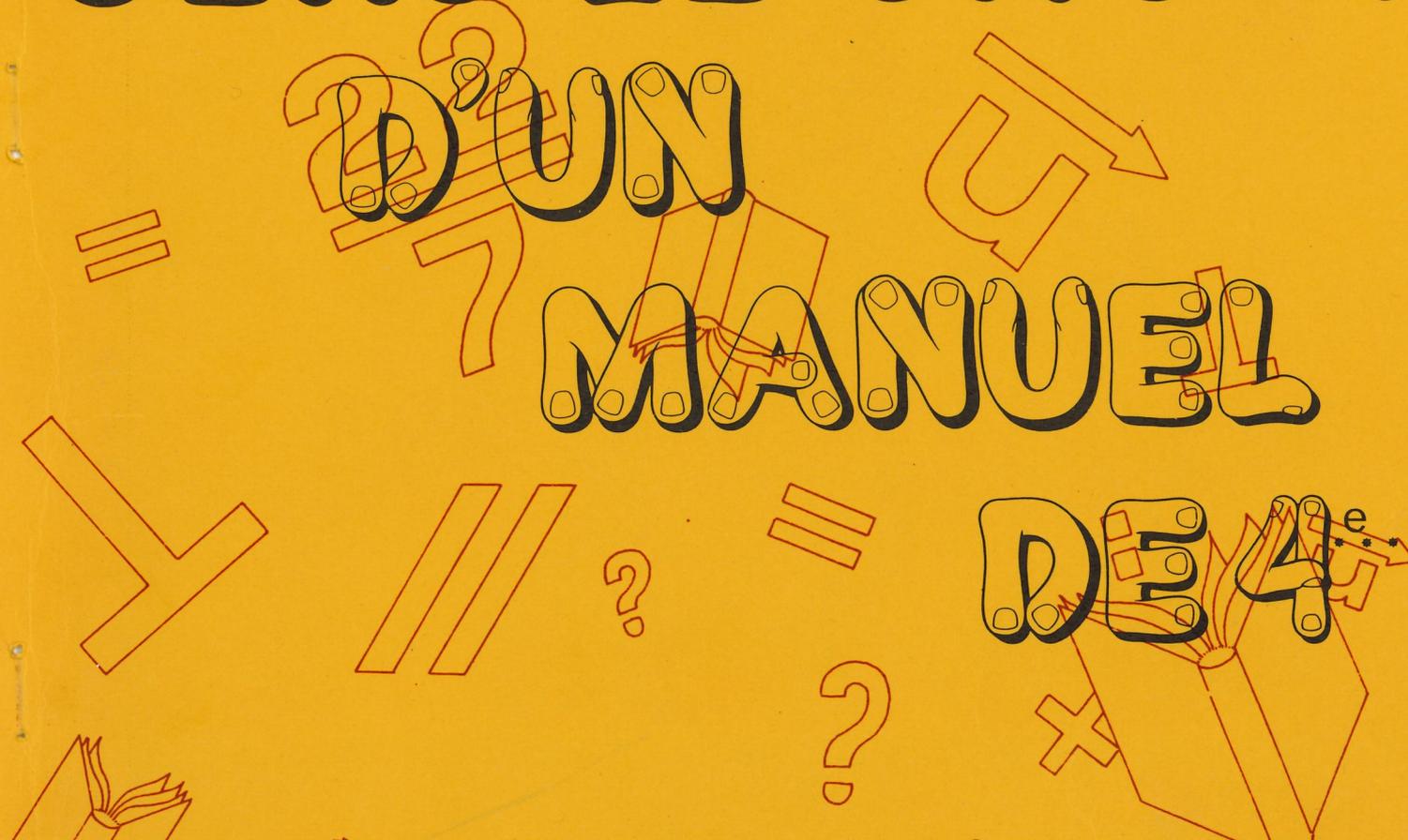


VERS LE CHOIX D'UN MANUEL

DE 4



COMMISSION NATIONALE APM-INTER IREM
 "Manuels Scolaires"
 Groupe de l'IREM de DIJON
 Groupe de l'IREM de NICE

Publié par l'IREM de NICE
 Mars 83

SOMMAIRE

	Page
■ Introduction	2
■ Equipe de rédaction de la brochure	3
■ Les manuels de 4ème : deux enquêtes et leurs compte rendus :	
• Enquête auprès des professeurs de l'Académie de Nice et de Corse	5
• Enquête auprès d'élèves dans les Académies de Nice, de Dijon, de Toulouse et d'Orléans	17
■ Vingt questions pour aider au choix d'un manuel	23
Fiche technique d'analyse pour les manuels	24
■ Des fiches de lecture au sujet de la notion de rationnel dans divers manuels - Réponse des auteurs	27
■ Annexe : diverses études comparatives sur les manuels de 5ème	44
■ Bibliographie	56

INTRODUCTION

Notre but : diffuser les travaux de la Commission Nationale APMEP - interIREM "MANUELS SCOLAIRES", et à travers elle, des groupes de DIJON et de NICE.

Cette brochure ne se veut pas une fin en soi, mais une incitation à une réflexion critique sur le rôle des manuels.

Tout avis sur cette publication sera la bienvenue.

Adresser toute correspondance à :

Marie-Cécile HERVIER
IREM de NICE - Parc Valrose
06034 NICE CEDEX

ou

Michel WROBEL
Ecole Normale d'Auxerre
89000 AUXERRE

Nous remercions bien vivement l'IREM de Nice qui a bien voulu prendre en charge cette publication, M. PORTHE et le secrétariat pour le tirage et l'envoi de cette brochure, Madame J. GIVELET pour la dactylographie du texte ainsi que toutes les personnes ayant répondu aux questionnaires.

Nous remercions aussi l'APMEP et les différents IREM qui apportent leur soutien à la Commission Nationale "MANUELS SCOLAIRES".

M.C. HERVIER

ÉQUIPE DE RÉDACTION

BONNEVAL Gérard	DIJON
BOQUET Jean-Pierre	DIJON
CHAULIAGUET Roger	DIJON
CLERO Michèle	ANTIBES
DELIGAND Jean-Pierre	DIJON
FROSSARD Gérard	INRAP DIJON
GARCIA Nicole	IREM de GRENOBLE
GAUDIN Hélène	DIJON
GRABIAS Christian	TOULOUSE
HERVIER Marie-Cécile	IREM de NICE
LE BERRE Michel	IREM de BREST
PIQUET Janine	IREM d'ORLEANS
RAMPAL Daniel	ANTIBES
ROCHER Robert	IREM de LYON
RUMEAU Francis	IREM de LILLE
SABATIER Hélène	DIJON
SERRATORE Michèle	ANTIBES
WOROBEL Michel	IREM de DIJON

La couverture a été dessinée par Sophie RAMPAL - Golfe-Juan.

Groupe "MANUELS SCOLAIRES" de l'IREM de NICE :

Les manuels de Mathématiques de 4ème

ANALYSE ET VOEUX DES DEUX PRINCIPAUX UTILISATEURS :
LES PROFESSEURS ET LES ÉLÈVES.
QU'ATTENDENT-ILS DE LEUR MANUEL ?

COMMENT AIDER AU CHOIX ÉVENTUEL D'UN NOUVEAU
MANUEL DE 4ÈME EN FIN D'ANNÉE SCOLAIRE ?

Pour tenter de répondre à ces questions, deux enquêtes ont été lancées :

En voici textes et compte rendus.

NOM :

Etablissement :

Manuel actuellement utilisé en 4ème :

I - FACILITE D'EMPLOI

- Impression générale :

Pour le professeur

Pour l'élève

très facile		
facile		
difficile		

- Plusieurs progressions sont-elles possibles ?

Avez-vous pratiqué plusieurs progressions en utilisant ce livre ?

- Comment l'utilisez-vous ?

- Comment le faites-vous utiliser par vos élèves ?

II - CLARTE

- Quelles impressions avez-vous pour les figures ?

Le langage mathématique ? Le langage courant ?

- Quelles impressions avez-vous pour les démarches et les raisonnements ?

Les plans sont-ils clairs ?

Sait-on ce qui est supposé au départ ?

Les objectifs sont-ils précisés ?

III - CONVICTION ET RIGUEUR

- Le niveau de rigueur vous paraît-il trop élevé ? satisfaisant ? insuffisant ?
- Une part importante est-elle faite
 - aux motivations ?
 - à l'expérimentation ?
 - aux exemples et contre-exemples ?
- A votre avis, les auteurs ont-ils opté pour la simplicité du langage

ou bien la rigueur des énoncés ?

La clarté des démarches ?

ou bien leur organisation rigoureuse ?

- Etes-vous d'accord ?

IV - LES EXERCICES

- Quels types d'exercices vous intéressent-ils ?

- Quel classement vous paraît souhaitable ?

V - CONCLUSION

- Classer ce qui vous paraît privilégié dans ce livre :
(1 ce qui est le plus important)

Densité des connaissances

Mise en évidence d'un minimum essentiel pour l'élève

Acquisition et exploitation de mécanismes

Importance des approches et des explications

Motivations

Rigueur des constructions théoriques

Autre...

Ce classement correspond-il à ce que vous souhaitez ?

- Le manuel peut - il servir d'ouvrage de référence pour

Professeur Elève

Vocabulaire et définitions
Méthodes adoptées
Rigueur des raisonnements
Ouvertures proposées
Enoncés d'exercices
Enoncés de problèmes
Enoncés de sujets d'étude
Elaboration d'activités de recherche

	Professeur	Elève
Vocabulaire et définitions		
Méthodes adoptées		
Rigueur des raisonnements		
Ouvertures proposées		
Enoncés d'exercices		
Enoncés de problèmes		
Enoncés de sujets d'étude		
Elaboration d'activités de recherche		

- Quelles aptitudes souhaiteriez-vous susciter chez vos élèves par l'utilisation de leur manuel ?
- Avant de choisir un nouveau manuel de 4ème, sur quel point essentiel porterait votre comparaison ?

COMPTE RENDU DE L'ENQUÊTE DE NOVEMBRE 1982
AUPRÈS DES PROFESSEURS
SUR LE MANUEL DE 4^E ACTUELLEMENT UTILISÉ

Nombreux professeurs du VAR ont répondu, quelques uns de CORSE et de l'arrière pays niçois, peu de NICE même, un d'AUXERRE.

Le questionnaire a été envoyé dans 134 collèges ; il y a eu trente réponses, ce qui représente un pourcentage tout à fait honnête pour une première enquête de ce genre.

Seize réponses portent sur le Mauguin (Istra), les autres se répartissent entre Louquet (Colin), Irem de Strasbourg, Monge (Belin), Collection M (Hachette), Galion, Bordas, Faire des Mathématiques (Cedic).

I- FACILITE D'EMPLOI

■ Impression générale

	Pour le professeur	Pour l'élève
très facile	10	2
facile	17	16
difficile	3	11 (*) ¹

(*) dont un "très difficile"

- Plusieurs progressions sont généralement possibles, mais pour la moitié des réponses, une seule progression a été pratiquée.

■ Comment l'utilisez-vous ?

Pour les exercices, c'est ce qui revient le plus souvent (uniquement, essentiellement, recherche d'exercices, thèmes d'exercices)

Pour le cours, c'est moins net, bien que certains suivent vraiment le livre :

"première fois que j'ai des 4ème"

"Pour que les élèves s'y retrouvent" ou "puissent s'y reporter"

"L'axiomatique en Géométrie me convient"

"En passant délibérément les paragraphes difficiles".

La plupart préfèrent préparer leur cours en utilisant plusieurs documents pour les progressions, les plans, les résumés.

Enfin, certains ne l'utilisent que très peu ou pas du tout :

"Trop compliqué ou peu clair, ou trop condensé pour les élèves" - "exercices inutilisables si on adopte une autre progression que celle proposée par le livre".

Conclusion - Pour le professeur, généralement le manuel paraît assez facile d'emploi.

Très utilisé pour les exercices, il est rare cependant qu'il le soit tel quel pour le cours.

■ Comment le faites-vous utiliser par vos élèves ?

Les élèves ne l'utilisent pratiquement pas pour le cours. (le préparer, le lire, l'apprendre ou le savoir)

Par contre, ils s'en servent comme recueil d'exercices de toutes sortes.

CONCLUSION

Assez facile ou difficile d'emploi, le manuel apparaît comme une source d'exercices pour les élèves mais n'est pas un outil de travail au niveau des cours. C'est un souci pour certains professeurs. Notons-le.

- Les figures

"Claires", "très claires", "précises", "détaillées", "simples"...

Les professeurs semblent satisfaits, mais plusieurs les souhaiteraient plus colorés, moins sévères ou ternes.

- Le langage

C'est variable suivant les manuels.

Pour le langage mathématique, le mot qui revient le plus souvent est "correct" (bien qu'on note deux fois un abus non justifié), puis "rigoureux" puis "satisfaisant".

Mais un tiers des professeurs notent que le langage courant n'est pas toujours à la portée des élèves, même parfois difficile avec des phrases trop longues et un certain manque de concision.

- Les démarches et les raisonnements

C'est variable suivant le chapitre.

On note "claires", "assez claires", "assez rigoureux", "logiques".

On note un souci de rigueur, mais aussi des exposés trop fournis, introduction peu satisfaisante, trop sommaire, des modèles peu attrayants à cause des caractères trop fins.

Les professeurs sont sensibles au caractère pédagogique de la démarche.

- Les plans

Sauf exception, ils paraissent généralement clairs.

- Sait-on ce qui est supposé au départ ?

Là, par contre, c'est moins net : la moitié des professeurs sont satisfaits. Les autres disent qu'en Géométrie notamment, les hypothèses ne sont pas suffisamment mises en évidence.

- Les objectifs sont-ils précisés ?

Pour deux tiers, ils ne sont précisés que lorsque c'est nécessaire, en Géométrie surtout, ou alors ils ne sont pas clairement précisés.

Un tiers s'estime satisfait.

Conclusion - A part figure et plan, la clarté du manuel est variable ou insuffisante.

III - CONVICTION ET RIGUEUR

- Le niveau de rigueur

Trop élevé : 5
Insuffisant : 3

Un professeur note que cela dépend de la classe, un autre, qu'il doit être plus élevé qu'en 6e-5e.

La grande majorité (21) pense qu'il est satisfaisant.

- La part accordée aux motivations : est-elle importante ?

Pour la moitié, réponse : "non".

Les autres notent "variable" ou ne savent pas.

Un professeur répond affirmativement pour les exercices.

- La part accordée à l'expérimentation : est-elle importante ?

7 répondent "oui".

16 répondent "non", ou "insuffisant" ou "peu et mal".

2 notent "variable" ou "quand le sujet s'y prête sans artifice".

- La part accordée aux exemples et contre-exemples ?

12 ont répondu qu'elle est importante, et

12 ont répondu qu'elle ne l'était pas.

Les autres n'ont pas répondu.

La conclusion - Je l'emprunterai à trois professeurs :

L'un note "la force d'un livre est d'être simple, clair et rigoureux", l'autre note "au collège, il est important de motiver et de faire expérimenter".

Le troisième note "afin que le manuel soit utilisé beaucoup plus par mes élèves, et pas seulement pour les exercices, j'opterais pour un manuel utilisant un langage simple et rigoureux".

IV - LES EXERCICES

■ Quels types d'exercices vous intéressent-ils ?

Les voici classés par nombre de fois où ils ont été mentionnés, en commençant par le type d'exercice le plus apprécié :

- Exercice d'application directe du cours ("à titre d'entraînement", "numériques" ou "de mise en oeuvre du langage géométrique").
- Exercice de type concret ("reposant sur la pratique de la vie courante", "sur des activités", "mise en équation" et "débouchant éventuellement sur la théorie").
- Exercice de recherche et d'ouverture.
- Exercice de synthèse (permettant des "réflexions sur les résultats", "l'utilisation des calculatrices"...).
- Exercices de révision.
- Exercices d'introduction d'une notion nouvelle.

■ Le classement du plus simple au plus difficile.

Conclusion - Pour les exercices, les professeurs souhaitent que le manuel soit un recueil de qualité : "variés", "progressifs", "en nombre suffisant", "laissant une grande part à l'initiative"...

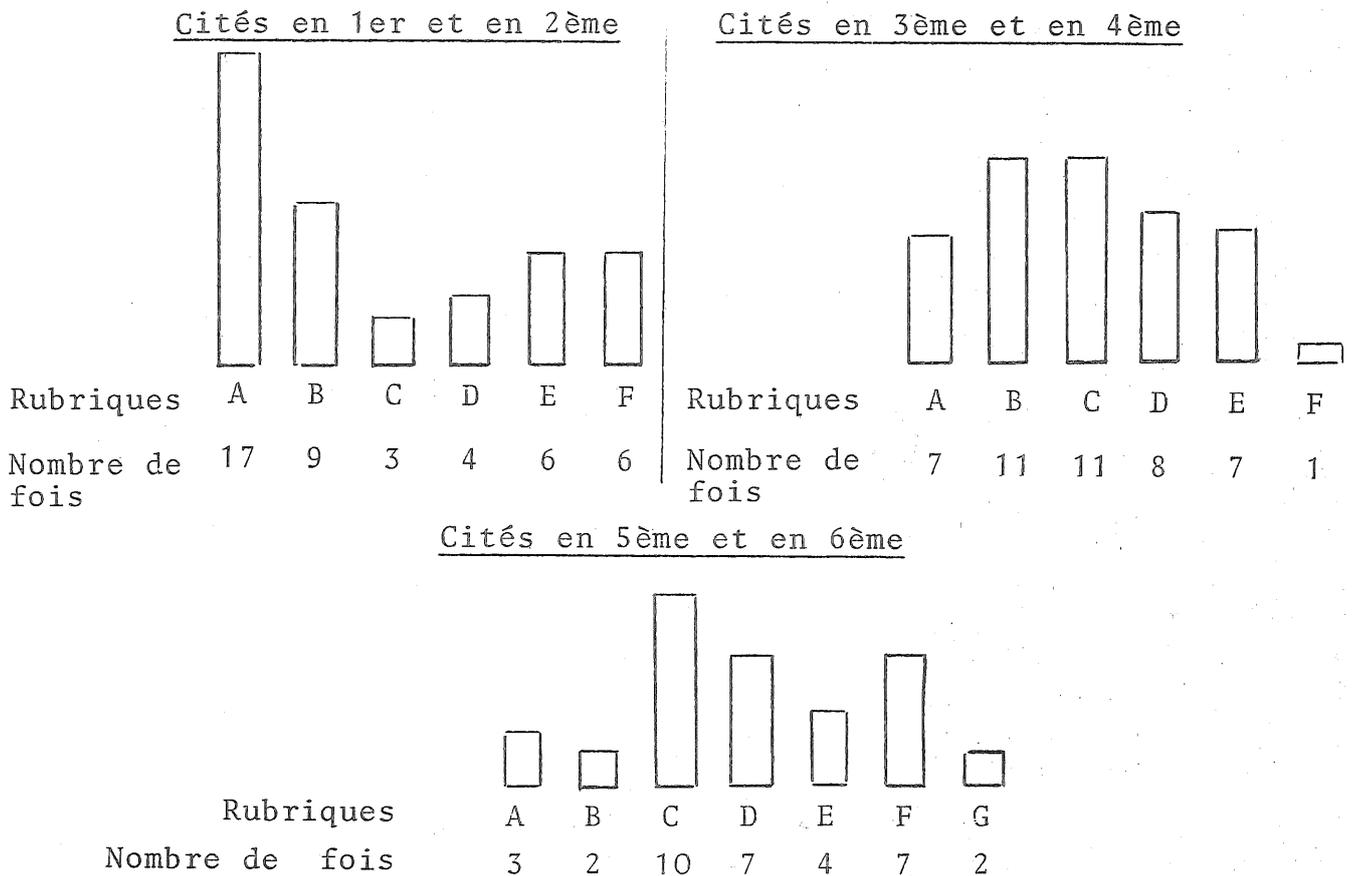
V - CONCLUSION SUR LE MANUEL EXAMINE

Classer ce qui vous paraît privilégié dans ce livre :

Il était difficile, il est vrai, de classer de 1 à 6 les rubriques suivantes :

- A - Densité des connaissances
- B - Mise en évidence d'un minimum essentiel pour l'élève
- C - Acquisition et exploitation de mécanismes
- D - Importance des approches et des explications
- E - Motivations
- F - Rigueur des constructions théoriques.

Les classements ont été très divers, tous différents, parfois incomplets.



Le plus privilégié paraît donc être :

- la densité des connaissances, puis
- la mise en évidence d'un minimum essentiel pour l'élève.

L'acquisition et l'exploitation de mécanismes étant très souvent classé, plutôt en fin.

Les motivations ne venant qu'en quatrième position, mais cette rubrique souvent classée en première ou deuxième.

■ Ce que vous souhaitez

Ce n'est pas vraiment cela : "à peu près", "non", "pas exactement", "pas entièrement"...

■ Sur quels points essentiels porterait votre comparaison au moment de choisir un nouveau manuel ?

Trois points se détachent nettement :

- D'abord la clarté : des démarches, de la progression, du vocabulaire, des définitions, des résultats, du cours, de la présentation générale.
- Puis la variété et la quantité des exercices :
des exercices simples en algèbre comme en géométrie, permettant que les élèves fassent, bien, des démonstrations courtes.
des exercices offrant des possibilités de recherche et stimulant la curiosité intellectuelle.

Qu'il y ait aussi des exercices concrets - "points de départ à des raisonnements complets".

- Enfin, l'utilisation facile pour les élèves : "présentation attrayante", "accessibilité à tous", "mise en évidence très nette de l'essentiel", "le programme étant respecté", "qu'ils puissent s'y retrouver pour les points importants du cours", "trouver des modèles de méthode et de rigueur".

Quelles aptitudes souhaiteriez-vous susciter chez vos élèves par l'utilisation de leur manuel ?

- S'exprimer clairement, avec rigueur.
- Réfléchir et raisonner.
- Etre méthodique, savoir s'organiser, face à une situation nouvelle.
- Savoir se servir d'un livre comme outil de travail.
- Fournir un travail personnel, de recherche, d'approfondissement ou tout simplement de mise en point des connaissances
- Se fabriquer des points de repère - Contrôler son travail.
- Etre motivé.

M.C. HERVIER
janvier 1983

I.R.E.M. DE NICE

décembre 1982

ENQUÊTE DU GROUPE "MANUELS SCOLAIRES"
AUPRÈS DES ÉLÈVES

I - Ecris le titre et l'auteur de ton livre de mathématiques.

II - L'utilises-tu ?

En classe ?

A la maison ?

III - Comment l'utilises-tu ?

En classe

A la maison

- pour faire des exercices individuellement ?
- pour faire des exercices en groupe ?
- pour lire une introduction ?
- pour apprendre un résumé ?
- pour réviser ?
- pour autre chose ?

	En classe	A la maison
• pour faire des exercices individuellement ?		
• pour faire des exercices en groupe ?		
• pour lire une introduction ?		
• pour apprendre un résumé ?		
• pour réviser ?		
• pour autre chose ?		

IV - T'y reportes-tu en cas de difficultés ?

V - T'est-il arrivé d'étudier tout seul un paragraphe du livre ?

VI - Si tu as été absent, t'es-tu servi du livre pour rattraper ?

Ou bien, as-tu utilisé le cahier d'un camarade ?

VII - As-tu déjà utilisé un autre livre de mathématiques ?

Si oui, lequel ?

Où ? A la maison ? En classe ? Au C.D.I. ?

VIII - Ton livre te plaît-il ?

Pourquoi ?

IX - Quel serait, à ton avis, le livre de Mathématiques idéal ?

Que souhaiterais-tu y trouver ?

COMPTE RENDU DE L'ENQUÊTE DE DÉCEMBRE 1982
AUPRÈS DES ÉLÈVES
SUR LE MANUEL DE 4E ACTUELLEMENT UTILISÉ

1ère QUESTION : Sur 157 questionnaires dépouillés :

- 55 concernent le Monge (Belin)
- 21 concernent le Galion
- 26 concernent la publication locale de l'IREM de Toulouse
- 30 concernent le Mauguin (Istra)
- 25 concernent le Bordas.

2ème QUESTION : Tous les élèves utilisent leur livre :

- en classe : 53,5%
- à la maison : 90,4%.

3ème QUESTION : Peu utilisé en classe, le livre sert essentiellement à la maison, pour faire des exercices individuellement, apprendre un résumé ou réviser :

En classe A la maison

- Pour faire des exercices individuellement ?
- Pour faire des exercices en groupe ?
- Pour lire une introduction ?
- Pour apprendre un résumé ?
- Pour réviser ?
- Pour autre chose ?

NON : 63,3%	OUI : 88,5%
NON : 58,5%	NON : 90,4%
NON : 76,4%	NON : 54,1%
NON : 92,3%	OUI : 61,1%
NON : 89,1%	OUI : 70,0%
NON : 91,1%	NON : 75,5%

4ème QUESTION : 75,1% des élèves affirment se reporter à leur livre en cas de difficulté.

5ème QUESTION : Etudier seul un paragraphe du livre :

- c'est arrivé pour 35,0% des élèves,
- ce n'est pas arrivé pour 54%.
- Les autres n'ont pas répondu.

6ème QUESTION : Après une absence, pour rattraper, peu d'élèves se servent du livre : 17,1% et même 68,1% ne s'en servent pas du tout.

Ils préfèrent utiliser le cahier de leur camarade : 70,0%.

7ème QUESTION : Les élèves ont peu utilisé un autre livre que le manuel de l'année précédente, et ceux qui l'on fait, c'est à la maison : 15,9%.

8ème QUESTION : "Ton livre te plaît-il ?". Les avis sont partagés.

- oui : 41,4%
- non : 38,8%
- 19,7% n'ont pas répondu ou ont un avis moins catégorique, plus nuancé.

8ème et 9ème QUESTIONS :

Voici les synthèses suivant les éditions :

MONGE (Belin) Critiques positives : beaucoup d'exercices.
Critiques négatives : on lit plusieurs fois "je ne m'y retrouve pas". On note souvent un manque de clarté au niveau du vocabulaire, des explications, des énoncés (cours et exercices)
Le livre idéal ?
Les élèves demandent en grande majorité une grande clarté dans les explications du cours, et de nombreux exemples et modèles d'exercices. Quelques uns souhaitent pouvoir mieux contrôler leur travail à l'aide de leur livre.

GALION

La plupart des élèves sont satisfaits de ce livre.

La qualité la plus souvent citée : clair, facilement compréhensible.

Les élèves demandent :

- des explications claires qui permettent de travailler seul
- la possibilité de retrouver facilement les énoncés de théorèmes et définitions
- des jeux, des exercices originaux
- une présentation agréable.

**MAUGUIN
(Istra)**

Un élève seulement trouve son livre "complet".

Les autres le trouvent trop compliqué, voire mal expliqué, jugent les exercices difficiles (4 élèves) et se plaignent de l'usage de mots difficiles.

Beaucoup souhaitent trouver un lexique, une liste des définitions et des théorèmes, voire un résumé du cours. Ils souhaitent aussi des schémas clairs, beaucoup de figures de géométrie, une typographie agréable. Ils souhaitent des définitions, des explications claires "bien expliquées", voir plusieurs explications, des exemples. Près de la moitié aimerait trouver des exercices (de révision souvent) corrigés dans le livre, des exercices "marrants", en géométrie, des travaux pratiques.

BORDAS

La plupart sont mécontents (22 sur 25).

Les élèves demandent un cours plus clair et une meilleure présentation (couleur) avec des points de repère plus simples pour s'y retrouver plus rapidement. Ils réclament plus de schémas, en géométrie, et surtout des modèles d'exercices résolus.

EN GUISE DE CONCLUSION : DEUX QUESTIONS

Les difficultés que les élèves rencontrent au niveau de la compréhension des énoncés de leur manuel peuvent avoir deux sources :

- La qualité de la rédaction ; comment l'améliorer ?
- Les capacités des élèves pour lire et analyser un texte ; quelle place accorde-t-on en Mathématiques à cet apprentissage ?

M.C. HERVIER

VINGT QUESTIONS POUR AIDER AU CHOIX D'UN MANUEL

La "mini-grille d'analyse des manuels de mathématiques
(brochure APMEP - n° 42) élaborée par la Commission Nationale
reste un outil important, mais se révèle trop lourd au moment
du choix d'un manuel.

Nous vous proposons donc :

- Une fiche technique, contenant des éléments plutôt
objectifs, qui peut être remplie assez rapidement
- Une série de 20 questions en deux parties :
 - 10 questions concernant les exercices
 - 10 questions concernant le cours.

C'est le début d'un travail qui a pour but de faire aboutir
chacun à une conclusion personnelle, après une analyse rapide
des points qui nous paraissent fondamentaux.

Au niveau d'un établissement, les professeurs peuvent se
répartir le travail pour les fiches techniques, et le choix
d'un manuel devrait se faire après confrontation des diverses
réponses aux 20 questions.

DIX QUESTIONS CONCERNANT LES EXERCICES

Si vous pensez faire utiliser ce manuel par les élèves pour les exercices, voici dix questions pour vous aider dans ce choix :

Ce manuel comporte-t-il	OUI	NON
1 - des exercices nombreux ?		
2 - des exercices de difficultés graduées ?		
3 - des exercices d'introduction ?		
4 - des exercices d'application directe ?		
5 - des exercices de synthèse en fin de chapitre ?		
6 - des exercices de recherche mathématique ?		
7 - des exercices de mathématisation de situation ?		
8 - des exercices corrigés ?		
9 - des exercices avec seulement la réponse ?		
10 - des exercices particulièrement adaptés à la section visée ?		

Remarques complémentaires, non prises en compte par les questions :

Votre conclusion :

N.B. - Si votre avis est net, cochez "oui" ou "non"
Si la question ne vous paraît pas pertinente, ne cochez pas de case
Si vous hésitez, barrez le trait inter-case.

DIX QUESTIONS CONCERNANT LE COURS

Si vous pensez faire utiliser ce manuel par les élèves pour le cours et la démarche, voici dix questions pour vous aider dans ce choix.

	OUI	NON
1 - Ce manuel respecte-t-il le programme et ses commentaires ? (contenus, esprit...)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2 - Chaque notion nouvelle est-elle précédée d'une révision des connaissances indispensables ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3 - L'introduction d'une notion nouvelle s'appuie-t-elle généralement sur des activités ou l'analyse de situations ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4 - Les démonstrations sont-elles clairement structurées ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4 bis - Les types de démonstrations sont-ils variés ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5 - Les connaissances essentielles sont-elles mise en valeur ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6 - Les notions essentielles sont-elles suivies d'exemples d'utilisation variés ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7 - La présentation du cours est-elle suffisamment ouverte pour permettre aussi bien soutien et approfondissement ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8 - Le manuel permet-il à l'élève de travailler seul ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9 - Les démarches prennent-elles en compte des mécanismes tels que tâtonnement expérimental, conjecture ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10 - Le manuel vise-t-il la mémorisation et l'utilisation de méthode ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Remarques complémentaires non prises en compte par le questionnaire ?

Votre conclusion :

- Groupe "MANUELS SCOLAIRES" de l'IREM de DIJON

LA NOTION DE RATIONNELS DANS
DIVERS MANUELS DE QUATRIÈME

Notre but, pour ce travail, est de faire un rapide tour d'horizon des différentes présentations de la notion de rationnels suggérées par les manuels les plus utilisés dans le Département de l'YONNE (voir compte rendu de l'enquête réalisée en 1979 - 1980 sur les manuels scolaires de mathématiques de 4ème dans l'Académie de Dijon, publié par l'IREM de DIJON). Cet "Argus" des manuels de 4ème (sans cote !!) n'a aucune prétention scientifique et ne veut qu'aider les collègues à choisir un manuel, une présentation de cours sur ce sujet précis : les rationnels.

Nous citerons d'abord pour mémoire les instructions officielles, puis présenterons un tableau comparatif et enfin, pour chaque ouvrage étudié quelques notes de lecture : résumé succinct de la démarche employée suivi de commentaire (qui, dans leur subjectivité, n'engage que leurs auteurs). Enfin, nous donnerons la parole aux éditeurs pour exercer leurs droits de réponse.

Nous espérons que notre réflexion sera utile aux collègues enseignants en quatrième et, pour faire la liaison avec le contenu mathématique sous-jacent, nous leur conseillons de lire (ou relire !) les fiches "Fractions" du dictionnaire APMEP ainsi que les notices "Entiers et rationnels", "Nombre décimal, Nombre à Virgule", "Fractions", "Applications linéaires", "Proportionnalité" "Opérateurs multiplicatifs" à extraire des brochures "Mots" publiées par l'APMEP.

Nous attendons vos critiques, remarques, suggestions sur ce mode de travail, son contenu...

M. WOROBEL

I - PROGRAMME DU 16.11.1978 CONCERNANT LA NOTION DE RATIONNEL EN CLASSE DE 4ème

Exemples introduisant la notion de fraction ; pratique des opérations sur les rationnels.

Dans les instructions accompagnant le programme, il est écrit : "On pourra donc, soit - comme dans les programmes précédents - considérer les rationnels comme des réels particuliers (quotients d'entiers), soit présenter la notion de fraction à l'aide d'exemples relevant de la pratique usuelle (découpages, engrenages, échelles, ... ; diviseurs d'un entier naturels) et introduire l'équivalence de deux fractions ; on se gardera, à propos des opérations sur les rationnels, d'accumuler les démonstrations ; l'essentiel est que les élèves aient bien compris que tout rationnel non nul a un inverse et qu'on dispose d'une division dans \mathbb{Q} ".

II - TABLEAU DE SYNTHÈSE

Nous avons relevé trois types de présentations (avec des variantes qui seront développées dans les notes de lecture du paragraphe suivant).

Un nombre dans une colonne indique que le manuel aborde la question sous cet angle là. Le code 1, 2, 3 donne l'ordre adopté dans la présentation de la notion par les auteurs.

dans le manuel	QUOTIENTS	"FRACTIONS DE GRANDEURS"	OPERATEURS FRACTIONNAIRES	OBSERVATION
GALION	1	2		
MONGE	1	2		Relation d'équivalence sur les couples notés $\frac{a}{b}$
MAUGUIN		1		
DELEDICQ	1	2	3	Bonne liaison apparente entre les trois présentations
THIRIOUX				Relation d'équivalence que les couples (a,b)
FREM DE STRASBOURG		1		
LOUQUET	2	1		

III - NOTES DE LECTURES ET COMMENTAIRES

1ER MANUEL : E. GALION - MATHÉMATIQUES 4ÈME - O.C.DL HATIER

Dans la préface, les auteurs précisent très nettement leurs objectifs : "Nous avons choisi de présenter \mathbb{Q} avant \mathbb{R} . Certes, cela conduit à des répétitions (addition et multiplication ayant les mêmes propriétés dans \mathbb{Q} et dans \mathbb{R}), mais les calculs sur les fractions facilitent les calculs sur les écritures fractionnaires de réels".

Notion de fractions, de rationnels : cette notion occupe dans le livre quatre leçons :

- vers les rationnels
- propriétés des rationnels
- à propos des écritures d'un rationnel
- retour à la proportionnalité.

1 - Vers les rationnels

Cette leçon suit "égalités et questions" où l'étude de l'équation $3t = 4$ dans $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}$ contribue à poser le problème.

Plus généralement, a et b étant deux entiers ($b \neq 0$) le nombre x tel que $bx = a$ est le quotient de a par b et s'écrit $\frac{a}{b}$; x est un rationnel $x = \frac{a}{b}$, $bx = a$.

\mathbb{Q} est l'ensemble des rationnels.

L'écriture $\frac{a}{b}$ s'appelle fraction de numérateur a et de dénominateur b .

2 - Propriétés des rationnels

Les auteurs admettent qu'elles sont le prolongement de celles de \mathbb{D} . Ils définissent ensuite les fractions irréductibles, l'opposé d'un rationnel, l'inverse d'un entier et l'égalité de fractions de même dénominateur.

3 - A propos des écritures d'un rationnel

Dans ce paragraphe, deux rationnels étant donnés, on se propose de les écrire sous forme de deux fractions ayant le même dénominateur. "Condition d'égalité de deux rationnels - produits en croix".

4 - Retour sur la proportionnalité - puis opérations dans \mathbb{Q}

COMMENTAIRES

Les activités et exercices proposés sont variés, riches, abordables par l'ensemble des élèves. La présentation des leçons est claire. La problématique des quotients non décimaux permet une introduction motivée des rationnels. Par contre, l'oscillation entre le rationnel nombre et le rationnel opérateur est peu clair et la condition d'égalité de deux rationnels apparaît comme un jeu formel mathématique sans justification, ni relation avec ce qui précède.

Pas de réponse des auteurs.

2ÈME MANUEL :

M. MONGE, M. BEGOT, S. HAUTCOEUR

COLLECTION MONGE

LIBRAIRIE BELIN

Dans l'avant-propos du livre, les auteurs disent consacrer deux chapitres à l'étude pratique des fractions. "Le chapitre qui concerne l'ensemble \mathbb{Q} est aussi concret et aussi expérimental que possible".

Chapitre 4 : "Les fractions"

- Quotient décimal relatif : le quotient de deux décimaux relatifs n'existe pas toujours.

S'il existe, on le note $a : b = q$ ou $\frac{a}{b} = q$

- Notion de fraction : exemples de la vie courante (volumes, aires, mesure d'angles).

Définition : "Soit un couple (a, b) d'entiers relatifs tel que b soit non nul

Le couple (a, b) noté $\frac{a}{b}$ est la fraction de numérateur a et de dénominateur b

- Fractions équivalentes :

◦ Exemple 1 : par convention $\frac{2}{7} = \frac{8}{28}$

◦ Exemple 2 : partage d'un segment en trois segments isométriques et adjacents deux à deux

- Relation d'équivalence : réflexivité et symétrie démontrées, transitivité admise

$$\left(\frac{a}{b} \mathcal{R} \frac{c}{d} \right) \Leftrightarrow d = bd$$

- Propriété fondamentale

$$\frac{a}{b} = \frac{ha}{hb}$$

Fraction irréductible : "Soit $\frac{a}{b}$ une fraction de numérateur non nul. On dit que $\frac{a}{b}$ est une fraction irréductible si et seulement si $|a|$ et $|b|$ sont des nombres premiers entre eux"

Propriétés : propriété admise : "Toute fraction de numérateur non nul est équivalent à une et une seule fraction irréductible de dénominateur positif".

Opérations sur les fractions.

Chapitre 6 : Ensemble \mathbb{Q}

Nombres rationnels : "Chaque classe d'équivalence selon \mathcal{R} est appelée un nombre rationnel".

\mathbb{Q} est l'ensemble de ces nombres.

Représentation $\frac{a}{b}$ d'un rationnel x :

$$x = \left\{ \frac{c}{d} / c \in \mathbb{Z} \text{ et } d \in \mathbb{Z}^* ; \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \right\}$$

Représentant irréductible : "Tout nombre rationnel non nul peut être représenté par une fraction irréductible et une seule de dénominateur positif".

\mathbb{Z} partie de \mathbb{Q} ; \mathbb{D} partie de \mathbb{Q}

Opérations dans \mathbb{Q}

COMMENTAIRES

Effectivement les auteurs partent de situations concrètes, mais les exemples distincts forment une suite assez décousue.

L'introduction de la notion de fraction est confuse, puisqu'une fraction est présentée d'abord comme un quotient, ensuite comme un couple.

Le vocabulaire est souvent compliqué et le texte difficilement compréhensible par les élèves.

Les exercices sont nombreux, variés et font souvent référence à la vie pratique.

Pas de réponse des auteurs.

3ÈME MANUEL :

MANGUIN : P. FAUVERGNE - J. JEANNOT - R. RIEU

LIBRAIRIE ISTRÀ

I - NOMBRES RATIONNELS

L'ouvrage commence par quelques rappels sur les longueurs (la longueur étant définie comme classe de segments pour la relation "est superposable à"). On constate que les nombres décimaux sont insuffisants pour mesurer certaines longueurs d'où l'introduction de symboles tels $\frac{1}{6}$.

"La fraction $\frac{a}{b}$ est (pour l'instant) une notation de la mesure de la longueur d'un segment".

"Lorsque la division de a par b tombe juste $\frac{a}{b} = a : b$ ".

Puis apparaissent les notions de nombre rationnel arithmétique :

"Toute mesure de longueur, d'aire, de volume qui peut être notée à l'aide d'une fraction s'appelle un nombre rationnel arithmétique"

et celle de fractions équivalentes :

"De toutes les fractions qui sont des notations d'un même rationnel arithmétique, on dit qu'elles sont équivalentes".

L'addition et la soustraction dans \mathcal{Q} (ensemble des nombres rationnels arithmétiques) sont définis par extension de ces opérations dans \mathcal{D} puis multiplication (à partir d'exemples) et division (résolution de l'équation

$$\frac{a}{b} \times x = \frac{c}{d}).$$

Les auteurs définissent ensuite les réels arithmétiques et $\mathbb{R} \cdot \mathbb{Q}$ devient alors un sous-ensemble de \mathbb{R} .

La démarche peut être résumée ainsi :

longueurs \longrightarrow fractions $\longrightarrow \mathcal{Q}, \longrightarrow \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{Q}$

II - COMMENTAIRES

Les activités peu nombreuses se limitent à des exemples numériques. La démarche rigoureuse est longue et complexe (rationnels arithmétiques, réels arithmétiques... pour arriver à \mathbb{Q}). Le langage n'est pas très simple pour des élèves.

Les exercices sont gradués en trois séries ce qui permet d'adapter le choix au niveau des élèves.

REPONSE DES AUTEURS

Sachez d'abord que tout ce qui va dans le sens de l'amélioration du contenu des manuels scolaires nous intéresse ; par suite, votre point de vue ne nous est pas indifférent, loin de là.

Toutefois, je voudrais non pas "polémiquer", ni même exercer un droit de réponse que vous reconnaissez - ce qui est excellent - mais simplement faire remarquer un certain nombre de choses :

- 1 - Pour le tableau de synthèse de la page 2 :

Il y a une différence entre "la fraction considérée comme écriture d'un rationnel" (mesure d'une grandeur) qui est une façon déguisée d'écrire le couple mais évite une construction longue de la relation d'équivalence et "la fraction de grandeur" où déjà le rationnel (non encore défini) a agi comme une sorte d'opérateur sur une grandeur pour obtenir précisément cette fraction de grandeur (exemple : $1/4$ litre ; $\frac{3}{4}$ mètre...).

De plus, le quotient apparaît dans le manuel pour ce qu'il est, dans ce cas, au bas de la page 103.

- 2 - Dans la définition de la page 6 consacrée au MAUGUIN, je ne pense pas que l'on puisse, sans déformer la pensée des auteurs, n'écrire qu'une partie d'une phrase chargée d'explicitier la fraction (voir page 76 les trois lignes sous l'écriture d'une fraction dans le paragraphe 11.3.3). Même chose pour la seconde phrase citée permettant de placer \mathcal{Q} dans \mathcal{Q} .

Je reconnais qu'il faut résumer et que c'est toujours difficile.

J'en resterai là, les développements sur d'autres points risquent d'être beaucoup plus longs, vous remerciant pour les critiques constructives parfois abruptes mais révélant toujours une certaine passion pour le travail bien fait et en ayant la ferme intention de m'en servir, à l'occasion, si, d'une part, vous le permettez bien sûr, et si, d'autre part, elles ne sont pas en contradiction avec notre construction.

4ÈME MANUEL :

A. DELEDICQ - C. LASSAVE - C. & D. MISSENERD

ÉDITIONS CEDIC.

Chapitre 1 - La technique de division

La technique de division des nombres décimaux peut conduire soit à un décimal (entier ou décimal non entier), soit à un non décimal.

"L'ensemble des quotients d'un entier par un entier non nul constitue l'ensemble des nombres rationnels.

Les nombres rationnels peuvent s'écrire naturellement comme le résultat d'une division. Souvent, cette écriture est appelée, "écriture fractionnaire" ou simplement "fraction"

$\frac{a}{b}$ représente le nombre égal au résultat de la division de l'entier a par l'entier non nul b ".

Chapitre 4 - Nombre et mesure

Un nombre égal au quotient de 2 naturels est un nombre rationnel (notion introduite par des mesures de longueurs : reporter un segment et le partager).

Chapitre 5 - Fractions

"Dans ce chapitre, nous nous entraînerons à utiliser une certaine écriture : "l'écriture fractionnaire". Nous essaierons simplement :

- de comprendre les sens de cette écriture lorsque le numérateur et le dénominateur sont des naturels
- d'apprendre à simplifier cette écriture
- d'interpréter l'addition et la multiplication des rationnels représentés par cette écriture".

A partir de trois situations empruntées à la géométrie les auteurs définissent plusieurs écritures pour un même rationnel. La fin du chapitre est consacrée aux fractions irréductibles et aux opérations sur les fractions.

COMMENTAIRES

Souci louable de donner non seulement trois présentations
mais aussi d'établir un lien assez étroit entre elles.

Effort notable de simplification du langage.

Pas de réponse des auteurs.

5ÈME MANUEL :

A. THIRIOUX - L. & S. SANCHEZ - M.H. DULAC

LIBRAIRIE MAGNARD

Chapitre 5 - Ensemble \mathbb{Q}

1 - Fractions

"a et b sont des décimaux ($b \neq 0$)

S'il existe un décimal, x tel que $a = bx$, le quotient x de a par b se note $\frac{a}{b}$. L'écriture $\frac{a}{b}$ est une fraction.
On lit 'a sur b'".

Plusieurs fractions désignent le même décimal.

"Si $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ désignent le même décimal alors $ad = bc$

Si $\frac{a}{b}$ désigne un décimal avec $m \in \mathbb{D}^*$, alors $\frac{a}{b} = \frac{am}{bm}$

2 - Nombres rationnels

Après avoir montré que tout décimal peut s'écrire au moyen d'une fraction, les auteurs répondent à la question : "Toute fraction est-elle l'écriture d'un décimal ?".

D'où la définition :

"Tout nombre rationnel peut s'écrire au moyen d'une fraction dont le numérateur et le dénominateur sont des éléments de \mathbb{Z}^* ".

3 - Partition d'un ensemble

associée à $g : \mathbb{D} \times \mathbb{D}^* \longrightarrow \mathbb{Q}$
 $(a, b) \longmapsto \frac{a}{b}$

\mathbb{R} est une relation d'équivalence dans un ensemble $\mathbb{D} \times \mathbb{D}^*$.

Les classes d'équivalence forment une partition de $\mathbb{D} \times \mathbb{D}^*$.
Chaque classe correspond à un nombre décimal.

Les leçons suivantes sont consacrées aux opérations dans \mathbb{Q} .

COMMENTAIRES

La progression semble trop mathématique : peu d'exemples concrets et d'activités introduisant la notion de fraction.

Mais les définitions, les propriétés sont bien mises en évidence par des tramés roses.

Les exercices sont nombreux, variés, gradués (des sigles précisent la nature de chaque exercice).

REPONSE DES AUTEURS

L'étude du chapitre 5 (ensemble Q) par l'IREM de Dijon est fidèle.

Il est dommage que l'auteur de l'article ne fasse pas allusion aux pages 140, 141, 142, 143 du chapitre 7 où sont surtout étudiés, aussi bien dans le texte que dans les exercices, les liens entre nombres rationnels et usage.

Une idée qui nous semble majeure est la suivante : dans la pratique, qui dit fraction dit très souvent approximation. Quand on lui achète un demi-pain, la boulangère partage sans recourir à une balance ou à une règle graduée. Dans le n° 6 page 143, Marcel PAGNOL illustre bien ce propos.

Alors quand on demande à des enfants de faire correspondre le même rationnel $\frac{1}{2}$ à des objets qui n'ont manifestement ni même longueur, ni même masse, ne leur suggère-t-on pas de gommer ce qui au contraire devrait être mis en évidence. Cette réflexion a guidé notre démarche. Nous avons d'abord construit, et assez simplement, un être mathématique que nous avons confronté ensuite aux faits matériels.

6ÈME MANUEL :

I.R.E.M. DE STRASBOURG

COLLECTION ISTR

Dans le préambule, l'objet prioritaire des auteurs est "de favoriser une maîtrise optimale du calcul sur les fractions et les nombres décimaux, d'associer, chaque fois que c'est possible, les activités numériques ou algébriques et les activités géométriques".

1 - Fractions

Une première partie du chapitre est consacrée à la révision des notions étudiées en 6ème : repérage d'un point sur une droite, échelle régulière, numérotation d'une échelle régulière, subdivisions d'une échelle régulière. On passe ensuite à la numérotation des points d'une subdivision d'une échelle régulière, la notion de fraction apparaissant ici. "On appelle fraction un couple de deux nombres entiers p et n noté $\frac{p}{n}$ ".

Le numérateur p est un entier relatif (élément de \mathbb{Z}). Le dénominateur n est un entier naturel non nul (élément de \mathbb{N}^*).

2 - Nombres rationnels

Par le dessin on constate que $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ donc :

"Un nombre rationnel est un nombre qui peut être représenté par une fraction".

Par convention :

"On peut désigner un nombre rationnel par l'une quelconque des fractions qui le représentent".

Pour une liaison avec ce qui précède :

"Un nombre rationnel est l'abscisse d'un point de (d) obtenu par subdivision du segment..."

$$\text{Propriétés : } \frac{m \times p}{m \times n} = \frac{p}{n}$$

Pour reconnaître que deux fractions représentent le même nombre rationnel, on vérifie l'égalité des produits "en croix"

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$$

Fractions irréductibles

Règle de simplification :

"Une fraction est irréductible lorsque le dénominateur et le numérateur sont premiers entre eux".

Fractions décimales

"De façon générale, on appelle fraction décimale toute fraction dont le dénominateur est une puissance entière de 10".

On appelle nombre décimal tout nombre rationnel qui peut être représenté par une fraction décimale.

COMMENTAIRES

Vision unique de la notion de fraction introduite comme abscisse d'un point. Le texte est lisible par les élèves et le cours utilisable au moins en partie en classe.

Les exercices sont en nombre insuffisant et peu variés (notion de partage).

REPOSE DES AUTEURS

Nous sommes absolument navrés que les manuels IREM - 4ème - Strasbourg - que le groupe "Manuels Scolaires" a eu entre les mains aient été très incomplets.

D'après l'extrait que nous avons pu avoir de vos travaux, c'est-à-dire la page 9 concernant IREM - 4ème - Strasbourg, outre les pages générales 1 et 2, les ouvrages que vous avez pu consulter étaient amputés des chapitres 10, 11, 12, 13, 14, 15 et 16, ainsi que les fractions et les rationnels, réduits aussi aux seuls chapitres 8 et 9, n'aient fait l'objet que d'une présentation et d'exercices insuffisants. Et, bien sûr, les buts indiqués dans le préambule ne seront certainement pas atteints au terme de ces deux chapitres 8 et 9.

Pour ma part, je regrette particulièrement la "disparition" du chapitre 12 des ouvrages en possession de votre groupe.

Une petite statistique pour indication et pour finir : le nombre total d'exercices de l'ouvrage dont l'objet principal est le calcul sur les fractions ou les rationnels est de 249.

Plutôt maigre, oder nicht ?

Bien cordialement.

F. PLUVINAGE

7ÈME MANUEL :

P. AGUILAR - P. LOUQUET - L. MOULIA

LIBRAIRIE COLIN

Pas d'avant-propos.

Le chapitre "Fractions" est traité après l'étude de \mathbb{R} .

1 - Les fractions

- a) Partage • pliage d'une bande en 2, 3, 4 ou 8 parties superposables
 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ sont des fractions.
- partage d'une somme d'argent entre 3 personnes : le couple (2, 3) qui s'écrit $\frac{2}{3}$ est une fraction
 - échelle d'une carte : le couple (1, 1 000) qui s'écrit $\frac{1}{1\ 000}$ est une fraction

"Plus généralement, dans l'ensemble des couples (a, b) d'entiers relatifs muni des opérations définies plus loin et avec $b \neq 0$, chaque élément noté $\frac{a}{b}$ est une fraction".

(à noter le : définies plus loin !).

b) Fractions équivalentes

La notion de deux fractions équivalentes

$$\left[\left(\frac{a}{b} \text{ e } \frac{c}{d} \right) \text{ ssi } ad = bc \right]$$

est introduite à partir de trois exemples distincts.

c) Fraction irréductible

Si $\frac{am}{bm}$ et $\frac{a}{b}$ sont équivalentes, a et b premiers entre eux, alors $\frac{a}{b}$ est irréductible.

2 - Les nombres rationnels

Le nombre rationnel est défini comme le quotient d'un entier relatif a par un entier relatif b non nul.

Il peut s'écrire $\frac{a}{b}$ ($a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}^*$)

Lorsqu'on écrit le nombre rationnel sous la forme $\frac{a}{b}$, la fraction $\frac{a}{b}$ est un représentant de ce nombre.

On passe ensuite à l'ensemble \mathbb{Q} des rationnels

$$\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}, \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}, \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$$

COMMENTAIRES

Les auteurs ont utilisé une méthode de présentation expérimentale, mais n'y a-t-il pas de risque à vouloir "amalgamer" échelle, pourcentage, fraction de demi-cercle ?

Le mot "fraction" ne risque-t-il pas d'être pris avec son sens physique ? Et que dire de "(2, 3) est une fraction" qui vient aussitôt après. Par contre, les exercices nombreux sont variés et gradués.

Il faut signaler que c'est un des rares manuels qui introduit \mathbb{R} puis \mathbb{Q} ; avec le petit problème suivant : dans les premiers chapitres, on peut écrire :

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

égalité des réels mais on ne peut plus le faire lorsque l'on aborde ensuite les fractions où l'on a :

$$\frac{2}{3} \neq \frac{4}{6}.$$

Cette subtilité ne nous semble pas du niveau des élèves de 4ème.

EN REPONSE A LA REPONSE DES AUTEURS DE L'IREM DE STRASBOURG

Je me permets d'apporter quelques précisions sur nos objectifs et méthodes de travail. Notre démarche était la suivante : un "point fort" du programme que l'on va regarder dans le manuel comme pourrait le faire un professeur (ou un élève désireux d'étudier l'introduction des rationnels proposés par les auteurs du manuel. Ceci est donc le résultat d'une première approche simulant la procédure de choix et il semble difficile de lire tout le manuel pour aller chercher çà et là des éléments introductifs. De ce fait, aussi nous ne sommes pas allés regarder du côté des exercices de fin de chapitre, seul le mode d'introduction de la notion nous intéressait.

De même, nous ne sommes pas allés regarder dans le livre du maître que

- . 1) les élèves n'ont pas
- . 2) les enseignants n'ont pas au moment du choix et de toute façon ne l'utiliseront pas (nos enquêtes et animations sont concordantes sur ce point).

En accord avec les auteurs de l'IREM de Strasbourg, nous publions leur réponse et l'additif ci-dessus qui ne veut surtout pas clore le débat mais plutôt l'ouvrir et faire progresser utilement la perception du manuel par les lecteurs de cet échange de vue.

Qu'en pensez-vous ?

ANNEXE

QUELQUES TRAVAUX SUR DES MANUELS DE 5ÈME

Les études comparatives suivantes portent sur huit manuels des éditions suivantes :

Istra - Nathan - Hachette - Technique & Vulgarisation -
Colin - Belin - Cedic - Magnard.

Vous trouverez :

- Les notations provisoires et définitives et la place qui leur est accordée
- En géométrie, au sujet des solides, quelles constructions sont proposées et de quelle manière
- La calcul littéral en algèbre : le nombre d'exercices concernant l'addition (et la soustraction), la multiplication (et les puissances), les deux opérations et synthèse
- Introduction de la multiplication
 - Tableau récapitulatif : il n'est qu'une observation et ne se veut pas un reflet de nos options (citer la valeur absolue n'est pas encourager cette démarche, ou le contraire).
D'autre part, le nombre d'exercices peut recouvrir des réalités très différentes
 - Des extraits de livres du maître.

NOTATIONS

Edition	Nombre total de pages	Ecriture provisoire des nombres relatifs	Simplification de cette écriture	Notation opp(x)	Suppression de opp(x) Notation définitive
ISTRA	215	(+3) ; (-4) signe en couleur	page 159	oui	page 158 (convention)
NATHAN	240	-3 ; +15	page 112	oui	page 168 (après distributivité)
HACHETTE	258	classique (+3) ; (-4)	page 58	oui	page 63 (après parenthèses)
TECHNIQUE & VULGARISATION	190	classique (+3) ; (-4)	page 135 mais figure jusqu'à page 187	oui	page 165 (après multiplication dans \mathbb{Z})
COLIN	256	classique (+3) ; (-4)	addition page 19 multiplication page 125	oui	page 15 (convention)
BELIN	208	classique (+3) ; (-4)	nulle part (*)	oui	nulle part
CEDIC	256		page 1	non	page 24 (convention)
MAGNARD	256	classique (+3) ; (-4) addition \oplus soustraction \ominus	page 58	oui	page 58 (convention)

(*) mais à la fin, en géométrie, on n'éprouve pas le besoin d'écrire $(+10)m^3$!! ou $+10m^3$!

(**) GALION $3 ; 4^-$ très longtemps.

1 oui
0 non

GÉOMÉTRIE : LES SOLIDES

EDITION	PATRONS FOURNIS									PATRONS CUBE <u>ETUDE</u>	AUTRES CONSTRUCTIONS PROPOSEES			
	Cube	Pavé droit	Pavé obliq.	Prisme	Tétraè- dre	Pyra- mide	Cône de Rev.	Cylind. de Rev.	Poly- èdres		Octa- èdre	dodéca- èdre	icosa- èdre	poly- èdre
ISTRA	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0
NATHAN	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
HACHETTE	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0
TECHNIQUE ET VULGARISATION	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1
COLIN	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
BELIN	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
CEDIC	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0
MAGNARD	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0

EXERCICES LITTÉRAUX

EDITION	ADDITION (ET SOUSTRACTION)	MULTIPLICATION ET PUISSANCES	ADDITION ET MULTIPLICATION ORGANISATION D'UN CALCUL
ISTRA	Quelques uns avec notation provisoire Nombreux au chapitre 24	Rares	Rares
NATHAN	Quelques uns avec les notations provisoires surtout	Quelques uns (p. 177) 5 sur les puissances	Quelques factorisations très simples (p. 177) Aucun pour apprendre à organiser un calcul
HACHETTE	Nombreux	Nombreux	Deux chapitres y sont consacrés (chap. 5 et 10)
TECHNIQUE ET VULGARISATION	Rares	Rares	Un chapitre y est consacré à la fin
COLIN	Quelques uns (p. 33)	3 pour la multiplication Une dizaine pour les puissances	Nombreux pour la distributivité Aucun pour apprendre à organiser un calcul
BELIN	Rares	Aucun pour la multiplication elle-même 3 pour les puissances (p.114)	Aucun
CEDIC	Nombreux	Nombreux	Un chapitre y est consacré (p. 53)
MAGNARD	Rares	Rares	6 exemples numériques (p.119) Aucun exercice littéral

INTRODUCTION DE LA MULTIPLICATION DANS \mathbb{Z}

P : nombre de pages accordées
par rapport au nombre de pages total

EDITION	P	NOMBRE D'EXERCICES	ACTIVITE	DISTRIBUTIVITE	VALEUR ABSOLUE	LIAISON AVEC LA SOMME
ISTRA*	2,33%	14		1		
NATHAN	2,08%	23		2	3	1
HACHETTE	0,78%	35	1 Calculatrices			
TECHNIQUE ET VULGARISATION	2,89%	20		2	3	1
COLIN	1,95%	39	1 Retournements de plaques de couleur	2		
BELIN	3,85%	24		2	2	1
CEDIC	1,95%	8	1 Suggestion : engrenages et calculatrices			
MAGNARD	4,68%	28				

* - Quatre pages sur cinq consacrées à la bijection de \mathbb{D}^+ sur \mathcal{D} , \mathbb{D}^- sur \mathcal{D} , et compatibilité avec l'addition et la distributivité.

19 MULTIPLICATION DES NOMBRES RELATIFS

Déroulement de la leçon

I. INTRODUCTION

La multiplication des décimaux relatifs est définie de manière qu'elle soit distributive par rapport à l'addition : à gauche $x(y+z) = xy + xz$, à droite $(y+z)x = yx + zx$.

Note : ● On pourrait procéder par analogie avec l'addition (voir leçon 41 Sixième) en définissant d'abord le couple-produit de deux décimaux relatifs :

$$(a;b) \times (c;d) = (ac + bd; ad + bc). \text{ (Voir Généralités Mathématiques).}$$

On peut cependant remarquer que :

- ① la définition du couple-somme de deux couples est naturelle
 $(a;b) + (c;d) = (a+c; b+d)$
- ② la définition du couple-produit que l'on pourrait calquer sur l'addition
 $(a;b) \times (c;d) = (ac; bd)$ ne convient pas.
- ③ la définition du couple-produit citée plus haut semble artificielle.

II. PRODUIT D'UN DECIMAL RELATIF PAR ZERO

● Rappel de ce qui se passe pour le produit d'un décimal positif ou nul par 0 (en commençant par des exemples numériques).

● Exemple numérique détaillé $0 \times (-8) = 0$ et exemple numérique à détailler $(-1,9) \times 0 = \dots$

● Justification générale détaillée $x \times 0 = 0$ et à détailler $0 \times x = \dots$

Note : ● Comme nous l'avons indiqué dans des leçons antérieures, la démonstration littérale est facultative. Il nous semble important de ne pas éliminer toutes les justifications générales ; il convient d'exploiter les possibilités des enfants et de les préparer à entrer dans les classes postérieures.

III. PRODUIT DE DEUX DECIMAUX DE SIGNES CONTRAIRES

Remarque que la progression pédagogique est la même qu'au paragraphe II :

Exemple numérique détaillé $8 \times (-7) = -56$ et à détailler $8,4 \times (-7,6) = \dots$; $(-3,4) \times 6,5 = \dots$

Justification générale détaillée pour $x \times y$ lorsque $x > 0, y < 0$.

Justification générale à détailler pour $y \times x$ lorsque $x > 0, y < 0$.

Note : ● On ne sait pas d'avance si le résultat est le même quand le nombre négatif précède le nombre positif que quand il le suit.

IV. PRODUIT DE DEUX DECIMAUX NEGATIFS

Exemple numérique détaillé $(-3) \times (-9) = 27$.

Justification générale détaillée pour $x \times y$ lorsque $x < 0$ et $y < 0$.

Note : ● Les tramés doivent être connus dans tous les cas :

– si on ne fait qu'une justification sur des exemples numériques ;

– si on fait des justifications théoriques.

V. CONCLUSION

Note : ● On pourrait faire un ordinogramme en s'inspirant de celui de la page 33 (leçon 5).

CHAPITRE 13

MULTIPLICATION DANS \mathbb{Z} , MULTIPLICATION DANS \mathbb{D} .

Plan du chapitre

- Multiplication dans \mathbb{Z} .
- Multiplication dans \mathbb{D} .

COMMENTAIRES

Ce chapitre assez bref présente essentiellement la multiplication dans \mathbb{Z} , celle-ci étant ensuite étendue à \mathbb{D} . Il nous a en effet semblé souhaitable de ne pas augmenter la difficulté de compréhension et d'utilisation de la définition par la complication des calculs sur les décimaux.

La multiplication dans \mathbb{Z} est présentée par étapes : il nous a semblé nécessaire de faire apparaître aux enfants le lien avec la définition de la multiplication dans \mathbb{N} .

Pour définir le produit d'un entier relatif par un entier relatif négatif, nous avons étudié quelques exemples numériques simples. La compréhension de cette partie du cours est difficile, et l'on peut demander aux élèves d'admettre simplement la règle énoncée.

En définitive, il est indispensable que les élèves acquièrent le mécanisme de la multiplication dans \mathbb{Z} .

CORRIGÉ DES EXERCICES ET PROBLÈMES DU CHAPITRE 13

1 — 1° $11 \times 5 = 11 + 11 + 11 + 11 + 11.$

2° $3 \times 7 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3.$

3° $7 \times 3 = 7 + 7 + 7.$

4° $10 \times 4 = 10 + 10 + 10 + 10$

2 — 1° $(-3) \times 2 = (-3) + (-3) = (-6).$

2° $(-7) \times 5 = (-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7) = (-35).$

3° $(-1) \times 8 = (-1) + (-1) + (-1) + (-1) + (-1) + (-1) + (-1) + (-1) = (-8).$

4° $(-10) \times 3 = (-10) + (-10) + (-10) = (-30)$

12 — MULTIPLICATION DANS \mathbb{Z} ET \mathbb{D}

COMMENTAIRES SUR LA LEÇON

Selon le niveau des élèves, on pourra présenter les règles de calculs avec ou sans l'étude mathématique. L'étude graphique proposée au § III permet de montrer

que les quatre produits $(+3) \times (+4)$, $(+4) \times (-3)$, $(-3) \times (-4)$ et $(-4) \times (+3)$ ont la même valeur absolue et changent de signe successivement.

COMMENTAIRES SUR LES EXERCICES

Les exercices de cette leçon permettent aux élèves de se familiariser avec cette nouvelle opération.

Les exercices 12.31. et 12.32. mêlent multiplication et addition. C'est une première occasion pour comparer et différencier les règles de calculs dans les deux opérations.

SOLUTION DES EXERCICES

I Calcul mental

12.1. $(-3) \times (-4) = -12$; $(-8) \times (-5) = 40$;
 $(+4) \times (-12) = 48$; $(+7) \times (+11) = 77$.

12.2. $(-1) \times (-43) = -43$; $(-1) \times (-75) = 75$;
 $(+67) \times 0 = 0$; $0 \times (-33) = 0$;
 $(-1) \times (-92) = -92$; $(+75) \times (+1) = 75$.

12.3. $(-3) - (+4) = 1$; $(-8) - (-5) = -13$;
 $(-4) - (-12) = 16$; $(-7) + (+11) = 18$.

12.4. $(-3) - (-4) = -7$; $(-8) - (-5) = -3$;
 $(-4) - (-12) = -8$; $(+7) - (+11) = -4$

12.5. $40 \times 17 \times 25 = 17\ 000$.

12.6. $4\ 300$

II Calcul écrit

12.7. $40,6 \times 6,25 \times 37 \times 0,16 = 1\ 509,6$
 $31,25 \times 32,4 \times 32,5 \times 32 = 1\ 053\ 000$.

12.8. $8,16 - (23,5 - 9,7) - 2,73 = 19,23$
 $59,25 - (37,63 - 13,5) + 12,72 = 47,84$.

12.9. $[35,92 - (39,73 : 2,9)] - (18,13 : 4,9)$
 $= (35,92 - 13,7) - 3,7 = 35,92 - 17,4 = 18,52$.

$(795,08 : 5,72) - [4,37 \times (42 : 75)]$
 $= 139 - (4,37 \times 0,56) = 139 - 2,4472 = 136,5528$.

12.10. $37,5 + 6,2 \times 5,21 - 7,4 \times 1,6$
 $= 37,5 + 32,202 - 11,84 = 57,962$

$(37,5 + 6,2) \times (5,21 - 7,4) \times 1,6 = 43,7 \times (-2,19) \times 1,6$
 $= -153,1248$.

12.11. $438 - 576 - 824 - 263 - 685 = -1\ 384$
 $4,38 - 57,6 - 0,824 + 26,3 - 6,85 = -34,594$.

12.12. $X = 5,2 \times (3,75 + 5a) = 19,5 + 25a$.
 $Y = 5,15 \times (4a - 3,2) = 20,6a - 16,48$.
 $Z = (7,5 - 3a) \times 6,4 = 48 - 19,2a$
 $T = (5a - 8) \times 1,3 = 6,5a - 10,4$.

CHAPITRE 4

Première Partie **ACTIVITÉS DE BASE**
OÙ LES DÉCIMAUX SE MULTIPLIENT
Page 75

RECOMMANDATIONS SPÉCIFIQUES

PRÉ-REQUIS

- Pratique de la multiplication et de la division dans \mathbb{D} .
- Notion de valeur absolue d'un relatif.
- Vocabulaire : mots **produit** et **facteurs** (Cf. page 22).

Il est souhaitable que l'addition dans \mathbb{D} soit déjà bien acquise. Sinon il risque de se créer des confusions avec la multiplication, notamment à propos de l'addition de deux négatifs.

EXERCICES

Attention aux exercices 33 (Cf. corrigé) et 190 (Cf. corrigé) à 193.

OBJECTIFS GÉNÉRAUX

Ce chapitre sera complété par le chapitre 5.
Il s'agit ici d'étudier la définition et les propriétés immédiates, en insistant sur le signe d'un produit (quel que soit le nombre de facteurs).

COMMENTAIRES GÉNÉRAUX

Il s'agit, évidemment, d'un chapitre essentiel.

I - PRODUIT DE DEUX NOMBRES Page 75

A - Nous n'avons pas cherché à définir la multiplication dans \mathbb{D} en « construisant » cette opération. Il nous a semblé, en effet, que cette construction, excellent « exercice-professeur », passait par-dessus la tête de la plupart des élèves et qu'il est déconcertant, dans ces conditions, de procéder ainsi en Cinquième.

Cette construction de la multiplication dans \mathbb{D} figurait dans les manuels conformes aux précédents programmes et on la trouve encore, sans doute du fait de la vitesse acquise, dans de nombreux manuels 1978.

■ Voici le plan de la démarche la plus courante (indiquée avec les notations abrégées usuelles) :

- 1° On veut construire une opération qui :
- corresponde à la multiplication dans \mathbb{D} et la reproduise telle quelle pour les positifs,
 - soit distributive sur l'addition dans \mathbb{D} .

4 - OÙ LES DÉCIMAUX SE MULTIPLIENT

2° Soit a et b deux positifs quelconques, a' et b' leurs opposés respectifs.

Le 1° impose $a(b + 0) = ab + a \times 0$.
Or $b + 0 = b$. Donc $ab = ab + a \times 0$.
De là $a \times 0 = 0$. quel que soit le positif a .
De même $0 \times a = 0$.

3° Le 1° impose $a(b + b') = ab + ab'$.

Or $b + b' = 0$ et $a \times 0 = 0$.
D'où $ab + ab' = 0$.

La définition de ab entraîne dès lors celle de ab' (positif \times négatif)

- On définit de même négatif \times positif.
- Il s'ensuit que, quel que soit le négatif a' ,

$$a' \times 0 = 0 \times a' = 0.$$

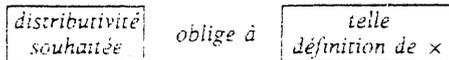
4° Le 1° impose $b'(a + a') = b'a + b'a'$.

Or $a + a' = 0$. D'où $b'(a + a') = 0$.
Donc $b'a + b'a'$ sont opposés.

La définition de $b'a$, acquise au 3° précédent, entraîne dès lors celle de $b'a'$ (négatif \times négatif).

5° Reste cependant à savoir si la propriété de distributivité imposée au départ est bien acquise par l'opération ainsi définie. Autrement dit :

— En 2° et 3° :



— Il s'agit maintenant, en ce 5°, de l'étude réciproque : Cette définition-là rend-elle la multiplication distributive sur l'addition?

Notons que la nécessité de cette étude est très mal perçue par la plupart des élèves, qui confondent, les deux démarches réciproques : l'une des deux occulte l'autre.

■ Cette construction de la multiplication dans \mathbb{D} n'est pas la seule possible.

Voici le principe d'une autre : Elle est fondée, au départ, sur la multiplication par (-1) , puis sur le fait que multiplier par le négatif a' (égal à $(-1) \times a$) ce sera multiplier successivement par (-1) et par a (ce qui est une « petite associativité »).

On déduit ainsi négatif \times positif, ou positif \times négatif, de positif \times positif.

On déduira ensuite pareillement négatif \times négatif de négatif \times positif ou de positif \times négatif.

B — Dans la pratique de la classe, à défaut de calculatrices de poche, il nous semble intéressant de faire conjecturer les règles de la multiplication en proposant aux élèves de nombreux produits effectués. Il sera donné, chaque fois, deux facteurs et leur produit, en variant les divers cas.

ACTIVITÉ 1 Page 75

- L'utilisation des calculatrices de poche permet de multiplier les exemples prévus au B précédent, jusqu'à ce que des règles non prises en défaut apparaissent...
- C'est, pour les élèves, un exercice passionnant et formateur!

QUELQUES POINTS DE COMPARAISON ENTRE DEUX MANUELS :
BAREIL (HACHETTE) ET GALION DE LA CLASSE DE 5E

I - La présentation de la géométrie encourage-t-elle l'utilisation de documents audiovisuels ?

1°) - Dessins difficilement réalisables sans rétroprojecteur :

<u>Bareil</u>	<u>Galion</u>
p. 17 - p. 31 n° 211	p. 23 n° 15, n° 16
p. 93-94, exercices	p. 53 n° 11
p. 113, constructions	dessin volume p. 79, 86, 87
p. 119, 123, 124, 125 ... espace	
p. 134, 135, 136	
p. 214, sphère	

2°) - Animations possibles avec le rétroprojecteur :

<u>Bareil</u>	<u>Galion</u>
p. 53, symétries	p. 52 § 2
p. 56, médiatrice	p. 61, multiples
p. 71, 72, 73, 74	p. 64
p. 130, patrons cube, construction cube	p. 65, phase
p. 133 n° 340, n° 352	p. 74-75, schéma relation
échelle	p. 88, utilisation table numérique
p. 232, multiples	p. 131, treillis diviseurs échelles

3°) - Supports matériels indispensables pour réaliser dessins au tableau

<u>Bareil</u>	<u>Galion</u>
p. 159-160, coordonnées	p. 139...150, quadrillages agrandissements
p. 165-166, agrandissements	p. 154, 156, 157
	p. 252

II - Le calcul apparaît-il comme outil auxiliaire à l'étude de la géométrie ?

Bareil

Voir livre du maître p. 13

Des efforts faits par les auteurs dans ce sens ; difficile à résumer en quelques mots

chap. 4 - p. 89
chap. 5 - p. 109
chap. 6 - p. 120, exercices
chap. 7 - p. 151, 152
chap. 11 - p. 211
chap. 13 - p. 223

Galion

Le calcul mental apparaît dans les situations de calculs de périmètres, d'aires et de volumes

Exemples p. 12, 17
p. 21, 22, 23
p. 76, 93
p. 137, 142

Il reste au niveau d'applications de formules

Il peut être au départ de la notion d'équation

BIBLIOGRAPHIE

Le lecteur intéressé par une réflexion sur les manuels scolaires pourra consulter les ouvrages suivants :

1 - LES MANUELS SCOLAIRES DE MATHÉMATIQUES (280 pages) (APMEP)

Ouvrage de réflexion sur le rôle des manuels de Mathématiques et traitant notamment de :

- fonctions des manuels, modes d'utilisation
- les problèmes de langages
- quelques exemples d'analyse : lisibilité ; pré-requis ; initiative, invention, esprit critique, ...
- synthèses d'analyses de manuels de sixième (1977) et réponses des auteurs
- évolution de l'enseignement des mathématiques et manuels.

2 - "MINI-GRILLE D'ANALYSE DES MANUELS SCOLAIRES DE MATHÉMATIQUES"
(55 pages) (APMEP)

(Document de travail pour analyser les livres de Mathématiques)

Les questions suivantes, sur les manuels, sont notamment abordées :

- facilité d'emploi
- clarté
- conviction, rigueur
- cohésion interne de l'ouvrage
- exercices et problèmes
- aptitudes à développer les capacités
- le manuel et les problèmes contemporains
- le livre du maître.

3 - LES MANUELS SCOLAIRES (IREM de DIJON)

Comptes rendus d'enquêtes indiquant les manuels de Mathématiques utilisés dans le Premier Cycle dans l'Académie de Dijon, ainsi que les raisons du choix de ces manuels :

Trois brochures :

- a) - Manuels 6ème-5ème (enquête réalisée en 1978-1979)
(28 pages) (épuisé)
- b) - Manuels de 4ème (enquête réalisée en 1979-1980)
(26 pages) (épuisé)
- c) - Manuels de 3ème (enquête réalisée en 1980-1981)
(35 pages).

4 - POUR UNE PEDAGOGIE DU LIVRE PAR LE LIVRE DE MATHÉMATIQUES (80 pages) par D. CARRIOT (IREM de CLERMONT-FERRAND)

5 - LE MONDE DE L'EDUCATION

- (juin 1977) : analyse des manuels de sixième
- (juillet-août 1978) : analyse des manuels de cinquième
- (juillet-août 1979) : analyse des manuels de quatrième
- (juillet-août 1980) : analyse des manuels de troisième
- (juillet-août 1981) : analyse des manuels de (septembre 1981) : seconde
- (octobre 1982) : analyse des manuels de première.

6 - TAOL LAGAD N° 34 (Bulletin de l'IREM de BREST)

- Les notions importantes du programme de troisième à travers différents manuels
- Choix des manuels de 4ème et 3ème de l'IREM de Brest.

7 - BULLETINS DE L'APMEP

- (n° 283) - H. BAREIL - Mesures, égalités abusives et manuels de 6ème.
- (n° 301) - R. DUVAL & F. PLUVINAGE - Une grille d'analyse et son application à deux manuels scolaires.
 - A. REVUZ - Remarques sur une analyse de manuels scolaires.
- (N° 304) - C. LABORDE - L'utilisation de la forme passive dans les manuels du Premier Cycle.

- (n° 306) - H. BAREIL - Choix des manuels scolaires dans le Second Degré.
- (n° 310) - G.H. CLOPEAU - A propos du choix des livres.
- (n° 319) - J. KUNTZMANN - Evolution des ouvrages d'enseignement de mathématiques.
- (n° 330) - Commission "Manuels Scolaires" : quelques remarques sur les nouveaux manuels de seconde.

8 - IREM DE STRASBOURG :

- Université Louis Pasteur : cours de 3ème cycle par G. GLAESER (1976) - Analyse de la Transmission Le livre de Mathématique et sa lecture.
- Tendances nouvelles dans l'élaboration de manuels scolaires de mathématiques par G. GLAESER (1982)
- Rapports élaborés par le D.E.A. de didactique des mathématiques à l'Université Louis Pasteur :
 - N. NASSIRI (1978-1979) - Comparaison de deux manuels scolaires
 - F. JAMM (1979-1980) - Utilisation d'indicateurs pour la comparaison de manuels scolaires
 - A. GAGATSI (1980) - La transmission de l'information et son application à deux manuels scolaires
 - M. ABDELLI (1980-1981) - Etude d'un manuel scolaire - Objet d'étude : le vocabulaire
- Le livre du problème - tome 1 (Ed. CEDIC)
- Une grille d'analyse et son application à deux manuels par R. DUVAL & F. PLUVINAGE.

9 - UNESCO :

Conception et production des manuels scolaires
(Ed. de Retz)

QUELQUES ADRESSES :

APMEP - 13, rue du Jura - 75013 PARIS

IREM de BREST - Faculté des Sciences et Techniques
6, avenue Victor le Gorgeu - 29283 BREST Cédex

IREM de CLERMONT-FERRAND - Complexe Scientifique des Cézeaux
B.P. 45 - 63170 AUBIERE

IREM de DIJON - Université de DIJON - B.P. 138 - 21004 DIJON Cédex

IREM de NICE - Parc Valrose - 06034 NICE Cédex

IREM de STRASBOURG - 10, rue du Général Zimmer
67084 STRASBOURG Cédex

MONDE DE L'EDUCATION - 5, rue des Italiens - 75427 PARIS Cédex 09

UNESCO - 7, place de Fontenoy - 75700 PARIS