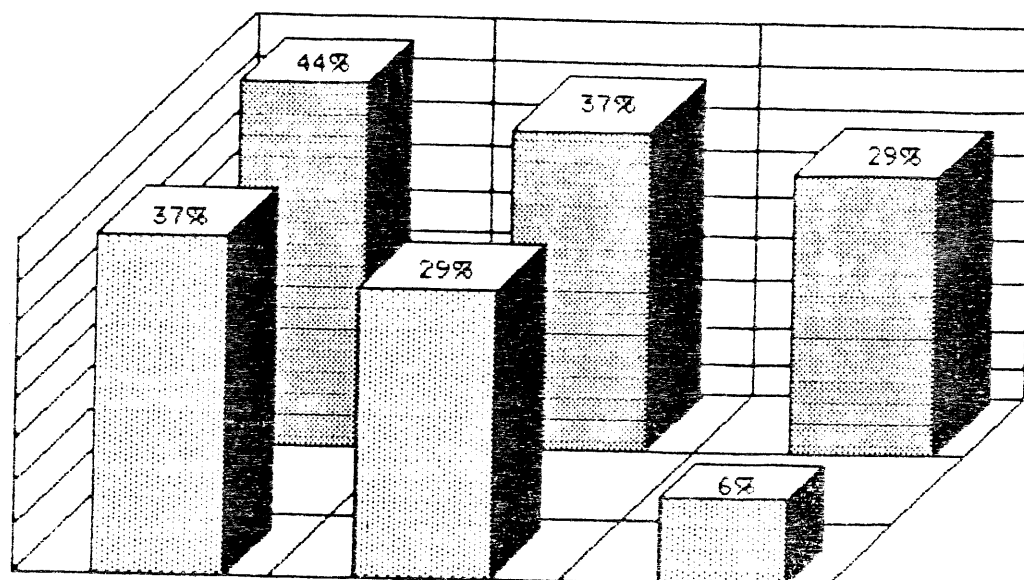


IREM DE NICE

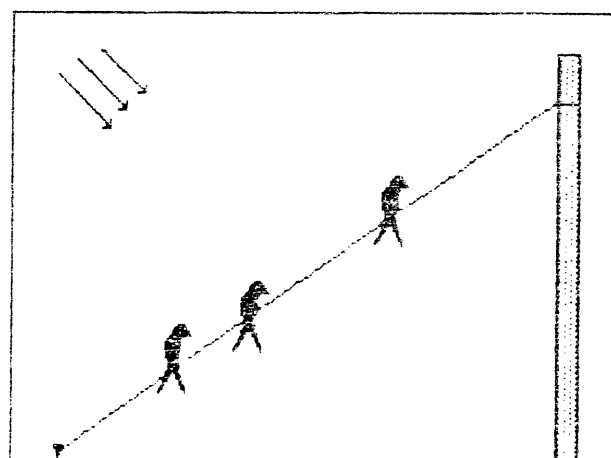
43



STATISTIQUES

FONCTIONS

ET



GEOMETRIE PLANE

SUIVI DU PROGRAMME DE 4^{ème}
1988

30 F

IREM DE NICE
1987/1988



SUIVI DU PROGRAMME DE QUATRIEME

I. R. E. M.

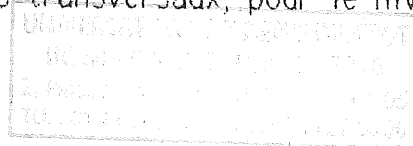
Bernadette COSTE

16 JUIN 2011

8391

GESTION DE DONNEES

Cette rubrique du programme de mathématiques en collège est un terrain privilégié pour aborder les thèmes transversaux; pour le niveau quatrième on peut distinguer deux aspects:



1) Exploitation de données statistiques:

Alors qu'en sixième et en cinquième, les élèves sont surtout confrontés à l'organisation des données et à leur "mise en ordre" sous forme de tableaux ou de graphiques; en quatrième ils seront initiés à la statistique descriptive: notion d'effectifs, d'effectifs cumulés, de fréquences, de fréquences cumulées, de moyenne, d'indice.

2) Fonctions:

Dès la classe de cinquième, les expressions "*en fonction de*", "*est fonction de*" ont été utilisées. Il ne s'agit en quatrième que de renforcer cette notion par la pratique, car toute définition de fonction ou d'application est exclue à ce niveau.

L'aspect "exploitation de données statistiques" est illustré par l'activité TABAC; l'aspect "fonction" se trouve dans l'activité VITESSE.

CONSOMMATION DU TABAC CHEZ LES JEUNES

Thème transversal: LA SANTE ET LA VIE

Outre les mathématiques, plusieurs disciplines peuvent intervenir à propos de ce thème:

- sciences naturelles: le tabac et la santé
- sciences humaines: histoire du tabac, sa culture, son rôle dans l'économie
- éducation physique et sportive: comparaison des performances des fumeurs et des non fumeurs; y a-t-il des fumeurs parmi les sportifs de haut-niveau?
- français: étude de textes et compositions françaises
- arts plastiques: étude d'oeuvres d'art représentant des fumeurs, confection d'affiches pour une campagne anti-tabac
- musique: air des cigarières dans "Carmen"

Objectifs généraux:

- utiliser les mathématiques dans une situation concrète
- décloisonner les disciplines
- prendre conscience de l'importance de la consommation du tabac et de ses conséquences (en référence au thème transversal: "la santé et la vie")

Objectifs spécifiques aux mathématiques:

- exploiter des données statistiques
 - lire
 - interpréter
 - utiliser
 - fabriquer
- } des tableaux, diagrammes et graphiques
- connaître et utiliser les notions d'effectifs et de fréquences, d'effectifs cumulés et de fréquences cumulées

Difficultés rencontrées:

- aucune difficulté pour obtenir les résultats de l'enquête: les élèves l'ont faite très soigneusement, mais il y a eu beaucoup d'erreurs de calculs, pour les pourcentages en particulier.

- la compréhension de la notion d'effectifs et de fréquences cumulées ne se fait qu'à un niveau concret pour un cas particulier: peu d'élèves sont capables d'utiliser cette notion dans une nouvelle situation.

Durée: 3 heures en cours de mathématiques

Déroulement :

1ère -partie: Une enquête faite par les élèves:

A-Collecte des réponses:

Chaque élève de la classe a interrogé au moins 20 personnes (certains en ont interrogé beaucoup plus, puisque le nombre total de personnes interrogées est: 740) et a complété le questionnaire ci-dessous :

nom	sexe		âge					fumeur	
	F	M	12 à 14	15 à 24	25 à 39	40 à 54	55 à...	oui	non

Les réponses obtenues par les élèves sont récapitulées dans deux tableaux (hommes et femmes) et chacun en reçoit une photocopie.

récapitulation des résultats pour les hommes

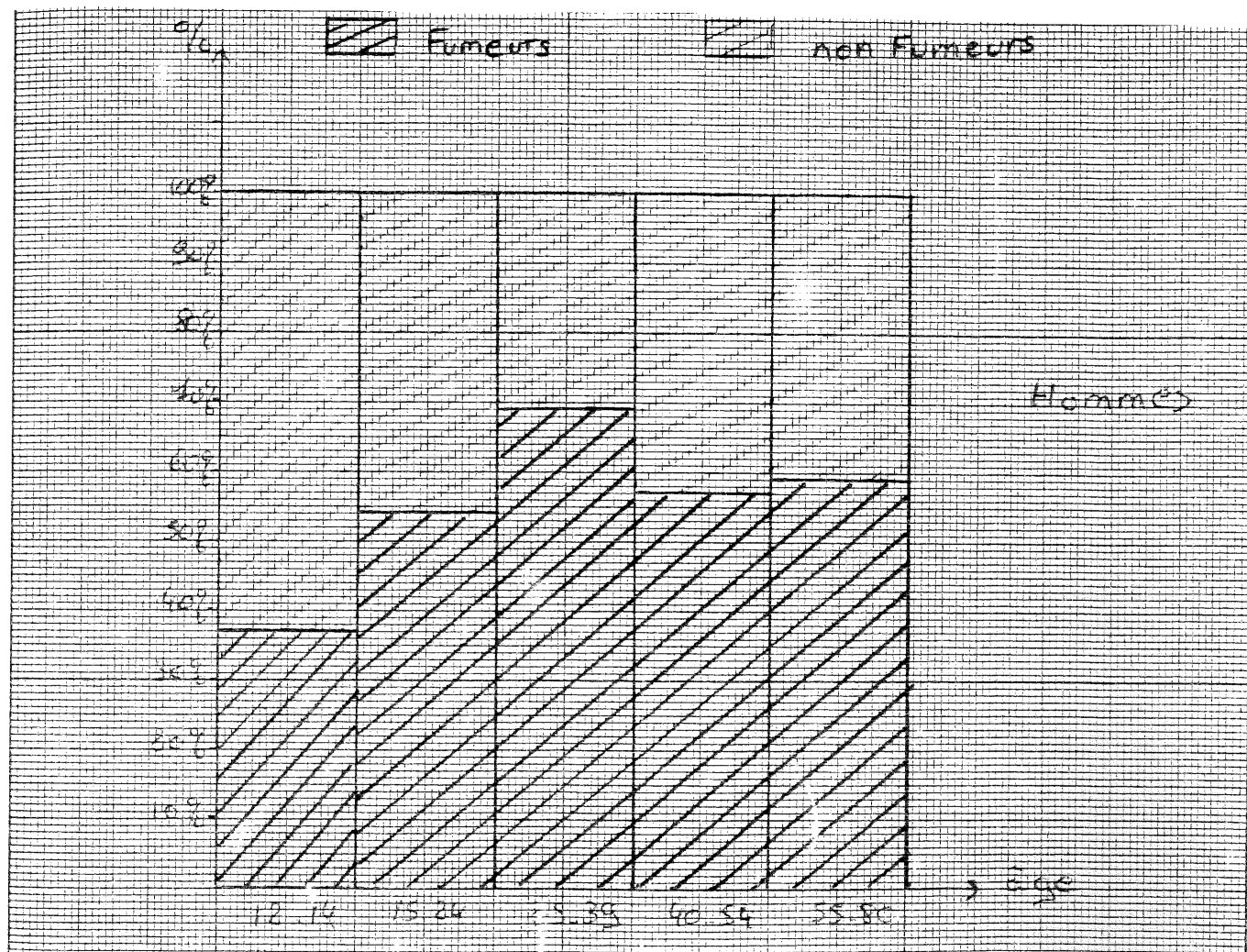
classe d'âge	12-14		15-24		25-39		40-54		55-80	
nom	fum	non f	fum	non f	fum	non f	fum	non f	fum	non f
Giovinazzo	4	3	5	3	4	2	4	4	0	0
PARCIVT	4	1	6	5	1	0	1	1	0	0
Sallou	0	0	6	1	1	0	1	0	2	0

B- Exploitation des résultats:

Après discussion avec la classe, on décide :

1) de calculer les effectifs de chaque classe d'âge et de calculer, par tranche d'âge le pourcentage de fumeurs et de non-fumeurs; ceci étant fait pour les hommes, les femmes et la population totale.

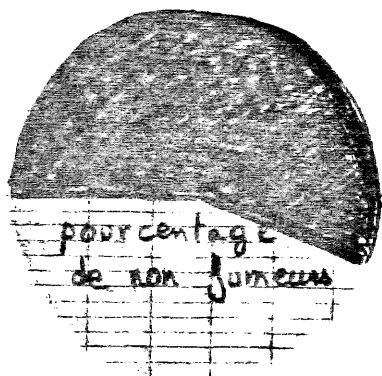
2) de représenter ces résultats par des graphiques circulaires et en bâtons.



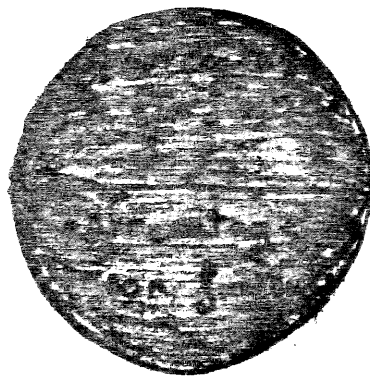
Homme

Femme

pour toutes les pers.



pour 395 pers



pour 345 pers



pour 740 pers.

résultats d'une enquête nationale:

On donne aux élèves les résultats d'une enquête officielle (source: Comité Français d'éducation pour la santé) donnant la proportion (ou "fréquence") de fumeurs suivant le sexe et l'âge.

HOMMES

classe d'âge	12-14	15-24	25-39	40-54	55-80
% de fumeurs	25%	53%	52%	46%	32%

FEMMES

classe d'âge	12-14	15-24	25-39	40-54	55-80
% de fumeurs	20%	49%	50%	9%	6%

Ces résultats sont notablement différents de ceux que nous avons obtenus, les élèves font immédiatement la remarque que pour toutes les tranches d'âge, sauf pour les femmes de 25 à 39 ans, nous obtenons une fréquence plus importante de fumeurs. Dans un premier temps, ils expliquent ces différences par le faible nombre de personnes que nous avons interrogées. Mais certains font observer que 740 personnes, ce n'est pas "si peu", si l'on considère qu'on nous prédit les résultats d'une élection présidentielle en se bornant à sonder 1 000 personnes!

Pour affiner les explications données par les élèves, je distribue le document de la page 7 (Science & Vie de Janvier 1 980).

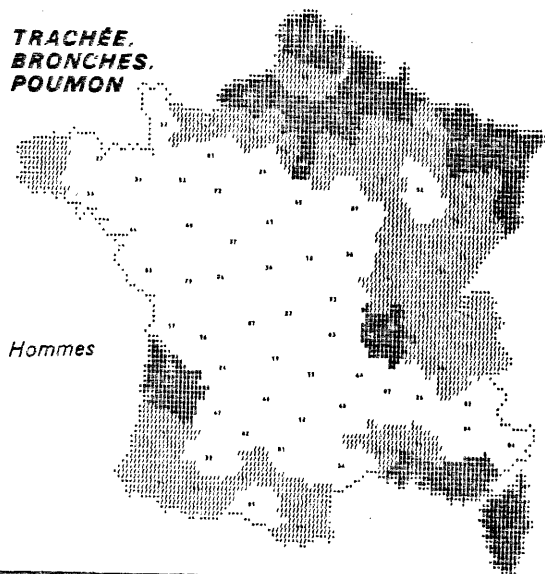
Voici l'observation d'un élève:

Notre région consomme au dessus de 1900g/hab/an. Les Alpes Maritimes consomment exactement 2143 grammes par habitant en 1 an.

Nous sommes classés 6ème sur 94 ce qui explique une si grande différence."

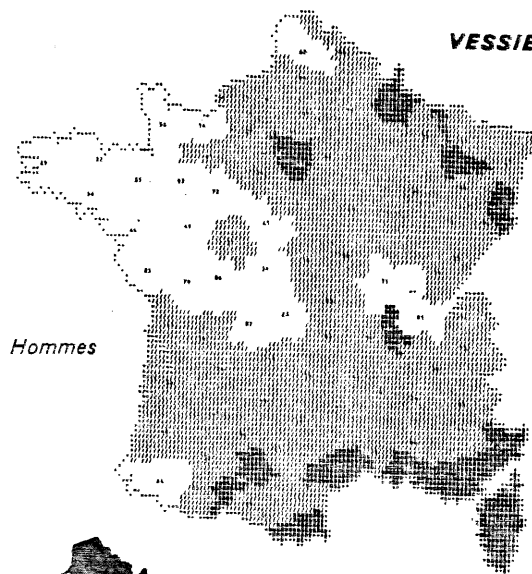
UNE FRANCE MARQUÉE PAR LA TABAGIE

TRACHÉE,
BRONCHES,
POUMON



Hommes

VESSIE

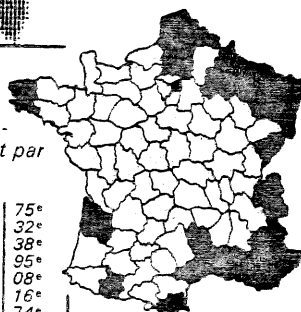


Hommes

COMBIEN CONSOMMEZ-VOUS DE TABAC?

Pour chaque département le premier chiffre correspond à la consommation en grammes par habitant par an, et le second à son rang.

Ain	1 464	70°	Manche	1 439	75°
Aisne	1 717	37°	Marne	1 738	32°
Allier	1 441	73°	Marne (Haute)	1 716	38°
Alpes	2 054	07°	Mayenne	1 047	95°
(Haute-Provence)			Meurthe-et-Moselle	1 976	08°
Alpes (Hautes)	2 179	05°	Meuse	1 959	16°
Alpes Maritimes	2 143	06°	Morbihan	1 440	74°
Ardèche	1 542	59°	Moselle (frontière)	2 571	02°
Ardennes	1 923	12°	Nièvre	1 657	41°
Ariège	1 466	69°	Nord	1 795	24°
Aube	1 651	43°	Oise	1 757	30°
Aude	1 646	45°	Orne	1 320	88°
Aveyron	1 416	80°	Pas-de-Calais	1 742	31°
Bouches-du-Rhône	1 924	11°	Puy-de-Dôme	1 627	47°
Calvados	1 649	44°	Pyrénées-Atlanti-	1 665	40°
Cantal	1 600	49°	ques		
Charente	1 431	77°	Pyrénées (Hautes)	1 685	15°
Charente-Maritime	1 717	36°	Pyrénées Orientales	1 925	10°
Cher	1 462	71°	Rhin (Bas)	2 244	04°
Corrèze	1 551	58°	(frontière)		
Corse (exportation)	—	—	Rhin (Haut)	1 906	13°
Côte-d'Or	1 588	55°	Rhône	1 606	48°
Côtes-du-Nord	1 454	72°	Saône (Haute)	1 654	42°
Creuse	1 390	82°	Saône-et-Loire	1 439	76°
Dordogne	1 472	68°	Sarthe	1 218	91°
Doubs	1 753	26°	Savoie	1 828	21°
Drôme	1 638	46°	Savoie (Haute)	1 805	22°
Eure	1 721	35°	Seine (Tourisme)	3 210	01°
Eure-et-Loir	1 477	67°	Seine-Maritime	1 717	39°
Finistère	1 752	28°	Seine-et-Marne	1 592	53°
Gard	1 857	17°	Les Yvelines	1 502	64°
Garonne (Haute)	1 587	56°	Sèvres (Deux)	1 200	92°
Gers	1 508	62°	Somme	1 748	29°
Gironde	1 752	27°	Tarn	1 326	87°
Hérault	1 775	25°	Tarn-et-Garonne	1 505	63°
Ille-et-Vilaine	1 185	93°	Var (tourisme)	2 286	03°
Indre	1 309	90°	(frontière)		
Indre-et-Loire	1 375	84°	Vaucluse	1 931	09°
Isère	1 592	52°	Vendée	1 331	85°
Jura	1 590	54°	Vienne	1 312	89°
Landes	1 595	50°	Vienne (Haute)	1 386	83°
Loir-et-Cher	1 423	78°	Vosges	1 645	18°
Loire	1 406	81°	Yonne	1 722	34°
Loire (Haute)	1 509	61°	Belfort	1 902	14°
Loire-Atlantique	1 329	86°	Essonne	1 419	79°
Loiret	1 536	60°	Hauts-de-Seine	1 839	20°
Lot	1 567	57°	Seine-Saint-Denis	1 800	23°
Lot-et-Garonne	1 500	65°	Val-de-Marne	1 593	51°
Lozère	1 840	19°	Val-d'Oise	1 492	66°
Maine-et-Loire	1 135	94°			



Carte de la consommation de tabac

En rouge:

au-dessus de 1900 g/hab/an

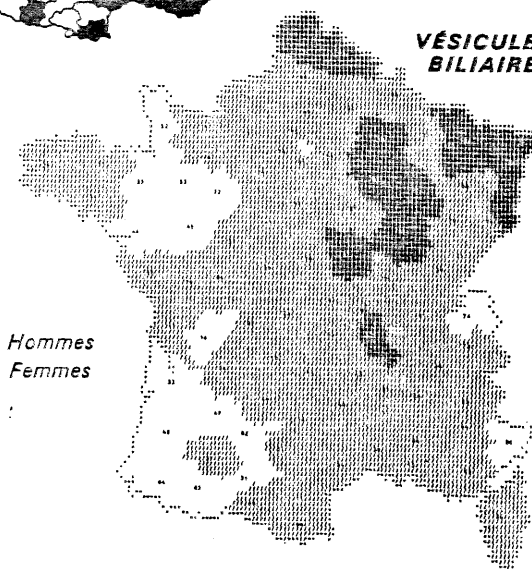
En rose:

de 1731 à 1900 g/hab/an

En gris:

au-dessous de la moyenne nationale (1731)

VÉSICULE
BILIAIRE



Hommes

Femmes

L'équipe de l'INSERM a trouvé des corrélations entre les cancers du poumon, de la vessie et de la vésicule biliaire. Ce sont surtout les départements du midi méditerranéen qui sont les plus touchés. Si le tabac est cité comme le grand responsable, comme le montre la petite carte des taux de consommation de tabac par département, par habitant, par an, il n'est pas le seul, mais il se comporte comme un agent aggravant; ce sont souvent dans les ports et dans les zones industrielles ou fortement urbanisées que le mal sévit.

3ème partie: variation de la fréquence avec l'âge des fumeurs:

On s'intéresse maintenant à l'âge des fumeurs et on veut pouvoir répondre aux questions du type :

"Parmi les fumeurs, quelle est la fréquence de ceux qui ont moins de 25 ans?"

Les élèves établissent pour les fumeurs le tableau ci-dessous:

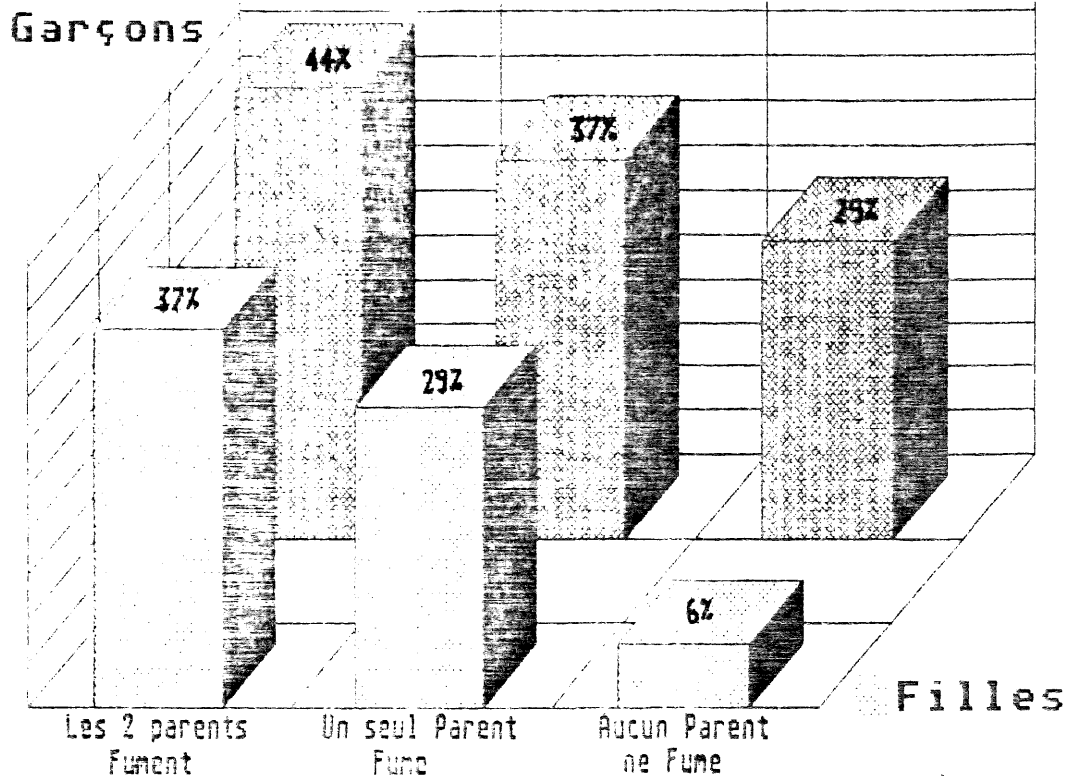
classe d'âge	12-14	15-24	25-39	40-54	55-80
effectifs	42	172	90	59	21
effectifs cumulés croissants	42	214	304	373	394
fréquences cumulées croissantes	10,6%	54,3%	77,1%	94,6%	100%

Pour répondre à la question : "parmi les fumeurs, quelle est la fréquence de ceux qui ont plus de 24 ans ?", les élèves sont amenés à établir le même type de tableau pour les effectifs et fréquences cumulées décroissants.

Un tableau d'élève:

	12-14	15-24	25-39	40-54	55-80
nbr. de fumeurs.	42	172	90	59	21
effectifs cumulés décroissants	394	342	170	80	21
fréquence cumulées décroissants des fumeurs	100 %	86,8 %	43,1 %	20,3 %	5,4 %

4ème partie: Influence des parents



Questions:

- Que lit-on sur ce diagramme?
- Les enfants sont-ils influencés par le comportement de leurs parents à l'égard du tabac ?
- Les garçons et les filles sont-ils influencés de la même façon?

e) Les filles sont beaucoup plus influencées que les garçons car 6% des filles fument si aucun parent et si les deux parents fument 37% des filles fument donc une augmentation de 31% des filles influencées.

Les garçons sont moins influencés que les filles car 29% des garçons fument si Aucun des parents fument donc déjà ils tiennent moins compte des parents et 44% des garçons fument si les deux parents fument donc 15% de différence donc les filles sont influencées plus que les garçons.

EVALUATION

Une enquête sur le tabac en France a donné les résultats suivants :

non fumeurs	fumeurs			
	nombres de cigarettes par jour			cigare ou pipe
	de 1 à 10	de 11 à 20	plus de 20	seulement
	58	21	15	5

- a) Quelle est la fréquence des Français fumeurs ?
 b) Trouvez-vous juste que , dans les trains, la moitié des places soit réservée aux "non fumeurs" ?
 c) Quelle est la fréquence des français qui consomment au plus 10 cigarettes par jour ? au plus 20 cigarettes par jour ?

Bilan:

Cette évaluation a été proposée à la fin du mois de Juin; beaucoup d'élèves étaient absents. Les résultats obtenus ne sont donc pas significatifs, on peut cependant faire les remarques suivantes:

Question a: toutes les réponses sont exactes.

Question b: beaucoup de réponses "morales" (il vaudrait mieux qu'il n'y ait pas de places pour les fumeurs, comme ça les gens fumeraient moins!).

Question c: peu de réponses exactes, car les élèves confondent "au plus" et "plus".

Exemple de réponse d'élève:

c) la fréquence des français qui consomment plus de 10 = 20 %
 $15 + 5 = 20\%$
 la fréquence des français qui consomment plus de 20 = 5 %

LA VITESSE

THEME TRANSVERSAL: LA SECURITE

Ce travail exploite une fiche proposée par "la prévention routière", distribuée en 87/88 dans tous les collèges.



CIRCULAIRE 87-67 du 5 août 1987

Les accidents de la route sont l'objet d'une préoccupation croissante des Français. En 1986, on comptait près de 11 000 tués sur les routes et plus de 250 000 blessés. Ce phénomène est d'autant plus inacceptable qu'il implique de manière significative les jeunes : il s'agit de la première cause de mortalité entre 5 et 25 ans.

Chaque année, on déplore parmi tous les jeunes de moins de 15 ans, 610 tués et 25 000 blessés dont certains resteront handicapés à vie.

Face au constat tragique du nombre des accidents de la route, un ensemble de mesures en rapport avec le Ministère de l'Éducation Nationale et le Ministère de l'Équipement, du Logement, de l'Aménagement du Territoire et des Transports, ont été décidées par le Comité Interministériel de la Sécurité Routière réuni le 11 février 1987 sous la présidence du Premier Ministre. (extrait)

Pierre Méhaignerie

René Monory

CIRCULAIRE 87-289 du 25 septembre 1987

Un des objectifs que se fixe la scolarité au collège est de contribuer à faire de l'enfant un être social capable de participer à la vie en société et à lui permettre d'affronter de manière responsable les problèmes et les défis de notre temps.

Au nombre de ces problèmes figure celui de la sécurité et des risques liés à la circulation routière qui est partie intégrante des réalités du monde dans lequel il est appelé à vivre.

C'est pourquoi cet enseignement ne saurait être occasionnel mais est indissociable de la formation d'une personnalité équilibrée et de l'éducation du respect de soi et des autres, et à ce titre il doit être relié à l'ensemble de la formation scolaire. (extrait)

Le Directeur des Lycées et Collèges



Objectifs concernant le thème transversal:

- Eduquer les jeunes passagers et futurs conducteurs par l'appréciation des distances d'arrêts sur routes sèches et mouillées.
- Mettre en évidence le danger de la vitesse, et le fait qu'il est augmenté par temps humide.

Objectifs spécifiques aux mathématiques:

- Lire
 - interpréter
 - utiliser
 - fabriquer
- } des tableaux, diagrammes et graphiques
- savoir utiliser " $d=vt$ " pour des calculs de distances parcourues, de temps.
 - étudier une situation mettant en jeu une fonction.

Difficultés rencontrées:

- Les nombreux calculs exigent beaucoup de minutie, mais c'est une occasion de mettre en évidence l'utilité de la touche mémoire de la calculatrice.
- Passage de la vitesse en km/h à la vitesse en m/s (de nombreux élèves ont besoin de l'aide du professeur).
- La réalisation du graphique "en escargot".

Durée: 3 heures en classe

Méthode de travail:

Les élèves ont travaillé à partir de trois fiches photocopées, le travail a été commencé en classe et terminé à la maison sous la forme d'un devoir à rendre sur feuille.

Fiche n°1

1. La vitesse

Proposez des vitesses en km/h plausibles, correspondant aux véhicules dessinés dans le tableau ci-dessous et complétez la ligne 1 du tableau. Puis complétez les lignes 2 et 3 du tableau.

							
Estimation de la vitesse en km/h					60		
Vitesse en m/s					16,7		
Temps mis pour parcourir 100 m					6 s		

2. Le choc:

Un véhicule est à 100 m d'un obstacle. Combien mettra-t-il de temps pour l'atteindre s'il roule à une vitesse constante?

Complétez le tableau ci-dessous.

vitesse en km/h	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180
temps en s pour parcourir 100 m																

3. Le freinage:

Le véhicule va freiner pour essayer d'éviter le choc !

Vous allez calculer la distance parcourue avant qu'il ne s'arrête, en tenant compte des indications suivantes:

-Le temps de réaction du conducteur est en moyenne de 0,75 s

-La distance de freinage est donnée par la formule: $D = \frac{v^2}{20f}$

v est la vitesse du véhicule en m/s avant le freinage et f est un nombre appelé "coefficient d'adhérence"

sur route sèche: $f = 0,6$

sur route mouillée: $f = 0,3$

Fiche n°2

Complétez le tableau ci-dessous pour une route sèche

vitesse en km/h	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180
vitesse en m/s																
dist de réaction en m																
dist de freinage en m																
distance d'arrêt en m																

A l'aide d'un graphique cartésien faites une représentation de la distance d'arrêt en fonction de la vitesse lorsque la route est sèche.

(En abscisse: la vitesse ; en ordonnée: la distance d'arrêt)

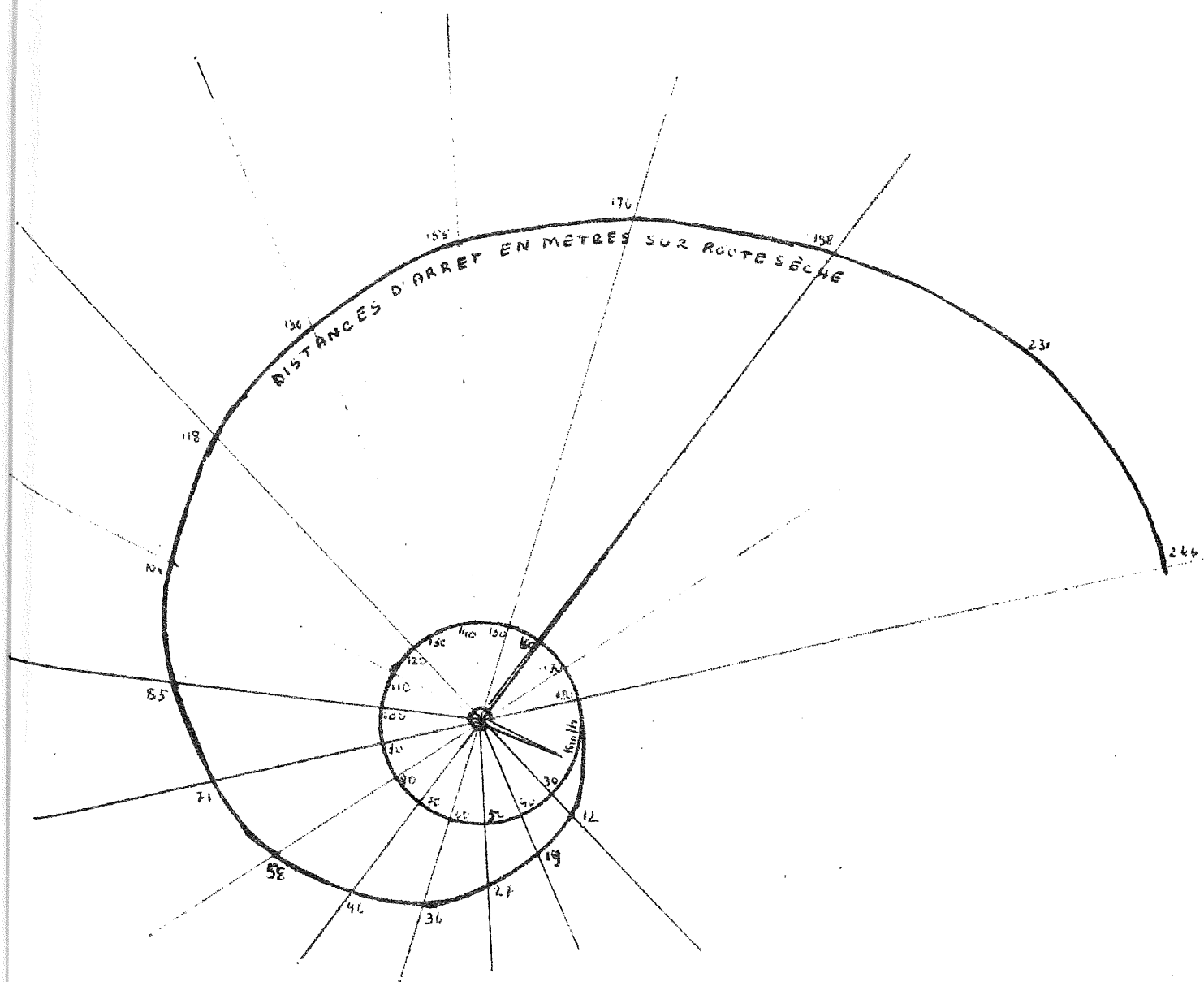
Faites le même travail (tableau et graphique) pour un véhicule circulant sur une route mouillée

4. Un constructeur fait "pattes de velours":

Un constructeur de voitures, soucieux de la sécurité de ses clients veut leur fournir un compteur de vitesses indiquant aussi les distances d'arrêt. Voici, sur la feuille suivante, le modèle proposé par un ingénieur; il indique les distances d'arrêt sur route sèche.

En utilisant le même principe, complétez le avec les distances d'arrêt sur route humide.

Un nouveau modèle de compteur



Bilan noté sur le cahier de l'élève:

La distance nécessaire à une voiture pour s'arrêter est fonction de sa vitesse et de l'état de la route.

Plus la vitesse est élevée, plus la distance nécessaire pour s'arrêter est grande; cette distance est moins importante sur route sèche que sur route humide.

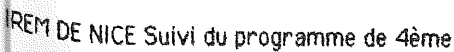
Conclusion d'un élève:

ce problème est très intéressant car avec plusieurs graphiques nous voyons la différence entre la distance d'arrêt en (m) sur route sèche et route mouillée et grâce à ces tableaux nous pouvons plus facilement pourquoi il y a autant d'accident dans la vie courante.

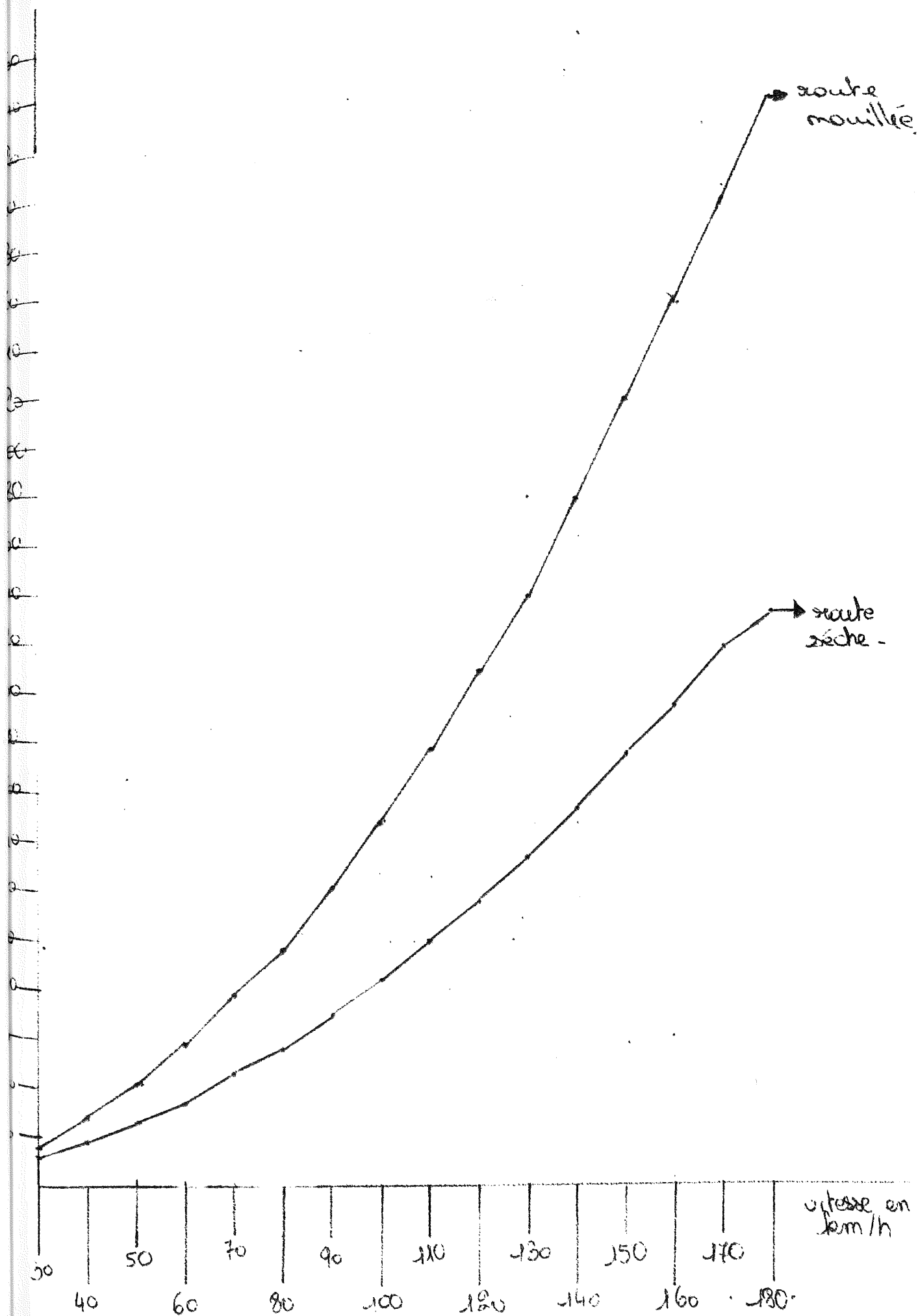
Réalisations d'élèves:

compléter le tableau ci-dessous pour une route mouillée

vitesse en km/h	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180
vitesse en m/s	8,33	11,11	13,88	16,7	19,44	22,22	25	27,77	30,55	33,33	36,11	38,8	41,6	44,44	47,22	50
dist de réaction en(m)	6,24	8,33	10,41	12,525	14,58	16,665	18,75	20,82	22,912	24,99	27,08	29,1	31,2	33,33	35,415	37,5
dist de freinage en(m)	11,56	20,57	32,10	46,48	62,98	82,288	104,16	128,52	155,55	185,14	217,32	250,9	288,42	320,15	371,62	416,6
dist d'arrêt en(m)	17,80	28,90	42,51	59,005	77,56	98,957	122,91	149,34	178,462	210,138	244,40	280,0	319,62	362,48	407,237	454,1



distance d'arrêt



GEOMETRIE PLANE

Le nouveau programme de mathématiques du collège affiche une volonté de continuité à travers les différents niveaux et préconise un enrichissement progressif des connaissances. Ce principe est appliqué lorsqu'on introduit en classe de 4ème le cosinus d'un angle aigu et que l'on garde pour la classe de troisième l'étude des autres lignes trigonométriques: les élèves ont deux ans pour se familiariser avec ces nombres qui sont bien abstraits pour eux!

Dans ce chapitre, nous présentons une série d'activités qui introduisent le cosinus d'un angle aigu comme un opérateur de projection orthogonale, ainsi qu'il est indiqué dans le programme. Nous donnons ensuite deux exemples de problèmes qui permettent aux élèves de mettre en oeuvre des théorèmes importants du programme de quatrième.

Le temps nécessaire pour faire ce travail en classe a été de vingt heures environ.

PROJECTION

OBJECTIFS :

- Savoir décrire , reconnaître et représenter une situation de projection.
- Savoir que , contrairement aux transformations étudiées jusqu'à présent , une projection n'est pas une isométrie .
- Savoir que dans une projection orthogonale les longueurs des segments et des projetés de ses segments sont proportionnelles .
- Savoir définir le cosinus de l'angle aigu de deux droites comme coefficient de proportionnalité entre les longueurs de segments et de leurs projetés orthogonaux

CAPACITES EXIGIBLES:

- Savoir décrire et reconnaître une situation de projection.
- Savoir décrire et reconnaître une situation de projection orthogonale .
- Savoir construire le projeté d'un point , d'un segment (projection orthogonale ou non).
- Savoir utiliser la propriété de conservation du milieu par projection .
- Savoir utiliser la propriété du segment qui joint les milieux de deux côtés d'un triangle .
- Savoir utiliser dans un triangle rectangle la relation entre le cosinus d'un angle aigu et les longueurs des deux côtés adjacents
- Savoir utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur approchée du cosinus d'un angle aigu, de l'angle aigu de cosinus donné .

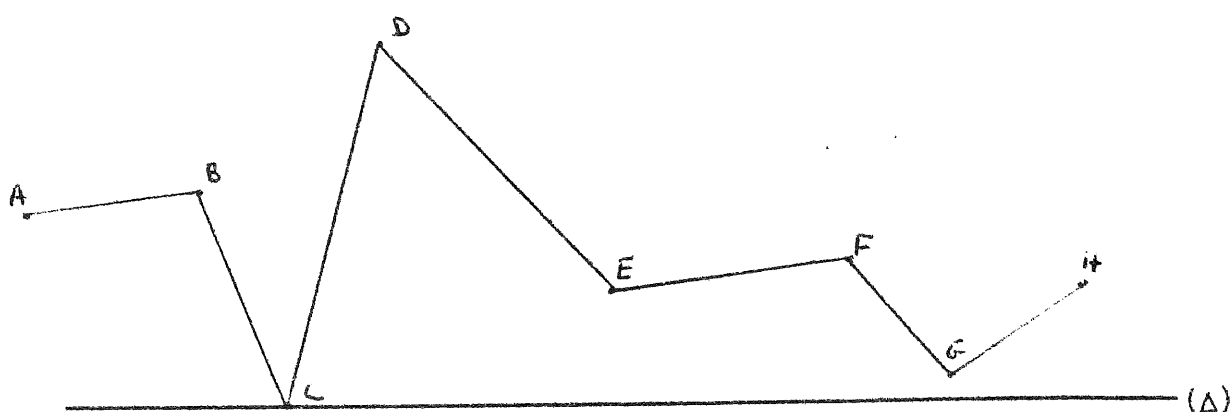
Activité n°1

Indiquer sur le sol l'ombre portée de chacun des sujets représentés.

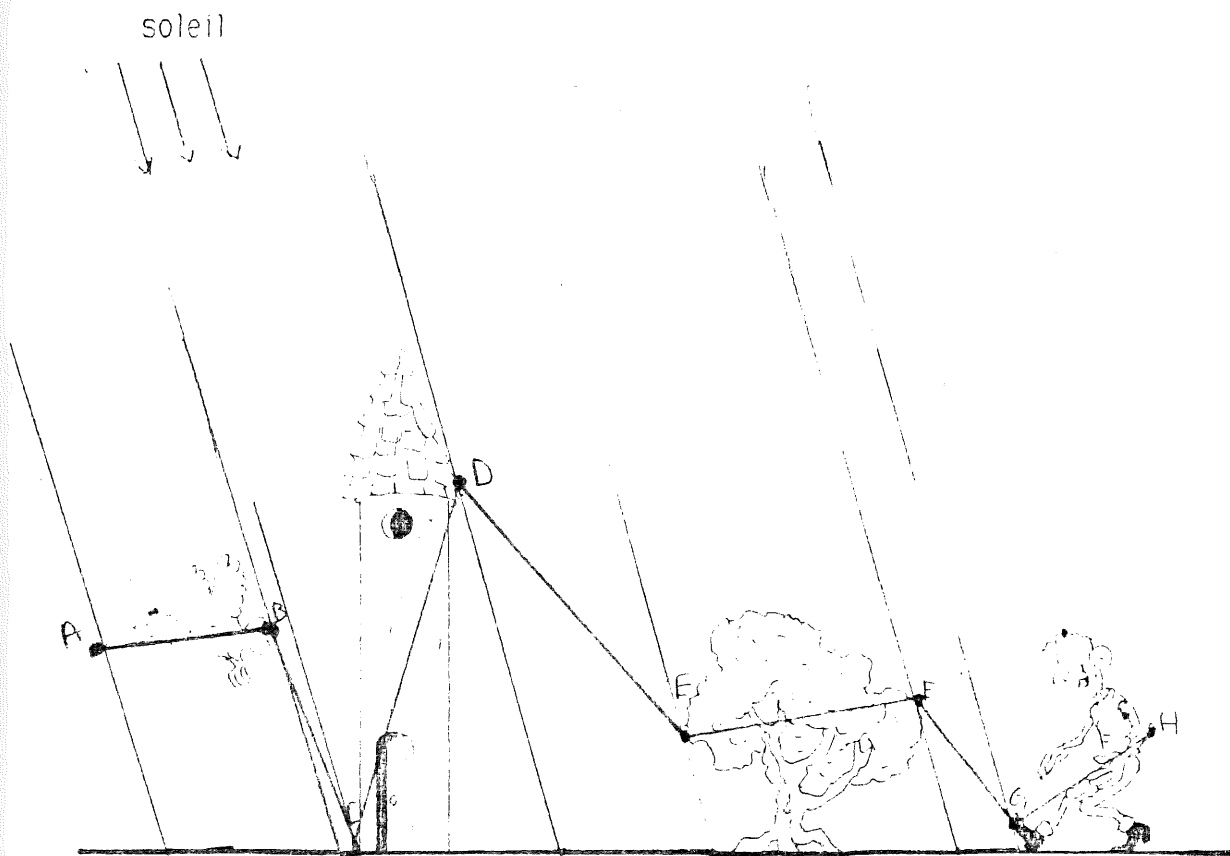
soleil



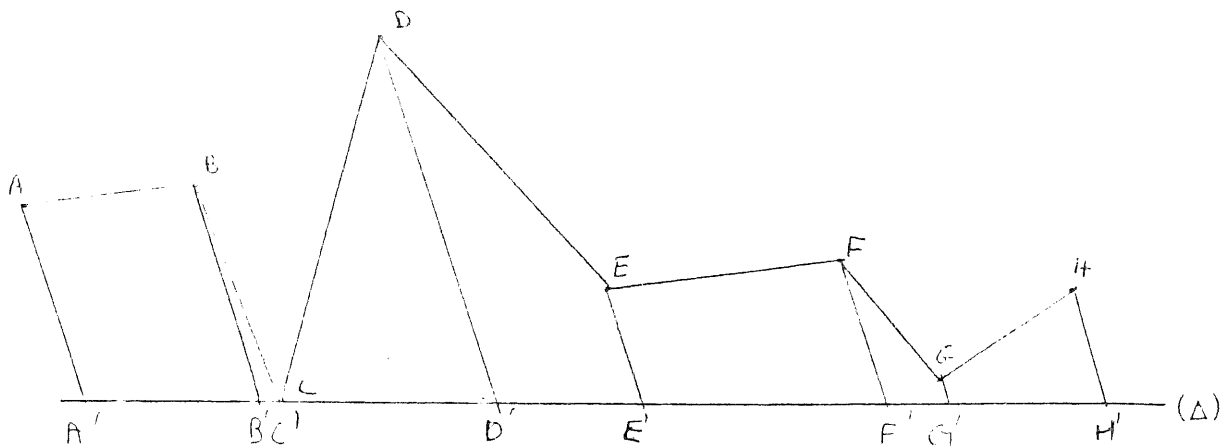
Modèle mathématique:



Un travail d'élève:



Modèle mathématique:



Déroulement de l'activité:

Dans cette classe, la symétrie orthogonale avait été étudiée peu de temps auparavant, de sorte qu'il y a eu beaucoup d'ombres sous la terre ! Des élèves dessinent les ombres sans tenir compte de la direction des rayons du soleil, pour d'autres, il faut justifier le fait que les rayons sont parallèles.

On "passe " du dessin concret au modèle mathématique à l'aide d'un transparent sur lequel est reproduit le dessin. On projette le dessin au tableau et les élèves vont dessiner les ombres, ensuite on marque sur le dessin les points A, B, C, D... qui ont servi à déterminer les extrémités des ombres projetées et on éteint le rétroprojecteur ; il ne reste plus au tableau que le "modèle mathématique " que les élèves identifient immédiatement. On leur demande alors de "projeter " les points sur la droite (Δ) parallèlement à la direction des rayons du soleil.

Bilan noté sur le cahier de l'élève:

Une projection est caractérisée par une droite et une direction.

Aux sommets de la ligne brisée ABCD..., correspondent les points A', B', C', D'... Les points ABCD... ne sont pas alignés alors que A' B' C' D'... le sont ; les "formes " ne sont pas conservées, les longueurs non plus.

Nous étudions maintenant la projection des points d'une droite sur une autre.

Activité n°2 : les hirondelles (voir page suivante)

Déroulement de l'activité:

Au lever du soleil, les élèves projettent sur le poteau, il n'est peut-être pas habile de commencer par une projection qui " ne donne pas d'image", il vaudrait peut-être mieux la mettre au coucher du soleil ! En ce qui concerne les autres projections il n'y a pas de difficulté majeure.

On dit aux élèves que les hirondelles sont de tout petits animaux, et qu'on les considérera comme des "points" ; ce qui permet de "mathématiser " et de dégager les différents types de projections.

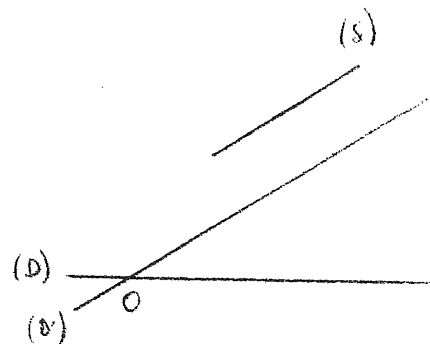
Bilan noté sur le cahier :

Les projections d'une droite sur une autre selon une direction donnée peuvent se classer ainsi :

projection constante:

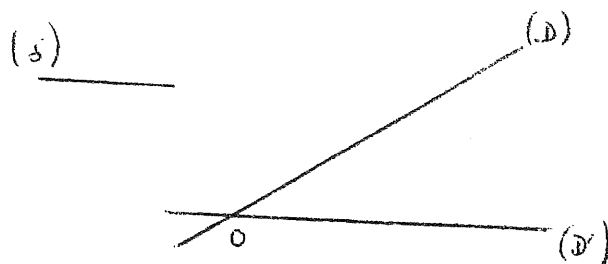
(D) a la direction (∂).

Tous les points de (D) se projettent en O.



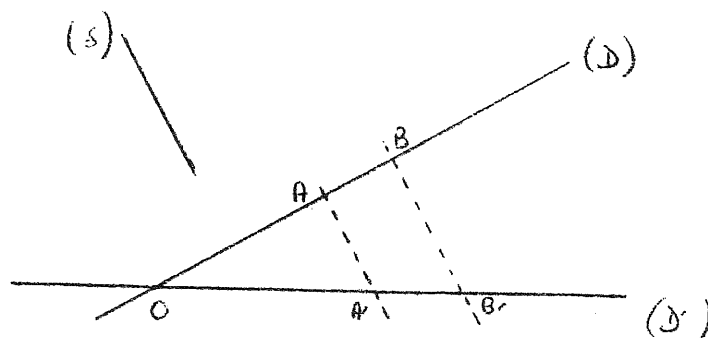
projection impossible:

(D') a la direction de (∂).



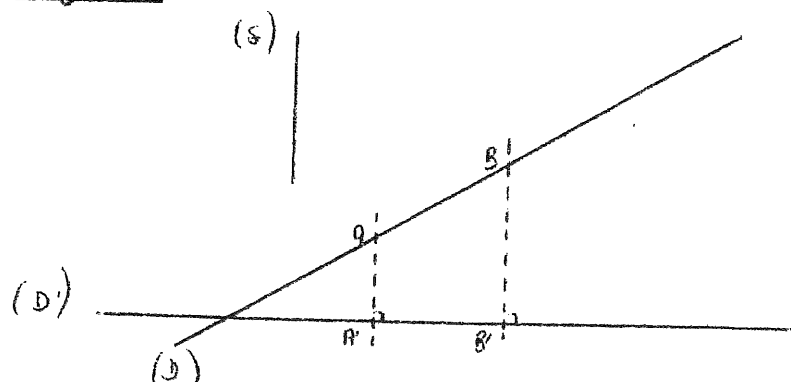
projection non constante:

(D) et (D') n'ont pas pour direction (∂).



Le point d'intersection de (D) et (D') est un point invariant et c'est le seul. Deux points distincts se projettent en deux points distincts. les distances ne sont pas conservées.

Si (D') est orthogonale à la direction (∂), on dit alors qu'on a une projection orthogonale.

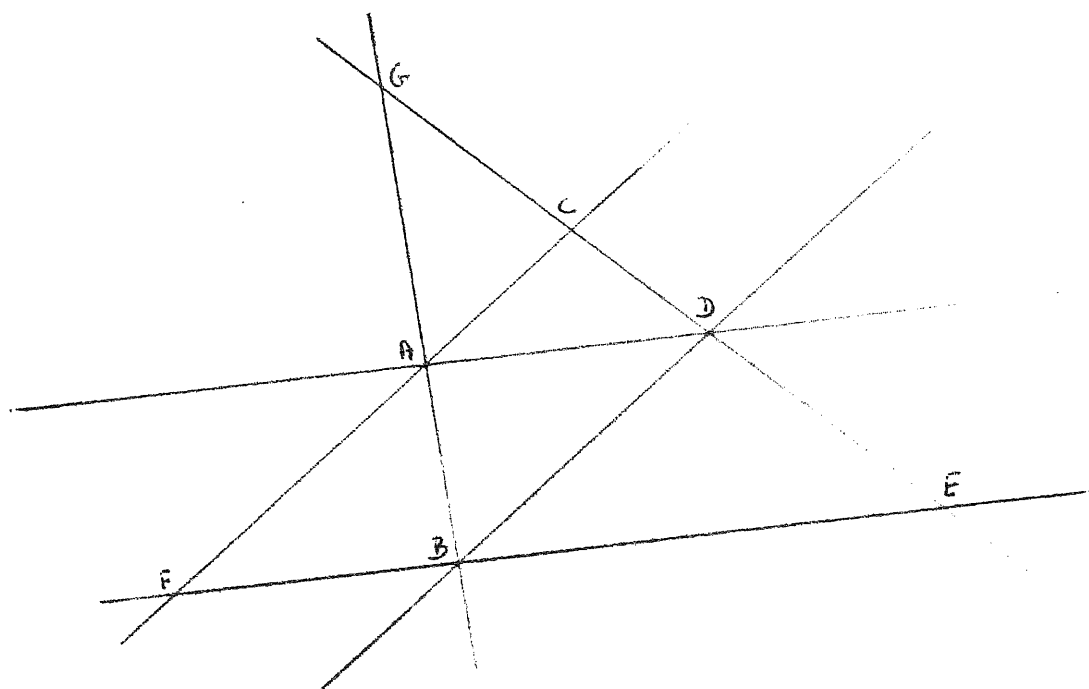


Exercice d'application:

Dans la figure ci-dessous, repasser d'une même couleur les droites parallèles.

Indiquer deux segments dont la projection est le segment $[AB]$, en précisant la direction de la projection.

Même question pour les segments $[GB]$ et $[CD]$.



Activité n°3:

Exercice n°1

On considère une projection non constante d'une droite (D) sur une droite (D') selon une direction (d) . Placer quatre points A, B, C, E sur la droite (D) tels que les longueurs des segments $[AB]$ et $[CE]$ soient égales.

Placer les projetés A', B', C', E' , des points A, B, C, E .

Comparer les longueurs de segments $[A'B']$ et $[C'E']$.

Exercice n°2

Reprendre l'énoncé de l'exercice n°1 en faisant une autre figure.

Exercice n°3

On considère une projection non constante d'une droite (D) sur une droite (D') selon une direction (d) . Placer trois points A, B, C sur la droite (D) tels que le point B soit le milieu du segment $[AC]$.

Placer les projetés A', B', C' , des points A, B, C .

Que peut-on dire des points A', B', C' ?

Déroulement de l'activité n°3:

Les élèves font correctement le dessin de l'exercice n°1 mais comparent chaque segment avec son image au lieu de comparer les images entre elles, on constate combien les élèves lisent mal un énoncé !

L'exercice n°3 est facilement compris .

Bilan noté sur le cahier:

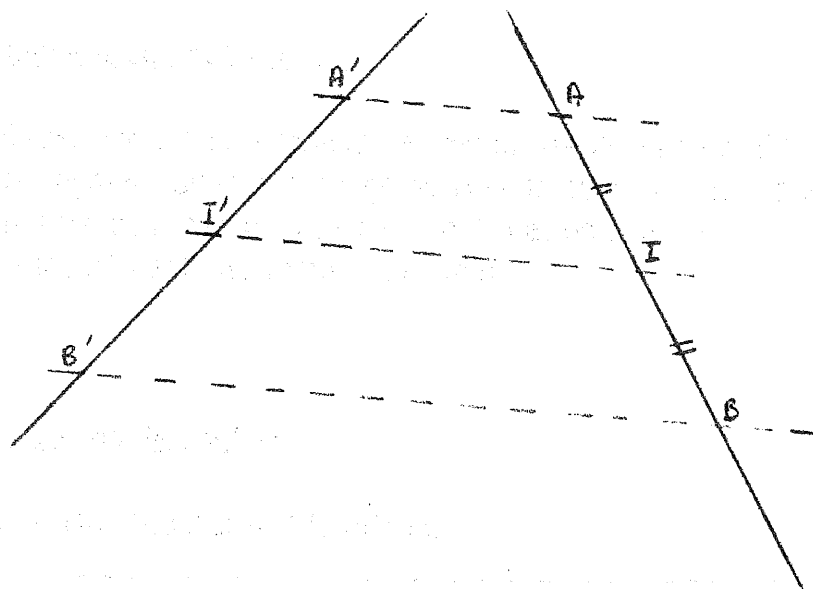
La projection "conserve " le milieu .

SI

I est le milieu du segment $[AB]$
les droites (AA') , (BB') et (II') sont parallèles
les points A', B', I' sont alignés

ALORS

I' est le milieu du segment $[A'B']$



Exercice d'application:

Deux droites (D) et (D') sont parallèles . On considère un point A sur la droite (D) et un point A' sur la droite (D') ; on désigne par H le milieu du segment $[AA']$ et par (D'') la droite parallèle à (D) qui passe par le point H

a) Si B est un point de (D) et si B' est un point de (D') ; que peut-on dire du point situé à l'intersection des droites (BB') et (D'') ? Le démontrer .

b) Si C est un point de (D) , C' un point de (D') , on désigne par M le milieu du segment $[CC']$; que peut-on dire du point M ? Le démontrer .

Activité n°4

Exercice n°1

Dessiner un triangle ABC. Placer le point I au milieu du segment [AB].

Tracer la parallèle à la droite (BC) qui passe par le point I, cette droite coupe le segment [AC] au point J.

Que peut-on dire du point J ? Le démontrer.

Exercice n°2

Dessiner un triangle MNP. Placer le point O au milieu du segment [MN] et le point K au milieu du segment [MP].

Que peut-on dire de la droite (OK) ? Le démontrer.

Exercice n°3

Dans un triangle MNP, O et K sont les milieux respectifs des segments [MN] et [MP]. Mesurer les longueurs des segments [NP] et [OK]. Quel rapport y a-t-il entre ces deux longueurs ?

Pour démontrer que cette propriété est générale on placera le point O' symétrique du point O par rapport au point K, et on démontrera que le quadrilatère OO'PN est un parallélogramme.

Déroulement de l'activité:

Les exercices 1 et 2 ont été faits très facilement par les élèves qui ont bien repéré que c'étaient des applications directes du théorème de la projection du milieu d'un segment.

La démonstration de l'exercice n°3 a été très "guidée" par le professeur !

Un travail d'élève:

Ex 4



Le point J est le milieu de segment [AC].
Car dans la projection de sens I J
[AB] est l'image de [AC] donc J est l'image
de I donc J est le milieu du segment
[AC].

Bilan noté sur le cahier:

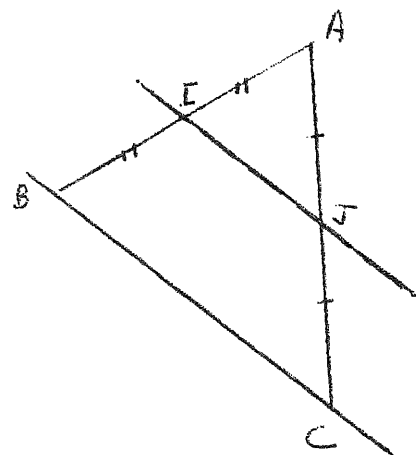
Dans un triangle, la droite qui joint les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté.

SI

ABC est un triangle
I est le milieu de [AB]
J est le milieu de [AC]

ALORS

(IJ) est parallèle à (BC)



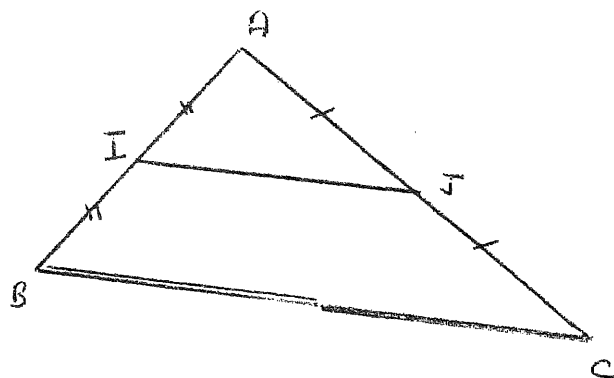
Dans un triangle, le segment qui joint les milieux de deux côtés a pour longueur la moitié de la longueur du troisième côté.

SI

ABC est un triangle
I est le milieu de [AB]
J est le milieu de [AC]

ALORS

$IJ = \frac{1}{2} BC$



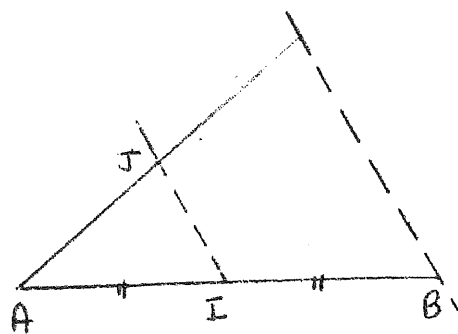
Dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle à un autre côté, passe par le milieu du troisième côté.

SI

ABC est un triangle
I est le milieu de [AB]
J est sur la droite (AC)
(IJ) est parallèle à (BC)

ALORS

J est le milieu de [AC]

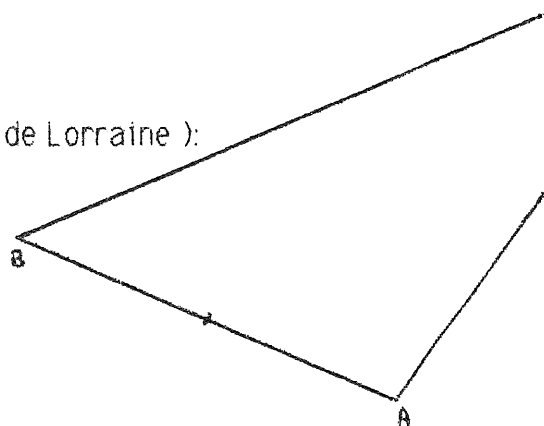


Exercices d'application :

Exercice n°1 (tiré de "géométrie de 4ème" Irem de Lorraine) :

Le sommet C du triangle ci-contre se trouve hors du cadre de cette feuille.

En faisant une construction simple, sans sortir de la feuille, trouver la mesure des côtés [BC] et [AC].



Exercice n°2:

On considère trois points A, B, C non alignés. Placer le milieu I du segment [AB], et marquer un point D sur le segment [BC]. L'intersection des segments [AD] et [IC] est appelée J.

J est-il le milieu du segment [AD] ?

Problème:

ABCD est un quadrilatère, I est le milieu du segment [AB]

J est le milieu du segment [BC]

K est le milieu du segment [CD]

L est le milieu du segment [DA]

Que peut-on dire du quadrilatère IJKL ?

Peut-on choisir le quadrilatère ABCD de façon à ce que IJKL soit un losange ?

Même question si on veut que IJKL soit un rectangle .

Même question si on veut que IJKL soit un carré .

Déroulement:

Ce problème a été cherché par petit groupe de trois ou quatre élèves en classe pendant 20 minutes .

Cette recherche à plusieurs a permis de répondre à certaines questions au sujet de l'énoncé : ABCD est-il un parallélogramme ?

Qu'est-ce qu'un quadrilatère ?

Faut-il démontrer ?

Le fait que les élèves travaillent à plusieurs leur a permis d'émettre une conjecture valable du fait qu'ils avaient plusieurs figures à leur disposition ; par exemple : "IJKL est un rectangle " a pu être réfutée .

Dans les deux classes qui ont travaillé à ce problème ,un groupe a trouvé la méthode pour démontrer que IJKL est un parallélogramme . Il en a fait part à la classe (oralement) .

Ce problème a été terminé et rédigé à la maison.

Bilan : 39 devoirs

35 élèves ont déclaré que IJKL était un parallélogramme

10 l'ont démontré

1 élève a déclaré que IJKL était un losange

4 élèves n'ont rien vu de particulier pour IJKL

Pour que IJKL soit un losange :

26 élèves pensent que ABCD doit être un rectangle

3 élèves pensent que ABCD doit être un rectangle ou un carré

3 élèves pensent que ABCD doit être un trapèze isocèle

1 élève pense que les diagonales de ABCD doivent être de même longueur

6 élèves ne répondent pas

Pour que IJKL soit un rectangle :

26 élèves pensent que ABCD doit être un losange

2 élèves pensent que ABCD doit avoir ses diagonales perpendiculaires

1 élève pense que ABCD doit être un trapèze

1 élève pense que ABCD doit être un parallélogramme

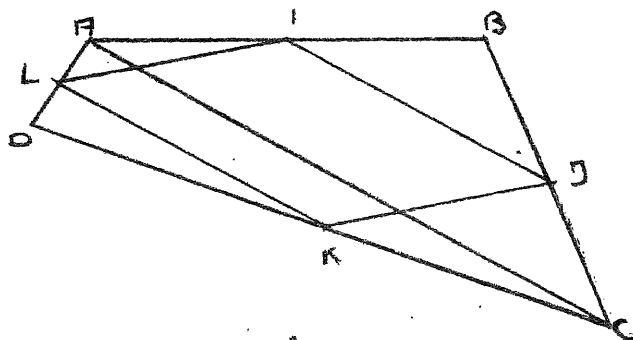
9 élèves ne répondent pas

Pour que IJKL soit un carré :

33 élèves pensent que ABCD doit être un carré

6 élèves ne répondent pas

Voici le dessin



ABCD est un quadrilatère

I est le milieu du segment [AB]

J est le milieu du segment [BC]

K est le milieu du segment [CD]

L est le milieu du segment [DA]

Contrôle

ABC est un triangle équilatéral.

I est le milieu de [AB] et J est le milieu de [BC].

a) Faire une figure

b) Que peut-on dire de la droite (IJ) ? Le démontrer.

Que peut-on dire de la longueur IJ ? Le démontrer.

La parallèle à (AB) passant par J coupe (AC) en K.

d) Que peut-on dire du point K ? Le démontrer.

Que peut-on dire de la longueur JK ? Le démontrer.

e) Que peut-on dire de la droite (KI) ? Le démontrer.

Que peut-on dire de la longueur KI ? Le démontrer.

f) Quelle est la nature du triangle IJK ? Le démontrer.

Même question pour les triangles AIK, IBJ, JCK.

g) Déterminer le rapport $\frac{\text{aire de IJK}}{\text{aire de ABC}}$.

Bilan:

Ce contrôle a été bien réussi.

Les questions a,b,c,d,e étant des applications élémentaires des théorèmes vus en classe ont été très bien traitées et les théorèmes énoncés à bon escient.

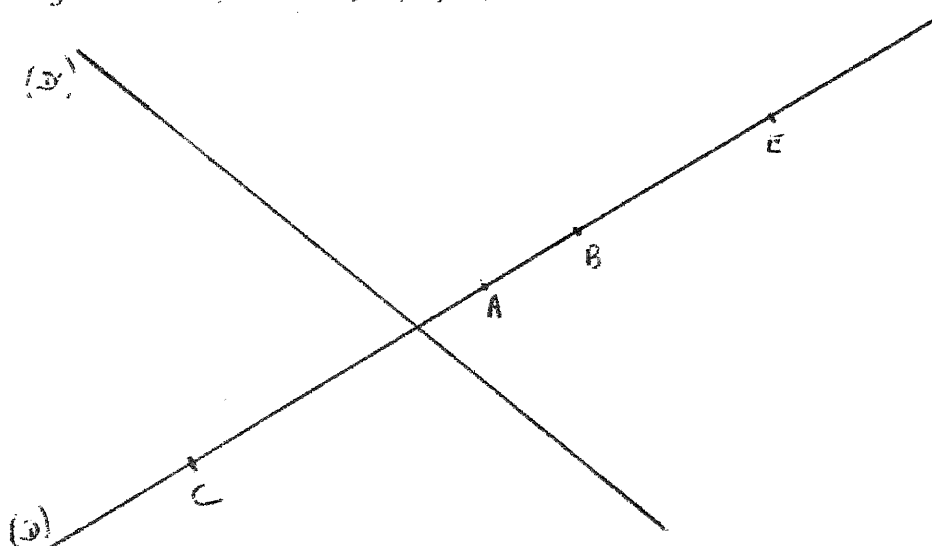
En ce qui concerne la question f, la majorité des élèves a bien vu que les triangles considérés étaient équilatéraux, mais seulement 10% d'entre eux ont rédigé une démonstration correcte.

Pour la question g, il y a eu peu de réponses, encore moins de réponses correctes et aucune justification. Il faut peut-être rappeler que ces élèves commençaient tout juste l'étude des fractions.

Activité n°5:

Exercice n°1

Sur la figure ci-dessous, placer les points A' , B' , C' , E' , projetés orthogonaux des points A , B , C , E , sur la droite (D') .



Comparer les longueurs des segments $[A'B']$ et $[AB]$.
Compléter le tableau ci dessous.

$AB=1,5\text{cm}$	AC	BC	CE	BE
$A'B'=0,5\text{cm}$	$A'C'$	$B'C'$	$C'E'$	$B'E'$
$A'B'/AB=$	$A'C'/AC=$	$B'C'/BC=$	$C'E'/EC=$	$B'E'/EC=$

Comment peut-on obtenir les longueurs de la deuxième ligne connaissant celles de la première ?

Exercice n°2

Reprendre l'exercice n°1 en changeant la direction de la droite (D')

Objectif de l'activité:

Mettre en évidence que dans la projection orthogonale d'une droite sur une autre, la longueur d'un segment et celle de son projeté sont proportionnelles.

Déroulement de l'activité:

Beaucoup d'élèves ont hésité à propos de la direction de la projection ; l'expression "projection orthogonale" ne leur est pas encore très familière.

Après que la direction de la projection eût été précisée, la

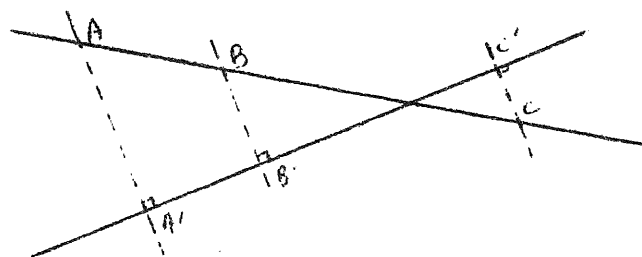
première partie du travail a été exécutée sans difficulté ; les nombres mis en jeu étant simples , la proportionnalité a été aisément constatée .

Dans le deuxième exercice, les élèves choisissent l'angle des droites (D) et (D'), en conséquence, le coefficient de proportionnalité ne s'exprime pas par un nombre "simple". De plus, les mesures que font les élèves n'étant pas parfaites, les rapports $A'B'/AB$; $A'C'/AC$; $B'C'/BC$ ne sont pas exactement les mêmes. Il y a donc des obstacles à la reconnaissance de la proportionnalité par les élèves.

Bilan noté sur le cahier:

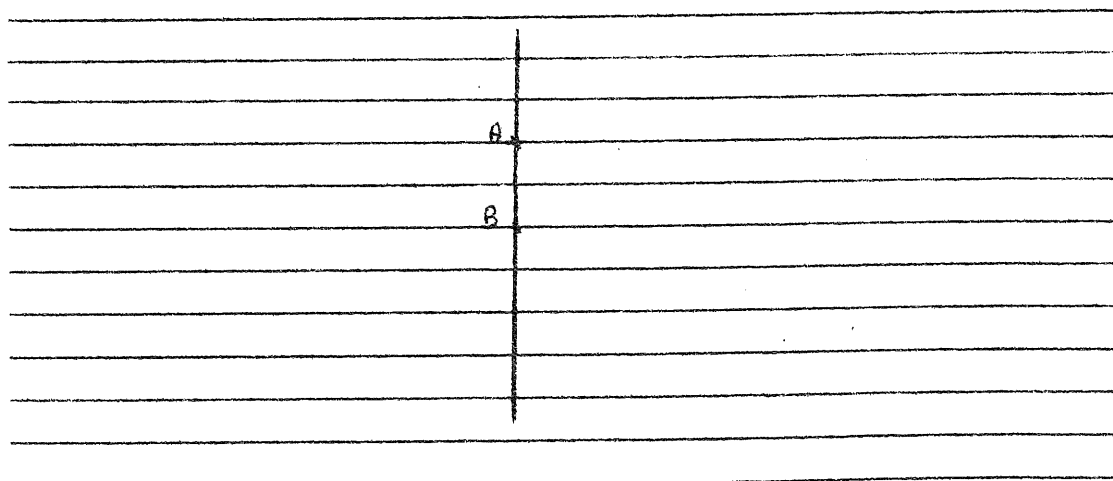
Dans une projection orthogonale d'une droite sur une autre , les longueurs des segments et celles de leurs projetés sont proportionnelles .

$$A'B'/AB = A'C'/AC$$



Exercice d'application:

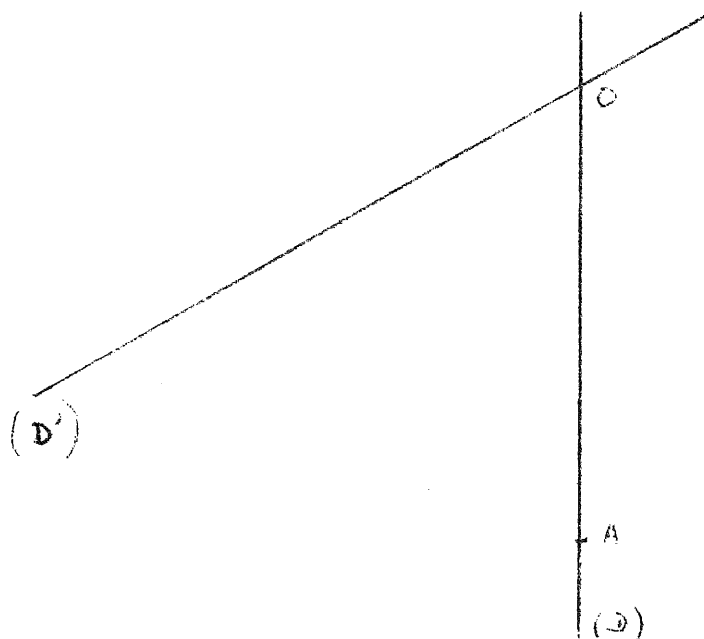
Sur la figure ci-dessous, placer un point C de façon à ce que le segment [AC] se projette orthogonalement en donnant le segment [AB] et que la longueur du segment [AC] soit le double de la longueur du segment [AB]. Placer un point D sur (AC) tel que $AD = 3\text{cm}$. Si D' est le projeté orthogonal de D sur (AB), quel est la longueur du segment [AD'] ?



Activité n°6 (projection orthogonale)

Exercice n°1

Sur la figure ci-dessous, placer le point A' projeté du point A dans la projection orthogonale de la droite (D) sur la droite (D') .



Dans la projection orthogonale de la droite (D) sur la droite (D') , quel est le projeté du segment $[OA]$?

Mesurer OA et OA' , et calculer OA'/OA .

Si $[BC]$ est un segment de longueur connue de la droite (D) qui se projette orthogonalement en $[B'C']$ sur la droite (D') , comment peut-on calculer $B'C'$?

Exercice n°2

Sur la figure de l'exercice n°1, placer le point A'' projeté orthogonal du point A' de la droite (D') sur la droite (D) .

Mesurer OA' et OA'' , calculer OA''/OA' ...

Quelle remarque peut-on faire ?

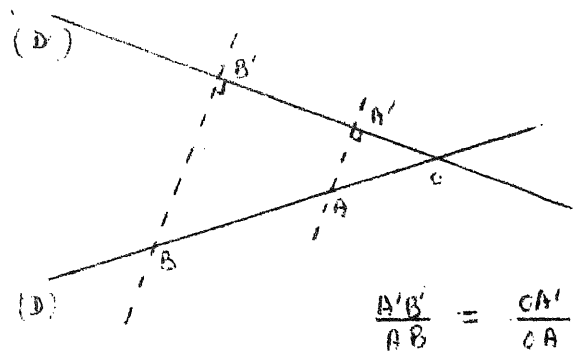
Exercice n°3

Reprendre l'exercice n°1 en choisissant une autre direction pour la droite (D')

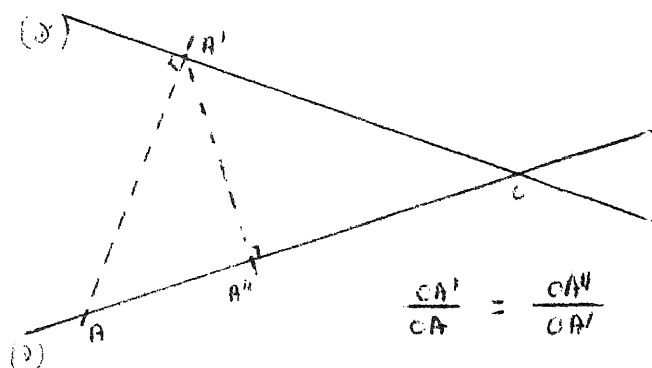
Etudier plusieurs cas de figure. Dans chaque cas, calculer le rapport OA'/OA .

Bilan noté dans le cahier:

Dans la projection orthogonale d'une droite (D) sur une droite (D'), si le segment [AB] a pour projeté le segment [A'B'], le rapport $A'B'/AB$ est le même pour tous les couples de segments correspondants.



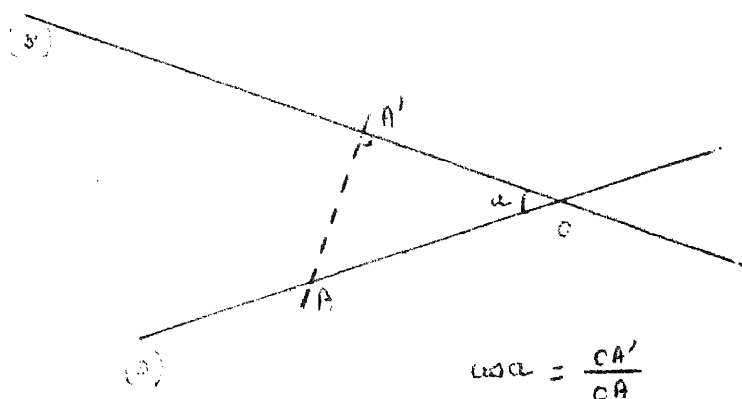
Si l'on considère la projection orthogonale de la droite (D') sur la droite (D), on obtient la même valeur pour le rapport.



Ce rapport ne dépend que de l'angle aigu que forment les droites (D) et (D')

Si on appelle "a" cet angle, ce rapport s'appelle le cosinus de l'angle a.

On le note cos a.



Objectif de l'activité

Définir le cosinus d'un angle aigu comme le rapport d'une projection orthogonale.

Déroulement de l'activité:

Exercice n°1: à ce stade, les élèves n'ont pas encore bien assimilé qu'une projection orthogonale "c'est une projection selon une direction perpendiculaire"

Exercice n°2: les élèves ont de la difficulté à intervertir les rôles des droites (D) et (D') .

Exercice n°3: dans leur choix de la droite (D') , les élèves font systématiquement apparaître deux configurations particulières.

- (D') perpendiculaire à (D)

- la nouvelle droite (D') est la symétrique par rapport à (D) de la première

Il est donc important d'exiger des élèves plusieurs figures (et de leur laisser le temps!)

Remarque : on peut démontrer que le rapport de la projection orthogonale de (D) sur (D') est le même que celui de la projection orthogonale de (D') sur (D) par une symétrie dont l'axe est la bissectrice des deux droites. Je ne l'ai pas fait compte tenu du niveau de mes élèves et du manque de temps

Activité n°7: (utilisation de la touche cos de la calculatrice)

Exercice n°1

Sur une feuille de papier millimétré dessiner un quart de cercle de 10 cm de rayon , appeler O son centre et $[Ox)$ un des rayon le limitant .

Une demi-droite d'origine O , faisant avec $[Ox)$ un angle a coupe le quart de cercle en A, appelons B le projeté orthogonal du point A sur la demi droite $[Ox)$.Après avoir mesuré $[OB]$, on peut calculer $\cos a$, comment ?

Faire la figure pour des angles a de $0^\circ, 10^\circ, \dots, 90^\circ$.

Compléter le tableau ci-dessous :

angle a	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
OB en cm										
OA en cm	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
$\cos a$										

Exercice n°2:

En utilisant une calculatrice, compléter le tableau ci-dessous:

angle a	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
$\cos a$										

Comment peut-on expliquer les différences entre les résultats des exercices 1 et 2 ?

Exercice n°3:

En utilisant un quart de cercle de 10 cm de rayon dessiné sur papier millimétré , tracer un angle dont le cosinus est 0,7 . Quelle est sa mesure en degrés ? Comment peut-on vérifier ce résultat à l'aide de la calculatrice ?

Choisir d'autres valeurs pour le cosinus et déterminer l'angle par un dessin et contrôler avec la calculatrice le résultat obtenu .

Peut-on choisir n'importe quelle valeur pour le cosinus ?

Bilan noté dans le cahier:

Le cosinus d'un angle aigu est un nombre qui peut prendre toutes les valeurs entre 0 et 1.

Le cosinus de l'angle nul est 1 ; le cosinus de l'angle droit est 0.

Pour trouver le cosinus d'un angle connaissant sa mesure en degrés, on appuie sur la touche "cos" de la calculatrice.

Exemple :

le cosinus de l'angle qui mesure $17,5^\circ$ est : 0,953

on notera : $\cos 17,5^\circ = 0,953$

Pour trouver la mesure en degrés d'un angle dont on connaît le cosinus, on appuie sur la touche "inv" puis "cos".

Exemple:

L'angle qui a pour cosinus 0,435 a pour mesure $64,21^\circ$

on notera : $\cos 64,21^\circ = 0,435$

Exercice d'application:

1) A l'aide de la calculatrice, déterminer : $\cos 15^\circ$, $\cos 42^\circ$, $\cos 57^\circ$

2) A l'aide de la calculatrice, déterminer les angles qui ont pour cosinus 0,3 ; 0,45 ; 0,75.

Objectifs de l'activité:

Faire fonctionner la définition du cosinus "coefficient de proportionnalité"

Utiliser la touche cos de la calculatrice.

Exhiber les valeurs possibles du cosinus d'un angle aigu.

Déroulement de l'activité:

Les explications pour la figure semblent assez complexes aux élèves, il a été nécessaire de faire un croquis au tableau. Les élèves ont proposé plusieurs configurations, j'ai "retenu" le premier quart du cercle trigonométrique.

Les élèves ont des calculatrices personnelles, il y a donc différents modèles dans la classe. C'est la raison pour laquelle on ne donne, dans l'activité aucun mode d'emploi, ce qui permet à chacun de découvrir l'usage des touches "cos", "f", "inv", "f⁻¹", selon le type de machine qu'il possède.

Activité n°8 : Le triangle rectangle

Exercice n°1 :

Construire un triangle ABC rectangle en A et tel que :

Le côté BC mesure 5 cm et l'angle de sommet C mesure 40° .

Calculer la longueur du côté [AC].

Calculer la longueur du côté [AB] après avoir calculé la mesure de l'angle de sommet B.

Exercice n°2 :

Construire un triangle CES rectangle en C, sachant que le côté [CE] mesure 4 cm et que l'hypoténuse mesure 7 cm.

Calculer le cosinus de l'angle de sommet E en déduire la mesure de cet angle.

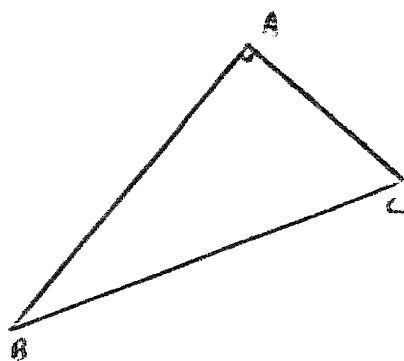
Trouver ensuite la mesure de l'angle de sommet S et calculer la longueur du côté [CS].

Bilan note dans le cahier :

Si ABC est un triangle rectangle en A,
alors $\cos B = \frac{AB}{BC}$ ou $AB = BC \times \cos B$

de même : $\cos C = \frac{AC}{BC}$ ou $AC = BC \times \cos C$

(pour retenir : dans un triangle rectangle
cosinus d'un angle aigu = côté adjacent / hypoténuse)



Objectif de l'activité :

Savoir utiliser le cosinus dans un triangle rectangle pour calculer des éléments inconnus.

Déroulement de l'activité :

Les élèves ont des difficultés à faire les dessins corrects ; beaucoup ont besoin d'être aidés. La tendance générale est de mesurer les éléments inconnus, au lieu de calculer.

Les élèves n'ont pas encore bien assimilé la définition du cosinus, et ils ne font pas bien le lien entre cette définition et la liste des nombres donnés par la machine. Il est indispensable de faire encore de nombreux exercices.

Problèmes:

Problème n°1:

Dans un triangle rectangle, un côté de l'angle droit est le tiers de l'hypoténuse.

Déterminer les angles de ce triangle.

Démontrer que la hauteur issue du sommet de l'angle droit est aussi le tiers d'un des côtés de l'angle droit.

Problème n°2:

Sur une ligne de chemin de fer faisant un angle de 5° avec l'horizontale, de quelle hauteur s'est-on élevé au bout de 3 km ?

Problème n°3:

Un avion part d'un aéroport, parcourt 3 km en ligne droite avec un angle de 30° avec le sol.

Quelle est la distance de l'aéroport à un point au sol situé à la verticale de l'avion ?

Problème n°4:

L'aéroport de Nice est situé entre la mer et la montagne, très près de l'aéroport il y a des sommets de presque de 3 500 m, les avions doivent donc prendre de l'altitude en volant au dessus de la mer. Sachant qu'ils partent avec un angle de 30° avec le sol, quelle distance doivent-ils parcourir pour s'élever de 3500 m ?

Problème n°5:

Sur le plan des pistes d'une station de sports d'hiver, on lit:

Funival:	altitude de départ:	1 800 m
	altitude d'arrivée:	2 700 m
	longueur:	3 200 m

Quel angle ce funiculaire fait-il avec l'horizontale ?

Sa vitesse est 12 m par seconde, quelle est la durée du trajet ?

Problème n°6:

Quelle est la longueur du parallèle de la sphere terrestre située à la latitude de Nice ?

Problème n°7:

On construit un cône avec un secteur circulaire de 100° d'un disque de 10 cm de rayon.

Quelle est la hauteur du cône obtenu ?

Commentaires sur les problèmes:

Problème n° 1:

Pour les élèves, la difficulté vient de ce qu'aucune mesure n'est donnée.

Problèmes 2 à 5:

La difficulté consiste à mathématiser la situation et à faire un croquis pour l'illustrer. Dans le problème 4, les élèves ont tendance à représenter l'altitude 0, ce qui bien sûr complique la situation.

Problèmes 6 et 7:

Utilisation du cosinus à des problèmes de géométrie dans l'espace.

EVALUATION

1) Construire un triangle ABC rectangle en A tel que : $AB=5$ cm et $BC=8$ cm.

Calculer le cosinus d'un des angles aigu, en déduire la mesure de cet angle .

Calculer ensuite la mesure de l'autre angle aigu , déterminer son cosinus .

Calculer la longueur AC .

2) Sur une route de montagne dont le tracé est rectiligne , on passe de l'altitude 1350 m à l'altitude 875 m en 6,5 km .

Quel est l'angle de cette route avec la direction horizontale ?

Bilan:

Bonne réussite pour le premier exercice (60% de réponses correctes)

Reussite moyenne au deuxième exercice (45% de bonnes réponses), ce qui montre que les élèves ont encore des difficultés à mathématiser une situation.

PROBLEME DU CERCLE CIRCONSCRIT AU TRIANGLE RECTANGLE

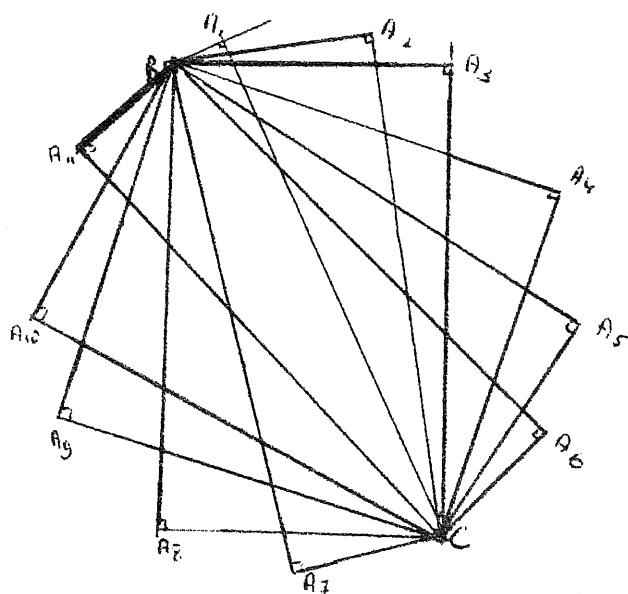
Objectif:

- Démontrer la propriété du cercle circonscrit à un triangle rectangle.

Prérequis:

- Définition du triangle rectangle
- Définition et propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment.
- Cercle circonscrit à un triangle.
- Propriété de la "droite des milieux" dans un triangle

Durée: Une heure et demi en classe.



Problème du triangle rectangle

Première partie:

Placez des points $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{10}$ tels que $A_1BC, A_2BC, A_3BC, \dots, A_{10}BC$ soient des triangles rectangles en $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{10}$.

B*

*C

Comment sont disposés les points $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{10}$?

Démontrez ce que vous avez observé.

Deuxième partie:

Placez des points $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{10}$ sur le cercle de diamètre $[BC]$.

*B

C*

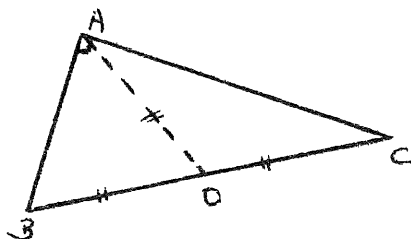
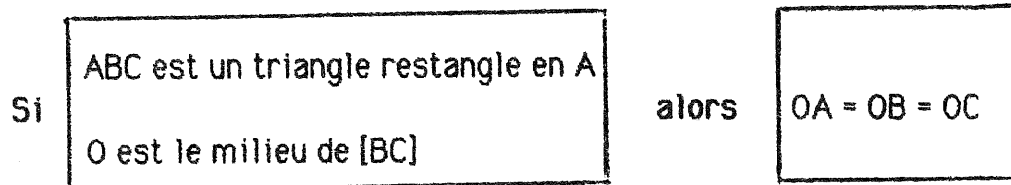
Que remarquez-vous pour les triangles $A_1BC, A_2BC, A_3BC, \dots, A_{10}BC$?

Démontrez ce que vous avez observé.

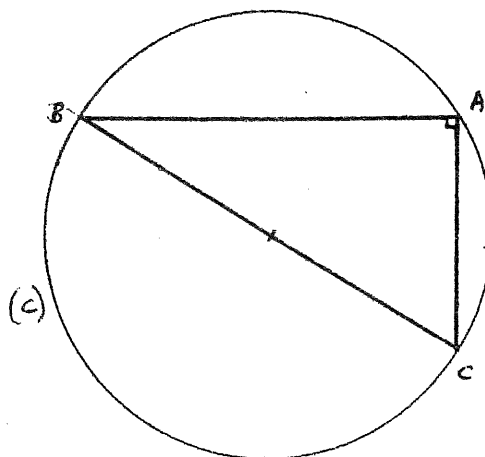
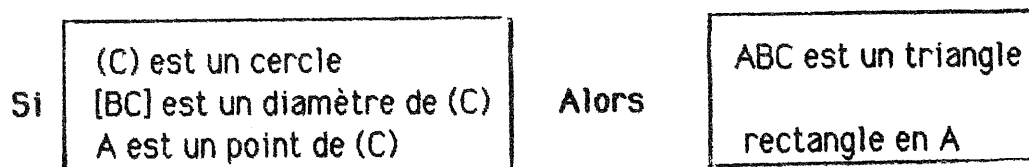
Bilan noté sur le cahier:

Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est équidistant des trois sommets.

Autre formulation: Le cercle circonscrit à un triangle rectangle est centré au milieu de l'hypoténuse.



Si on joint un point A d'un cercle aux extrémités d'un diamètre, on obtient un triangle rectangle en A.



Exercices d'application:

Ex n°1:

ABCD est un quadrilatère, les angles de sommet A et C sont droits.
Démontrez que les quatre points A, B, C, D sont sur un même cercle.

Ex n°2:

(C) est un cercle de centre O et A un point extérieur à ce cercle. Le cercle de diamètre [OA] coupe le cercle (C) en deux points M et N.

Que pouvez-vous dire des droites (AM) et (OM)?

Que pouvez-vous dire des droites (AN) et (ON)?

Que représentent les droites (AM) et (AN) par rapport au cercle (C)?

Ex n°3:

(C) est un cercle de centre O et A un point extérieur à ce cercle.

Trouvez une construction des tangentes au cercle (C) qui passent par le point A.

Déroulement en classe:

Ce problème a été cherché en classe, les élèves pouvant librement communiquer entre eux.

Pour la première partie, les figures ont été faites sans difficulté, cependant une erreur assez fréquente a été de dessiner des triangles rectangles en B (ou en C).

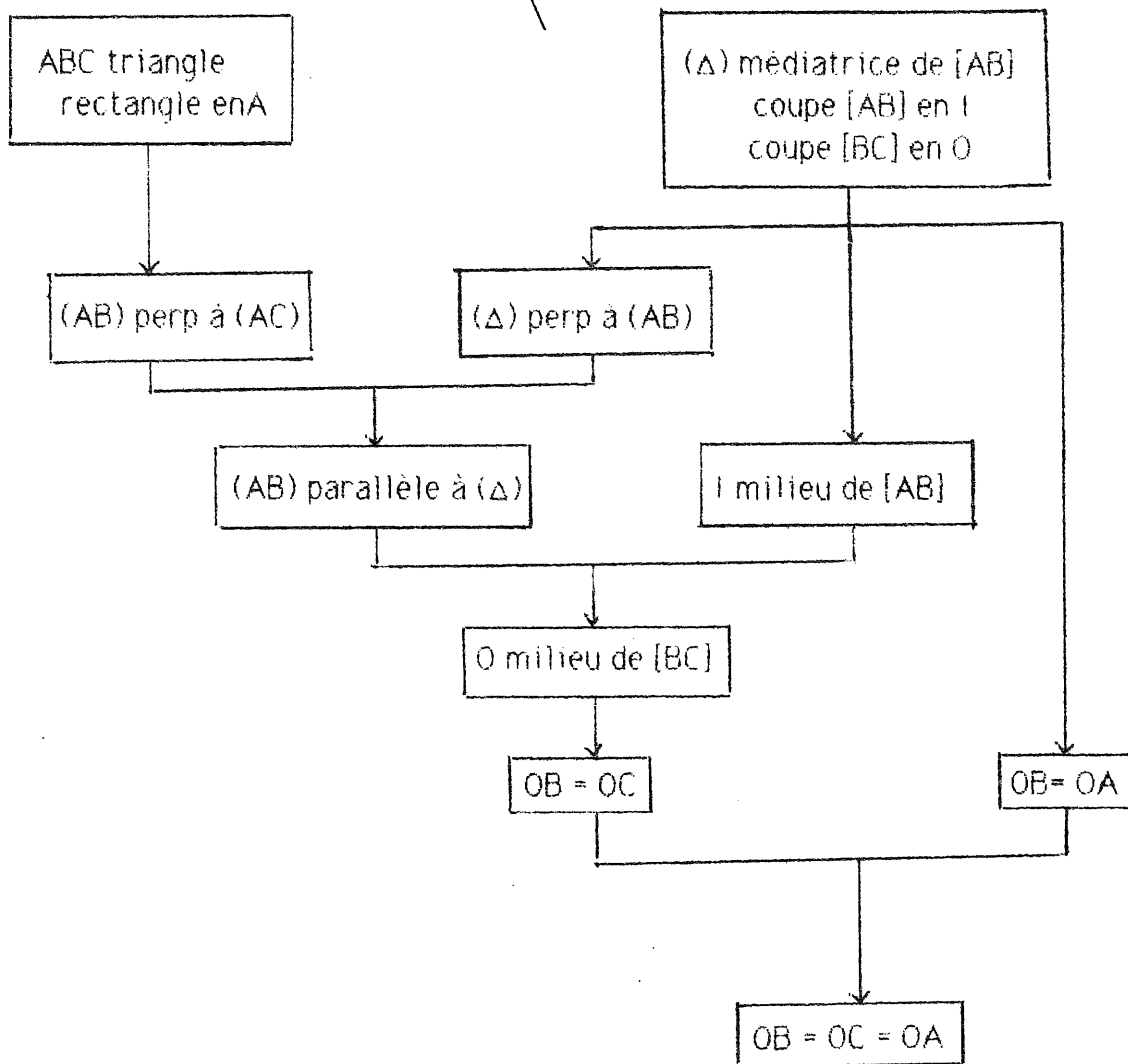
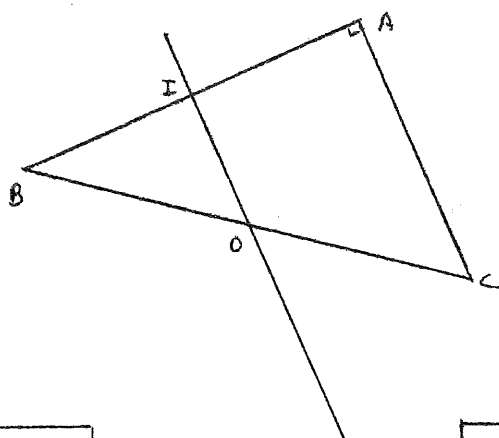
Lorsque la figure était correctement dessinée, le cercle de diamètre [BC] apparaissait très clairement.

La démonstration n'a, bien sûr, pas été trouvée par les élèves seuls; elle a résulté d'une discussion avec la classe. La figure a été simplifiée: on n'a gardé "qu'un seul triangle ABC". Les élèves ont alors mentionné le cercle circonscrit au triangle ABC. Ils ont rappelé la méthode de construction du cercle circonscrit à un triangle. De sorte que la construction de la médiatrice de l'un des côtés du triangle ABC est apparue nécessaire.

L'organigramme de la démonstration (voir page 47) a été écrit au tableau, les élèves ont rédigé cette démonstration sur leurs cahiers.

Pour la deuxième partie (aucune difficulté pour la figure), le problème n'a été totalement résolu que par trois élèves (sur 42), mais tous les élèves ont essayé de faire une démonstration et se sont impliqués dans la résolution de ce problème. Le fait que le résultat de leur travail se traduise par un théorème noté dans le cahier leur a paru très "valorisant".

ORGANIGRAMME DE LA DEMONSTRATION



PROBLEME DES MILIEUX

Objectifs:

- Faire chercher les élèves, les faire raisonner et utiliser leurs connaissances.

Prérequis:

- Cercle
- Cercle circonscrit à un triangle rectangle
- Médiatrice d'un segment
- Propriété de la "droite des milieux" dans un triangle

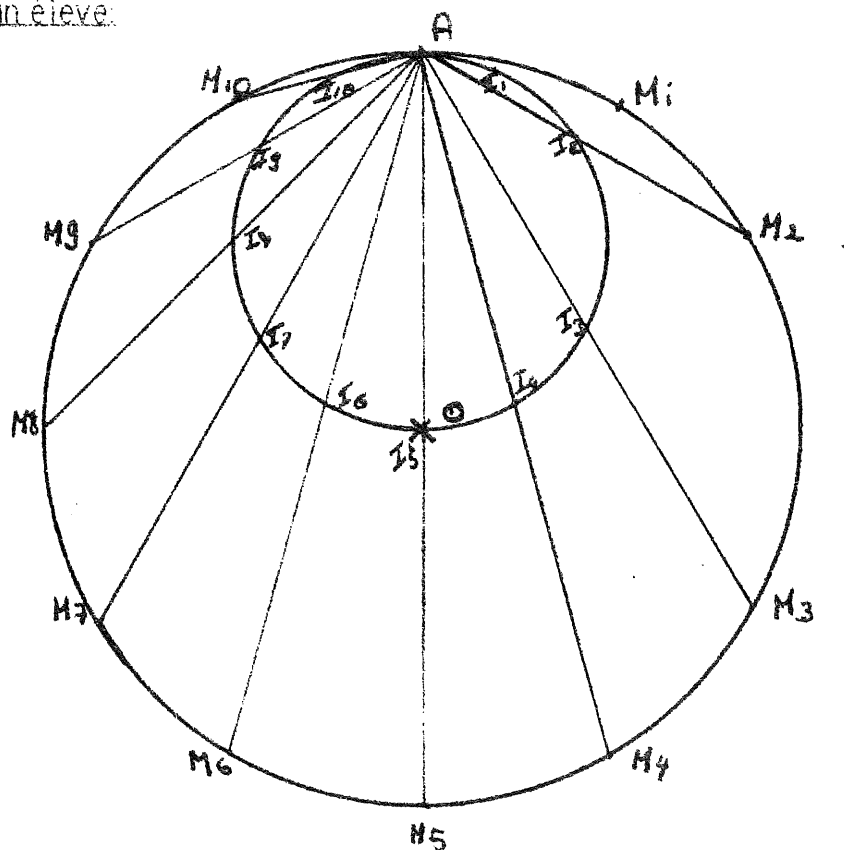
Durée: Une heure en classe.

Énoncé:

On considère un cercle de centre O et un point A de ce cercle.
Choisissez dix points de ce cercle : $M_1, M_2, \dots, M_{10}$.
Appelez $I_1, I_2, \dots, I_{10}$ les milieux des segments $[AM_1], [AM_2], \dots, [AM_{10}]$.

Comment sont disposés les points $I_1, I_2, \dots, I_{10}$?
Démontrez ce que vous avez observé.

Dessin d'un élève:



Réactions des élèves:

Le dessin a été fait sans difficulté, une seule erreur à relever: un élève a placé les points I au milieu des segments [OM].

La disposition des points I sur un cercle est vue par la totalité des élèves, mais il est nécessaire de les obliger à préciser qu'il s'agit du cercle de diamètre [OA].

Cette première partie du problème a été traitée individuellement par les élèves; nous avons ensuite fait un débat collectif pour mettre en place une stratégie de démonstration. Ce débat a permis de dégager les points suivants:

-il faut démontrer que tous les points $I_1, I_2, \dots$ sont sur le cercle de diamètre [AO].

-pour démontrer que cette propriété est vraie pour tous les points I, il suffit de montrer qu'elle est vérifiée par l'un quelconque d'entre eux.

-on va refaire une figure dans laquelle on ne mettra qu'un seul point M et qu'un seul point A.

-pour démontrer que le point I est sur le cercle de diamètre [AO], nous pouvons utiliser deux propriétés.

1) Si un triangle est rectangle, alors son cercle circonscrit est centré au milieu de l'hypoténuse.

2) Si des points sont équidistants d'un point O alors ils sont sur un même cercle centré en O.

Les élèves ont terminé le problème seuls, et l'ont rédigé à la maison. Il y a eu quatre démonstrations différentes.

Démonstration n°1:

(OI) est la médiatrice de [MA], donc OIA est un triangle rectangle en I, donc I est sur le cercle de diamètre [AO].

Démonstration n°2:

Considérons le point M' diamétralement opposé à M, le triangle MM'A est rectangle en A, donc ce triangle O est le milieu de [MM'] et I est le milieu de [AM], donc (OI) est parallèle à (M'A), donc (OI) est perpendiculaire à (MA), donc le triangle OIA est un triangle rectangle en I.

Démonstration n°3:

Comme la démonstration n°2, mais en considérant le point A' diamétralement opposé à A.

Démonstration n°4:

Appelons I' le milieu de $[OA]$, dans le triangle MAO , le segment $[II']$ joint les milieux de deux côtés, il a donc pour longueur la moitié de celle de $[OM]$, comme $OM = OA$, on a $II' = 1/2 OA = IO = IA$, donc I est sur le cercle de centre I' qui passe par O et par A .

Bilan:

Ont rédigé un travail complet et une démonstration correcte: 2 élèves

Ont rédigé un devoir complet et une démonstration dans laquelle il manquait un "maillon": 3 élèves

Ont rédigé un devoir complet, mais ont fait des erreurs de logique: 12 élèves.

Se sont contenté d'observer sur la figure: 5 élèves.

Ce problème est intéressant car tous les élèves peuvent le démarrer, ils sont motivés pour démontrer ce qu'ils ont observé, la variété des démonstrations possibles est un attrait supplémentaire.

si on arrive à démontrer que le triangle $A I_1 O$ est rectangle en I_1 , nous avons démontré que les points sont sur le cercle diamètre $[AO]$.

SOMMAIRE

GESTION DE DONNEES

Introduction-----	Page 2
Consommation de tabac chez les jeunes-----	Page 3
La vitesse-----	Page 11

GEOMETRIE PLANE

Introduction-----	Page 19
Projection-----	Page 20
Projection orthogonale- cosinus-----	Page 35
Problèmes de cosinus-----	Page 41
Problème du cercle circonscrit au triangle rectangle----	Page 43
Problème des milieux-----	Page 48