

b) Séquence n° 2 : Dessin à main levée
durée 45 mn.

Distribution de la feuille n° 5

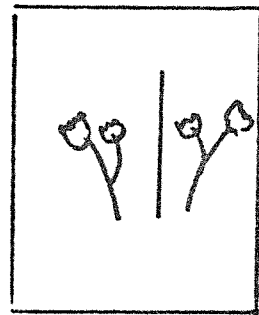
Consigne: "compléter à main levée les figures de manière à avoir une figure symétrique par rapport à la droite tracée".

Le dessin à main levée permet de cerner les difficultés liées seulement à la symétrie (pas d'instrument autre que le crayon) et permet une évaluation globale du travail précédent.

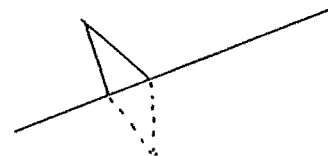
Principales erreurs

- les fleurs ont été translattées totalement ou en partie dans 4% des cas.

"En partie" signifie que l'une des fleurs a été translattée :

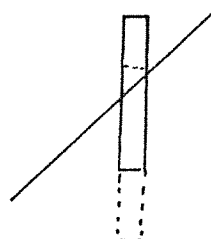


- Le sapin : peu d'erreur significative.
- Le bonhomme de neige. Les demi-cercles n'ont pas posé de problème. Par contre 5% des élèves se sont trompés sur le chapeau (la partie symétrique est isocèle)



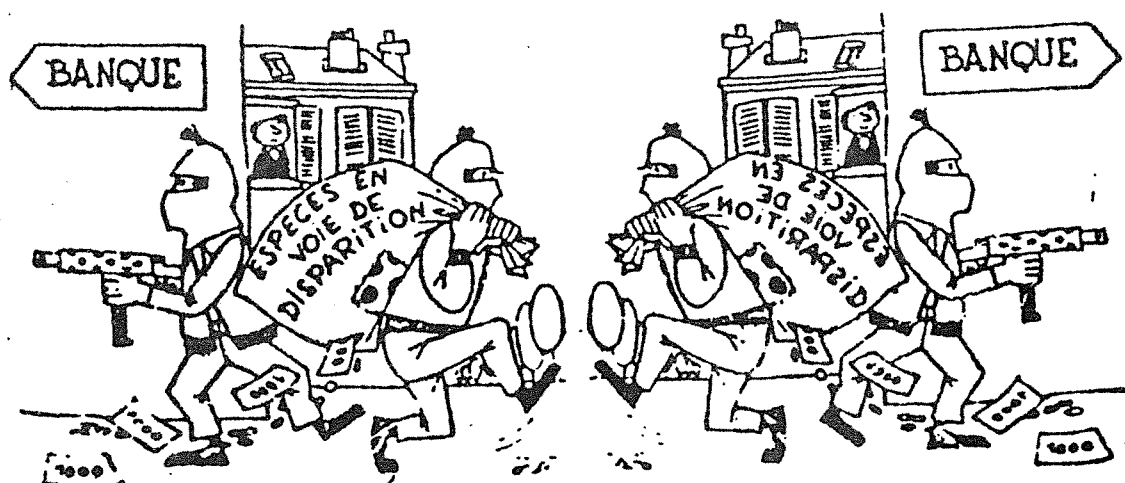
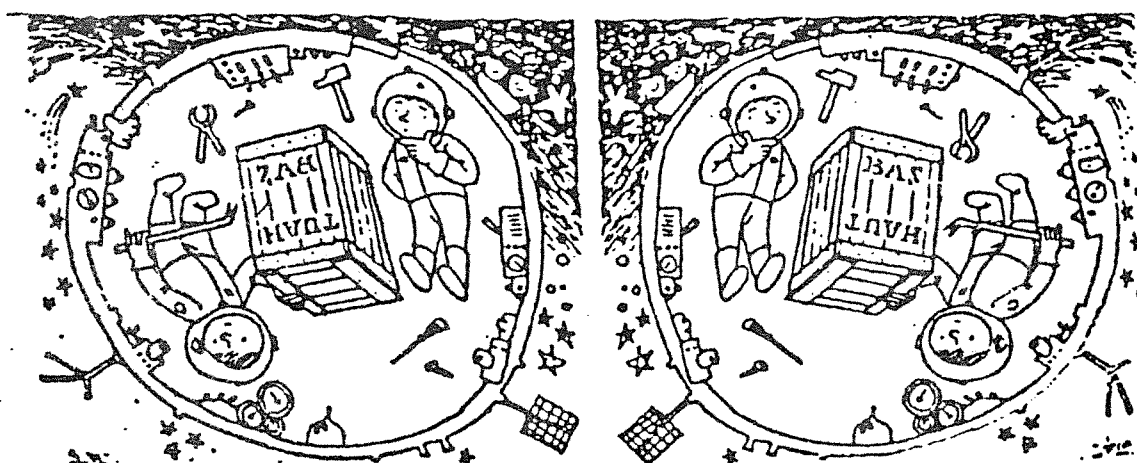
et 30% des élèves se sont trompés sur le bâton :

- procédure de rappel vertical (erreur très fréquente) le bâton avait été volontairement disposé "verticalement".



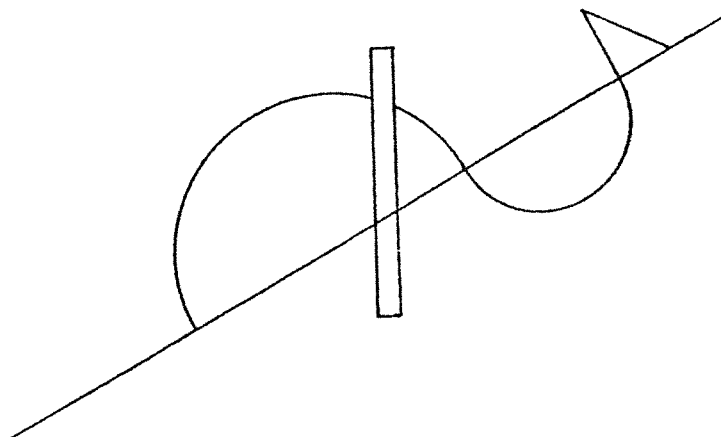
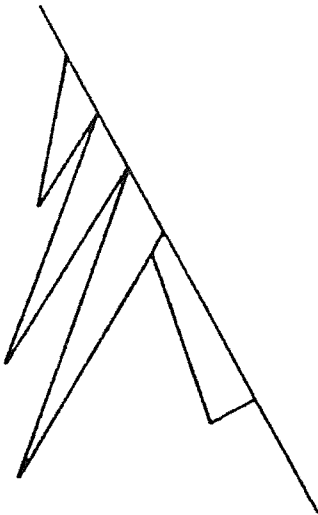
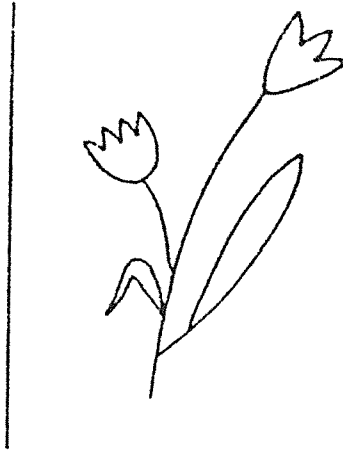
Feuille n° 4

Les dessins de gauche se reflètent comme dans un miroir et donnent les dessins de droite . Pour chaque série trouve au moins quatre erreurs .

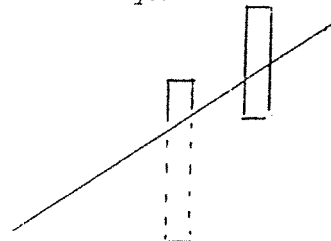


Feuille n° 5

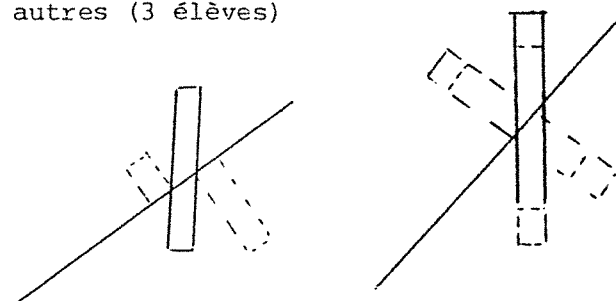
Complète à main levée pour que chaque figure soit symétrique.



- procédure de symétrie centrale (?)



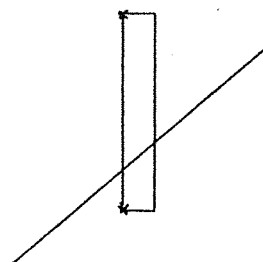
- autres (3 élèves)



Ces tracés ont été réfléchis car les élèves ont d'emblée pointé cette difficulté. Très peu ont modifié la position de la feuille pour amener l'axe "horizontal" ou "vertical". La position des bords de la feuille est plus importante que celle de l'axe.

D'autre part ils n'analysent pas spontanément la figure tracée. Le réinvestissement des 2h précédentes n'a pas lieu d'emblée mais doit être suscité par le professeur.

On peut noter que 3 élèves ont eu l'idée de tracer les symétriques de 2 sommets "extérieurs" du bâton.

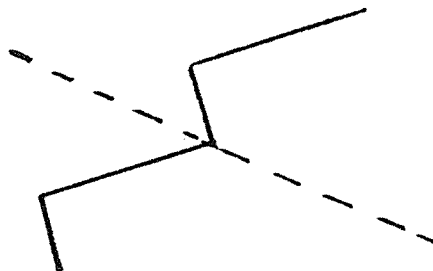
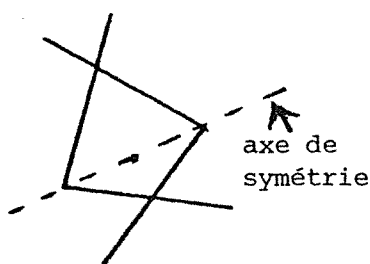


(Les feuilles ont été relevées et remises aux élèves sans annotation) une autocorrection a été faite par les élèves.

Test n° 1; suivi du test (Durée 2h)
.Test (voir feuilles 6 et 7)

Les observations précédentes menées par un seul professeur dans sa classe ne permettaient pas de situer les difficultés de chaque élève. D'où le test qui reprend les notions déjà étudiées.

Seule une dizaine d'élèves sur les 5 classes ont commis des fautes grossières du type :



ou ont translaté la figure 2 de l'exercice 2 (surnommée les "montagnes" par les élèves). Ces élèves ont été repris individuellement.

Distribution de la feuille n° 8
Durée 1h

Consigne : voir la feuille* n° 8
Les élèves cherchent en groupe (30mn).
La mise en commun est effectuée au rétroprojecteur.

Ce que les élèves ont vu :

Figure 1 : "elles sont à l'envers"
(sous entendu : pour être symétrique)
Devant l'ambiguïté du mot "envers"
relevé par le professeur, les élèves
précisent : "face à face" ou "dos à
dos".

Figure 2 : les figures n'ont pas même
grosseur.

Figure 3 et 5 : Les figures n'ont
pas même forme. ("Les angles entre
les 2 montagnes ne sont pas les mêmes").

Le test a montré que les dessins
des montagnes, même effectués à
main levée, présentent des anomalies
dans de nombreux cas et qu'il nous
fallait faire préciser dans leur lan-
gage ce que devait vérifier la figure
symétrique d'une figure donnée.

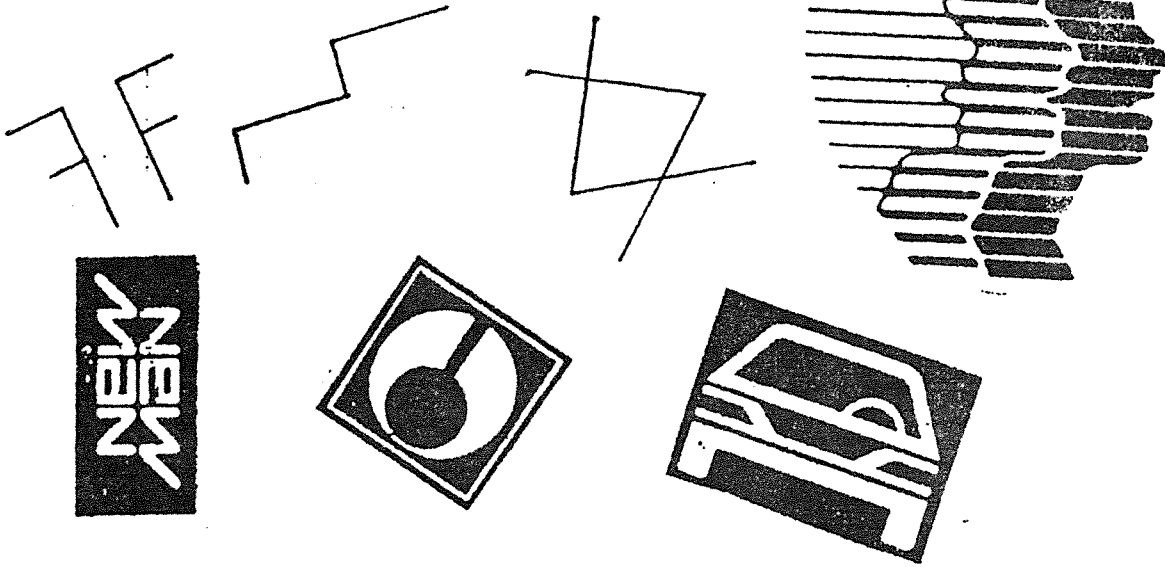
*les figures marquées d'un R sont
en rouge.

Aucune mesure de segments n'inter-
vient. En fait il semble que la fi-
gure soit vue globalement et que
les segments ne soient pas perçus.

Feuille n° 6

TEST n° 1

Ex. n° 1 - Dis si les figures sont symétriques,
si oui, trace l'axe.



Ex. n° 2 - Complète pour avoir des figures symétriques.

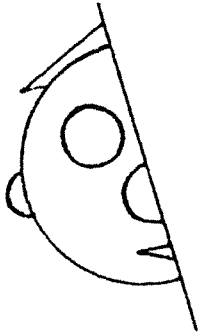


Figure 1

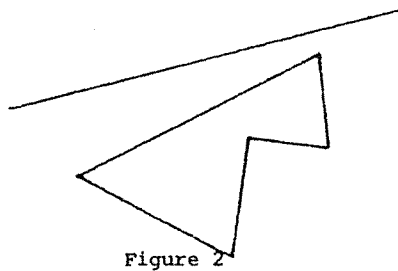
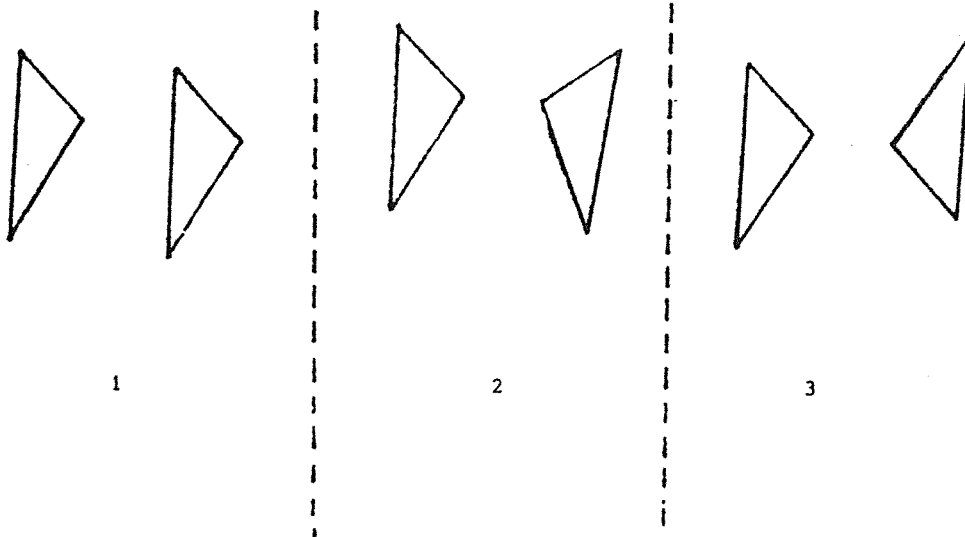


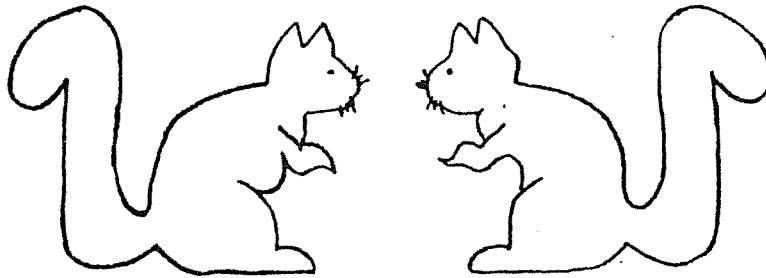
Figure 2

Feuille n° 7

Ex. n° 3 - Laquelle des trois figures est symétrique ?....
Dans le cas d'une figure symétrique, trace l'axe.



Ex. n° 4 - Ce dessin représente un écureuil* qui se regarde dans une glace. Le miroir déforme un peu, trouve deux erreurs.



* D'après l'IREM de Rennes

Feuille n° 8

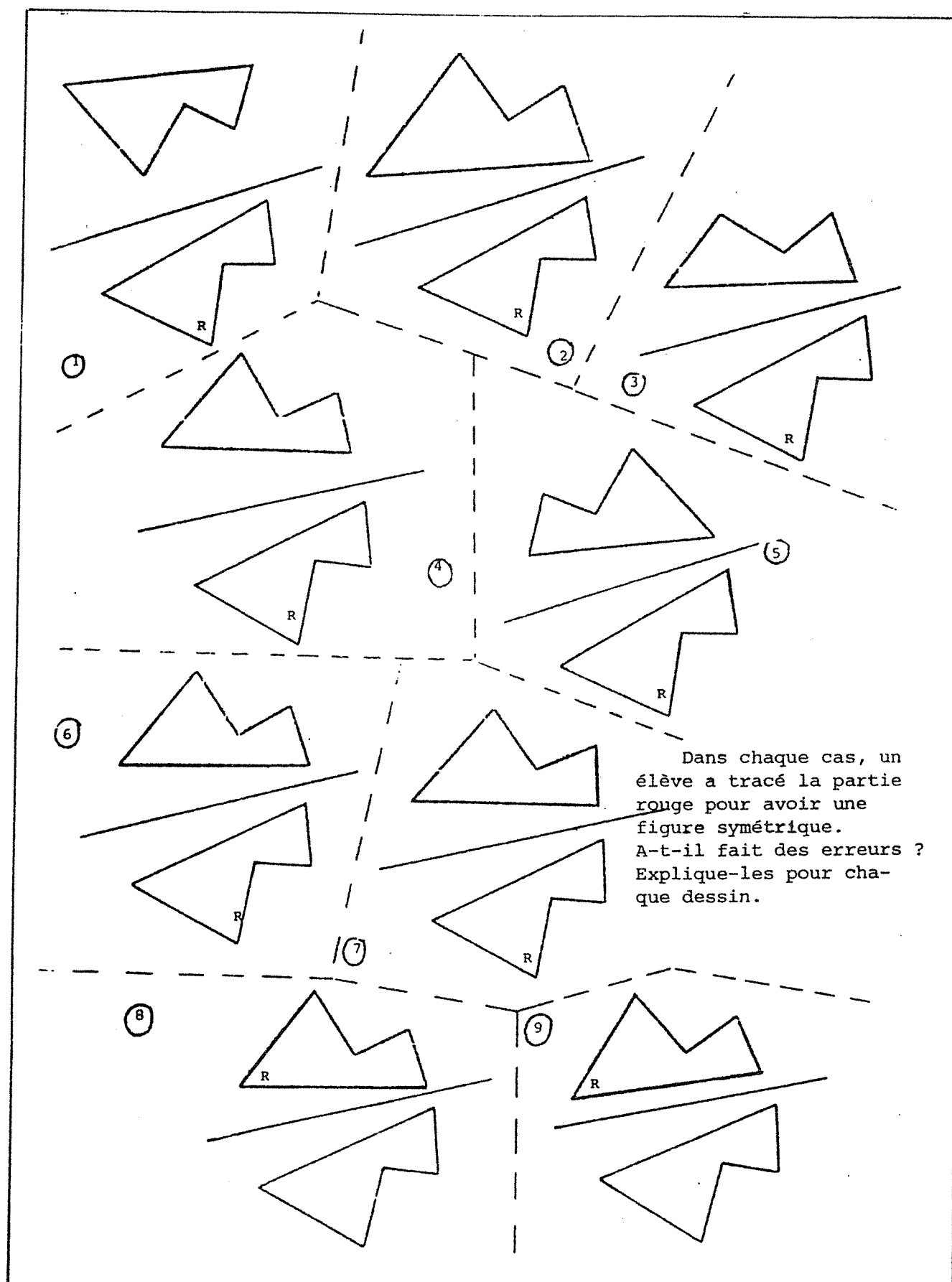


Figure 4 : "la figure rouge est trop loin du bâton".

Figure 5 : "la montagne est la tête au pied"

Figure 9 : "la rouge n'est pas bien en face". La barre est parallèle à l'axe elle devrait l'être de l'autre côté.

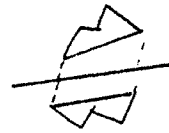
Figure 6 et 7 :

Après les difficultés de formulations les élèves retiennent que les rouges ne sont pas très en face.

Figure 8 : "la rouge est trop près de l'axe".

Par "bâton" l'élève entend axe !

Certains élèves tracent les segments joignant les points



correspondants et mesurent. (Les milieux sont sur l'axe). Ils ne tirent aucune conclusion malgré les sollicitations du professeur.

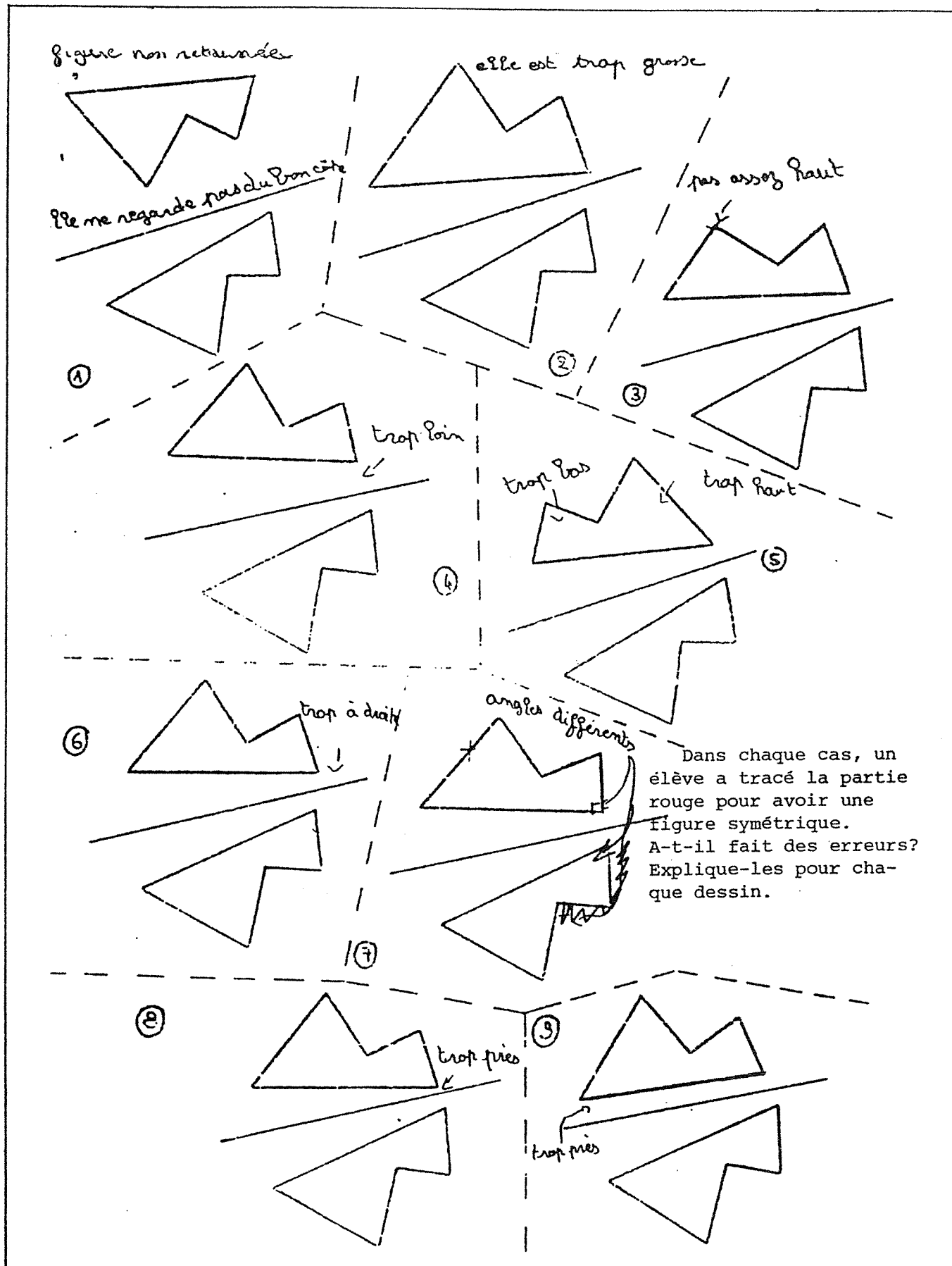
La synthèse :

Elle est effectuée dans leur langage et copiée dans le classeur.
Pour être symétrique les figures doivent être :

- face à face ou dos à dos
- de même grosseur
- de même forme
- bien en face l'une de l'autre.

Ci-joint un exemple du travail élève, feuille n° 9.

Feuille n° 9
Exemple de travail élève



c) Séquence n° 3

1ère partie : Définir le programme de construction du symétrique d'un point. Dans un premier temps il s'agit de donner aux élèves un moyen de vérifier la symétrie d'une figure à l'aide des instruments.

Durée 2h.

Les feuilles 10 et 11 sont distribuées à la fin de la séquence précédente. Les élèves doivent chez eux découper les rectangles puis, sans plier, classer les figures symétriques et celles qui ne le sont pas.

Choix des figures.

1 - 9 - 10. Les cocottes sont symétriques par rapport à un point. Elles ont été disposées dans des positions différentes pour observer s'il y a confusion avec les positions relevant de la symétrie axiale.

2 - Les cocottes sont symétriques par rapport à un axe (quelconque pour les bords mais non quelconque pour les cocottes).

3 - Les cocottes ne sont pas symétriques. La "non symétrie" est difficile à voir de par la position des cocottes qui induit un "faux axe" parallèle à un bord.

Les segments qui joignent les points respectifs sont parallèles.

4 - Les cocottes ne sont pas symétriques à cause des pattes.

5 - Les cocottes sont translatées.

6 - Les cocottes ont été disposées symétriquement mais le bord de la feuille perturbe la vision de la symétrie.

7 - La figure est symétrique mais les cocottes ne sont pas disjointes.

8 - Les cocottes sont homothétiques.

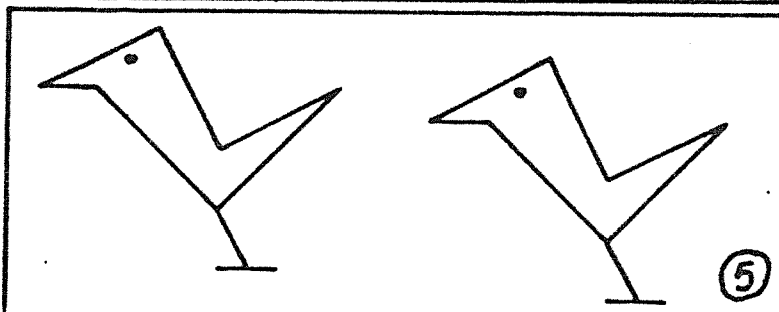
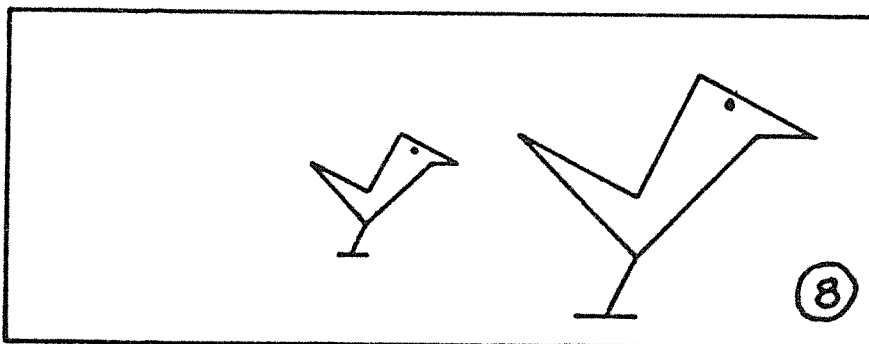
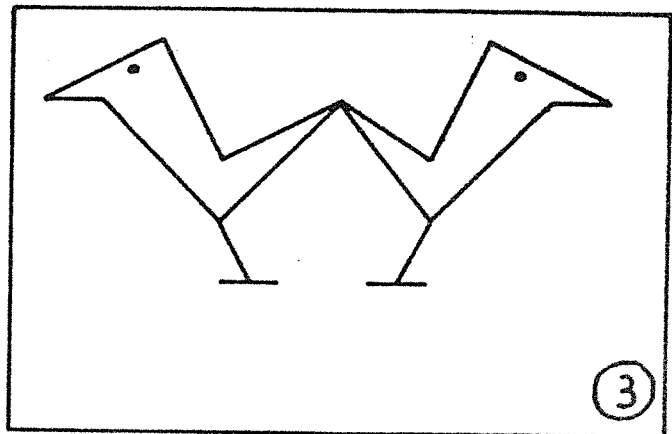
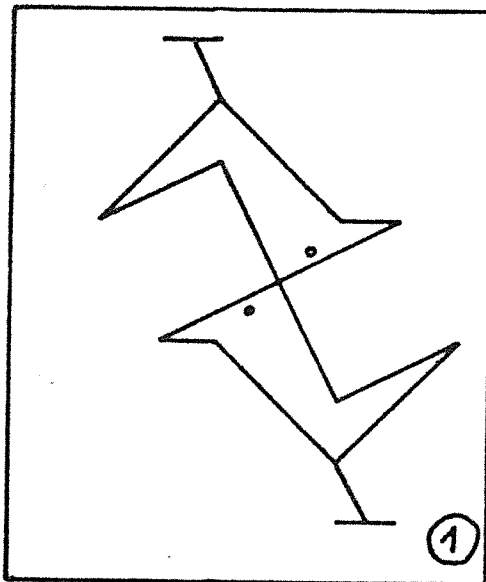
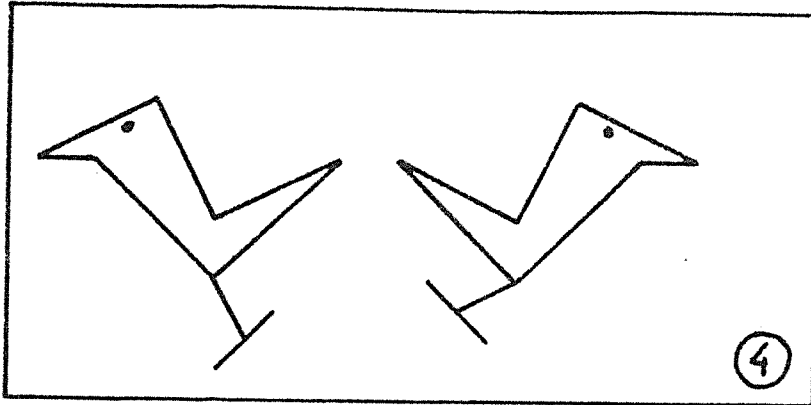
11 - Les cocottes sont symétriques.

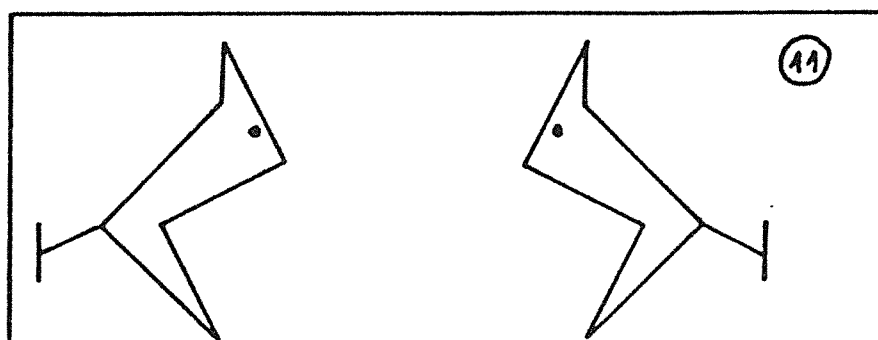
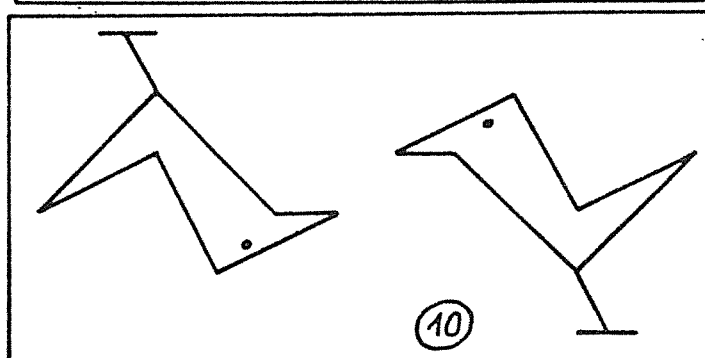
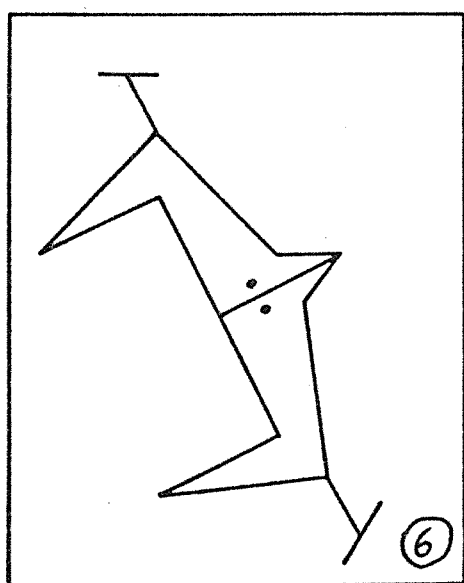
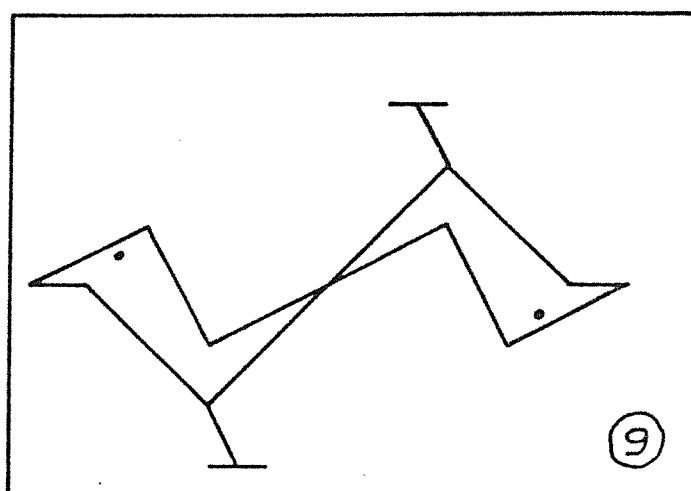
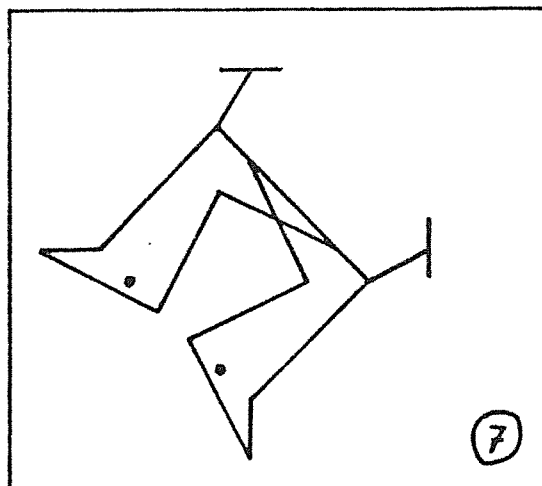
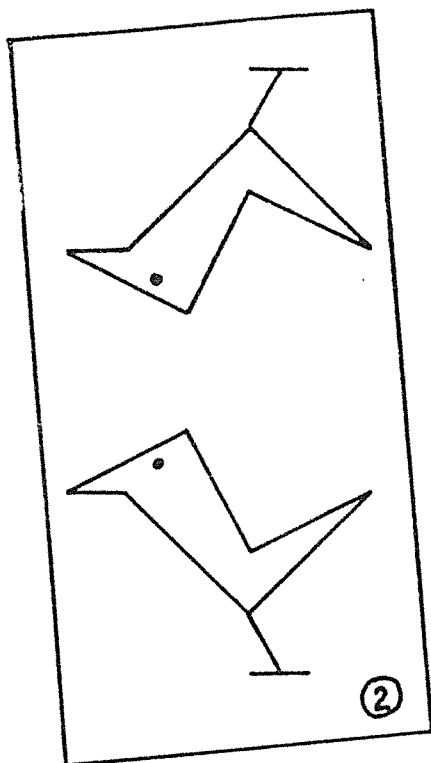
Consigne en classe :

"Pour les figures que vous avez trouvées symétriques tracez à main levée l'axe.

Pour toutes les figures joignez les points correspondants : exemple le bout du bec avec l'autre bout du bec etc...."

Feuille n° 10





Bilan :

Les cocottes ont été reproduites en format $21 \times 29,7$. Les segments joignant les points respectifs ont été tracés en rouge. Le tout est affiché au tableau.

Les figures 1, 9, 10, 8, 4, 5 sont d'emblée classées non symétriques par les élèves. 2, 7, 11 et 3 sont classées symétriques avec cependant quelques doutes pour la 3. Des discussions apparaissent pour les cocottes 6. L'usage du symétriseur M_4 ou du pliage est nécessaire.

Consigne : "trouver, à l'aide des tracés effectués, des conditions pour que la figure soit symétrique".

Très vite surgit : *"Il faut que les "traits" soient parallèles" oui mais pour le 5 (cocottes translatées) les segments sont parallèles mais les cocottes ne sont pas face à face"*.

Certains remarquent que "l'axe" doit être perpendiculaire aux segments et cette proposition est testée sur les figures classées symétriques (y compris la 3).

Que pensez-vous de la figure 3 ?
"La queue paraît plus courte d'un côté". "C'est plus loin d'un côté que de l'autre".
"L'axe ne passe pas par les milieux des segments".

Synthèse : (copiée dans le classeur et le répertoire).

Dans une figure symétrique :

- les segments qui joignent les points correspondants sont parallèles
- les segments sont perpendiculaires à l'axe
- l'axe passe par les milieux des segments.

Consigne : Reprendre les oiseaux et dire pourquoi à l'aide des 3 conditions précédentes les figures sont symétriques ou ne le sont pas.

Certains élèves plient, d'autres utilisent M_4 pour prouver cette assertion.

Pour l'ensemble de l'équipe il apparaissait que ces 3 conditions constituaient une nouvelle preuve de la symétrie et que par conséquent l'usage du matériel n'en était plus une. La nature de la preuve avait évolué.

Cependant, plus tard, nous avons vu des élèves ressortir le matériel pour se convaincre de la symétrie d'une figure.

Consigne :

Je trace au tableau une droite et un point (qui peut être le bout du bec de la cocotte). Comment tracer le point symétrique?

Aucune difficulté: un élève effectue en parlant la construction

"Je prends l'équerre

Je la mets comme ça

Je trace, je prolonge

Je prends le compas

Je reporte".



D'autres élèves suggèrent la règle graduée.

A cette occasion on invite les élèves à modifier pour plus de précision et plus de concision.

Exemple : "Je trace la perpendiculaire passant par A" plutôt que "je prends mon équerre, je place un côté sur(D)"..

Le programme de construction "académique" est copié dans le répertoire et dans le classeur.

La formulation est très dynamique ; les objets mathématiques (point, droite...) n'apparaissent pas. Elle suffit à la compréhension de tous les élèves car la construction a été effectuée au tableau (voir une telle formulation en annexe III₁)

Le passage entre les deux langages constitue un objet d'enseignement. Il sera revu tout au long de l'année, sa nécessité apparaîtra en particulier lors d'activité du type émetteur-récepteur.

2ème partie constructions de figures. (Durée 5h) Distribution de la feuille 12.

Consigne : construire

Les élèves travaillent à leur rythme et sont repris individuellement. Aucune intervention magistrale n'est faite afin de mieux observer les procédures parfois erronées utilisées par les élèves.

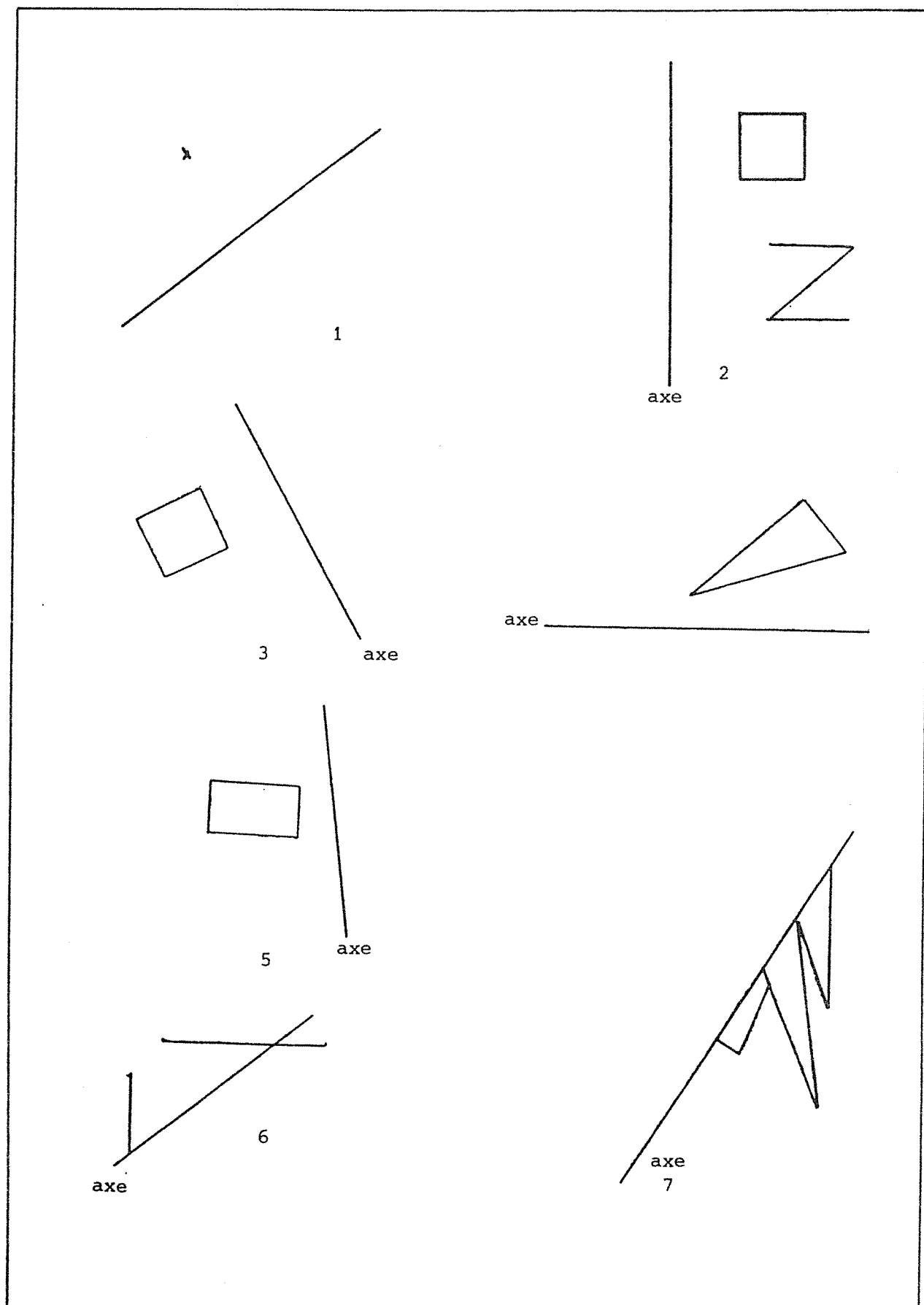
Figure 1 : il s'agit de reproduire ce qui a été vu précédemment.

Figure 2 : Des erreurs apparaissent sur le "Z" transformé en Z et non en " $\leq$ "

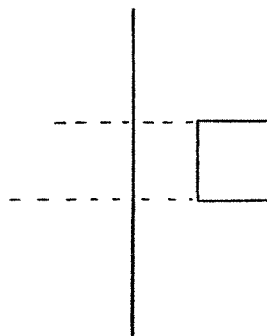
En fait bien souvent les constructions du Z et du carré se font de la manière suivante :



Feuille n° 12



Les élèves prolongent les côtés qui se trouvent être perpendiculaires à l'axe.

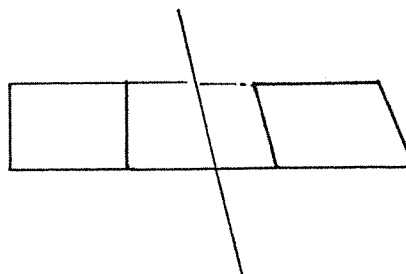


puis les distances sont reportées. La barre "oblique" du Z est alors trouvée au hasard sans analyse. L'erreur est très vite rectifiée dès qu'elle est pointée par le professeur.

Figure 3 : Aucun rappel vertical ni horizontal n'est observé ; par contre la même démarche que pour la figure 2 est utilisée.

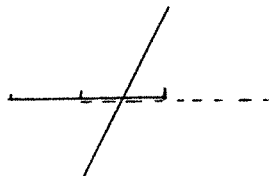
Figure 4 : Les sommets sont ici repérés et symétrisés, idem pour la figure 7.

Figure 5 : Cette figure met en relief l'emploi abusif de la procédure utilisée aux figures 2 et 3. Ce qui s'apparente ici à un rappel horizontal.



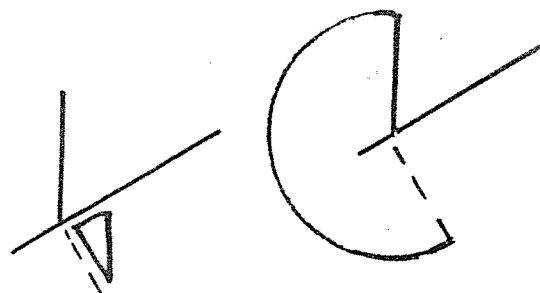
Chaque élève en échec est repris et invité à analyser la figure : "un rectangle est déterminé par ses 4 sommets".

Figure 6 : Le segment qui coupe l'axe n'est pas toujours perçu par ses extrémités d'où des constructions erronées.



(Le professeur cache le segment en maintenant visibles les extrémités pour faire construire le symétrique). Pour le 2ème segment il semble que les erreurs soient dues au fait que la deuxième extrémité ne serait pas perçue sur l'axe.

Exemple de procédure :



place de l'équerre report des distances

Bilan collectif

- Pour construire l'image d'un segment il faut symétriser 2 points.
- Pour construire l'image d'un triangle il faut symétriser 3 points.
- Pour construire l'image d'un carré, d'un rectangle il faut symétriser 4 points.

Distribution de la feuille n° 13

Consigne : construire les figures symétriques.

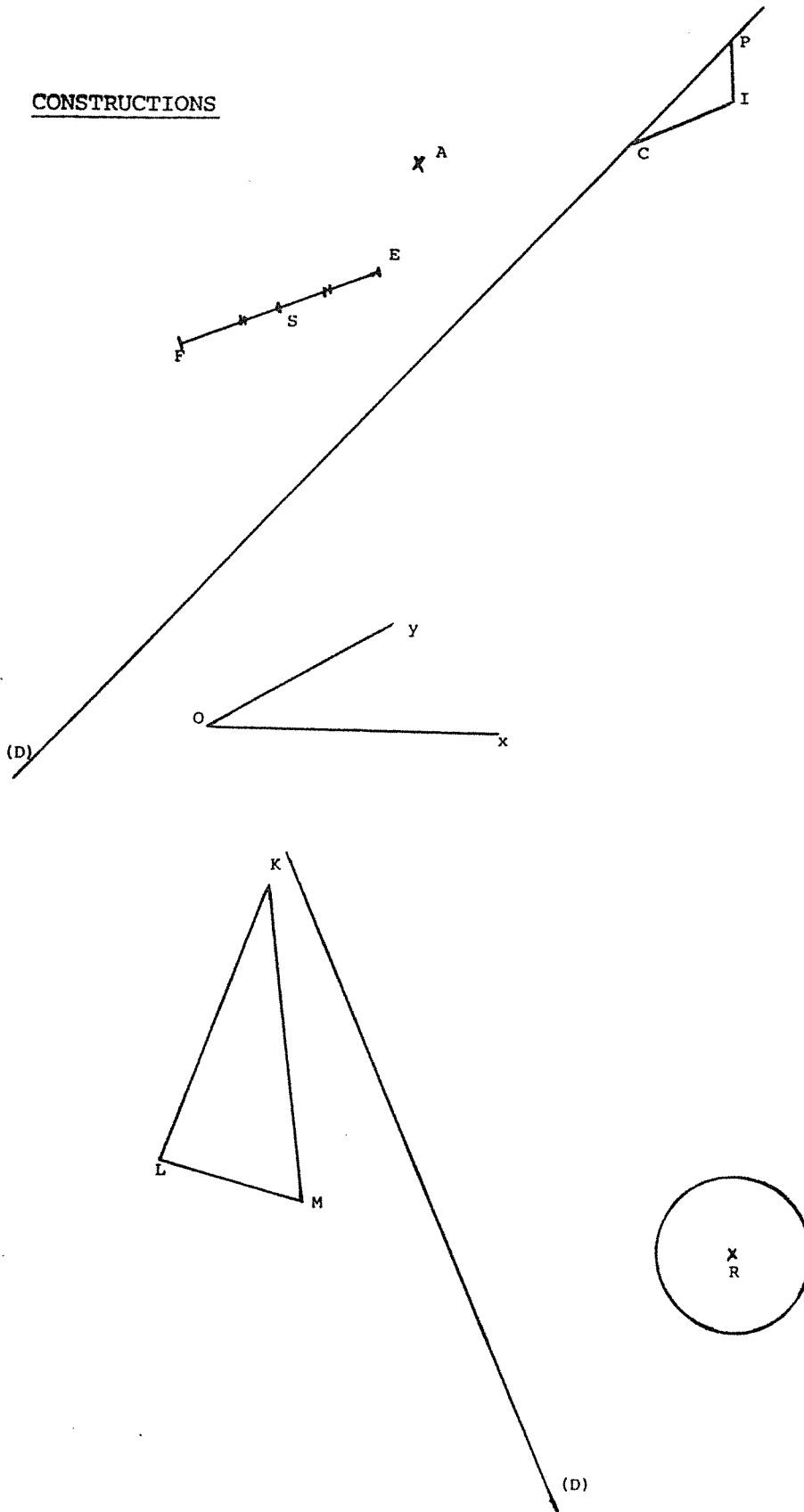
Nous n'avons pas analysé la construction du milieu du segment. Le résultat semble être une règle spontanée (ou théorème en acte).

Beaucoup d'élèves semblaient connaître la signification des x et y (notations des demi-droites). Tous les élèves sauf 2 ont symétrisé le "triangle xOy sans le côté xy ". Un élève a choisi au hasard des points sur Ox et Oy , un autre a dit que "la construction était impossible car c'était infini" bien qu'il reconnaisse pouvoir tracer le symétrique de O et de n'importe quel point sur Ox et Oy !

Cet exercice a permis aux élèves d'aborder la notion de demi-droite et d'angle. Tous les élèves ont réussi les tracés des figures 9 et 10.

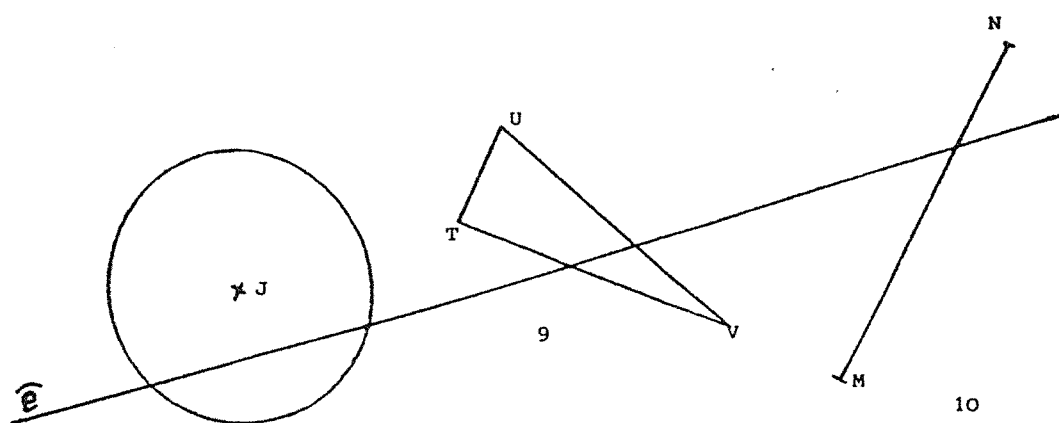
Consigne:

Donner les programmes de construction du segment et du triangle de la figure 10.

Feuille n° 13CONSTRUCTIONS

Feuille n ° 14

CONSTRUCTIONS



Distribution de la feuille 15

À l'issue des constructions de la feuille 15 une synthèse est effectuée pour faire ressortir les propriétés suivantes (copiée dans le classeur) :

- L'image d'un segment est un segment de même longueur.
- Si un point est sur l'axe, son symétrique est confondu avec lui-même.
- 2 cercles symétriques ont le même rayon, leurs centres sont symétriques.
- Pour tracer les symétriques d'un triangle, d'un rectangle, il suffit de placer les symétriques des sommets et de joindre.

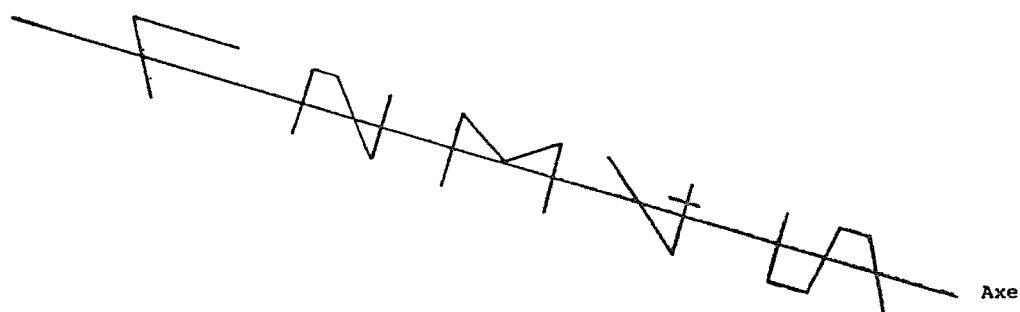
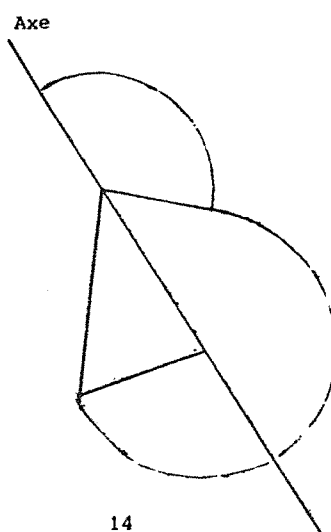
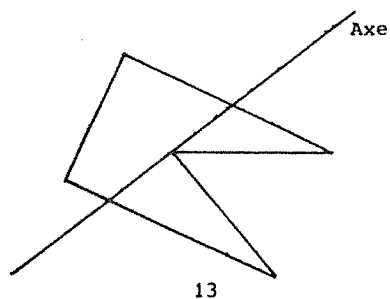
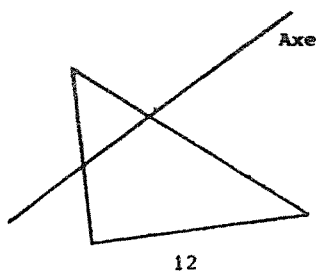
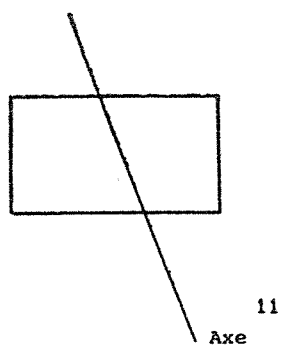
Seule la figure 14 a présenté des difficultés liées à sa complexité.

3ème partie : Test. (Durée 1h) Suivi du test (2h).

Remarques : Les figures de l'exercice 4 ont posé des problèmes. La deuxième n'étant pas toujours donnée symétrique à cause de la mauvaise impression. Les 2 réponses ont été acceptées si elles étaient justifiées.
L'exercice 5 a été donné pour juger si l'élève était capable de réinvestir ses connaissances pour construire l'axe.

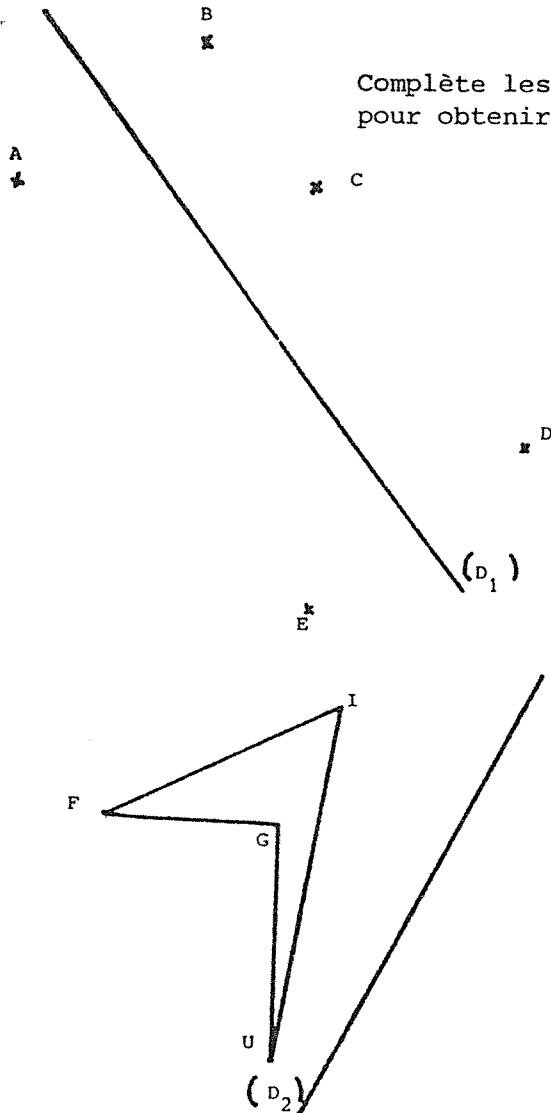
Feuille n° 15

Complète pour avoir des figures symétriques.



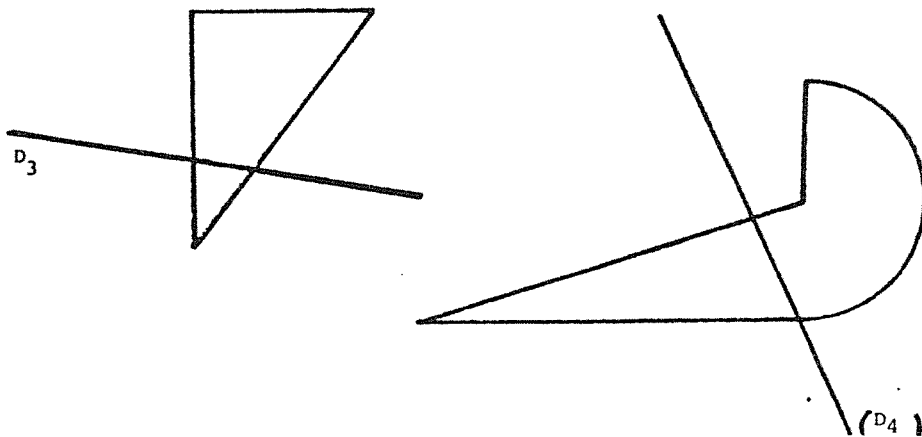
TEST n° 2

1)

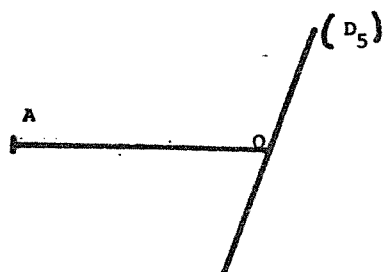


Complète les dessins de points et de figures pour obtenir des figures symétriques.

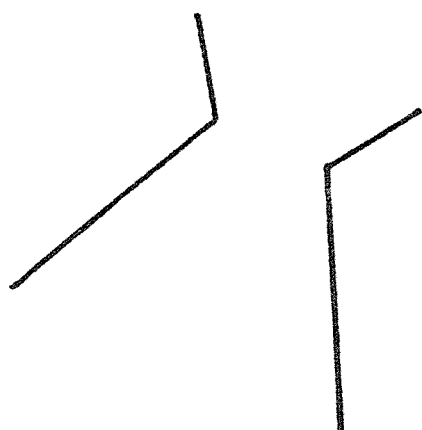
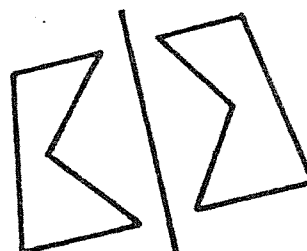
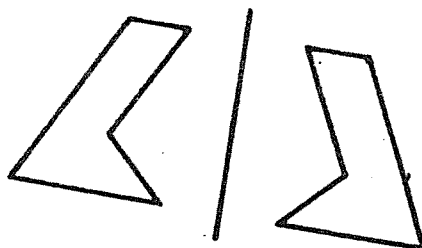
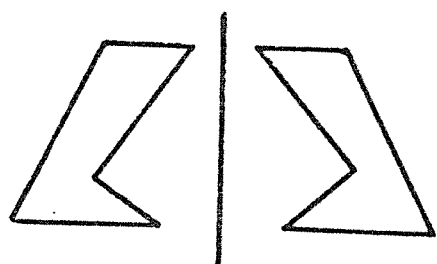
2) Trace le symétrique des deux figures.



- 3) Complète pour avoir une figure symétrique puis écris le programme de construction correspondant.



- 4) Quelles sont les figures symétriques parmi celles qui sont ci-dessous ?
Explique pourquoi certaines ne le sont pas.



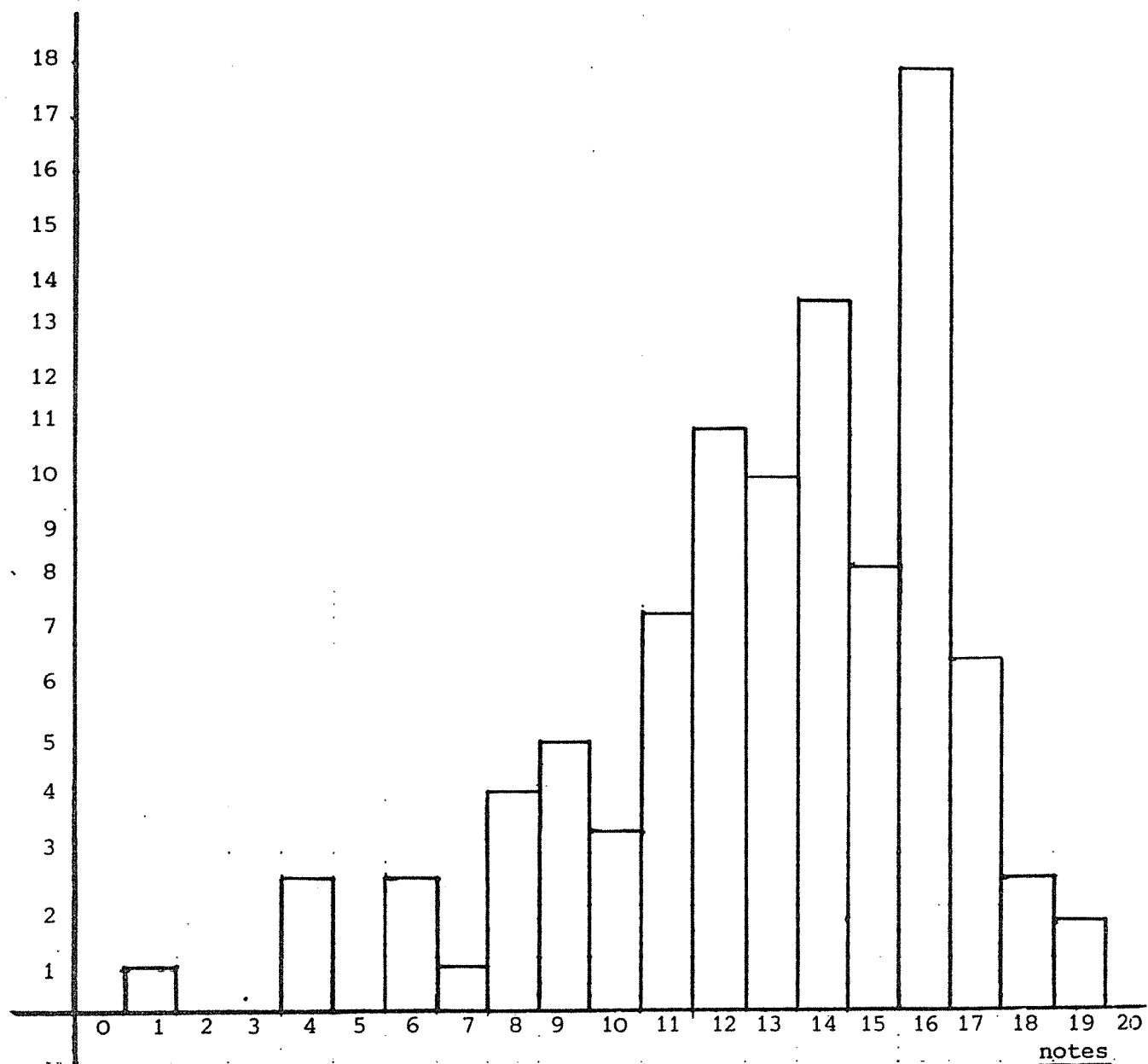
- ← 5) Cette figure est symétrique, trace l'axe avec précision.

Etalonnage du TEST

Effectif : 117

Score moyen : 13

Pourcentages



Item par Item

1		2'		3		4	5
1 dessin	2 dessin	1 dessin	2 dessin	Tracé	programme		
92%	94%	92%	89%	73%	56%	40%	89%

Suivi du test

A l'issue du test les élèves sont répartis en groupes de niveau pendant 2 heures. Dans le groupe faible ont été mis les élèves qui n'ont pas réussi les tracés de la figure 2 de l'exercice 2 et (ou) de la figure de l'exercice 3 (rappel horizontal).

GRUPE FAIBLE (15 élèves)

1ère heure

- Distribution sur feuilles séparées des deux dessins précédemment cités. Les élèves sont aidés individuellement. Pour l'exercice 3 il est souvent utile de cacher le segment pour ne laisser que les extrémités et même de retracer un axe et un point et de faire redire le programme de construction d'un point.

La position du segment, horizontale, semble encore gêner quelques élèves.

- Distribution de la feuille n°16
Consigne : tracer les symétriques des figures puis écrire le programme de construction de la figure 2 (triangle)

Aucune difficulté n'est éprouvée par les élèves y compris pour les segments (dessins 3 et 4).

2ème heure

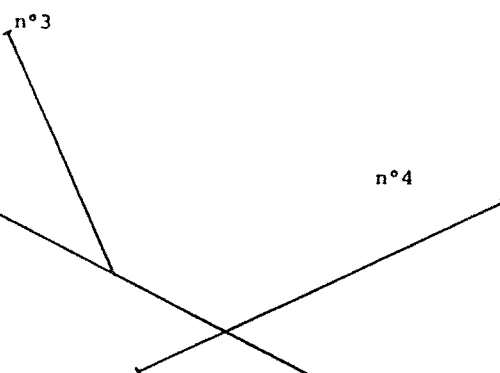
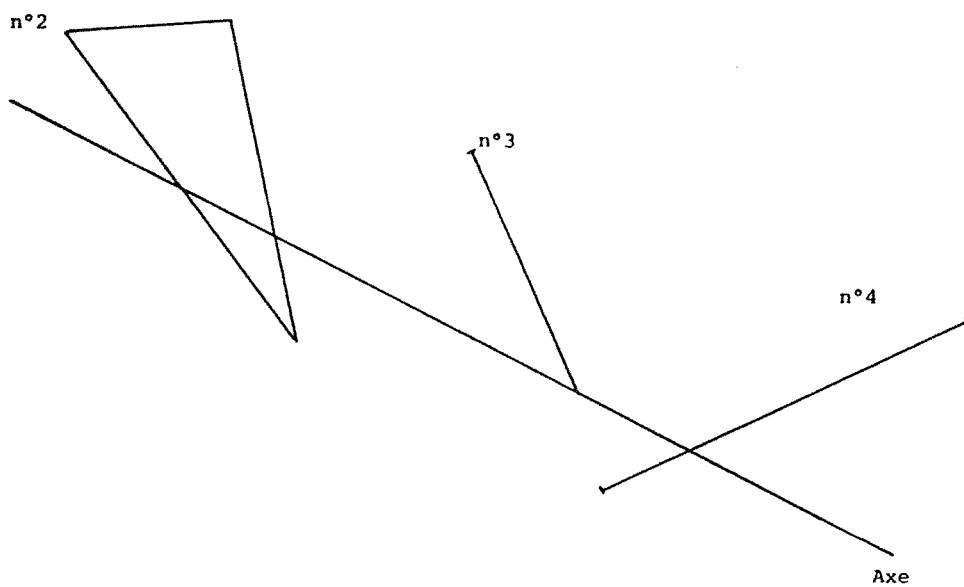
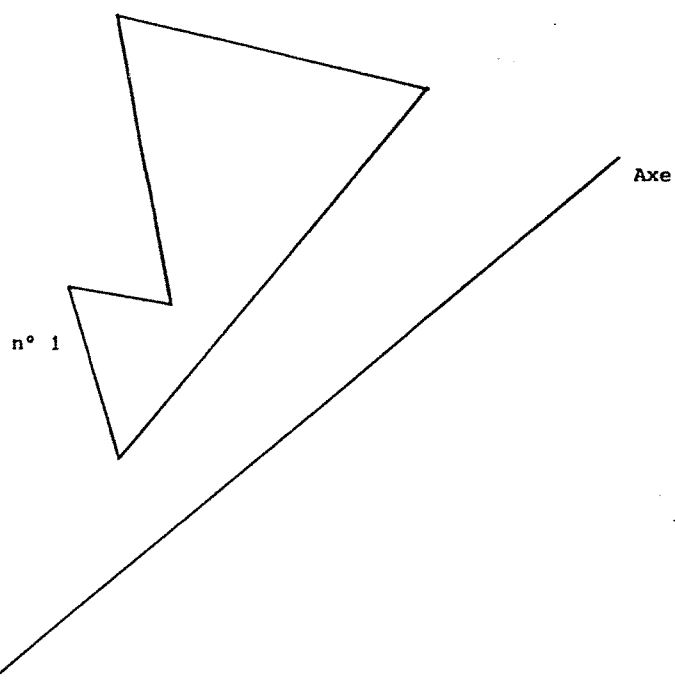
Synthèse du programme de construction du triangle.
Outre le problème d'expression orale et écrite des élèves, la principale difficulté provient du niveau de rigueur et de concision demandé. La nécessité de coder les points est déjà intervenue dans les exercices précédents, elle est immédiate. Les élèves ont décrit toujours de façon très dynamique la position à donner aux instruments, la façon de reporter...
Ce programme est recopié par les élèves sur le classeur à la suite de la feuille de construction.

La difficulté du changement de langage est très aiguë avec ce groupe.

Remarque : Les élèves se sont trouvés sécurisés par ces 2 heures (petit effectif 15-16) impression d'avoir surmonté leurs difficultés.

Feuille n° 16

Complète pour avoir des figures symétriques.



GROUPE FORT

Symétrie - programmes de construction

1ère séance

1°) Tracé du symétrique de la fig. 4
feuille 16

Ecriture du programme de construction

2°) Synthèse des programmes

Comment modifier les programmes pour utiliser les mots perpendiculaire et milieu ? (travail oral collectif, les propositions sont écrites au tableau).

Le programme définitif est écrit sur le cahier d'essais.

3°) Application

Tracé de la figure 2.

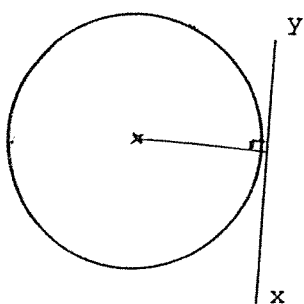
Ecriture du programme de construction.

La construction de la figure 1 ainsi que l'écriture de son programme de construction sont faits à la maison.

2ème séance

1°) Programme de construction d'une figure (sans symétrie)

La figure suivante est dessinée au tableau.



"Les élèves de l'autre groupe, en salle 2, ne connaissent pas la figure, nous voulons la leur faire dessiner, qu'allons-nous leur dire ?"

La construction est faite rapidement. Aucun élève n'a de problème.

Le codage des points est automatique, certains élèves sont gênés par leur mauvaise expression en français. Les programmes sont dans le langage dynamique.

Le mot perpendiculaire ne pose pas de difficulté (certains élèves l'avaient déjà utilisé).

L'utilisation du mot milieu est moins facile. Les propositions sont mises au tableau, critiquées et modifiées.

Travail bien réalisé

Les programmes de constructions sont "académiques".

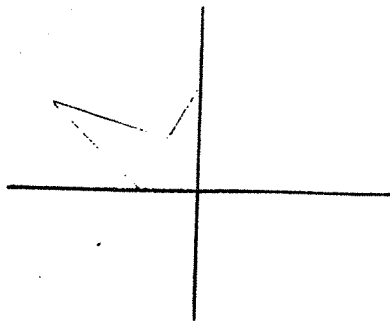
La synthèse du travail fait à la maison ne fait apparaître aucune difficulté liée à la symétrie aussi l'heure est-elle consacrée à l'écriture de programmes de construction.

Les élèves sont déroutés au début car ils ont du mal à ne pas parler de symétrie.

Une fois la consigne comprise, l'élaboration du programme se fait correctement.

2°) Construction

L'étoile (2 axes de symétrie)



Cette construction n'a pas posé de problème aux élèves bien que figurent deux axes.

Dès la distribution, certains élèves découvrent la figure que l'on doit obtenir.

Les constructions obtenues sont propres, soignées et mises en couleur (couleurs différentes selon l'axe utilisé).

4ème partie Construction de la figure symétrique d'une droite. (Durée 2h).

Distribution de la feuille n°17

Consigne : construire la figure symétrique de (D_1)

La droite a été placée de telle manière que les symétriques des "extrémités" de D_1 ne soient pas dans la feuille. Beaucoup d'élèves prennent les "extrémités" de D_1 et veulent les symétriser. Se rendant compte de l'impossibilité de cette méthode certains cherchent à coller une feuille de manière à pouvoir effectuer la construction, la consigne doit alors être précisée.

Consigne : vous devez simplement utiliser la feuille n° 1 et les instruments de dessins pour effectuer le tracé.

Quelques élèves avaient cependant déjà pris deux points quelconques. D'autres avaient pris 3 points sur D_1 . Aucun élève ne met en doute le fait que l'image d'une droite par une symétrie est une droite (théorème en acte). Des transformations non affines seront proposées en exercices dans le courant de l'année.

Synthèse des tracés

La figure symétrique d'une droite est une droite. Deux points quelconques suffisent pour la construire

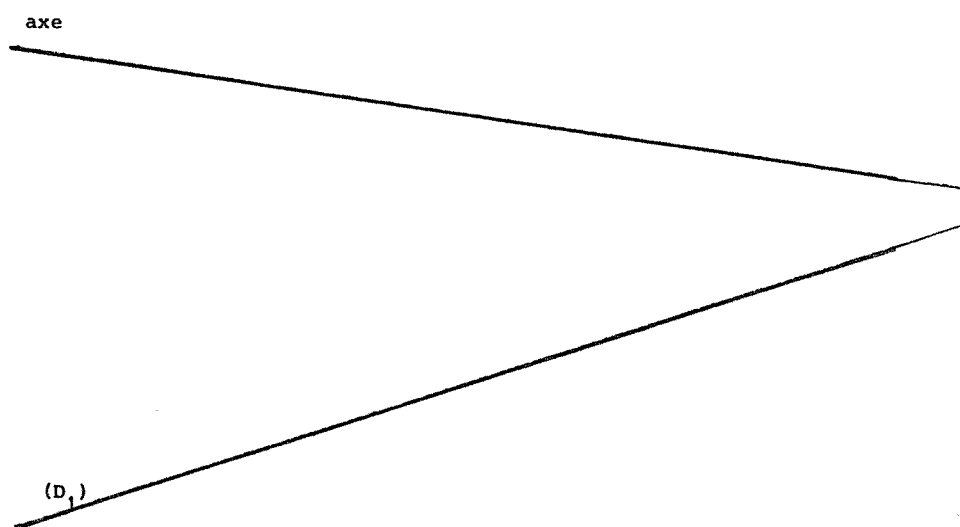
Les élèves ont comparé les positions des points choisis sur D_1 et la droite tracée pour déduire que ces positions sur D_1 étaient sans importance.

Les énoncés :

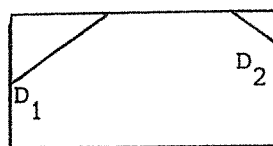
"Une droite est constituée de points. Il ne passe qu'une seule droite par 2 points distincts" sont copiés dans le répertoire à la page "droite".

Feuille n° 17

Trace la figure symétrique de la droite (D_1) .



Aucun élève ne semble surpris par les longueurs différentes des morceaux de droites tracés sur la feuille. Peut-être aurait-il fallu poser l'exercice suivant:



D_1 et D_2 sont-elles symétriques?

Ce problème sera repris lors de l'étude de la bissectrice.

Cependant, dans une classe où il a été demandé de réfléchir sur les longueurs, les élèves ont répondu collectivement que "c'est normal car les droites sont illimitées".

Distribution de la feuille n° 18

Consigne : la droite tracée et D_1 se coupent-elles sur l'axe ?
Pourquoi ?

Presque tous les élèves prennent deux points sur D_1 . Peu d'élèves réinvestissent l'énoncé "les points de l'axe sont leurs propres symétriques" bien que celui-ci soit connu de tous.

La réaction est immédiate : "oui" et la justification est faite à l'aide de l'énoncé précédent.

Mais c'est le professeur qui doit leur préciser que ce point pouvait être utilisé pour construire la droite.

Distribution de la feuille n° 19

Il s'agit de réinvestir entre autres les énoncés :

- la droite est illimitée
- les points de l'axe sont leurs propres symétriques.

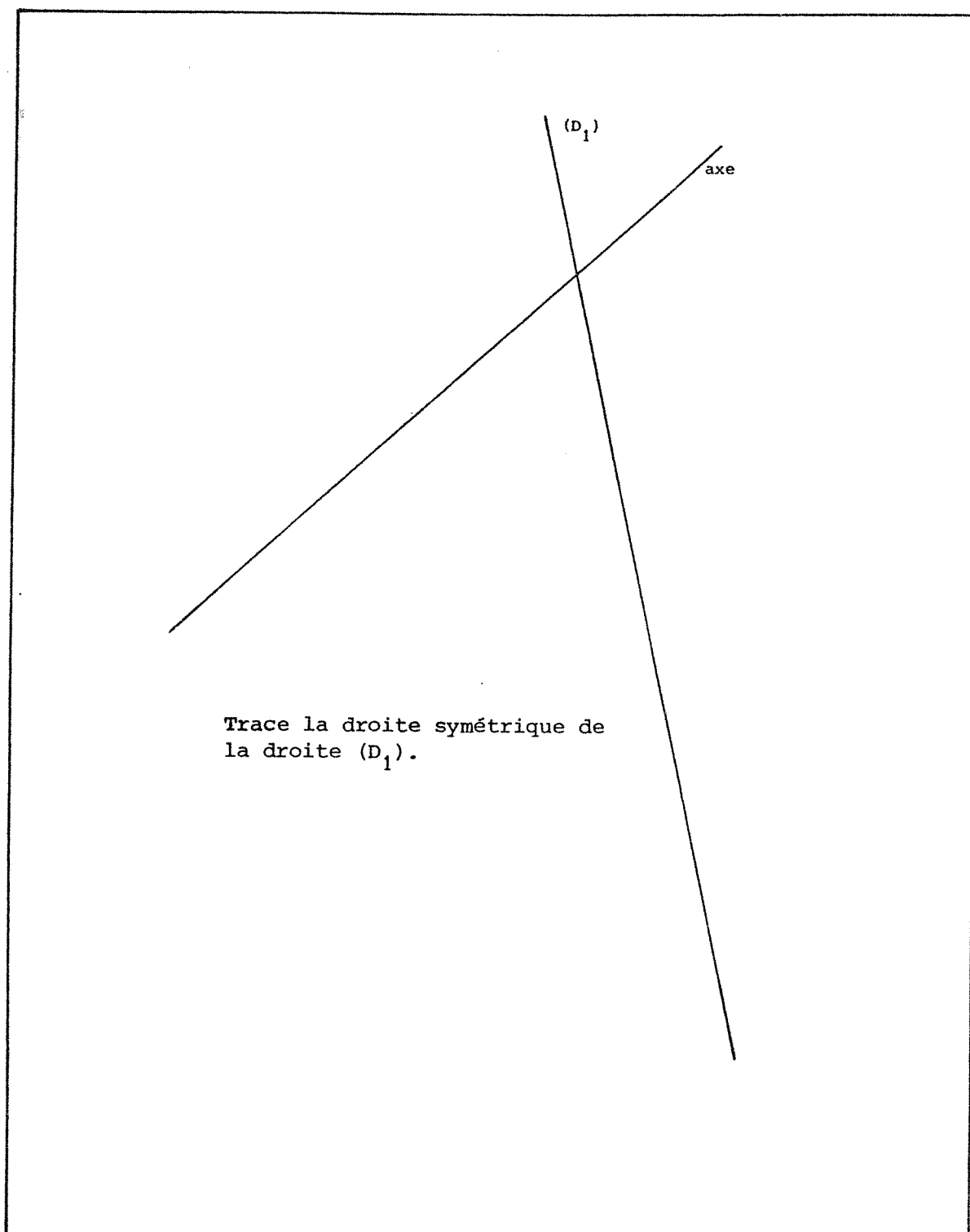
(D_1) et (D_2) sont reconnues perpendiculaires.

Le point d'intersection est utilisé comme point remarquable.

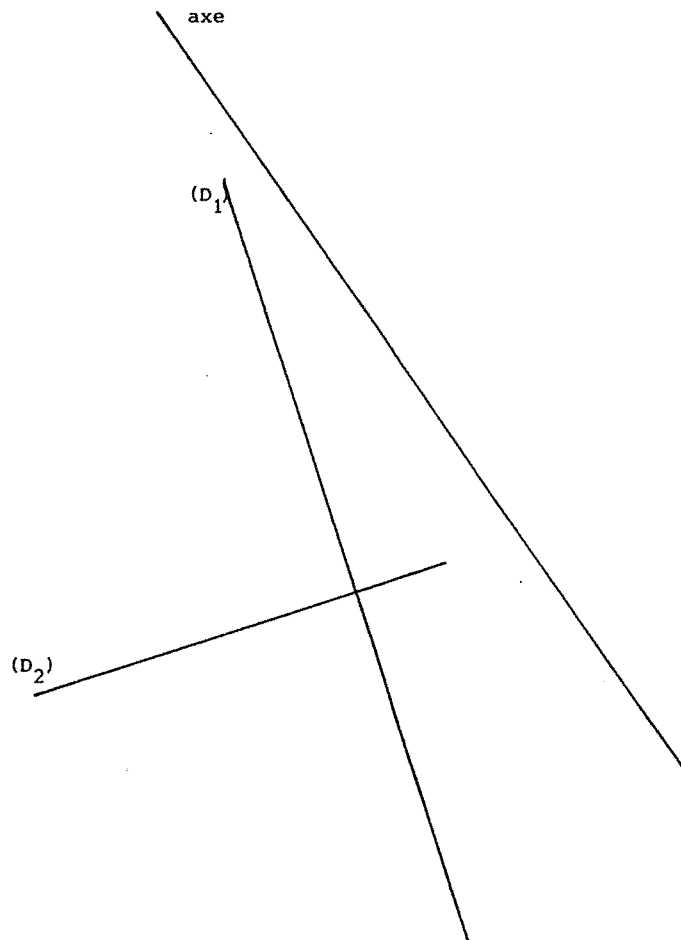
L'utilisation des points d'intersection avec l'axe n'est pas immédiate.

L'énoncé : "deux droites symétriques de deux droites perpendiculaires sont perpendiculaires" semble être acquis bien qu'aucun travail spécifique n'ait été fait sur ce sujet (si ce n'est que l'on avait dit au début de l'étude qu'un objet et son symétrique avaient même forme).

Feuille n° 18



Feuille n° 19



Que dire des droites (D_1) et (D_2) ?

Trace (D'_1) et (D'_2) symétriques de (D_1) et (D_2) en traçant l'image d'un seul point caractéristique, puis écris ton programme de construction.

Distribution de la feuille n° 20

Objectif : utiliser l'énoncé: "une droite est illimitée".

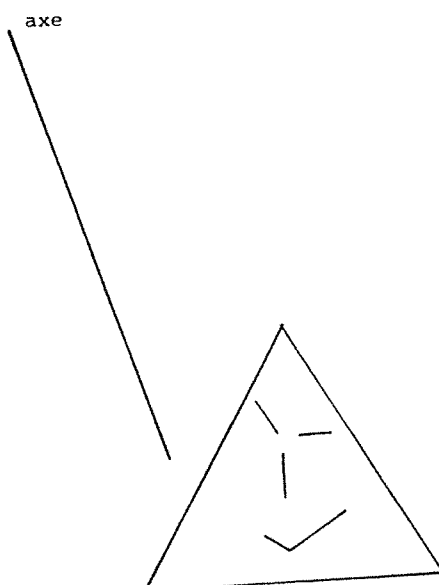
Les élèves ont prolongé l'axe sans problème. La construction a été réussie.

Les programmes de construction bien que "corrects" ne sont pas loin s'en faut, rédigés de manière "académique".

Cependant certains sont satisfaisants.
Annexe III - 2.

Feuille n° 20

Trace la figure symétrique.



III - CONCLUSION

Ce document ne traite que de l'élaboration de l'outil symétrie orthogonale.

De nombreux autres contenus ont aussi été abordés (vocabulaire, notions de droite, segment, ..., constructions, utilisation des instruments) ainsi que de nouvelles méthodes de travail (travail par groupe, ou travail sur fiche).

Les élèves ont été intéressés, nous avons en particulier observé qu'aucun élève n'oubliait son matériel (fiches, instruments).

Ils ont apprécié d'avoir pu travailler à leur rythme (commentaire d'élève au conseil de classe). A ce point de vue les groupes de niveau ont été bien vécus et bénéfiques.

Nous n'avons pas remarqué de rejet des mathématiques même chez les élèves en échec l'année précédente. En effet nous n'avons pas décelé de grande différence de niveau entre les élèves réputés "bons" et ceux dits en difficulté.

Effectué en début d'année, ce thème peut constituer par sa nouveauté, contenu et méthode, un regain d'intérêt pour les mathématiques.

IV - ANNEXE I

UNE ROSACE

- 1°) Trace deux droites perpendiculaires (D_1) et (D_2) qui se coupent en un point O.
- 2°) Choisis un point A sur la droite (D_1).
- 3°) Place les points B et B' sur la droite (D_2) tels que $AB = AB' = 10$ cm.
- 4°) Trace la droite perpendiculaire à la droite (AB) passant par le point O. Elle coupe la droite (AB) au point H. Place le point H.
- 5°) Trace la perpendiculaire à la droite (AB') passant par le point O. Elle coupe la droite (AB') au point H'. Place le point H'.
- 6°) Recommence 2°) 3°) 4°) 5°) en choisissant d'autres points A sur la droite (D_1).

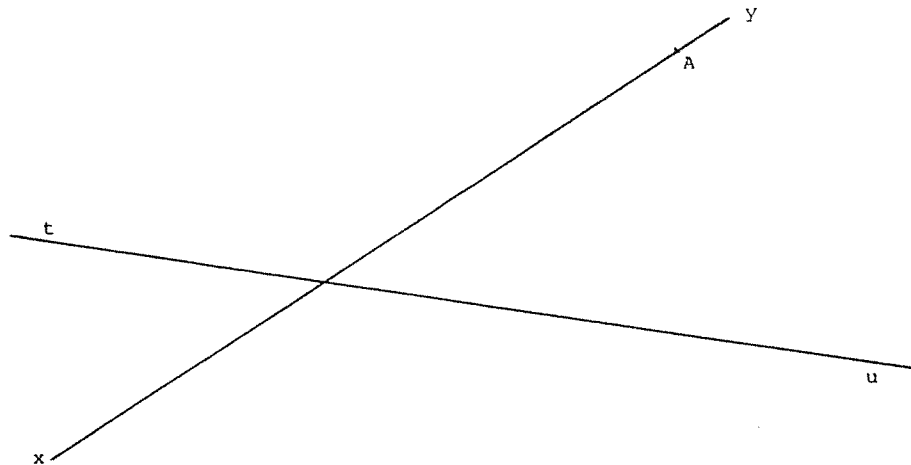
UNE BESACE

- 1°) Trace deux droites (D_1) et (D_2) perpendiculaires au point O.
- 2°) Place le point A sur la droite (D_1) à 6 cm du point O.
- 3°) Place le point B sur la droite (D_2) à 4 cm du point O.
- 4°) Place le point I milieu du segment [AB].
- 5°) Trace le cercle de centre I passant par le point A.
- 6°) Marque un point P sur ce cercle.
- 7°) Trace la droite passant par le point P et perpendiculaire à la droite (D_2). Elle coupe la droite (D_2) au point H.
- 8°) Place sur la droite (HP) les points M et M' tels que $HM = HM' = OP$
- 9°) Recommence 6°) 7°) 8°) en choisissant d'autres points P sur le cercle.

UN HUIT

- 1°) Trace deux droites perpendiculaires (D_1) et (D_2) qui se coupent au point O.
- 2°) Place sur la droite (D_1) un point A à 6 cm du point O.
- 3°) Cherche le point I milieu du segment [AO].
- 4°) Trace le cercle de centre I passant par A.
- 5°) Choisis un point P sur ce cercle.
- 6°) Trace la droite qui passe par le point P et qui est perpendiculaire à la droite (D_2). Elle coupe la droite (D_2) au point H.
- 7°) Place les points M et M' sur la droite (HP) et tels que :
 $HM = HM' = OP$.
- 8°) Recommence 5°) 6°) 7°) avec d'autres points P pris sur le cercle.

- Ex 4) a) Trace la droite perpendiculaire à la droite (tu) qui passe par A. Elle coupe la droite (tu) en H. Place le point H.
 b) Trace la droite perpendiculaire à la droite (xy) qui passe par H. Elle coupe la droite (xy) en K. Place le point K.

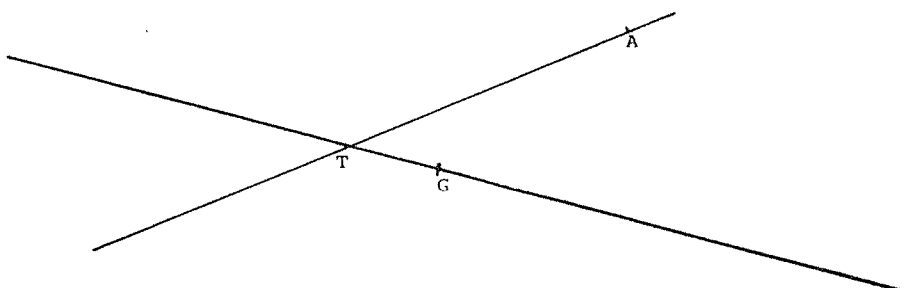


- Ex 5) Combien de points de la feuille sont situés à 6cm de E et à 4cm de F ?
 Place-les.

E +

F+

- Ex 6) Place un point S sur la droite (AT) pour que $TS = AG$. Peux-tu en tracer un autre ? Si oui, place le et nomme-le S'. Et un autre ?



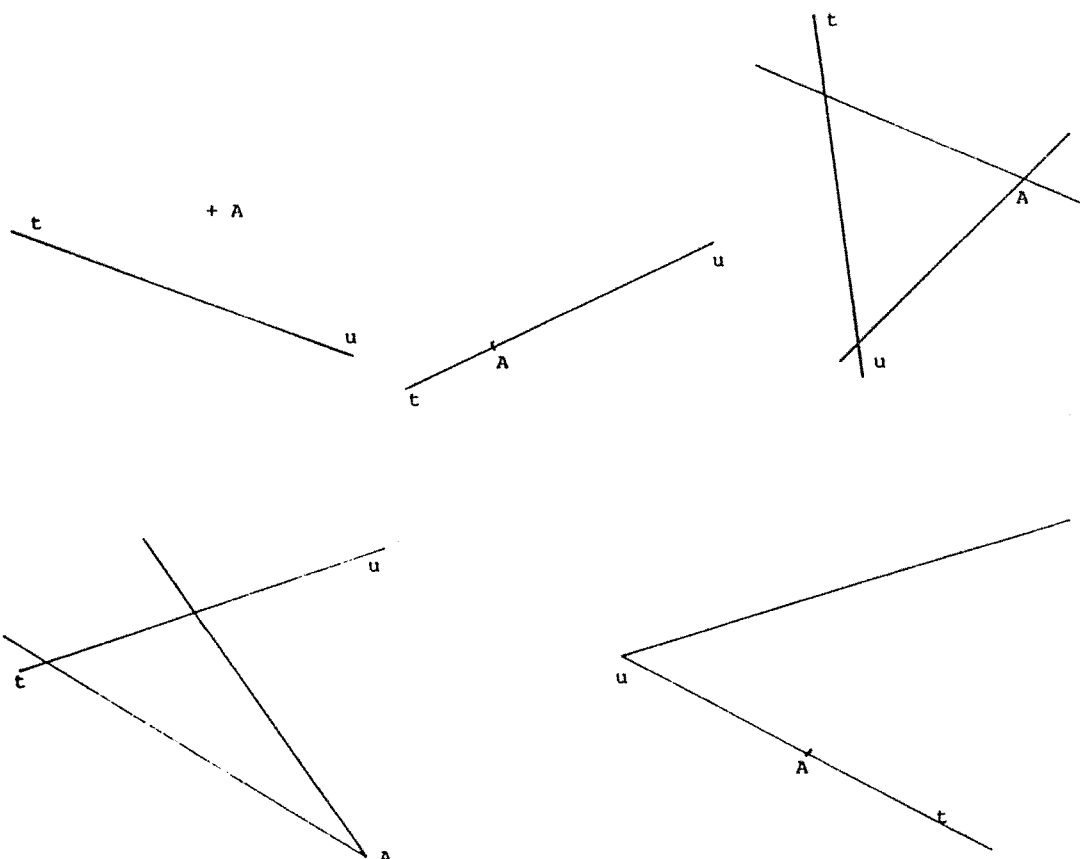
CONSTRUCTIONS

Ex 1) Trace deux droites
perpendiculaires

Ex 2) Trace deux droites (d_1) et (d_2)
perpendiculaires au point M.

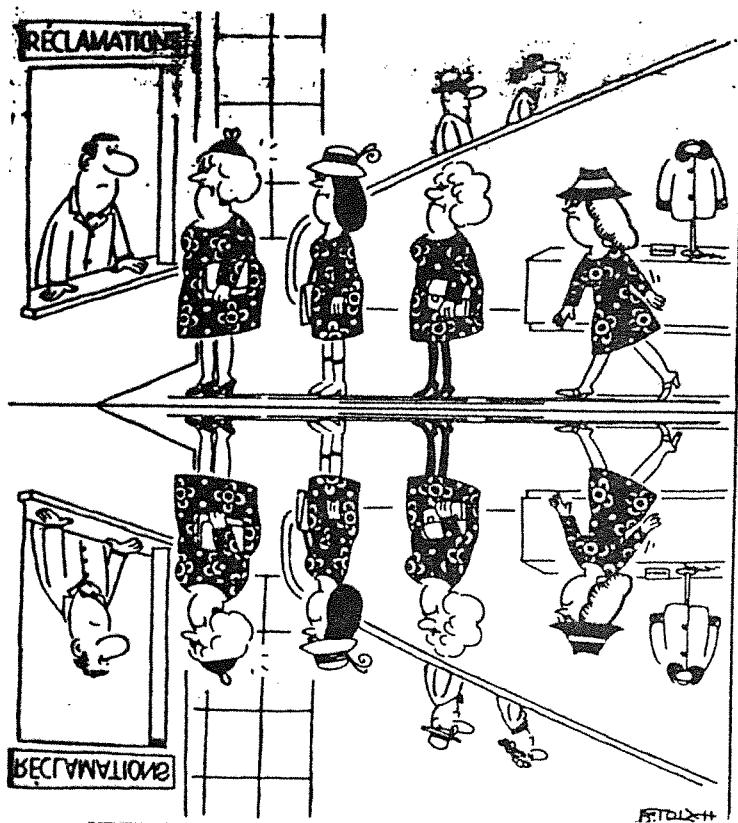
+M

Ex 3) Dans chacun des cas suivants, trace la droite (xy) perpendiculaire
à la droite (tu) et qui passe par le point A.

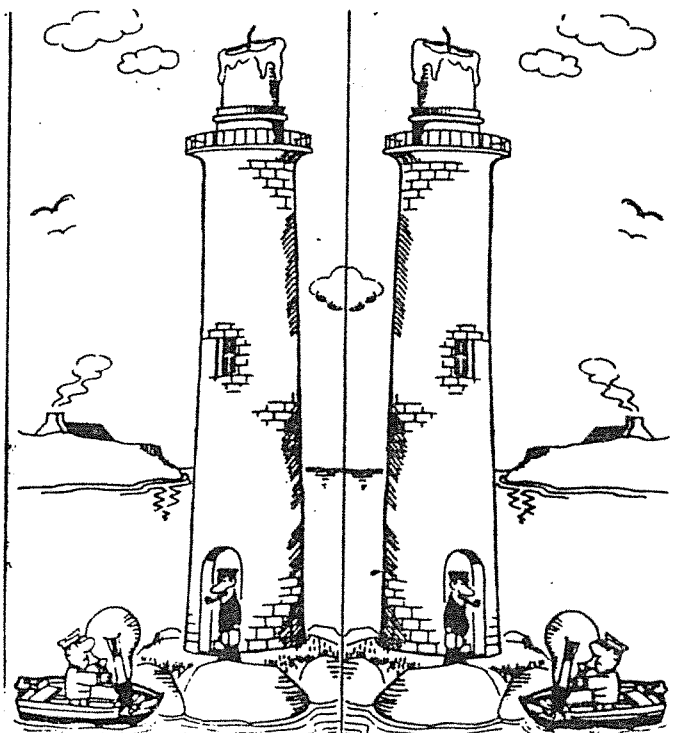


ANNEXE II

LE DESSIN DANS LE MIROIR : En haut le dessin original, en bas, son reflet qui comporte 7 "anomalies". A vous de les découvrir.



A gauche le dessin original, à droite son reflet, trouver les erreurs.



Exemples de travaux d'élèves sur les programmes de construction.

1 - du test 2

- Je prends mon compas que je place sur l'axe (D5) puis je le fais glisser sur l'axe tend qui n'est pas perpendiculaire au point (A).
- Quand mon équerre est perpendiculaire au point (A) je trace la perpendiculaire qui coupe le point B qui est sur l'axe.
- Je prends mon compas que j'ouvre, je place la pointe sèche sur l'axe au point B, puis je place la pointe qui a le crayon sur le point A, ensuite je fais tourner mon compas, ^{rien tracer} je place la pointe qui a le crayon sur la droite perpendiculaire à l'axe et je trace un point que j'appelle le point (A').
- sur l'axe il y a un autre point le point O ~~sur~~ du point O au point A il passe une droite qui s'appelle (A-O) alors ~~sur~~ je prends ma règle graduée ~~de~~ que je place du point A sur le point O et avec mon crayon je trace la droite (A'-O) et ma figure symétrique ~~est tracée~~ que

n°4

le 1)

le point A et puis le point B ne sont pas symétriques parce que le point A est plus bas que l'autre, le point B est plus haut à préciser

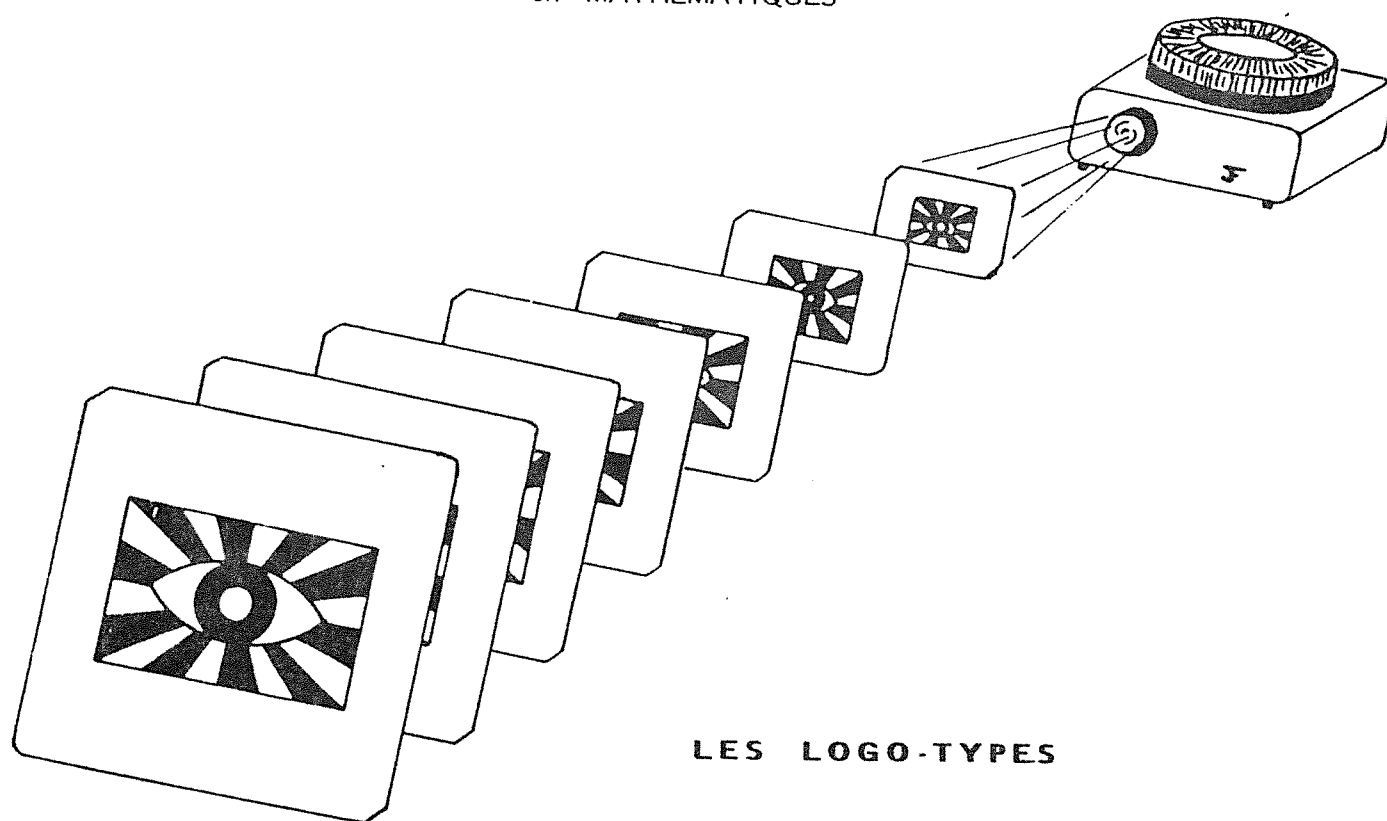
le 3) le point A est plus en retrait [?] que le point B sa fait qu'il n'est pas symétrique.

- ① Je prolonge la droite (D1) jusqu'à ce qu'elle coupe l'axe en un point K.
- ② Avec mon équerre, je trace la perpendiculaire passant par le point A. Elle coupe l'axe en un point O.
à l'axe
- ③ Avec mon compas, je trace le point A' tel que O soit le milieu du segment [AA'].
- ④ Je prolonge la droite (D2) jusqu'à ce qu'elle coupe l'axe en un point P.
- ⑤ Je trace la droite (D'1) passant par les points A' et K et je trace la droite (D'2) passant par les points A' et P.

UNIVERSITÉ de POITIERS
Institut de Recherche
sur l'Enseignement des Mathématiques

Mai 1983

DES IMAGES ...
en MATHÉMATIQUES



LES LOGO-TYPES

POURQUOI DES DIAPOSITIVES EN MATHÉMATIQUES

* * *

L'image occupe une place de plus en plus importante dans la communication. La télévision, la bande dessinée, l'affiche publicitaire sont là pour nous le rappeler au cas où on oublierait de les prendre en compte dans l'enseignement.

Il n'est cependant pas question de sacrifier à la mode audio-visuelle, en utilisant coûte que coûte films, vidéo ou diapos dans notre enseignement. Celui-ci est guidé par un certain nombre d'objectifs ; et notre travail consiste à rechercher les moyens de les atteindre. L'image est peut-être l'un de ces moyens :

- * Il nous faut en effet faire preuve de plus en plus d'ingéniosité pour capter l'attention de nos élèves ; il nous faut rechercher des activités motivantes pour les inciter au travail. L'utilisation de l'image, encore inhabituelle dans l'enseignement des mathématiques, peut nous aider dans cette tâche.

- * Nous ne voulons pas que notre enseignement soit coupé de la réalité. Si nous voulons que nos élèves réinvestissent leurs connaissances mathématiques dans leur environnement, il nous faut introduire cet environnement dans notre enseignement ; et l'image peut y contribuer largement.

- * Nous voulons dispenser notre enseignement au plus grand nombre d'élèves ; nous voulons améliorer leurs connaissances en mathématiques, voire même les intéresser aux mathématiques ! la visualisation d'objets, de notions mathématiques peut en permettre une meilleure appropriation et peut-être une mémorisation plus durable.

Enfin le texte et la parole ne sont pas les seuls moyens de communication (contrairement au texte et à la parole, une « lecture » d'images n'est pas linéaire) et nous devons donc tous, élèves et enseignants, nous habituer à « lire » des messages visuels, à nous exprimer par l'image.

Ce qui vient d'être évoqué concerne bien sûr toutes les techniques visuelles : films super 8 et 16, vidéo, rétroprojecteur, diapos et affiches. Il n'est pas question de privilégier l'une plutôt que l'autre ; chacune dans son domaine, a des intérêts qui lui sont propres, et le choix se portera sur l'une ou l'autre

- * en fonction des possibilités matérielles, (présence des appareils, existence de documents) en ce qui concerne l'utilisation,

- * en fonction des objectifs à atteindre, ou de la nature du message à transmettre, en ce qui concerne la réalisation des documents.

S'il est question, dans ce qui suit, des intérêts propres aux diapositives, il ne s'agit pas pour autant de sous-estimer les autres moyens visuels ; et le rétroprojecteur, en particulier, fait partie de ceux qu'il ne faut surtout pas négliger.

- * D'un point de vue matériel, le projecteur diapos est très répandu dans les établissements scolaires ; sa manipulation est aisée, l'introduction puis la récupération du document présenté se fait très facilement (il n'y a pas de problème d'amorce ou de réembobinage comme pour les films 16 ou super 8).

- * Contrairement au film, dont le déroulement est imposé par les auteurs, les diapositives laissent l'utilisateur entièrement libre du montage. En fonction de ses objectifs, l'enseignant peut choisir l'ordre de présentation des images, ou même en laisser de côté.

- * S'il possède le matériel nécessaire (Reflex 24-36), l'enseignant peut lui-même réaliser des diapositives qui compléteront une série proposée, ou même réaliser toute une série sur un thème choisi.

- * Au niveau de l'utilisation en classe, l'un des avantages des diapositives est qu'on peut s'arrêter aussi longtemps qu'il est nécessaire, sur une image. On peut même revenir très facilement en arrière pour revoir une image qui prend, « après coup », un intérêt nouveau.

- * Dans le cadre des méthodes actives d'enseignement, (travail autonome, réalisation d'un exposé...) l'existence d'une diathèque (collections de documents sous forme de diapositives), peut être très utile :

- Les élèves peuvent très facilement visionner et choisir les documents, en fonction du sujet qu'ils ont à présenter.

- Le montage diapos qu'ils auront réalisé leur servira ensuite « d'aide-mémoire » au moment de leur exposé.

- Pendant leur exposé, ils ne seront pas face à leurs camarades, mais au milieu d'eux ; et ils seront d'autant plus à l'aise dans leur discours que les regards de leurs camarades se porteront sur l'image et non sur eux-mêmes.

Voilà donc les principaux avantages de l'utilisation de documents diapositives ; la série qui accompagne ce texte donnera peut-être une idée plus précise de ces possibilités. Bon travail. A vos projecteurs diapos et peut-être à vos appareils photos !

LES LOGO - TYPES

Symétries centrales, symétries axiales, rotations, translations

Les logotypes sont ces dessins qui donnent l'image d'une marque avant de devenir, peut-être, une «image de marque». Ce sont souvent des dessins géométriques, très stylisés, et faciles à mémoriser. Ils sont omniprésents dans notre environnement ; et les introduire en classe, peut contribuer à faire sortir les mathématiques de la classe.

OBJECTIFS

L'activité consiste, à la vue de ces documents :

- soit de repérer les logotypes qui restent invariants par symétrie centrale ou axiale, par rotation (on peut évaluer l'angle de rotation en degrés ou en tiers, quart... de tours). - les élèves remarquent très vite qu'une symétrie centrale correspond à une rotation d'un demi-tour -
- soit de remarquer qu'une partie du dessin est obtenue à partir d'une autre par rotation, translation ou symétrie, ou une composée de ces transformations.

Il s'agit donc, à travers ces documents :

- de faire découvrir aux élèves le type d'image correspondant à chaque transformation
- de «mettre à l'épreuve» l'image qu'ils se sont faite de chacune de ces transformations par la présentation de documents «pièges».

On peut penser qu'à la suite de cette activité, les élèves porteront un regard «mathématique» sur les logotypes qu'ils rencontreront sur les panneaux publicitaires ou dans des revues. Faut-il l'espérer ? Pourquoi pas ! A chacun sa réponse.

PRÉSENTATION DES DOCUMENTS

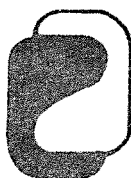
Nous avons regroupé les documents par thème. Cette présentation nous a semblé plus intéressante dans un premier temps pour qui en prend connaissance. Mais il est bien évident que leur présentation en classe est fonction des objectifs que chacun s'est fixé

Carte Bleue



Axe de symétrie «horizontal». (il est presque dessiné !)

Europ-Assistance



Centre de symétrie. (on peut faire remarquer le e bleu et le a rouge, initiales de europ et assistance, imbriqués l'un dans l'autre ; c'est une bonne idée !)

Crédit du Nord



Axe de symétrie «diagonal». (ça change des axes «horizontaux» ou «verticaux».)

Société Générale



L'axe de symétrie horizontal n'est pas immédiat pour un grand nombre d'élèves.

Banque Populaire



Axe de symétrie horizontal.

Mutuelle du Mans



Beaucoup d'élèves voient dans un premier temps un axe de symétrie horizontal. C'est donc ce que nous appellerons un document «piège». Ils découvrent vite leur erreur et situent très bien alors le centre de symétrie.

Crédit Mutuel



Les élèves croient voir trois axes de symétrie ! Ce document peut nous permettre de parler de la rotation qui malheureusement n'est pas strictement au programme. Ils voient bien le centre de rotation et comprennent que le dessin reste invariant dans une rotation d'un tiers ou de deux tiers de tours.

Crédit Agricole



Ni axe, ni centre de symétrie mais s'ils ont vu la rotation, ils voient assez rapidement qu'une partie du dessin est obtenue à partir de l'autre dans une rotation d'un quart de tour ; problème : où est le centre de rotation ?

Crédit Foncier



Axe de symétrie vertical «manqué» ; la cheminée est de trop !

Shell



Axe de symétrie vertical

Elf



Centre de symétrie. (comme pour Europ-Assistance, on peut peut-être y voir un e et un a très stylisés, initiales de Elf-Aquitaine). Certains élèves croient voir deux axes de symétrie obliques ; ils n'ont pas tout à fait tort ! ; le problème du changement de couleur par la symétrie (centrale ou axiale) intervient à propos de ce document. Ils se rendent compte aussi qu'une symétrie centrale est aussi une rotation d'un demi-tour !

Antar



Ni axe, ni centre de symétrie («on aurait bien cru qu'il y avait quelque chose»!)

Citroën



Axe de symétrie - une partie du dessin se déduit de l'autre par translation

Renault



(un bel anneau de Moëbius ! dû à Vasarely). Beaucoup d'élèves y voient deux axes de symétrie ! Le centre de symétrie n'est pas évident pour beaucoup d'entre eux.

Volkswagen - Motobécane



Axe de symétrie

Opel - PointS - Sernam



Centre de symétrie ou rotation d'un demi-tour

Chrysler



Cinq axes de symétrie, et rotations d'un, deux, trois ou quatre cinquièmes de tour.

Petit Bateau



Motif répété par translation.

Phildar



Dessin invariant par rotation d'un, deux, ...cinq sixièmes de tour. Les simplifications de fractions peuvent être pratiquées à propos de ce document : deux sixièmes donnent un tiers de tour, quatre sixièmes donnent deux tiers de tour, trois sixièmes donnent un demi tour et donc une symétrie centrale, que les élèves ne voient pas immédiatement !

Woolmark



Rotations d'un ou deux tiers de tour

New-Man



Un «beau» centre de symétrie ! Il fallait y penser ! Le deuxième document montrant deux auto-collants est là pour convaincre, si c'est utile, que les deux mots se déduisent bien l'un de l'autre par une symétrie centrale.

Codec



Un axe de symétrie, mais pas de translation.

Beghin-Say



Ce document «soulève les passions» !
- le haut du B et le haut du S se déduisent l'un de l'autre par une symétrie axiale.
- le S admet un centre de symétrie.
- le haut du B et le bas du S se déduisent donc l'un de l'autre par une symétrie axiale suivie d'une symétrie centrale, ou bien par une translation suivie d'une symétrie axiale. Bon exercice de composée de transformations ainsi que de décomposition en deux symétries axiales d'une translation et d'une symétrie centrale.

Téléphone



Axe de symétrie «manqué» ; il faut faire tourner le cadran pour l'obtenir ! Mais au fait, peut-on former n'importe quel numéro avec un tel téléphone ?

Lévitan



Axe de symétrie oblique «manqué»

Elf - Europ-Assistance - Citroën

Changement de couleur par symétrie centrale ou symétrie axiale.

UTILISATION DE CES DOCUMENTS

Il ne s'agit pas ici de donner des recettes mais plutôt des idées. L'utilisation de ces documents peut être très variée et c'est là l'intérêt des diapositives.

* Ils peuvent servir d'introduction à la symétrie centrale ou axiale, à la rotation. Les élèves ont alors à trouver les caractéristiques communes à 3 ou 4 logotypes d'un même type. (on peut facilement montrer 2 ou 3 fois de suite ces documents en revenant en arrière).

* Les transformations ayant été introduites, ces documents peuvent être alors présentés pour conforter les connaissances des élèves, et leur montrer une des utilisations possibles de ces transformations.

* A la suite de la présentation de ces documents, on peut proposer aux élèves de découper des logotypes dans des journaux, revues, annuaires du téléphone, et de les présenter sur des panneaux, en les classant par catégorie. Apparaîtra alors naturellement le problème des logotypes qui admettent plusieurs axes de symétrie, donc des centres de symétrie ou de rotation ; les élèves constateront facilement que la réciproque n'est pas vraie.

* A l'aide de la planche ci-jointe, qui peut être polycopiée, on peut demander aux élèves de construire à la règle et au compas, les axes ou centres de symétrie, les centres de rotations.

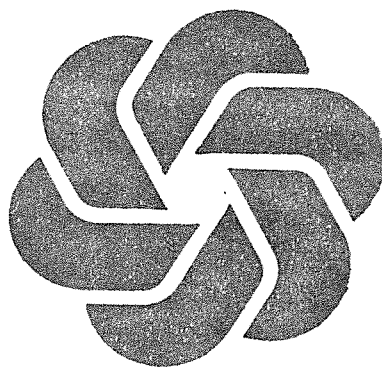
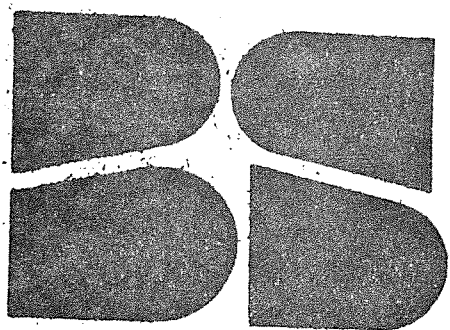
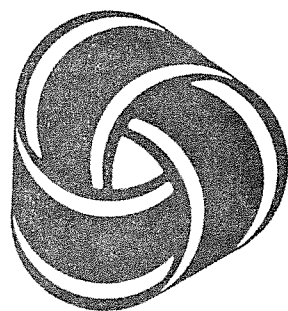
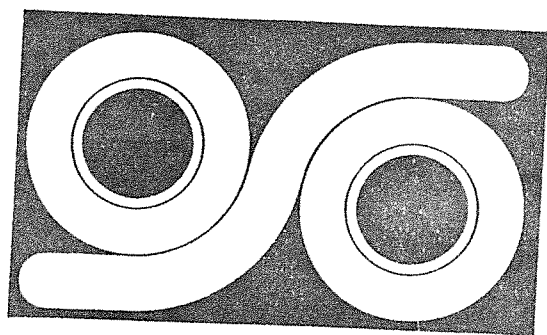
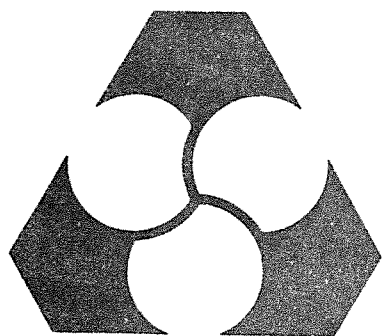
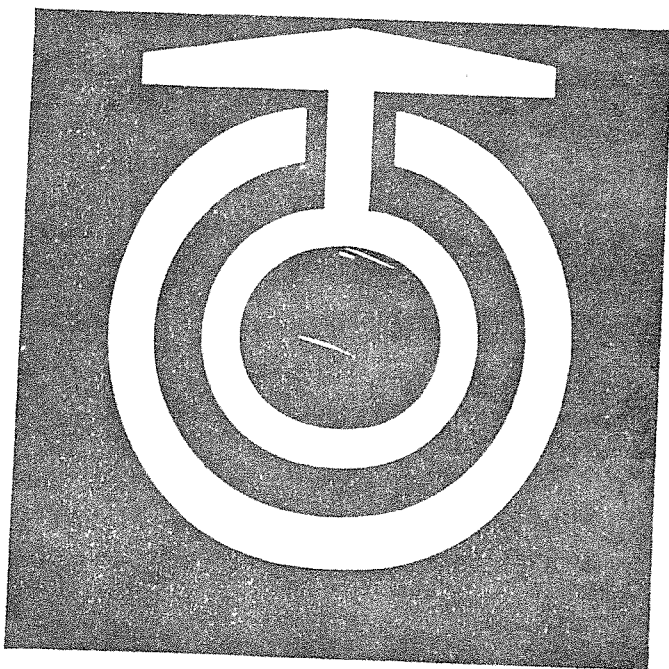
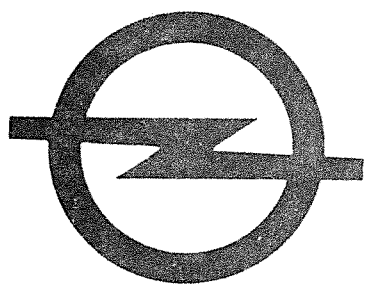
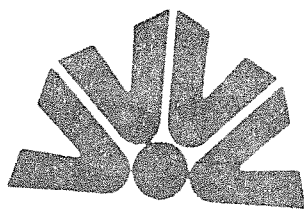
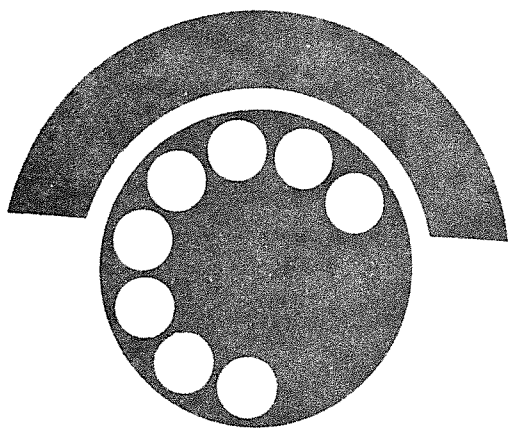
* On peut aussi leur demander de reproduire ou d'imaginer des logotypes, en liaison peut-être avec le professeur de dessin, sur des sujets variés : logos désignant par exemple les clubs du foyer socio-éducatif, les différentes disciplines enseignées, etc...

— Si vous avez des remarques, des critiques à faire sur ces documents, sur leur utilisation,

— Si vous avez des idées de réalisation de diapositives dans d'autres domaines,

n'hésitez pas à prendre la plume pour nous en faire part ; nous pourrions ainsi améliorer cette technique, réaliser d'autres séries, et en faire profiter le plus grand nombre. Envoyez votre courrier à l'IREM de POITIERS.

*Ces diapositives ont été réalisées en collaboration avec le Centre Audio-Visuel de la Faculté des Sciences de POITIERS.
Nous le remercions de l'aide qu'il nous a apportée.*



DE LA LOCOMOTIVE AU SYMBOLE

1895. Marius Berliet construit sa première voiturette à deux places en tandem. Il s'enthousiasme pour ce qui est alors considéré comme une fantaisie : l'Automobile.

1904. Mr. Pitkin's, Président de l'American Locomotive Corporation lui achète la licence pour la fabrication et la vente de ses voitures aux Etats-Unis.

1905. Avec sa courte cheminée et son

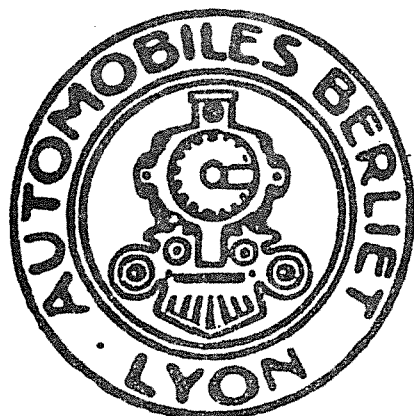
chasse-pierres, la locomotive de Mr Pitkin's va orner le capot des automobiles de la maison, et sera label de la marque.

1907. Première ébauche de stylisation. Première étape vers un dépouillement des formes.

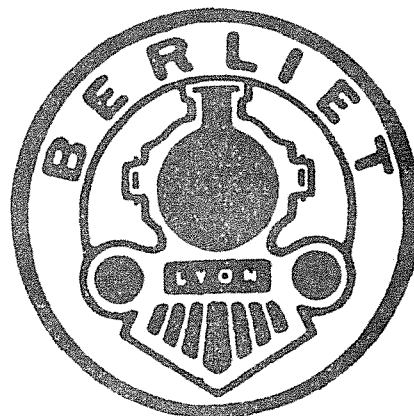
1927. Le symbole s'inscrit dans un écusson. Sa forme est plus moderne, conforme aux goûts de l'époque.

1952. Le dépouillement de la locomotive se poursuit. Les mots Berliet et Lyon ont disparu : c'est le signe de l'accession à une notoriété internationale.

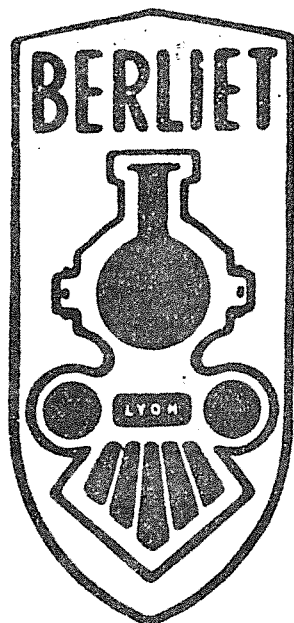
Aujourd'hui, l'insigne Berliet n'a plus rien de figuratif et il est perçu par le public, qui aura bientôt oublié la locomotive, comme une flèche que les services de publicité de Berliet utilisent sous toutes ses formes.



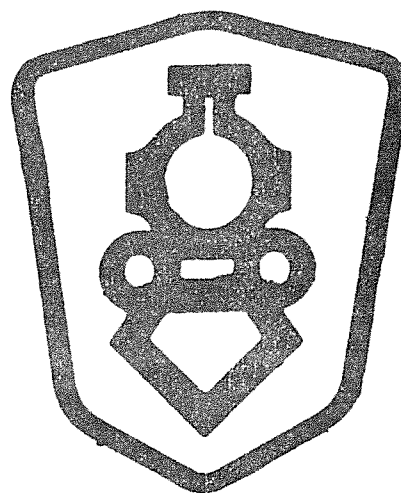
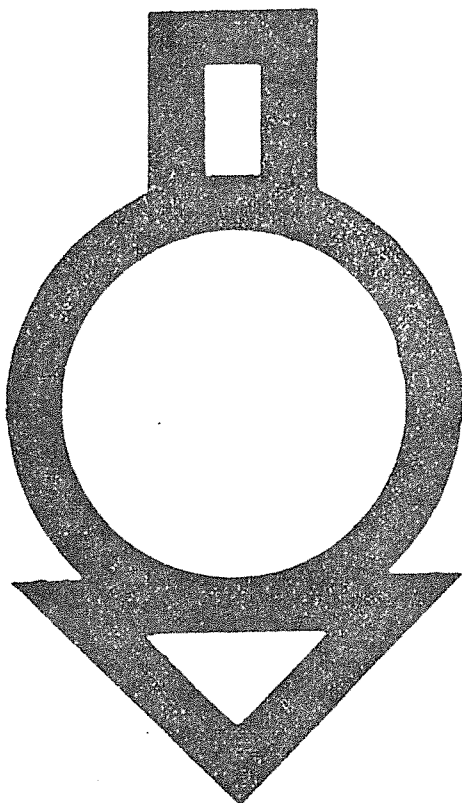
1905



1907



1927



1952

Document extrait du catalogue de l'exposition «La Marque» du Centre de Création Individuelle, (CCI) Centre Georges POMPIDOU

Service édition CCI - Centre Pompidou - 75191 Paris Cédex

V - BIBLIOGRAPHIE

- Petit x n° 1 (Article de R. GRAS : Instrumentation d'une notion mathématique; un exemple: la symétrie).
- Petit x n° 7 (Article de D. GRENIER : Quelques aspects de la symétrie orthogonale pour des élèves de 4ème et de 3ème).
- Petit x Journal pour les enseignants de mathématique et de sciences physiques du premier cycle, édité par l'IREM de Grenoble.
- Thèse d'Arlette Chevalier : Le problème Q A T symétrie et vérification.
- La fête des petits matheux : BOULANGER - BELIN.

