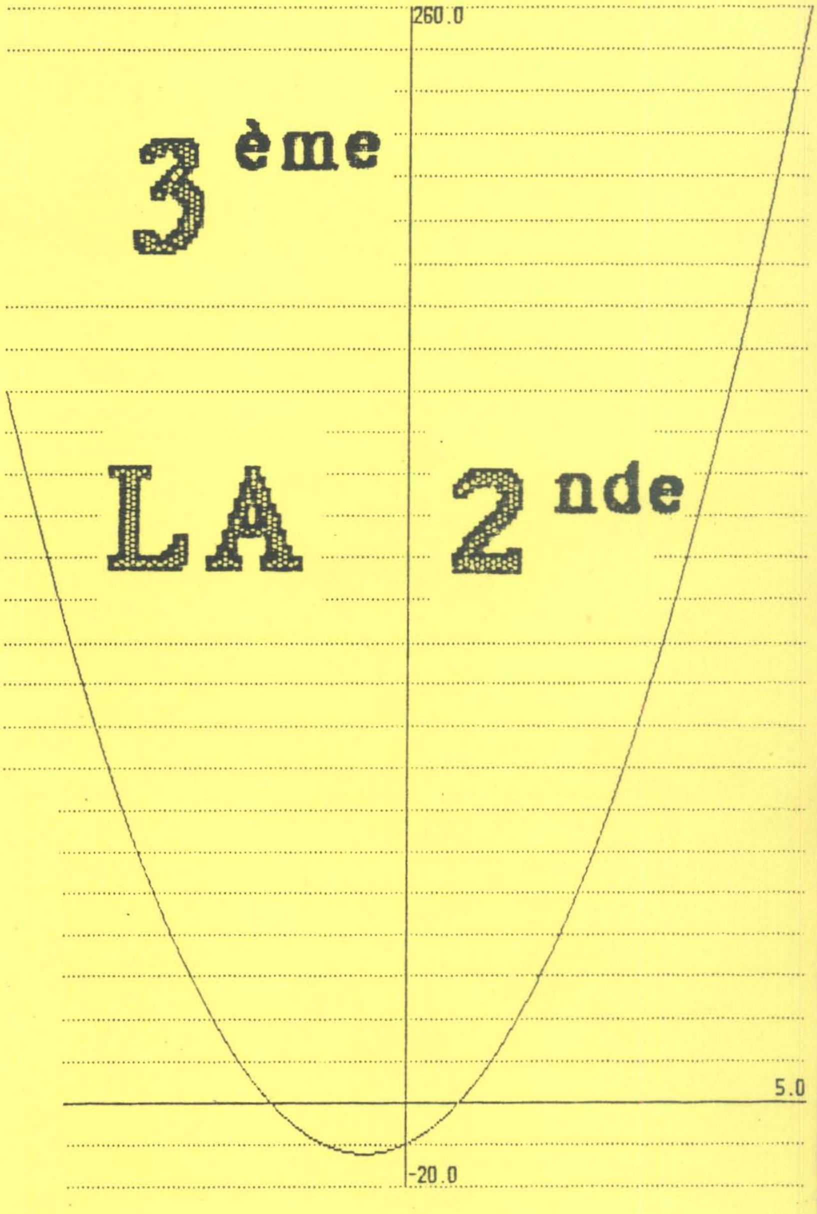
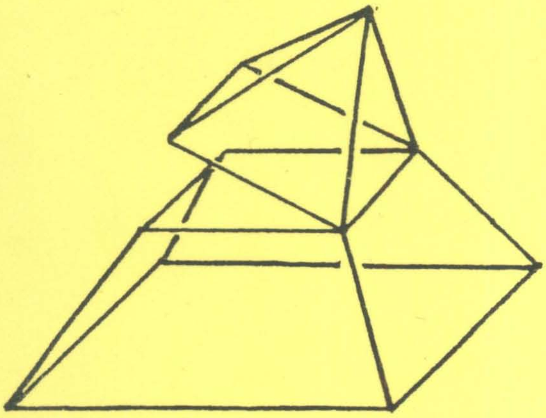
IREM DE NICE

DE LA 3ème VERS LA 2nde





SUIVI DES NOUVEAUX PROGRAMMES 1989

IREM DE NICE - PARC VALROSE - 06034-

30 F

IREM DE NICE - 1988/1989

SUIVI DES NOUVEAUX PROGRAMMES

Bernadette COSTE
Paule KOBER
Michèle SENEMEAUD
Alain SOLEAN

Ce travail termine l'expérimentation des nouveaux programmes de collège que nous avons menée dans nos classes depuis 4 ans.

Au niveau de la classe de 3ème nous avons expérimenté des activités sur:

- Les résolutions d'équations autres que celles du 1er degré (par méthode graphique ou par essais et corrections successifs).
- Des problèmes de géométrie dans l'espace et de géométrie plane.
- La gestion des données.

Au niveau de la liaison 3ème- 2nde, nous avons:

- Comparé les contenus des nouveaux et anciens programmes en classe de troisième.
- Répertorié les capacités attendues d'un élève en fin de troisième (nouveaux programmes)
- Fait des propositions en vue d'un réajustement du programme de seconde.

SOMMAIRE

RESOLUTION D'EQUATIONS PAR ESSAIS ET CORRECTIONS SUCCESSIFS

Extraits des programmes et commentaires:

> **4. Résolution d'équations par essais et corrections successifs:**
> Certains problèmes mèneront à la résolution approchée d'équations $f(x)=a$ ne relevant pas du modèle $mx + p = 0$; cette résolution conduira à des activités graphiques ou à des activités numériques nécessitant l'emploi d'une calculatrice, mais aucune compétence n'est exigible à ce propos.
> **5. Analyse (et construction) d'algorithmes comme suites d'instructions aboutissant à la résolution d'un problème donné.**
> **Application numérique à l'aide d'un ordinateur.**
> Il s'agit d'une simple initiation, par exemple, sur des situations telles que croissance d'une population, intérêts composés,...mais aucune connaissance n'est exigible à ce propos. les calculatrices ou l'ordinateur pourront être utilisés avec profit.

Nous avons essayé à travers des résolutions de problèmes souvent issus de la géométrie, d'atteindre les objectifs suivants:

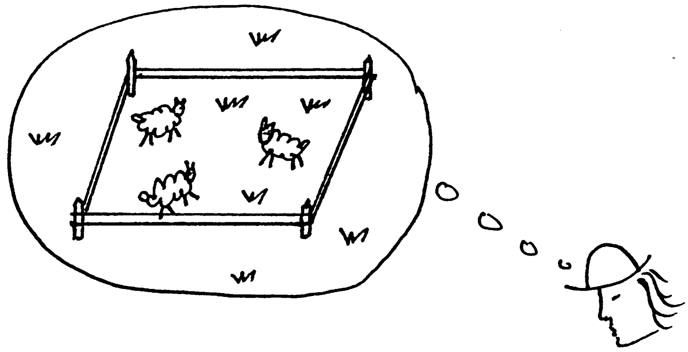
- S'entraîner au calcul littéral
- S'entraîner au calcul exact et approché
- Savoir vérifier si un nombre est solution d'une équation
- Savoir faire une représentation graphique de fonction point par point
- Utiliser un graphique pour résoudre une équation
- Construire un algorithme de calcul
- Utiliser la calculatrice et l'ordinateur

L'objectif plus général est de mieux faire comprendre la notion de fonction , d'habituer progressivement les élèves à la notation de type f(x) et à la construction de grahiques

Activités proposées:

- Rectangles de périmètre fixé
- Le problème de la boite
- Méthode graphique ou méthode algébrique

RECTANGLES DE PERIMETRE FIXE



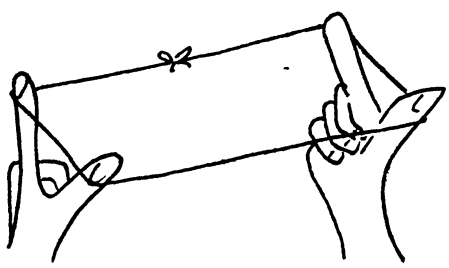
<u>Durée:</u> 2 heures

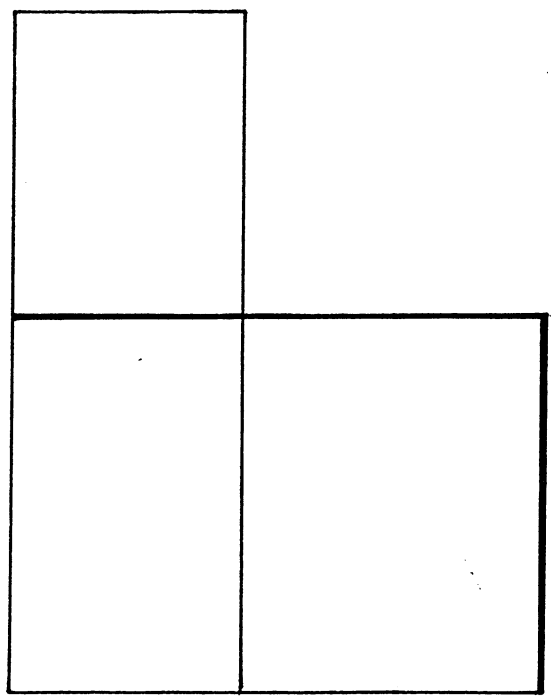
<u>Enoncé</u>

1) Dessiner trois rectangles dont le périmètre est 24cm
Après avoir choisi une longueur x pour le premier côté d'un rectangle, comment trouve-t-on la longueur y du deuxième côté?
Faire la représentation graphique de y en fonction de x

2)Ecrire l'expression de l'aire de ces rectangles en fonction de x; on la notera : A(x)
Faire la représentation graphique de A(x)
Que peut-on dire du rectangle dont l'aire est maximum?

3) Trouver x pour que A(x)=15 cm^2





Deux algorithmes sont proposés:

-<u>Le balayage</u> qui consiste à essayer dans l'ordre croissant tous les décimaux d'ordre 2 compris entre 1,4 et 1,5 jusqu'à rencontrer une valeur par excès, ici, c'est 1,42; on recommence avec les décimaux d'ordre 3 .
-<u>La méthode dichotomique</u> qui consiste à essayer la moyenne d'une valeur par excès et d'une valeur par défaut.

<u>balayage</u>

X	A(x)	excès	défaut
1,4	14,84		X
1,5	15,75	X	
1,41	14,9319		X
1,42	15,0236	X	
1,411	14,941079		X
1,412	14,950256		X
1,413	14,959431		X
1,414	14,968604		X
1,415	14,977775		X
1,416	14,986944		X
1,417	14,996111		X
1,418	15,005276	X	

<u>dichotomie</u>

x	A(x)	excès	défaut
1,4	14,8	X	
1,5	15,75		X
1,45	15,069375	X	
1,425	14,954844		X
1,41875	15,012148	X	
1,415625	14,983506		X
1,4171875	14,99783		X
1,4179688	15,00499	X	

On a donc $1,417 < x < 1,418$

La méthode dichotomique est plus rapide, mais la "taille" des nombres à manipuler effraye les élèves. C'est d'ailleurs une source d'erreurs car ils n'ont souvent qu'une mémoire dans leur calculatrice, ils sont donc obligés de retaper les nombres pour calculer les moyennes.

<u>Bilan:</u>
Les élèves ont découvert que l'on peut trouver la solution d'une équation de degré supérieur à 1 avec autant de précision que l'on veut.

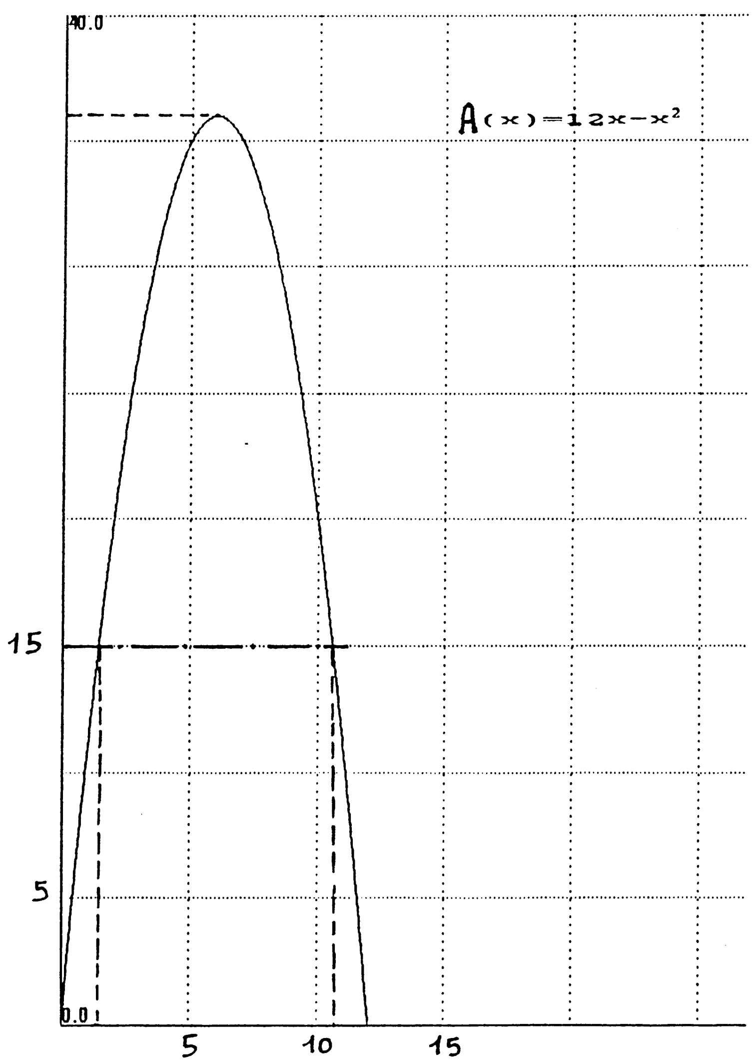
Déroulement et commentaires:

Question 1: Pas de difficultés pour dessiner les rectangles de périmètre fixé, les élèves choisissent des longueurs exprimées par des nombres entiers.

La relation $x + y = 12$ est trouvée facilement, il est plus difficile d'exprimer y en fonction de x. Pour la représentation graphique, se pose le problème des valeurs limites: les élèves acceptent difficilement le rectangle "segment"

Question 2: L'expression de A(x) est plus laborieuse à trouver, la représentation graphique se fait point par point à l'aide d'un "tableau de valeurs". On remarque que le rectangle d'aire maximum est un carré .

Question 3: La résolution graphique de l'équation donne deux solutions: 1,5cm et 10,5cm on vérifie que ce sont des solutions approchées. La question se pose alors de connaître le résultat exact s'il existe ou au moins d'avoir les solutions avec une précision meilleure, 10^{-3} par exemple. On sait , grâce à l'allure du graphique, que 1,5 est une valeur par excès, les élèves essayent 1,4 c'est une valeur par défaut.



LE PROBLEME DE LA BOITE

Durée et méthodes:

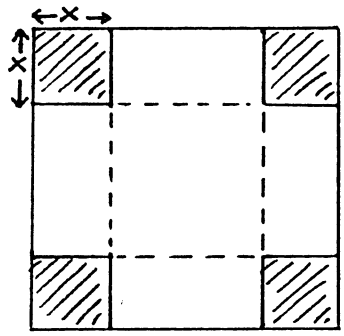
-Recherche à 2 et rédaction individuelle: 2 heures en classe

-Utilisation de l'ordinateur: 1/2 heure en demi groupe

Enoncé:

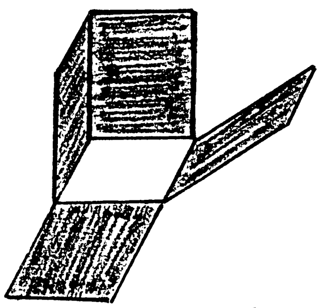
1ère Partie:

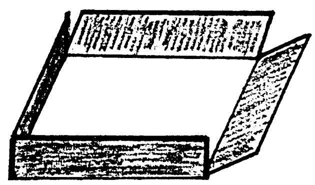
On dispose d'une feuille de carton carrée de 40 cm de côté.
A chaque coin on découpe un carré de côté x et on plie selon les pointillés (voir dessin ci-contre):



Questions:

1) Quel solide obtient-on?
2) Quel est le volume de ce solide en fonction de x ?
x peut-il prendre toutes les valeurs possibles?
3) Le volume de cette boite augmente-t-il quand x augmente?





Réactions des élèves:

-Le pavé droit est trouvé mais certains réalisent la maquette pour s'en convaincre.

-Les expressions pour le volume sont:

$(40-2x)^2x$ ou sous forme développée: $4x^3-160x^2+1600x$

On rappelle la notation V(x) et sa signification.

Pour les valeurs de x les premières réponses sont $0 < x < 40$

puis on arrive à $0 \leq x \leq 20$

-La recherche conduit les élèves à calculer V(x) pour 2 valeurs de x mais les réponses varient :

V(1)=1444 V(10)=4000 Oui le volume augmente !

V(4)=4096 V(12)=3072 Non le volume n'augmente pas !

On est ainsi conduit à calculer V(x) pour de nombreuses valeurs de x et donc à trouver la meilleur façon d'utiliser la calculatrice.

2ème Partie:

Questions:

1)Parmi ces 2 expressions quelle est celle qui nécessite le moins d'opérations? $V(x)= 4x^3-160x^2+1600x$

$$V(x)= (40-2x)^2x$$

Ecrire alors la liste des opérations à effectuer et le programme qui correspond à votre calculatrice.

2)Remplir le tableau de valeurs suivant:

x	0	2	4	6	8	...
V(x)						...

3)Construire le graphique représentant le volume en fonction de x (x en abscisse , V(x) en ordonnée)

4)En utilisant le graphique répondre aux questions suivantes:

-Pour quelles valeurs de x a-t-on un volume de $2000cm^3$?

-Pour quelle valeur de x le volume de la boite est-il le plus grand ?

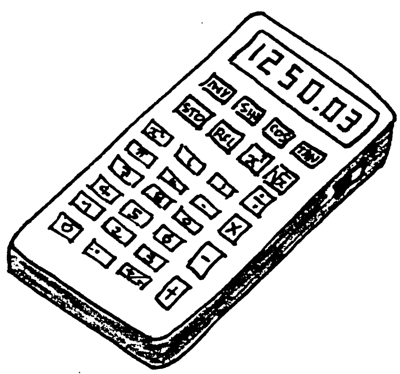
Réactions des élèves:

-Les élèves n'étant pas habitués à ce travail, la première question est faite en commun (discussion, recherche, mise en commun). L'expression développée nécessite 8 opérations, celle factorisée 4. L'algorithme de calcul estle suivant:

Choisir une valeur pour x
Multiplier par -2
Ajouter 40
Elever au carré
Multiplier par x

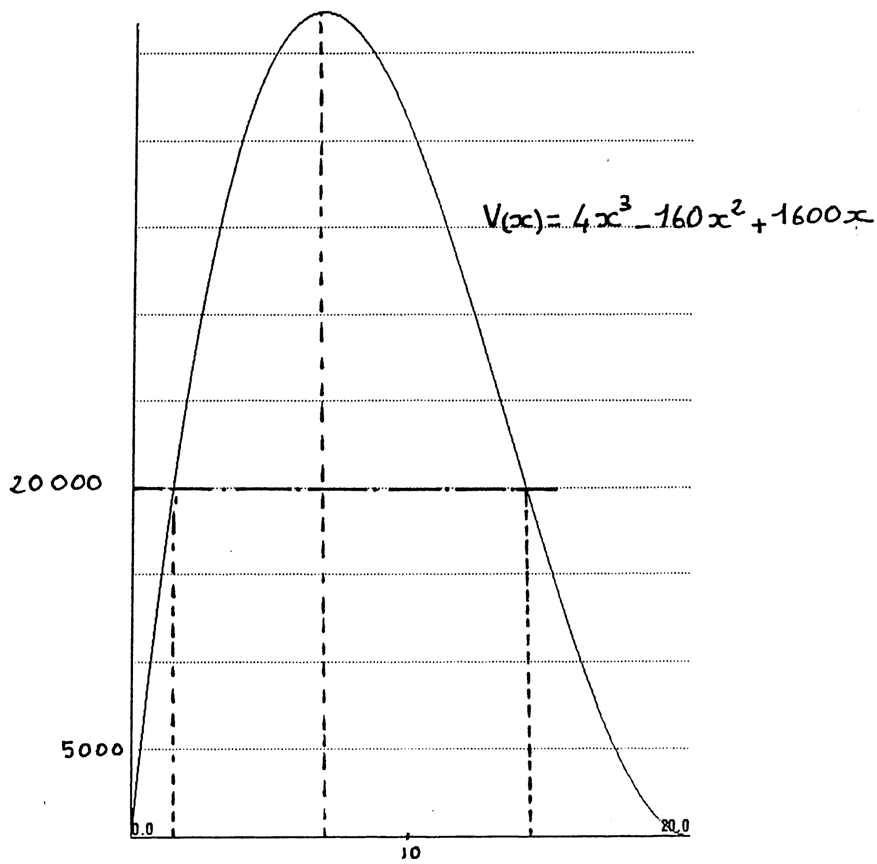
Le programme de calcul est alors, a étant la valeur donnée à x :

$\boxed{a}-\boxed{STO}-\boxed{\times}-\boxed{2.}-\boxed{+/-}-\boxed{+}-\boxed{40}-\boxed{=}-\boxed{X^2}-\boxed{\times}-\boxed{RCL}-\boxed{=}$



(utilisation de la mémoire, enchainement d'opérations)

-Les élèves remplissent alors le tableau de valeurs et réalisent le graphique sur papier millimétré.



-Les solutions de l'équation V(x)=2000 se trouvent graphiquement; on s'intéresse plus particulièrement à celle comprise entre 1 et 2 et on cherche un encadrement à 10^{-1} prés.

Essais et encadrements successifs:

$1 < x < 2$	$1444 < V(x) < 2592$	Calcul pour x=1,5
$1 < x < 1,5$	$1444 < V(x) < 2053,5$	Calcul pour x=1,3
$1,3 < x < 1,5$	$1818 < V(x) < 2053,5$	Calcul pour x=1,4
$1,4 < x < 1,5$	$1937 < V(x) < 2053$	

-La recherche de la valeur de x qui permet d'obtenir un volume maximum se fait d'abord graphiquement: $6 < x < 7$

Puis les élèves vont en salle informatique. Le programme suivant leur est fourni et expliqué:

```
1Ø    CLS
2Ø    FOR X=6  TO  7  STEP Ø.1
3Ø    V=4*X↑3 - 16Ø*X↑2 + 16ØØ*X
4Ø    PRINT  X , V
5Ø    NEXT  X
```

Ils doivent, à partir de ce programme et en l'adaptant (il suffit de changer les données dans la ligne 20), trouver la valeur de x à 0,001 prés (méthode de résolution par balayage).

METHODE GRAPHIQUE OU METHODE ALGEBRIQUE

__Durée:__ Une heure

__Enoncé:__

1) Faire une représentation graphique de la fonction définie par:

$$f(x) = 9x^2 + 9x - 10$$

(on prendra des valeurs de x comprises entre -5 et +5)

2) Utiliser le graphique pour résoudre l'équation:

$f(x) = 0$ Donner la réponse à 10^{-2} près

3) Développer le produit:

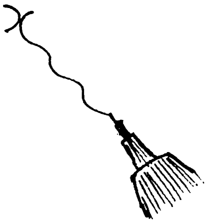
$$9\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(x + \frac{5}{3}\right)$$

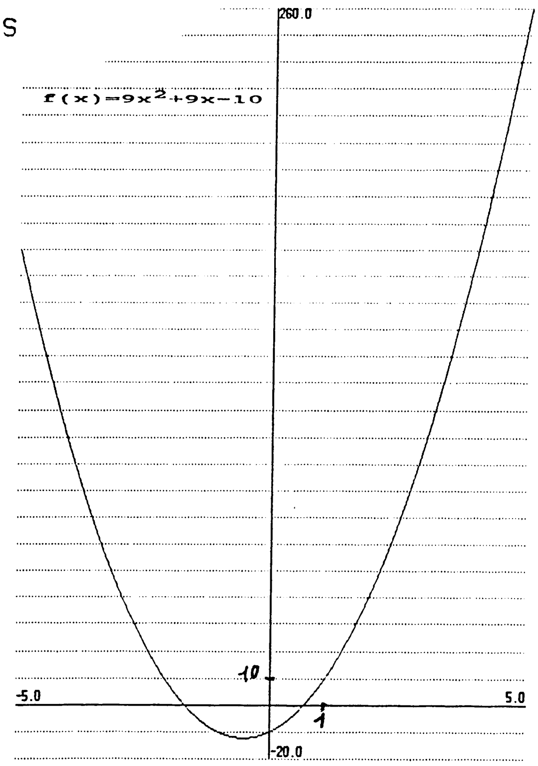
4) Résoudre par le calcul l'équation:

$$f(x) = 0$$

$$9\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(x + \frac{5}{3}\right)$$

$$= 9\left(x^2 + \frac{5}{3}x\right.$$





__Commentaires:__

Les questions 1 et 2 permettent de réinvestir les capacités acquises lors des activités précédentes. On observe encore que le calcul par dichotomie est plus performant que le calcul par balayage.

Les questions 3 et 4 montrent la puissance du calcul algébrique.

__Bilan:__

Les élèves ont été convaincus de la puissance du calcul algébrique, mais: "encore faut-il savoir le faire" dit l'un d'eux !

Cet exercice les motive pour s'exercer et acquérir une maîtrise suffisante en ce domaine.

GEOMETRIE DANS L'ESPACE EN TROISIEME

Extraits des programmes et commentaires:

b.Pyramide et cône de révolution; volume. Section par un plan parallèle à la base.

L'objectif est toujours d'apprendre à voir dans l'espace et de calculer des longueurs, des aires et des volumes, ce qui implique un large usage des représentations en perspective et de la fabrication de patrons.

Capacités exigibles:

-Savoir, dans des situations simples et uniquement à propos de travaux sur les solides, utiliser le théorème de Pythagore pour des calculs de longueurs(diagonale d'un parallélépipède rectangle, rayon d'une section plane d'une sphère, hauteur d'une pyramide régulière,...).

-Connaître et utiliser les formules de volume:

V=Bh pour les prismes droits et le cylindre de révolution.

V=1/3Bh pour les pyramides et le cône de révolution.

En troisième la géométrie dans l'espace peut être introduite très tôt dans l'année. Elle permet un bon réinvestissement des connaissances de la classe de quatrième:

- calcul littéral et numérique dans le calcul de volumes
- résolutions d' équations
- Utilisation du théorème de Pythagore pour les calculs de longueurs de côtés.

Au fur et à mesure, d'autres propriétés seront dégagées (effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les aires et les volumes par exemple).

Le théorème de Thalès permettra d'aller plus loin dans la résolution de certains problèmes.

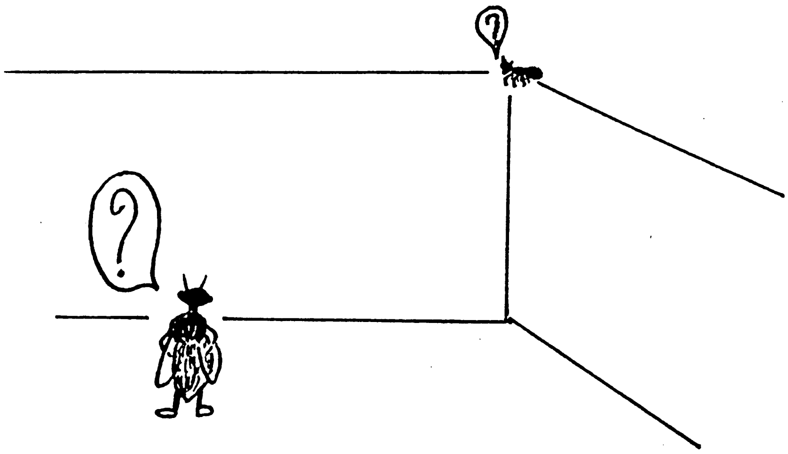
Activités proposées:

-Problème de la mouche et de la fourmi

-La pyramide de Chéops

-La pyramide tronquée

PROBLEME DE LA MOUCHE ET DE LA FOURMI



Objectifs:

-Utilisation du théorème de Pythagore dans l'espace.

-Utilisation de la propriété de Thalès dans le triangle.

-Utilisation d'un patron pour la résolution d'un problème.

Durée et méthodes:

-1 heure 30 en classe;

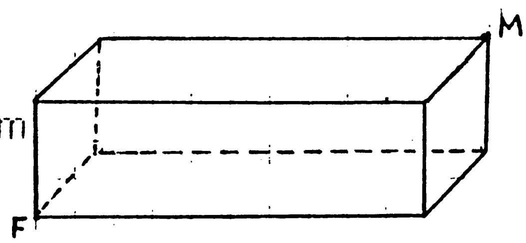
-Travail individuel pour la première et troisième question; par groupe de deux pour la deuxième.

Matériel:

-Quelques boîtes en carton et des cuters.

Enoncé:

Une salle a comme dimensions:
Hauteur: 4 m ; Largeur: 6 m ; Longueur: 12 m
Dans un coin ,en bas ,une fourmi (F);
au coin opposé ,en haut , une mouche(M).



1)Quel est le plus court chemin pour que la mouche rejoigne la fourmi ? Calculer sa longueur.

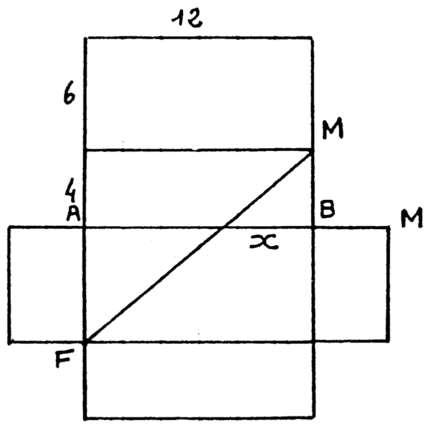
2) Quel est le plus court chemin pour que la fourmi rejoigne la mouche ? (Attention une fourmi ne vole pas!). Calculer sa longueur.

3) Comment faire pour tracer le chemin exact dans la salle?

Déroulement et difficultés:

-La premiere question est faite sans trop de problème: le chemin se visualise facilement dans la classe; le résultat (14 m) est trouvé en appliquant le théorème de Pythagore par presque tous.

-Les élèves ne pensent au début qu'au chemin passant par les arêtes; puis l'idée vient de passer par le milieu de l'arête du bas. Le calcul approché montre en effet que ce chemin est plus court que le précédent; des essais sont faits de façon un peu anarchique. A force de manipuler une boite un élève pense à l'ouvrir et à tracer le chemin à plat (2 chemins possibles). Les calculs des longueurs permettent de déterminer le chemin le plus court.



-Il faut, sur le patron, déterminer le point d'intersection entre le segment [MF] et l'arête [AB].

L'utilisation de la propriété de Thales dans le triangle permet de trouver la valeur de x.

LA PYRAMIDE DE CHEOPS

Objectifs:

-Savoir faire un dessin en perspective cavalière.

-Savoir appliquer le théorème de Pythagore en géométrie dans l'espace

-Comprendre une phrase et la traduire par une formule algébrique

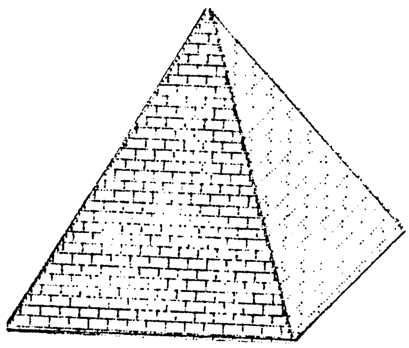
Durée et méthode:

-Travail individuel- 1 heure en classe.

Enoncé:

-LA PYRAMIDE DE CHEOPS-

(2500 ans av. J.C)



La pyramide de Chéops est une pyramide régulière à base carrée de 440 c.r de côté. Sa hauteur h est de 280 c.r. (l'unité est la coudée royale)

1°) Faire un dessin en perspective cavalière en indiquant l'échelle choisie.

2°) Calculer la longueur d'une arête de cette pyramide.

3°) Calculer la hauteur des triangles qui sont les faces de cette pyramide.

4°) La théorie des prêtres égyptiens:

"L'aire de chaque triangle latéral est égale à celle du carré ayant pour côté la hauteur de la pyramide".

Est-ce vrai ?

5°)Quelques résultats surprenants:

Calculer les rapports suivants :

a) La hauteur d'une face sur le demi-côté de la base.

b) Le demi-périmètre de la base sur la hauteur de la pyramide.

LA PYRAMIDE TRONQUEE

1ère Partie

Objectifs:

-Visualiser une pyramide tronquée par un plan parallèle à la base.

-Ramener à de la géométrie plane un problème de géométrie dans l'espace.

-Introduire la propriété: "Si les longueurs sont divisées par 2, les aires sont divisées par 4 et les volumes par 8"

-Calculer le volume d'une pyramide.

Durée et méthodes:

-Travail par groupe de 4 élèves - 1 heure en classe

-Rédaction individuelle à la maison

-Conclusion et institutionnalisation des résultats: 10 minutes

Prérequis:

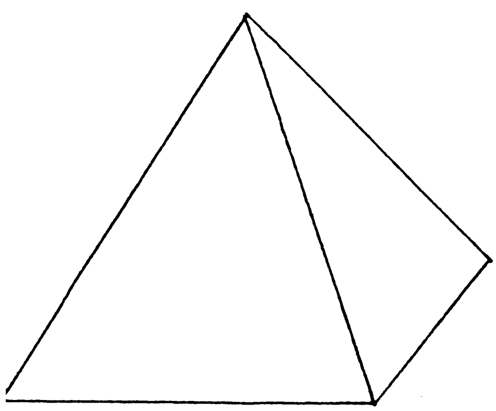
-Connaitre le théorème des milieux dans un triangle.

-Connaitre la formule donnant le volume d'une pyramide.

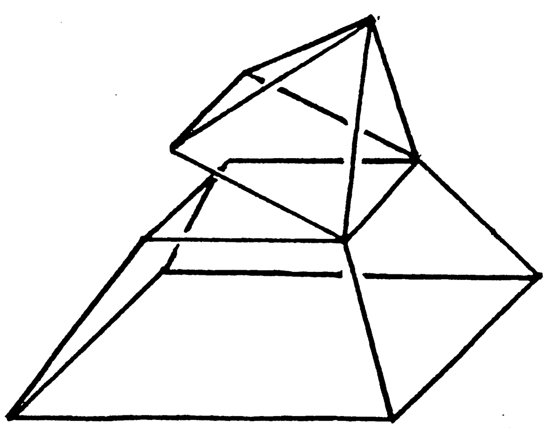
Matèriel nécessaire:

-Une pyramide régulière à base carrée en carton ou polystyrène

-Une pyramide en verre avec le haut mobile (petite serre vendue chez Pier-Import à 69,50F !)



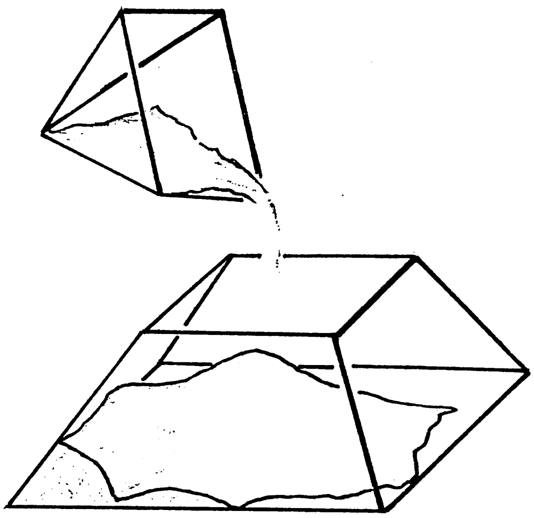
(1)



(2)

Problème:

On coupe cette pyramide régulière(1) à base carrée par un plan parallèle à la base et passant par le milieu d'une arête.
1)Où ce plan coupe-t-il les autres arêtes?
2)Quels sont les noms des 2 solides obtenus?
3)Quel est le rapport entre les volumes de ces 2 solides? (2)



Réactions des élèves:

-Il semble tout à fait évident aux élèves que le plan coupe les arêtes en leur milieu. Ils le justifient en utilisant le théorème des milieux dans le triangle (les axiomes d'incidence dans l'espace ne leur semblent pas indispensables!)
-On introduit à cette occasion le nom de pyramide tronquée.
-Les directions prises par les groupes sont trés différentes:
*Recherche par visualisation et remplissage de la pyramide tronquée par plusieurs petites pyramides (mais les élèves en oublient et trouvent comme résultat 1/6)
*Mesures sur la pyramide en verre et calculs de volume (mais les résultats sont approximatifs).
*Calculs algébriques en utilisant la formule $V=1/3\ B\ H$
Pour le calcul de B si c est le côté de la grande pyramide $B=c^2$
Pour la petite pyramide quelques erreurs du type $b=c^2/2$ au lieu de $b=(c/2)^2$. La hauteur de la petite pyramide est H/2, les élèves ne justifient pas ce résultat.
Trois groupes arrivent au résultat final $v=1/8\ V$

2ème Partie

Objectifs:

-Utilisation de la propriété de Thales dans le triangle.

-Calcul littéral

-Résolution d'une équation par essais et corrections successifs

Durée et méthodes:

-Travail individuel en classe; de temps en temps , mise en commun des résultats trouvés ; rédaction individuelle.

-1 heure en classe - Fin du travail à la maison.

Problème:

On coupe une pyramide régulière à base carrée de 6 cm de côté et de 4cm de hauteur par un plan parallèle à la base. A quelle distance du sommet doit-on couper cette pyramide pour que les 2 solides obtenus aient le même volume?

Questions intermédiaires:

1)Quel est le volume de la grande pyramide et quel doit être le volume de la petite pyramide obtenue?

2)Exprimer le côté de la base de la petite pyramide en fonction de sa hauteur.

3)Ecrire l'équation qui permet de résoudre le problème posé.

Réactions des élèves:

-La première question permet l'application de la formule du volume d'une pyramide .

Pas de difficultés, les valeurs choisies étant trés simples.

Le volume de la petite pyramide doit-être 24 cm^3.

-Le dessin représentant une coupe verticale de la pyramide est indispensable. Certains le réalisent seuls, et trouvent que $c=(3/4)h$

-Le point est alors fait au tableau de manière à permettre à tous de redémarrer et faire la troisième question.

-La résolution de l'équation $h^3 = 128$ se fait par essais et corrections successifs.

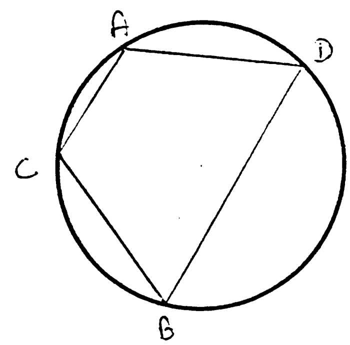
ANGLE AU CENTRE ; ANGLE INSCRIT

Objectifs:
-comparer l'angle au centre avec un angle inscrit qui intercepte le même arc.
-savoir que deux angles inscrits qui interceptent le même arc sont égaux.

Objectifs secondaires:
-retrouver la propriété caractéristique du cercle circonscrit à un triangle rectangle
-construire la tangente à un cercle passant par un point donné.

Durée:
-activité de construction: 1 heure en classe
-mise en commun des observations, démonstration: 1 heure
-exercices: 2 heures
-test: 30 minutes

Difficultés rencontrées:
-programme de dessin
-utilisation du rapporteur
-angles saillants, angles rentrants
-reconnaissance de "l'arc intercepté" par un angle, par exemple,pour beaucoup d'élèves, dans la figure ci-contre, les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{ADB}$ interceptent le même arc, donc ils sont égaux !



Prérequis:
-définition du cercle
-la somme des angles d'un triangle
-construction du centre du cercle circonscrit à un triangle.

Activité:

Etant donné un segment [AB] de 8 cm, construire les points $C_1, C_2, C_3 ..... C_{10}$ tels que les angles $\widehat{AC_1B}$, $\widehat{AC_2B}$, $\widehat{AC_3B}$,...............$\widehat{AC_{10}B}$ aient tous pour mesure 30°.

Comment sont disposés les points $C_1, C_2, C_3 ..... C_{10}$?

Réactions des élèves:

Certains démarrent rapidement ... et dessinent un angle de 30° de sommet A ou B !

Ils commentent alors: "les points C sont alignés" ou bien "Il n'y a qu'un angle"

Une relecture permet de corriger leur interprétation de l'énoncé.

Deux méthodes de construction sont proposées par les élèves:

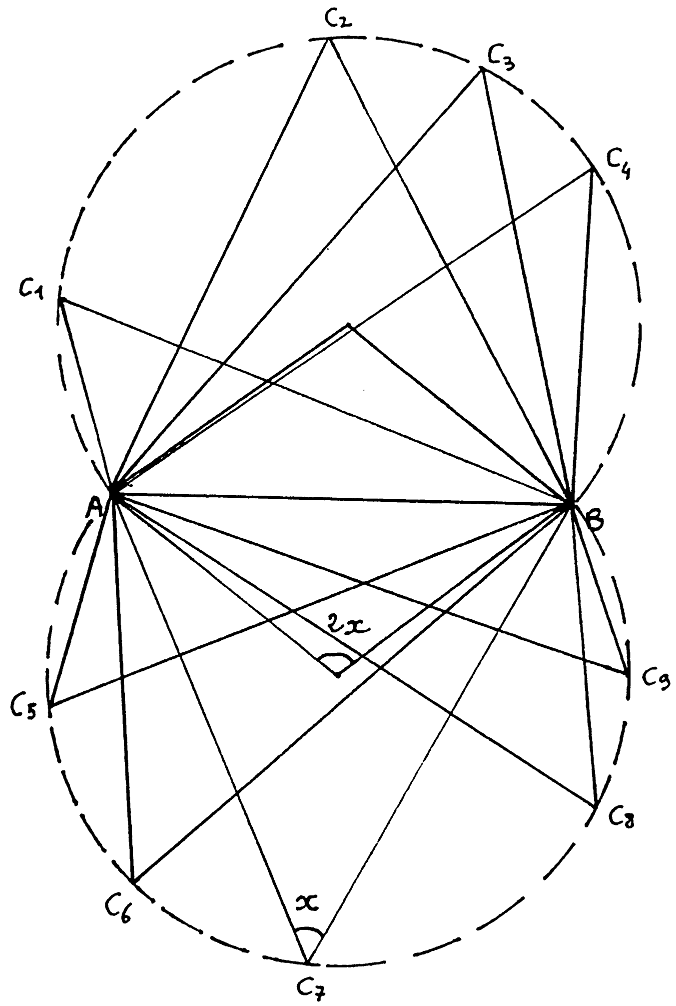
1-utilisation d'une équerre à 30°

2-la somme des angles du triangle ABC est 180°, si l'angle de sommet C mesure 30°, il reste 150° pour les angles de sommet A et B; on choisit une mesure pour l'angle de sommet A (inférieure à 150°) et on en déduit la mesure de l'angle de sommet B.

Les dessins des élèves sont soignés et suivant les cas on voit apparaître un ou deux arcs de cercles symétriques par rapport à la droite (AB).

Une mise en commun amène à construire correctement les centres O et O' de chaque cercle (ce que beaucoup d'élève avaient fait approximativement).

On mesure alors l'angle $\widehat{AOB}$: 60°!, ça ne peut pas être un hasard. On va donc démontrer que l'angle au centre est le double de l'angle inscrit qui intercepte le même arc.



Démonstration:

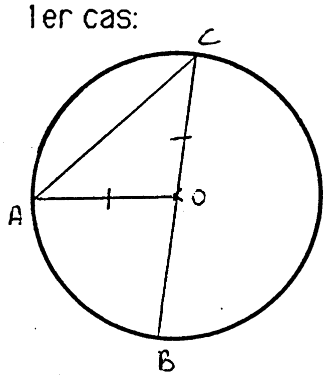
Trois cas de figure sont à envisager:

1- Le centre du cercle est sur l'un des côtés de l'angle inscrit

2- Le centre du cercle est à l'intérieur de l'angle inscrit

3- Le centre du cercle est à l'extérieur de l'angle inscrit

1er cas:



$\widehat{COA}+\widehat{ACB}+\widehat{CAO}=180°$

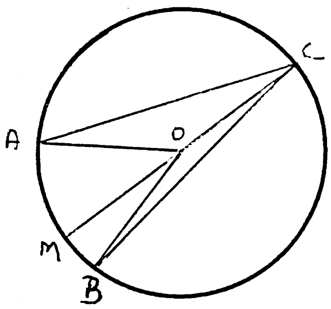
AOC est un triangle isocèle donc $\widehat{ACB}=\widehat{CAO}$,

$\widehat{COA} + 2\widehat{ACB} = 180°$

$\widehat{COA} + \widehat{AOB} = 180°$

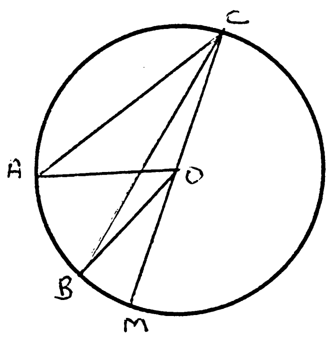
d'où: $\widehat{AOB} = 2\widehat{ACB}$

2ème cas:



$$\widehat{AOB} = \widehat{AOM} + \widehat{MCB}$$
$$= 2\widehat{ACM} + 2\widehat{MCB}$$
$$= 2(\widehat{ACM} + \widehat{MCB})$$
$$= 2\widehat{ACB}$$

3ème cas:



$$\widehat{AOB} = \widehat{AOM} - \widehat{BOM}$$
$$= 2\widehat{ACM} - 2\widehat{BCM}$$
$$= 2(\widehat{ACM} - \widehat{BCM})$$
$$= 2\widehat{ACB}$$

Exercices:

1)Dans un cercle un angle au centre mesure 70°. Quelle est la mesure d'un angle inscrit qui intercepte le même arc? Vérifier sur un dessin.

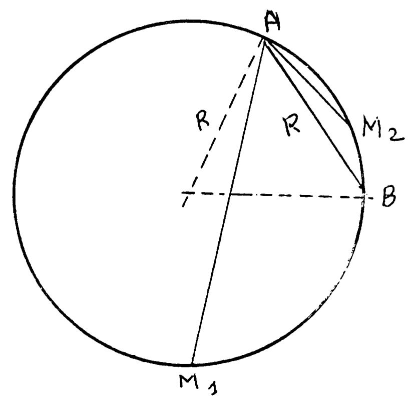
L'objectif de cet exercice est que les élèves repèrent bien ce qu'est "l'arc intercepté", ils ont tendance à placer le sommet de l'angle inscrit <u>sur</u> l'arc intercepté.

2)Dans un cercle un angle inscrit mesure 90°. Quelle est la mesure de l'angle au centre qui intercepte le même arc? Vérifier sur un dessin?

L'objectif de cet exercice est de retrouver la propriété caractéristique du cercle circonscrit à un triangle rectangle.

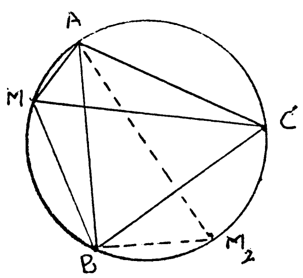
3)Sur un cercle de rayon R, on place deux points A et B tels que AB = R.
M étant un point quelconque du cercle, quelle est la mesure de l'angle $\widehat{AMB}$?

L'intérêt de cet exercice est que les élèves font des figures différentes et trouvent soit 30°, soit 150°. Cela permet de préciser la notion d'arc intercepté et de signaler qu'il y a parfois plusieurs "cas de figure" et qu'il faut y songer !

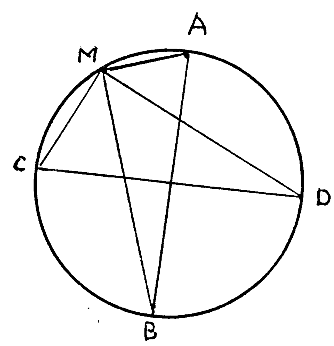


4) On trace le cercle circonscrit à un triangle équilatéral ABC.
M est un point quelconque de l'arc $\widehat{AB}$; calculer la mesure des angles $\widehat{AMC}$, $\widehat{CMB}$, $\widehat{AMB}$.

Dans cet exercice et dans le suivant aussi, il y a plusieurs cas de figure.



5) [AB] et [CD] sont deux diamètres perpendiculaires d'un cercle.
M étant un point quelconque de l'arc $\widehat{AB}$, calculer les mesures des angles $\widehat{AMD}$, $\widehat{CMB}$, $\widehat{BMD}$, $\widehat{AMC}$, $\widehat{CMD}$, $\widehat{AMB}$.



Problèmes:

1) On considère un triangle ABC et ses hauteurs [BB'] et [CC'].

a) Démontrer que B, C', B', C sont sur un même cercle dont on précisera le centre O.

b) comparer les angles $\widehat{C'B'B}$ et $\widehat{C'CB}$.

c) Trouver d'autres angles égaux dans cette figure.

• d) On trace la hauteur [AA'] du triangle ABC. On appelle H l'orthocentre du triangle ABC. Montrer que le quadrilatère B'HA'C est inscriptible dans un cercle dont on précisera le centre.

e) Trouver un angle égal à $\widehat{HCA'}$

f) Démontrer que (BB') est la bissectrice de l'angle $\widehat{C'B'A'}$.

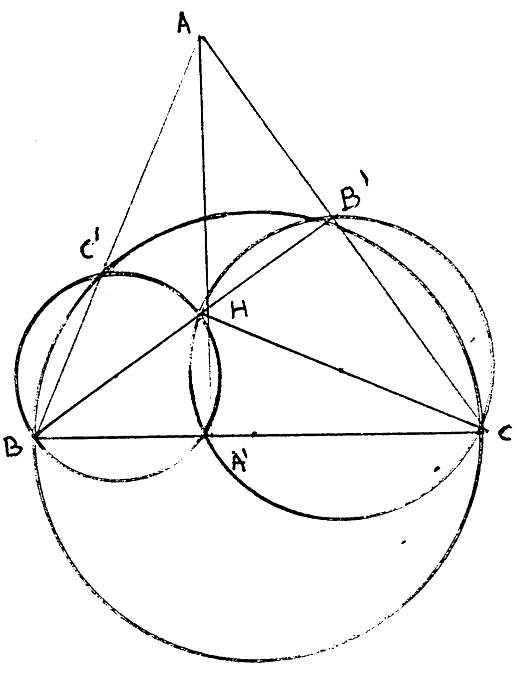
g) Que peut-on dire de (CC') et (AA').

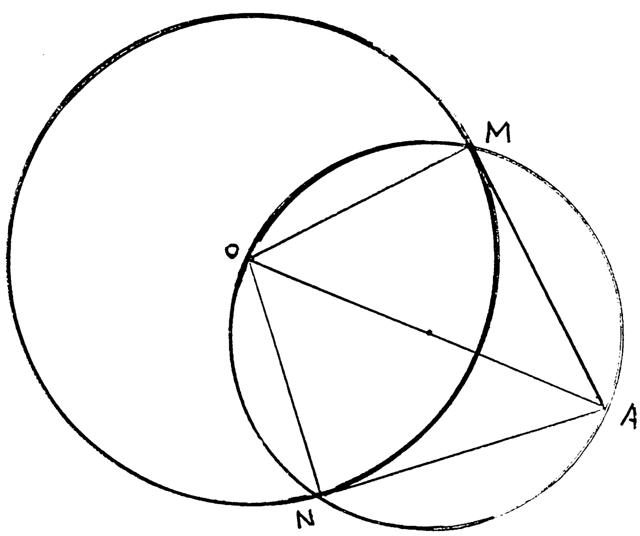
2) On considère un cercle de centre O et un point A extérieur à ce cercle. Le cercle de diamètre [OA] coupe le cercle de centre O en M et N.

Que peut-on dire des droites (AM) et (OM)?

Que représentent les droites (AM) et (AN) pour le cercle de centre O?

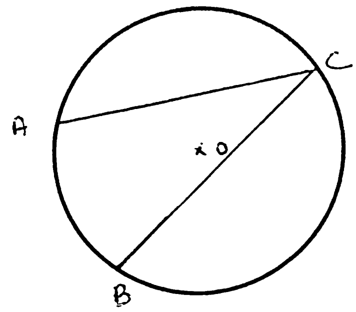
En déduire une construction des tangentes à un cercle menées par un point extérieur à ce cercle.



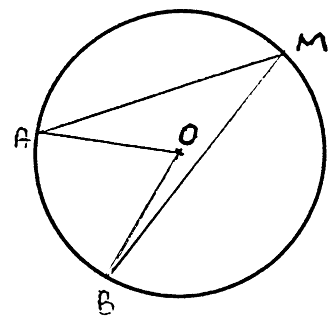


Noté dans le cahier de l'élève:

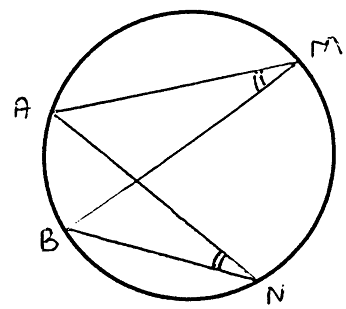
Un angle inscrit dans un cercle est
un angle formé par deux cordes
issues d'un même point de ce cercle.



Tout angle inscrit dans un cercle est
égal à la moitié de l'angle au centre
qui intercepte le même arc.

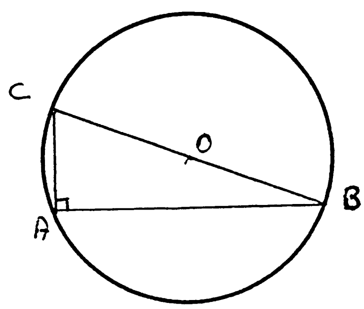


Deux angles inscrits qui interceptent
le même arc sont égaux



Si on joint un point A d'un cercle
aux extrémités B et C d'un diamètre,
on obtient un triangle ABC rectangle en A.

Le cercle circonscrit à un triangle
rectangle est centré au milieu
de l'hypoténuse.



Test:

On considère un cercle de centre O et de rayon 6cm sur lequel sont disposés, dans cet ordre, les points A, B, C,D tels que:
AB = 9 cm , $\widehat{ABC} = 80°$, et $\widehat{BCD} = 60°$

1) Faire la figure.

2) Calculer la mesure des angles $\widehat{AOC}$ (l'un est saillant, l'autre est rentrant).

3) Calculer la mesure des angles $\widehat{BOD}$ (l'un est saillant, l'autre est rentrant).

4) Calculer la mesure des angles $\widehat{CDA}$ et $\widehat{DAB}$.

5) Que peut-on dire des angles opposés du quadrilatère ABCD ?

6) Comparer les angles $\widehat{DAC}$ et $\widehat{DBC}$.

__Bilan du test:__ Sur 25 élèves

Question n°1: 20 élèves ont fait une figure correcte

Question n°2 et n°3: 19 élèves ont fait un calcul correct et justifié , les autres ont mesuré avec le rapporteur.

Question n°4: 8 élèves ont fait un calcul correct et justifié, 6 élèves se sont trompé pour le choix de l'arc intercepté.

Question n°5: aucune réponse indiquant que les angles opposés du quadrilatère sont supplémentaires.

Question n°6: 3 élèves comparent les angles comme angles inscrits interceptant le même arc, 6 élèves mesurent.

MOYENNE ET MEDIANE

Statistiques et thèmes transversaux

Objectifs généraux:

1-utiliser les mathématiques dans une situation concrète

2-décloisonner les disciplines: plusieurs d'entre elles peuvent intervenir à propos de ce thème dans le cadre du programme de 3ème:

-sciences naturelles: nutrition, métabolisme

-sciences humaines: le temps présent, des années 60 à nos jours

-français: étude de textes et compositions françaises

-arts plastiques: confection d'affiches pour une campagne contre la faim dans le monde

3-prendre conscience du problème de la faim dans le monde

Objectifs spécifiques aux mathématiques:

-exploiter des données statistiques
-lire
-interpréter
-utiliser
-fabriquer
des tableaux , diagrammes et graphiques
-connaître et comparer les notions de moyenne et de médiane

Difficultés rencontrées:

- le calcul de fréquences cumulées (la définition est à rappeler aux élèves, ce qui est légitime puisque cette notion ne fait pas l'objet d'une capacité exigible pour les élèves de 4ème).
-le calcul de la moyenne pondérée fait intervenir des grands nombres: les élèves ne font pas fait appel spontanément aux puissances de 10.

Durée: 2 heures en cours de mathématiques

Organisation de la classe :

Travail individuel pour la lecture du texte distribué, discussion avec la classe pour déterminer les tâches, puis travail en équipe pour leur réalisation, enfin, mise en commun avec la classe entière des résultats obtenus, institutionnalisation de la notion de médiane.

Fiche distribuée aux élèves

L'ALIMENTATION DANS LE MONDE

Dans son ouvrage "Nourrir dix milliards d'hommes", PUF 1983, J. Klatzmann propose une répartition de la population mondiale en six catégories correspondant à six niveaux alimentaires.

-Premier niveau: alimentation excessive (environ 4000 calories par jour)
-Deuxième niveau: alimentation satisfaisante (environ 2800 calories par jour)
-Troisième niveau: alimentation insuffisante (environ 2600 calories par jour)
-Quatrième niveau: malnutrition (environ 2300 calories par jour)
-Cinquième niveau: sous-nutrition (environ 2000 calories par jour)
-Sixième niveau: famine (environ 1500 calories par jour)

La première catégorie concerne principalement l'Amérique du Nord, l'Océanie, l'Europe et l'URSS, soit environ 900 millions de personnes .
Dans la deuxième catégorie on trouve 200 millions de personnes , le pays le plus représenté est le Japon.
La troisième catégorie concerne principalement la Corée du sud, la Corée du nord, la Turquie, le Mexique, l'Egypte, le Brésil, soit environ 700 millions de personnes.
La quatrième catégorie concerne essentiellement la Chine : 900 millions de personnes .
La cinquième catégorie est représentée par l'Inde et le Bangladesh: 1300 millions de personnes
Dans la sixième catégorie, on trouve 500 millions de personnes vivant dans des "poches de famine" qui sont situées dans l'Asie du sud est et dans certains pays d'Afrique et d' Amérique latine.

Déroulement:

Après une lecture individuelle du texte, les élèves remarquent que le texte est confus. Cela permet de poser le problème:

" comment présenter clairement les renseignements contenus dans ce texte, et que peut-on en tirer? "

Les propositons des élèves sont:

-présenter les renseignements dans un tableau

-faire des graphiques (cartésiens, en barres, circulaires)

-calculer des pourcentages

-calculer la moyenne des calories absorbées par jour et par personne

-faire une carte en coloriant les régions en fonction de leur alimentation

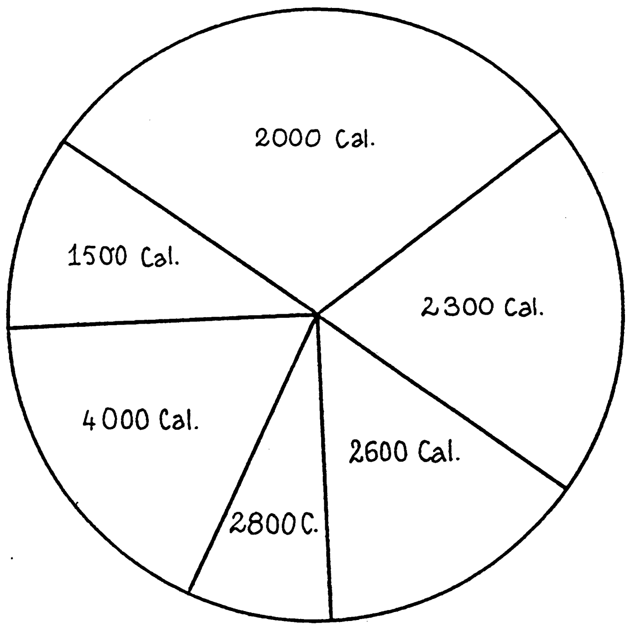
Je leur demande en plus:

-le calcul des fréquences cumulées croissantes

-le graphique en polygone de ces fréquences cumulées

La consigne est : effectuez ces tâches par équipe (3 ou 4 élèves) et présentez vos travaux sous la forme d'une affiche.

Une fois que les difficultés signalées au début de cet article sont surmontées, le travail des élèves est rapide et efficace: les affiches sont confectionnées avec soin, mais les résultats mis en évidence sont rarement interprétés.



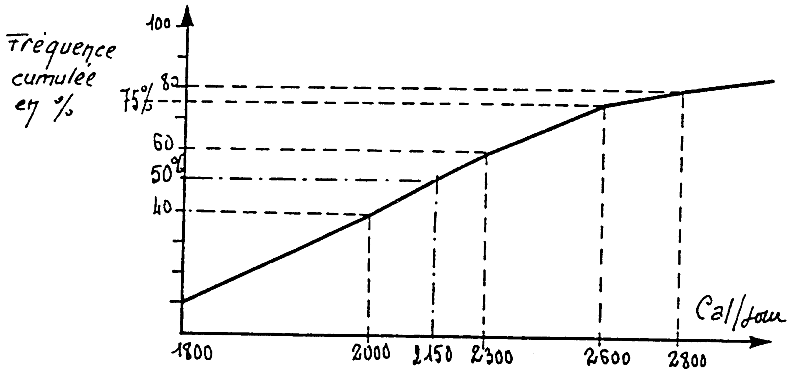
Lors de la mise en commun deux questions sont posées aux élèves:

1- quel est la proportion des hommes qui ont une alimentation correcte ?
Cette question utilise le calcul des fréquences cumulées.
La réponse 25%, est aussitôt complétée : "donc 75% sont mal nourris!"

2- Sur le graphique des fréquences cumulées, à quoi correspond 50% ?
Cette question permet d'introduire la notion de <u>médiane</u> par sa sigification: La moitié de la population du globe absorbe moins de 2200 calories, c'est à dire qu'un homme sur deux est en état de malnutrition.

La comparaison avec la moyenne (2500 calories) est un sujet d'étonnement pour les élèves.

<u>Bilan:</u>
Ce travail a permis de bien différencier les notions de médiane et de moyenne.



<u>Exercice d'application:</u>
Comparer la moyenne et la médiane d'une série de notes de la classe.

Dans ce cas , le nombre de notes étant limité, la technique pour trouver la médiane est d'ordonner la série de note et de barrer les extrêmes de façon à trouver la valeur qui sépare la série en deux parties de même effectif.

exemples:
~~6~~ ; ~~8~~; ~~8~~; ~~10~~; 10; ~~12~~; ~~13~~ ; ~~14~~; ~~14~~.   10 est la médiane.

~~6~~ ; ~~8~~; ~~8~~; ~~10~~; 10; 12; ~~13~~ ; ~~14~~; ~~14~~; ~~18~~.   11=(10+12)/2 est la médiane

LIAISON COLLEGE - LYCEE

La mise en place des nouveaux programmes de collège commencée en 6ème durant l'année 86-87 atteindra le niveau 3ème à la rentrée 89. Ces programmes diffèrent des anciens tant par leur contenus que par les méthodes préconisées pour les enseigner.

Les élèves qui entreront en seconde en Septembre 90 auront un comportement et des acquis différents et il nous parait indispensable de les analyser afin d'assurer la meilleure continuité possible collège-lycée.

Nous nous proposons donc:

1) D'étudier les capacités exigibles du nouveau programme de troisième et de les comparer aux acquis supposés de l'ancien programme.

2) D'examiner les rubriques du programme actuel de seconde en indiquant les acquis des nouveaux élèves en fin de collège.

3) De proposer un réajustement des contenus et des méthodes du programme de seconde dans le but d'une continuité du collège vers la classe de première et à terme, vers les différentes séries du baccalauréat.

ETUDE COMPARATIVE DES CAPACITES EXIGIBLES DU NOUVEAU PROGRAMME

AVEC LES ACQUIS SUPPOSES DE L'ANCIEN PROGRAMME EN TROISIEME

Remarque préliminaire sur l'ensemble du programme:

Les symboles $\subset$, $\cup$, $\cap$ sont hors programme ainsi que toute notion sur les ensembles et les relations. Sont également exclues les notations relatives aux intervalles de réels et la notation " o" des lois de compositions.
Les travaux numériques nécessitent l'emploi d'une calculatrice scientifique. L'usage de l'ordinateur pourra accompagner utilement les activités géométriques, numériques et graphiques.

Travaux numériques

Le calcul littéral:

Il a été "*introduit avec prudence*" en classe de 4ème ; l'entraînement des élèves se poursuit en 3ème et aboutit à "*une relative autonomie*".

L'introduction des égalités $(a+b)(a-b)= a^2-b^2$
$(a+b)^2= a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2= a^2-2ab+b^2$
n'est faite qu'en 3ème sur "des *expressions simples*" pour développer et factoriser.
L'élève doit acquérir la maîtrise du développement mais la part donnée à la factorisation est moins importante qu'auparavant: les élèves arrivant en 2de possèderont moins de technicité et d'habitude quant à la factorisation des expressions littérales puisque "*la maîtrise de la factorisation n'est pas un objectif de la classe de 3ème*".

Les racines carrées:

Plus de définition $\sqrt{a2}=|a|$ (la notion de valeur absolue n'existe plus au collège).
Plus d'utilisation systématique des tables de carrés pour encadrer la valeur numérique de $\sqrt{a}$ (la touche $\sqrt{}$ de la machine a été utilisée en 4ème).
L'utilisation des règles de calcul des produits et quotients de deux radicaux est au programme sur des exemples simples "*savoir rendre rationnel un dénominateur contenant un radical n'est pas demandé*","*tout exercice comportant des superpositions de radicaux est exclu*".

Les équations:

En 6ème et 5ème, une 1ère approche a été faite sous forme "d'exercices à trous".
Depuis la 4ème, les élèves mettent en équation et résolvent des problèmes conduisant à une équation du 1er degré à une inconnue.
En 3ème, ils apprennent à résoudre une équation de la forme A.B=0 (mais non A/B=0) où A et B sont des expressions du 1er degré de la même variable.

Les systèmes de 2 équations à 2 inconnues sont résolus par les méthodes de substitution ou de combinaison. La résolution graphique se fait "*en se ramenant aux équations de droites figurant au programme*" (y=ax+b est maintenant la seule forme d'équation de droite figurant au programme).

Les inéquations:

En 4ème, on étudie ordre et addition, ordre et multiplication par un positif et il n'y a qu'une simple initiation aux inéquations.
En 3ème, on approfondit ordre et opérations et on résout une inéquation ou un système de deux inéquations du premier degré à une inconnue mais la notation de l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle n'est plus au programme.
N'est pas au programme non plus, l'étude du signe d'un produit ou d'un quotient de deux expressions du premier degré de la même variable.
D'autre part,"*aucune compétence n'est exigible sur les inéquations du premier degré à 2 inconnues*".

Travaux géométriques

Dans le plan:

Le théorème de Pythagore est étudié en 4ème ainsi que le cosinus d'un angle aigu.

Le théorème de Thalès et sa réciproque sont appliqués uniquement dans le triangle en termes de distances ,"*toute intervention de mesures algébriques est exclue*","*l'énoncé général du théorème de Thalès est hors programme*" .

Les angles sont mesurés en degrés décimaux; le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle aigu sont donnés sous forme de rapports dans le triangle rectangle; les élèves utilisent la calculatrice pour en déterminer les valeurs approchées.
Sont seules au programme les formules $\cos^2x+\sin^2x=1$ $\tan x=\sin x/\cos x$ et les formules relatives aux angles complémentaires.

Les transformations: les élèves construisent les transformées de figures par symétrie axiale (6ème), symétrie centrale (5ème), translation et rotation(4ème) sans formalisme(plus d'applications du plan dans lui-même). Ils savent utiliser la conservation de l'alignement, des distances, des angles.

L'étude des vecteurs est liée à celles de la translation et du parallèlogramme.Le calcul et la lecture des coordonnées d'un vecteur sur un graphique est au programme.
L'addition vectorielle est faite "*sur des situations simples*" et reliée à la composition de deux translations.
Le produit d'un vecteur par un réel n'est plus au programme.

Dans un repère, les équations de droites sont sous la forme y=mx, y=mx+p, x=p."*L'équation générale sous la forme ax+by+c=0 est hors programme*".Donc plus de notion de vecteur directeur,mais une étude du coefficient directeur.
Parallèlisme, orthogonalité de deux droites et distance de deux points en repère orthonormal restent au programme.

Dans l'espace :

Au collège, les élèves sont entrainés à voir dans l'espace, à calculer des longueurs, des aires et des volumes.
Le pavé droit est étudié en 6ème, le prisme droit et le cylindre en 5ème, la sphère en 4ème, le cône et la pyramide régulière en 3ème.

Le théorème de Pythagore est utilisé pour des calculs de longueurs dans des solides, le théorème de Thalès dans les problèmes d'intersection d'une pyramide par un plan parallèle à la base.

Gestion de données et fonctions

Depuis la 6ème, les élèves sont habitués:
- A traduire une situation concrète par un tableau ou un graphique.
- interpréter une représentation graphique (tableau, diagramme en bâtons, histogramme, diagramme circulaire, courbe).

En 4ème et 3ème sont introduites quelques notions statistiques (effectif, fréquence,fréquence cumulée, moyenne).

La proportionnalité est bien acquise.
Le lien avec la fonction linéaire se fait depuis la 4ème.
Pourcentages et échelles sont vus en 5éme.
La fonction affine est étudiée en 3ème et exploitée graphiquement.

EXAMEN DES CONNAISSANCES D'UN ELEVE A L'ENTREE EN SECONDE

ACTIVITES NUMERIQUES

Thèmes du programme de 2de	Connaissances d'un élève en fin de 3ème	Connaissances ne figurant plus dans les programmes de 3ème.
Pratique des opérations sur les réels, décimaux et rationnels.	Calcul numérique sur les nombres en écriture décimale et en écriture fractionnaire. Calculs simples avec les racines carrées.	La construction et la notation des ensembles de nombres. Rendre un dénominateur rationnel.
Approximation d'un nombre réel.	Valeur approchée d'un nombre par arrondi, troncature, encadrements associés. Usage de la calculatrice. Notation scientifique.	Les écritures d'intervalles.
Calcul littéral	"Une autonomie relative" en calcul littéral. Développement d'expressions simples, factorisation avec facteur commun apparent.	
Equations	Mise en équation d'un problème. Résolution d'une équation du 1er degré à 1 inconnue Résolution de A.B=0 avec A et B du premier degré.	Résolution de l'équation A/B = 0.

FONCTIONS

Thèmes du programme de 2de	Connaissances d'un élève de Troisième	Connaissances ne figurant plus dans les programmes de 3ème.
Fonctions	Utilisation de l'expression "est fonction de" Représentations graphiques et exploitation des fonctions linéaires et affines. Lien fonction linéaire - proportionnalité.	Toute définition de la notion de fonction ou d'application. Composition des fonctions

GEOMETRIE PLANE

Thèmes du programme de Seconde	Connaissances d'un élève de Troisième	Connaissances ne figurant pas dans les programmes de collège
Configurations fondamentales	Le triangle:ses droites, ses angles, ses cercles. Configuration de Thalès et sa réciproque. Distance: inégalité triangulaire. Régionnement du plan par la médiatrice. Triangle rectangle. Propriété de Pythagore et sa réciproque. Triangle inscrit dans un demi-cercle. Parallélogramme, losange, rectangle, carré.	Mesures algébriques

Inéquations	Résolution d'une inéquation du 1er degré	Pas d'écriture de l'ensemble de solutions sous forme d'intervalle. Pas d'étude du signe du binôme, ni de produit de binômes.
Systèmes	Résolution d'un système d'équations à 2 inconnues	Résolution d'un système d'inéquations à 2 inconnues
Valeur absolue	AUCUNE	La valeur absolue et sa notation.

STATISTIQUES

Thèmes du programme de 2de	Connaissances d'un élève de 3ème	Connaissances ne figurant plus dans les programmes de 3ème
Tableaux de données	Lecture et interprétation de tableaux	
Classement de données		
Représentations graphiques diverses	Représentations graphiques en bâtons, cirdulaires, histogramme, courbes.	
Effectifs, fréquences fréquences cumulées	Effectifs, fréquences.	
Moyenne	Moyenne.	

Transformations	Transformées de figures par Symétrie orthogonale Symétrie centrale Translation. Rotation (plan non orienté) Propriétés de ces transformations.	TOUT FORMALISME SUR LES TRANSFORMATIONS.
Calcul vectoriel	Lien égalité vectorielle et parallélogramme. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$	Toute notion de vecteur comme classe d'équivalence de bipoints.
Repères	Calculer, lire les coordonnées de AB, connaissant celles de A et de B. Calculer AB en repère orthonormé	Produit d'un vecteur par un par un réel.
	Equation d'une droite définie par deux points ou par un point et un coefficient directeur sous la forme $y = mx + p$.	L'équation de droite $ax + by + c = 0$. Régionnement du plan lié au signe de $ax + by + c$
Cercles et tangentes	Position relative d'une droite et d'un cercle. Tracer et reconnaître une tangente à un cercle.	

ANGLES

Angles	Angles et parallélisme Somme des angles d'un triangle	Unités différentes du degré décimal (pas de radian).
Trigonométrie	Cosinus, sinus, tangente d'un angle aigu. Usage de la calculatrice Relation entre cosinus, sinus et tangente d'angles aigus complémentaires.	Usage des tables trigonométriques.
	Relations trigonométriques dans le triangle rectangle.	

GEOMETRIE DANS L'ESPACE

Thèmes du programme de Seconde	Connaissances d'un élève de troisième	Connaissances ne figurant plus dans les programmes de collège
Objets de l'espace	Construction et développement de: pavés droits, prismes droits, cylindres, cônes, pyramides régulières La sphère	
Calculs de - distances - d'aires - de volumes	Volumes et Aires des objets cités ci-dessus. Application de la propriété de Pythagore dans l'espace.	

A PROPOS D'UN REAJUSTEMENT DU PROGRAMME DE SECONDE

Dans son ensemble et si l'on s'en tient aux directives ministèrielles (BO spécial n°1 du 5 Février 87), l'actuel programme de seconde peut se faire en continuité avec les méthodes et les programmes du collége.
On pourra conserver les mêmes objectifs dans la plupart des rubriques mais en tenant compte des connaissances des élèves à l'entrée en seconde en Septembre 90.
Nous proposons une mise à jour pour chaque rubrique du programme.

<u>Activités numériques</u>

Il conviendra:
* d'introduire d'abord les notions de *valeur absolue*, de *distance*, d'*intervalle* et leurs écritures.
* d'étudier les mesures algébriques des bipoints.
* de consolider *le calcul littéral*.
* de tenir compte des connaissances limitées des élèves sur les *inéquations*.

<u>Statistiques</u>

On se bornera à un bilan et une consolidation des acquis du collège en liaison avec l'étude des sciences économiques.

<u>Fonctions</u>

L'étude très concrète des fonctions prévue au programme peut être conservée en fixant plus précisément les connaissances exigibles en fin de seconde.
Pour l'étude des fonctions circulaires, il sera nécessaire de définir au préalable le *radian*.

<u>Géométrie plane</u>

On devra
* consolider la notion de *vecteur* et définir la *multiplication d'un vecteur par un nombre* avant d'aborder l'étude du barycentre.
* faire le lien avec l'homothétie qui s'ajoute aux transformations déjà étudiées au collège.
* établir la condition de colinéarité de 2 vecteurs.
* définir le *vecteur directeur* d'une droite pour introduire la forme d'équation $ax+by+c=0$.

<u>Géométrie dans l'espace</u>

L'objectif de cette rubrique sera une consolidation des acquis du 1er cycle en introduisant les propriétés d'incidence, les projections orthogonales et les coordonnées d'un point.

Produit scalaire

Il nous parait souhaitable de reporter cette notion au niveau de la lére scientifique d'autant plus que sa principale application (le calcul du travail d'une force) n'est au programme de physique qu'en 1ère.

Système d'équations linéaires

Il faudra introduire le régionnement du plan lié au signe de $ax+by+c$ avant d'aborder les systèmes d'inéquations linéaires à deux inconnues.

CONCLUSION:

Nous pensons qu'un véritable travail de formalisation et d'approfondissement du raisonnement mathématique est à prévoir à partir de la lére **dans les séries scientifiques** en particulier sur les ensembles de nombres, les transformations, la géométrie dans l'espace et en analyse.
En ce qui concerne par exemple la reprise du travail sur les nombres, une introduction historique des différents nombres et la notation des ensembles de nombres (sans formaliser leur construction) devraient figurer au programme.

La classe de seconde restant à détermination, il nous semble que le programme de mathématiques doit rester accessible au plus grand nombre d'élèves possible et doit leur donner le goût de chercher, de conjecturer et de valider leurs conjectures.
Tel qu'il est conçu, ce programme paraît répondre à cette demande dans le prolongement du contenu et des méthodes d'enseignement en collège. Aussi, nous devrons veiller, encore plus particulièrement que d'habitude, à ce qu'il n'y ait aucun débordement de la part des auteurs des manuels.