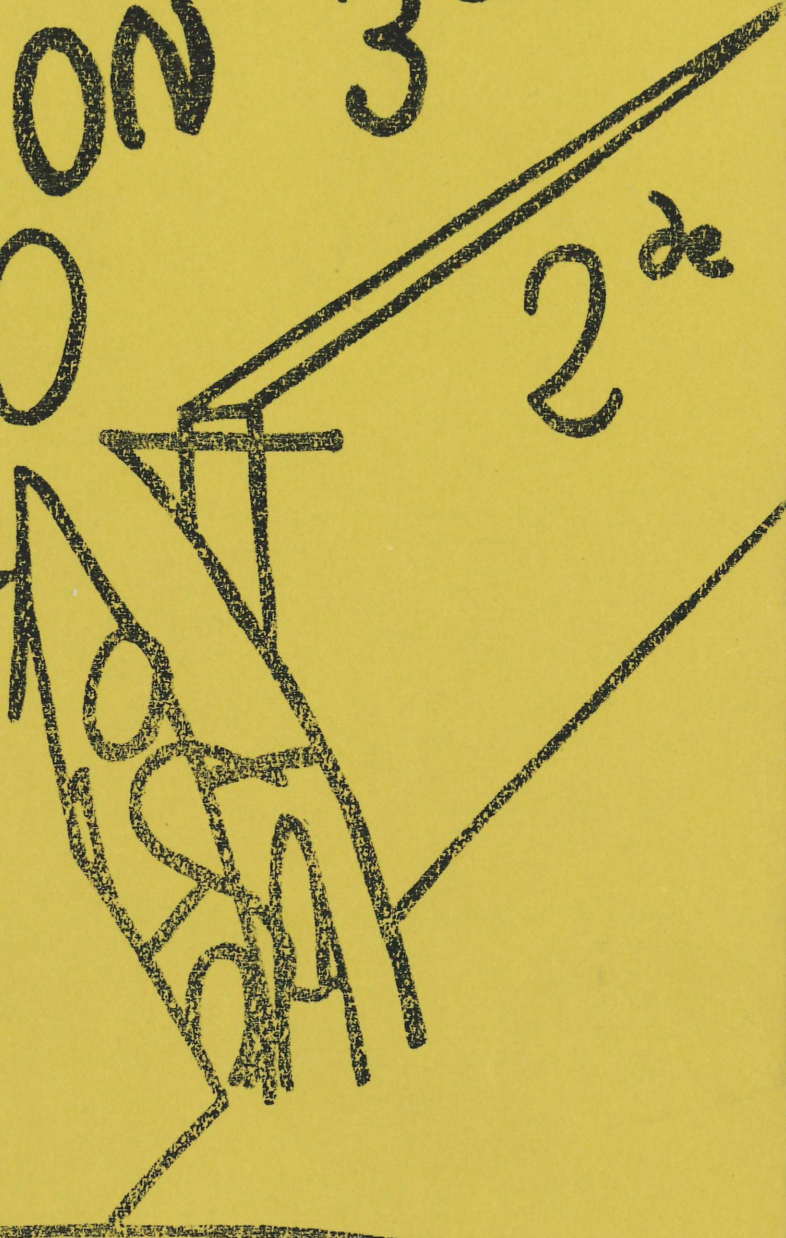
Liaison 3ème 2de



IREM DE NICE

SOMMAIRE

Jacqueline BELLOC — Marie-Cécile HERVIER

Michèle CLERC-PECAL — Daniel RAMPAL

Année 1987/1988

25F

42

I.R.E.M. DE NICE

LIAISON 3ÈME - 2DE

SOMMAIRE

Jacqueline BELLOC
Michèle CLERO-PECAL
Marie-Cécile HERVIER
Daniel RAMPAL

Année 1987-1988

INTRODUCTION

L'enquête dont nous vous présentons les résultats a été diffusée durant le second trimestre 1986-1987 auprès de tous les professeurs des académies de Nice et de Corse qui enseignent en seconde et/ou en troisième.

Le dépouillement et l'analyse en ont été effectués au troisième trimestre 1986-1987 et au premier trimestre 1987-1988.

Pour bien préciser quels étaient les programmes en vigueur au moment de l'enquête voici un rappel chronologique :

. Classe de 6ème : Nouveau programme à la rentrée 1986

. Classe de 5ème : Nouveau programme à la rentrée 1987

. Classe de 4ème : Programme 1978

. Classe de 3ème : Programme 1979

. Classe de 2nde : Nouveau programme à la rentrée 1987 qui sont essentiellement une nouvelle rédaction du programme 1981 avec les allègements, modifications et commentaires qui avaient paru ensuite.

. Classe de 1ère : Programme de la rentrée 1985

. Classe de terminale : Programme de la rentrée 1986

Nous avons reçu : 154 réponses de professeurs de 3ème

33 réponses de professeurs de 2nde

13 réponses de professeurs enseignant en 3ème et 2nde

Le nombre de professeurs enseignant dans les deux cycles est très faible,
Les 13 collègues qui ont répondu doivent en constituer une forte proportion
Les professeurs de premier cycle ont été très sollicités par des questionnaires d'enquêtes en 1986-1987 (en particulier au sujet des classes de sixième) et ont répondu massivement. Sans doute cet accueil favorable est-il dû au fait que la mise en place des nouveaux programmes incite à une réflexion sur notre enseignement.
Ce n'est pourtant pas que le second cycle ne connaisse pas de changement de programmes ! mais les professeurs de seconde ont été peu nombreux à répondre ...
Méfiance à l'égard des enquêtes ? manque d'intérêt ?

Nous analysons question par question vos réponses. Dans une première partie il s'agit d'une liste d'exercices. Dans la seconde partie il s'agit de questions concernant la rédaction. Enfin la troisième partie concerne des points délicats. En annexe nous proposons notre point de vue sur la valeur absolue et l'introduction des relatifs.

TABLE DES MATIERES

PREMIERE PARTIE : EXERCICES

Pour chacun des exercices, nous avons proposé quatre réponses possibles :

. Un élève admis en classe de seconde sait-il généralement résoudre cet exercice ?

A OUI

B NON car trop difficile

C NON car hors programme de troisième

D Ne se prononce pas

L'adverbe "généralement" nous a plusieurs fois été reproché comme étant trop imprécis. Si nous avions voulu connaître le pourcentage d'élèves sachant résoudre tel ou tel exercice , nous aurions fait passer un test à un échantillon d'élèves aussitôt après le conseil d'orientation , ou bien dans les premiers jours de la classe de seconde.

Pour chacun de ces exercices nous voulions simplement savoir : est-il considéré par les professeurs comme banal , facile ou bien est-ce l'exercice qu'on amène avec de grandes précautions , ou dont on prévoit qu'il va "faire un carton".

Un certain nombre de professeurs de seconde auraient souhaité une cinquième possibilité de réponse : "ils devraient savoir mais ils ne savent pas" ; parfois ils ont ajouté à cet effet une colonne "E" . Nous avons alors comptabilisé ces réponses avec "B" . En effet si nos élèves de seconde ne savent pas faire des exercices du programme de troisième , c'est qu'ils sont trop difficiles pour eux , et nous sommes bien obligés de "faire avec" ou bien c'est que nous n'interprétons pas tous le programme de la même façon ... C'est un point sur lequel nous serons amenés à revenir.

Nous avons parfois eu la réponse "je ne peux pas répondre car je ne connais pas le programme de troisième" : sincère mais surprenante ! Ce collègue connait ses élèves et constate leurs connaissances , même s'il ne sait pas ce qu'ils ont appris. D'ailleurs, nous pouvons avoir la curiosité de lire les programmes des classes ou nous n'enseignons pas (encore qu'il ne soit pas toujours facile de se les procurer!). A cet égard on peut s'interroger sur l'opportunité de la séparation des deux cycles et du même coup du corps enseignant.

D'une façon générale les réponses des professeurs de troisième sont plus optimistes que celles des professeurs de seconde . C'est bien normal :
au bout d'un an nous sommes sensibles aux progrès de nos élèves , alors que nous constatons vite les lacunes de ceux que nous recevons . Et puis deux mois de vacances sont passés par là ! Il y a une différence entre un savoir faire (ou refaire) de nos élèves à la fin du chapitre et une véritable assimilation ... Nous tenons compte de cette remarque dans nos commentaires.

Pour chaque possibilité de réponse nous donnons deux nombres : ce sont ,en pourcentage et dans cet ordre : les réponses des professeurs de 3ème , les réponses des professeurs de 2ème .

Les réponses multiples et les absences de réponses expliquent qu'on obtienne pas toujours des totaux de 100 % .

Un élève admis en classe de 2^{de} sait il généralement résoudre cet exercice ?

- A OUI
- B non car trop difficile
- C NON car hors programme de 3ème
- D ne se prononce pas

Les chiffres sont les réponses données en pourcentages

Dans chaque colonne : à gauche le résultat concernant les professeurs de 3ème, à droite ceux des professeurs de 2^{de}

	A		B		C		D	
1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction suivante :								
1.1 $f(x) = 3x-8$	68	71	4	6	26	21	1	3
1.2 $g(x) = \frac{1}{x+5}$	61	68	5	0	32	26	1	3
1.3 $h(x) = \sqrt{-x}$	26	12	26	53	33	26	14	9
1.4 $u(x) = \sqrt{(x-1)^2}$	30	21	21	47	36	24	11	9
1.5 $r(x) = (\sqrt{x})^2$	30	21	19	38	35	29	14	9
2. L'expression suivante est-elle toujours définie quelque soit le réel x ? si non pour quel(s) réel(s) n'est-elle pas définie ?								
2.1 $3x-8$	96	88	1	9	1	0	0	0
2.2 $\frac{1}{X+5}$	93	91	1	3	4	3	0	0
2.3 $\sqrt{-x}$	52	21	27	68	3	6	16	9
2.4 $\sqrt{(x-1)^2}$	57	35	21	50	6	6	12	9
2.5 $(\sqrt{x})^2$	57	29	19	50	6	9	15	12

EX 1 - EX 2

La notion d'ensemble de définition n'est pas au programme de troisième.

Un tiers seulement des réponses le signale , qu'il s'agisse des professeurs de seconde ou de troisième. Ceci posé , il n'y a pas de distorsion entre EX 1 et EX 2.

Il n'y a pas de divergence entre les professeurs de troisième et de seconde excepté au niveau du troisième exercice : $\sqrt{-x}$

Les professeurs de seconde constatent bien là une difficulté au sujet de la représentation littérale des nombres. La racine carré est ici un révélateur qui permet de mettre en évidence cette difficulté. Ce qui est en question ici c'est l'introduction des relatifs (classe de sixième).

Qu'est-ce un nombre relatif ? Comment le représenter ? Avec un signe ? Ou pas forcément ?

Les nouveaux programmes de sixième et cinquième sont beaucoup plus progressifs que l'ancien sur ce point (Voir annexe) .

		A		B		C		D	
3. 3.1	Ecrire sans radical au dénominateur le nb $\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+2}$	98	85	0	9	1	0	0	3
3.2	Ecrire plus simplement le nombre suivant $\dfrac{\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}} - \dfrac{\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}$	84	56	5	32	3	0	4	12
3.3	Comparer les nombres $\sqrt{3}-2$ et $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$	44	9	33	79	3	6	15	9
3.4	-------------------- $2-\sqrt{3}$ et $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$	52	15	31	76	2	6	10	3
3.5	Ecrire plus simplement $\sqrt{18x^2}$ où x est un réel quelconque	70	29	20	63	1	6	6	9
3.6	Ecrire sans radical au dénominateur le nb : $\dfrac{1}{1-\sqrt{2}-\sqrt{3}}$	11	3	58	76	22	15	8	3

EX 3

3.1 est jugé plutôt facile : le nombre conjugué est bien connu.

Pourtant au sujet de 3.2 on note une divergence entre les professeurs de troisième et de seconde. La plus grande difficulté de cet exercice est sans doute due à la mauvaise maitrise des écritures fractionnaires. Le fait que dans ce cas les numérateurs sont égaux doit constituer une difficulté supplémentaire pour les élèves.

Les réponses à 3.3 et 3.4 des professeurs de troisième nous paraissaient optimistes et les professeurs de seconde ont confirmé notre opinion.

Même s'ils pensent à élever au carré, combien d'élèves vont penser que $\sqrt{3}-2$ est négatif ?

Le questionn ire ne précisait pas dans quel contexte la question était posée aux élèves, ni si des indications leur étaient données. Posé à brule-pourpoint c'est un exercice trop difficile pour la classe de seconde.

Rappelons le programme 1987 de cette classe :

"La maitrise d'exemples tels que $(\sqrt{3}-1)/(\sqrt{3}+1)$ ou $(\sqrt{2}+1)/(\sqrt{2}+2)$ est un objectif raisonnable à condition que l'on ait précisé la forme réduite".

Le texte de 1984 précise "la maitrise...... est un objectif terminal raisonnable...... La réduction par exemple d'expression comme $\sqrt{6-2\sqrt{5}}$ ou $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$ ne doit se placer qu'au sein d'un problème ou elle a un intérêt.

L'étude d'exemples a trois radicaux $(1/(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})$ dépasse les objectifs de la classe de seconde.

3.6 dépasse donc largement les objectifs d'une classe de troisième ! 22% des professeurs de troisième et 15% des professeurs de seconde seulement le signalent. Il s'agit pourtant de "virtuosité" sans intérêt à ce niveau. On peut avoir rencontré de tels exemples mais il n'y a pas lieu d'exiger d'un élève entrant en seconde qu'il sache les maitriser. A ce sujet, on ne peut nier l'influence des manuels sur le choix des exercices que nous proposons à nos élèves. A nous de les choisir judicieusement ...

	A	B	C	D
4. Sachant que $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ et $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$ trouve l'encadrement le plus précis possible pour les nbs :				
4.1 $\sqrt{2} - \sqrt{3}$	92 35	4 41	1 9	2 1
4.2 $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$	58 18	26 56	5 12	10 [illegible]
4.3 Une voiture consomme en moyenne entre 10 et 11 litres aux 100 km. Au départ son réservoir contient entre 49 et 51 litres d'essence. Trouver l'encadrement le plus précis possible de la contenance du réservoir après 300 km de route.	41 26	26 44	3 6	26 [illegible]
4.4 Sachant que $1,5 < x < 1,6$ et $-2,0 < y < -1,9$ trouver l'encadrement le plus précis possible du nombre $x\,y$.	53 18	25 62	3 12	16 [illegible]
4.5 On sait que $x \in [1,5 \,;\, 1,6]$ et $y \in [-2,0 \,;\, -1,9]$. Est-il possible de trouver un encadrement de $x + y$ à 10^{-1} près	73 29	16 50	0 6	9 [illegible]
4.6 La déduction suivante est-elle vraie ou fausse ? Si $x \in [297,599 \,;\, 312,1]$ alors $x \in [297,6 \,;\, 312,1]$	63 35	15 44	1 3	14 [illegible]

EX 4

4.1 : On note la istorsion entre les opinions des professeurs de troisième et de seconde

4.2 : L'encadrement de l'inverse n'est pas au programme du premier cycle, et peut être rencontré en seconde en liaison avec la fonction $x \longmapsto 1/x$ et sa représentation graphique. Il n'y a pourtant que peu de réponses "C".

4.2 et 4.4 : Les professeurs de seconde sont conscients du caractère "hors programme" de ces exercices plus fréquemment que ceux de troisième.

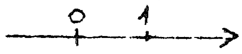
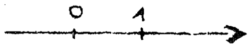
4.3 On remarque la même méfiance dans les deux cycles vis à vis des "problèmes concrets Ils sont souvents artificiels, il faut bien le reconnaître et les débats au sujet c "faux concret" ont encore de beaux jours devant eux ! Cependant ces problèmes peuvent être présentés comme des jeux ou des casse-têtes. N'est-ce pas la facilité que de proposer surtout des exercices d'entrainement au calcul ?

4.5 et 4.6 : Les prévisions très peu favorables concernant ces exercices sont sans doute dues au fait que la formulation en intervalle est moins utilisée et donc moins bien maitrisée que la double inégalité. Nous retrouverons cela au sujet de la valeur absolue dans EX 5.

Sur ce sujet citons les textes officiels.

- Dans le calcul sur les nombres décimaux, il s'agit à propos de la résolution de problèmes numériques d'effectuer des encadrements (ordres de grandeur, valeurs approchées à une précision donnée.) Cette pratique ne doit pas consister en une manipulation pureme formelle. Il convient de mettre en valeur la signification de tels encadrements dans d contextes variés et de les relier aux notions d'intervalle, de distance et de valeur absolue. En ce qui concerne les opérations, les objectifs peuvent se limiter à l'encadrement de donnés, de différences et du produit de deux termes et à l'obtention d'une valeur approchée d'une somme à une précision donnée. D'autres cas (inverses, racines carrées) peuvent être abordés au cours des activités, mais leur maîtrise n'est pas exigible à l'issue de la Seconde.

- Dans le calcul littéral, les principales difficultés concernent les inégalités. Pour q ces inégalités prennent sens et ne se réduisent pas à un formalisme purement algébriqu il est utile de relier leur étude à celle des fonctions tant du point de vue numérique que graphique. On pourra ainsi interpréter la comparaison de x et de x^2 pour $x \geq 0$ ou encore les opérations simples sur les inégalités : passage au carré, à l'inverse, à la racine carrée. Par exemple la relation $0 < a < b \quad 0 < 1/b < 1/a$ est à rapprocher de l décroissance de la fonction $x \longmapsto 1/x$ sur $]0,+\infty[$ et de l'allure de sa représentation graphique. C'est la maîtrise de tels mécanismes élémentaires qui est important et doit donc être l'objectif visé : toute virtuosité technique est donc exclue.

	A		B		C		D	
5. Sans faire aucun calcul, colorier les points dont l'abscisse x vérifie								
5.1 $\|x\| \leq 3$ 	77	50	11	38	3	3	9	9
5.2 $\|x-2\| \leq 3$ 	24	9	55	71	5	9	15	9
L'égalité suivante est elle vraie quel que soit le réel x ? sinon pour quelles valeurs de x l'est-elle ?								
5.3 $\|x\| = -x$	74	56	19	41	1	0	6	6
5.4 $\|-x\| = x$	54	38	34	56	1	0	11	6
5.5. Compléter convenablement $x \in [3,4]$ équivaut à $\|x+\ldots\| \leq \ldots$	17	3	54	56	15	21	11	15
5.6 Sans faire aucun calcul dire si l'équation suivante admet zéro, une ou plusieurs solutions et justifier la réponse : $\|x+1\| = -2$	81	68	12	29	2	13	5	3
Résoudre l'équation								
5.7 $\|x-5\| = 2$	76	44	12	50	5	6	7	0
5.8 $\|x+2\| + \|x-5\| = 7$	25	9	41	74	21	15	12	3
5.9 Représenter graphiquement la fonction définie par $f(x) = \|2x-3\|$	50	24	30	53	12	15	7	9

EX 5

On ne constate pas de divergence entre les réponses des professeurs de troisième et de seconde.

La grande différence entre les réponses à 5.1 et 5.2 est due à la présentation la plus fréquente de la valeur absolue. Cette différence n'existerait pas si la valeur absolue était ressentie comme la distance entre deux points de la droite graduée.

5.3 est considéré comme facile. C'est en effet la récitation de la définition habituelle de la valeur absolue , alors que 5.4 demande un raisonnement.

5.5 est à rapprocher de l'exercice 4.

5.7 et 5.8: avec une définition liée à la distance, ces exercices deviendraient faciles et plus intéressants. En effet ces exercices constituent alors une application de l'inégalité triangulaire, au lieu de déboucher sur de longs et fastidieux calculs dont les élèves retiennent "qu'il faut faire un tableau..." Les programmes et leurs commentaires sont pourtant très impératifs à ce sujet mais les manuels scolaires et notre pratique en sont restés à un formalisme excessif (cf. annexe) .

	A		B		C		D	
6. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation ou l'inéquation suivante :								
6.1 $x(x+1) = x(2x+1)$	91	76	4	24	1	0	4	3
6.2 $(3x-1)^2 = (x+2)^2$	90	65	6	26	1	0	3	9
6.3 $9x^2 + 4 = 0$	90	53	3	38	1	3	6	6
6.4 $x = \frac{1}{x}$	48	32	22	62	14	3	15	6
6.5 $(x+1)^2 + (2x+1)^2 = 5x^2$	79	41	8	35	3	6	9	9
6.6 $(x+1)^2 < -1$	53	32	23	44	8	3	17	16
Sans résoudre l'équation dire si -1 en est une solution ?								
6.7 $2x - 3 = -5$	97	91	0	3	1	0	1	3
6.8 $\frac{(x+1)(x+2)}{x+3} = 0$	86	74	3	12	5	3	5	12
6.9 $\frac{(x+1)(x+2)}{x^2-1} = 0$	45	18	26	59	12	9	15	18
6.10 Sans résoudre le système dire si 3 en est une solution ? $\begin{cases} 3(x-1) > x+1 \\ 2(x+4) < 3x \end{cases}$	82	74	9	21	1	3	8	3

EX 6

Les réponses des professeurs de troisième nous ont paru optimistes pour 6.1 (les élèves ne vont-ils pas diviser par x ?) et pessimistes pour 6.6 .

Quant à 6.3 les professeurs de seconde nous paraissent bien pessimistes.

6.4 : Rappelons que l'inconnue en dénominateur n'est pas au programme de troisième.

6.9 sera en effet moins souvent réussi que 6.8 à cause de la mauvaise compréhension des écritures sous forme de quotients. En effet les élèves savent qu'un dénominateur doit être différent de zéro et donc répondent correctement à 2.2 , mais ne reconnaissent pas cette situation en 6.9 .

	A		B		C		D	
7. Les phrases suivantes sont-elles vraies ou fausses ?								
7.1 Si $-10 < t < 10$ alors $t^2 < 1000$	56	59	17	18	7	5	17	15
7.2 Si $t^2 < 1000$ alors $-10 < t < 10$	31	18	34	59	8	3	26	18
7.3 Pour avoir $t^2 < 1000$ il suffit d'avoir $t < 10$	22	9	34	68	18	6	24	15
7.4 Pour avoir $t^2 < 1000$ il est nécessaire d'avoir $t < 10$	9	3	39	68	18	6	30	15
7.5 Pour avoir $x - 5 \geq 2$ il suffit d'avoir $x \geq 12$	28	18	28	50	15	9	26	15
7.6 Pour avoir $x - 5 \geq 2$ il est nécessaire d'avoir $x \geq 12$	19	9	34	59	16	9	30	15

EX 7

On remarque que la "condition nécessaire" est plus difficile que la"condition suffisante".

Beaucoup de professeurs ne se prononcent pas : sans doute ce genre de questions est-il , à leur avis , peu fréquent ? Nous abordons à nouveau et plus longuement ce sujet ci-dessous dans RE 2 et RE 3 . Remarquons que le programme de cinquième 1987 préconise les énoncés "en deux parties" .

8. Soit un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ Soient le point A (2,3) et la **droite** D d'équation $2x - 4y + 3 = 0$

8.1 Trouver l'équation de la droite parallèle à D passant par A.

8.2 Trouver l'équation de la droite perpendiculaire à D passant par A.

8.3 Calculer la distance du point A à la droite D..

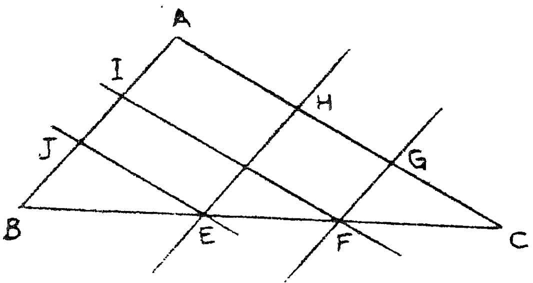
8.4 On choisit le cm pour unité , Soit $(O,\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormé

Soient les points A (2,3) ; B (4,5) ; C (6,7) .

Calculer l'aire du triangle ABC .

8.5 Sachant que (EJ) , (FI) et (AC) sont parallèles et que les droites (AB) , (HE) et (GH) sont parallèles montrer que

IJ x AC = AB x HG



A et B sont deux points distincts d'une droite D munie d'un repère.

8.6 Je sais que M est un point de D tel que $\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}} = -3$. le point M est-il sur le segment [AB] ou pas ? Justifier la réponse .

8.7 Placer le point M de la droite D tel que $\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}} = -3$.

	A		B		C		D	
8.1	97	62	0	21	0	3	1	9
8.2	96	29	1	47	0	3	2	9
8.3	46	3	23	44	17	38	13	3
8.4	39	6	32	56	8	18	16	12
8.5	33	9	50	68	2	3	13	12
8.6	65	35	18	44	5	3	12	9
8.7	63	29	29	47	5	3	12	12

EX 8

Certaines réponses des professeurs de troisième nous ont paru optimistes, les professeurs de seconde ont confirmé notre opinion.

Si beaucoup d'élèves sauront écrire une équation d'une parallèle à une droite, la recherche d'une équation d'une perpendiculaire et plus encore de la distance d'un point à une droite suppose tout un enchainement que peu d'élèves de troisième sont capables de maîtriser, même si l'accent est mis sur l'analytique.

Au 8.5 les professeurs de troisième sont bien plus inquiets lorsqu'apparaît la propriété de THALES : bête noire des élèves ... et des enseignants.

8.6 devrait être instinctif courant troisième ... Nous donnons certainement trop de place au formalisme et à la technique et pas assez à l'intuition et au jugement personnel des élèves. Nos élèves doivent FAIRE des mathématiques et non pas réagir comme des automates programmés pour résoudre quelques exercices types.

DEUXIEME PARTIE : REDACTION

RE I **Complétez la phrase ou les phrases correspondant à votre attitude en cochant les cases des symboles (ou abréviations)**

	$\Leftrightarrow$	$\Rightarrow$	$\forall$	$\exists$	ssi
1. Vous utilisez dans le cours les symboles	61 85	50 71	23 50	3 41	49 53
2. Vous exigez des élèves qu'ils sachent utiliser correctement les symboles	37 59	27 47	5 26	1 18	32 24
3. Vous acceptez l'emploi des symboles mais sans inciter les élèves à les employer	35 41	35 35	15 32	12 26	25 26
4. Vous n'utilisez pas et interdisez les symboles	21 9	28 21	45 24	50 32	10 21
parce qu'ils sont inutiles à ce niveau	8 6	15 16	23 12	26 18	6 3
parce que les élèves les utilisent mal en général	19 9	25 21	36 21	37 26	9 12

RE_I

On sent une gêne au sujet de l'utilisation de ces symboles et abréviations.
Ils sont davantage utilisés en seconde qu'en troisième.
Lorsqu'on en interdit l'utilisation c'est plus souvent parce qu'ils sont mal utilisés que parce qu'on les juge inutiles.
Le symbole d'équivalence est le plus utilisé : presque tous les professeurs de seconde l'emploient et plus de la moitié exigent que leurs élèves l'emploient correctement.
Le symbole d'implication est un peu moins utilisé : Près de la moitié des professeurs de seconde en exigent un emploi correct contre seulement un quart des professeurs de troisième.
Les quantificateurs sont nettement plus utilisés en seconde et surtout le quantificateur universel.
Notre opinion est que le symbole d'équivalence permet dans bien des cas une rédaction et une présentation claires et rapides par exemple dans la résolution des équations et systèmes d'équations ou encore lors du passage du langage géométrique au langage analytique. D'autre part, il est à la portée de l'élève de troisième de l'employer correctement quoique nous sachions les confusions commises entre "=" et "<=>". Sans doute faut-il consacrer du temps à cet apprentissage. Par contre, le symbole d'implication nous parait inutile : dans tous les cas, il peut être remplacé par "donc" , "d'où" , "on en déduit" qui permettent des rédactions pleinement satisfaisantes. On fait toujours des déductions, la première proposition est toujours vraie. (Nous n'avons que faire de "$2+2=2 \Rightarrow 2=\emptyset$!" ou encore "$2+2=2 \Rightarrow 2=2$" !).

La plupart du temps les élèves utilisent "=> " comme une abréviation ou un signe de ponctuation ou même comme une pause le temps de reprendre son souffle ... c'est par là ... !

Le quantificateur universel est employé comme une abréviation commode, quant au quantificateur existentiel est-il vraiment nécessaire ? ...

Il semblerait que les quantificateurs soient réservés presque exclusivement au professeur dans les énoncés de son cours.

De toutes façons le bon usage de ces symboles réclame un apprentissage sérieux : quel temps y consacrer et à quel niveau ? Les programmes du premier cycle les ignorent, comme ceux de second cycle.

Citons cependant la circulaire de Novembre 1986 concernant les épreuves du BAC toutes séries :
"La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements constituent un objectif majeur pour les épreuves écrites de mathématiques ...

En particulier, tout recours abusif aux symboles logiques est à éviter :

Les formules doivent être intégrées à des phrases françaises correctement rédigées."

RE II 1. Parmi les énoncés suivants quel est celui que vous préférez utiliser en classe ?

5 3	Une condition nécessaire et suffisante pour qu'un produit de facteurs soit nul est que l'un au moins de ses facteurs soit nul.
26 41	Pour qu'un produit de facteurs soit nul, il faut et il suffit que l'un au moins de ces facteurs soit nul.
79 50	Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
	{ Si l'un des facteurs d'un produit est nul alors le produit est nul Si un produit est nul alors l'un au moins des facteurs est nul.
3 0	Autre formulation :
5 24	Indifférent.

2. Dans la ré[illegible]lution d'une équation où intervient cette propriété vous exigez que cet énoncé soit écrit :

58 20	lors des premiers ex rcices seulement	14 21	jamais	25 15	toujours

		OUI	NON
RE III 1. Utilisez vous les expressions :	"condition nécessaire"	26 53	59 29
	"condition suffisante" ;	25 53	59 29
	"condition nécessaire et suffisante"	31 74	58 21
2. Proposez vous des exercices de recherche de condition nécessaire et/ou suffisante			
même sans utiliser ces expressions.		44 79	52 12
3. Ces expressions vous paraissent-elles trop difficile à ce niveau ?		88 44	14 47

RE II - RE III

Tout d'abord signalons qu'un carré avait été oublié devant
"Si l'un des facteurs est nul alors le produit est nul.
Si le produit est nul alors l'un au moins des facteurs est nul".
et cette rédaction a donc été assimilée à :
"Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul".
ce qui a faussé les réponses.

Les réponses à RE III nous paraissent traduire une situation raisonnable :

Dans les deux niveaux les professeurs proposent des exercices mettant en jeu ces notions plus qu'ils ne font utiliser les expressions probablement jugées difficiles.

Quelques commentaires à ce sujet

Les instructions des nouveaux programmes de premier cycle recommandent en cinquième et en quatrième l'utilisation d'énoncés en deux parties du type "si ... alors" , "dès que je sais ... j'en déduis que" . On peut prévoir qu'ils seront encore conseillés en troisième.

Considérons la phrase

"Un parallélogramme dont un angle est droit, est un rectangle"

Un élève de troisième comprendra-t-il quelle est la situation donnée et quelle est la conséquence ? Le mot "un" est utilisé trois fois et avec des significations différentes. (article ou adjectif numéral cardinal ...)

Une phrase plus lourde mais plus claire est sûrement préférable : l'énoncé en deux parties décrit mieux la propriété.

L'expression "il faut et il suffit" est plus utilisé en seconde qu'en troisième, ce qui paraît normal car elle est plus difficile et demande d'y consacrer du temps si l'on veut que les élèves comprennent ce qu'ils disent.

Les expressions "une condition suffisante pour que ..." et " pour que ... il suffit que" ne sont pas trop difficiles , encore qu'un sérieux apprentissage soit nécessaire.

Par contre l'idée de condition nécessaire est bien plus difficile à comprendre, ce qui est en partie dû à la formulation elle-même.

Les expressions "il faut..." et "condition nécessaire..."

sont rarement utilisées seules mais leur signification doit être bien claire pour que soient comprises les expressions "condition nécessaire et suffisante pour que..." et "pour que... il faut et il suffit que..." . D'autant plus que ces expressions renferment une faute de logique.

En effet une condition est "suffisante pour que..."

mais est "nécessaire si..." . La formulation est donc particulièrement mal choisie.

Nous traduisons "si A alors B" par "si A il faut que B"

et même nous venons de le voir "Pour que A, il faut que B" . Or en français courant,

"il faut" n'a pas du tout cette signification.

Explicitons cela sur deux exemples.

Considérons les phrases suivantes au sujet d'un quadrilatère (Q) :

1."Si (Q) est un losange alors les diagonales sont perpendiculaires"
2."Si (Q) est un losange il faut que les diagonales soient perpendiculaires"
3."Il faut que les diagonales soient perpendiculaires si (Q) est un losange"

Mais si nous employons à tort "pour que" au lieu de "si" cela donne

4." Il faut que les diagonales soient perpendiculaires pour que (Q) soit un losange"

Si nous remplaçons "(Q) est un losange" par "il pleut" et "les diagonales sont perpendiculaires" par "je prends un parapluie" les phrases deviennent :

1."S'il pleut alors je prends un parapluie"
2."S'il pleut il faut que je prenne un parapluie"
3."Il faut que je prenne un parapluie s'il pleut"

Mais la dernière devient

4."Il faut prendre un parapluie pour qu'il pleuve" !

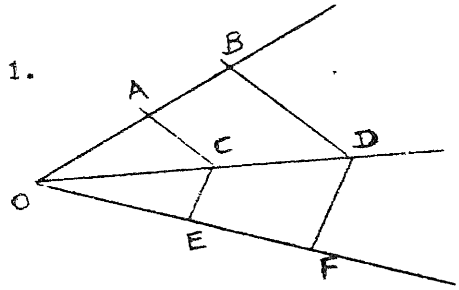
révélant ainsi la faute logique.

Lorsqu'une expression, même ancienne, devenue conventionnelle dans notre jargon est en conflit avec l'usage habituel de la langue et avec la logique elle-même, il y a toujours de grosses difficultés à l'employer et peut-être doit-on l'abandonner.

Signalons d'autres difficultés dûes à la langue : chiffre et nombre, sens et direction et l'orthographe "une condition nécessaire EST suffisante" !

RE IV Parmi les exercices suivants, quels sont ceux pour lesquels la rédaction vous paraît délicate.

Indiquez alors la rédaction que vous souhaitez trouver dans une copie d'élève et/ou ce que vous souhaitez ne pas y trouver.

1. 

Sachant que les droites (AC) et (BD) sont parallèles et que les droites (CE) et (DF) sont parallèles, montrer que (AE) et (BF) sont parallèles.

2. Résoudre le système $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 5x - 2y = 5 \end{cases}$

3. (ABC) est un triangle tel que $AB = 3$, $BC = 4$, $AC = 5$. Démontrer que (ABC) est rectangle et préciser les côtés perpendiculaires.

4. $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère. Soient les points $A(2,3)$; $B(-4,5)$; $C(3,4)$; $D(-4,6)$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont-ils colinéaires ?

5. $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère. Soient les points $A(2,3)$; $B(-4,5)$; $C(3,4)$; $M(x,y)$

5^1) Calculer les coordonnés du vecteur $\vec{V} = \overrightarrow{AM} + 3\,\overrightarrow{BM} - 5\,\overrightarrow{CM}$

5^2) Résoudre l'équation $\vec{V} = 18\,\vec{i} + 3\,\vec{j}$ où M est l'inconnue

RE IV

Un grand nombre des réponses affirme que la rédaction des solutions de ces exercices n'offre pas de difficultés.

Pourtant environ un tiers des professeurs expose de façon plus ou moins détaillée ce qu'ils attendent et nous avons été frappés par la grande diversité, parfois même les contradictions, entre les exigences de chacun.

Certains expriment la difficulté qu'ils ont à obtenir des élèves une bonne rédaction et s'interrogent sur les causes de ce phénomène. Un collègue de seconde remarque que la rédaction des élèves est d'autant plus laborieuse que le résultat leur parait évident ...

Pour notre part, nous pensons que le travail de rédaction n'est pas facile et nous posons la question de savoir jusqu'où aller dans la précision et la rigueur ? Cela dépend évidemment du niveau d'enseignement et il est clair que l'on demande davantage de détails à l'élève qui découvre l'utilisation d'une propriété qu'à celui qui la connait et l'utilise depuis longtemps.
Cela mériterait pourtant une réflexion à la lumière des nouveaux programmes du 1er cycle ...
Les exigences des uns et des autres se résument en quelques consignes :
- Ne pas mélanger symboles mathématiques et texte en français
- Ne pas utiliser d'abréviations
- Annoncer ce que l'on va démontrer

.../...

RE IV (suite)

- Bien mettre en évidence la propriété utilisée.
  * Certains exigent de citer le texte tel qu'il se trouve dans le cours avant de l'utiliser.

  * D'autres préfèrent voir exposer comment s'APPLIQUE la propriété dans la situation proposée et ne souhaitent pas voir le texte de l'énoncé du cours.

- Bien mettre en évidence la conclusion.

Exercice 1

Un collègue nous reproche de ne pas décrire suffisamment la figure. Cette remarque pourrait être le point de départ d'un débat sur l'enseignement de la géométrie...

Parmi les exercices proposés c'est celui dont la rédaction est considérée comme la plus délicate.

En troisième les formulations de la propriété de Thalès sont :

- Le plus fréquemment : par projection, avec ou sans le détail des points projetés et de leurs images, et en utilisant les quotients de mesures algébriques. La présentation est du type :

  "Soit P la projection de la droite (OB) sur la droite (OD) parallèlement à la droite (AC)

$$\begin{array}{rcl} P : (OB) & \rightarrowtail & (OD) \\ O & \longrightarrow & O \\ A & \longrightarrow & C \\ B & \longrightarrow & D \end{array}$$

  D'après la propriété de Thalès, je déduis l'égalité ...."

- Plus rarement, on utilise les triangles homothétiques (qui ne sont d'ailleurs pas au programme de troisième) ou des droites parallèles coupées par des sécantes.

En seconde on retrouve une aussi grande diversité à laquelle s'ajoutent la formulation vectorielle et l'homothétie.

Pourtant un collègue ne veut surtout pas de vecteurs car cela risque d'amemer les élèves à "diviser par un vecteur ou à former le quotient de deux vecteurs non colinéaires". Tout de même le produit d'un vecteur par un réel est encore au programme de troisième ! (plus pour longtemps...)

Un autre se contente d'une rédaction "éclair" :

"D'après Thalès on a $\frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{OC}}{\overline{OD}}$ et $\frac{\overline{OF}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{OC}}{\overline{OB}}$ donc $\frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{OE}}{\overline{OF}}$ et d'après la réciproque de Thalès les droites (AE) et (BF) sont parallèles."

Mais un autre dit très précisément qu'il souhaite ne pas trouver cela ...!

Tous les professeurs de troisième exigent la distinction entre la propriété de Thalès et le théorème réciproque alors que les professeurs de seconde semblent moins s'en préoccuper... cela signifie-t-il que la question soit déjà réglée en seconde ?

Plus de la moitié des professeurs de troisième, mais un seul professeur de seconde, souhaitent lire "par transitivité de l'égalité...". Au fait qu'est-ce que c'est déjà çà...

Exercice 2

Ici encore certains sont gênés par notre énoncé trop vague, et nous posent la question "dans quel ensemble ?" ou répondent dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ ou même dans $\mathbb{R}^2$
Peut-être avons nous eu raison de ne rien préciser ...!
On trouve deux grandes tendances :

- La première consiste à utiliser un raisonnement par système équivalents présentés en utilisant "ssi" ou "équivaut à" ou "$\Leftrightarrow$" . Certains donnent un nom au système puis écrivent "(S) $\Leftrightarrow \begin{cases} \cdots \\ \cdots \end{cases}$ " à chaque étape.

  Un professeur de seconde précise "et non pas une vague addition dans un coin de page, des égalités en x puis retour dix lignes plus loin à des égalités en y " . C'est en effet la faute de présentation la plus fréquente et qui révèle l'absence de raisonnement.

- La seconde tendance vise à remédier à la lourdeur des systèmes équivalents en calculant séparément x et y.

  Certains s'assurent d'abord de l'existence d'une solution unique, soit en calculant le déterminant du système (plus souvent en seconde qu'en troisième) , soit par une interprétation vectorielle, soit en s'assurant que les coefficients ne sont pas proportionnels.

  D'autres vérifient que le couple (x,y) trouvé est bien solution du système.

  Enfin un collègue exige le calcul du déterminant ET la résolution par systèmes équivalents, ce qui est excessif.

  Mais certains n'exigent aucun de ces deux raisonnements même en seconde.
  Pour ce qui concerne la conduite du calcul toutes les méthodes sont acceptées : substitution, combinaison linéaire, avec ou sans phrase explicatives (du genre "multiplions l'équation (1) par (-5) ...").

Exercice 3

C'est l'exercice le moins commenté.

Certains critiquent notre énoncé et notre notation car ils font bien la distinction entre distance dans le plan et longueur d'un segment. Il ne nous semble pas que ce soit important à ce niveau.

Tous ceux qui précisent leurs exigences demandent :

- à ne pas trouver d'égalité dès le début .

- de préciser "réciproque de Pythagore" (sauf un professeur de seconde).

Deux collègues de troisième proposent une rédaction par équivalences.

Exercice 4

Ici encore on nous reproche parfois le manque de précision de l'énoncé : s'agit-il d'un repère cartésien ? (OUI !) orthonormé ? (bof !) du plan ? (forcément!).

L'exigence la plus fréquente consiste à ne pas écrire une égalité tant qu'elle n'a pas été démontrée.

Ici c'est la présentation qui varie.

On trouve, rarement en troisième et fréquemment en seconde une rédaction faisant appel au déterminant. Nous avons tout de même relevé cette écriture bizarre

$$\text{dét } (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{AB} & \overrightarrow{CD} \\ x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - yx'$$

qui montre que les meilleures intentions pédagogiques ont leur danger.

Donnons quelques citations dans lesquelles nous respectons scrupuleusement les parenthèses , barres , accolades . etc ... pour mieux juger de la diversité et contradictions éventuelles.

. " $\overrightarrow{AB}$ colinéaire à $\overrightarrow{CD}$ ssi il existe $\ell \in \mathbb{R} / \overrightarrow{AB} = \ell\,\overrightarrow{CD}$

$$\left.\begin{array}{l} 2 = 1 \times 2 \\ -6 \neq 1 \times (-7) \end{array}\right| \text{donc } \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{CD} \text{ non colinéaires "}$$

. " $X_{\overrightarrow{AB}} \cdot Y_{\overrightarrow{CD}} - X_{\overrightarrow{CD}} \cdot Y_{\overrightarrow{AB}} = \dots$"

. " $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\2\end{pmatrix}$ col $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-7\\2\end{pmatrix}$ $\left.\begin{array}{l}\text{ssi } -6 \times 2 + 7 \times 2 = 0 \\ \text{ssi } 2 = 0\end{array}\right\}$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ non colinéaires "

Remarque : Ne manque-t-il pas ici "or l'égalité est fausse donc ..." ?

. " $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-7\\2\end{pmatrix}$ $-6 \times 2 \neq 2 \times (-7)$ donc ..."

. Ne pas écrire " $\dfrac{x_{\overrightarrow{AB}}}{y_{\overrightarrow{AB}}} = \dots$ "

. On trouve trop souvent $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ dans les copies d'élèves.

Enfin, voici une solution proposée en seconde.

" Non car le système $\begin{cases} -6x - 7y = 0 & (E_1) \\ 2x + 2y = 0 & (E_2) \end{cases}$ n'a pas d'autre solution

que $(x,y) = (0,0)$ En effet $(E_1 + 3\,E_2)$ donne $y = 0$ et en remplaçant dans l'une des deux équations, $x = 0$ "

Sans doute une plaisanterie ? Pourquoi faire simple ... ?

Exercice 5

L'énoncé de cet exercice à plusieurs fois été critiqué car dans la question 5.2 l'inconnue ne figure pas dans l'équation.

Dans cette deuxième question la passage de l'équation vectorielle aux deux équations numériques est presque toujours amené par un "SSI".

Pour ce qui est de la présentation de la solution, les divergences viennent du fait que la présentation en vecteurs colonnes, très prisée par les élèves et par certains professeurs, est catégoriquement rejetée par les autres.

- Parfois on exige la formulation vectorielle avec $\vec{i}$ et $\vec{j}$ tout au long de l'exercice.
- Voici une autre solution proposée par un collègue :

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} x-2 \\ y-3 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} x+4 \\ y-5 \end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix} x-3 \\ y-5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} -x + 25 \\ -y + 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{V} = 18\,\vec{i} + 3\,\vec{j}$$

$$\vec{V} = (-x + 25)\,\vec{i} + (-y + 2)\,\vec{j} \quad \text{donc} \quad \begin{cases} -x + 25 = 18 \\ -y + 2 = 3 \end{cases}$$

Il serait mal noté par ses collègues !...

- Un autre insiste bien : "surtout pas $\begin{pmatrix} x-2 \\ y-3 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} x+4 \\ y-5 \end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix} x-3 \\ y-5 \end{pmatrix}$!
et un collègue qui aime bien les vecteurs colonnes précise avec humour "oui, oui, je sais on me l'a déjà dit ".

- On trouve aussi des formulations raisonnables comme :

$$\vec{V} = \vec{AM} + 3\,\vec{BM} - 5\,\vec{CM} \quad \text{SSI} \quad \begin{cases} X_{\vec{V}} = x-2 + 3\,x + 12 - 5\,x - 15 \\ Y_{\vec{V}} = y-3 + 3\,y - 15 - 5y + 20 \end{cases}$$

Les auteurs de cet article ne sont pas eux-mêmes absolument d'accord sur cette question, tant il est vrai que certains points mineurs peuvent déchainer les passions. Nous refusons l'écriture matricielle et reconnaissons que les vecteurs de base $\vec{i}$ et $\vec{j}$ donnent des écritures lourdes et peu lisibles.

L'un de nous tolère chez l'autre :

$$\vec{AM} \begin{vmatrix} x-2 \\ y-3 \end{vmatrix}, \quad \vec{BM} \begin{vmatrix} x+4 \\ y-5 \end{vmatrix}, \quad \vec{CM} \begin{vmatrix} x-3 \\ y-4 \end{vmatrix} \quad \text{donc} \quad \vec{V} \begin{vmatrix} -x + 25 \\ -y + 2 \end{vmatrix}$$

et l'autre laisse passer :

$$\vec{V} \begin{cases} X_{\vec{V}} = (x-2) + 3\,(x+4) - 5\,(x-3) = -x + 25 \\ y_{\vec{V}} = (y-3) + 3\,(y-5) - 5\,(y-4) = -y + 2 \end{cases}$$

TROISIEME PARTIE : DIVERS

Di 1

1. Parmi les types d'exercices suivants quels sont ceux que vous proposez à vos élèves de 3ème ou 2de

	beaucoup		peu		difficile à évaluer	
1.1 Exercices de géométrie pure	14	29	53	50	17	24
1.2 Exercices de calcul vectoriel	63	65	18	26	16	6
1.3 Exercices de géométrie résolus par les vecteurs	57	68	19	26	20	12
1.4 Exercices de géométrie analytique	47	53	7	26	11	18

Di 2. Les vecteurs et la géométrie analytique vous paraissent-ils être des outils pour résoudre les problèmes de géométrie.

	21 les vecteurs		22 la géométrie analytique	
dès la classe de 3ème	77	59	71	56
en classe de 2de	12	79	14	74
plus tard	5	44	8	47

DI 1 - DI 2

Le programme de troisième conduit à faire beaucoup de géométrie analytique.

Nous sommes donc un peu surpris que 47% seulement des réponses l'affirment et que 57% des professeurs de troisième nous disent proposer beaucoup d'exercices de géométrie résolus par les vecteurs. Le programme de seconde se prête davantage à ce genre de problèmes avec l'homothétie et le barycentre. Que ce soit en troisième ou en seconde, on fait peu de géométrie "pure" . Il est vrai que celle-ci était passée de mode :

l'approche et l'apprentissage demandés par les programmes de quatrième en vigueur actuellement ne permettent pas de proposer aux élèves des exercices intéressants destinés à développer l'intuition géométrique si utile...

Heureusement cela va changer avec les nouveaux programmes du collège.

Di 3. Faites vous travailler les élèves avec des calculatrices .

souvent	16 72	peu	69 19	jamais	10 3

pourquoi ?

dans quel type d'exercices et dans quels buts ?

DI 3

Les calculatrices sont plus utilisées en seconde qu'en troisième. Cependant seuls 32% des professeurs de seconde et 16% des professeurs de troisième affirment faire souvent travailler leurs élèves avec cet outil.

Dans le programme actuel de la classe de troisième il est possible d'utiliser la calculatrice lors de l'étude des racines carrées, du théorème de Pythagore, de la trigonométrie des quotients et des puissances (écritures scientifiques).

La grande majorité d'entre vous n'utilisent pas ou peu la calculatrice, pour des raisons diverses dont voici un aperçu :

- On manque de temps pour apprendre aux élèves à s'en servir.
- Tous les élèves n'en possèdent pas et on ne peut exiger que tous aient la même ni l'aient toujours sur eux. Il y a trop de différences entre les divers modèles, il manque un standard.
- Les calculs à la main doivent être maitrisés en fin de troisième, il faut donc entretenir les mécanismes. Or, si les élèves travaillent avec une calculatrice, ils l'utilisent sans raison au détriment du calcul mental. Ils n'ont par ailleurs aucune idée des ordres de grandeurs, ce qui est dangereux ...

- Les élèves ont trop tendance à remplacer les rationnels et irrationnels par les décimaux affichés à l'écran. C'est bon pour les physiciens ... !

L'un d'entre vous dit même qu'il faut savoir d'abord utiliser les tables et interpoler avant d'utiliser une calculatrice ...

- De toute façon il y a peu d'occasions et de calculs compliqués qui justifieraient l'emploi de la calculatrice.

Mais ceux qui utilisent cet outil répondent avec les arguments suivants :

- Tous les élèves possèdent une calculatrice et l'utilisent plus ou moins bien. C'est un outil moderne autorisé aux examens, il faut donc apprendre à s'en servir et en connaître les difficultés (les ordres de grandeur, ça s'apprend !).

- Elles permettent un auto-contrôle, elles évitent des calculs fastidieux comme ceux de valeurs approchées de nombres écrits avec des radicaux.

- Elles permettent un gain de temps et libèrent l'esprit pour être plus disponible à la réflexion et au raisonnement.

- Elles seront de plus en plus utilisées dans le second cycle et plus tard.

En seconde, l'apprentissage éventuel portera plutôt sur les calculatrices programmables. Il y a de très grandes différences entre les enseignements donnés dans le second cycle sur ce sujet mais nous ne les avons pas étudiés dans le cadre de cette enquête.

Di 4. Dans l'étude des racines carrées pensez-vous qu'il faille accorder beaucoup de temps au calcul de valeurs approchées de nbs écrits avec des radicaux ?

30 29	OUI	27 21	avec calculatrice	5 0	sans calculatrice
59 0	NON		pourquoi ? ...		

DI 4

Les calculs approchés avec radicaux constituent un sujet difficile qui nécessite un long apprentissage. En particulier les élèves ont tendance à confondre valeur exacte et valeur approchée, aussi beaucoup d'entre vous préfèrent-ils insister sur la manipulation des radicaux et se contentent d'encadrements à l'unité près estimant qu'il y a mieux à faire ailleurs.

Si l'on veut des approximations plus précises on utilise la calculatrice et on établit à cette occasion un lien avec une pratique courante en physique.

Di 5. Quelles notations utilisez-vous pour

un angle

la mesure de l'angle

Pensez-vous qu'il soit important en 3ème d'insister sur ce point

18 18	OUI	70 62	NON

DI 5

Une grande majorité pense qu'il ne faut pas insister sur la distinction entre l'ang et sa mesure. Certains n'utilisent qu'une seule notation mais ceux qui en utilisent deux ne manquent pas d'imagination...!

On trouve pour désigner un angle : $\widehat{xoy}$; $\widehat{AoB}$; $\hat{\alpha}$; $\hat{A}$; $[ox , oy]$; $\widehat{[ox , oy]}$;

$(\widehat{xoy})$, $[\widehat{xoy}]$, $[\widehat{ox , oy}]$; $(\widehat{ox , oy})$

On trouve pour écrire sa mesure : mes $(\widehat{xoy})$; mes $\widehat{xoy}$; mes $(\hat{\alpha})$; mes $[ox , oy]$

E $(\widehat{xoy})$; E $(\hat{A})$, $\widehat{xoy}$, $\widehat{AoB}$, $\hat{\alpha}$

En seconde, les notations semblent moins diversifiées :

$\widehat{xoy}$ pour les angles non orientés et souvent la même notation pour la mesure,

. Une précision orale étant donnée au début, et la confusion entre l'angle et sa me étant à peu près inexistante. Parfois on trouve mes $(\widehat{xoy})$.

Pour les angles orientés de demi-droites ou de vecteurs , les notations proposées sont (Ox,Oy) ou $(\widehat{Ox,Oy})$ et $(\vec{u},\vec{v})$ ou $(\widehat{\vec{u},\vec{v}})$.

Là aussi on pense qu'il y a peu d'intérêt à insister longtemps sur une notation particulière pour la mesure qui est d'ailleurs , le plus souvent, notée α dans le exercices.

Di 6.

6.1 Faites vous de nombreux exercices d'application de la propriété de Thalès et de sa réciproque dans le cas général

54 38	OUI	40 53	NON

6.2 Pensez vous que l'utilisation de ces énoncés soit plus intéressante dans les triangles ?

70 65	OUI	19 35	NON

6.3 Quelles formulations utilisez vous plutôt

88 82	quotient de mesures algébriques ?
12 50	formulation vectorielle ?
7 3	autres ?

DI 6

Les réponses vont dans le même sens en troisième et en seconde. Bien sûr la formulation vectorielle prend de l'importance en seconde du fait de l'homothétie. La plupart des problèmes où on utilise cette propriété concerne les triangles. Dans les exercices on est plutôt amené à utiliser une formulation en distance.

Rappelons qu'il est prévu dans le nouveau programme de troisième de se limiter à l'énoncé de la propriété de THALES dans le triangle et qu'il n'est pas fait mention de mesure algébrique. Attendons les commentaires.

CONCLUSION

Ce qui nous frappé, c'est d'abord la diversité de nos exigences puis une méconnaissance réciproque entre le lycée et le collège.

En un temps où les portes des lycées vont s'ouvrir de plus en plus largement à des élèves qui n'accédaient pas auparavant à l'enseignement long, un dialogue et une meilleure coordination sont absolument nécessaires.

Nous sommes conscients d'avoir soulevé des questions sans pour autant les résoudre, par exemple :

- l'enseignement de la géométrie
- le problème de la rédaction
- la notion de valeur absolue
- l'utilisation de la calculatrice

Nous remercions les collègues qui ont pris le temps de remplir le questionnaire et ceux qui nous aidé par leurs remarques et réflexions toujours intéressantes.

Nous espérons ainsi avoir contribué à susciter une réflexion et des échanges constructifs qui ne pourront conduire qu'à une amélioration de notre enseignement.

ANNEXE : VALEUR ABSOLUE - ORDRE - DISTANCE

Nous présentons ici un article qui a fait l'objet d'un stage de formation continue il y a trois ans. Cette nouvelle rédaction tient compte de l'expérience apportée par plusieurs années d'expérimentation en collège et en lycée.

I/ INTRODUCTION.

En troisième, puis dans le second cycle, il est fréquent de constater que les élèves n'ont pas assimilé la notion de valeur absolue. Pourtant, dans les programmes encore en vigueur on en parlait dès la sixième et chaque année.

Les élèves n'en retiennent souvent que des idées très vagues du genre :

" on enlève les signes","on met des + partout" ou "on fait un tableau..."

Il résulte de la représentation habituelle que les élèves percoivent deux parties dans un nombre : le signe et le reste qui est la valeur absolue !
Et les difficultés commencent dès qu'on fait intervenir les lettres et qu'on demande la valeur absolue de -a ... Il y a aussi les difficultés liées à la notation $|x|$ probablemen trop précoce. Ce qui manque finalement à nos élèves c'est une bonne image mentale de ce qu'est la valeur absolue d'un nombre. Un suport géométrique s'avère indispensable pour faire passer l'idée essentielle que la valeur absolue est une distance sur R :
$d(x ; y) = |x - y|$. C'est en effet la distance qui permet de définir sur R les notions de limite et de continuité en analyse.

Pour permettre aux élèves de se construire une bonne image mentale de la valeur absolue nous proposons donc de revoir les bases de l'édifice depuis l'introduction des nombre relatifs et de mener conjointement les apprentissages de l'ordre et de la valeur absolue par l'intermédiaire de la distance sur la droite graduée.

Dans l'esprit des nouveaux programmes de premier cycle nous commençons toujours par l'expérience et la pratique d'une nouvelle notion que les élèves doivent s'approprier avant d'en donner une définition et plus encore une notation.

Nous ne précisons pas un découpage par niveau mais une progression logique à partir de la cinquième. On trouve en effet dans les commentaires de cette classe et au paragraph "Organisation et gestion de données - Fonctions"

* Au sujet des activités graphiques :

  "elles conduiront
  - à enrichir la correspondance entre nombres et points de la droite ...
  - à interpréter l'abscisse d'un point d'une droite graduée en termes de distance et de position par rapport à l'origine (la notion de valeur absolue n'est pas au programme)."

* Et dans les compétences exigibles :

  "Sur une droite graduée :
  - lire l'abscisse d'un point donné
  - placer un point d'abscisse donnée
  - calculer la distance de deux points d'abscisses données.

Programme de Seconde 1987.

- Les exercices faisant intervenir la valeur absolue de manière artificielle sont en dehc des objectifs de l'ensemble du second cycle. L'essentiel est de savoir interpréter $|b-a|$ comme étant la distance des points a et b ,et, dans cette perspective, des relations telles que $|x - 2| \leq 1$ ou $|x - 2| \leq 1/100$ à l'aide des intervalles de centre 2, et de savoir effectuer quelques majorations simples en utilisant l'inégalité triangulaire et les formules donnant la valeur absolue d'un produit ou d'un quotient. Ces outils interviennent de façon naturelle dans les problèmes d'approximation au moyen d'encadrements.

II/ Les Nombres Relatifs

Nous introduisons ces nombres sans parler de valeur absolue rejetant ainsi la définition trop souvent utilisée "un nombre relatif est composé d'un signe et d'un nombre décimal appelé valeur absolue".

On rencontre des nombres positifs et négatifs dans la vie courante : températures , graduation d'un thermomètre , numérotage des étages et sous-sols , altitudes et profondeurs sous-marines , spéléologie , dates historiques , remises sur les prix . Il s'agit là de réalités bien perçues par les élèves.

On utilise la droite graduée (extension du thermomètre) pour introduire :

1/ La notion de rangement des nombres relatifs et bien visualiser les choses. En particulier, il est important de faire apparaître un nombre positif comme étant un nombre supérieur à zéro et pas comme un "nombre "muni" d'un signe "+" ". La question "quel est le signe de ce nombre ?" doit être interprétée comme"comparer ce nombre à zéro ?".

2/ La notion de distance entre deux nombres en évaluant des écarts de températures ou encore les durées de vies de personnages historiques.

La notion d'opposé peut-être introduite en utilisant par exemple un jeu à deux joueurs dans lequel les jetons gagnés par l'un sont donnés par l'autre. Il est important de visualiser que deux nombres opposés sont représentés par des points symétriques par rapport à l'origine.

La technique de l'addition peut-être acquise par des calculs de bilans ou encore par des déplacements sur la droite graduée.
Ainsi l'addition d'un nombre positif est représenté par un déplacement vers la droite et celle d'un négatif par un déplacement vers la gauche. On peut constater des égalité du genre $(-3)+2 = 2+(-3)$ ou compléter des égalités comme $(-4) + \ldots = 5$ ou encore additionner des nombres opposés.

Les mêmes exercices peuvent être traités avec des calculs de bilans.

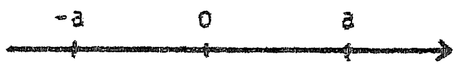
Définir explicitement l'opération addition n'apporte rien à ce niveau.

Au contraire des difficultés surgissent parce qu'on est alors contraint de parler de valeur absolue. Difficultés au niveau de l'expression dès le début ("la valeur absolue de la somme" et "la somme des valeurs absolues"...) et plus tard, lorqu'on représente un nombre relatif par une lettre.

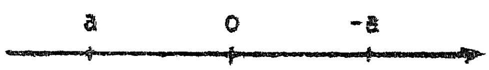
En effet les symboles '+' ou '-' ont disparu et la mauvaise image mentale que se sont forgés les élèves au sujet de la valeur absolue apparait clairement, puisque nombreux sont ceux qui écrivent " $|a| = a$ et $|-a| = a$! "

Le but poursuivi étant la maitrise de la technique opératoire, il n'y a pas lieu de demander plus d'explications à l'élève qui écrit $(-2) + (-3) = (-5)$ que lorsqu'il écrit $2 + 3 = 5$!

Par contre, il est important que les élèves perçoivent très tôt que le symbole - est lié à la notion d'opposé. Nous devons donc les familiariser avec des représentations du type :



et



III/ LA VALEUR ABSOLUE

On commence par lire des distances sur la droite graduée :

Sachant que A a pour abscisse 3 et B a pour abscisse 5 on lit d(A,B) sur la droite ..

Inversement on peut placer et donner les abscisses de deux points C et D tels que d(C,D) = 2 .

Il faut varier les exemples avec des nombres positifs et négatifs mais toujours de telle façon que les points apparaissent sur la figure.

Le but est de bien mettre en évidence que la distance est positive et que d(A , B) = d(B , A). Notons qu'il n'est pas utile à ce niveau de distinguer la distance entre deux points et la longueur du segment.

Dans un deuxième temps les nombres proposés ne sont plus visualisables sur la droite (nombre à virgule, nombres en écritures fractionnaires, nombres "trop grands") et la recherche d'un moyen de calcul de cette distance s'impose.

On aboutit finalement à :

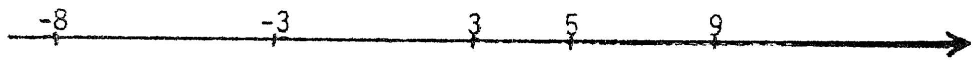
Si A a pour abscisse a et B a pour abscisse b alors la distance AB est égale à l'une des deux différences a-b ou b-a . Plus précisément ces deux nombres étant toujours opposés le nombre qui convient est celui qui estpositif. Les élèves retiennent bien qu'il est obtenu en calculant la différence du plus grand nombre moins le plus petit.

Ici l'introduction de la notation $|a-b|$ peut-être justifiée pour la commodité de l'écriture de cette distance. On peut alors proposer des exercices des types suivants que l'on résout avec l'aide d'un dessin.

* Calculer $|3-9|$, $|-3-5|$, $|3-(-8)|$

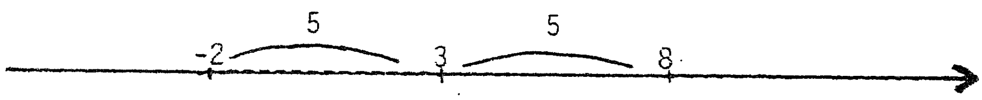
  On écrit $|3-9| = d(3,9)$ ce nombre pouvant soit être lu sur le dessin soit être calculé par la différence 9-3 .

  De même on écrira $|-3-5| = d(-3,5)$ et $|3-(-8)| = d(3,-8)$



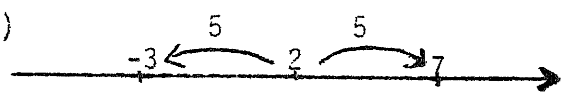
* Placer les points dont les abscisses complètent les égalités :

  $|\ldots -3| = 5$; $|3-\ldots| = 5$



* Placer les points d'abscisse x tels que $|x-2| = 5$

  On traduit par $|x-2| = d(x-2)$



  Les solutions sont donc $x_1 = 2-5 = 3$ et $x_2 = 2+5 = 7$

  L'exercice est un peu plus difficile avec $|x+3|$ que l'on traduit par d(x,-3) .

* Un autre intérêt de la méthode est de permettre de résoudre des inéquations aussi tôt que des équations.

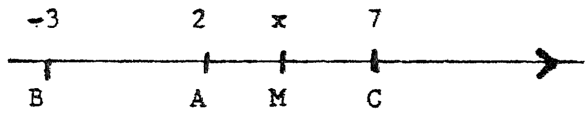
  Colorier sur un axe les points d'abscisse x telle que $d(x,2) \leqslant 5$.

  Puis : colorier les points d'abscisse x telle que $|x-2| \leqslant 5$.

  L'intérêt de ces exercices est de faire trouver très tôt des intervalles centrés.

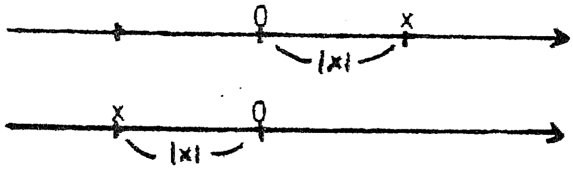
Remarquons enfin que l'on peut rassembler les résultats de chaque exercice dans un tableau associé à un dessin :

$\lvert x - 2 \rvert \leq 5$	$2 - 5 \leq x \leq 2+5$
A(2) $AM \leq 5$	$M \in [BC]$



On définit la valeur absolue d'un nombre comme sa distance à zéro :

$$|x| = |x-o| = d(x,o)$$

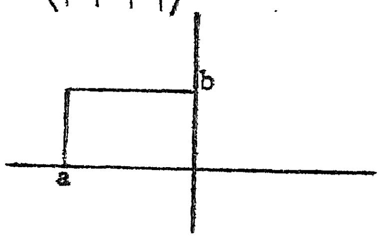


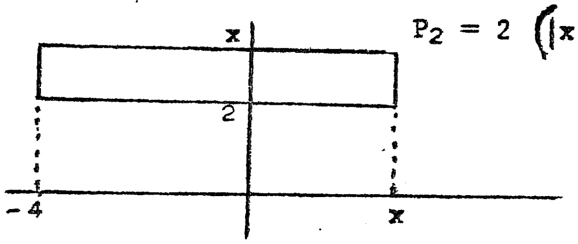
On trouve alors que $|x|$ est celui des deux nombres x ou -x qui est positif autrement dit le plus grand.

Cette définition a été précédée de nombreuses manipulations et surtout mise en liaison avec la géométrie qui en constitue le véritable support. Elle permet aux élèves de se forger une image mentale précise et solide.

Un exercice intéressant consiste à exprimer les périmètres des rectangles en fonction de x et y :

$P_1 = 2\ (|a|+|b|)$





$P_2 = 2\ (|x + 4|+|x-2|)$

IV/ Résolutions d'équations et d'inéquations.

Même dans les cas où une solution algébrique est aussi simple, l'interprétation géométrique s'avère nécessaire pour bien rendre compte de la situation.

a) Exemples où le caractère positif de la distance donne la solution :

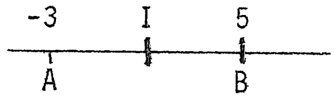
* $|x + 3| + 4 = 0$; $|x - 3| + |3 - x| = 0$; $|x - 3| + |x - 5| = 0$

* $|x - 3| = x - 3$ qui est équivalente à l'inéquation $x - 3 \geq 0$.

b) Exemples où l'interprétation géométrique donne une solution très simple :

* $|x + 2| = 5$; $|x + 2| \leq 5$ et tous ceux déjà vus en II .

* $|x - 5| = |x + 3|$



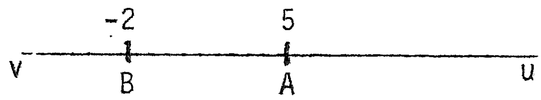
l'équation se traduit par MA = MB (où M est le point d'abscisse x cherchée) ce qui équivaut à M est le milieu de [AB] . On n'a plus qu'à lire ou calculer (suivant le niveau) l'abscisse du milieu I de [AB] .

* $|x - 5| \leq |x + 3|$ se traduit par $MB \leq MA$. Les solutions sont donc représentées par les points de la demi-droite d'origine I qui contient B . autrement dit l'ensemble des réels x tels que $x \geq 1$ ou encore l'intervalle $[1, +\infty[$.

Ce raisonnement peu difficile sera rencontré à nouveau en Terminale où on cherchera l'ensemble des points du plan complexe d'affixe z qui vérifient $|z - a| = |z - b|$. On trouve la médiatrice du segment [AB] où A et B sont les points d'affixes a et b

c) Exemples où cette interprétation permet un réinvestissement de l'inégalité triangulaire.

* $|x - 5| + |x + 2| = 7$



L'équation se traduit par $MA + MB = 7$.

On remarque que $AB = 7$ et on sait que l'égalité $MA + MB = AB$ a lieu si et seulement si M est un point du segment [AB] .

L'ensemble des solutions est donc constitué par les réels x tels que $-2 \leq x \leq 5$ autrement dit l'intervalle $[-2 ; 5]$.

* $|x - 5| + |x + 2| = 3$ 3 étant inférieur à la distance AB (=7) aucun point de la droite ne convient et il en résulte que $S = \emptyset$.

* $|x - 5| + |x + 2| > 7$ se traduit par $MA + MB > AB$ qui est réalisée si et seulement si M est extérieur au segment [AB]

d'où l'ensemble des solutions $S =]-\infty, -2[\cup]5, +\infty[$.

* $|x - 5| + |x + 2| = 9$ se traduit par $MA + MB = 9$.

Aucun point de [AB] ne peut convenir puisque $AB < 9$ et il reste à envisager les cas où M est sur la demi-droite]Au) puis M est sur la demi-droite]Bv)

d) Autres exemples :

Dans d'autres exemples on sera amené à étudier plusieurs cas, comme dans une résolution purement algébrique. Cependant la nécessité d'étudier ces différents cas prend un sens pour l'élève et l'interprétation géométrique est un support utile.

(E) $|x - 5| - |x + 2| = 3$.

(E) se traduit par (E') $MA - MB = 3$. et on envisage les différentes positions de M sur (uv)

. Si $M \in]Au)$ alors $MB = MA + AB$ d'où $MA - MB = -AB$
soit $MA - MB = -7$. Il n'y a donc pas de solution à (E') sur $]Au)$.

. Si $M \in]Bv)$ alors $MA = MB + AB$ d'où $MA - MB = AB$
soit $MA - MB = 7$. Il n'y a donc pas de solution à (E') sur $]Bv)$

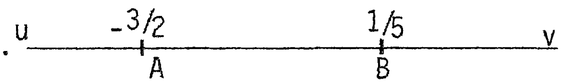
. Si $M \in [AB]$ alors $MA + MB = 7$ d'où $MB = 7 - MA$.
(E') $\iff$ $MA - (7 - MA) = 3$
(E') $\iff$ $2MA = 10$
(E') $\iff$ $MA = 5$ et il n'y a qu'un point du segment $[AB]$
qui soit solution : c'est le point d'abscisse 0 .

On peut aussi traiter ce cas algébriquement en expriment les distances MA et MB en fonction de x : (E) $\iff 5 - x - \big(x - (-2)\big) = 3$
(E) $\iff -2x = 0$
(E) $\iff x = 0$

En conclusion l'équation (E) admet pour seule solution le réel 0 .

e) Encore un autre exemple : (E) $|2x + 3| + 2\,|5x - 1| = 3$.

(E) $\iff 2\left|x + \frac{3}{2}\right| + 10\left|x - \frac{1}{5}\right| = 3$. Considérons les points A et B d'abscisse respectives $-\frac{3}{2}$ et $\frac{1}{5}$ et M d'abscisse x .



(E) $\iff 2\,MA + 10\,MB = 3$. On envisage les différents cas en recherchant M

1) sur $]Au)$ 2) sur $[AB]$ 3) sur $]Bv)$.

1) Si $M \in]Au)$ on a $MB = MA + AB$ et l'équation devient :
(E) $2\,MA + 10\,MA + 10\,AB = 3$
(E) $\iff 12\,MA = 3 - 10 \times \frac{17}{10}$ puisque $AB = \frac{1}{5} + \frac{3}{2} = \frac{17}{10}$
(E) $\iff MA = \frac{-7}{6} < 0$ Il n'y a donc pas de solution sur $]Au)$ puisque une distance est positive.

2 Si $M \in [AB]$ on a $AB = MA + MB$ d'où $MB = AB - MA$.

et l'équation devient (E) $2\ MA + 10\ AB - 10\ MA = 3$

$$(E) \Longleftrightarrow -\ 8\ MA = 3 - 10\ x$$

$$(E) \Longleftrightarrow MA = \frac{7}{8}$$

or $\frac{7}{8} = 1{,}75$ et $AB = \frac{17}{10} = 1{,}7$. Comme $M \in [AB]$ on a

$MA \leq AB$ soit $MA \leq 1{,}7$ ce qui montre qu'il n'y a pas de solution sur $[AB]$

3 Si $M \in]Bv)$ on a $MA = MB + AB$. et l'équation devient :

(E) $2\ MB + 2\ AB + 10\ MB = 3$

(E) $\Longleftrightarrow$ $12\ MB = 3 - 2 \times 1{,}7$

(E) $\Longleftrightarrow$ $MB = -\frac{0{,}4}{12}$ Il n'y a pas de solution sur $]Bv)$ puisqu'une distance est positive.

En conclusion l'équation (E) n'a pas de solution.

Cette résolution n'est pas plus simple que la solution algébrique classique !

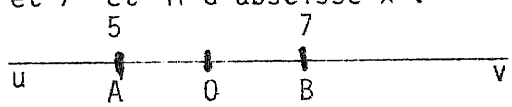
Remarquons que ce genre d'équations n'a d'intérêt que s'il est traité en liaison avec les fonctions affines par intervalles : les solutions éventuelles étant les abscisses des points d'intersection de la courbe représentative de

$f : x \longrightarrow |2x - 3| + 2\,|5x - 1|$ avec la droite d'quation $y = 3$.

f) Cette interprétation permet d'ailleurs de résoudre des exercices plus compliqués comme par exemple : (E) $|x - 5| \times |x - 7| \leq \frac{1}{2}$

Soient A et B d'abscisses respectives 5 et 7 et M d'abscisse x .

$$(E) \Longleftrightarrow |(x - 5)\ (x - 7)| \leq \frac{1}{2}$$



On remarque que $(x - 5)\ (x - 7) = \overline{MA} \times \overline{MB}$

et si on fait intervenir le milieu O de $[AB]$: $\overline{MA} \times \overline{MB} = \overline{MO}^2 - \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2$

Finalement (E) $\Longleftrightarrow |MO^2 - 1| \leq \frac{1}{2}$.

1 Recherche des solutions sur $[AB]$. On a dans ce cas $OM \leq \frac{AB}{2}$ soit $OM \leq 1$

donc (E) $\Longleftrightarrow 1 - MO^2 \leq \frac{1}{2}$

$$(E) \Longleftrightarrow OM^2 \geq \frac{1}{2}$$

$$(E) \Longleftrightarrow OM \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$ puisque OM est positif .

d'où un premier ensemble de solution $S_1 = [5\ ;\ 6 - \frac{\sqrt{2}}{2}] \cup [6 + \frac{\sqrt{2}}{2}\ ;\ 7]$

(2) Recherche des solutions sur $]Au) \cup]Bv)$: dans ce cas on a donc $OM > 1$

et on déduit $(E) \iff MO^2 - 1 \leq \frac{1}{2}$

$(E) \iff MO^2 \leq \frac{3}{2}$

$(E) \iff MO \leq \frac{\sqrt{6}}{2}$ puisque MO est positif

d'où un second ensemble de solutions $S_2 = [6 - \frac{\sqrt{6}}{2} ; 5[\cup]7, 6 + \frac{\sqrt{6}}{2}]$

En conclusion

l'ensemble solution est $S = S_1 \cup S_2 = [6 - \frac{\sqrt{6}}{2} ; 6 - \frac{\sqrt{2}}{2}] \cup [6 + \frac{\sqrt{2}}{2} ; 6 + \frac{\sqrt{6}}{2}]$

Ici encore la résolution de l'inéquation est a rattacher à la courbe représentative de la fonction définie par $f(x) = (x-5)(x-7) = x^2 - 12x + 35$.

L'ensemble solution est constitué des abscisses des points communs à la parabole et à la bande de plan limitée par les droites d'équations $y = -\frac{1}{2}$ et $y = \frac{1}{2}$.

V/ Valeur absolue et Opérations.

Une bonne maîtrise des calculs avec valeur absolue est nécessaire dans les recherches de limites et l'étude de la continuité des fonctions.

Les nouveaux programmes mettent l'accent sur les majorations et minorations. Dans le second cycle les élèves auront donc de nombreuses occasions d'utiliser les relations :

$|xy| \leq |x| \times |y|$ et $|x+y| \leq |x| + |y|$.

Ainsi donc la recherche de la limite de la suite de terme général

$U_n = \frac{\cos n}{n+1}$ on écrira $|u_n| = \frac{|\cos n|}{|n+1|} = \frac{|\cos n|}{n+1}$

or $|\cos n| \leq 1$ donc $|u_n| \leq \frac{1}{n+1}$

VI/ Exemples d'utilisation de la valeur absolue dans l'étude des fonctions

Lorsqu'on fait la représentation graphique point par point d'une fonction, on ne peut placer qu'un nb. fini de ces points. Est-il légitime de les joindre ? autrement dit si x est voisin de a, a-t-on $f(x)$ voisin de $f(a)$? C'est le problème de la continuité.

Pour démontrer la continuité d'une fonction en un point a on est souvent conduit à écrire $|f(x) - f(a)| = |(x - a)\, g(x)| = |x-a| \times |g(x)|$ où g est bornée dans un voisinage de a .

Ainsi pour $f(x) = \frac{1}{x}$ au point 4 on écrira :

$$\left|\frac{1}{x} - \frac{1}{4}\right| = \left|\frac{4 - x}{4x}\right| = \frac{1}{|4x|} \times |x - 4| = |g(x)| \times |x - 4| \text{ avec } g(x) = \frac{1}{4x}$$

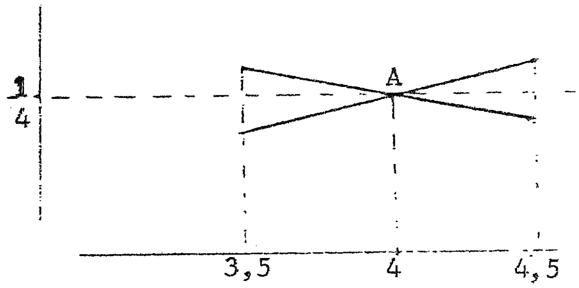
Si l'intervalle $[3,5 \; ; \; 4,5]$ centré en 4 on a $4x \in [14 \; ; \; 18]$ donc

$0 < g(x) < \frac{1}{14}$ On déduit donc $\left|\frac{1}{x} - \frac{1}{4}\right| < \frac{1}{14} |x - 4|$ sur $[3,5 \; ; \; 4,5]$

Autrement dit le taux de variation $\left|\frac{f(x) - f(a)}{x - a}\right|$ est majoré par $\frac{1}{4}$

Ce qui s'interprète géométriquement en disant que le graphe de f se situe dans le "papillon" déterminé par les droites de pente $\frac{1}{14}$ et $\frac{-1}{14}$ qui passent par $A\left(4 , \frac{1}{4}\right)$

Autour de 4 la courbe ne connaît donc pas de "grands écarts"



Cette vision géométrique de problèmes d'analyse rendrait bien des services aux étudiants si elle était davantage répandue par les enseignants.

Dans le cours sur la théorie des équations différentielles on a souvent recours à des fonctions lipschitziennes sur un intervalle $[a,b]$

On se souvient peut-être d'avoir consciencieusement appris la définition :

$$\exists\, k > 0 , \forall x , \forall x', |f(x) - f(x')| < k\, |x - x'|$$

mais a-t-on jamais fait remarquer qu'elle pouvait s'écrire $\left|\frac{f(x) - f(x')}{x - x'}\right| < k$

sur l'intervalle $[a,b]$ dès que $x \neq x'$

autrement dit cela signifie que, sur $[a,b]$, la pente de la droite Δ passant par $A\left(x , f(x)\right)$ et $B\left(x', f(x')\right)$ est bornée.

Muni de cette image mentale on peut donc conjecturer sans difficulté que par exemple :

- $x \overset{f}{\longmapsto} x^2$ est lipschitzienne sur tout intervalle $[a,b]$
  mais ne l'est pas sur tout intervalle $[a , +\infty[$
- $x \longmapsto \frac{1}{x}$ est lipschitzienne sur $[1, +\infty[$ mais pas sur $]0,1[$

VII/ CONCLUSION .

La valeur absolue : un de ces mots auxquels on ne prête pas assez attention dans les petites classes et qui est pourtant si riche d'application. Encore faut-il avoir donné aux élèves la possibilité de se forger une bonne image mentale de cette notion et à cet égard, il est indiscutable que le lien établi avec la géométrie y contribue grandement .

BIBLIOGRAPHIE

Tous ces documents peuvent être consultés à l'IREM de NICE

IREM de LIMOGES, Octobre 1985	Limites en 1ère et Manuels
IREM de BORDEAUX n° 14, 1982	Recherches sur les valeurs absolues
IREM de POITIERS n° 11, 1976	Enseignement de l'analyse n° 2 : Valeur absolue
PETIT X n° 3, 1983	
IREM de GRENOBLE, 1977-1978	Activités préparatoires à l'analyse
IREM de BORDEAUX	Etudes en Didactique des mathématiques La Valeur absolue : Difficultés majeures pour une notion mineure (Alain DUROUX)
A.P.M. Bulletin n° 302	Didactique de l'Analyse (GLAESER)
A.P.M. Bulletin n° 332	Etude pour les grandes valeurs Etude locale en seconde
A.P.M. Bulletin n° 321	Les Conventions (NAHOUM)