IREM des Pays de Loire

Centre du Mans

Activités modulaires en classe de seconde

Mai 1997

Introduction

" *Les modules .... ont représenté une nouveauté importante à la rentrée de 1992.... Il importe de rappeler que les séances de modules, conçues pour répondre aux besoins des élèves, ne sauraient, sans appauvrissement, se réduire à des travaux dirigés* "

B.O.E.N. du 16 / 05 /1996.

Ce document apparaît à la confluence de plusieurs rencontres et problématiques. Les travaux menés au sein de l'IREM : groupes de recherche-action, animation de stages : lycées, collèges, liaisons troisième -seconde, évaluation, universités d'été : didactique, modules, évaluation, histoire et épistémologie des mathématiques, la participation à d'autres stages académiques, à des actions de formations en particulier celles relatives à " Analyse et gestion des erreurs", les lectures et échanges ont alimenté la réflexion . Celle-ci et l'observation de évolution des élèves entrant en seconde ont accompagné les changements de pratique de l'enseignement des mathématiques.

Rendre l'élève acteur de sa propre formation est une idée ancienne ; mais l'accroissement de l'hétérogénéité des classes, l'évolution de la culture des élèves , ... nécessitent souvent des stratégies didactiques bien différentes de celles que les collègues pouvaient utiliser, avec efficacité, il y a quelques années.

Les séquences modulaires ne sauraient résoudre tous les problèmes d'apprentissage en mathématiques. Mais ne facilitent-elles pas, au moins pour partie, le maintien de cet objectif essentiel : permettre au plus grand nombre de faire des mathématiques?

Pari difficile ? Pari à maintenir ?

Pour certaines séances modulaires, je m'étais efforcé d'écrire explicitement non seulement l'énoncé donné aux élèves, mais aussi les objectifs, les modalités de travail des élèves, le bilan, afin de comprendre et bien distinguer les spécificités des cours, des travaux pratiques et des modules -la distinction aux yeux de l'enseignant est-elle celle perçue et vécue par les élèves . Les membres de la C.I.I " second cycle" ont manifesté leur intérêt pour ce travail.

Autour d'une problématique commune de rédaction, élaborée au sein de la C.I.I., j'ai rédigé les pages qui suivent. (Elles feraient faire partie d'un document DLC ou ADIREM sur les modules en seconde). Elles donnent quelques exemples de démarches qui ont été mises en oeuvre, qui ont été modifiées. Adaptation aux différences, aux difficultés, aux potentialités, prise en compte des représentations : même lorsque celles-ci sont pour partie erronées, elles sont la base des connaissances. Il convient donc que l'élève soit en situation de comprendre ce qu'il fait, de dialoguer avec ses camarades, avec l'enseignant, de corriger.

Chaque exemple comporte :

** l'énoncé proposé aux élèves

** la réponse aux questions :

* Pourquoi ce module ? problématique , points d'appuis, objectifs du professeur.

* Comment répartir les élèves?

* Quelles sont les connaissances mises en jeu ?

*Quelle gestion de la classe? (Consignes données aux élèves, rôle de l'enseignant, déroulement effectif).

**Bilan.

** des annexes telles que évaluation préalable, fiche réalisée , ...

Ces exemples de séances modulaires peuvent être exploités par les collègues en les adaptant à leurs classes, à leurs propres démarches. Elles ne sont ni soutien, ni approfondissement. Elles ne dispensent pas, à mes yeux, de proposer à tous les élèves, en classe entière ou en T.P. des situations riches de sens pour tous. Il s'agit bien de permettre un réel accès aux mathématiques, sous les différents aspects susceptibles de les intéresser, de les faire mettre le pied à l'étrier.

José Donal

RE-MÉDIATION en CALCUL NUMÉRIQUE (1)

Pourquoi ce module ?

Lors d'un devoir surveillé comportant l'exercice dont l'énoncé figure dans la fiche élève (page 5), les élèves ont présenté des démarches variées et comportant des erreurs nombreuses et significatives .

Ce module se situe **en aval** d'une évaluation sommative , il se pratique "à chaud" .

* **Problématique** : c'est elle qui fournit les **points d'appui** .

La compréhension se fait-elle mieux

→ par des exercices d'applications , individuels ou supplémentaires ?

→ par la prise de conscience d'idées fausses véhiculées et mises en oeuvre depuis le premier apprentissage ?

→ par un travail de groupe ?

→ par l'analyse de démarches , la recherche de critères permettant de valider ou d'invalider celles-ci ?

→ par la valorisation des travaux des élèves y compris lorsque ceux-ci comportent des erreurs ?

* **Objectifs du professeur**

→ Développer les **objectifs-élèves**

* Repérer les erreurs , les leurs et celles de leurs camarades de classe

* Comprendre les représentations en cause , les mécanismes de production d'erreurs ,

* Comprendre l'intérêt de justifier les transformations opérées, au moins , tant que les règles opératoires mises en oeuvre ne sont pas clairement identifiées et maîtrisées .

* Elaborer des critères de validation ou d'invalidation d'une démarche .

→ Compléter , corriger ou mettre en place les connaissances éventuellement en cours d'acquisition, fragiles , erronées , les procédures de validation .

Ces objectifs du professeur sont à la fois

→ très précis : les contenus en cause dans cet exercice

→ très généraux : méthodes à améliorer pour faciliter les apprentissages des autres notions .

Ils sont donc de deux natures qu'il paraît important de ne pas dissocier : <u>contenus mathématiques et méthodologie</u> . Il n'y a pas de discours de la méthode mais des exemples précis et divers où des démarches formatrices, des règles usuelles de l'apprentissage, au moins mathématique, se retrouvent et laissent apparaître leur efficacité, pour peu que l'élève s'en saisisse .

Comment répartir les élèves ?

Le professeur a relevé toutes les solutions des élèves ; il connait les procédures mises en oeuvre ; de ce seul point de vue , il constitue des **groupes hétérogènes** au sein des deux groupes de modules dont les effectifs et la composition peuvent être fixés par le collègue de la discipline éventuellement en parallèle .

Connaissances mises en jeu

* Directement : calcul numérique sur les fractions numériques et puissances de 10 .

* Plus globalement , les opérations dans R : leur sens , leurs propriétés : similitudes et différences , l'implicite et l'explicite .

* Méthodes d'apprentissage d'une notion .

Gestion de la classe

*** Consignes données aux élèves**

Voir la fiche élève page 5

*** Déroulement**

Après une recherche individuelle , (≈ 25 minutes) , les élèves confrontent leurs points de vue, au sein des groupes hétérogènes . Ils élaborent les critères de validation des solutions proposées . Chaque groupe présente à l'issue de la séance un document annoté , comportant les éléments demandés à la suite des échanges au sein de chaque groupe .

*** Rôle de l'enseignant**

→ Laisser les <u>représentations</u> se manifester qu'elles soient exactes ou erronées , quelles induisent des solutions astucieuses ou maladroites , dans chacun des groupes .

→ Favoriser le débat entre <u>tous</u> les élèves d'un même groupe , le questionnement pour que ceux-ci découvrent les erreurs et tentent de remonter aux sources de celles-ci .

→ Réguler les tensions éventuelles .

→ Réaliser la <u>synthèse</u> des productions en favorisant l'émergence des représentations des élèves .

→ Expliquer , s'il y a lieu , les erreurs, solidement ancrées sans doute, lorsqu'elles sont acceptées par un groupe .

→ Mettre en évidence les outils disponibles , les comparer entr'eux (place et rôle de la calculatrice) et à ceux erronés , faux , le plus souvent implicites et créés pour l'occasion (théorèmes en actes) .

→ Mettre en évidence deux ou trois solutions exactes et les avantages de chacune .

Bilan

Les élèves ont pris intérêt à analyser les solutions proposées ; ils sont sensibles au fait que l'enseignant prend la peine de relever leurs solutions , y compris erronées . Ils sont ainsi plus en confiance pour accepter de revoir leurs productions pour corriger eux-mêmes leurs démarches .

Il semble utile que ce type de séquence soit utilisé au moins une fois dans l'année scolaire , de préférence au début de celle-ci , pour que les élèves comprennent que leurs représentations ne sont souvent ni nulles , ni parfaites , mais à corriger, enrichir , compléter , comme celles des autre élèves de la classe . ...

Fiche élève

Vous aviez cet exercice en devoir surveillé.

Soit $a = \dfrac{6\,.\,10^{-1} - 8\,.\,10^{-2} + 5\,10^{-3}}{0{,}1\ -\ 0{,}07 + 0{,}005}$ Ecrire le nombre a sous la forme exacte la plus simple possible.

Vous avez proposé les solutions suivantes notées de A à O, avec ou sans justifications complémentaires ; certaines sont correctes ; d'autres comportent des erreurs. Pour chacune des démarches mises en oeuvre, je vous propose, lors de chaque transformation d'écritures réalisée
** soit d'y repérer une erreur et l'indiquer*
**soit d'y noter la justification de la transformation exacte opérée*
Après une recherche individuelle, (≈ 25 minutes), vous confronterez vos points de vue avec l'objectif de mieux repérer vos représentations, de corriger celles qui sont erronées, de dégager les méthodes exactes.
Chaque groupe présentera à l'issue de la séance un document clairement annoté, comportant les éléments demandés ci-dessus à la suite de vos échanges.

A

$$a = \frac{6.10^{-1} - 8.10^{-2} + 5.10^{-3}}{10.10^{2} - 7.10^{2} + 5.10^{3}}$$
$$= \frac{(3+3).10^{-1} - (4+4).10^{-2} + 5.10^{-3}}{(5+5).10^{2} - (4+3).10^{2} + 5.10^{3}}$$
$$= 3.10^{-1-1-2} - 4.10^{-2-2-2} + 5.10^{-3-2-2-3}$$
$$= 3.10^{-4} - 4.10^{-6} + 5.10^{-10}$$

B

$$a = \frac{6.0.1 - 8.10^{-2} + 5.10^{-3}}{0{,}1 - 7.10^{-2} + 5.10^{-3}}$$
$$= \frac{6.10^{-1} - 8.10^{-2} + 5.10^{-3}}{1.10^{-1} - 7.10^{-2} + 5.10^{-3}}$$
$$= 6 - \frac{8}{7} + 1 = 7 - \frac{8}{7} = \frac{41}{7}$$

C

$$a = \frac{6.0.1 - 8.10^{-2} + 5.10^{-3}}{0.1 - 7.10^{-2} + 5.10^{-3}}$$
$$= \frac{6-8}{-7} = \frac{2}{7}$$

D

$$a = \frac{6.10^{-1} - 8.10^{-2} + 5.10^{-3}}{1.10^{-1} - 7.10^{-2} + 5.10^{-3}}$$
$$= \frac{0.6 - 0.08 + 0.005}{0{,}1 - 0.07 + 0.005} = \frac{0{,}525}{0{,}035} = \frac{525}{35} = 15$$

E

$0.1 = 10^{-1}$, $0.07 = 7.10^{-2}$, $0{,}005 = 5.10^{-3}$

$$\text{donc } a = \frac{6.10^{-1} - 8.10^{-2} + 5.10^{-3}}{1.10^{-1} - 7.10^{-2} + 5.10^{-3}}$$
$$a = \frac{6.10^{-1} - 0{,}8.10^{-1} + 0{,}05.10^{-1}}{1.10^{-1} - 0{,}7.10^{-1} + 0{,}05.10^{-1}}$$
$$= \frac{10^{-1}(6 - 0{,}8 + 0{,}05)}{10^{-1}(1 - 0{,}7 + 0{,}05)}$$
$$= \frac{6 - 0.8 + 0{,}05}{1 - 0{,}7 + 0{,}05} = 20{,}6$$

F

$$a = \frac{6.10^{-1} - 8.10^{-2} + 5.10^{-3}}{1.10^{-1} - 7.10^{-2} + 5.10^{-3}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

G

$$a = \frac{0{,}6 - 0{,}\ 08 + 0{,}005}{0{,}1 - 0{,}07 + 0{,}005}$$

$$= \frac{0.6 - 0{,}\ 08}{0{,}1 - 0{,}07} = \frac{0{,}52}{0{,}03} = \frac{52}{3}$$

H

$$a = \frac{0.6 - 0.\ 08 + 0{,}005}{0{,}1 - 0.07 + 0{,}005} = \frac{0{,}525}{0{,}035} = 1{,}5$$

I

$$a = \frac{0.6 - 0.\ 08 + 0{,}005}{0.1 - 0.07 + 0.005} = \frac{0{,}525}{0{,}035} = 15$$

J

$$a = \frac{10^{-1}(6 - 0{,}\ 8 + 0{,}05)}{10^{-1}(1 - 0{,}7 + 0{,}05)}$$

$$= \left(\frac{5.25}{0.35}\right) : 10^{-1} = 15.10^{-1} = 1.5$$

K

$$a = \frac{(2+4).10^{-1} - (4+4).10^{-2} + (2+3).10^{-3}}{0.1 - 0{,}07 + 0{,}05}$$

$$\frac{2.10^{-4} + 4.10^{--5} + 3\ .10^{-3}}{0.175}$$

L

$$a = \frac{(0.6 - 0.\ 08 + 0{,}005)}{(0.1 - 0.07 + 0{,}005)} = \frac{0{,}525 : 7}{0{,}0{,}98 : 7} = \frac{0{,}075}{0{,}014}$$

M

$$a = \frac{6.10^{-1} - 8.10^{-2}}{0.1 - 0{,}07} = \frac{-2.10^{-3}}{0.03} = \frac{-2.10^{-3}}{3.10^{-2}}$$

N

$$a = \frac{0.6 - 0.\ 08 + 0{,}005}{0.1 - 0{,}07 + 0.005}$$

$$= \frac{0{,}6 - 0,\ 08}{0.1 - 0{,}07} = 6 + \frac{0{,}08}{0{,}07}$$

O

$$a = \frac{6\text{-}8+5.10^{-1-2-3}}{1.10^{-1} - 0.7.10^{-1} + 0.05.10^{-1}}$$

$$= 3\ 10^{-6} - 1.10^{6} = 1$$

RE-MÉDIATION en CALCUL NUMÉRIQUE (2) (variante de (1) page 3).

Pourquoi ce module ?

Lors de l'évaluation de début d'année 1995 (EVA2) , l'item 35 exercice n° 7 page 11 , laisse apparaître que la réponse attendue n'est choisie que par un tiers des élèves de la classe ; lors de la correction, la discussion laisse apparaître des représentations variées . Le devoir surveillé réalisé après l'étude du thème "Transformations d'écritures" confirme largement les difficultés , représentations très diverses et absences de l'intérêt de justifier . L'enseignant y a repéré et relevé les démarches de chacun des élèves ; il en présente les plus significatives aux élèves dans un énoncé aux données numériques différentes , exigeant les mêmes démarches .

Soit $a = \dfrac{6 \,.\, 10^{-1} + 3.\, 10^{-2} - 5\, 10^{-3}}{0{,}1 - 0{,}08 + 0{,}005}$ Ecrire le nombre a sous la forme exacte la plus simple possible .

Ce module se situe **en aval** d'une évaluation sommative , il se pratique "à chaud" .

* **Problématique** : elle fournit les **points d'appui** .

En partie analogue à celle du module précédent (page 3), elle s'en distingue par

→ la part plus grande accordée à l'argumentation écrite ,

→ l'échange entre deux élèves qui se sont déjà reconnus et savent s'écouter (peu d'élèves de la classe se connaissent en début d'année)

→ par la rédaction personnelle à l'issue de la recherche et des échanges .

* **Objectifs du professeur**

Différences avec ceux du module précédent

* Travail individuel privilégié avec échanges entre deux élèves , questionnement par l'enseignant .

* Accent mis sur l'argumentation , la justification,

* Lien entre deux exercices d'objectifs différents , aux contenus mathématiques voisins .

* Faciliter davantage l'accès aux méthodes exactes que l'analyse ou la correction des erreurs .

Comment répartir les élèves ?

Travail par binômes choisis par les élèves : une certaine complicité paraît souhaitable , ajustements du professeur s'il y a lieu .

Au cours du premier trimestre (novembre)

Connaissances mises en jeu

* Directement : calcul numérique sur les fractions numériques et puissances de 10 .

* Plus globalement , les opérations dans R : leur sens , leurs propriétés : similitudes et différences , l'implicite et l'explicite .

* Méthodes d'apprentissage d'une notion .

Gestion de la classe

* **Consignes données aux élèves**

Voir fiche élève page 9

Pour l'exercice (1) , invalider les égalités algébriques proposées en prenant des exemples numériques , repérer les règles erronées mises en oeuvre dans les transformations d'écriture .

Pour l'exercice (2), expliquer les transformations opérées, distinguer celles qui sont exactes de celles qui ne le sont pas, repérer les règles erronées mises en oeuvre.

*** Déroulement**

Les élèves travaillent par binômes ; après des recherches individuelles, ils confrontent leurs explications, écrivent sur la fiche les arguments validés.

*** Rôle du professeur**

Différences avec celui du module précédent

→ Suivre le travail de chacun. En présence d'erreurs, de questions, il répond par d'autres questions, adaptées à chacun (individualisées), par des renvois au livre, au cours, ... Il consacre du temps à ceux qui ont le plus de difficultés à reconnaître les erreurs, les connaissances mises en jeu.

→ Réaliser la synthèse des productions écrites en explicitant les outils à mettre en oeuvre, les moyens de vérification et de correction (avec ou sans calculatrice).

→ Comparer les propriétés mises en oeuvre à celles qui sont fausses, le plus souvent implicites et créées pour l'occasion (théorèmes en actes).

→ Mettre en évidence deux ou trois solutions exactes et inciter chacun à percevoir les différences, les similitudes, les avantages de chacune de celles-ci en tenant compte de sa propre histoire.

Bilan

Pour l'exercice (1), peu d'élèves renouvellent les erreurs (nombreuses) d'EVA2. Est-ce parce que l'objectif de l'énoncé n'est plus d'évaluer mais qu'il est formatif ou parce que l'énoncé est directif ? (OU non exclusif)

Pour l'exercice (2), des difficultés de compréhension de l'énoncé apparaissent, le plus souvent surmontées par les échanges entre les élèves. Peu comprennent la démarche (c) ; certains disent d'emblée leur préférence pour (a) sinon leur rejet pour (b) et à fortiori (c).

La réussite au premier exercice ne signifie pas la compréhension du second, non en raison des puissances de 10, mais semble-t-il, de la présence simultanée de deux sources de difficultés, aggravées par les tentations ..... (simplifier après avoir reconnu $0{,}1 = 10^{-1}$, ...)

Les échanges jouent un grand rôle dans la compréhension des solutions proposées et des erreurs.

L'énoncé des justifications se révèle délicat au cours de la séance et pourtant les solutions rédigées se révèlent souvent de bonne qualité.

Les élèves doivent réaliser eux-mêmes la correction de cet exercice de leur devoir surveillé. Quelques élèves y éprouvent des difficultés (confirmées sur d'autres thèmes), y compris avec l'aide du professeur, mais le plus grand nombre exprime l'intérêt au travail fourni qui se révèle plutôt efficace.

Fiche élève

Exercice n° 1 Validation des réponses à un Q.C.M.

Un seul des quatre énoncés ci-dessous est vrai pour tout nombre a et tout nombre b (différent de 0 et - 9) ; lequel ? Justifiez votre réponse avec soin .

$\dfrac{9+2a}{9+b} = \dfrac{2a}{b}$	$\dfrac{9+2a}{9+b} = \dfrac{11a}{10b}$	$\dfrac{9+2a}{9+b} = 1 + \dfrac{2a}{b}$	Aucune égalité proposée n'est vraie

AIDE : Pour qu'une égalité telle que celles ci-dessus soit fausse , il suffit que, pour un exemple numérique , elle ne soit pas vérifiée .
Pour démontrer qu'elle est vraie , les écritures littérales et l'explicitation des propriétés utilisées est nécessaire (et suffisante) . Une multiplicité d'exemples ne suffit pas .

a Comparez les deux membres de chacune de ces trois égalités en prenant :
a = b = 1 puis a = 1 et b = 2 , enfin a = - 2 et b = 6 . Que pouvez-vous conclure ?
b Quelle règle erronée est implicitement utilisée pour justifier la première égalité (fausse) ? Même question pour chacune des deux autres égalités .

Exercice n° 2 Simplification d'une fraction , choix d'une écriture .

Soit $a = \dfrac{6\,.\,10^{-1} - 8\,.\,10^{-2} + 5\,10^{-3}}{0{,}1\ -\ 0{,}07 + 0{,}005}$ *L'objectif est d'écrire a sous la forme exacte la plus simple possible.*

**1* Chacune des égalités (a) , (b) , (c) ci-dessous est vraie . Pour chacune d'elle, expliquer et justifier la transformation opérée .*

$a = \dfrac{(0{,}6 - 0{,}08 + 0{,}005)}{(0{,}1 - 0{,}07 + 0{,}005)}$ *(a)* $\qquad a = \dfrac{6.10^{-1} - 8.10^{-2} + 5.10^{-3}}{1.10^{-1} - 7.10^{-2} + 5.10^{-3}}$ *(b)* $\qquad a = \dfrac{600 - 80 + 5}{100 - 70 + 5}$ *(c)*

**2* Parmi les résolutions suivantes de A à G proposées par des élèves, certaines sont exactes, d'autres sont erronées . Repérez celles qui sont exactes et justifiez les transformations opérées . Lorsque vous repérez une erreur , expliquez celle-ci . Dans certaines de ces résolutions, l'une des trois expressions (a) , (b) ou (c) est la première étape , non écrite ; précisez-la dans chaque cas .*

A $\quad a = \dfrac{0{,}6 - 0{,}08}{0{,}1 - 0{,}07} = 6 + \dfrac{0{,}08}{0{,}07} = \dfrac{50}{7}$

B $\quad a = \dfrac{6.10^{-1} - 8.10^{-2}}{0{,}1 - 0{,}07} = \dfrac{-2.10^{-3}}{0{,}03} = \dfrac{-2.10^{-3}}{3.10^{-2}} = \dfrac{-2}{3}10^{-1}$

C $\quad a = 6 - \dfrac{8}{7} + 1 = 7 - \dfrac{8}{7} = \dfrac{41}{7}$

$\quad a = \dfrac{0{,}525}{0{,}035} = 15$

D $\quad a = \dfrac{(6-8+5).10^{-1-2-3}}{(1-7+5)10^{-1-2-3}} = -3$

E $\quad a = \dfrac{6 - 8 + 5}{1 - 7 + 5} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

F $\quad a = \dfrac{525}{35} = 15$

Parmi les démarches exactes , laquelle vous paraît la plus simple ? pourquoi ? Vous devez retenir une propriété exacte mise en oeuvre dans cette résolution . Laquelle retenez-vous ? Vous devez remarquer une erreur à éviter . Laquelle retenez-vous ?

MÉDIATION en CALCUL NUMÉRIQUE (3) (variante de (1) et (2)).

Pourquoi ce module ?

Lors de l'évaluation de début d'année 1995 (EVA2) , l'item 35 exercice n° 7 page 11 , laisse apparaître que la réponse attendue n'est choisie que par un tiers des élèves ; lors de la correction , la discussion laisse apparaître des représentations variées . Le devoir surveillé réalisé après l'étude du thème : "transformations d'écritures" confirme largement les difficultés , représentations très diverses et absences de l'intérêt de justifier . L'enseignant y a repéré et relevé les démarches de chacun des élèves ; il en retient les plus significatives et les présente aux élèves en début de seconde lors de l'étude du thème : transformations d'écritures , non plus en re-médiation , en aval , " à chaud" , mais en **amont** , "à froid" en lieu et place d'autres exercices plus segmentés dans leurs objectifs , dans lesquels beaucoup d'élèves ont le sentiment d'avoir compris mais ne ressentent pas le besoin d'expliciter les propriétés utilisées alors que les théorèmes en actes , fréquents dans leur pratique , sont parfois erronés .

* **Problématique** : elle fournit les **points d'appui** .

La compréhension n'est-elle pas améliorée

→ par la prise de conscience précoce de représentations erronées ?

→ par un travail de groupes?

→ par la rédaction par groupes ?

→ par l'étude de situations "complexes" , mettant en évidence les risques d'erreurs résultant d'une pratique abusive des implicites ?

* **Objectifs du professeur**

Permettre à chaque élève de confronter ses démarches avec celles des autres , y repérer les éventuelles représentations erronées , les faire évoluer , comprendre l'intérêt d'expliciter les propriétés utilisées , au moins oralement pour convaincre les autres membres du groupe , vérifier que l'ajout d'un objectif supplémentaire est un facteur de consolidation .

* **Organisation** : 1 heure en module , travail à rédiger par chacun des groupes , à rendre et synthèse en cours .

Comment répartir les élèves ?

Travail par groupes hétérogènes ; choix assuré par le professeur en prenant en compte les résultats aux items d'éva2 portant sur les notions en cause . Le parallélisme avec une autre discipline ne présente pas de difficultés .

Connaissances mises en jeu

* Directement : calcul numérique sur les fractions numériques et puissances de 10 .

* Plus globalement , les opérations dans R : leur sens , leurs propriétés : similitudes et différences , l'implicite et l'explicite .

* Méthodes d'apprentissage d'une notion .

Gestion de la classe

*** Consignes données aux élèves** Voir fiche élève page 9.

*** Déroulement**

Exercice 1 Recherche individuelle (quelques minutes) puis échanges et mises au point .

Dans la première phase , les solutions erronées étaient quasi-unanimes . Ils n'ont été que progressivement déstabilisés par les résultats de la seconde question . Les débats dans les groupes ont permis , parfois avec douleur et lenteur , avec des questions , avec des exemples et contre-exemples , de comprendre que les trois égalités étaient fausses car , $\frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a}{b}$ mais $\frac{a+c}{b+c} \neq \frac{a}{b}$

Cela a conduit à expliciter $\frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a}{b}$ et $\frac{a : c}{b : c} = \frac{a}{b}$ mais $\frac{a+c}{b+c} \neq \frac{a}{b}$ et $\frac{a-c}{b-c} \neq \frac{a}{b}$

La moitié des élèves n'ont pu que démarrer , au cours de la séance, l'exercice 2 .

Exercice 2 Recherche individuelle (cinq à dix minutes suivant les groupes) puis échanges et mises au point . Une grande variété de rythmes selon les membres de groupes . Lorsque les compétences des membres étaient très différentes , le professeur a été obligé d'intervenir pour demander à chacun de respecter les idées , mêmes erronées des autres . Chaque groupe a élaboré l'analyse critique des solutions de A à G et rédigé la solution qui lui paraît satisfaisante , pour l'essentiel en dehors de la classe .

Synthèse réalisée en cours

Les travaux de trois groupes exprimant des idées différentes ont été exposéss par leurs auteurs et ont servi de base à l'analyse et la synthèse . Peu de critiques ont été formulées . La solution *(c)* n'a été retenue par aucun groupe , mais a été considérée par plusieurs élèves comme intéressante .

*** Rôle de l'enseignant**

L'enseignant aide à clarifier certaines notions ou leur expression pour faciliter les échanges (difficultés de se comprendre mutuellement , sinon de s'écouter) , il ne donne pas de réponse . Il aide les élèves à s'écouter , se comprendre , les encouragent à prendre des initiatives , à se poser de bonnes questions .

Dans la synthèse , l'enseignant met en valeur les idées différentes et constructives : les écritures différentes d'un même nombre , l'intérêt de chacune des démarches *(a)* , *(b)* *ou* *(c)* , y compris celles rejetées par un grand nombre d'élèves . Il incite les élèves à utiliser des outils qui peuvent leur paraître plus difficiles car peu familiers .

Bilan

Ce module de médiation (sans Re) prend appui sur des observations faites les années n , n - 1 , ... pour l'année n+1 .

Sa mise en oeuvre en octobre 96 , laborieuse et décevante dans un premier temps, s'est révélée , au moins à court terme , très fructueuse d'un double point de vue . D'une part, des élèves comprennent que l'objectif premier de l'enseignant , même s'il est exigeant , est de les aider " pour de vrai " . D'autre part , lors du D.S. qui a suivi , un exercice analogue , a été bien traité par tous les élèves sauf un (dans le même D.S. des exercices " plus simples", moins approfondis , ont laissé apparaître plus d'erreurs) . De plus, la méthode qui n'avait pas eu leur faveur a souvent été utilisée . Il en résulte une satisfaction sur laquelle l'enseignant peut s'appuyer pour aborder d'autres problèmes "difficiles " à leurs yeux , pour lesquels ils ont des méthodes qui "marchent "mais qui ont besoin d'être améliorées .

Fiche élève

La même que celle proposée dans la version précédente .

Pourquoi ce module ?

L'observation des travaux des élèves en début d'année de seconde révèle que beaucoup d'entr'eux ne distinguent ou ne comprennent pas la distinction entre les différentes écritures d'un nombre. Par ailleurs, il importe de valoriser mais aussi contrôler l'usage de la calculatrice.

* **Problématique** :

Les notions de nombres, les différentes écritures - exactes - approchées -décimales - par troncature- par défaut - par excès- à 0,0 ... 01 près - font l'objet de confusions d'autant plus grandes que l'usage de la calculatrice n'a pas été maîtrisé. Les calculs sous différentes formes : numériques (avec ou sans puissances de 10), littérales , le choix entre celles-ci ont besoin d'être confortés.

* **Points d'appui**.

Interaction entre les élèves d'un même groupe ,.

Résultats différents fournis par les calculatrices, similitude entre les résultats demandés.

Réinvestissement des notions : puissances de 10, calcul littéral.

* **Objectifs du professeur**

Première séance :

* Faire réaliser par les élèves les calculs demandés, leur permettre de s'interroger sur la validité de leurs réponses : correspondent-elles à l'attente ?

* Distinguer la valeur exacte d'un nombre et ses écritures qui peuvent être multiples des valeurs décimales approchées uniques ou multiples selon le critère d'approximation.

* Prendre conscience de l'intérêt et des limites de chacune des écritures

Seconde séance :

Pour les groupes les plus avancés : Mettre au clair les résultats obtenus. Repérer l'intérêt du choix d'une forme (numérique ou algébrique) pour faciliter la tâche de calcul.

Pour les moins avancés, poursuivre les calculs numériques demandés, sur les exemples et si possible avec les puissances de 10.

Ce module a fait l'objet de deux séances **en parallèle** avec l'étude d'un thème géométrique , au milieu du premier trimestre , après les premiers apprentissages de l'usage de la calculatrice et les transformations d'écriture ...

Comment répartir les élèves ?

Les deux groupes de la classe sont constitués par le professeur de maths sur le critère de la maîtrise des outils de calcul environ un tiers dans l'un , les deux tiers dans l'autre ; au sein des deux groupes de modules , les élèves travaillent par groupes **hétérogènes** du point de vue de la calculatrice dont ils disposent (si possible , des calculatrices d'au moins deux types par groupes) mais **homogènes** sur le critère de la maîtrise des outils de calcul. .

Connaissances mises en jeu

Les nombres réels : les décimaux et .... les autres , les approximations décimales (pourquoi ? comment ?) ; ce que dit , ce que ne dit pas la calculatrice , les puissances de 10 , le calcul littéral , les identités remarquables , le calcul algébrique , le choix entre des outils et l'usage de quelques touches de la calculatrice.

Gestion de la classe

*** Consignes données aux élèves**

Après une recherche individuelle, confronter les démarches et résultats . Elaborer un document par groupes répondant aux questions posées et reflétant les idées des membres de celui-ci , à l'issue de chaque séance . Voir fiche élève page 14 .

*** Déroulement**

proche de celui défini dans l'exemple précédent .

*** Rôle de l'enseignant**

Il doit beaucoup s'investir au cours de la séance car il est très sollicité dans ce module ; beaucoup d'idées fausses sur les notions en cause dès le début des l'exercice proposé , peu d'interaction entre les élèves qui font une confiance excessive à leur calculatrice : les résultats différents ne proviendraient-ils pas plutôt d'une erreur de manipulation des autres ? il peut être prudent d'avoir testé au préalable des calculettes voire des ordinateurs et d'avoir sous le coude d'autres résultats effectifs si la gamme disponible dans la classe est trop étroite pour produire les chocs attendus .

Bilan

Cette séquence a mis en lumière les difficultés de nombreux élèves relatives à l'écriture des nombres : la distinction entre valeurs approchées et la valeur exacte mérite-t-elle des efforts ? ce que me fournit la calculatrice n'est-il pas exact ? assez précis ? comment écrire un nombre comportant un nombre illimité de chiffres ? plusieurs groupes n'ont pas abordé la question 4 .

Ces deux séances ont été suivies d'une synthèse relative aux nombres , à leurs écritures . A-t-elle concerné tous les élèves ? probablement , non ! Cette notion est-elle essentielle ? en seconde ? pour tous ?

La durée , le fractionnement en deux temps de l'activité , et les difficultés ressenties par les élèves conduisent à s'interroger sur la validité d'une partie des questions ou la trop grande ambition des objectifs .

Est-il préférable de réaliser deux activités plus modestes ? A court terme, pour le plus grand nombre, sans doute . A plus long terme , peu d'indicateurs . L'apprentissage de l'analyse ne serait-il pas facilité par de meilleures connaissances en matière d'approximation ?

Fiche élève

Nombres : valeurs exactes ou approchées ?

Après une recherche individuelle des questions 1 et 2, confrontez vos démarches et résultats au sein de votre groupe ; élaborez un document répondant à ces questions et reflétant les avis de chaque membre du groupe. Poursuivez ensuite la recherche des questions 3 et 4 en suivant la même procédure que pour es deux premières.

//1//

a Quels sont les résultats que donnent vos calculatrices pour les nombres suivants ?

(. signifie produit , est la virgule dans l'écriture décimale des nombres)

1,1 . 0,9 ; 1,01 . 0,99 ; 1,001 . 0,999 ; 1,0001 . 0,9999 ; 1,00001 . 0,99999 ; 1,000001 . 0,999999 ; 1,0000001 . 0,9999999 .

b Parmi ces résultats, quels sont ceux qui sont exacts ? justifiez avec soin votre réponse.

//2//

* a**quels sont les résultats que donnent vos calculatrices pour les nombres suivants ?

$\frac{1,1}{0,9}$ $\frac{1,01}{0,99}$ $\frac{1,001}{0,999}$ $\frac{1,0001}{0,9999}$ $\frac{1,00001}{0,99999}$ $\frac{1,000001}{0,999999}$ $\frac{1,0000001}{0,9999999}$

2**b** Parmi ces résultats quels sont ceux qui sont exacts ? Dans le cas où la valeur est décimale <u>approchée</u>, précisez les approximations décimales par défaut et par excès en indiquant l'incertitude. Justifiez avec soin votre réponse.

//3//

Pouvez-vous écrire sous forme décimale exacte les nombres suivants ?

$a = (1 + 10^{-p}) . (1 - 10^{-p})$, $b = (1 + 10^{-p}) / (1 - 10^{-p})$

$a' = (1 + 6.10^{-p}) . (1 - 6 .10^{-p})$, $b = (1 + 6.10^{-p}) / (1 - 6. 10^{-p})$

où p est un entier naturel . Justifiez avec soin votre réponse.

//4//

Pouvez-vous écrire sous la forme d'un polynôme chacune des expressions algébriques ci-dessous (un polynôme en x est une somme de monômes c'est-à-dire de termes de la forme : produit d'un réel par une puissance entière naturelle de x).

$c = (1 + x) (1 - x)$, $d = (1 + x) / (1 - x)$

$c' = (1 + \alpha . x) (1 - \alpha . x)$, $d = (1 + \alpha.x) / (1 - \alpha.x)$

Quelle relation voyez-vous entre ces calculs littéraux et les déterminations de valeurs exactes ou approchées décimales réalisées plus haut ?

Re-médiation : Equations

Pourquoi ce module ?

La maîtrise de la résolution des équations est très diversifiée en début de seconde (comme le confirme éva2) . La notion d'égalités équivalentes doit faire l'objet d'un apprentissage en seconde .

Cette séance se situe en aval , mais une séance précédente de module a eu pour objet de travailler sur des exemples étudiés au collège

* les notions d'énoncés directs et de leurs réciproques
* la véracité ou non des énoncés directs , de leurs réciproques
* l'équivalence de deux énoncés en géométrie .
* l'équivalence de deux égalités ou inégalités .

Elle a été précédée des cours et T.P. et d'une évaluation formative (en annexe page 18)

*** Objectifs du professeur :**

Permettre aux élèves d'atteindre les objectifs

* Résoudre les équations les plus simples , (lignes 1, 2 , 3 , 4). Construire, si nécessaire l'idée : le nombre .... est solution de l'équation .... cela signifie que ce nombre vérifie celle-ci .

* Concevoir qu'une équation peut avoir plusieurs solutions .

* Concevoir qu'une équation peut avoir des formes différentes et avoir les mêmes solutions .

* Distinguer la résolution de la vérification , comprendre leurs fonctions respectives .

* Accéder à des équations plus complexes , ne pas figer un critère avant de l'avoir compris .

* Argumenter devant ses pairs pour justifier .

* **Organisation** : une séance d'une heure de module, exploitation dans les cours et T.P. suivants .

Comment répartir les élèves ?

Travail par **groupes hétérogènes** fixés par le professeur . La répartition de la classe en deux groupes de modules a été opérée par compétences sur cette notion repérées lors d'une évaluation formative (en annexe) environ un tiers dans l'un , les deux tiers dans l'autre

Connaissances mises en jeu

Équation , solution (de l'équation) , résolution (de l'équation).
Equations , du premier degré ou non , pouvant s'y ramener ou non ,
Equations équivalentes c'est-à-dire ayant les mêmes solutions .

Gestion de la classe

*** Consignes données aux élèves**

Voir fiche élève page 17

*** Déroulement**

Travail individuel pendant 25 minutes , confrontation par groupes (15 minutes) , rédaction de ce que le groupe retient de l'exercice (10 minutes) .

*** Rôle de l'enseignant**

L'enseignant est disponible à chaque groupe ; il interroge individuellement lorsque des incompréhensions ou des erreurs se manifestent et mettent en cause le travail proposé . Il ne donne pas de bonne réponse . Il assure la synthèse des travaux de groupes présentés (en fin d'heure si cela est possible) ou plutôt à la séance de cours suivante (dans les mises en oeuvre opérées) : quels sont les critères de validation des résultats et des conclusions des groupes ?

Bilan

Quelques élèves ont des difficultés à quitter l'habit qu'ils se sont forgés pour la résolution des équations dont ils ont appris une technique de résolution en perdant le sens du problème posé .

Expressions , factorisations , équations , inéquations , dans des cadres diversifiés , auront besoin d'être réétudiées pour aider les élèves à comprendre l'intérêt de savoir , alors que certains ne veulent que savoir faire et le handicap qu'ils se créent ainsi .

Fiche élève

Equations équivalentes ou non ?

Objectif

Deux équations sont équivalentes si et seulement si elles ont les mêmes solutions. Vous devez classer les 32 équations ci-dessous dans des familles caractérisées par la propriété : elles ont les mêmes solutions.

Liste des 32 équations à classer

$x = 4$	$x = -4$	$3x = 7$	$4x = 0$
$7x + 3 = 0$	$4x = 1$	$-x + 7 = 3$	$4x = -7$
$\frac{3}{7}x = 1$	$\frac{3}{7}x = 0$	$\frac{3}{4}x = 28$	$\frac{3}{7}x = \frac{12}{7}$
$\frac{1}{3}x + \frac{1}{7} = 0$	$\frac{1}{7}x = \frac{1}{3}$	$\frac{3}{7}x = \frac{7}{12}$	$4x\sqrt{2} = \sqrt{2}$
$(7x + 3) = -x + 5$	$-x + 5 = 4x + 25$	$7\pi x + 3\pi = 0$	$3\pi x - 7\pi = 0$
$4x + 2 = -14$	$49x - 21 = 0$	$49x^2 - 9 = 0$	$(7x + 3)(x^2 + 1) = 0$
$(3x^2 + 7)(4x - 1) = 0$	$(3x - 7)(x - 4) = 0$	$(7x + 3)(x^2 - 16) = 0$	$(3x - 7)(x^2 - 1) = 7$
$(7x - 3)(x^2 + 1) + (x^2 + 1)(x + 1) = 0$		$(x + 4)(3x^2 + 7) = (x + 4)(2x^2 + 3)$	
$(7x + 3)(5x - 3) = (7x + 3)(x - 3)$		$(3x - 7)(x - 4) = -19x + 28$	

Consignes

Vous m'appelez si vous ne parvenez pas à surmonter une difficulté ; mais essayez d'abord de résoudre les problèmes posés **seuls** *ou après échange avec l'un de vos camarades du groupe .*

phase 1 *: travail individuel : 25 minutes*

Pour classer chacune des équations ci-dessus dans des familles , vous réalisez et compléter un tableau tel que celui-ci . quels sont les arguments qui permettent de faire ces choix ?

solutions	équations
4	
-4	
0	
$\frac{7}{3}$	
$-\frac{3}{7}$	
$\frac{1}{4}$	
..	

phase 2: *travail par groupes de 3 ou 4 élèves : 15 minutes*

Confrontez vos choix . Chaque fois que ceux-ci sont différents , comparez vos arguments et recherchez et corrigez les erreurs éventuelles . Explicitez clairement les critères de choix utilisés sous forme écrite .

phase 3: *travail individuel puis de groupe*

Chacun écrit ce qu'il retient de ce travail pour la résolution des équations en termes de connaissances ou en termes de méthode. chaque groupe retient une formulation

phase 4 : *synthèse*

Annexe

Évaluation "Équations"

****A**** ***Pour chacune des équations ci-dessous , les nombres situés à droite des cases sont-ils solutions de l'équation ? mettez une croix dans les cases situées à gauche d'un nombre solution et seulement dans ces cases .***

1** Équation : $2x + 6 = 0$

Nombres ☐ -3 ☐ 3 ☐ 4 ☐ -4 ☐ 8

2** Équation ; $9x^2 - 1 = 0$

Nombres ☐ -3 ☐ 3 ☐ 1/3 ☐ - 1/3 ☐ 8

3** Équation $(x - 3)(3x + 1) = 0$

Nombres ☐ -3 ☐ 3 ☐ 1/3 ☐ - 1/3 ☐ -2

4** Équation $x^2 + 9 = 0$

Nombres ☐ -3 ☐ 3 ☐ 1/3 ☐ - 1/3 ☐ -2

5** Équation $(3x + 1)^2 = 0$

Nombres ☐ -3 ☐ 3 ☐ 1/3 ☐ - 1/3 ☐ -2

6** Équation $(3x + 1)^2 = (x + 3)^2$

Nombres ☐ -3 ☐ 1 ☐ -1 ☐ - 1/3 ☐ 4

7** Équation $(3x + 1)(x - 3) = 0$

Nombres ☐ 3 ☐ 1 ☐ -1 ☐ - 1/3 ☐ 4

8** Équation $(3x + 1)(x - 3) = -3$

Nombres ☐ 3 ☐ 0 ☐ 8/3 ☐ - 1/3 ☐ 5

****B**** ***Indiquez les ensembles de solutions de chacune des équations ci-dessous ; vous pouvez réaliser , sans souci de rédaction , toutes les transformations utiles pour les trouver sur cette feuille .***

Équations et Solutions	calculs ou transformations d'écritures utiles
$x + 5 = -(5x + 1)$	
$4x^2 = 1$	
$(x + 5)(5x - 1) = 0$	
$(x + 5)(5x - 1) = -5$	
$(5x + 1)^2 = (x - 5)^2$	
$4x^2 + 9 = 0$	

Médiation : configurations et vecteurs

Pourquoi ce module ?

Les représentations des vecteurs, si ce n'est des configurations sont confuses pour un nombre important d'élèves : deux points A et B permettent de définir (AB), [AB] , AB , [AB), (AB], $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, ...

Une évaluation formative , non corrigée en classe , où le professeur a codifié chaque solution par 1 (exact) ou 0 (faux) permet de le constater. Cette Médiation se fait **en aval** du cours mais avant toute évaluation sommative ; elle fait suite à des exercices simples et précède les T.P. ayant pour objet l'utilisation de l'outil vectoriel pour établir des propriétés des configurations.

* **Problématique** :

La recherche de problèmes utilisant les vecteurs est constructive du savoir relatif aux vecteurs et configurations mais elle n'est pas exclusive de la clarification des notions utilisées et notamment du changement de de cadre .

* **points d'appui :**

Au sein des groupes, les élèves savent si leurs réponses sont exactes ou fausses ; les échanges, la consultation des documents de la classe doivent leur permettre de savoir pourquoi et de compléter leur fiche, dans leur langage, mais correctes car vérifiées par le professeur qui répond aux sollicitations. Chaque élève prend à sa charge sa production, son savoir, il le fait évoluer par les échanges avec ses pairs, avec l'enseignant .

* **Objectifs du professeur**

Favoriser la traduction du géométrique vers le vectoriel et du vectoriel vers le géométrique pour faciliter l'utilisation des vecteurs pour démontrer des propriétés géométriques .

Prévenir les erreurs repérées dans les classes de seconde , antérieurement , sur ce thème .

Comment répartir les élèves ?

Sur la base de l'évaluation (page 22) , la classe est partagée en deux groupes :
ceux ayant le plus de difficultés (1 / 3) et ceux ayant le moins de difficultés (2/3) . Mais les groupes de deux ou trois élèves sont plutôt hétérogènes même si l'un des paramètres pris en compte est l'affinité dans chaque groupe .

Connaissances mises en jeu

Quelques configurations de base : segment , droite , demi-droite , milieu , centre de gravité , parallélogramme , longueur , direction , ... ,

Addition et multiplication d'un vecteur par un réel : définitions et propriétés , compréhension des écritures proches de celle des nombres et pourtant ......

Gestion de la classe

* **Consignes données aux élèves**

Par groupes, assurer la correction des productions individuelles et compléter la fiche "connaissances" en s'appuyant sur tous documents disponibles .... et l'enseignant. Réaliser un dessin illustrant la propriété dans la colonne de droite. Voir page 21 la fiche élève .

*** Déroulement**

Au sein de petites équipes, les élèves repèrent rapidement ce qui doit être approfondi, mais tous doivent rédiger leur propre fiche .

*** Rôle de l'enseignant**

Accompagner les travaux des élèves, aider à améliorer certaines formulations et contrôler les produits élaborés. Assez aisée dans un des groupes, sa mission reste difficile dans le second : aider, sans donner les réponses, encourager mais rester vigilant.

Bilan

La fiche d'évaluation a été corrigée par tous : celle de connaissances a, pour une moitié, été terminée, en dehors de la classe ; l'enseignant a consacré l'essentiel de son énergie à cette moitié de classe.

Au delà des difficultés pointées ici , la notion de vecteur pose d'autant plus problème que les notions de longueur et segment sont elles-mêmes mal assurées. La résolution de problèmes, si nécessaire soit-elle pour tous, devient d'autant plus abordable que les élèves disposent ensuite d'une fiche qu'il ne s'agit pas d'apprendre (au sens actuel de "par coeur"), mais d'utiliser, de comprendre jusqu'au moment où elle devient inutile. Cela dépend de chacun.

Fiche élève Deux langages pour une même propriété : de l'un à l'autre, soyons précis

ENONCES en langage des configurations	**EQUIVALENTS** *en langage vectoriel aux ENONCES*	
**1* M, N, P, Q, sont quatre points donnés*		
* MNPQ est un parallélogramme *(2 énoncés)*	* *	
* MNPQ est un parallélogramme de centre O	*	
**2* A, B sont deux points distincts donnés*		
* M se trouve sur la droite (AB) c'est-à-dire M ∈ (AB)	*	
* M se trouve sur la demi-droite [AB) c'est-à-dire M ∈ [AB)	*	
* M se trouve sur le segment [AB], c'est-à-dire M ∈[AB]	*	
* M se trouve sur la demi-droite d'origine A opposée à [AB), c'est-à-dire M ∈ (AB) - [AB)	*	
* M est le milieu du segment [AB] *(3 énoncés)*	* * *	
* M se trouve sur le segment [AB] et AM = (2/3) AB.	*	
* M se trouve sur la demi-droite [BA) et AM = 2 AB.	*	
**3* A, B, C sont trois points non alignés donnés*		
* Le point G est le centre de gravité du triangle ABC où I est le milieu de [BC] *(3 énoncés)*	* * *	
* M se trouve sur la droite contenant C et parallèle à (AB).	*	
* ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD] tel que CD = 2AB	*	
**4* A, B, B' sont trois points non alignés.*		
* A, B, M sont alignés dans cet ordre	*	
* A, B, M sont alignés dans cet ordre, A', B', M' sont alignés dans le même ordre et AM/AB = AM'/AB' = 2	*	
* (MM') est parallèle à (BB')	*	

Annexes

Evaluation : vecteurs et configurations géométriques

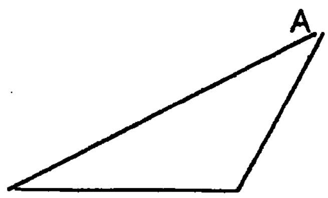
/I/ Dans la colonne de gauche des propriétés sont énoncées <u>EN LANGAGE DES CONFIGURATIONS</u>
<u>TRADUIRE</u> celles-ci sur la colonne de droite <u>EN LANGAGE VECTORIEL</u>
(c'est possible dans toutes les situations proposées)
Vous pouvez vous aider de petits dessins à main levée et au crayon sur la droite.
<u>Les hypothèses sont écrites dans ce caractère</u>

Nom et prénom

**1* M, N, P, Q, sont quatre points donnés* *1*1* MNPQ est un parallélogramme *1*2* MNPQ est un parallélogramme de centre O	
**2* A, B sont deux points distincts donnés* M se trouve sur le segment [AB] et AM = (2/3) AB. M se trouve sur la demi-droite [BA) et AM = 2 AB. M se trouve sur la droite (AB) c'est-à-dire $M \in (AB)$ M se trouve sur la demi-droite [AB) c'est-à-dire $M \in [AB)$ M se trouve sur le segment [AB] , c'est-à-dire $M \in [AB]$ M se trouve sur la demi-droite d'origine A opposée à [AB), c'est-à-dire $M \in (AB) - [AB)$ M est le milieu du segment [AB] *3 enonces sont demandés*	
**3* A, B , C sont trois points non alignés donnés* M se trouve sur la droite contenant C et parallèle à (AB). A, B, C, M forment un trapèze * de bases [AB] et [CM] * tel que CM = 2 AB	

/II/ A , B , C sont trois points fixés . Déterminez , sans justification, puis tracez chacun des ensembles de points définis par une propriété caractéristique .

a $M \in (E)$ équivaut à AM = BC
b $M \in (F)$ équivaut à AM = MB
c $M \in (G)$ équivaut à AB + BM = AM
d $M \in (E')$ équivaut à $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$
e $M \in (F')$ équivaut à $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$
f $M \in (G')$ équivaut à $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM}$



Vous pouvez utiliser le verso de cette feuille

Médiation : rectangles emboîtés (situation-problème)

Pourquoi ce module ?

Problématique et Points d'appuis

Ce problème permet de nombreuses entrées , des résolutions dans différents cadres ; celles-ci permettent de mieux comprendre chacun par l'interaction entr'eux

Les temps de travail individuel , de synthèse collective , d'échanges au sein de groupes de mêmes besoins et de rédaction personnelle sur des idées choisies permettent de travailler , certes les notions , mais aussi la logique .

* **Organisation** : deux séances de modules avec rédaction de démonstration entre les deux séances et réalisation d'une fiche-méthode à l'issue des deux séances .

* **Objectifs du professeur**

* Mettre les élèves devant une situation-problème (problème ouvert pour des élèves)

* Donner la possibilité à tous les élèves de conduire au moins une démonstration à terme

* Gérer l'hétérogénéité : tous doivent produire des solutions , mais ils peuvent choisir .

* Comparer l'intérêt de diverses méthodes , éclairer l'une par les autres , apprendre à porter un regard très ouvert sur un problème .

* Logique , rigueur , imagination , ... les points O,A,E peuvent-ils être alignés (conclusion d'une démonstration) et non alignés (conclusion d'une autre démonstration du même élève)?

* Réaliser une fiche méthode : comment démontrer que trois points sont alignés ?

Comment répartir les élèves ?

La classe est partagée en deux groupes de besoins , d'effectifs inégaux (1/3 pour celui des élèves ayant manifesté le plus de difficultés dans la recherche de problèmes géométriques , 2/3 pour l'autre)

Les élèves se répartissent ensuite par affinité (trois ou quatre)

Connaissances mises en jeu

Agrandissements -réductions , Enoncé de Thalès (de troisième , de seconde), Homothéties , Angles géométriques , Trigonométrie , Configurations élémentaires , Théorème de Pythagore , valeurs approchées , calculs sur radicaux , Repérage du plan : équation de droites , alignement , colinéarité , proportionnalité .

Gestion de la classe

* **Consignes données aux élèves**

Voir fiche élève page 25 . Les consignes sont évolutives, en fonction des idées émises ou des difficultés rencontrées au sein des groupes . En particulier, la moitié de classe ayant le plus de difficultés exprime moins d'idées vectorielles ; il semble important que les idées analytiques puissent être exploitées par tous .

* **Déroulement**

Première séance : le projet doit rester modulable en fonction de ce que les élèves trouvent - ou ne trouvent pas .

* Recherche individuelle , confrontation en groupes , relevé de toutes les idées ; première analyse de ces idées , sans rejet de celles-ci , mais avec précisions éventuelles .

* tracé de droites ayant pour objet de faire émerger d'autres idées , en particulier l'intérêt d'un repère (non proposé)

* nouvelle recherche individuelle , confrontation en groupes et relevé des propositions
* choix par chaque élève d'au moins une idée de méthodes à rédiger pour la séance suivante .

*** Rôle de l'enseignant**

→ ouvrir des pistes si nécessaire . ne fermer aucune porte ; en particulier , il semble préférable de donner l'énoncé tel quel et de ne tracer les médiatrices de [AB] et [AD] , de placer un angle ou deux que si cela se révèle nécessaire pour un groupe ou une classe donnée .

→ laisser persister le doute à l'issue de la première séance sur l'alignement des points (du moins si les avis sont partagés) . Il importe, en particulier, que les élèves puissent mettre en oeuvre le théorème de Thalès , la colinéarité et en ressentent les difficultés (sauf à introduire la contraposée), les distances (avec des valeurs approchées). C'est sur ce terrain que l'analyse critique devient constructive .

Bilan

Les élèves ont proposé les méthodes ou variantes :
* (AD) || (EH) d'où Thalès vectoriel ou non ,
* Homothétie de centre O , de rapport 1,25 ,
* Trigonométrie dans les triangles rectangles OAJ et OEL (où J et L sont les milieux de [AD] et [EH]) : sinus , cosinus ou tangente .
* distances : OA + AE = AE ? avec l'utilisation du théorème de Pythagore et des valeurs approchées .
* Angles : JAO , JAM et MAE supplémentaires ? (M est le point commun de (AB) et (EH))
MEO = JA0 ? (angles correspondants ?)
* Repère orthonormal d'origine O , d'axes (OI) et (OJ) :
Coordonnées de A et E proportionnelles ?
Les coordonnées de E vérifient-elles une équation de (AO) ?
Les droites (OA) et (OE) ont-elles le même coefficient directeur ?

La rédaction de deux démonstrations par chaque élève est intéressante : par exemple ,

* Plusieurs élèves ne sont pas choqués de conclure leurs deux démonstrations par des conclusions contradictoires .

* l'utilisation du théorème de Thalès (qui plaît , il y a deux parallèles ...) a besoin d'un énoncé clair et précis : dans les formes directe et réciproque, les points donnés sont alignés . La contraposée peut ici trouver place pour son introduction ou sa mise en oeuvre à une partie ou toute la classe .

* la non-proportionnalité de a +2 et b+2 par rapport à a et b ramène aux erreurs sur les fractions .

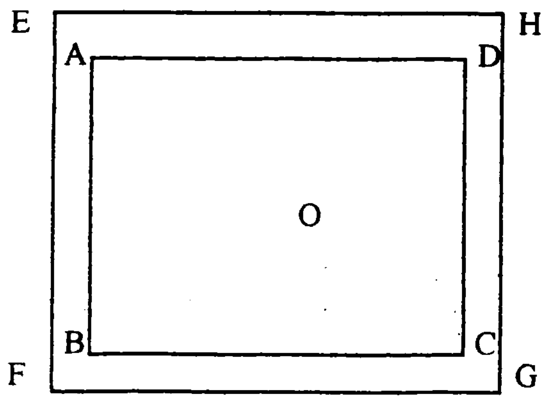
La multiplicité des solutions et leur non hiérarchisation par l'enseignant a plu aux élèves . Plusieurs ont rédigé un nombre "grand " de solutions au problème (Ici , "grand" signifie strictement supérieur à 2 , cela peut aller jusqu'à 6 !!) .

L'un des points essentiels du travail sur l'erreur est de parvenir à situer le débat non seulement sur la formulation, la rédaction, la technique, importante certes, mais sur les représentations des élèves ; il est indispensable qu'elles soient exprimées, qu'elles ne soient rejetées que par l'élève lui-même, après compréhension de ce qui est en cause ; il est non moins essentiel que ce ne soit pas le professeur mais l'élève lui-même , avec le concours éventuel de ses camarades, qui effectue la correction. Celle-ci ne se situe pas au niveau d'une phrase, à remplacer par une autre, d'un signe à remplacer par un autre mais bien au plan de ses représentations . L'abondance des idées des élèves, parfois justes , parfois erronées témoignent de leurs connaissances . Mais souvent l'erreur cohabite avec le savoir . Ce qui est difficile pour de nombreux élèves est de modifier leurs conceptions, car ils discernent mal dans leur pensée ce qui est à conforter de ce qui est à corriger . Les modules sont un moment important pour cet apprentissage .

Fiche élève

Situation-problème

Vous disposez de deux rectangles ABCD et EFGH de même centre O, aux côtés respectivement parallèles. [(AB) ‖ (EF)] tels que: (unité 1 cm)
AB = 9 , AD = 8 , EF = 11 , EH = 10.
Les points O , A , E sont-ils alignés?



L'objectif est de déterminer le maximum de méthodes différentes pour répondre à cette question.

Consignes

pour la première séance de module (données par écrit aux élèves)

première phase (15') : chacun écrit les idées de preuve puis échange au sein de son groupe .
seconde phase (15') : Les idées proposées sont écrites au tableau puis par groupes , vous vous répartissez les méthodes , au moins une chacun .
troisième phase (15') : Chacun rédige la démonstration s'appuyant sur l'idée qu'il a choisie (idées différentes pour chaque membre d'un groupe)
quatrième phase (5') Le groupe analyse les solutions de chacun .
Chaque élève devra rédiger au moins deux des quatre solutions élaborées par le groupe pour la prochaine séance de modules.

pour la seconde séance de module (données oralement aux élèves)

*1 * Présentation des méthodes (écriture au tableau simultanée de 4 solutions).*
*2 * Analyse critique des solutions .*
3 Même procédure pour quatre autres solutions .
3 Réalisation d'une fiche méthode : comment démontrer que trois points sont alignés ?*

Titre : Activités modulaires en seconde de lycée

Éditeur : IREM des Pays de la Loire

Auteur : José DONAL (Centre du Mans)

Public : Enseignants de mathématiques des lycées (et collèges)

Date : Avril 1997

Mots-Clés :

faire des maths,
modules, hétérogénéité,
évaluation des connaissances, des représentations,
apprentissages (différenciations des),
médiations (et re-médiations),
groupes (répartition et travail par)

Prix : 15 F