UNIVERSITÉ DE POITIERS

Institut de Recherche
sur l'Enseignement des Mathématiques

Groupe de PARTHENAY
Animateur : J.P GUICHARD

Juin 1980

# MATH - PHYSIQUE

## "Alerte à l'entropie"

## Essais de coordination vécue

# SOMMAIRE

| | |
|---|---|
| AYRAULT Bernard | *Mathématiques-Physique* |
| BARRES Guy | *Mathématiques* |
| BARTHELEMY Michèle | *Physique* |
| CRAPEZ Bente | *Physique* |
| DIEUMEGARD Jacques | *Physique* |
| FLEURY Paulette | *Mathématiques* |
| FRONZES Hubert | *Physique* |
| GUICHARD Jean Paul | *Mathématiques* |
| MAGISTER Elyette | *Physique* |
| MEIGNEN Hubert | *Mathématiques* |
| MIGEON Andrée | *Physique* |
| MIREBEAU Pierre | *Mathématiques* |
| RAVAILLAULT Monique | *Mathématiques* |
| VERGNAUD Yvette | *Mathématiques* |

ont participé à l'élaboration, à la rédaction, à l'expérimentation de tout ou partie des documents ci-après.

MATH-PHYSIQUE

## AVANT-PROPOS

Math-physique ! Il n'y aurait pourtant pas grand chose à faire pour que le divorce amorcé avec la réforme des mathématiques de 1969 s'estompe.

Du côté des matheux, le nouveau programme du premier cycle, dont la mise en place sera terminée en 1980-1981 (classe de troisième), devrait faciliter les choses. Sans nier les idées fondamentales de la réforme, il se veut un renouvellement et un recentrage sur le concret et le calcul : présentations simples, concrètes, applications de même, rejet de l'axiomatique et du formalisme au niveau des élèves, donc un langage plus simple et plus compréhensible. La "géométrie des figures simples" devrait avoir une place de choix, mais les cas d'égalités des triangles, les triangles semblables, les angles alternes-internes, etc... sont irrémédiablement fossiles. Les résultats auxquels ils conduisaient sont obtenus par d'autres méthodes : Thalès, vecteurs, isométries...

Du côté des physiciens, c'est le moment d'en profiter, mais il faudra faire un effort pour abandonner certaines notions ou démonstrations inusitées actuellement en mathématique, et les remplacer par des notions équivalentes et d'autres démonstrations qui devront avoir pour critère d'être aussi rapides et efficaces que les anciennes. Il faut refuser la logomachie, la lourdeur qui découragent les bonnes volontés et dégoûtent les élèves. Il faut des choses simples, claires, élémentaires mais bien assimilées.

Physiciens, posez un problème simple de physique à vos collègues matheux (ne leur posez que la partie géométrique, calculatoire, bien sûr), et demandez leur de rédiger correctement (comme on peut l'exiger d'un élève) la solution. Ils verront alors que la prétendue rigueur de leur mathématique n'est peut-être pas de rigueur, et que le problème est ailleurs : c'est celui du sens des objets mathématiques.

Ce que nous proposons, nous l'avons fait. Les physiciens ont alors pu trouver dans l'arsenal des matheux des éléments suffisants pour résoudre leurs problèmes. Les matheux se sont rendu compte qu'à force d'abstraction on prenait souvent les vrais problèmes à l'envers, et que l'on ne pouvait plus résoudre avec leur formalisme des problèmes élémentaires qu'ils savaient pourtant résoudre autrefois ! Prise de conscience va de pair avec remise en cause et débouche sur une pédagogie vivante et réfléchie.

Ce genre de travail interdisciplinaire s'est donc révélé très enrichissant. Aussi nous vous proposons des exemples.

## COMMENT REDIGER UN PROBLEME D'EQUILIBRE DE FORCES ?

## COMMENT PROJETER EN MESURE ALGEBRIQUE, SUR UNE DIRECTION, UNE EGALITE VECTORIELLE ?

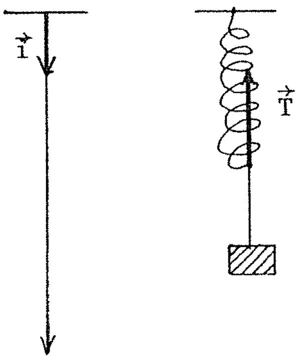
Lorsque le professeur de physique propose de projeter, en mesure algébrique, sur une direction l'égalité vectorielle $\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = \vec{0}$ cette initiative suscite la perplexité des élèves, et est source de nombreux problèmes que l'habitude arrive petit à petit à estomper.

Pourquoi ces problèmes ?

- La projection de vecteurs n'est pas ou peu usitée dans le cours de mathématique (on projette des points !).

- La mesure algébrique d'un vecteur : inconnu en mathématique.

### I - LE PROBLEME DES MESURES ALGEBRIQUES DE VECTEURS




Exemple du ressort : expression de la tension d'un ressort : on écrit : $\overline{T} = -kx$.

Problème : quel est le sens de $\overline{T}$ pour un élève ?

. Si on écrit $T$ il y a confusion avec $\|\vec{T}\| = T$ qui est un nombre positif.

. Première proposition : on considère un axe vertical de vecteur directeur $\vec{i}$. On peut alors noter $\vec{T} = X\vec{i}$.

Mais se pose alors le problème de la multiplication des notations. On pourrait alors noter : $\vec{T} = x(\vec{T})\vec{i}$.

Mais lorsque l'on écrira : $k = -\dfrac{x(\vec{T})}{x}$ l'élève ne simplifiera-t-il pas par $x$ ?

. Dernière proposition (acceptée par tous) : $\vec{T} = T_x\,\vec{i}$.

Nous proposons donc les notations suivantes :

| |
|---|
| *$\vec{T}$ : le vecteur*<br>*$T$ : sa norme (nombre positif)*<br>*$T_x$, $T_y$, $T_z$... ses coordonnées par rapport à un repère (nombres réels positifs ou négatifs correspondant aux "valeurs algébriques").* |

On abandonnera donc la notation $\overline{T}$ et la terminologie valeur algébrique de $\overline{T}$.

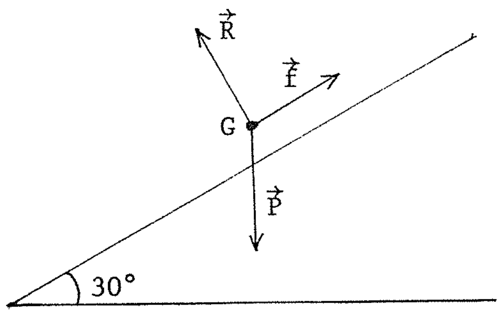
## II - ETUDE D'UN EXEMPLE DE PROBLEME DE PHYSIQUE DE 2°(A) ET LE PROBLEME DE LA REDACTION DE SA PARTIE MATHEMATIQUE

Enoncé : une luge et son passager, de poids total 500 N, filent à vitesse constante sur une piste inclinée à 30° par rapport à l'horizontale.

1 - Ecrire la condition de mouvement rectiligne uniforme du système, luge-passager, sur la piste. Représenter les forces appliquées.

2 - Evaluer la force de frottement opposée au déplacement ainsi que la réaction du plan supposée perpendiculaire à la piste.

Bilan de forces :



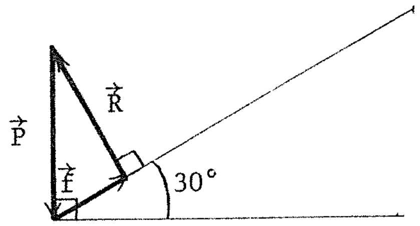

Equilibre donc : $\vec{P} + \vec{f} + \vec{R} = \vec{0}$

Problème : Calcul de f et R. C'est un problème d'ordre mathématique.

| |
|---|
| SOLUTION 1 : Niveau 2° |

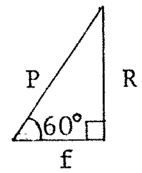
L'embarras, des professeurs de mathématiques eux-mêmes, est de ne pouvoir utiliser les angles à côtés perpendiculaires ! On parle alors des isométries, des angles complémentaires, mais la solution est très lourde, surtout s'il faut pour s'exprimer nommer des points.

Proposition (un physicien) : les forces étant des vecteurs, on peut les dessiner n'importe où et pourquoi pas à "l'origine" de la pente.



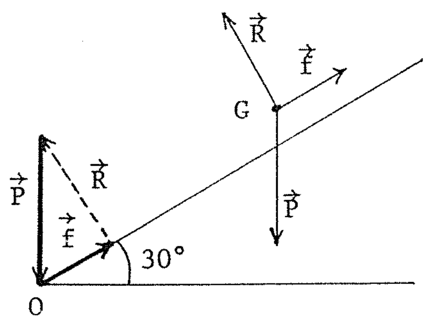

$\vec{P}$ est perpendiculaire à l'horizontale donc par complément (il suffit de savoir que la somme des mesures des angles d'un triangle vaut 180°) on connaît toutes les mesures des angles du triangle rectangle (car $\vec{R}$ est perpendiculaire à la pente) de la figure ci-contre.

En fait l'angle de 60° "adjacent" à celui de la pente suffit (et alors le prérequis mentionné est même inutile). On a alors affaire à un bon triangle rectangle sur lequel on ne fait figurer que les distances (normes de vecteurs en question). Et le problème est donc un simple problème de trigonométrie du triangle rectangle que tout élève de troisième devrait savoir résoudre.




Présentation que l'on peut exiger de l'élève

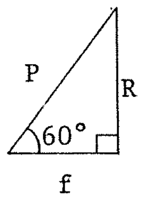
Je représente mes trois vecteurs de somme nulle au point O sommet de l'angle de la pente (en représentant d'abord $\vec{P}$).




. Le triangle des forces est alors un triangle rectangle car la réaction $\vec{R}$ est perpendiculaire à la ligne de pente.

. Le poids $\vec{P}$ étant vertical, l'angle de la verticale et de la ligne de pente mesure 60° (complément de 30°).

. On a donc le triangle rectangle suivant : dont les longueurs des côtés sont les normes f, R, P des vecteurs $\vec{f}$, $\vec{R}$, $\vec{P}$. On connaît la longueur d'un côté P et la mesure d'un angle, donc il est facile de déterminer f et R :

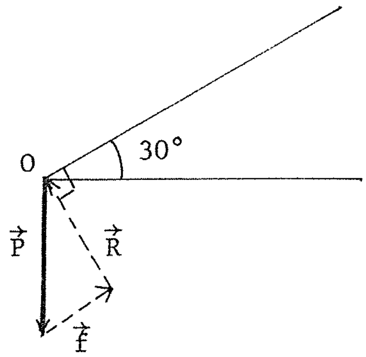



$$\cos 60° = \frac{f}{P} \quad \text{donc} \quad f = P \cos 60°$$

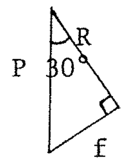
$$\sin 60° = \frac{R}{P} \quad \text{donc} \quad R = P \sin 60°.$$

Or $P = 500$ N donc : $f = 250$ N et $R \simeq 433$ N.

Remarque : on pourrait aussi représenter $\vec{P}$ à l'origine O ainsi :




On a de même ici, par complément à 90° le triangle rectangle :




d'où :

$\cos 30° = \frac{R}{P}$

$\sin 30° = \frac{f}{P}$

Ce qui est aussi simple, peut être même plus, dans la mesure où l'on est obligé de dessiner $\vec{P}$ en premier et qu'il est plus facile de le dessiner avec 0 pour origine que 0 pour extrémité.

Par contre l'explication du fait que le triangle est rectangle est un tout petit peu plus longue.

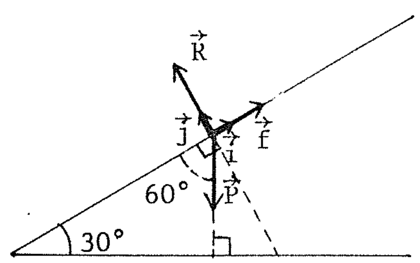
**SOLUTION 2 : Niveau 2nd-1è-Terminale**

Quand le problème se complique en physique on est amené à projeter l'égalité vectorielle traduisant l'équilibre sur deux directions. Mais les élèves ne connaissent pas cette technique en mathématique. Alors comment faire en physique, pour présenter cette méthode avec les acquis des élèves en mathématiques ? Nous allons utiliser le même exercice.

Méthode : on choisit une base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j})$ et on calcule les coordonnées des vecteurs $\vec{f}$, $\vec{R}$, $\vec{P}$ dans cette base (ce que l'élève saura faire. cf. suite § 3). On calcule les coordonnées de $\vec{f} + \vec{R} + \vec{P}$. Puis on écrit qu'elles sont nulles car $\vec{f} + \vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$.

Remarque préliminaire : pour simplifier (éviter le problème de l'identification des angles) il serait intéressant que l'élève fasse son bilan des forces en un point de la ligne de pente, et, pourquoi pas, à son origine (ce qui simplifie tout).

Présentation que l'on peut exiger de l'élève




Il y a équilibre donc : $\vec{f} + \vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$

Je choisis une base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j})$ comme indiquée sur la figure.

Calculons les coordonnées de $\vec{f}$, $\vec{R}$, $\vec{P}$.

On a : $\vec{f}\binom{f}{0}$ $\vec{R}\binom{0}{R}$

Pour le calcul de $\vec{P}$ identifions l'angle de $\vec{P}$ avec la ligne de pente. $\vec{P}$ étant vertical (donc perpendiculaire à l'horizontale) cet angle est le complément de celui de 30° (triangle rectangle) et mesure donc 60°.

D'où $\vec{P}\begin{pmatrix} -P\cos 60° \\ -P\sin 60° \end{pmatrix}$

Donc $\vec{f} + \vec{R} + \vec{P}\begin{pmatrix} f - P\cos 60° \\ R - P\sin 60° \end{pmatrix}$

et puisque $\vec{f} + \vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$ on a donc : $\begin{cases} f - P\cos 60° = 0 \\ R - P\sin 60° = 0 \end{cases}$

D'où $f = P\cos 60°$ soit $f = 250$ N

$R = P\sin 60°$ soit $R \simeq 433$ N

Remarque 1 : en dynamique si l'équation de départ est :
$\vec{f} + \vec{R} + \vec{P} = m\vec{\gamma}$

on fait de même, en ajoutant au départ : soit $\begin{pmatrix} \gamma_x \\ \gamma_y \end{pmatrix}$ les coordonnées de $\vec{\gamma}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$.

$\vec{f} + \vec{R} + \vec{P}\begin{pmatrix} f - P\cos 60° \\ R - P\sin 60° \end{pmatrix}$ et $m\vec{\gamma}\begin{pmatrix} m\gamma_x \\ m\gamma_y \end{pmatrix}$

Donc, puisque : $\vec{f} + \vec{R} + \vec{P} = m\vec{\gamma}$ on a : $\begin{cases} f - P\cos 60° = m\gamma_x \\ R - P\sin 60° = m\gamma_y \end{cases}$

Note : en général on choisit $\vec{i}$ de telle sorte que $\gamma_y = 0$.

Remarque 2 : au niveau de la 2° un certain nombre d'élèves calculerons les coordonnées de $\vec{f} + \vec{R} + \vec{P}$ en utilisant la base $(\vec{i}, \vec{j})$ soit :

$$\vec{f} + \vec{R} + \vec{P} = f\vec{i} + R\vec{j} - P\cos 60°\,\vec{i} - P\sin 60°\,\vec{j}$$
$$= (f - P\cos 60°)\vec{i} + (R - P\sin 60°)\vec{j}.$$

Donc $\vec{f} + \vec{R} + \vec{P}\begin{pmatrix} f - P\cos 60° \\ R - P\sin 60° \end{pmatrix}$

Le reste est identique. (Il y aurait donc deux lignes de calcul de plus).

Prérequis mathématiques :

- trigonométrie du triangle rectangle
- somme des mesures des angles d'un triangle égale à 180°
- calcul des coordonnées de la somme de plusieurs vecteurs
- § 3.

## III - CALCUL DES COORDONNEES D'UN VECTEUR A PARTIR DE SA NORME ET DE L'ANGLE FAIT AVEC UN DES AXES DE COORDONNEES

Cette étude sera à faire en seconde par le professeur de physique comme complément mathématique car elle est inconnue de la plupart des élèves du premier cycle. En mathématique on donne toujours les coordonnées d'un vecteur et on demande de calculer sa norme et éventuellement l'angle qu'il fait avec un des axes (c'est à dire avec un autre vecteur) (cf. programme de 1° C-D).

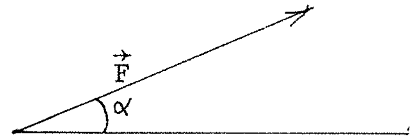
Cependant, suite à la discussion qui a eu lieu, il semble qu'il serait intéressant en troisième, en mathématique, une fois vue la trigonométrie, de poser ce type de problème aux élèves comme application de la trigonométrie.

> *Problème : étant donné un vecteur déterminé par sa norme et l'angle qu'il fait avec la direction d'un vecteur de base, calculer les coordonnées du vecteur dans la base en question.*

Note : Ce problème ne se rencontre dans les études de math des élèves qu'en terminale lorsque l'on passe de la représentation polaire d'un nombre complexe à sa représentation cartésienne, ce qui explique peut-être certaines difficultés.

Pour le professeur de physique, l'intérêt de faire cette étude mathématique préliminaire est de pouvoir ensuite utiliser l'outil vectoriel familier aux élèves en mathématique.

**Cas. 1**




On choisit une base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j})$ de préférence à "l'origine" du vecteur (figure 1).

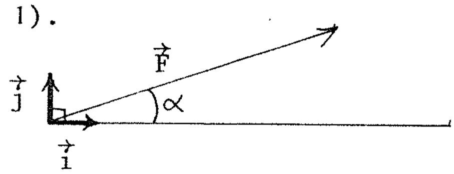



figure 1

On décompose le vecteur $\vec{F}$ suivant les vecteurs de la base $(\vec{i}, \vec{j})$ ou bien (ce qui est mieux connu en général) on matérialise les coordonnées de $\vec{F}$ par projection orthogonale (figure 2).

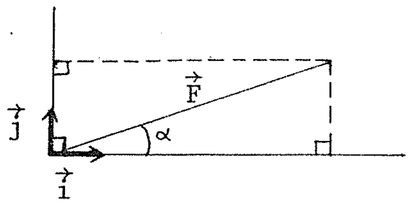



figure 2

On obtient un triangle rectangle dont la longueur des côtés permet de donner les coordonnées de $\vec{F}$ (figure 3)

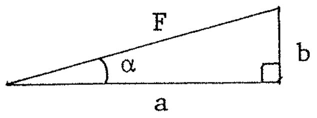



Figure 3

En effet on aura alors : $\vec{F} = a\vec{i} + b\vec{j}$ ou

$\vec{F}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

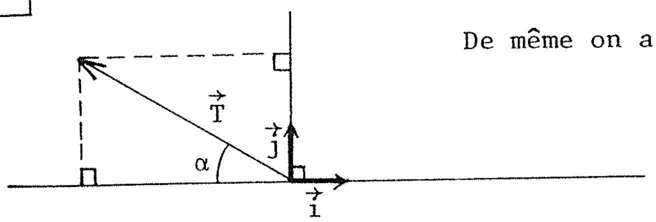
Calcul de trigonométrie

$\cos \alpha = \frac{a}{F}$ donc $a = F \cos \alpha$

$\sin \alpha = \frac{b}{F}$ donc $b = F \sin \alpha$

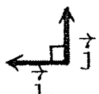
Donc : $\boxed{\vec{F}\begin{pmatrix} F \cos \alpha \\ F \sin \alpha \end{pmatrix} \text{ ou } \vec{F} = (F \cos \alpha)\vec{i} + (F \sin \alpha)\vec{j}}$

Cas. 2




De même on a : $\boxed{\vec{T}\begin{pmatrix} -T \cos \alpha \\ T \sin \alpha \end{pmatrix}}$

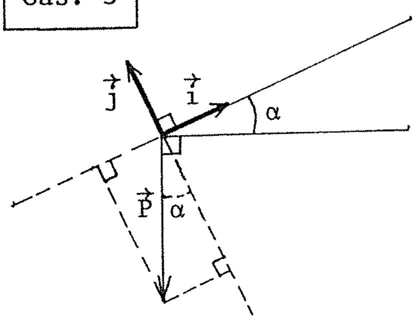
Remarques :

1) On pourrait prendre  et alors on serait ramené au premier cas. Mais il y a des cas où la base est déjà choisie et où le vecteur a alors cette position par rapport à la base.



2) Même si c'est l'angle $(\widehat{\vec{i}, \vec{T}})$ donc on connaît la mesure, il est facile de calculer α, et il vaut mieux utiliser la trigonométrie du triangle rectangle, quitte à mettre des signes −.

Cas. 3




En utilisant les mesures des angles, par complément, la mesure de $(\widehat{\vec{P}, -\vec{j}})$ est α

D'où : $\boxed{\vec{P}\begin{pmatrix} -P \sin \alpha \\ -P \cos \alpha \end{pmatrix}}$

## IV - CONCLUSION

Certains collègues physiciens ont expérimenté ces méthodes et ont été encouragés à poursuivre par les réactions des élèves. A vous d'essayer.

Quant aux matheux, il y a des idées d'exercices à mettre en oeuvre pour un renouvellement et une ouverture vers les autres disciplines.

) DOCUMENT



$\vec{G}$ POIDS DU SKIEUR
$\vec{C}$ FORCE CENTRIFUGE
$\vec{N}$ RÉACTION DE LA NEIGE
$\vec{F}$ EFFORT EN FLEXION APPLIQUÉ AU SKI
$\vec{D}$ EFFORT EN DÉRAPAGE APPLIQUÉ AU SKI
$\theta$ ANGLE DE GÎTE DU SKIEUR

$$\vec{R} = \vec{G} + \vec{C}$$
$$\vec{N} = \vec{F} + \vec{D}$$

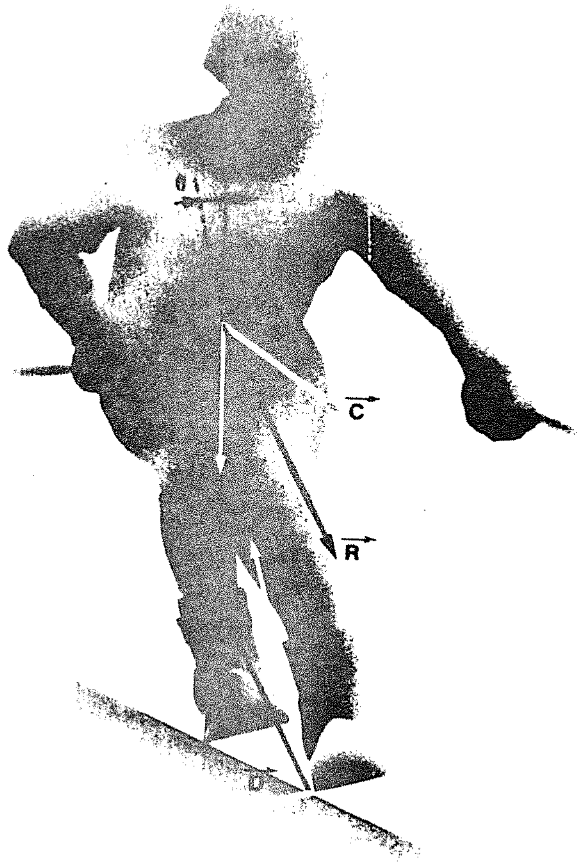
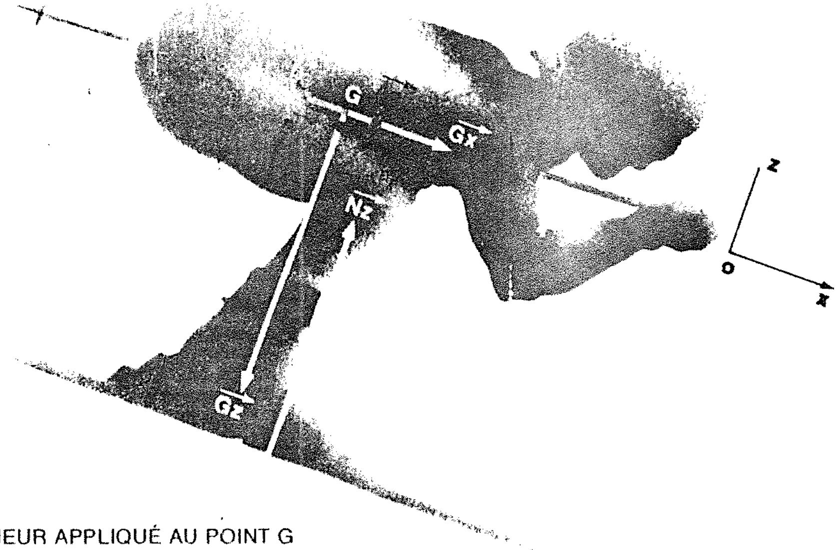



Figure 5. **Un skieur sur ses skis est un système physique supposé indéformable. On étudie son mouvement sous l'action de plusieurs forces (A). Ces forces diffèrent selon que le skieur se trouve en position dynamique de glissement en trace directe ou de glissement en virage. Dans le premier cas, la force motrice (composante de la pesanteur parallèle à la pente $\vec{Gx}$) est appliquée au centre de gravité. Les forces d'inertie appliquées en G peuvent s'ajouter (ralentissement) ou se retrancher (accélération). Les forces antagonistes résultent de la résistance de l'air ($\vec{Ax}$) et du frottement du ski sur la neige ($\vec{Nx}$). Dans le cas du virage (B) on doit ajouter une force d'inertie, la force centrifuge. La réaction de la neige est dans ce cas la composante de deux forces, $\vec{F}$ et $\vec{D}$, forces de frottements que le ski, en travers par rapport à la trajectoire, génère au niveau de la neige. Le virage est précédé d'un déclenchement qui consiste en un déplacement relatif du ski et du centre de gravité du skieur tel que la résultante du poids et des forces d'inertie s'applique obliquement sur l'arrière des skis. Dans la mesure où l'angle de prise de carre est assez faible, l'arrière du ski «chasse» plus vite que l'avant. La composante de rotation ainsi créée est ensuite modulée par le skieur qui joue sur la position de son centre de gravité par rapport à ses pieds et sur l'angle de prise de carre.**




$\vec{G}$ POIDS DE L'ENSEMBLE SKI-SKIEUR APPLIQUÉ AU POINT G
$\vec{A}$ FORCE AÉRODYNAMIQUE DE L'ENSEMBLE APPLIQUÉE AU POINT A
$\vec{I}$ INERTIE DE L'ENSEMBLE APPLIQUÉE AU POINT G
$\vec{N}$ RÉACTION DE LA NEIGE APPLIQUÉE AU POINT N

LE MOMENT PIQUEUR DES FORCES x EST
ÉQUILIBRÉ PAR LE MOMENT CABREUR DES FORCES z : $\vec{Gx} = \vec{Nx} + \vec{Ax} + \vec{Ix}$
$\vec{Gz} = \vec{Nz} + \vec{Az}$

# TRAVAIL PUISSANCE ET PRODUIT SCALAIRE

Rappel :

- Le travail d'une force constante $\vec{F}$ lors d'un déplacement rectiligne de A à B est donné par :

$W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$ (. : produit scalaire)

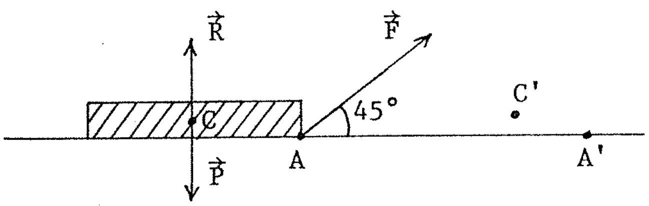
- La puissance d'une force constante $\vec{F}$ lors d'un déplacement rectiligne à vitesse $\vec{V}$ constante est donnée par :

$\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{V}.$

## I - UN EXEMPLE SIMPLE : DEUX METHODES

Enoncé : un charpentier traîne horizontalement une poutre de masse 100 kg sur une longueur de 10 m en exerçant une force de 700 N inclinée à 45° sur l'horizontale. Quel est le travail effectué ?

Solution :




Déplacement AA' = 10 m.

Translation donc $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AA'}$.

$W = \vec{R} \cdot \overrightarrow{CC'} + \vec{P} \cdot \overrightarrow{CC'} + \vec{F} \cdot \overrightarrow{AA'} = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AA'}$ car $\vec{P} \perp \overrightarrow{CC'}$ et $\vec{R} \perp \overrightarrow{CC'}$

Donc : $\vec{W} = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AA'}$.

1 - Première méthode (présentation que l'on peut exiger de l'élève)

On sait que : $\vec{F} \cdot \overrightarrow{AA'} = F \times AA' \times \operatorname{Cos}(\widehat{\vec{F}, \overrightarrow{AB}})$.

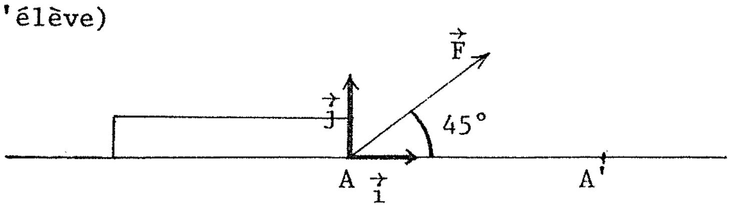
Ici $E(\widehat{\vec{F}, \overrightarrow{AB}}) = 45°$ ou $\operatorname{mes}(\widehat{\vec{F}, \overrightarrow{AB}}) = 45°$.

$F = 700$ N et $AA' = 10$ m.

Donc $\vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = 700 \times 10 \times \cos 45° = \frac{700\sqrt{2}}{2} \simeq 4950.$

Donc $\boxed{W \simeq 4950 \text{ J}}$

2 - <u>Deuxième méthode</u> (présentation que l'on peut exiger de l'élève)




On choisit une base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j})$ (voir figure).

On sait alors que si $\vec{V}\binom{x}{y}$ et $\vec{V}'\binom{x'}{y'}$ alors $\vec{V} \cdot \vec{V}' = xx' + yy'$.

On calcule donc les coordonnées de $\vec{F}$ et de $\overrightarrow{AA'}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$*

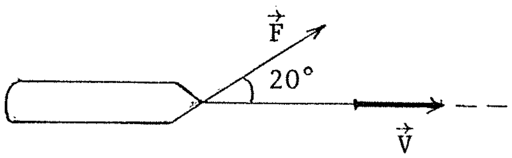
$$\vec{F}\begin{pmatrix} F\cos 45° \\ F\sin 45° \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AA'}\begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}$$

D'où $\vec{F} \cdot \overrightarrow{AA'} = F\cos 45° \times 10 = \dfrac{7000\sqrt{2}}{2} \simeq 4950$

Donc $\boxed{W \simeq 4950\ \text{J}}$

## II - UN DEUXIEME EXEMPLE SIMPLE

<u>Enoncé</u> : un chaland est tiré par une force constante $\vec{F}$ d'intensité 10000 N, faisant un angle de 20° avec la direction du déplacement. Evaluer la puissance du dispositif tracteur si la vitesse vaut 2m/s.

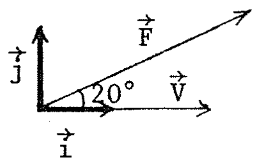



Solution : $\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{V}$.

1 - <u>Première méthode</u> : $\mathcal{P} = F \times V \times \cos(\widehat{\vec{F}, \vec{V}}) = 10000 \times 2 \times \cos 20°$

D'où $\boxed{\mathcal{P} \simeq 18800\ \text{W}}$

2 - <u>Deuxième méthode</u> : on choisit une base orthonormée ainsi :




D'où $\vec{F}\begin{pmatrix} F\cos 20° \\ F\sin 20° \end{pmatrix} \quad \vec{V}\begin{pmatrix} V \\ 0 \end{pmatrix}$

Donc $\mathcal{P} = F\cos 20° \times V \simeq 10000 \times 0{,}940 \times 2 = 18800$

D'où $\boxed{\mathcal{P} \simeq 18800\ \text{W}}$

---

* *pour ce calcul voir chapitre "Comment rédiger un problème d'équilibre de forces" paragraphe III.*

Notation : on distingue parfois en mathématique le cosinus d'un angle que l'on note avec un C majuscule et le cosinus de sa mesure par rapport à une certaine unité et que l'on note avec un c minuscule.

On a donc par exemple $\mathrm{Cos}(\widehat{\vec{F}, \vec{V}}) = \cos 20° = \cos \frac{\pi}{9}$

## III - DISCUSSION

### 1°) Travail-puissance

Ces notions sont abordées en physique au début de l'année de 1ère.

### 2°) Produit scalaire

Cette notion est abordée en 2nde et 1ère en mathématique. Certains élèves de 3ème connaissent la condition $xx' + yy' = 0$ traduisant l'orthogonalité de deux vecteurs.

Cette notion de produit scalaire est vue sous deux angles :

- Forme bilinéaire (1ère et 2nde parfois)

- Produit scalaire à partir du rapport de projection orthogonale (2nde).

Dans les projets du nouveau programme de 2nde (applicable à la rentrée 1981) figure :

"L'introduction du produit scalaire par les formes bilinéaires symétriques ne figure pas au programme".

"Formule $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos \alpha$".

"Expression du produit scalaire de deux vecteurs dans un repère orthonormal".

Les élèves devraient donc, alors, être en possession des deux outils requis pour traiter les problèmes simples de travail et puissance.

# QUANTITE DE MOUVEMENT

## IMPULSION ET DIFFERENTIELLE

Le texte suivant essaie de répondre à la question suivante : comment expliquer, en cours de physique, la relation existant entre l'impulsion et la variation de la quantité de mouvement, en tenant compte des connaissances des élèves en calcul différentiel acquises pendant l'année de 1ère en mathématiques ?

## I - SITUATION CLASSIQUE (cf.CESSAC TD ou TC page 86 en TD)

Pour un point matériel.

1) Définition :

a) $\vec{p} = m\,\vec{v}$ $\qquad\qquad$ $\vec{p}$ = quantité de mouvement

b) $\vec{F}.\Delta\,t$ = implulsion (sans symbole particulier)

$\vec{F}$ est la force appliquée en M pendant le temps $\Delta t$.

2) Relation entre $\vec{p}$ et l'impulsion. ( Résumé de l'exposé de CESSAC ).

Si $\vec{v}$ passe à $\vec{v} + \Delta\,\vec{v}$ entre des instants *très voisins*, t et $t + \Delta\ t$, le vecteur accélération entre ces deux instants est pratiquement $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ et la force appliquée : $\vec{F} = m\,\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ est *pratiquement constante* durant $\Delta t$.

La relation peut s'écrire : $\vec{F}.\ \Delta t = m\,\Delta\,\vec{v}$.

d'où : $\vec{F}\ \ \Delta t = m\ (\vec{v} + \Delta\ \vec{v}) - m\ \vec{v} = \Delta\vec{p}$ donc $\vec{F}.\ \Delta t = \Delta\vec{p}$.

*La variation de la quantité de mouvement d'un point matériel est égale à l'impulsion qu'il reçoit.*

## II - AUTRE PRESENTATION (utilisant la différentielle)

1) Définition :

a) $\vec{p} = m\,\vec{v}$

b) $\vec{I} = \vec{F}\,\Delta t$ où $\vec{I}$ est l'impulsion reçue par le système lorsqu'une force $\vec{F}$ quelconque agit pendant une durée $\Delta t$.

2) Relation entre $\vec{I}$ et $\vec{p}$.

Notons : $\vec{v}\ (t)$ la vitesse du point matériel à la date t.

$\vec{p}\,(t)$ la quantité de mouvement du point matériel à la date t.

Supposons $\vec{v}$ continue et dérivable, et m constante, donc dans ces conditions $\vec{p}$ est aussi continue et dérivable.

a) <u>Cas particulier</u> : <u>$\vec{F}(t)$ constante</u>. donc $\vec{F}(t) = \vec{F}_o$

Alors $\vec{F}_o = m\,\vec{\Gamma}_o$ et $\vec{\Gamma}_o$ est alors aussi un vecteur constant.

Or $\vec{V}'\,(t) = \vec{\Gamma}$ donc $\vec{V}\,(t) = \vec{\Gamma}_o \times t + \overrightarrow{cste}$

d'où $\vec{V}\,(t+h) - \vec{V}\,(t) = \vec{\Gamma}_o h.$

Multiplions par m : $m\,\vec{V}\,(t+h) - m\,\vec{V}\,(t) = m\,\vec{\Gamma}_o h.$

$\boxed{\text{ou } \Delta\vec{p} = \vec{F}_o \cdot \Delta t}$ en notant $h = \Delta t$; soit $\boxed{\Delta\,\vec{p} = \vec{I}}$

<u>NB</u> : Ce cas de force constante appliquée à un système est très courant en physique. Exemple : chute d'une bille sous son propre poids.

b) <u>Cas général</u> :

$\vec{p}$ étant dérivable au voisinage de t on peut écrire.

$$\vec{p}\,(t+h) - \vec{p}(t) = h\,\vec{p}\,'(t) + h\vec{\varepsilon}\,(h) \quad \text{avec} \lim_{o} \vec{\varepsilon}\,(h) = \vec{0}$$

d'où puisque $\vec{p}\,(t) = m\,\vec{V}\,(t)$, $\vec{p}\,'(t) = m\,\vec{V}'(t) = m\vec{\gamma}\,(t)$

et $m\vec{\gamma}\,(t) = \vec{F}\,(t)$ résultante des forces appliquées à la date t.

Donc avec les notations usuelles ($h = \Delta t$) :

$$\Delta\,\vec{p} = \Delta t.\,\vec{F}\,(t) + \Delta t\,\vec{\varepsilon}\,(\Delta t).$$

ou $\boxed{\Delta\,\vec{p} = \vec{I}(t) + \Delta t\,\vec{\varepsilon}\,(\Delta t)}$ avec $\lim_{o} \vec{\varepsilon}\,(\Delta t) = \vec{0}$

<u>Conséquence</u> : $\Delta t$ effectivement très court, donc $\Delta t$ proche de 0 donc $\vec{\varepsilon}(\Delta t)$ proche de sa limite $\vec{0}$, d'où le terme $\Delta t.\vec{\varepsilon}\,(\Delta t)$ est très proche de $\vec{0}$, donc :

$$\boxed{\Delta\,\vec{p} \simeq \vec{I}\,(t)}$$

*Donc quel que soit le type de force agissant sur le point matériel, pourvu que la durée de l'intéraction soit brève, la variation de quantité de mouvement est égale à l'impulsion reçue.*

*Qui plus est on peut alors définir une force moyenne d'intéraction constante* $\vec{F}_o$ *qui serait telle que* $\Delta\vec{p} = \vec{F}_o\;\Delta t$.

Exemples : - coup de marteau sur une pointe
- coup de pied dans un ballon etc...

Remarques : Le cas particulier vu en a) correspond à un cas où :

$\forall h, \vec{\varepsilon}(h) = \vec{0}$, c'est-à-dire $\vec{\varepsilon}$ est la fonction nulle.

En effet on a alors : $\Delta \vec{p} = \vec{I}(t)$

Conclusion :

Cette nouvelle présentation(b) cas général) est aussi courte que la présentation classique. Elle a le triple avantage :

- d'utiliser le formalisme et les notions vus par les élèves en cours de mathématiques,
- de bien montrer qu'en général la formule $\Delta \vec{p} = \vec{I}$ est une formule approchée et dans quelle mesure, au lieu d'y arriver après une suite d'approximations. C'est une bonne approche des problèmes de linéarisation,
- de satisfaire à davantage de rigueur.

# POUR UNE CINEMATIQUE UTILISABLE EN PHYSIQUE

Après un échange entre matheux et physiciens une constatation s'impose : le cours de cinématique fait par le professeur de mathématique en terminale, même s'il est fait en tout début d'année, n'est d'aucun secours pour le professeur de physique. Les élèves ne s'y retrouvent pas. Alors se pose la question : ne serait-il pas possible de faire en mathématique, au début de l'année, un cours de cinématique où tout le monde y trouve son compte, l'élève, le professeur de mathématique et celui de physique ? Les objectifs sont de rester le plus près possible du concret, d'être simple et le plus bref possible. Pour cela nous rejetons l'étude préliminaire des fonctions vectorielles et au contraire considérons le cours de cinématique comme une bonne introduction aux fonctions vectorielles. D'autre part nous nous plaçons d'emblée dans le plan pour simplifier et parce qu'en physique en terminale l'étude du mouvement se ramène toujours à un mouvement plan. La généralisation à l'espace est d'ailleurs immédiate. Enfin nous nous sommes efforcés de rendre d'emblée le cours utilisable pour résoudre des exercices classiques, et avons essayé d'utiliser les connaissances, terminologie et notations vues par les élèves en physique en seconde.

Voilà notre tentative.

## CINEMATIQUE

Notations : - soit E un plan vectoriel euclidien et $(\vec{c}, \vec{j})$ une base orthonormée de E.

- soit P le plan affine associé à E et muni d'un repère $(\vec{O}, \vec{c}, \vec{j})$

- quelque soit $\vec{U}$ appartenant à E on lui fait correspondre le point M de P tcl que $\vec{OM} = \vec{U}$

Notions de temps :

- un instant ou une date peut être repéré par un réel t que l'on appellera le temps.
- la durée d'un évènement est le réel $t_2 - t_1$ associé à l'intervalle de temps $[t_1 ; t_2]$

## A. Mouvement d'un point

Soit M appartenant à P :

$$\begin{tikzcd} \mathbb{R} \arrow[r] & P \arrow[r] & E \\ t \arrow[r] \arrow[rr, bend right, "\vec{F}"'] & M \arrow[r] & \overrightarrow{OM} \end{tikzcd}$$

$\vec{F}$ est appelée une fonction vectorielle : $\overrightarrow{F(t)} = \overrightarrow{OM}$

Le mouvement de M est déterminé par la donnée de ses coordonnées en fonction de t :

$$M \begin{pmatrix} x = f_1\ (t) \\ y = f_2\ (t) \end{pmatrix}$$

Se donner $\vec{F}$ équivaut à se donner deux fonctions numériques :

$$f_1 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$t \longrightarrow f_1\ (t)$$

$$f_2 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$t \longrightarrow f_2\ (t)$$

$\overrightarrow{OM} = \vec{F}\ (t) = f_1\ (t)\ \vec{i} + f_2(t)\ \vec{j}$ .

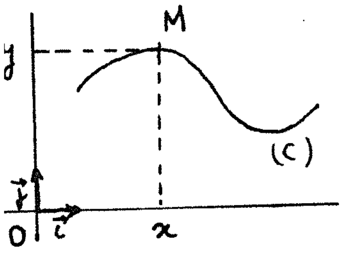
$\overrightarrow{OM}$ s'appelle "<u>le vecteur espace</u>"

<u>Deux cas</u> :

- $f_1$ et $f_2$ sont des fonctions constantes : alors M est au repos par rapport au repère.

- $f_1$ ou $f_2$ n'est pas constante : M est en mouvement par rapport au repère.

<u>Trajectoire de M</u> : (C) : c'est l'ensemble des positions de M




$$\left.\begin{array}{l} x = f_1\ (t) \\ y = f_2\ (t) \end{array}\right. \text{ sont les équations paramétriques de (C).}$$

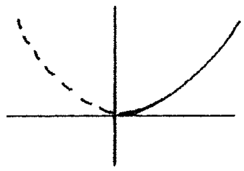
N.B. Ce sont elles qui pourraient permettre de tracer point par point la trajectoire. C'est d'ailleurs ainsi qu'on dessine la trajectoire avec un ordinateur et un traceur de courbes.

Si on élimine t entre ces deux équations on obtient une équation en x et y qui donne l'équation cartésienne de la trajectoire ( en fait elle donne l'équation du support, la trajectoire n'en constituant qu'une partie ). On essaie d'écrire cette équation sous la forme $y = g(x)$.

Exemple : soit M le point dont le mouvement est defini:

pour $t > 0$ par : $\begin{cases} x = \dfrac{1}{t^2} \\ y = \dfrac{2}{t^4} \end{cases}$ ce qui donne $y = 2x^2$ .

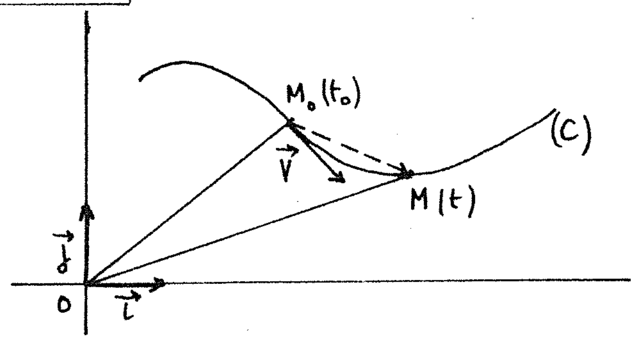
D'où la trajectoire :



Exercices n° 1-2-4-5-6-8 (premières questions)

(voir annexe).

## B vecteur de vitesse




### 1) Vecteur vitesse moyenne entre deux instants.

soit : to Mo $\overrightarrow{OMo} = \overrightarrow{F(to)}$

$t \neq to$ M $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{F(t)}$.

Entre les dates to et t de point M s'est déplacé sur (c) de Mo à M.

L'accroissement du "vecteur espace" est : $\vec{OM} - \vec{OMo} = \vec{F}(t) - \vec{F}(to)$

ou : $\vec{MoM} = \vec{F}(t) - \vec{F}(to)$

Si M se déplaçait sur la droite (MoM) sécante à (C), il aurait parcouru la distance d (Mo, M) pendant l'intervalle de temps t-to.

Donc $v_m = \dfrac{d(Mo,M)}{t-to}$ .

Le vecteur vitesse moyenne de M entre to et t est alors :

$$\vec{V}_m = \frac{1}{t-to} \cdot \vec{MoM} = \frac{1}{t-to} \left[ \vec{F(t)} - \vec{F(to)} \right]$$

<u>NB:</u> on peut par convention et commodité noter $\dfrac{\vec{MoM}}{t-to}$ au lieu de $\dfrac{1}{t-to} \cdot \vec{MoM}$ .

2) <u>Vecteur vitesse à l'instant t.</u>

On prend un intervalle de temps "petit" .

Si $\lim_{to} (t \longrightarrow \dfrac{1}{t-to} \cdot \vec{MoM})$ est un vecteur non nul. Alors cette limite est le vecteur vitesse de M en to. On le note :

$$\boxed{\vec{V} = \lim_{to} (t \longrightarrow \frac{1}{t-to} \cdot \vec{MoM})}$$

- un représentant privilégié de $\vec{V}$ a pour origine Mo .
- <u>signification géométrique</u> : (MoM) est une sécante à (C) dont un vecteur directeur est $\vec{MoM}$ ou $\dfrac{1}{t-to} \cdot \vec{MoM}$

  Donc (MoM) peut être définie par $(Mo\ ; \dfrac{1}{t-to} \cdot \vec{MoM})$

  Alors la droite définie par (Mo, $\vec{V}$ ) est par définition la tangente à (C)

  Ainsi le représentant de $\vec{V}$ ayant Mo pour origine est tangent à (C).

3) <u>Coordonnées de $\vec{V}$</u> .

Puisque $\vec{V} = \lim_{to} (t \longrightarrow \dfrac{1}{t-to} \cdot \left[\vec{F(t)} - \vec{F(to)}\right]$ alors :

$$\begin{cases} \text{abscisse de } \vec{V} = \lim\limits_{to} \left(t \longrightarrow \dfrac{f_1(t)-f_1(to)}{t-to}\right) = f_1'(to). \\ \\ \text{ordonnée de } \vec{V} = \lim\limits_{to} \left(t \longrightarrow \dfrac{f_2(t)-f_2(to)}{t-to}\right) = f_2'(to). \end{cases}$$

Donc $$\boxed{\vec{V} = x'_t \, \vec{i} + y'_t \, \vec{j} = (\overrightarrow{OM})'_t.}$$

4) Vitesse arithmétique de M.

$$v = \|\vec{V}\| = \sqrt{x'^2_t + y'^2_t}$$

D'où $\vec{V} = v\,\vec{\tau}$ avec $\vec{\tau}$ vecteur unitaire tangent à (C) si on le représente en M.

5) Exercices n° 4 - 3.(1.2.3.6.). (voir annexe).

## C Vecteur accélération.

1) Définition : $\vec{\Gamma} = (\vec{V})_t' = (\overrightarrow{OM})''_t$.

donc on suppose $\vec{F}$ deux fois dérivable.

2) Coordonnées $\vec{\Gamma} = x''_t \, \vec{i} + y''_t \, \vec{j}$.

3) Décomposition :

$$\vec{V} = v\,\vec{\tau} = v(t).\,\vec{\tau}(t).$$

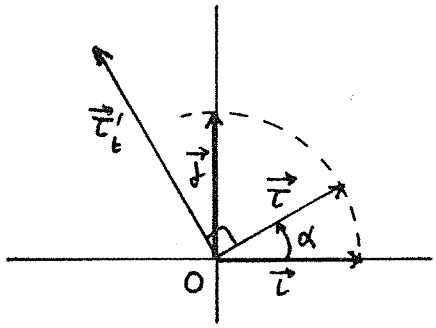
On peut poser directement aux élèves la question : quelle est la dérivée de $\vec{V}$ ?

Conjecture : $(\vec{V})'_t = v'_t \, \vec{\tau} + v(\vec{\tau})'_t$.

( Démonstration : voir N.B.)

$v'\,\vec{\tau}$ est colinéaire à $\vec{V}$.

Montrons que $v(\vec{\tau})'_t$ est orthogonal à $\vec{\tau}$ , donc que $(\vec{\tau})'_t$ est orthogonal à $\vec{\tau}$.




Appelons $\alpha$ l'angle de $\vec{i}$ et $\vec{\tau}$

$\vec{\tau}$ étant unitaire ses coordonnées dans $(\vec{i}, \vec{j})$ sont :

$$\vec{\tau}\begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$$

Remarquons que la direction de $\vec{\tau}$ varie suivant la position de M sur (C) donc suivant la valeur de t. Donc $\alpha$ est fonction de t.

$$\text{D'où} \quad (\vec{\tau})'_t \begin{pmatrix} -\sin\alpha \times \alpha'_t \\ \cos\alpha \times \alpha'_t \end{pmatrix}$$

On vérifie que $\vec{\tau}'_t$ est orthogonal à $\vec{\tau}$ en calculant le produit scalaire :

$$\vec{\tau}'_t \cdot \vec{\tau} = -\alpha'_t \sin\alpha \cos\alpha + \alpha'_t \cos\alpha \sin\alpha = 0.$$

On peut faire remarquer que $\vec{\tau}'_t$ n'est pas unitaire.
mais que sa norme est égale à $|\alpha'_t|$

Conclusion : $\vec{\Gamma} = \vec{\Gamma}_T + \vec{\Gamma}_N$ avec $\begin{cases} \vec{\Gamma}_T = v'_t\ \vec{\tau} & \text{Vecteur accélération tangentielle} \\ \vec{\Gamma}_N = v\ \vec{\tau}'_t & \text{vecteur accélération normale.} \end{cases}$

Remarques :

- explication de la terminologie : si on représente $\vec{\Gamma}_T$ et $\vec{\Gamma}_N$ avec pour origine M alors $\vec{\Gamma}_T$ est porté par la tangente et $\vec{\Gamma}_N$ par la normale.
- $\vec{\Gamma}_T$ est lié à la "variation" de vitesse arithmétique.
  $\vec{\Gamma}_N$ est lié au changement de "direction" de $\vec{V}$.
- $\gamma_T = v'$ est appelé l'accélération tangentielle.

4) Exercices n° 1. 2. 6. 7. 8.
(voir annexe).

N.B: on établit que $(\alpha\ \vec{F})' = \alpha'\ \vec{F} + \alpha\ \vec{F}'$ en décomposant $\alpha\ \vec{F}$ sur la base $(\vec{i}, \vec{j})$ et en dérivant ses coordonnées.

## D. Nature du mouvement

### 1) Mouvement uniforme.

Le mouvement est dit uniforme pendant un intervalle de temps I si quel que soit $t$ appartenant à I la vitesse arithmétique $v$ est constante.

$v(t) = \text{cste} \Longleftrightarrow v'(t) = 0$ donc $\vec{\Gamma} = \vec{\Gamma}_N$

Donc $\vec{\Gamma} \cdot \vec{V} = 0$.

Réciproquement si $\vec{\Gamma} \cdot \vec{V} = 0$ on a. $\vec{\Gamma}_T \cdot \vec{V} = 0$

soit $vv' = 0$ donc si $v$ n'est pas constamment nulle, c'est à dire si le point est en mouvement alors $v'(t) = 0$.

Mouvement uniforme : $\boxed{v(t) = \text{cste} \Longleftrightarrow \vec{V} \cdot \vec{\Gamma} = 0}$

### 2) Mouvement accéléré

Le mouvement est dit accéléré sur I si $v$ est croissante. Ce qui équivaut à $v'(t) > 0$ pour tout $t$ de I.

Or $\vec{V} \cdot \vec{\Gamma} = v\,v'$ et $v > 0$ car $v = \|\vec{V}\|$

Donc $v' > 0 \Longleftrightarrow v\,v' > 0 \Longleftrightarrow \vec{V} \cdot \vec{\Gamma} > 0$

Mouvement accéléré $\boxed{v \text{ croissante} \Longleftrightarrow \vec{V} \cdot \vec{\Gamma} > 0}$

### 3) Mouvement retardé

De même le mouvement est dit retardé si $v$ est décroissante.

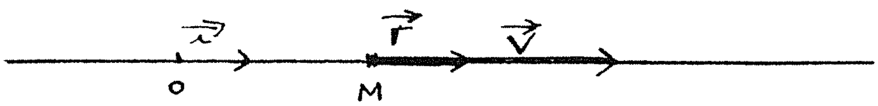
Donc mouvement retardé : $\boxed{v \text{ décroissante} \Longleftrightarrow \vec{V} \cdot \vec{\Gamma} < 0}$

### 4) Exercices n° 1. 2. 3. a - b.

( voir annexe).

## E. Application au mouvement rectiligne

Soit (D) la droite trajectoire de M et $(O, \vec{i})$ un repère de (D).



On a alors :
$$\boxed{\begin{aligned}\vec{OM} &= x\,\vec{i}\\ \vec{V} &= x'_t\,\vec{i}\\ \vec{\Gamma} &= x''_t\,\vec{i}\end{aligned}}$$

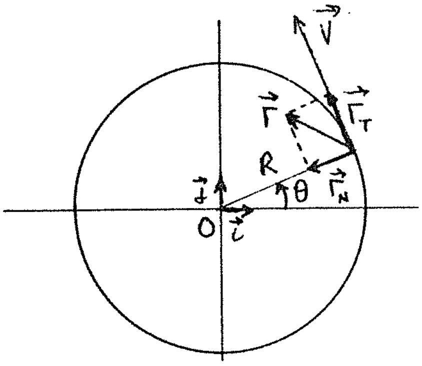
Si le mouvement est uniforme : v = cste = a.

Or $v = \left| x'_t \right|$ donc $x'_t$ étant une fonction dérivable donc continue est constante. Donc $x''_t = 0$.

Donc : $\vec{\Gamma} = \vec{0}$.

$$x = at + b \quad \text{ou} \quad x = vt + x_0 \text{ avec } v = \text{cste}.$$

## F. Application au mouvement circulaire




d(O,M) = R. La trajectoire est un cercle.
Le point M peut alors être repéré par l'angle $\theta$ que fait $\vec{OM}$ avec $\vec{i}$ . $\theta$ est une fonction du temps t.

On a : $M\begin{pmatrix} R\cos\theta \\ R\sin\theta \end{pmatrix}$ ou $\vec{OM}\begin{pmatrix} R\cos\theta \\ R\sin\theta \end{pmatrix}$

Donc $\vec{V} = (\vec{OM})'_t \begin{pmatrix} -R\sin\theta \times \theta' \\ R\cos\theta \times \theta' \end{pmatrix}$

si $\vec{u}$ est le vecteur unitaire colinéaire à $\vec{OM}$ tel que $\vec{OM} = R\vec{u}$

alors $\vec{u}\begin{pmatrix}\cos\theta \\ \sin\theta\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-\sin\theta \\ \cos\theta\end{pmatrix}$ est le vecteur unitaire directement orthogonal à $\vec{u}$ . Donc $\boxed{\vec{V} = R\,\theta'\,\vec{v}}$ On peut remarquer que $\vec{v} = \pm\,\vec{\tau}$ .

La vitesse arithmétique est donc $v = R\,\left|\theta'\right|$.

$\left|\theta'\right|$ est appelé la vitesse angulaire. D'où si $\theta'$ est positif $\theta' = \frac{v}{R}$ et se note souvent $\omega$

$\vec{\Gamma} = (\vec{V})'_t$ Or $\vec{V}\begin{pmatrix}-R\theta'\sin\theta \\ R\theta'\cos\theta\end{pmatrix}$

donc $\vec{V}'_t \begin{pmatrix} -R\theta''\sin\theta - R\theta'^2\cos\theta \\ R\theta''\cos\theta - R\theta'^2\sin\theta \end{pmatrix}$

soit $\vec{\Gamma} = R\theta'' \, \vec{v} - R\theta'^2 \, \vec{u}$ .

Or $\vec{v}$ colinéaire à $\vec{V}$ et $\vec{u}$ orthogonal à $\vec{v}$ .

Donc : $\begin{cases} \vec{\Gamma}_T = R\theta'' \, \vec{v} & \text{d'où } \gamma_T = R|\theta''| \\ \vec{\Gamma}_N = -R\theta'^2 \, \vec{u} \, . & \text{d'où } \gamma_N = R\theta'^2 \, . \end{cases}$

On en déduit : $\boxed{\gamma_N = \frac{v^2}{R}}$ car . $|\theta'| = \frac{v}{R}$

Cas du mouvement circulaire uniforme.

$v = R\,|\theta'| = \text{cste}$ .

En considérant $\theta' > 0$ : on a donc $\theta' = \text{cste.} = \omega$ .

D'où $\theta = \omega t + \theta o$.

En conclusion.

Faire ce cours en tout début d'année en terminale en mathématique rendra service au professeur de physique qui en a immédiatement besoin. Mais cela permet en outre une bonne révision de l'étude des fonctions, de la notion d'équation de courbe, une reprise de la notion d'équations paramétriques, une utilisation de l'outil vectoriel et de la dérivation donc la révision d'une bonne partie du programme de mathématique de première. Et on peut même faire des exercices de cinématique du baccalauréat. ( Caen 79, Série D, exercice II...)!...

D'autre part en annexe, après des exercices de cinématique données en mathématique figurent des exercices de physique. Nous incitons les collègues à faire les exercices et de mathématique, et de physique, afin de bien voir la différence des points de vue sur une même question. Cette confrontation est, pensons-nous, fort enrichissante et peut-être un point de départ pour qne réflexion interdisciplinaire.

ANNEXE : Exercices de cinématique.

A - Mathématiques.

I - Un point mobile M se déplace dans un plan (P) rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ unité : 1 cm.

Le mouvement commence à la date $t = o$.
Les coordonnées de M à l'instant t sont :

$$\begin{cases} x = t - \frac{1}{2} \\ y = \frac{2t-1}{4} + \frac{4}{2t+1} \end{cases}$$

1) Déterminer aux dates $t=o$ et $t = \frac{3}{2}$ les positions A et B du mobile.

2) Déterminer la trajectoire du mobile. Dans quel sens est-elle parcourue ?

3) Déterminer le vecteur vitesse à l'instant t ainsi que le vecteur accélération. Tracer des représentants de ces vecteurs en A et B. Quelle est la vitesse numérique au temps $t=o$ ?

4) Former le produit scalaire $\vec{V} . \vec{\Gamma}$. Etudier son signe. Conclusion ?

II - Soit un plan (P) et un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On considère un point mobile M du plan dont les coordonnées en fonction du temps t sont définies par :

$$x = 2 \sin t.$$

$$y = \frac{1+\cos t.}{\sin t.} \qquad \frac{\pi}{6} \leqslant t \leqslant \frac{\pi}{2}.$$

1) Quelle est la trajectoire de M ? Dans quel sens est-elle décrite ?
Quelle est la position de M à l'instant $t = \frac{\pi}{3}$ ?

2) Déterminer les vecteurs vitesse et accélération de M à l'instant t.
Quelle est la vitesse numérique du mobile à l'intant $t = \frac{\pi}{3}$ ?

3) Le mouvement est-il accéléré ? retardé ?

III - Dans le plan affine euclidien muni d'un repère orthonormé $(O, i, j)$ on définit un point M dont les coordonnées sont définies ainsi :

$$\begin{cases} x = 2\,\dfrac{1-\cos^2 t.}{1+\cos^2 t} \\ \\ y = 6\,\dfrac{\cos t.}{1+\cos^2 t.} \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}\ .$$

1) Calculer la norme du vecteur $\overrightarrow{OM}$. Conclusion ?

2) Déterminer le vecteur vitesse de M à l'instant t.

3) On pose : $F(t) = \left[\overrightarrow{V}(t)\right]^2$. Etudier le signe de la fonction dérivée de F.
Décrire le mouvement de M sur sa trajectoire.

IV - Soit M le point du plan (P) dont les coordonnées à l'instant t sont

$$\begin{cases} x = 4\cos t \\ y = 8\sqrt{2}\cos t \sin\dfrac{t}{2} \end{cases} \quad \text{avec } 0 \leqslant t \leqslant \frac{\pi}{2}$$

1) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.
Quelle est la trajectoire de M ? La tracer.

2) Déterminer le vecteur vitesse de M à l'instant t.

3) Quelle est la position du mobile à l'instant $t = o$ .
Déterminer, à cet instant sa vitesse numérique.
Même question pour $t = \dfrac{\pi}{4}$ .

V - Dans le plan P on considère le point mobile M dont les coordonnées, en fonction du temps t, sont définies par :

$$\begin{cases} x = \cos t \\ y = 2\cos^2\dfrac{t}{2} + \left|\sin t\right| \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

1) Déterminer les positions du mobile aux instants

$t = o$ , $t = \dfrac{\pi}{3}$ , $t = \dfrac{5\pi}{4}$ , $t = -\dfrac{\pi}{2}$ , $t = \dfrac{7\pi}{3}$

2) Equation cartésienne de la trajectoire - Déterminer cette trajectoire et la tracer dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

3) Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{V}$ et du vecteur accélération $\vec{\Gamma}$ de M.

4) Soit I le point de (P) tel que $\vec{MI} = \vec{\Gamma}$. Montrer que I est un point fixe.

5) Déterminer les dates auxquelles $\vec{V}$ et $\vec{\Gamma}$ sont orthogonaux - Préciser les positions correspondantes du point M.

VI - Soit dans un plan affine euclidien rapporté à un repère un point M dont les coordonnées en fonction du temps t sont :

$$\begin{cases} x = 4 \cos (\frac{\pi}{2} t) \\ y = 2 \cos (\pi\ t) \end{cases}$$

1) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.
Quelle est la trajectoire ? Montrer que le mouvement est périodique.
Construire la trajectoire.

2) Etudier le sens du déplacement de M.

3) Calculer $\vec{V}$ et $\vec{\Gamma}$ à l'instant t.

Application t = 2 .

VII - Le plan est rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Un point mobile M, le temps t étant tel que $\frac{\pi}{4} \leqslant t < \frac{\pi}{2}$, est défini de la façon suivante :

- à la date $t = \frac{\pi}{4}$ le mobile est en A défini par $\vec{OA} = \vec{i} + 3.\vec{j}$
- le vecteur vitesse, à cet instant est $\vec{V}(\frac{\pi}{4}) = 2\vec{i}$.
- On sait qu'à tout instant t le vecteur accélération du mobile est défini par :

$$\vec{\Gamma}(t) = \frac{2 \sin t}{\cos^3 t} \vec{i} - 12 \sin 2t . \vec{j} .$$

1) déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}(t)$ du mobile à l'instant t .
2) calculer les coordonnées du mobile à l'instant t .
3) Quelle est la trajectoire du mobile ?

VIII - Le plan est rapporté à un repère (O, i, j ), un point M a pour coordonnées :

$$x = \operatorname{tg} t \qquad y = \frac{1}{2}\sin 2t \qquad t \in \left[0 ; \frac{\pi}{2}\right[$$

1) Déterminer la trajectoire de M . Sens du déplacement ?

2) Soit P la position de M à l'instant $t = \frac{\pi}{4}$ . Déterminer le vecteur vitesse et le vecteur accélération de M à cet instant.

## B - Physique

### Quelques compléments

1) En mathématique

En utilisant des notations classiques en physique :

$$\begin{cases} \text{si} \quad f''(t) = \text{cste} = \gamma \\ \text{alors} \quad f'(t) = \gamma t + v_0 \quad \text{et} \quad f(t) = \frac{\gamma}{2} t^2 + v_0 t + x_0 . \end{cases}$$

2) En physique

• Si $\vec{F}$ est la résultante des forces appliquées au point matériel et $\vec{\gamma}$ l'accélération de ce point, m étant sa masse, on a :

$$\vec{F} = m\vec{\gamma} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} F_x = m\gamma_x \\ F_y = m\gamma_y . \end{cases}$$ (relation fondamentale de la dynamique)

• Dans un champ électrique $\vec{E}$ une particule de charge q est soumise à une force $\vec{F} = q\vec{E}$ . (Le poids de la particule est en général négligeable).

*

a) Un proton est accéléré sous une tension U = 900 V. Il pénètre ensuite dans un champ électrostatique uniforme, représenté par le vecteur $\vec{E}$. Celui-ci est vertical, dirigé de haut en bas : $\|\vec{E}\| = 10^4$ V.m$^{-1}$. Le vecteur vitesse initiale $\vec{V_o}$ du proton à son entrée dans le champ est tel que $\alpha = (E, \vec{V_o}) = 135°$ ( $\vec{V_o}$ vers le haut).

1) Etablir l'équation de sa trajectoire dans le champ, le point d'entrée dans le champ étant pris pour origine O.

2) A quelle hauteur maximale au dessus de O le proton s'élevera-t-il? A quelle distance de O repassera-t-il dans le plan horizontal contenant O ? Au bout de combien de temps y parvient-il après son entrée dans le champ ?

3) Au bout d'un temps de parcours $t = 2 \times 10^{-7}$s, déterminer les coordonnées du proton, ainsi que les composantes horizontale et verticale de son vecteur vitesse $\vec{v}$.
Quelle est la direction de $\vec{v}$ ?

---

b) Deux plaques métalliques A et C , verticales, sont distantes de 2 cm et on établit entre elles une tension $U = V_A - V_C = 200$ V.

1) Un électron est émis horizontalement de la plaque A avec une vitesse $\vec{vo}$ . Quelle doit être la valeur de vo pour qu'il arrive sur C avec une vitesse $v = 10^7 m.s^{-1}$ ?

2) L'électron est encore émis par A avec la vitesse vo précédente, mais cette fois $\vec{vo}$ est incliné de 30° au dessous de l'horizontale.
Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse en C (composantes horizontale et verticale) et l'équation de la trajectoire entre A et C. En déduire les coordonnées de l'électron en C.

# ETUDE DE CARACTÉRISTIQUES EN ELECTRICITE

# FONCTION AFFINE ET EQUATIONS DE DROITE

-----

Introduction. Le problème est le suivant : en physique, en 2nde, on est amené à faire des tracés de caractéristiques de dipôles à partir de tableaux de mesures portant sur deux grandeurs qui sont la tension U aux bornes du dipôle et l'intensité I du courant qui le traverse. A partir du tracé, il faut trouver la relation liant les deux grandeurs (dans ce cas, la relation est toujours une relation affine). Puis à partir du tracé de plusieurs caractéristiques sur le même dessin on est amené à partir d'interprétations graphiques ou de dessins à donner d'autres résultats.

L'intérêt. Ce genre d'exercice met en jeu de nombreux problèmes mathématiques liés à la fonction affine:

- tracé d'une courbe point par point et choix du repère.
- recherche de l'équation d'une droite dont on connaît au moins deux points.
- tracé d'une droite dont on connaît une équation (cartésienne).
- intersection de droites (voire de courbes) et interprétation graphique puis vérification par le calcul (systèmes d'équations) doublée d'une vérification expérimentale.
- somme de fonctions affines sur graphique...

Les questions. Le professeur de physique de 2nde se demande : qu'est censé connaître un élève sortant de 3ème ?

- sait-il ce que c'est que la pente d'une droite ?
- si $y = ax + b$ sait-il reconnaître le sens de variation en fonction du signe de $a$ ?
- sait-il que $a$ représente la "pente" et $b$ l'ordonnée à l'origine ?

- sait-il trouver l'équation d'une droite et si oui par quelle(s) méthode(s) ?

- sait-il tracer une droite donnée par son équation ?

- ...

UN EXERCICE TRAITE

Enoncé : pour une pile (P, N) on a relevé les mesures suivantes

| U en V | 0 | 0,3 | 0,5 | 0,8 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| I en mA | 11 | 8 | 6 | 3 | 1 |

a) Tracer la caractéristique tension-courant (I en abscisse) En déduire la tension à vide $U_0$, la résistance interne, et l'intensité de court-circuit du dipôle.

b) On branche aux bornes de ce dipôle une résistance linéaire, $R = 200\ \Omega$. Quelle est l'intensité dans le circuit ?

c) La pile (P, N) débite dans deux résistances linéaires $R_1 = 200\ \Omega$ et $R_2 = 50\ \Omega$ montées en dérivation. Déterminer les intensités dans chaque branche du circuit.

NB - Traiter b) et c) par le calcul et graphiquement.

---

A) RECHERCHE DE L'EQUATION DE LA CARACTERISTIQUE

Afin d'avoir les résultats dans le S I on exprime les intensités en A. D'où :

| U en V | 0 | 0,3 | 0,5 | 0,8 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| I en A | $11 \times 10^{-3}$ | $8 \times 10^{-3}$ | $6 \times 10^{-3}$ | $3 \times 10^{-3}$ | $10^{-3}$ |

1) Méthode vectorielle

On choisit deux points de la droite tracée :

$C\begin{pmatrix} 11 \times 10^{-3} \\ 0 \end{pmatrix}$ et $D\begin{pmatrix} 10^{-3} \\ 1 \end{pmatrix}$

$M\begin{pmatrix} I \\ U \end{pmatrix}$ appartient à (CD) équivaut à :

il existe un réel k tel que $\overrightarrow{CM} = k\ \overrightarrow{CD}$.

Or $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -10 \times 10^{-3} \\ 1 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} I - 11 \times 10^{-3} \\ U \end{pmatrix}$

D'où : $\begin{cases} I - 11 \times 10^{-3} = -10 \times 10^{-3} k \\ U = k \end{cases}$

Donc : $I - 11 \times 10^{-3} = -10 \times 10^{-3}\ U$

ou $I - 11 \times 10^{-3} = -10^{-2}\ U$

ou $\boxed{U = -100\ I + 1{,}1}$

2) Méthode algébrique :

La caractéristique étant une droite c'est la représentation graphique d'une fonction affine f :

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$I \longrightarrow U = a\ I + b.$$

On cherche alors à déterminer a et b.

On prend deux valeurs pour I :

$$\left.\begin{array}{llll} \text{si } I = 10^{-3} & U = 1 & \text{donc} & 1 = a \times 10^{-3} + b \\ \text{si } I = 11 \times 10^{-3}, & U = 0 & \text{donc} & 0 = a \times 11 \times 10^{-3} + b \end{array}\right\}$$

On résoud le système des deux équations et on obtient : $a = -100$ et $b = 1{,}1$.

Donc $\boxed{U = -100\ I + 1{,}1}$ ou $\boxed{U = 1{,}1 - 100 I}$

Tension à vide : tension lorsque $I = 0$ donc $\boxed{U_o = 1{,}1\ V}$ (on vérifie sur le graphique).

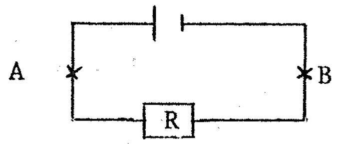
Résistance interne : pour un tel dipôle (fonctionnant en générateur) on sait que $U = U_o - r\ I$ où r est la résistance interne.

Donc ici : $\boxed{r = 100\ \Omega}$

Intensité de court-circuit : intensité lorsque $U = 0$
donc d'après les données ou le calcul $\boxed{I_{cc} = 11 \text{ m A}}$

---

B) INTENSITE DANS LE CIRCUIT




Schéma

donc : $\begin{cases} U_{AB} = 1{,}1 - 100\ I & \text{pour la pile} \\ U_{AB} = 200\ I & \text{pour le conducteur ohmique} \end{cases}$ (ou resistor)

1) Méthode graphique

On représente la droite d'équation $U = 200\ I$.
L'intersection des deux graphes correspond au point de fonctionnement du circuit.

On lit $\boxed{I \simeq 3{,}7 \text{ m A}}$

2) Méthode algébrique

On résoud le système

$200\ I = 1{,}1 - 100\ I$ d'où $I = \frac{1{,}1}{300} = \frac{11}{3} \times 10^{-3}$.

Donc $\boxed{I \simeq 3{,}7 \text{ m A} \quad \text{par excès}}$

---

C) INTENSITES POUR LE MONTAGE EN DERIVATION

Schéma : voir annexe

Mise en équation du problème $\begin{cases} U_{AB} = 1{,}1 - 100\ I' & (1) \text{ pour la pile} \\ U_{AB} = 200\ I_1 & (2) \text{ pour } R_1 \\ U_{AB} = 50\ I_2 & (3) \text{ pour } R_2 \\ I' = I_1 + I_2 & (4). \end{cases}$

1) Méthode graphique

1 - On trace les caractéristiques $(C_1)$ et $(C_2)$ de $R_1$ et $R_2$, puis la caractéristique $(C')$ de la résistance $R'$ équivalente à $R_1$ et $R_2$ montées en dérivation à partir de $(C_1)$ et $(C_2)$ de la manière suivante :

Soit $U = 0,5$ V (arbitraire) ; il correspond à cette valeur :

- un point $M$ de $(C_1)$ d'abscisse 2,5 m A.
- un point $N$ de $(C_2)$ d'abscisse 10 m A

et on fait correspondre le point $D$ de $(C')$ d'abscisse $2,5 + 10 = 12,5$ m A (cf (4)) ce qui permet de tracer la caractéristique $(C')$ qui est la droite $(OD)$.

2 - Soit $P'$ le nouveau point de fonctionnement, intersection de $(C')$ et de $(C)$. On lit alors :

$$\boxed{I' \simeq 7,9 \text{ m A}, \quad I_1 \simeq 1,6 \text{ m A}, \quad I_2 \simeq 6,3 \text{ m A}}$$

Remarque : la construction de $(C')$ est la construction de la représentation de la somme de deux fonctions linéaires, qui sont en fait les réciproques des fonctions données.

2) Méthode algébrique

- Soit on résoud le système des quatre équations,
- Soit on remplace (2), (3) et (4) par une seule équation en utilisant la résistance équivalente (cf. méthode graphique).

$$U_{AB} = R'I \quad \text{avec} \quad \frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{d'où} \quad R' = 40\ \Omega.$$

Donc : $\begin{cases} U_{AB} = 1,1 - 100\ I' \\ U_{AB} = 40\ I'. \end{cases}$

Ce qui donne $40\ I' = 1,1 - 100\ I'$ soit $I' = \frac{1,1}{140}$

D'où $\boxed{I' \simeq 7,9 \text{ m A}}$

(2), (3) et (4) donnent : $\begin{cases} 200\ I_1 = 50\ I_2 \quad \text{ou} \quad 4\ I_1 = I_2 \\ I' = I_1 + I_2 \end{cases}$

d'où $I' = 5\ I_1$ soit $I_1 = \frac{I'}{5}$ donc $\boxed{I_1 \simeq 1,58 \text{ m A}}$

et $I_2 = 4\ I_1$ donc $\boxed{I_2 \simeq 6,32 \text{ m A}}$

D) REFERENCES MATHEMATIQUES

Pour a) - choix d'un repère adapté pour le tracé de (C).
- calcul avec les puissances de 10.
- recherche de l'équation d'une droite.

Pour b) - tracé d'une droite donnée par son équation.
- intersection de droites : graphique ou par calcul.

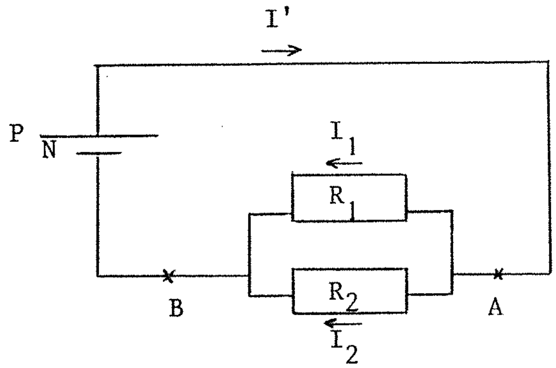
Pour c) - addition graphique de fonctions affines (ici linéaires).
- résolution de systèmes d'équations.

o

o o

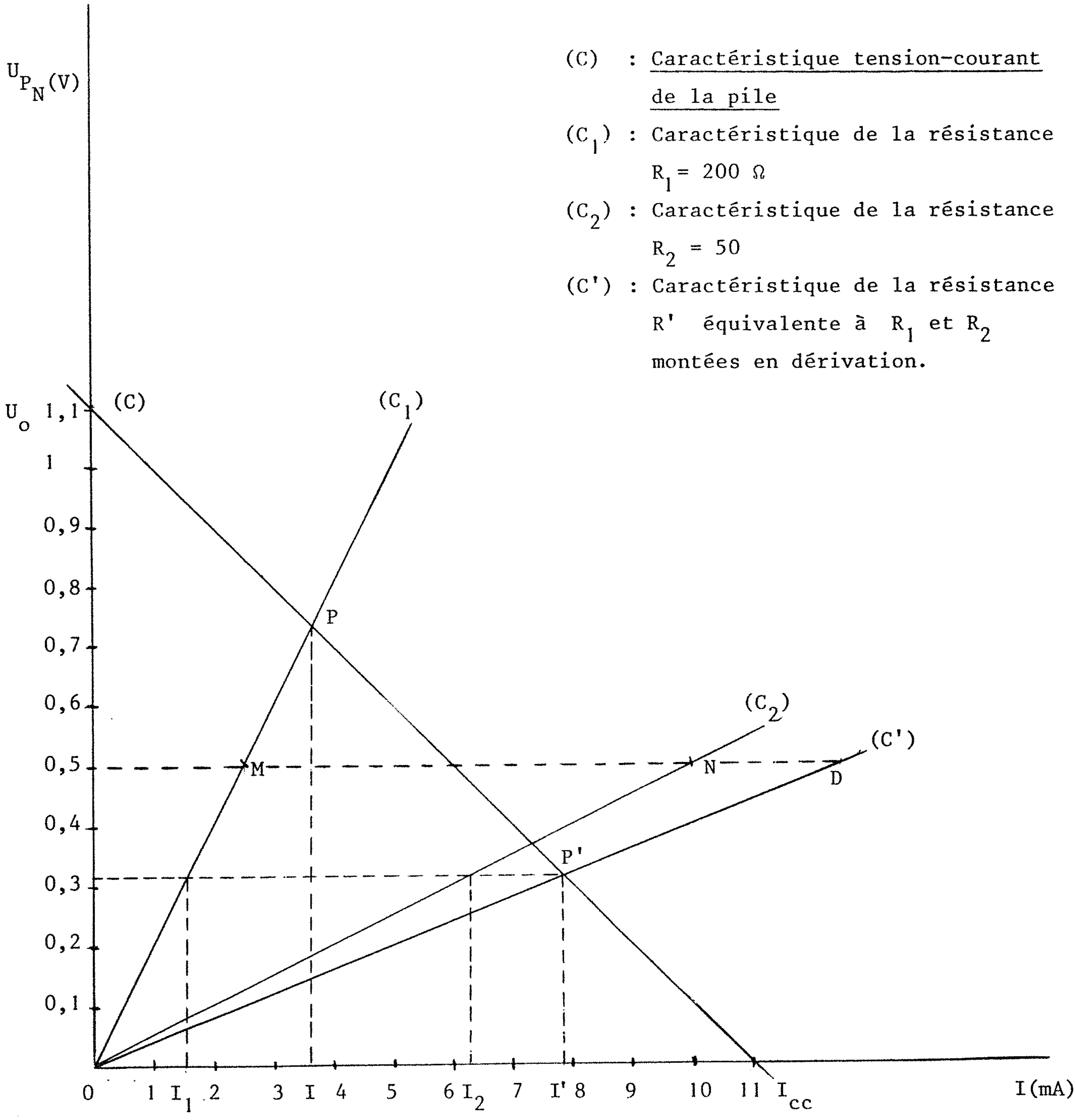
En conclusion : cet exercice fait en commun, professeurs de mathématiques et de physique, a été l'occasion d'un échange fructueux et d'une prise de conscience des difficultés que peuvent éprouver nos élèves dans l'une ou l'autre des disciplines. Bien des questions se posent encore : soit ponctuelles (les élèves font-ils le lien entre équation de courbe et fonction ? Quelle notation : $U_o$ ou U(0) ?), soit plus générales : quelles sont les raisons des problèmes rencontrés par nos élèves ? Peut-on entrevoir des solutions ? Ne pourrait-on pas envisager des tests, des enquêtes pour y répondre ? En ce qui concerne notre travail, un voeu a été émis ; le professeur de mathématiques pourrait en début d'année de seconde faire une mise au point sur le chapitre des fonctions affines - équations de droites - systèmes d'équations qui lui serait fort utile pour de nombreuses parties de son propre programme, qui rendrait bien service au professeur de physique, et qui ferait un lien (souvent inexistant) entre premier cycle et second cycle.

ANNEXES




$U_{BN} = 0$

$U_{PA} = 0$




(C) : Caractéristique tension-courant de la pile

($C_1$) : Caractéristique de la résistance $R_1 = 200\ \Omega$

($C_2$) : Caractéristique de la résistance $R_2 = 50$

(C') : Caractéristique de la résistance R' équivalente à $R_1$ et $R_2$ montées en dérivation.

# CALIBRES EN ELECTRICITE
# ET PROPORTIONNALITE

Le problème : les difficultés rencontrées par le professeur de physique lors de la manipulation de certains appareils : voltmètre, amperemètre... munis de plusieurs calibres qu'il faut utiliser lors d'une série de mesures, donc avec une certaine rapidité.
(NB : on pourrait essayer de faire une analyse précise des difficultés des élèves).

Un essai de solution : les tableaux de proportionnalité.

1) Les inconvénients : un peu lourd (mais ne faut-il pas "perdre" un peu de temps au début d'une initiation, car la rapidité peut coûter du temps plus tard ?).

2) Les avantages

a) Conservation des résultats de mesures, (lors d'un T.P.) donc possibilité de terminer ou refaire l'exercice chez soi. Sinon (conversion de tête au moment de la lecture) les erreurs au niveau de la lecture sont incontrôlables.

b) Les élèves "réforme Haby" devraient connaître (cf. programme 6è proportionnalité) ces tableaux et la règle de trois n'existe plus dans le premier cycle où elle a été remplacée (?) par la linéarité (donc il serait peut-être important de mettre en relief, en physique, les phénomènes linéaires et de le dire explicitement).

3) La méthode : les tableaux (ce qui peut amener à une meilleure compréhension de la notion de calibre).

Exemples :

Calibre 0,3 A

| | calibre | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Divisions (lecture) | 150 | | | | | |
| A (calcul) | 0,3 | | | | | |

facteur multiplicatif $\times \frac{1}{500}$ ou 0,002

Cas général

Définition de g (calibre)

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| g (graduation) lue | | | | | | | |
| I (grandeur calculée) | | | | | | | |

4) Utilisation : on peut envisager (pour plus de rapidité) des tableaux faits à l'avance, prêts à l'emploi, avec calibre et facteur multiplicatifs.

5) Expérimentation : constatations ? améliorations ? (à court terme, à long terme) subjectives ? Objectives ? (ce serait un thème de recherche).

Extension de la méthode aux %, échelles, vitesses.

+

+ +

Remarque sur les unités quotients : m/s, km/h.

- coefficient de proportionnalité (⟶ tableau) d'où lien avec les deux variables concernées. Recherche de la loi les liant.

- notation : m/s ou $ms^{-1}$ avantages et inconvénients.

- Les problèmes de langage (ou les blocages)

. 60 km/h : kilomètre heure $km \times h^{-1} = \frac{km}{h}$

60 kW h : kilowatt heure kW h $= kW \times h$

Donc peut être insister sur la nécessité du par

. 60 $km^2$ : $(km)^2$ ou $k \times m^2$ ?

Avantages et inconvénients d'une notation algébrique.

Remarque sur les échelles

Différence entre unité de la grandeur et unité de représentation (physique : ex vecteur vitesse de norme 300 m/s représenté par 1 cm pour 100 m/s)

entre la grandeur et le nombre qui la mesure (maths : ex. norme du vecteur et "longueur" du vecteur sur le dessin).

En physique, il y a deux nombres qui mesurent la grandeur. (cf. norme vecteur vitesse).

# BARYCENTRE - CENTRE DE GRAVITÉ

Le but de cette fiche est de familiariser les élèves avec la notion de barycentre - "bête noire " pour beaucoup en mathématiques - à partir d'une approche expérimentale assez facile en physique, et ainsi de permettre de mieux percevoir la notion de barycentre.

*

* *

(1) Définition expérimentale du centre de gravité

. On dispose de figures diverses découpées dans du carton : rectangles, cercles, triangles ou autres...

. On vérifie <u>expérimentalement</u> que les verticales passant par les divers points de suspension se coupent en un même point que l'on appelle par définition le <u>centre de gravité de l'objet</u>.

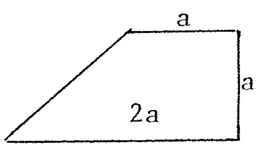
. On fait des remarques sur la position géométrique privilégiée du centre de gravité pour des figures homogènes présentant des éléments de sysmétrie, rectangle, cercle.

On vérifiera expérimentalement que le centre de gravité d'un triangle est le point de concours des médianes.

*

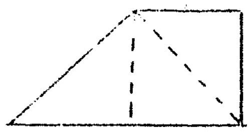
(2) Centre de gravité d'un système

a) <u>Plaque trapézoïdale 1/3 - 2/3</u> : en carton, constitué de deux morceaux.



. Trouver <u>expérimentalement</u> le centre de gravité G de la plaque.

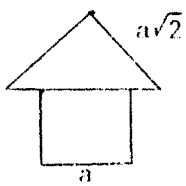
. On peut aussi déterminer <u>graphiquement</u> ce centre de gravité par découpage en faisant apparaître des figures simples (carré, triangle, rectangle...)



Imaginez un découpage possible en deux morceaux I et II. Déterminer graphiquement les centres de gravité $G_1$ et $G_2$ des morceaux I et II à partir des remarques du (1).

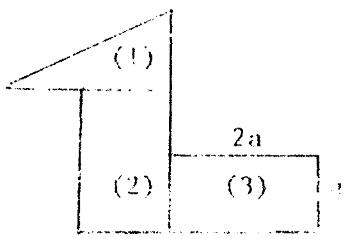
<u>Etude</u> :

1) Vérifiez que G, $G_1$ et $G_2$ sont alignés (aux erreurs de mesures et de construction près).
   Que peut on dire alors des vecteurs $\overrightarrow{GG_1}$ et $\overrightarrow{GG_2}$ ?
   Trouver le réel K tel que $\overrightarrow{GG_1} = K\overrightarrow{GG_2}$. (On peut montrer que les masses $m_1$ et $m_2$ des deux morceaux I et II n'interviennent pas directement mais par leur rapport :
   $K = - \dfrac{m_2}{m_2}$ ).
2) Bilan : on aurait donc pu construire G graphiquement uniquement à partir de $G_1$ et $G_2$ et du rapport des masses sans expérience en utilisant la relation trouvée.
3) Résoudre l'exercice suivant : déterminer graphiquement le centre de gravité de la figure suivante :




<u>NB</u> : on peut montrer que ce ne sont pas les masses qui interviennent mais leur rapport en diversifiant (la forme et les dimensions restant les mêmes) les matériaux (bois, cartons de diverses épaisseurs...).

b) <u>Le canard</u>.



. Essayer de déterminer graphiquement le centre de gravité de l'ensemble à partir des centre de gravité des trois parties composantes.

. Vérification expérimentale (par suspension)

Etude de la méthode graphique

Soient G, $G_1$, $G_2$, $G_3$ les centres de gravité de l'ensemble et des parties 1, 2, 3. Ces quatre points sont-ils alignés ?

1) Soit G' le centre de gravité de l'ensemble formé par les parties 1 et 2. Ecrire la relation liant les vecteurs $\overrightarrow{G'G_1}$, et $\overrightarrow{G'G_2}$.

2) G centre de gravité de l'ensemble est le centre de gravité de l'ensemble précédent (parties 1 et 2) et de la partie 3. En déduire la relation entre les vecteurs $\overrightarrow{GG'}$ et $\overrightarrow{GG_3}$.

3) De 1) et 2) déduire une relation existant entre les vecteurs $\overrightarrow{GG_1}$, $\overrightarrow{GG_2}$ et $\overrightarrow{GG_3}$.

*

(3) Synthèse

1) Montrer que l'égalité vectorielle du (2) a) peut s'écrire sous la forme élégante et symétrique suivante :

$$m_1 \overrightarrow{GG_1} + m_2 \overrightarrow{GG_2} = \overrightarrow{0}.$$

2) Montrer que l'égalité vectorielle du (2) b) peut s'écrire sous la forme élégante et symétrique suivante :

$$m_1 \overrightarrow{GG_1} + m_2 \overrightarrow{GG_2} + m_3 \overrightarrow{GG_3} = \overrightarrow{0}.$$

Plus généralement pour un système matériel de n parties de masses $m_1$, $m_2$,... $m_n$ et de centres de gravités $G_1$, $G_2$...$G_n$, on démontre que le centre de gravité G du système vérifie l'égalité $\sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{GG_i} = \overrightarrow{0}$.

De plus cette égalité vectorielle caractérise le centre de gravité du système car on démontre en mathématique qu'il existe un seul point vérifiant cette égalité vectorielle. Ce point G en mathématique s'appelle le barycentre des n points $G_1$, $G_2$,...., $G_n$ affectés des coefficients $m_1$, $m_2$,... $m_n$.

A la suite de ce TP, le professeur de mathématiques introduira la notion générale de barycentre, en commençant par des coefficients positifs et ensuite en prenant des coefficients de signe quelconque, et exercera l'élève à construire géométriquement le barycentre d'un système de points à partir des égalités vectorielles de définition.

# VECTEURS ET FORCES

## INTRODUCTION

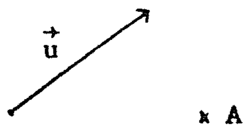
Rares sont les élèves qui font un rapprochement entre vecteurs en physique et vecteurs en mathématique. La situation semble difficile, pour de multiples raisons. Pourtant ce sujet apparaît comme un terrain privilégié pour une entente interdisciplinaire. Il est vrai que les définitions en mathématique ont changé, quelques notations aussi, mais la pratique - l'utilisation des vecteurs - est toujours la même, et il ne faudrait pas rester prisonnier d'un certain vocabulaire.

## A - SAVOIR-FAIRE MATHEMATIQUE

La notion de vecteur est introduite de diverse façons (équipollence de bipoints, graphe d'une translation... voir appendice). Pour cette raison il nous semble préférable de ne pas imposer l'une ou l'autre des définitions à nos élèves. On vérifiera que la notion de vecteur est bien comprise à partir d'exercices, principalement des constructions géométriques.

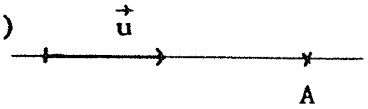
**A1** - On donne un vecteur $\vec{u}$ et un point A

Construire le représentant d'origine A du vecteur u .

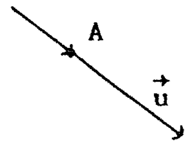



**Variante**

1)




2)




3) On donne A , B , C, trois points distincts.

Construire le représentant d'origine C du vecteur $\overrightarrow{AB}$ .

Références

Représentation
- d'un vecteur
- d'une force

**A2** - On donne deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et un point A.

Construire le point B tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{u} + \vec{v}$

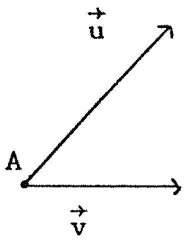



Fig. 1

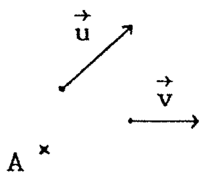



Fig. 2

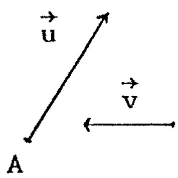



Fig. 3

Somme vectorielle.
Somme de deux ou plusieurs forces.
"Règle" du parallélogramme.

**A3** - On donne quatre points A , B , C , D distincts.

Construire les points M , N , R , P tels que :

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{BR} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CA}$ etc...

<u>Variante</u>

A , B , C , D sont tels que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$

Faire une figure et démontrer que

ACDB est un parallélogramme.

<u>A4</u> - On donne deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ . Construire un représentant du vecteur $\vec{z}$ tel que

$\vec{z} + \vec{u} + \vec{v} = \vec{0}$

Somme de vecteurs.

<u>Variante</u>

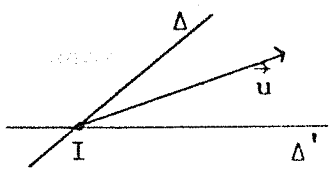
On donne cinq points distincts A , B , C , D , E

Construire le point F tel que $\overrightarrow{CF} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DE} = \vec{0}$

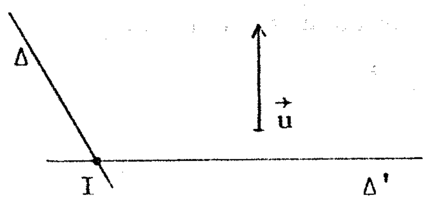
Equilibre en physique.

<u>A5</u> - On donne deux droite $\Delta$ et $\Delta'$ sécantes en I et un vecteur $\vec{u}$ . Construire les points J de $\Delta$ et K de $\Delta'$ tels que

$\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{IK} = \vec{u}$




<u>Fig. 1</u>




<u>Fig. 2</u>

Décomposition d'un vecteur : introduction de la notion de base.

"Règle" du parallélogramme. Décomposition d'une force suivant deux directions.

<u>A6</u> - A , B , C , D étant quatre points distincts quelconques, démontrer l'égalité :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

Vérifiez-la à l'aide d'une figure.

Relation de Chasles.

<u>A7</u> - On donne un vecteur $\vec{u}$ et un point A.

Construire les représentants d'origine A des vecteurs :

$3\,\vec{u}\ ,\ -\frac{1}{2}\,\vec{u}\ ,\ 0\,\vec{u}\ ,\ -\,\vec{u}\ ,\ \sqrt{2}\,\vec{u}\ \ ...$

<u>Variante</u>

$\vec{u} = \overrightarrow{AB}$. Construire les points M, N, P, Q ... tels que....

Multiplication d'un vecteur par un nombre réel.
Intensité d'une force.

<u>A8</u> - On donne deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non colinéaires et non nuls et un point A.

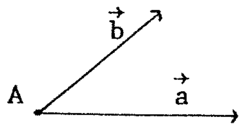
Construire le représentant d'origine A du vecteur $\vec{t} = 3\,\vec{u} - 5\,\vec{v}$

Quelles sont les coordonnées de $\vec{t}$ dans la base $(\vec{u}\ ,\ \vec{v})$ ?

Combinaison linéaire de vecteurs. Quantités de mouvement.
Représentation de forces avec une échelle donnée.

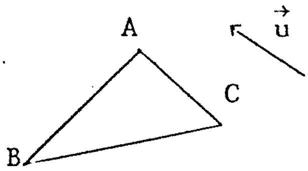
<u>A9</u> - Construire les représentants d'origine A des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que

$$\begin{cases} \vec{u} + \vec{v} = \vec{a} \\ \vec{u} - \vec{v} = \vec{b} \end{cases}$$




Calcul vectoriel
Résolution d'équations vectorielles.

<u>A 10</u> - On considère un triangle ABC et un vecteur $\vec{u}$




1) Tracer un point M tel que

$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} = -\,\vec{u}$

Barycentre
Centre de gravité

2) Tracer un point N tel que

$$\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = 2\,\vec{u}$$

(On donnera la solution vectorielle et on fera le tracé des points).

A 11 - Soit un triangle ABC. Construire les points D et E tel que

$\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{ED} = 2\overrightarrow{BC}$

Montrer que C est le milieu du segment { AD } .

A 12 - On considère un triangle ABC. Construire les points B' , C' tels que

$\overrightarrow{AB'} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC'} = 2\overrightarrow{AC}$

Soit G le centre de gravité du triangle ABC et G' le centre de gravité de AB'C'.

Comparer les vecteurs $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{AG'}$ .

A 13 - A , B , C, D sont quatre points quelconques. Démontrer que

$$2\overrightarrow{DA} - 3\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{CB}$$

Faire une figure.

N.B. Le terme centre de gravité ne désigne le même point en mathématique et en physique que dans le cas où il y a homogénéïté en physique.
Dans le cas contraire le centre de gravité physique est un barycentre mathématique, mais pas l'isobarycentre ou centre de gravité mathématique.
Cf. centre de poussée et centre de gravité d'un corps non homogène immergé dans un liquide.

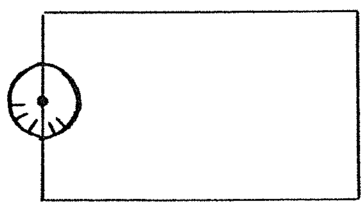
CONCLUSION

Si des exercices de ce type sont bien faits par les élèves, on peut remarquer que beaucoup de difficultés rencontrées en physique à propos des forces ont disparu, et que conjointement la notion de vecteur est bien assimilée. Vu les expériences faîtes il semble que de tels rappels sur les vecteurs, en début d'année de 2e, ne soient pas inutiles...

B - INTRODUCTION DE LA NOTION DE FORCE A PARTIR DE T.P. DE PHYSIQUE

Le but du T.P. est d'introduire progressivement le modèle vectoriel pour les forces.

1 - Dispositif :



Une planche 60X50, un dynamomètre Eurosay Deyrolle (à cadran circulaire gradué de 0 à 10 N), deux ou trois ressorts de même raideur, des noix de fixation sur la table.

2 - Manipulation :

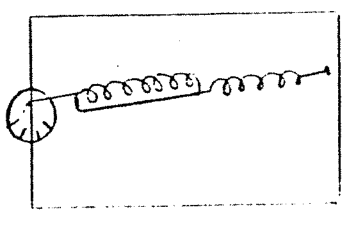
1) Un seul ressort à spires non jointives (raideur 15 N/m) Pour une même indication du dynamomètre (3N par exemple), placer le ressort dans diverses directions et vérifier que son allongement est indépendant de la direction. ( $\Delta l$ = 20 cm).

2) Deux ressorts tirant dans la même direction.

- même sens.

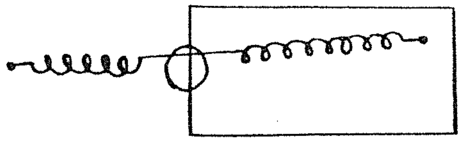
$\Delta l_1 = 4{,}6$ cm $\quad \Delta l_2 = 15{,}3$ cm

$\Delta l_1 + \Delta l_2 = 19{,}9$ cm



Conclusion ? Les allongements s'ajoutent.

- sens contraires



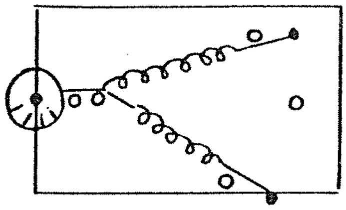
$\Delta l_1 = 8$ cm $\Delta l_2 = 28$ cm

$\Delta l_1 + \Delta l_2 = 20$ cm

Les allongements s'ajoutent-ils ?

Les allongements sont donc les grandeurs algébriques : il faut tenir compte du signe.

3) Deux ressorts tirant dans les directions différentes



o épingles.

1 $\Delta l_1 = 6$ cm $\Delta l_2 = 17$ cm

2 Pointage avec des épingles : on repère les deux directions (des ressorts) et la direction du "fil".

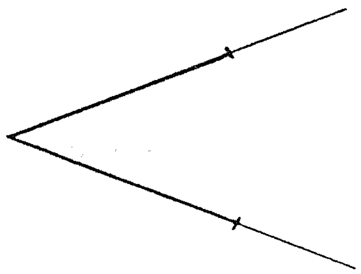
3 On place un seul ressort dans la direction du "fil" : $\Delta l = 20$ cm.

Est-ce que les allongements s'ajoutent ?

Remarquer que les directions sont concourantes.

3 - Formalisation :

1) Dans le but de faire découvrir aux élèves la "règle du parallélogramme" ou l'addition vectorielle, proposer une figure du type suivant (on peut par exemple fournir à chaque élève un exemplaire de la figure).



On donne les deux allongements.

Comment peut-on déterminer sur la figure l'allongement du ressort équivalent aux deux autres ressorts ?

Faire ensuite une vérification expérimentale.

2) Réciproque

- Manipulation

• on tire avec un ressort dans une direction, que l'on repère, jusqu'à la graduation 2 du dynamomètre, et on note l'allongement du ressort.

• on trace ensuite deux directions arbitraires distinctes, et distinctes de la précédente. On propose aux élèves d'accrocher deux ressorts et de tirer dans les deux directions jusqu'à ce que l'aiguille du dynamomètre arrive à 2. On mesure alors les allongements respectifs des deux ressorts.

- Comment obtient-on ces allongements à partir de l'allongement du ressort unique ? (expérimentalement - En raisonnant uniquement sur la figure -)

3) Conclusion

Par l'ensemble de ces manipulations on amène l'élève à proposer le modèle mathématique des vecteurs pour représenter les forces. Les élèves suggèrent facilement, eux-mêmes, au cours, ou à la fin, de ces expériences le modèle vectoriel.

## C - CONCLUSION

Il nous a paru nécessaire de faire cette fiche pour plusieurs raisons :

1) Dénoncer :

- certains excès en mathématiques : inflation du vocabulaire, part trop exclusive accordée à l'abstraction, au détriment des figures et des manipulations...

- certaines lacunes en physique : emploi de vocabulaire tombé en désuétude et non connu des élèves ...

2) Réactualiser les commentaires des programmes :

"N.B. Dans cette partie, on s'attachera à montrer l'utilité des figures, soit que celles-ci représentent l'espace sensible dont on cherche à construire un modèle mathématique, soit qu'elles donnent une image suggestive d'une étude théorique, on indiquera notamment des conventions relatives à la représentations des vecteurs". Programme de mathématique de 2nde.

3) Favoriser le décloisonnement des disciplines mathématique et physique, et inciter les collègues de ces disciplines à coordonner dans la mesure du possible leurs enseignements. Le décloisonnement est profitable :

- pour les élèves qui sont très motivés par ce genre de pratique et de travail.
- pour les maîtres grâce à un travail d'équipe riche à tout point de vue.

## D - APPENDICE

1) Les diverses définitions du vecteur mathématique portées à la connaissance du physicien.

Au niveau du premier cycle (classe de 4ème)

Définition 1 :

> Dans l'ensemble des bipoints du plan, on définit une relation $\sim$ appelé relation d'équipollence par :
>
> $(A,B) \sim (C,D) \iff (A,D)$ et $(B,C)$ ont même milieu.

On vérifie que c'est une relation d'équivalence. On appelle <u>vecteur</u> toute classe d'équivalence pour cette relation.

Donc $\vec{v} = \{(A,B) \; ; \; (C,D) \; ; \; \ldots\}$ où $(A,B) \sim (C,D)$ etc...

On lit (A,B) équipollent à (C,D)

Donc (A,B) est un représentant du vecteur $\vec{V}$ et on écrit $(A,B) \in \vec{V}$ . Notation : $\vec{V} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \ldots$

* Pour cette présentation voir en particulier les manuels suivants :

- BORDAS : collection Cossart et Théron 4ème
- NATHAN : collection Queysanne-Revuz 4ème
- ISTRA : collection A. Manguin 4ème

NB : il est à noter que dans ces manuels le problème de la représentation graphique d'un vecteur n'est pas abordée.

Définition 2 :

Après avoir introduit les translations (après une étude "concrète" par exemple en liaison avec la technologie) on définit un vecteur comme le graphe d'une translation.

Si t est une translation et si $t : A \rightarrow B$, $: C \rightarrow D$, ...... alors :

$V = \{(A,B) \; ; \; (C,D) \ldots\}$

On associe ainsi bijectivement tout vecteur à une translation et on déduit toutes les propriétés des vecteurs de celles des translations. Dans cette optique le vecteur est plutôt considéré comme opérateur du plan.

* Pour cette présentation voir en particulier les manuels suivants :

- OCDL HATIER : Galion 4ème
- HACHETTE : collection 65/43 4ème.

NB : dans ces manuels le problème de la représentation graphique du vecteur est abordé clairement.

Au niveau du second cycle (classe de seconde)

Définition 3 :

> On définit la structure d'espace vectoriel sur $\mathbb{R}$ et un vecteur est un élément d'un espace vectoriel.
>
> On fait alors parfois la distinction entre vecteur et vecteur géométrique.

On ne définit qu'ensuite l'espace affine comme ensemble sur lequel opère le groupe des vecteurs ou des translations.

* Pour les manuels voir par exemple :

- HATIER ; collection Riche seconde
- NATHAN ; collection Queysanne Revuz 2nde nouvelle édition.

Le problème de la représentation du vecteur est abordée en détail dans le Riche.

2) Questions de vocabulaire et notation

1°) On ne parle plus de vecteurs parallèles, de vecteurs équipollents. On ne parle pas de quotient de vecteurs, la notation $\frac{\vec{F_1}}{\vec{F_2}}$ n'a pas de sens.

2°) Deux vecteurs $\vec{F}$ et $\vec{\gamma}$ tels que $\vec{F} = m\vec{\gamma}$ sont appelés des vecteurs colinéaires (niveau 1er cycle) ou liés ou dépendants (niveau 2ème cycle). En mathématique il serait d'ailleurs souhaitable en 2ème de bien faire, dans le cas de deux vecteurs ou de droites vectorielles, le lien entre colinéarité et dépendance linéaire.

3°) Pour un vecteur $\vec{F}$ on ne parle pas de longueur ou d'intensité mais de norme. On la note $||\vec{F}||$

En physique, on note souvent $||\vec{F}|| = F$ comme en mathématique $||\overrightarrow{AB}|| = AB$ . Il pourrait être ensuite utile de le dire en cours de maths.

# UN DEVOIR COMMUN

Ce devoir, intitulé Mathématique-Physique et élaboré par trois professeurs de maths et trois professeurs de physique travaillant en binôme, a été fait en classe (durée 2h.) par les élèves de leurs trois classes de 2° C ou T. La note à ce devoir commun a été prise en compte dans la moyenne trimestrielle de chaque élève, et en mathématique, et en physique.

2° C DEVOIR. MATHEMATIQUE - PHYSIQUE Durée 2h.

## 1) Voir le dessin joint

On dispose de trois fils noués en O. L'un est fixé en A sur un support horizontal et mesure 60 cm; l'autre est fixé en B sur ce même support et mesure 80 cm ; le troisième soutient un poids de 100 N.

1) Construire géométriquement, sur le dessin ci-joint, les forces assurant l'équilibre du point O (on représentera 100 N par 4 cm).

2) A l'aide du dessin, compléter le tableau accompagnant la figure, dans lequel $T_1$ et $T_2$ désignent les intensités des tensions des fils AO et BO.

3) Le point A restant fixe on déplace le point B de sorte que l'angle AOB soit un angle droit.

- a) Calculer alors la distance AB.
- b) Construire la nouvelle figure, à coté de l'ancienne, sur la feuille jointe ( échelle : 1cm pour 10 cm).
- c) Calculer les écarts angulaires à 1° près des angles du triangle ABC.
- d) Calculer les intensités des nouvelles tensions $T'_1$ et $T'_2$ .

## 2) La couronne de Hieron

Hieron, tyran de syracuse, soupçonnant un orfèvre de lui avoir fait une couronne en or en alliant de l'argent demanda à Archimède de lui apporter la preuve de ses soupçons. Celui-ci ne voulant pas détériorer la couronne procéda comme suit.

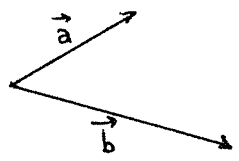
Dans un récipient plein d'eau, à ras bord, il plaça la couronne et recueillit l'eau qui déborda : 244 $cm^3$. La couronne avait une masse de 4180 g. Sachant que la masse volumique de l'or est $20 g/cm^3$ prouvez que les mesures précédentes suffisent pour savoir qu'elle n'est pas en or pur. Trouver les masses d'or et d'argent ayant servi à sa fabrication sachant que la masse volumique de l'argent est $10 g/cm^3$.

<u>N.B.</u>: On supposera que l'alliage s'est fait avec conservation des volumes.

3) <u>Résoudre dans $R^2$ le système</u> :

$$\begin{cases} 17\,(x-1) = 13\,(2y-7) \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{11}{3}. \end{cases}$$

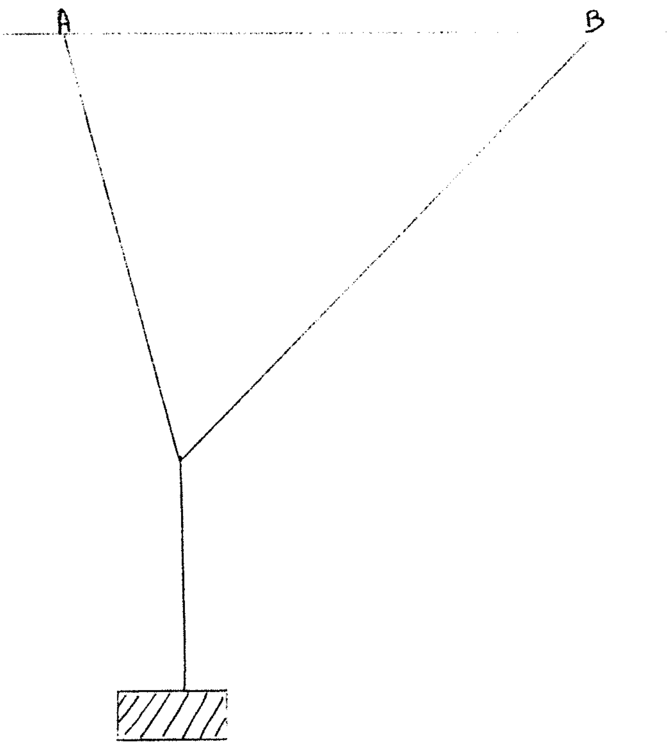
4) $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont deux vecteurs donnés (voir figure). Trouver les représentants d'origine O des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que :




$$\begin{cases} \vec{u} + \vec{v} = \vec{a} \\ \vec{u} - \vec{v} = \vec{b} \end{cases}$$

que l'on dessinera sur la figure ci-contre.

1 Dessins Tableau




| | |
|---|---|
| P | 100 N |
| $T_1$ | |
| $T_2$ | |

3)

A

## UNE FICHE DE TRAVAIL COMMUNE

Cette fiche donnée lors d'un cours de physique, dans une classe de 2°C, a été complétée par le professeur de mathématique de cette classe travaillant en binôme avec le professeur de physique. Elle a été étudiée dans les deux disciplines.

2°C — NOTION de PRESSION — fiche.

1 - Sur le cahier de cours dessiner le baromètre p 170.

2 - Etudier le principe du baromètre métallique p 170 et le dessiner.

3 - Sur une même verticale, les hauteurs barométriques H diminuent avec l'altitude z conformément au tableau suivant : (H en mm de mercure, z en kilomètres)

| z | 0 | 1 | 2 | 4 | 6 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| H | 760 | 670 | 590 | 460 | 350 | 200 |

a) Tracer la courbe correspondant à ce tableau en portant les valeurs de H en abscisses et celles de z en ordonnées. Déduire l'altitude d'un lieu où la hauteur barométrique est de 400 mm de mercure.

b) On veut rechercher l'application $f : \begin{array}{l} [200\ ;\ 760] \longrightarrow \mathbb{R} \\ H \longrightarrow z. \end{array}$

qui représente au mieux les variations de pression avec l'altitude sur l'intervalle $[200\ ;\ 760]$ . Les fonctions les plus simples que vous connaissez en mathématiques sont du type suivant :

1 - Fonction affine : $f_1 : H \longrightarrow z = aH + b$.

2 - Fonction polynôme de degré 2 : $f_2 : H \longrightarrow z = aH^2 + bH + c$

3 - Fonction rationnelle : $f_3 : H \longrightarrow z = \dfrac{aH+b}{cH+d}$.

Nous allons chercher parmi ces trois fonctions celle susceptible de représenter au mieux notre problème. Pour cela nous voulons que les points A (760 ; 0) et B (200 ; 10) appartiennent à la courbe représentant la fonction. Dans ces conditions :

- pour $f_1$ déterminer a et b , et faire sa représentation graphique pour l'intervalle considéré.

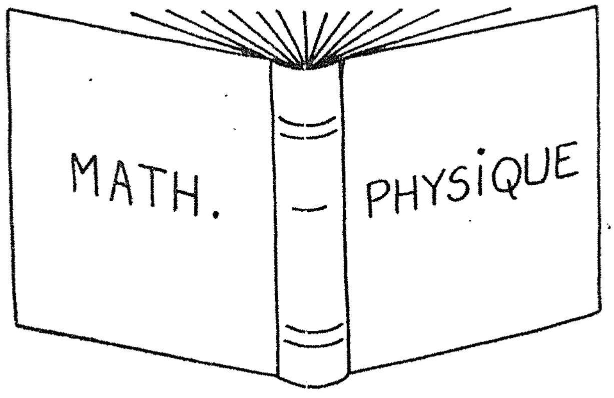
- pour $f_2$ déterminer a, b, c. Pour déterminer la troisième constante on imposera une condition supplémentaire : que l'un des points de la courbe du $\rightarrow$ a appartienne à la courbe représentant $f_2$. Faire ensuite un tableau donnant pour les valeurs de H de l'énoncé, les valeurs de $f_2$ (H). Représenter $f_2$.

- pour $f_3$ faire de même.

Quel choix feriez-vous entre $f_1$, $f_2$, $f_3$ et pourquoi ? Remarques.

4) La pression atmosphérique lue sur un baromètre est : 765 mm de Mercure.

Exprimez-la en : bars, , Pascals, atmosphère.




georges michelot
irem de dijon

Au groupe "Math—Physique", nous aurions pu facilement nous borner à un recyclage mutuel, les professeurs de mathématiques exposant à leurs collègues les merveilles de l'algèbre linéaire, et ceux-ci initiant les premiers aux "différentes fonctions d'une chaîne électronique" (nouveau programme de seconde).

Il nous a semblé que, de l'énergie ainsi dépensée, nous recueillerions une trop faible part dans notre enseignement. D'où la question: "Comment améliorer le rendement de la machine IREM" ?

Analysant rapidement les défauts les plus criants de nos enseignements respectifs, nous avons constaté:

— un enseignement mathématique souvent réduit à un impeccable enchaînement déductif, mais où l'exploration d'un réel à mathématiser est, en fait, réduite à très peu de choses, où les applications des modèles mathématiques à la réalité sont quasi inexistantes (même plus le petit problème concret conduisant à un système au premier degré au BEPC).

— un enseignement de la physique, disons un peu immobiliste, dans lequel pas grand chose n'a évolué depuis vingt ans, où la formation mathématique se réduit souvent à une application de formules, d'horizon limité.

Le caractère en quelque sorte complémentaire de ces défauts est évident. Corriger l'un, corrigera l'autre. Nous pensons que cela est facile car il ne s'agit nullement d'un "retour en arrière". La "modernisation" des programmes de math n'exigeait en rien la séparation qui s'est instituée entre mathématique et pratique de cette mathématique; pas plus que le souci de préserver l'aspect expérimental n'exige le renoncement à la théorie ou à l'utilisation d'un appareil mathématique adéquat (dont dispose l'élève). Les causes qui ont conduit à cet accroissement de la "distance — moyenne" entre matheux et physicien sont purement fortuites, d'origine socio-psychologique et absolument pas méthodologiques et cette évolution est même contraire aux enseignements de l'épistémologie moderne. Par exemple, pourquoi serait-il presque inconcevable, ou tout au moins farfelu, que le professeur de mathématique, qui vient de faire une leçon sur l'utilisation de la dérivée, pose à ses élèves un exercice du type suivant: trouver la poutre parallélélipipédique la plus résistante qu'on puisse découper dans un tronc de diamètre donné D (la résistance est proportionnelle à la largeur et au cube de la hauteur).

Toute une génération risque de pâtir du mur élevé entre mathématique et pratique de cette mathématique car chez beaucoup l'assimilation de telle notion abstraite ne peut se réaliser sans référence à une représentation ou utilisation concrète. Chez tous, cette référence sera un élément de confort intellectuel. N'a-t-on pas là une raison de la stagnation des effectifs de C ?

De même, le physicien, au moins dans les grandes classes, s'il veut "accrocher" ses élèves ne pourra se contenter de phrases telles que (commentaires officiels au nouveau programme): "Le vecteur vitesse peut s'obtenir en formant le quotient du vecteur déplacement MM' par l'intervalle de temps, lorsque celui-ci est suffisamment petit (sic). Son caractère vectoriel résulte de sa filiation à partir du vecteur déplacement (resic)". Il est clair que l'on n'arrivera à rien tant que, sous prétexte d'enseignement expérimental, on confondra, ou feindra de confondre résultat expérimental et concept issu de ce résultat, c'est-à-dire, réalité physique et théorie de cette réalité. Cet exemple est typique: pour ne pas utiliser une notion mathématique (la notion de limite), on est conduit à un énoncé inexact. Ne serait-ce pas l'occasion idéale d'introduire ce concept, quitte à le "purifier" ensuite en mathématique ?

Et il serait bien difficile de dire, qui, du physicien ou du matheux aiderait le plus l'autre.

Rédiger des parties de cours en commun, des exercices interdisciplinaires, telles sont donc nos perspectives, bien éloignées d'un simple recyclage.