IREM

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES
DES PAYS DE LA LOIRE

Questions de méthodes

au XVII^{e} siècle

Avril 1994

QUESTIONS DE MÉTHODES

AU XVIIÈME SIÈCLE

Réalisé par

le Groupe Histoire des Mathématiques
de l'I.R.E.M. des Pays de la Loire - Centre du Mans.

Frappe assurée par Laurence GIRARD.

AVRIL 1994

SOMMAIRE

Dom Juan

Je crois que deux et deux sont quatre, Sganarelle ; et que quatre et quatre sont huit.

Sganarelle

La belle croyance et les beaux articles de foi que voilà ! votre religion, à ce que je vois, est donc l'arithmétique ? Il faut avouer qu'il se met d'étranges folies dans la tête des hommes, et que, pour avoir bien étudié, on est bien moins sage le plus souvent. Pour moi, monsieur, je n'ai point étudié comme vous. Dieu merci, et personne ne saurait se vanter de m'avoir jamais rien appris ; mais avec mon petit sens, mon petit jugement, je vois les choses mieux que tous les livres, et je comprends fort bien que ce monde que nous voyons n'est pas un champignon qui soit venu tout seul en une nuit. Je voudrais bien vous demander qui a fait ces arbres-là, ces rochers, cette terre, et ce ciel que voilà là-haut ; et si tout cela s'est bâti de lui-même. Vous voilà, vous, par exemple, vous êtes là : est-ce que vous vous êtes fait tout seul, et n'a-t-il pas fallu que votre père ait engrossé votre mère pour vous faire ? Pouvez-vous voir toutes les inventions dont la machine de l'homme est composée, sans admirer de quelle façon cela est agencé l'un dans l'autre ? Ces nerfs, ces os, ces veines, ces artères, ces... ce poumon, ce coeur, ce foie, et tous ces autres ingrédients qui sont là, et qui... Oh ! dame, interrompez-moi donc, si vous voulez. Je ne saurais disputer, si l'on ne m'interrompt. Vous vous taisez exprès, et me laissez parler par belle malice.

Dom Juan

J'attends que ton raisonnement soit fini.

Sganarelle

Mon raisonnement est qu'il y a quelque chose d'admirable dans l'homme, quoi que vous puissiez dire, que tous les savants ne sauraient expliquer. Cela n'est-il pas merveilleux que me voilà ici, et que j'aie quelque chose dans la tête qui pense cent choses différentes en un moment, et fait de mon corps tout ce qu'elle veut ? Je veux frapper des mains, hausser le bras, lever les yeux au ciel, baisser la tête, remuer les pieds, aller à droite, à gauche, en avant, en arrière, tourner... (*Il se laisse tomber en tournant*).

Dom Juan

Bon ! Voilà ton raisonnement qui a le nez cassé !

QUESTIONS EN FORME DE PREAMBULE

POURQUOI ET COMMENT FAIRE DE L'HISTOIRE DES SCIENCES ?

Louise CABUS
I.R.E.M. Pays de la Loire
Centre du Mans

Le projet de travailler sur l'histoire des sciences ne peut être mis en oeuvre de manière fructueuse que si l'on a déjà dépassé deux positions qui annulent, a priori le sérieux de cette tentative.

La première position, que l'on peut qualifier de "positiviste" consiste à ne considérer comme scientifique que ce que l'on tient pour tel aujourd'hui. Seuls les derniers résultats, les dernières théories sont valables et tout ce qui est invalidé par les critères actuels ne mérite pas d'être pris en considération par le Scientifique. Les idées, les théories, les erreurs anciennes sont alors reléguées au musée des "aberrations" qui ne sont intéressantes que pour des esprits passéistes, ou pour se divertir de la naïveté des croyances anciennes ou encore pour les historiens qui collectent les "déchets de l'histoire". Le passé, en matière de connaissances, est connoté de valeurs négatives : l'humanité serait parvenue à se dégager grâce à la puissance inventive et extraordinaire de quelques "grands esprits". Chaque progrès apparaît sous la forme d'une intuition "géniale", d'un "esprit supérieur". Le vrai chercheur en science, ou plus directement, le "vrai scientifique" est celui qui est tourné vers l'avenir et ne considère comme "scientifiques" que les connaissances actuellement légitimes. La science n'a pas d'histoire, elle est "éternellement jeune" car elle se débarrasse, à mesure qu'elle progresse, de son passé dépassé. Pour elle, seuls le présent et le futur comptent.

La deuxième position, tout aussi diffuse que la première, mais un peu voilée par l'idéologie progressiste, pourrait être qualifiée, de manière un peu paradoxale, de "mystique rationnelle".

Cette perspective repose sur le postulat -avec l'évidence que cela implique- de la permanence de la "Raison", de l'"Esprit", et de la "Vérité". Toute l'histoire des sciences consisterait alors dans un immense effort accompli par la Raison pour se dégager des superstitions qui la recouvraient, ou des croyances qui faisaient écran à des savoirs présents dès l'origine. Faire l'histoire de ces savoirs reviendrait à montrer leur ancienneté, à dévoiler leur anhistoricité, en indiquant en deçà des avatars historiques contingents la présence d'une notion ou d'une connaissance bien avant qu'elle ne soit reconnue comme "scientifique". C'est ainsi qu'on évoque l'atomisme de Démocrite ou d'Epicure comme des éléments théoriques se retrouvant dans la physique atomiste du XXème siècle ou le "clinamen"* de Lucrèce comme une intuition anticipatrice du principe d'incertitude d'Heisenberg (indéterminisme).

Ces deux positions sont d'ailleurs souvent mélées : de la vénération pour les grands esprits, pour les génies scientifiques à la croyance dans la grandeur de la Raison, le pas est vite franchi. Ces deux perspectives s'étayent mutuellement dans la résistance qu'elles opposent à la tentative de prendre au sérieux l'histoire effective des savoirs rationnels. L'une comme l'autre de ces attitudes empêchent de comprendre comment ont été possibles les élaborations des savoirs, quels ont été les conflits, tensions, déchirures ou ruptures qui ont été nécessaires pour les constituer. Dans les deux cas on évite les problèmes de l'hétérogénéité et de la discontinuité dans l'histoire des sciences. Soit parce que cette discontinuité et cette hétérogénéité sont immédiatement rapportées au génie des "grands savants" dans la première position, soit parce qu'elles sont présentées comme n'étant qu'apparentes (et donc niées dans la réalité) dans la deuxième position.

Dans les deux cas, on ne peut plus expliquer ni comprendre que la rationalité ne soit pas **Une** et **éternellement homogène à elle-même**. C'est peut-être même le principal bénéfice tiré de ces positions courantes : elles permettent de faire l'économie de cette interrogation en l'invalidant. Certes, il est difficile et dérangeant de penser que notre rationalité n'est pas la seule rationalité, sans se réfugier immédiatement dans le scepticisme confortable du relativisme (à chacun son point de vue). Car il ne s'agit pas tant de faire un constat de fait, déjà effectué depuis fort

---

* Dans les conceptions "atomistes" de l'Antiquité, ce terme indique la déviation aléatoire de la trajectoire des atomes tombant dans le vide, déviation qui leur permettait de se rencontrer et de se regrouper.

longtemps que d'essayer de comprendre des conceptions pour lesquelles nos critères actuels de compréhension ne sont pas opératoires. Il s'agit de pénétrer dans des logiques qui déroutent notre logique pour analyser comment elles fonctionnent. Le danger de dogmatisme consiste à utiliser nos propres critères de rationalité comme seuls garants de la rationalité et de rejeter ou de déconsidérer tout ce qui n'est pas conforme à ce cadre.

Faire l'étude de l'histoire des sciences : les enjeux

Il s'agit de travailler directement les textes qui se trouvent en deçà des distinctions, des oppositions ou des repères qui nous semblent "évidents" aujourd'hui, afin de comprendre pourquoi, par exemple, l'assimilation entre les révélations religieuses et les connaissances rationnelles, a pu être pensée et posée au 16ème siècle comme une entreprise non seulement légitime mais aussi indispensable.

Cette approche nous permet d'analyser pourquoi l'utilisation des mathématiques pour étudier les phénomènes physiques a pu apparaître comme un projet impossible et plus encore, scandaleux. Poser les mathématiques comme une approche qui ne s'occupe que de figures parfaites, de réalités idéelles et idéales (Eïdos platonicien) ne pouvait qu'empêcher son utilisation comme instrument susceptible de s'appliquer aux phénomènes physiques du monde terrestre (le monde sublunaire aristotélicien, monde "visible" platonicien), car des phénomènes sensibles sont voués à la corruption, à l'imperfection et à la contingence. Entre la mystique pythagoricienne des nombres comme repères réglant l'univers et la conception galiléenne "la nature est écrite en langage mathématique", il n'y a pas continuité, il y a un changement profond dans le rapport au réel.

En effet, pour les pythagoriciens les nombres régissent le monde des astres, lieu de l'harmonie parfaite et éternelle, alors que Galilée utilise les mathématiques pour étudier les phénomènes physiques et, dans cette tentative, il recourt à des dispositifs hypothétiques, approximatifs (donc douteux diront ses adversaires) pour surmonter des difficultés d'expérimentation : par exemple, en décidant de faire abstraction de la résistance de l'air dans l'étude de la chute des corps, non pas parce que c'est un facteur négligeable (Galilée reconnait au contraire son importance) mais parce qu'elle "revêt des formes trop variées" et que ses instruments de mesure sont trop "peu sensibles pour pouvoir en donner une science rigoureuse" (cf. la quatrième journée : du mouvement des projectiles, p. 211-212, Discours concernant deux sciences nouvelles, Armand Colin).

Galilée a conscience des imperfections du dispositif, de la contingence des manifestations et des éléments pris en considération et pourtant, il n'en recourt pas moins à une "mathématisation du réel". L'oubli des problèmes et des conflits tels qu'ils ont été posés à un moment donné de l'histoire produit la certitude que les concepts fondamentaux d'une science ont toujours existé, qu'on peut les repérer comme un fil rouge dans le dédale des tatônnements passés. Cette amnésie fausse l'élaboration des connaissances dans un processus historique qui leur est essentiel. On ne peut plus analyser, ni a fortiori comprendre les impasses qu'il a fallu surmonter pour produire les savoirs. L'histoire elle-même se trouble. On ne peut plus comprendre pourquoi la Physique est devenue la Science expérimentale du 17ème siècle alors que des "physiciens" travaillaient depuis des siècles sur les "phénomènes naturels".

On a alors des positions bien peu scientifiques à l'égard des sciences elles-mêmes, des conceptions imprégnées de mysticismes diffus et divers : celui des Savoirs, des Génies ou de la Réalité.

Mais ce recouvrement de l'histoire des sciences n'a pas que des effets culturels ou sociaux. Ses effets les plus nocifs se trouvent dans l'enseignement, là où l'objectif est de former l'esprit scientifique. Que les professeurs de sciences "ne comprennent pas que les élèves ne comprennent pas"*, n'est pas une situation rare. Elle est le lot quotidien des enseignants qui ont accédé à une logique liée aux savoirs qu'ils ont compris. Cette logique rationnelle est l'effet de la maîtrise des savoirs, elle est en décalage et en rupture -nécessaires- avec les logiques des élèves. Or les modes de réflexion de ceux qui ne maîtrisent pas encore les savoirs procèdent d'impressions, de certitudes, d'opinions ou de repères subjectifs. Apprendre, ce n'est pas seulement intégrer des informations nouvelles dans des cadres de raisonnements anciens, c'est changer de modes de raisonnement, c'est faire l'expérience d'une "mutation intellectuelle"*, c'est dépasser une logique inadéquate, qui devient alors incompréhensible. L'hétérogénéité des logiques fait que des notions qui paraissent "simples" ou "élémentaires" aux enseignants sont déroutantes pour les élèves, et

---

* Bachelard , La formation de l'esprit scientifique, Vrin.

que les "évidences" des élèves paraissent "absurdes" aux enseignants. Les heurts de rationalités étrangères, imperméables et incompréhensibles les unes aux autres produisent des impasses qui sont des dangers inhérents à la relation pédagogique. Ce ne sont pas là des avatars contingents, liés à la "bonne" ou "mauvaise" volonté des uns et des autres. L'idéal de l'enseignement "sans problème" est à la fois erroné et pernicieux : il méconnait les éléments constitutifs de l'acte d'enseigner et il produit le découragement de ceux qui sont engagés dans ce processus.

Le recours et la connaissance de l'histoire des sciences constituent une aide précieuse pour les enseignants, pour la formation de leur propre jugement quant à l'élaboration des savoirs. Le positivisme des "derniers résultats" fournit des savoirs mutilés, coupés de la vitalité des interrogations et des remises en cause nécessaires pour les produire. L'histoire des conflits et des efforts qui ont présidé à la constitution des savoirs scientifiques permettent d'appréhender les étapes des processus de rupture ou les "fausses routes" historiques autrement qu'en les imputant à la "bêtise" des acteurs ; car trop souvent c'est la limitation intellectuelle des élèves qui est invoquée pour "expliquer l'inexplicable". Parvenir à comprendre comment ont été élaborés les projets d'utilisation des mathématiques dans l'analyse des phénomènes réels ou procéder à des expériences comportant des dispositifs "artificiels" permet de repérer les obstacles psychiques, les résistances et les hostilités qu'il a fallu surmonter pour que cette démarche devienne possible. Le refus des savants théologiens de mettre l'oeil à la lunette astronomique -ainsi que Galilée les y invitait- ne procède pas de blocages d'intelligences bornées. L'histoire nous enseigne qu'évoquer l'inintelligence est aussi facile qu'erroné car en l'occurence il s'agit plutôt de capter l'émergence du problème posé par l'introduction de médiateurs instrumentaux et techniques pouvant produire des artefacts dans l'observation de la Nature.

Rien de plus "raisonnable" dans la logique de ces adversaires de Galilée que d'étudier les phénomènes **naturels** avec des **moyens naturels**, en évitant de produire des déformations. D'où l'importance accordée par tous les aristotéliciens aux sensations et aux qualités sensibles, c'est-à-dire à l'expérience directe. Cette position paraît insoutenable eu égard aux exigences actuelles -qui semblent "élémentaires"- d'objectivité des observations et des mesures effectuées. Faire retour à ces épisodes ne relève pas d'une perspective de simple érudition mais d'une volonté d'analyse des modes de raisonnements -enfouis- d'une rationalité qui est incomptatible avec les savoirs constitués. C'est apprendre à comprendre que l'alternative entre "logique" et "illogique" est très réductrice que la violence de la répression à laquelle elle conduit ne permet pas d'aider efficacement les élèves.

Faire l'archéologie des savoirs ?

Ce projet comporte des interférences, mais aussi des divergences, avec la méthode mise en oeuvre par Foucault, à savoir l'"archéologie du savoir" - méthode qu'il expose et dont il fait la théorie dans l'ouvrage qui porte ce titre-.

Voyons, dans un premier temps, les apports qui nous semblent décisifs pour aborder l'histoire des savoirs et les points de convergence entre la démarche de Foucault et notre projet.

Tout d'abord, le renversement opéré entre l'archéologie et l'histoire : ce renversement, signalé dans l'introduction à l'Archéologie du savoir, a été source d'efforts prodigieux pour retrouver la richesse et la complexité de l'approche historique.

"*Il était un temps où l'archéologie, comme discipline des documents muets, des traces inertes, des objets sans contexte et des choses laissées par le passé, tendait à l'histoire et ne prenait sens que par la restitution d'un discours historique ; on pourrait dire, en jouant un peu sur les mots, que l'histoire, de nos jours, tend à l'archéologie -à la* ***description intrinsèque du monument*** " (Archéologie du savoir, NRF Gallimard, p. 15, Le passage est mis en gras par nous).

L'enjeu de ce renversement de perspective est, à juste titre, la dénonciation et la récusation des illusions produites par une démarche récurrente naïve. En histoire, cette récurrence fait partie intégrante du processus : l'historien connait l'état des lieux actuels et il risque de prendre le présent comme "fin" vers laquelle tendrait le passé comme à sa vérité. Le passé n'est alors saisi que dans ses aspects qui éclairent le présent et qui sont éclairés par lui. L'absence de vigilance critique à l'égard de ce danger potentiel produit deux illusions, complémentaires l'une de l'autre : la téléologie et la continuité.

La téléologie consiste à appréhender les phénomènes historiques comme étant finalisés par une force qui, soit de manière manifeste, soit de manière obscure, dirigerait les événements et les êtres de telle façon que ce à quoi on aboutit ne pouvait être autre chose que ce qui est actuellement. En voulant chercher dans l'histoire les facteurs, les éléments, les conditions qui expliquent le présent, on ne trouve que ce qui est significatif pour ce présent. Celui-ci sert de fil d'Ariane et tout ce que l'on trouve dans le labyrinthe du passé ne peut conduire qu'à ce qui est actuel. La contingence, la polyvalence des phénomènes disparaissent au profit de la nécessité : on sélectionne dans l'histoire ce qui prend sens d'anticiper et d'annoncer le présent.

La continuité est l'effet produit par cette démarche téléologique. Elle est rendue possible par l'effacement, la négligence et l'indifférence à l'égard de tout ce qui n'est pas dans le "droit fil" de l'histoire et elle est constituée par une homogénéité "d'après coup". Dénoncer avec vigueur et pertinence, comme le fait Foucault, cette illusion de la continuité (avec son corollaire, l'affirmation de progrès inéluctables dans l'histoire) permet de lever le voile trompeur de la manipulation. On peut alors tenter d'analyser l'hétérogénéité radicale des interrogations, des conflits, des manières de concevoir la réalité ou les événements et donc de saisir les moments de rupture, les points de tension ainsi que les obstacles qu'il a fallu dénoncer ou dépasser pour produire ce qu'il nomme une "**épistémé**". Dans la Préface de "Les mots et les choses" Foucault présente aussi ce travail :

"*Il ne sera donc pas question de connaissances décrites dans leur progrès vers une objectivité dans laquelle notre science d'aujourd'hui pourrait enfin se reconnaitre ; ce qu'on voudrait mettre au jour, c'est le champ épistémologique, l'"épistémé" où les connaissances, envisagées hors de tout critère se référant à leur valeur rationnelle ou à leurs formes objectives, enfoncent leur positivité et manifestent ainsi une histoire qui n'est pas celle de leur perfection croissante, mais plutôt celle de leurs conditions de possibilité* " (Les mots et les choses, Préface p. 13, NRF Gallimard).

L'élément qui nous semble le plus important à retenir est que l'épistémé constitue un mode d'organisation des savoirs à un moment donné. Ce mode d'organisation rend possibles les connaissances et les légitime de manière intrinsèque. Pour avoir accès à cette épistémé, il ne faut pas plaquer sur elle les critères actuels de rationalité ou de scientificité, il ne faut pas non plus la poser comme un balbutiement, en attente de progrès encore à venir : il faut parvenir à l'analyser dans sa logique intrinsèque, sans la référer à autre chose qu'elle-même. Que cette épistémé soit totalisante et caractéristique d'une époque a fait l'objet d'affirmations contradictoires de la part de Foucault lui-même mais ce qui importe pour notre propos est le fait que l'organisation propre à une épistémé nous oblige à remettre en cause nos propres critères de rationalité et nos modes de réflexion, sous peine de nous échapper radicalement, en même temps que s'évanouissent les discontinuités qui la délimitent. Foucault a critiqué avec virulence l'approche historique qui, par méconnaissance de son propre fonctionnement, présuppose une téléologie inhérente aux processus d'élaboration des savoirs. Postuler une rationalité interne à l'histoire et agissante grâce à sa seule force, parvenant à s'imposer malgré les erreurs, travaillant la trame de l'histoire contre les errances et les résistances, victorieuse des obscurantismes, procède d'une illusion rétrospective naïve.

Foucault présente les matériaux sur lesquels il travaille sans préjuger de leur vérité ou de leur absurdité : ce sont les **discours qui ont été effectivement tenus à un moment donné** -qu'il nomme les "**formations discursives**", en s'interdisant de les référer à une quelconque instance transcendante, qui au-delà d'eux, leur donnerait leur sens ou leur conférerait validité.

"*Les formations discursives, ce ne sont pas les sciences futures dans le moment où, encore inconscientes d'elles-mêmes, elles se constituent à bas bruit : elles ne sont pas, en fait, dans un état de subordination téléologique par rapport à l'orthogénèse des sciences* " (Archéologie du savoir, p. 235).

Ce refus d'un finalisme présupposant un cheminement normatif qui aboutirait -ou devrait aboutir- fatalement aux savoirs actuels, permet à Foucault d'avoir une approche moins réductrice du passé, de porter une attention plus fine à la richesse des facteurs qui, à l'intérieur d'une épistémé, fonctionnent comme critères d'auto-légitimaton. On découvre alors des éléments parfois étranges, voire étrangers et incompatibles avec nos repères et c'est précisément ce hiatus -la prise en considération de ces décalages- qui est fécond car il enrichit la compréhension de l'élaboration des savoirs. On ne peut plus chercher dans le passé exclusivement ce qui nous renvoie à nous-même, ni le concevoir comme le miroir valorisant de notre présent en ne retenant de lui que ce qui nous conforte dans notre rationalité actuelle. On ne peut plus utiliser nos repères comme clef de voûte d'un édifice qui serait l'HISTOIRE.

Dans l'histoire téléologique, le passé, au lieu de bousculer nos certitudes, de brouiller nos critères ou de mettre à l'épreuve nos savoirs, devient la caution, on pourrait même dire, l'antidote qui nous délivre des interrogations et des doutes que nous pourrions avoir.

Les critiques de Foucault à l'égard des conceptions fonctionnant avec des présupposés tels que les "grands précurseurs", le développement, l'évolution, les progrès historiques, la génèse des faits ou des oeuvres, sont tout à fait corrosives à l'égard de ce "bétonnage" défensif.

Les points de divergence

Par contre, ce qui nous parait contestable dans la conception de Foucault est la prétention ou la revendication à n'opérer qu'une approche descriptive de cette épistémé, comme s'il était possible de faire table rase des acquis de l'histoire et de nos savoirs actuels. Vouloir faire "une description intrinsèque du document" pour reprendre l'expression utilisée par Foucault, nous semble relever d'une autre forme d'illusion et de naïveté (ou plutôt d'une fausse naïveté). En faisant "comme si" nous pouvions nous passer de nos points d'appui et de nos repères, nous ne produisons qu'un leurre, qui consisterait à penser que nous pouvons poser un "regard virginal" sur le passé.

Foucault revendique explicitement cette inconsistance et cette naïveté :

"*Mon discours, loin de déterminer le lieu d'où il parle, esquive le sol où il pourrait prendre appui* " (Archéologie, p. 267).

Cette "esquive" consiste à refuser toute référence à un savoir constitué, comme s'il était possible d'effacer, de refouler et de censurer ce que nous sommes ou d'annuler les savoirs qui ont constitué et promu notre manière de réfléchir, de nous questionner ou d'avoir des "points aveugles". La décision de se rendre ignorant ne produit pas ipso facto la réalité de cette ignorance. Déjà les disctinctions qu'opère Foucault entre trois types d'histoires des sciences sont significatives, symptomatiques pourrions-nous dire de ses conceptions sur certains savoirs et sur l'histoire : les critères qu'il utilise ne sont en rien anodins ou naïfs.

Il présente ainsi trois modalités d'histoire des sciences :

1) La première modalité est qualifiée de "paradigmatique" , en ce sens qu'elle est un modèle exemplaire, un cas idéal : il s'agit de l'histoire des mathématiques. Ces dernières apparaissent d'emblée dans une élaboration de formalisation qui les soustrait, dès le départ et définitivement, à l'alternative et aux conflits entre le "non-scientifique" et le "scientifique". Cette dimension les garantit de toute régression, de toute errance et de toute impasse.

"*Ce qu'elles (les mathématiques) ont été, à un moment donné (leur domaine, leurs méthodes, les objets qu'elles définissent, le langage qu'elles emploient) n'est jamais rejeté dans le champ extérieur de la non-scientificité ; mais se trouve perpétuellement redéfini (ne serait-ce qu'à titre de région tombée en désuétude ou frappée provisoirement de stérilité) dans l'édifice formel qu'elles constituent ; ce passé se révèle comme cas particulier, modèle naïf, esquisse partielle et insuffisamment généralisée d'une théorie plus abstraite, plus puissante ou d'un plus haut niveau ; leur parcours historique réel, les mathématiques le retranscrivent dans le domaine des voisinages, des dépendances, des subordinations, des formalisations progressives, des généralités qui s'enveloppent. Pour cette histoire des mathématiques (celle qu'elles constituent et celle qu'elles racontent à propos d'elles-mêmes) l'algèbre de Diophante n'est pas une expérience restée en suspens ; c'est un cas particulier de l'Algèbre telle qu'on la connait depuis Abel et Galois ; la méthode grecque des exhaustions n'a pas été une impasse dont il a bien fallu se détourner ; c'est un modèle naïf du calcul intégral. Chaque péripétie historique se trouve avoir son niveau et sa localisation formels. C'est là une analyse récurrentielle qui ne peut se faire qu'à l'intérieur d'une science constituée et une fois franchi son seuil de formalisation* " (Archéologie, p. 247-248. Les mots soulignés le sont dans le texte).

Dans cette longue citation, on voit Foucault opérer à propos des mathématiques une démarche qu'il dénonce lui-même quand il s'agit des autres savoirs ; comme si seules les mathématiques pouvaient faire exception aux critiques qu'il adresse aux autres tentatives. Or cela relève plus de l'histoire "mythique" des mathématiques que de leur histoire réelle. Pour peu que l'on analyse directement les productions effectives des mathématiciens eux-mêmes et les efforts qui ont été nécessaires pour élaborer les concepts et les objets mathématiques, on se rend compte que la tentative de formalisation d'Euclide par exemple, n'a pas été d'emblée et "une fois pour toutes" une entreprise qui aurait éliminé toutes les ambiguités et qui aurait fait barrage aux errances et aux polémiques. L'histoire des mathématiques comporte des impasses, des dérives, des absurdités qu'il a été nécessaire d'élaguer, ou de surmonter. Des conflits et des analyses critiques ont permis de réduire progressivement les ambiguités et les confusions.

Sans revenir au problème de la quadrature du cercle, on peut suivre ces luttes, très vives, sur les notions d'angle, d'unité ou de nombre dans les commentaires de Proclus sur le premier livre des Eléments d'Euclide au Vème siècle après J.C., de Jacques Peletier du Mans (en 1628), ou de Stevin et nous proposerons sur ces points, quelques analyses faites par Arnaud et Nicole dans l'article sur la "Logique de Port Royal" et les "Nouveaux éléments de géométrie".

L'histoire des mathématiques, telle que la présente Foucault, peut s'appliquer à toute tentative d'élaboration de savoirs scientifiques, même si elle n'est que partielle, reprise dans l'éclairage d'une récurrence qui procèderait au tri "après coup" de ce qui est conforme aux critères actuels. Démarche naïve et nocive en ce qu'elle risque de fausser le devenir réel, l'histoire effective et contre laquelle Foucault s'élève à juste titre.

2) La deuxième modalité d'analyse historique

Elle est, toujours dans l'exposé qu'en donne Foucault, une approche qui se situe au seuil de la scientificité. Ce "seuil de scientificité" constitue le coeur de cette interrogation qui analyse les facteurs qui ont permis de franchir ce seuil, à partir de figures épistémologiques diverses.

"*Il s'agit de voir, par exemple, comment un concept -chargé encore de métaphores ou de contenus imaginaires- s'est simplifié et a pu prendre statut et fonction de concept scientifique (...) . De savoir d'une façon plus générale, comment une science s'est établie par-dessus et contre un niveau préscientifique qui, à la fois la préparait et lui résistait à l'avance, comment elle a pu franchir les obstacles et les limitations, qui s'opposaient encore à elle* " (Archéologie, p. 248).

Foucault attribue à Bachelard et Canguilhem la paternité de l'élaboration des modèles de cette histoire. Ce qui distingue cette démarche de l'histoire récurrentielle (déjà critiquée) est qu'elle ne se situe pas et ne peut pas s'installer à l'intérieur de la science actuelle puisqu'elle cherche à capter et à analyser ce qui est hétérogène à cette science et incompatible avec ses critères. L'enjeu est de retrouver les éléments dont elle a dû s'affranchir, ce qu'elle a dû rejeter, ce avec quoi elle a dû rompre (comme irrationnel et non-scientifique) pour pouvoir se constituer en tant que science.

Cependant cette perspective reste caractérisée, selon Foucault, par l'utilisation des savoirs actuels comme critères introduisant des frontières et produisant des discriminations.

"*Par le fait même, cette description prend pour norme la science constituée ; l'histoire qu'elle raconte est nécessairement scandée par l'opposition de la vérité et de l'erreur, du rationnel et de l'irrationnel, de l'obstacle et de la fécondité, de la pureté et de l'impureté, du scientifique et du non-scientifique* " (Archéologie, p. 248).

Cette modalité d'approche de l'histoire des sciences est récusée par Foucault parce qu'elle lui parait réductrice : elle fonctionne avec les mêmes procédés qui ont été mis en oeuvre dans l'élaboration des savoirs, elle reprend à son compte les rejets et les ruptures opérés par les sciences. Or il nous semble que cette critique mérite d'être reconsidérée, car elle est faite au nom d'un parti-pris, d'un projet que Foucault cherche à défendre, et cela le conduit à recouvrir les difficultés plutôt qu'à les résoudre. Avant d'analyser ce point, voyons quelle est la démarche défendue par Foucault.

Rencontre du troisième type : l'archéologie des savoirs.

Ce n'est pas pour faire un simple jeu de mots que nous qualifions ainsi le projet foucaldien : il revendique lui-même la recherche du saugrenu, du fantastique, de l'insensé qui désoriente et bouscule notre logique. Il s'agit pour lui de retrouver tout ce qui met en défaut nos connaissances. Foucault stigmatise d'ailleurs ce terme de "connaissances" car il est trop chargé, selon lui, de la discrimination vérité-erreur, science-superstition, raison-déraison, il lui préfère celui de savoir, moins lourd de références implicites.

Le point d'attaque de cette démarche est constitué par le "seuil d'épistémologisation", qui se distingue du "seuil de scientificité" en ce qu'il manque simplement l'élaboration de savoirs sans qu'il y ait de jugement pour déterminer s'ils sont fondés ou pas.

"*A ce niveau, la scientificité ne sert pas de norme : ce qu'on essaie de mettre à nu, dans cette histoire archéologique, ce sont les pratiques discursives dans la mesure où elles donnent lieu à un savoir et où ce savoir prend le statut et le rôle de sciences* " (o.c., p. 249, Souligné par l'auteur).

L'objet, ou plus exactement le matériau, qui sert de support à cette "description intrinsèque du monument" est l'ensemble des discours (les "formations discursives") qui ont été, **de facto** élaborés, tenus ou constitués. Foucault les prend dans leur positivité historique, comme **des faits**, sans préjuger (ni même juger) de leur véracité ou de leurs aberrations. L'essentiel est que ces discours se sont présentés, à un moment donné, comme savoirs.

"*L'analyse des formations discursives, des positivités et du savoir dans leurs rapports avec les figures épistémologiques et les sciences, c'est ce qu'on a appelé, pour la distinguer des autres formes possibles d'histoire des sciences, l'analyse de l'episteme* " (o.c., p. 249).

Dans cette "archéologie", l'absence de critère de valeur ou de vérité, le refus d'une norme téléologique ou récurrente, interdisent -ou devraient interdire- tout jugement sur ces "faits de discours". Se situer en deçà des distinctions du légitime ou de l'illégitime, du fondé ou de l'infondé, de l'important ou du dérisoire, devrait permettre de retrouver la fraîcheur, la naïveté, la virginité du regard sans "arrière-pensée", sans repère, sans discrimination et sans pré-jugé.

"*On voit que l'analyse de l'épisteme n'est pas une manière de reprendre la question critique ("quelque chose comme une science étant donné, quel en est le droit ou la légitimité ?"). C'est une interrogation qui n'accueille le donné de la science qu'afin de se demander ce qu'est pour cette science le fait d'être donnée. Dans l'énigme du discours scientifique, ce qu'elle met en jeu, ce n'est pas son droit à être une science, c'est le fait qu'elle existe. Et le point par où elle se sépare de toutes les philosophies de la connaissance, c'est qu'elle ne rapporte pas ce fait à l'instance d'une <u>donation originaire</u> qui fonderait dans un <u>sujet transcendantal</u>, le* *fait et le droit, mais aux processus d'une pratique historique* " (o.c., p. 251, Les mots soulignés le sont par nous).

Les lignes de démarcation par lesquelles Foucault revendique de distinguer sa démarche de toute tentative antérieure sont clairement énoncées : refus de toute téléologie, refus de tout critère normatif et, dans cette dernière citation, refus de toute instance originaire et transcendantale. Il s'agit de prendre les pratiques discursives en elles-mêmes, pour elles-mêmes, sans chercher si elles sont fondées ou pas, si elles sont légitimes ou non. Il n'y a ni en-deçà, ni au-delà, ni référence externe à ces discours. L'essentiel est d'en faire une description intrinsèque et c'est pourquoi Foucault refuse tout recours à un sujet transcendantal. Il revendique de pouvoir prendre ces "pratiques discursives" comme des discours sans sujet. Il ne cherche pas à dégager les positions prises par quelqu'un, ni même à identifier l'auteur de ces discours (les coordonnées empiriques particulières ne seraient pas plus pertinentes que de vouloir analyser les thèses défendues) c'est à dire les intentions de l'auteur.

Ce qui est en jeu par cette exclusion du "sujet transcendantal" c'est ce que Foucault appelle "l'effacement du sujet", tant du sujet des pratiques discursives que du sujet qui analyse ces discours.

Or sur ce point, la position de Foucault est particulièrement paradoxale. On ne peut pas dire incohérente car il s'agit plus d'un "point aveugle" que d'une position assumée. En effet, au moment même où il revendique une pratique sans sujet, au moment même où il affirme une description sans perspective, sans point de vue et sans récurrence, Foucault s'instaure, par décret, comme sujet souverain, seul garant, référence absolue de la légitimité de sa propre démarche, comme s'il suffisait de décider l'effacement du sujet pour que cela devienne une réalité (comme par magie ou par l'illusion d'une toute puissance ?). On peut repérer cette illusion de se déprendre de son propre positionnement par simple décret, dans la déclaration liminaire qui fait irrésistiblement penser, dans le style comme dans l'effet recherché, à la position du sujet cartésien :

"J'ai donc entrepris de décrire des relations entre des énoncés. J'ai pris soin de n'admettre comme valable aucune de ces unités qui pourraient m'être proposées et que l'habitude mettait à ma disposition. Je me suis décidé à ne négliger aucune forme de discontinuité, de coupure, de seuil ou de limite. Je me suis décidé à décrire des énoncés dans le champ du discours et les relations dont ils sont susceptibles " (o.c., p. 44, c'est nous qui soulignons).

Les formules sont symptomatiques. Le cercle vicieux est constitué de la méconnaissance produite par la déclaration inanalysée dans sa possibilité effective ou non, par laquelle un sujet souverain décrète sa propre annulation symbolique. Foucault ne semble pas effleuré par le moindre doute quant à la possibilité même de se soustraire à tout ce qui relève et à tout ce qui a constitué sa propre histoire, comme s'il était possible, par la force de la décision, de se donner une liberté originelle. Cette méconnaissance et ce "point aveugle" sont patents dans le refus dédaigneux que Foucault oppose aux questions qui lui sont posées sur le lieu d'où il parle et sur l'identité du sujet qui parle.

"*Plus d'un, comme moi sans doute, écrivent pour n'avoir plus de visage. Ne me demandez pas qui je suis et ne me dites pas de rester le même : c'est une morale d'état civil ; elle régit nos papiers. Qu'elle nous laisse libres quand il s'agit d'écrire* " (o.c., p. 28).

La contradiction la plus flagrante est dans l'attitude volontariste que manifeste Foucault pour se déclarer absent : il ne suffit pas de vouloir se séparer de soi-même pour être autre ou de se déclarer "hors champ" de sa propre histoire pour être sans mémoire. On pourrait dire, en reprenant le mot de Bachelard dans les premières pages de la Formation de l'esprit scientifique. "*Devant le mystère du réel, l'âme ne peut se faire, par décret, ingénue* ". Devant le mystère de notre propre historicité, il nous faut opérer des désengagements à chaque instant et non "une fois pour toutes" pour parvenir à recueillir le mystère d'une rationalité qui n'est pas la notre.

Cette liberté et cette virginité illusoires apparaissent pleinement quand on analyse les résultats des travaux de Foucault ; on peut les répartir en deux catégories :

- lorsque Foucault ne peut pas prendre appui sur des assises rationnelles, ses analyses sont éminément contestables. Qu'il s'agisse de l'histoire de la folie ou de l'histoire de la sexualité, les repères qu'il dégage peuvent être utilisés pour soutenir exactement l'inverse de ce qu'il avance ou affirme. La controverse qui l'opposa à Derrida sur "l'exclusion des fous" dans la première des

Méditations métaphysiques de Descartes n'est qu'un avatar parmi d'autres de cette approche partisane et réductrice des documents qu'il ne prétend que "décrire". On pourrait dire la même chose de ses affirmations sur la continuité qu'il opère entre la confession religieuse et le dispositif psychanalytique. Pour quelqu'un qui exige de retrouver, en deçà des fausses continuités, toutes les ruptures et les différences, il y a là des procédés qui manquent de rigueur.

Par contre, lorsque Foucault dispose des repères scientifiques qu'il peut utiliser subrepticement, tout en récusant, voire en refoulant ces repères, les éclairages, les analyses qu'il produit sont d'une précieuse pertinence ; car il dispose alors, sans jamais le reconnaitre, de critères qui lui permettent de mettre au jour les failles, les lignes de partage, les fronts de lutte, les frontières qui furent l'objet de combats parfois virulents et les ruptures qui furent nécessaires pour rendre possible l'émergence de discontinuités si fécondes dans l'histoire. Des ouvrages tels que La naissance de la clinique ou Les mots et les choses constituent des "mines" dont la richesse est immense. Ils peuvent nous fournir des matériaux particulièrement opératoires pour comprendre certains enjeux. C'est pourquoi nous évoquerons les premiers chapitres de l'ouvrage Les mots et les choses pour saisir l'importance de l'avènement du problème de la méthode au 17ème siècle.

LES GUERRES DES METHODES AU 17è SIECLE

Par Louise CABUS
I.R.E.M. des Pays de Loire
Centre du Mans

S'il est un ouvrage du 17è siècle sur la méthode qui soit connu, c'est bien le "discours de la méthode" de Descartes, et trop souvent on pense que l'interrogation sur ce point fut une démarche assez originale de son auteur. Cependant cette opinion est largement démentie par les ouvrages de cette époque. Force est de constater, à leur lecture, l'importance et la fréquence des discussions portant sur cette question ; l'abondance des réflexions est telle qu'il serait présomptueux de vouloir faire une présentation exhaustive des points de vue. Seuls quelques axes de recherche sont ici étudiés, pour dégager les enjeux essentiels de ces interrogations.

Certes, la réflexion sur la méthode ne débute pas au 17è siècle, ses racines sont anciennes : on peut les repérer déjà chez Aristote et Euclide aux IVè et IIIè siècle avant Jésus-Christ. Par contre, le 17è siècle apparaît comme traversé et travaillé par des débats aussi insistants que virulents autour de ce thème. Ce qui est nouveau, c'est précisément le caractère polémique et problèmatique des confrontations.

Les raisons de ce changement sont multiples : sociales, idéologiques, techniques et théoriques.

Pour cerner les points nodaux de cette recherche sur les questions de méthode, il faut remonter les deux grands courants de pensée qui organisent les modalités de l'élaboration des savoirs au 16è siècle et dont certains représentants, au début du 17è siècle connaîtront des fins tragiques lors de la "chasse aux sorcières" ; nous essayerons de comprendre pourquoi il en fut ainsi. En superposition - ou en filigrane - on ne peut passer sous silence le troisième mode d'explication, dominant à cette époque : la théologie monothéiste qui considère que les savoirs sur la nature et sur le monde ne peuvent pas se passer de la Foi et qui va largement intervenir, pour infléchir les recherches..

Les deux grands courants qui se donnent comme objet propre l'explication de la nature, car tous deux sont alimentés par la même source : comprendre le monde, sont : d'une part la tradition aristotélicienne et d'autre part la "magie naturelle".

Certes, si la source est la même, les buts divergent : celui de la tradition aristotélicienne est la contemplation théorique (la theoria) comme fin ultime de la recherche, par contre pour la "magie naturelle", comprendre le monde rend possible une action efficace pour maîtriser la réalité et produire des effets désirés : dans ces deux perpectives les éléments mis en oeuvre et les moyens pour comprendre le monde sont très différents, cependant ces logiques vont manifester une très forte cohérence interne, si forte même qu'elle a pu devenir un carcan à certains moments.

La tradition aristotélicienne

La conception aristotélicienne du monde présente le "cosmos" comme fini et séparé en deux lieux très nettement différenciés : le monde parfait des astres, le monde supra-lunaire et le monde sub-lunaire. Le monde supra-lunaire avait, dans cette théorie, une forme sphérique et il était animé par un mouvement naturel parfait, à savoir une rotation circulaire. Ce monde échappait à la génération et à la corruption. Sa partie la plus périphérique était constituée de la sphère des étoiles fixes dont le mouvement était le plus régulier. Aucune modification, aucune perturbation ne se manifestait : tous les mouvements s'y effectuaient en cercles parfaits. Au dessous de la sphère des fixes par contre, quelques anomalies dans leur trajectoire circulaire avaient fait baptiser "d'astres errants", Mercure, Venus, Mars, Jupiter et Saturne. Ptolémée cherchera à expliquer ces aspects bizarres -les mouvements rétrogrades à certains moments- en introduisant la notion d'épicycles. Cette explication par les épicycles permettait de "sauver les apparences" ou de "sauver les phénomènes", en ayant recours à de nouvelles trajectoires circulaires s'opérant sur la trajectoire générale. La cosmologie ptolémaïque ira jusqu'à faire référence à des épicycles d'épicycles pour maintenir le modèle initial -les astres ne peuvent avoir qu'une trajectoire parfaitement circulaire- et respecter la cohérence interne du système l'exigeait : on ne pouvait pas admettre l'idée de "trajectoires capricieuses" des astres errants.

Au centre du cosmos aristotélicien se trouvait la terre. Etre au centre du cosmos est "naturel" pour la terre, ainsi qu'il lui est naturel d'être immobile. Il faut ici se garder d'une projection de valeurs anachroniques sur cette position centrale et immobile de la terre dans le cosmos. Le fait que les astres gravitent autour de notre planète n'était en rien une manifestation "mégalomaniaque" d'une destinée grandiose de ce centre : bien au contraire. Car le monde sub-lunaire, c'est-à-dire le monde terrrestre est le lieu le plus imparfait du cosmos car le plus "bas". La terre tend vers le "bas", elle ne peut s'élever, aller vers le haut et il n'est pas difficile de le prouver : quand on prend un peu de matière terrestre dans la main et qu'on l'élève, si on le lache, il retombe inexorablement vers ce "bas". Sur terre, la génération et la corruption se succèdent sans relâche : les êtres naissent, se développent, engendrent d'autres êtres et disparaissent.

Les saisons entraînent et produisent des modifications permanentes et inéluctables des choses : tout est soumis aux changements dans ce monde sub-lunaire. L'imperfection de la terre était radicale : même son immobilité prouvait cette déficience insurmontable. Pour ce faire, Aristote utilisait les arguments suivants : un être parfait reste toujours lui-même, identique à lui-même : en l'occurrence les étoiles "fixes" (ce nom indique bien cette permanence) se déplaçaient selon le seul mouvement naturel parfait et infini, n'ayant ni commencement, ni fin : le mouvement circulaire. Par contre, les êtres moins parfaits mais cherchant à se rapprocher de la perfection ont en eux la force et le désir de se mouvoir pour aller vers le plus parfait. Pour Aristote, le moins parfait désire le plus parfait et tend à se joindre à lui. Cependant, moins un être est parfait, moins il a la force et le désir de se rapprocher de la perfection : il ne bouge pas et reste dans son imperfection absolue. Dans son Traité du ciel, il justifie l'immobilité de la terre en ces termes :

"Ainsi donc, un seul être possède le bien suprême et participe de lui ; tel autre approche de ce bien suprême par un petit nombre d'étapes, tel autre par des étapes multiples, un autre ne tente même pas d'y accéder ...

C'est pour cette raison que la Terre ne possède absolument aucun mouvement et que les Corps situés près d'elle n'en possèdent *qu'un petit nombre : car ils n'arrivent pas jusqu'à la fin suprême, mais ils s'en approchent seulement jusqu'au point où il leur est permis d'atteindre le Principe le plus divin de tous. Le premier Ciel, au contraire, atteint la fin immédiatement, par un mouvement unique ; quant aux corps intermédiaires, entre le premier Ciel et les derniers Cieux, ils y parviennent certes, mais c'est au prix d'un plus grand nombre de mouvements qu'ils l'atteignent*" (Aristote, Traité du Ciel II , 12.292b Editions Vrin p.98-99).

Le premier Ciel est constitué de la sphère des étoiles fixes qui atteignent d'emblée la perfection : le mouvement circulaire. A l'opposé, la Terre est tellement imparfaite qu'elle ne fait et ne peut faire aucun mouvement pour tenter de se rapprocher de cette perfection : elle est complètement immobile. Les "corps situés près d'elle" sont la lune et le soleil : loin de la perfection, ils dévient peu de leur trajectoire. Par contre, les "corps intermédiaires" sont les "astres errants" et en particulier Jupiter et Saturne, astres les plus éloignés de la Terre et les plus proches de la sphère des étoiles fixes, présentent de nombreux mouvements rétrogrades parce qu'ils cherchent à se rapprocher le plus possible de la perfection (c'est-à-dire de la sphère des étoiles fixes).

Les arguments opposés au système aristotélicien-ptolémaïque consistaient surtout au début de la contestation, à la Renaissance, à trouver cette perfection bien "compliquée", voire "désordonnée". On utilisait même des arguments esthétiques, pour dénoncer ce "désordre" dans un monde qui aurait dû présenter une harmonie plus divine, plus "céleste". Copernic et Képler, en astronomie, allaient rendre à la terre un statut équivalent au statut des autres planètes du système solaire. La terre n'est ni supérieure, ni inférieure aux autres astres ; seul le soleil allait s'en distinguer et Képler a des accents marquant une dignité exceptionnelle accordée au Soleil.

Quant à Galilée, il allait mettre à mal l'idée de perfection du monde supra-lunaire avec l'observation de tâches noires se déplaçant à la surface du soleil et la découvertes de cratères sur la Lune, à laquelle on attribuait jusqu'à lui, une surface parfaitement lisse. "*La surface de la Lune n'est pas parfaitement polie, uniforme et très exactement sphérique (...) mais au contraire inégale, accidentée, constituée de cavités et de protubérances, pas autrement que la surface de la Terre elle-même* " (Le Messager céleste, Seuil, 1992 - 5 p. 137). Reprenant l'idée Copernicienne du mouvement de la terre, il conteste également que la terre soit un astre méprisable et vil :

"*Que la Terre soit errante, et qu'elle surpasse la Lune en splendeur, loin d'être la sentine des ordures et des souillures du monde, nous le démontrerons et nous le confirmerons aussi par d'innombrables raisons naturelles* " (Le Messager Celeste, Seuil, p. 137, sept 1992).

Ces remises en cause de la cosmologie et de la physique aristotéliciennes allaient favoriser la critique de la méthode préconisée par Aristote pour posséder la Science.

Cette conception aristotélicienne repose sur un principe qui parait rationnel et fondé : seul le savoir respectant la "méthode parfaite" peut prétendre à la qualification de "Science parfaite". La redondance marque ici l'absolu critère exigé : la Perfection. Ce critère ne souffre aucune approximation ; aucun écart n'est possible. Cette injonction va progressivement invalider toute initiative qui ne se conformerait pas strictement à ce modèle, elle va produire un effet de censure considérable et c'est pourquoi elle va engendrer un immense effort de répétition, de reprise des paroles du Maître ainsi qu'un rejet de tout élément qui se trouverait en défaut par rapport à cet idéal de "Science Parfaite". On trouvera un développement de cette conception aristotélicienne de la Science et une analyse des moyens utilisés pour la contester dans l'article sur Gassendi.

La magie naturelle

Ce courant, on l'a indiqué, cherche également à fournir une conception cohérente du monde et il va mettre en oeuvre une rationalité reposant sur un présuposé fondamental : c'est celui de la similitude, de la conformité entre le macrocosme et le microcosme.

Le monde dans son ensemble -le grand cosmos- est en connivence directe avec le microcosme, c'est-à-dire l'être humain qui est à lui seul un "petit cosmos".

Foucault, dans son ouvrage "Les mots et les choses" ne retient que ce courant quand il décrit l'organisation des savoirs à la Renaissance : cette exclusivité est restrictive mais l'analyse qu'il en fait est très riche.

"Jusqu'à la fin du XVIè siècle, la ressemblance a joué un rôle bâtisseur dans le savoir de la culture occidentale. C'est elle qui a conduit pour une grande part l'exégèse et l'interprètation des textes : c'est elle qui a organisé le jeu des symboles, permis la connaissance des choses visibles et invisibles, guidé l'art de les représenter. Le monde s'enroulait sur lui-même, la terre répétant le ciel, les visages se mirant dans les étoiles et l'herbe enveloppant dans ses tiges les secrets qui servaient à l'homme". (Les Mots et les choses - NRF Gallimard, p.32)

Foucault distingue quatre figures principales de la ressemblance dans l'exhubérance des formes qu'elle prend au XVIè siècle : la convenientia, l'aemulatio, l'analogie et la sympathie.

1- La convenientia - la convenance - procède de la proximité, du voisinage géographique. Ainsi la proximité de l'âme et du corps révèle une ressemblance de nature entre les deux. Giambattista della Porta (1535-1615) présentait ainsi ce lieu :

"Il a fallu que le pêché originel rende l'âme "épaisse, lourde et terrestre" pour que Dieu la place au creux du corps " (cité par Foucault o.c. p.).

Le contact entre les choses les rend semblables et, réciproquement, leur similitude rend possible leur proximité. De voisinage en voisinage, le monde se présente comme une immense chaîne de "convenances".

2- L'aémulatio - l'émulation, seconde forme de ressemblance, est une ressemblance sans proximité directe. Le modèle de cette similitude est le miroir dont le reflet donne une image "fidèle" de la réalité captée. L'émulation manifeste une Gémellité naturelle des choses. Paracelse (1493-1541) compare ce rapport de choses entre elles à *"l'image de deux jumeaux qui se ressemblent parfaitement, sans qu'il soit possible à personne de dire lequel a apporté à l'autre sa similitude"* (Paracelse - Liber Paramirum cité par Foucault p.35). Grâce à cette émulation l'intérieur de l'homme, son esprit est "un firmament constellé d'astres", semblable au "firmament céleste où scintillent les étoiles visibles".

On peut comprendre pourquoi l'approche astrologique qui relie des conjonctions astrales et des dispositions de l'être humain -ses pensées, ses sentiments, ses humeurs et établit des équivalences entre les unes et les autres, se présente, dans cette logique, avec une légitimité évidente. Les rapports de cette deuxième modalité de ressemblances n'est pas la série de chainons qui sont reliés de proche en proche (convenientia) mais des séries d'enveloppement ou de cercles concentriques.

3- La troisième figure de la ressemblance est l'**analogie**, c'est-à-dire la similitude des rapports entre les choses et non la similitude directe des choses elles-mêmes. Cette mise à distance des ressemblances immédiates, rend l'analogie susceptible d'établir un nombre indéfini, infiniment riche, de parentés.

Ainsi Césalpin (1519-1603) place, dans l'analogie entre la plante et l'animal "*la racine à la partie inférieure de la plante, la tige à la partie supérieure, car chez les animaux, le réseau veineux commence aussi à la partie inférieure du ventre et la veine principale monte vers le coeur et la tête*" (Cesalpin, De plantis libri XVI, 1583, in Foucault p.37)

L'analogie est la plus féconde des similitudes : elle sert de principe d'explication et de compréhension. Il suffit d'établir une analogie pour que les choses s'éclairent et que les difficultés s'évanouissent. Une réfèrence est particulièrement privilégiée dans ce domaine : c'est l'être humain, noeud d'analogies multiples.

"*Cette réversibilité, comme cette polyvalence, donne à l'analogie un champ universel d'application. Par elles, toutes les figures du monde peuvent se rapprocher. Il existe cependant, dans cet espace sillonné en toutes les directions, un point privilégié : il est saturé d'analogies (...). Ce point, c'est l'homme ; il est en proportion avec le ciel, comme avec les animaux et les plantes, comme avec la terre, les métaux, les stalactites ou les orages. Dressé entre les faces du monde, il a rapport au firmament(...), sa chair est une glèbe, ses os des rochers, ses veines de grands fleuves ; sa vessie, c'est la mer et ses septs membres principaux, les sept métaux qui se cachent au fond des mines* " (Foucault o.c. p. 37).

Jusqu'au XVIIè siècle, l'analogie se suffit à elle-même et c'est pour cela qu'elle peut fonctionner comme un principe d'explication. Elle donne aux relations qu'elle organise le statut de savoirs et il n'est pas nécessaire de l'expliciter elle-même : son évidence l'impose.

4- La dernière forme de ressemblance est mise en oeuvre par le jeu des "sympathies". Elle n'a besoin ni de proximité spatiale, ni d'enveloppement, ni de rapports : elle est une force aussi mystèrieuse que puissante ; c'est elle qui fait s'attirer mutuellement les semblables. Elle permet de comprendre pourquoi les graves (les corps lourds) sont attirés vers le bas par la terre et pourquoi les "lègers" (tels que le feu) montent, s'élèvent vers le haut c'est-à-dire l'éther : ils sont sans poids, leur matière est "subtile". Une même nature relie ces corps, les unit au point que tout effort humain pour contrarier, pour faire violence à cet ordre naturel ne peut que produire une réaction qui établit les sympathies. On trouve une veine qui relie cette conception avec celle d'Aristote, pour lequel les corps cherchent à rejoindre leur "lieu naturel". Cette organisation des "affinités" et des "sympathies" est contrebalancée par le principe contraire, celui des antipathies.

Ces dernières permettent de préserver les distances et les différences. : elles protègent les natures dans leur identité propre.

Jèrome Cardan (1501-1576) présente en ces termes cette antipathie et l'importance de ses effets dans la pratique de l'agriculture.

"Il est assez connu que les plantes ont haine entre elles... on dit que l'olive et la vigne haient le chou ; le concombre fuit l'olive... Entendu qu'elles croissent par la chaleur du soleil et l'humeur de la terre, il est nécessaire que tout arbre opaque et épais soit pernicieux aux autres et aussi celui qui a plusieurs racines ". (J. Cardan, De la subtilité, in Foucault p.39).

Les sympathies produisent l'attirance mutuelle des choses de même nature alors que l'antipathie organise et maintient l'éloignement ainsi que les différences des réalités ayant des natures hétérogènes.

Savoirs et pouvoirs dans la magie naturelle

La maîtrise de l'ensemble de ces figures de ressemblances permettait à celui qui la détenait de l'utiliser dans un but pratique. Ainsi les herbes ou les minéraux révèlaient "leurs vertus intérieures, cachées sous le voile du silence de la nature" selon l'expression de Crollius dans son Traité des signatures. On retrouve là, un autre point commun avec le courant aristotélicien qui distinguait les "qualités occultes" et les "qualités manifestes".

L'essentiel des savoirs ne se trouvait pas dans les ressemblances trop évidentes. Le Maître était celui qui, par delà ce qui s'imposait aux yeux du commun, parvenait à découvrir les ressemblances voilées : seules ces dernières révèlaient les mystères des qualités cachées, des vertus intérieures, la nature profonde des réalités.

Les marques visibles n'apportaient que des indices que le savant devait apprendre à repèrer et à déchiffrer pour découvrir les qualités occultes, les plus précieuses pour assurer le succès de l'action. La structure du réel (des signes visibles et des significations invisibles) produisait dans le projet de savoir l'exigence de l'interprétation. Il fallait être capable de dé-couvrir le sens obscur, il fallait faire preuve de "pénétration spirituelle" pour deviner, à l'aide de quelques signes manifestes, le savoir véritable. Mais ce travail devait prendre appui sur une immense érudition, savoir ésotérique auquel seuls les initiés avaient accès. Ces savoirs et ces pratiques initiatiques constituaient l'essentiel de la magie naturelle comme pouvoir d'interpréter les signes afin de maîtriser les choses. L'approche des réalités, jusqu'au XVIè siècle, fonctionnait dans l'intrication de l'art de la divination et de l'érudition ; et seul cet étayage réciproque de la magie et des savoirs occultes fournissait aux Maîtres l'efficacité dans l'action et le pouvoir sur le Monde.

"*Il font se lever les vents, obligent les nuages à verser la pluie, guèrissent les malades et remettent les morts debout* ".

C'est en ces termes que sont décrits les pouvoirs des magiciens naturels par Agrippa von Nettesheim, dans ses "Trois livre de magie occulte". (Cité in Science et Philosophie, Easlea, Ramsay, p.126)

Les réaction sociales : la chasse aux sorcières

Les pouvoirs extraordinaires du magicien faisaient de lui un être redoutable, car s'il pouvait "guérir les malades et remettre les morts debout", on lui attribuait aussi et surtout les pouvoirs de rendre malade et de faire périr.

Par ses alliances possibles avec les forces occultes, il mettait en péril l'ordre établi par Dieu (c'est-à-dire l'ordre représenté par l'Eglise qui lui attribuait des connivences avec les forces du Mal, les démons et Satan). Et cela ne restait pas au stade de l'appréhension ; il faut rappeler l'intensité de la "chasse aux sorcières" qui eût une ampleur particulière à la fin du XVIè siècle et jusqu'au milieu du XVIIè siècle.

"*La folie anti-sorcières s'aggrava considérablement pour culminer durant les soixante-dix années qui s'écoulèrent entre 1580 et 1650(...) Dans presque toutes les régions d'Europe, la chasse aux sorcières s'intensifia de façon dramatique et culmina pendant cette periode* " (B. Easlea, o.c. p.25 et 33)

Les magiciens naturels ou hermétiques (Paracelse, Bruno Campanella), pouvaient bien protester de leur bonne foi et clamer la pureté de leurs intentions : un individu capable d'acquérir un pouvoir sur la nature, de faire des opérations si merveilleuses, si subites, si difficiles qu'elles peuvent "perturber à volonté les étoiles, forcer les déités et soumettre les éléments à sa volonté" (Agrippa Von Nettesheim o.c. p.126), un tel individu ne peut que provoquer une immense terreur et des réactions de défense.

C'est cette projection imaginaire sur les pouvoirs sans limite des magiciens qui explique l'évolution des fortunes diverses que connurent ses représentants les plus célébres. Au début, ils eurent une renommée et une influence sociales prestigieuses.

Marcile Ficin, le premier magicien de la Renaissance italienne, exerça des fonctions à Florence auprès du duc Cosme de Médicis. Il appela ses travaux "magie naturelle hermétique" en hommage à Hermès Trismégiste, prêtre égyptien contemporain de Moïse. Puis, Pic de la Mirandole (1463-1497) compléta ce travail par la magie cabalistique (juive) qu'il associa à la magie hermétique ; il connut un succès considérable.

Cependant dès le XVIè siècle, Agrippa Von Nettesheim (1487-1535) fut soupçonné de connivences diaboliques mais son personnage "faustien" fascinait encore les Lettrés d'Europe et il eût la liberté d'évoluer dans les meilleurs milieux de l'époque.

Paracelse (1493-1541) par contre, fut traité comme un paria social et un ennemi dangereux pour l'ordre social.

Quant à Giordano Bruno, qui voyait dans le système copernicien un retour à la vraie religion, la religion égyptienne de l'Hermès Trismégiste, des mages d'Orphée et de la mystique des Pythagoriciens, il fut dénoncé à l'Inquisition et brûlé sur le bûcher à Rome en 1600.

Campanella, l'année même de la mort de G. Bruno fut soumis à la torture par l'Inquisition, il n'échappa au bûcher qu'en feignant la folie mais il passa 27 ans dans les prisons de cette Inquisition.

On peut mesurer, à travers l'évolution de ces représentations des pouvoirs du magicien, la dégradation de l'imaginaire social et la montée de réactions de peur et de terreur.

Les Chefs d'inculpation utilisés dans cette lutte destructrice contre les magiciens, sorciers et sorcières, consistaient à leur imputer la responsabilité des grands froids prolongés, des orages violents, des maladies, de la misère, de la famine, des morts subites, de l'impuissance masculine et de la stérilité féminine.

Alimenté par la religion, qui exigeait la soumission des hommes aux volontés divines, le soupçon dominant consistait à dénoncer toute initiative humaine cherchant à dominer la nature et, par conséquent, à laisser entendre que seules les forces diaboliques pouvaient aider les êtres humains qui essayaient d'infléchir le cours des événements ou de maîtriser les phénomènes.

La virulence des dénonciations était telle que même lorsque l'action était manifestement positive ou bienfaisante, on en attribuait l'efficacité à des complicités démoniaques.

Ainsi, un clergyman anglais, William Foster, n'hésitait pas à écrire, au début du XVIIè siècle, à propos de la guérison d'un cas d'impuissance sexuelle :

"Paracelse était un sorcier et cette expérience s'inscrivant parfaitement dans ses conclusions diaboliques et magiques, elle ne peut être autre chose que de la sorcellerie, inspirée par le grand Maître des sorciers, le diable ".

Et Brian Easlea, qui rapporte ces propos, les commente en ces termes :

"La quête visant à percer les secrets de la Nature était une activité grosse de dangers" (Science et Philosophie, p.156).

On voit l'importance des enjeux de la déclaration de Descartes "se rendre maître et possesseur de la Nature".

La mise en cause des similitudes

En ce début du XVIIè siècle, deux critiques vont s'élever : l'une concerne l'utilisation des ressemblances dans l'élaboration des savoirs, l'autre attaque l'évidence "d'user de moyens naturels pour étudier la nature".

Les enjeux de la première critique sont bien formulés par le chimiste Andréas Libarius qui exprimait ainsi son désarroi en 1615 :

"Devant de si nombreuses opinions contradictoires, de si nombreux jugements divergents, l'on est bien obligé de se demander quelle lumière-de-la-nature et quelle grâce sont les vraies et d'où elles viennent, car comme chacun sait, le diable peut très bien se faire passer pour un ange de lumière et projeter des simulacres de vérité au lieu de la vérité elle-même, comme cela est le cas pour les similitudes, analogies de Paracelse " (in o.c. p.135).

Ce qui est mis en cause, c'est le statut des ressemblances comme critère légitimant la vérité, la rationalité des savoirs. Les similitudes sont dénoncées en tant qu'elles peuvent être sources d'erreurs, d'illusions, voire de folie par les chimères qu'elles engendrent. Le personnage de Don Quichotte de Cervantès (1706) prenant une servante pour Dulcinée et des moulins à vent pour des ennemis, devient alors la figure emblématique de l'être humain voué à l'errance à cause des délires induits par ces ressemblances fallacieuses.

L'art peut bien, à cette époque, jouer avec ces illusions : la peinture utilise de manière magistrale le trompe-l'oeil, mais déroute aussi le regard par l'anamorphose ; le théatre fait l'apologie de l'illusion comique et met en oeuvre les quiproquos ou les faux-semblants. Mais dans le champs des savoirs, la similitude n'est plus admise comme fil d'Ariane permettant de parcourir le labyrinthe des savoirs et de s'orienter dans le dédale des phénomènes naturels : elle va être désormais passée au crible du doute pour rendre compte de sa légitimité, elle perd son statut privilégié et exlusif. D'autres instances sont mises en place pour la juger. Celui qui inaugure cette démarche, avec une radicalité telle qu'elle paraîtra incompréhensible à ses contemporains immédiats, c'est Descartes qui, dès les premières lignes des Règles pour la direction de l'esprit, dénonce une habitude fâcheuse, origine de nombreuses erreurs ou confusions :

"Les hommes ont l'habitude, chaque fois qu'ils découvrent une ressemblance entre deux choses, de leur attribuer à l'une et à l'autre, même en ce qui les distingue, ce qu'ils ont reconnu vrai de l'une d'elles " (Descartes, Règles I, Pléïade, p.37).

C'est contre ce qui apparaîtra désormais comme crédulités naïves, jugements précipités ou superstitions folles, induits par les similitudes, que les savoirs rationnels vont être constitués et revendiqués comme tels. Il sera alors requis de rendre raison des modalités, des critères utilisés dans l'élaboration des savoirs ; autrement dit, au début du XVIIè siècle, apparaît l'exigence d'explicitation de la démarche, c'est-à-dire de la méthode mise en oeuvre. Dans un premier temps, cela sera requis comme un préalable : on le verra de manière plus précise dans les articles sur Descartes, Arnauld et Nicole, Gassendi, Coménius ou Lamy. Puis, lorsque les terrains seront plus dégagés, la recherche des fondements comme requête préalable s'atténuera au profit de méthodes mettant en oeuvre des jeux d'écriture utilisant un symbolisme dont la valeur se révèlera dans sa fécondité opératoire (cf. article sur le travail de Leibniz concernant le calcul différentiel) , sans qu'il soit nécessaire au préalable de faire le point sur ce qui est symbolisé.

Nature et artifice

L'autre point nodal de la réflexion et des débats, est constitué par l'impératif (aristotélicien) de l'adéquation de la méthode aux réalités naturelles.

Cette exigence est remise en cause par la revendication de la légitimité de l'introduction d'artifices dans l'étude des phénomènes naturels. Ainsi, la constitution de la physique comme science expérimentale et science des phénomènes naturels, va se heurter à des résistances issues de la question de la mise en place de dispositifs, de moyens instrumentaux, d'expériences "artificielles" pour expliquer la nature.

Chez Descartes, le dispositif du doute méthodique et l'hypothèse du "Malin Génie" pour sortir du doute sceptique "naturel", va produire les mêmes réactions : certains y verront la preuve de l'inauthenticité des philosophes ou iront jusqu'à mettre en cause l'équilibre psychique de son auteur (cf. Gassendi, Arnauld et Nicole). Ce qui est troublant, ce qui semble brouiller les critères de bon sens, est de prendre des intermédiaires, d'utiliser des références "provisoires" pour progresser dans la recherche de la vérité.

Ainsi Roberval indique que la vraisemblance d'une idée suffit pour la prendre comme point de départ d'une recherche : son degré de légitimité étant, en permanence, mis à l'épreuve de la "réalité expérimentale", elle sera abandonnée si une inadéquation se manifeste dans cette confrontation.

Cette importance prise par les moyens approximatifs, par des intermédiaires provisoires, va rendre possible l'utilisation de dispositifs artificiels, d'instruments techniques dans l'étude de la réalité.

Un bref rappel du statut de la technique va nous permettre de cerner le paradoxe du XVIIè siècle sur ce point. Sans remonter au néolithique, les inventions techniques ont connus avant le XVIIè siècle deux grandes périodes : l'Antiquité (Egypte - Grèce - Rome) et la Renaissance.

L'Antiquité avait produit des instruments et machines très variés : ciseaux, marteaux, rapes, limes, scies, moulins à eau, moulins, machines agricoles (charrues, moissoneuses), pompes aspirantes et foulantes, orgues hydrauliques, machine foreuse, machine élèvatoire à roue d'écureuil... l'énumération n'est pas exhaustive.

Après une longue période de stagnation, la Renaissance apparait comme une période d'une très grande fécondité dans l'invention de techniques de plus en plus riches et sophistiquées et les ingénieurs de la Renaissance furent des hommes célèbres : Léonard de Vinci est certes connu pour l'ampleur de son ingéniosité mais il ne fut pas isolé. Brunesleschi, comme Léonard et avant lui fut d'abord artiste sculpteur et orfèvre puis architecte, inventeur d'appareils d'optique et constructeur de machines.

Fontana invente des machines de guerre mais aussi par exemple la "machine à décrocher au fond de l'eau" pour creuser le lit d'un cours d'eau.

Taccola, Valturio, Alberti, Filarete produisent de grands traités sur les techniques.

Toutes ces inventions se produisent dans des domaines essentiellement pratiques, elles ont des enjeux utilitaires : agriculture, travail des métaux, tissage, transports, artillerie et machines militaires.

Cette mise en oeuvre de techniques assure, à la Renaissance, des moyens pour agir sur la nature et la modifier par d'autres procédés que la magie. Mais la grande nouveauté va consister à considérer que les instruments techniques peuvent servir à mieux **connaître** la réalité. Les arts et les techniques vont prendre une place décisive dans l'observation et l'explication des phénomènes. Or, si le XVIIè siècle apporte de nombreux perfectionnements aux techniques de la Renaissance, il ne se caractèrise pas par une pensée technicienne très inventive. Bertrand Gille parle même d'"un arrêt du progrès technique, d'un blocage de la pensée technique", (Histoire des techniques - systèmes classiques, La Pléïade, p.664).

C'est pourtant à ce moment là que les dispositifs techniques (lunette optique, télescope, microscope entre autres) vont conquérir une place et une fonction totalement novatrices. (On pourra, sur ce point consulter l'ouvrage de l'I.R.E.M. du Mans, Arts et techniques au XVIIè siècle).

Cependant on ne peut tracer une frontière nette entre ce qui relève de la "magie" ou de l'irrationnel et de l'explication scientifique, du procédé technique et de la position rationnelle. L'exemple le plus célèbre est le refus de l'explication donnée par Kepler concernant le phénomène des marées de la part de Galilée ou Descartes. Ces derniers considéraient que la référence à l'attraction "exercée par la lune et le soleil relevait encore trop des anciennes figures de la "sympathie" et des "forces occultes".

Au XVIè siècle, les mêmes individus font des recherches dans lesquelles se trouvent intriqués des élèments de différents registres. Nous en citerons deux exemples : Della Porta et Cardan.

Giambatista Della Porta, que nous avons cité à propos de l'importance accordée à la convenientia pour "expliquer" la proximité de l'âme, principe surnaturel et d'une nature "subtile" avec le corps, matière lourde et impure, fut aussi l'auteur de travaux de botannique médicale ainsi que de recherches optiques.

Ses conceptions sur la "chambre noire" et sur "la lanterne magique" ne manquent pas d'intérêt et son exposé sur les lentilles aurait servi de point de départ à un lunetier italien pour fabriquer la première lunette en 1590, lunette rudimentaire, certes, et améliorée par Jansen, Métius (en 1604) et perfectionnée par Lippershey en 1608.

Quant à Cardan (1501-1576), son nom reste lié à ses travaux sur le dispositif technique qui porte ce nom et qui consiste en un mécanisme d'articulation de deux arbres métalliques dont les axes convergent en un point géométrique, permettant les mouvements dans tous les sens tout en assurant une grande stabilité à l'ensemble. Ce dispositif avait pour fonction première d'assurer la stabilité des boussoles sur les navires en les rendant insensibles aux oscillations des vaisseaux.

Cardan fit également des recherches mathématiques, notamment sur la résolution des équations du troisième degré.

Mais ce même Cardan fut l'auteur d'un ouvrage intitulé Métoposcopie dans lequel il indique des procédés permettant de trouver des analogies entre les plis de la main ou les rides du front et le destin de l'individu :

"la brièveté d'une ligne reflétant l'image simple d'une vie courte ; le croisement de deux plis, la rencontre d'un obstacle ; le mouvement ascendant d'une ride, la montée d'un homme vers le succès " (in Foucault o.c. p.43).

Dans cette intrication de vraies explications rationnelles passant pour des références occultes et des superstitions se présentant avec des apparences de bon sens, on peut soupçonner les difficultés rencontrées par les chercheurs au XVIIè siècle.

L'effervescence dans les recherches, la prolixité des découvertes va produire, à un moment donné, en l'occurrence au début du XVIIè siècle, l'exigence de rendre compte de la méthode utilisée, exigence qui va faire apparaître à la fois le problème des repères permettant de comprendre la rationalité à l'oeuvre dans toute connaissance mais aussi les différences liées à tel ou tel domaine du savoir, c'est-à-dire que le statut des savoirs change : ils ne sont plus recueil et interprétation de signes observables, ils vont devenir production de repères, élaboration de connaissances. Mais c'est tout autant le statut de la réalité qui commence à se transformer : les phénomènes ne sont plus simplement reçus et observés avec les moyens naturels, ils vont désormais être insérés dans des dispositifs expérimentaux, pensés avec des références qui seront précisées, structurées par la méthode mise en oeuvre pour les comprendre.

Sganarelle

Quoi que puisse dire Aristote et toute la philosophie, il n'est rien d'égal au tabac : c'est la passion des honnêtes gens, et qui vit sans tabac n'est pas digne de vivre. Non seulement il réjouit et purge les cerveaux humains, mais encore il instruit les âmes à la vertu, et l'on apprend avec lui à devenir honnête homme. Ne voyez-vous pas bien, dès qu'on en prend, de quelle manière obligeante on en use avec tout le monde, et comment on est ravi d'en donner à droite et à gauche, partout où l'on se trouve ? On n'attend pas même qu'on en demande, et l'on court au-devant du souhait des gens ; tant il est vrai que le tabac inspire des sentiments d'honneur et de vertu à tous ceux qui en prennent.

Molière,
Dom Juan
Acte I, Scène I

LA CRITIQUE DES CRITERES ARISTOTELICIENS DE LA SCIENCE

LES MATHEMATIQUES COMME FER DE LANCE DANS LES DISSERTATIONS EN FORME DE PARADOXES : GASSENDI

Par Louise CABUS
I.R.E.M. du Mans

Le titre de l'ouvrage de Gassendi Dissertations en forme de paradoxes contre les aristotéliciens, paru à Lyon en 1624, est d'emblée significatif du ton et des intentions de l'auteur. Celui-ci ne s'en cache pas et dès la préface, il ouvre les hostilités en indiquant que le "style est mordant" parce que "la matière l'exige" (o.c., p. 16).

L'enjeu de cet écrit est double : il s'agit de retrouver le sens de l'acte de philosopher et de montrer la légitimité du savoir scientifique dans le travail des mathématiciens. Pour ce faire, il y a un bastion à détruire : les aristotéliciens, le projet est belliqueux et le sytle est très polémique.

Pour ce qui concerne la réflexion philosophique, seule une démarche personnelle peut permettre d'exercer son jugement et sa raison. Or cela n'est pas possible quand on vit, comme les aristotéliciens, dans la vénération moutonnière à l'égard de la parole du maître. La formule "ipse dixit" ("c'est Aristote lui-même qui l'a dit") est un argument d'autorité indigne de ceux qui prétendent réfléchir.

*"**Il y en a bien peu qui ne les aient entendus dire plus d'une fois qu'ils préfèrent se tromper avec Aristote plutôt que d'avoir raison avec les autres**. Je connais en tout cas un fameux professeur de Théologie et de Philosophie qui aurait affirmé qu'à ses yeux, ce serait remplir un devoir d'obéissance à Dieu que de contresigner de son sang l'affirmation de l'absolue vérité de tout le contenu des oeuvres d'Aristote. Peut-être avait-il lu le Commentateur qui a si franchement affirmé que pendant quinze cents ans l'on n'a jamais trouvé une erreur dans le texte d'Aristote. Or il résulte de ce préjugé que l'on se sert de son autorité comme d'un bouclier à sept épaisseurs ; et si jamais l'on rencontre un morceau provenant de cette fabrique qui soulève quelque difficulté, ils jugent qu'il leur appartient bien de l'expliquer ; mais quant à le réfuter ou à le nier, ce serait une profanation sacrilège* " (o.c., L. I, p. 48).

Cette soumission aveugle à la parole du Maître, produit une position défensive. Incapables de porter un jugement libre, les aritotéliciens créent un climat de suspicion permanente et d'inquisition doctrinale, peu susceptibles de faire naître le courage nécessaire pour prendre des initiatives et s'interroger sur la légitimité des savoirs

"Si l'on oppose quelque chose au nom de l'expérience, c'est un mensonge ; au nom de la raison, c'est un sophisme. Et pourquoi cela ? Mais parce qu'Aristote pense le contraire " (o.c., p. 48).

La confusion entre Théologie et Philosophie est préjudiciable à l'une et à l'autre. Habilement, Gassendi établit une frontière entre les deux registres afin d'éviter la censure religieuse :

"Dans les matières qui touchent à la Religion, il convient que nous soyons religieusement soumis. En ce domaine il est glorieux d'abaisser son esprit pour obéir à la Foi, laquelle propose à notre croyance des Mystères qui, dépassant toute raison, ne peuvent avoir pour garantie que la seule autorité Divine. Mais dans ce qui touche à la nature des choses et dépend de la seule spéculation philosophique, combien n'est-il pas indigne d'un Philosophe de soumettre ainsi son esprit à l'autorité de tel ou tel homme ! L'individu le plus grossier ferait-il rien de pis ? Ou bien quel avantage le Philosophe prendrait-il sur la foule ? Car enfin la foule ignorante suit volontiers ceux qui

n'hésitent pas à lui jeter de la poudre aux yeux et font l'effet de gens remarquables : mais c'est selon la raison que le philosophe doit juger de tout, et dès lors comment s'en laisserait-il imposer de la sorte ? " (o.c., L I, DII 4-5, p. 54).

Grâce à cette distinction radicale entre le mode de fonctionnement de la foi et celui de la réflexion philosophique, Gassendi peut faire acte d'allégeance à l'égard de l'autorité religieuse, tout en revendiquant la liberté pour ce qui concerne les possibilités de connaissance et de réflexion sur la "nature des choses".

En explicitant chaque terme du titre, Gassendi précise son projet :

"*J'ai pensé qu'à ces produits de mes réflexions il fallait donner le titre de DISSERTATIONS : car ce sont des exercices [scolaires] auxquels je soumets mon courage et mon intelligence. Beaucoup de courage me semblait en effet d'abord nécessaire pour venir à bout d'une tâche que si peu de gens ont entreprise : me défaire de tant d'habitudes contractées depuis l'enfance à l'exemple du vulgaire, secouer le joug d'un préjugé aussi profond que général, et cela, chose bien plus grave, alors que je ne trouvais personne pour approuver mes efforts, alors que même je risquais de me faire siffler et montrer du doigt par la presque totalité des savants reconnus* " (o.c., Préface p. 10).

On ne peut, bien sûr, s'empêcher de faire le lien entre ces propos de Gassendi et ceux que Descartes exposera dans son <u>Discours de la méthode</u> (en 1637) et dans <u>Les Méditations métaphysiques</u> (en 1641). Certes, les divergences sont considérables entre eux, mais on trouve un projet identique chez l'un et l'autre : se défaire des habitudes contractées depuis l'enfance, se libérer des préjugés par une remise en cause qui engage l'individu dans une solitude inévitable, du moins pour un certain temps.

Cette volonté de rompre avec les "opinions communes", avec les "conceptions courantes" explique le choix de l'expression "en forme de paradoxes" que l'on trouve dans le titre (para-doxa = ce qui va à l'encontre de l'opinion).

Cependant, à la différence de Descartes, dont le combat prend plus de distance à l'égard des conjonctures historiques, Gassendi va attaquer la conception dominante en tant que telle ; à savoir, celle des aristotéliciens.

"*C'est aussi pour cela que j'ai appelé ces Dissertations PARADOXALES, car elles renferment des opinions non communes, ou qui dépassent les conceptions du vulgaire. Mais par "vulgaire" je n'entends point ici les gens du peuple (qu'est-ce qu'un âne aurait à faire d'une lyre ?) mais le gros des Philosophes, qui ont l'esprit si bas qu'à la façon du vulgaire ils traitent de Barbare tout ce qui va à l'encontre de leurs opinions préconçues une fois pour toutes. Et comme je voyais les Aristotélicens dépasser de beaucoup les autres en nombre et en entêtement, il est facile de comprendre pourquoi j'ai dirigé mon ouvrage CONTRE LES ARISTOTELICIENS* " (o.c., p. 10-12).

Explicitement, les critiques sont dirigées contre ceux qui, se réclamant d'Aristote, le déforment et obscurcissent ses positions. Mais, même si Gassendi affirme sa "très grande estime à l'égard du grand homme", les attaques les plus vives visent les positions d'Aristote lui-même. Le centre de la critique est constitué par les conceptions d'Aristote sur la méthode de la science. Certes, les aristotéliciens (Gassendi refuse d'attaquer nommément tel ou tel penseur) sont l'objet de remarques acerbes, mais ce sont les fondations du système que Gassendi cherche à miner parce qu'elles sont nocives. Sur ce point, les métaphores de chasse et de guerre sont éloquentes :

"*J'ai sans doute omis bien des choses ; mais je n'ai pas cru devoir m'attarder à la discussion de toutes les opinions particulières aux aristotéliciens : car il y en a comme cela une infinité, et elles ne cessent d'augmenter chaque jour. Il m'a semblé préférable de faire comme ceux qui, au moyen de palissades et de filets, font d'abondantes captures, plutôt que comme ceux qui suivent la bête à la trace, qui pêchent à la plume, qui chassent à la flèche. J'ai cru par conséquent qu'il fallait me borner à dégager les idées qui sont comme les fondements de la doctrine aristotélique ; s'ils s'effondrent, ils entraîneront d'un seul coup la ruine complète du reste. En quoi j'ai aussi l'air d'imiter ceux qui creusent par-dessous les fondements d'une ville assiégée : s'ils s'abattent, la masse entière des murailles et des tours tombera en même temps* " (o.c., p. 14).

On voit qu'il ne s'agit nullement de faire a priori un tri entre les idées vraies et celles qui ne le sont pas : cela se fera sans difficulté, dès lors que les "barrières" qui nous empêchent de reconnaître la légitimité des savoirs effectifs seront tombées : elles empêchent de comprendre comment fonctionnent les savoirs effectifs. Les obstacles se trouvent dans la conception d'Aristote lui-même concernant la démonstration scientifique. Mais avant de procéder au travail d'analyse critique de ce "socle", Gassendi va montrer les enjeux de son opposition aux méthodes de formation scolastique. Il attaque particulièrement les exercices dialectiques des "disputes" qui consistent à trouver des arguments "pour" et "contre" : ils ne sont, à ses yeux, qu'un jeu formel de disputes vaines. Il les compare à des jeux d'enfants qui bâtissent des châteaux de sable pour les démolir ensuite avec autant d'amusement qu'ils ont mis à les construire. Il leur oppose la concentration et le calme des efforts des mathématiciens.

"*C'est un fait que ces sciences qui n'usent que du compas et d'un peu de sable, exigent un esprit calme et attentif : et nos gens n'approuvent d'autre inspiration que celle qui pousse aux altercations. C'est grâce aux Mathématiques que nous savons, si nous savons quelque chose, mais ils n'ont cure de science véritable et légitime : ils ne cherchent que des broutilles* " (o.c., LI, DI, p. 30).

Pour mieux cerner les dangers de cette formation et l'invalider, Gassendi n'hésite pas à utiliser Platon contre la scolastique.

"*Ce n'est pas sans raison que celui qui est la gloire divine de la Philosophie voulait qu'avant même la Dialectique on eût étudié les Mathématiques. En effet, si quelqu'un peut s'en imprégner dès son enfance de façon à s'accoutumer aux démonstrations certaines, il sera préparé à l'acquisition de la vérité, si bien qu'il n'admettra point aisément l'imposture* " (o.c., p. 30).

Gassendi s'engage tellement dans cette diatribe qu'il n'hésite pas, dans la troisième Dissertation du premier livre, à attaquer la personne et la vie privée d'Aristote, alors même qu'il met un point d'honneur à ne citer aucun aristotélicien ; il ne recule devant aucune critique, se faisant parfois le porte-parole des rumeurs les plus infâmantes pour mettre de son côté les autorités religieuses. On peut saisir, dans ses propos, des éléments symptomatiques d'un climat social et idéologique marqué par les pouvoirs répressifs de l'époque (Inquisition - Condamnation de Galilée en 1633).

Quant à la critique des positions théoriques d'Aristote, Gassendi procède par étapes.

Dans un premier temps, surtout dans la cinquième Dissertation du second Livre, Gassendi va montrer les contradictions inhérentes au système aristotélicien : l'impasse la plus vive va consister à mettre au jour l'incompatibilité de l'origine sensorielle des connaissances avec l'exigence théorique d'une science de l'universel.

En effet, la formule scolastique : "*il n'y a rien dans la pensée qui n'ait d'abord été dans la sensation* " (o.c., p. 392) ou "*il n'y a rien dans l'Intellect qui n'ait d'abord été dans le sens* " (id., p. 402), bien qu'elle ne se trouve pas explicitement chez Aristote est en conformité avec sa conception et Gassendi s'applique à montrer qu'elle est en contradiction avec l'exigence d'universalité. Les sensations ne nous livrent que des savoirs particuliers et relatifs et on ne peut accéder qu'à des vérités générales par induction.

Dans la cinquième Dissertation, Gassendi utilise tous les arguments des sceptiques, des pyrrhoniens et même les positions socratiques pour démontrer qu'on ne peut rien savoir de la nature intime des choses, que des connaissances objectives, universelles et nécessaires ne sont que des illusions et il conclut "que la science aristotélicienne n'existe pas " (Art. I. 6ème Dissertation, p. 434). Les seules connaissances possibles sont "expérimentales, portant sur les apparences du réel" (id.). Gassendi développe alors une conception relativiste, sensualiste et conventionnaliste des connaissances : tout ce que l'on sait procède d'impressions, de sensations, fluctuantes, instables et seul l'accord et les conventions sociales confèrent un peu de stabilité aux apparences. Toute cette approche de la science tomberait sous les mêmes critiques que l'empirisme qui lui a succédé mais Gassendi n'en reste pas là.

Dans une seconde étape Gassendi va se démarquer des positions sceptiques traditionnelles pour montrer que la méthode utilisée par les mathématiciens est la seule scientifique, qu'elle seule mérite le titre de science, bien qu'elle ne corresponde pas aux critères aristotéliciens. Sa critique est alors double : il cherche à invalider à la fois les affirmations des sceptiques et celles des aristotéliciens en montrant que, même si les deux positions sont hétérogènes, elles contribuent cependant toutes les deux à affaiblir la légitimité de la démarche mathématique et c'est dans ces analyses que la question de la méthode devient centrale.

Critique du scepticisme

Pour ce qui concerne la position des sceptiques, Gassendi va dénoncer le glissement qu'elle opère, à savoir : **on ne connait pas tout, on ne possède pas une connaissance absolue de la réalité**, donc notre connaissance n'est qu'illusoire. Si nous pouvions connaître la réalité en elle-même, de manière absolue, des éléments nouveaux pourraient invalider ce que nous tenons actuellement pour vrai. On pourrait présenter ce glissement de cette façon : si on ne connait pas tout, on ne connait rien du tout.

Cette perspective revient à invalider toute connaissance dès lors qu'elle n'est pas La Connaissance, Connaissance de l'absolu et connaissance absolue : cela produit le désespoir, c'est à dire la perte de l'espoir d'accéder au savoir parfait, à la science par excellence. Gassendi revient sur la démarche qu'il avait lui-même mise en oeuvre dans la 5ème Dissertation et opère un retournement :

"*il n'y a pas lieu, pour ceux qui veulent faire de la philosophie, de se laisser aller au désespoir sous prétexte qu'ils verraient les grands Philosophes déclarer qu'on ne peut rien savoir* " (o.c., p. 506).

La récusation de cette position consiste à dénoncer un idéal qui invalide les efforts réels. Pour ce faire, Gassendi utilise une comparaison biologique : de même qu'il n'y a pas à déplorer que l'être humain n'ait que cinq doigts à chaque main, sous prétexte que s'il en avait une centaine, il serait parfait, de même il n'y a pas à regretter de ne pas posséder la connaissance absolue de toute chose (connaissance du "fond des choses" ou connaissance "de la nature intime du réel"). Poser un idéal impossible à atteindre et juger cette impossibilité comme un défaut est un procédé vide et stérile, ou pire : dangereux. Car on ne peut plus alors opérer de distinction et tout jugement devient impossible ; tout est équivalent et cette position s'annule elle-même. Critiquant les pyrrhoniens, Gassendi écrit :

"*D'abord ils ne peuvent parler comme le reste des hommes, chez lesquels nous entendons fréquemment prononcer les noms de science, de certitude et autres semblables. S'il leur arrive d'en user, ils ne sauraient le faire sans se contredire... En effet, qu'ils affirment ou qu'ils nient, c'est un fait qu'ils posent toujours quelque chose, et ainsi formulent une proposition dogmatique, ce qui est pourtant contradictoire avec leur propre intention* " (id., p. 512).

Cette position sceptique devient alors in-tenable : insoutenable théoriquement et impraticable dans la vie courante car dans les deux cas le jugement est indispensable, le moindre acte quotidien procède d'une réflexion :

"*Ensuite, ils ne sauraient non plus vivre comme les autres hommes qui s'approchent du feu, parce qu'ils trouvent qu'il est chaud, prennent des aliments parce qu'ils pensent que ceux-ci sont propres à apaiser la faim et nécessaires pour entretenir la vie* " (id., p. 512).

Cette analyse de l'absurdité et des incohérences du scepticisme est ancienne et fréquente ; Gassendi ne se fait là que le porte parole d'une réfutation courante. Par contre, il en opère une exploitation qui va lui permettre de formuler autrement le problème des connaissances scientifiques, en sortant celui-ci d'une impasse préjudiciable aux progrès. On retrouve cette volonté de donner à la science des moyens méthodologiques à la hauteur du souci d'invention qui caractérise le 17ème siècle. Gassendi dénonce la stérilité produite par cet argument qui consiste à affirmer que l'écart entre la richesse, la complexité de la réalité et le caractère limité, voire dérisoire, des moyens que les hommes peuvent mettre en oeuvre pour la connaître. En effet, si l'écart entre les deux est trop important, cela voue, a priori, à l'échec tout effort et toute tentative d'accéder au savoir ; seul le secours d'une révélation transcendante peut sortir les êtres humains des ténèbres dans lesquelles ils sont enfermés. Le Savoir et la Vérité demeurent des mystères insondables. On saisit là la connivence entre religion et vérité ; lien qu'il a fallu rompre pour constituer la possibilité d'une science de la réalité qui puisse se passer de la caution divine. La rupture avec cet idéal de connaissance de l'Absolu va permettre un dégagement à l'égard de la fascination paralysante exercée par cet idéal. De cette rupture va émerger une nouvelle problématique, centrée sur la méthode utilisée pour élaborer la connaissance. On peut mesurer sur ce point la proximité des projets mais aussi les différences de démarches entre Gassendi et Descartes.

Chez Descartes, c'est la rupture avec les connaissances mêlées aux opinions, léguées par la tradition ou livrées par les sens, qui va conditionner l'impératif d'une méthode rigoureuse de recherche mais c'est cette volonté de défiance radicale à l'égard de tous les savoirs constitués qui va rendre indispensable le recours à Dieu pour légitimer la connaissance du réel.

Gassendi, au contraire, va partir de la réalité des savoirs élaborés par certains prédécesseurs pour délimiter les enjeux de la méthode en matière de savoirs.

Une fois rejetée et récusée la référence à un modèle impossible et absurde, Gassendi invoque les progrès de la connaissance, il prend appui sur l'histoire des progrès des connaissances pour prouver la valeur des luttes ou des conflits entre ignorance et connaissance.

Si tout n'était qu'ignorance, si nos connaissances n'étaient qu'illusoires, aucun progrès ne serait manifeste ; l'histoire n'aurait été qu'un piètinement : or ce n'est pas ainsi que les choses se sont produites. La métaphore de Bernard de Chartres (XIIème siècle) : nous sommes des nains juchés sur les épaules des géants qui nous ont précédés, permet à Gassendi d'indiquer une dimension positive de l'histoire. Au lieu de déplorer le Savoir Absolu (qu'il soit celui d'une vie antérieure ou de l'au-delà, peu importe), mieux vaut tenir compte des efforts actuels et des efforts des siècles passés, pour comprendre comment la science est possible, c'est à dire comment fonctionne la science réelle. Seul ce qu'il nous est possible de connaître mérite d'être pris en considération. Que la science ne puisse pas connaître l'Inconnaissable, n'invalide pas les efforts effectués pour connaître ce qui est susceptible d'être compris. Et Gassendi, reprenant la position socratique, montre la différence entre l'ignorance et l'absence de savoir absolu. Etre conscient de ce qu'on ignore, c'est ne plus être totalement ignorant. L'in-science socratique : "*je ne sais qu'une chose, c'est que je ne sais rien* " n'est pas une apologie confortable de l'ignorance ; au contraire : cette dénonciation des faux savoirs, des illusions de savoir nous oblige à opérer une recherche, cela appelle un effort intellectuel de jugement critique pour dépasser ce qui est présenté indûment comme savoir et pour rechercher des savoirs mieux assurés.

En reprenant les propos du Cardinal de Cusa sur les Philosophes, Gassendi écrit :

"*On les reconnait d'autre part comme extrêmement savants parce que* ***des choses qu'il est possible de savoir****, il n'est pour ainsi dire rien qui leur soit caché, si bien que quelqu'un a pu dire à juste titre que leur ignorance était très savante, en ce sens que ce n'est évidemment pas un mérite propre au vulgaire que de s'élever jusqu'à reconnaître pour de l'ignorance ce que les autres croient être de la science et à reconnaître de bonne foi que l'on ignore ce que réellement on ne sait pas* " (id., p. 506 souligné par nous).

Gassendi évacue la question qui lui apparait comme une impasse (la connaissance est-elle possible ?) ainsi que la réponse des sceptiques (on ne peut rien savoir) et pose comme central le problème du discernement : parmi les connaissances existantes quelles sont celles qui constituent un savoir vraiment scientifique ? Comment les distinguer des autres ? Apparait alors l'interrogation essentielle : quels sont les critères qui permettent de reconnaitre la légitimité d'un savoir ? Cette question recouvre pour Gassendi le problème de la méthode utilisée pour élaborer les connaissances ; c'est à l'analyse de cette difficulté qu'est consacré l'article 8, dissert. VI du second livre.

C'est dans ce travail de réflexion sur des positions historiquement assurées que l'approche de Gassendi est originale. Prendre appui sur l'histoire ne consiste pas à s'y soumettre servilement : cela permet au contraire d'exercer son esprit critique, son jugement pour cerner la validité d'une méthode qui se présente comme un modèle pour la science.

Afin de mieux préciser les difficultés, Gassendi procède par élimination : il commence par évacuer les savoirs qui ne peuvent légitimement prétendre au titre de "science" parce qu'ils reposent sur des conventions ou des jugements arbitraires. Ni la métaphysique, ni la Physique ne sont des sciences. La première ne nous livre que de "faibles conjectures", la seconde a fait la preuve de son échec lorsqu'elle veut savoir "ce qu'est intérieurement et en soi la nature des choses (Gassendi ne fait que reprendre les conclusions de ses analyses précédentes). Quant à l'Ethique, la Jurisprudence et la Médecine, leurs objets sont relatifs à des règles variables, liés à une époque, à un groupe ou encore issus de pratiques empiriques. Sans savoir pourquoi ou comment un médicament produit un effet constant sur un symptôme, "empiriquement" on peut avoir une pratique thérapeutique efficace : la stabilité de la technique ne suffit pas pour qu'il y ait véritablement un savoir scientifique.

Même s'il y a dans ces domaines des "connaissances" le titre de "scientifiques" dépend trop d'une appréciation subjective :

"*si bien que tandis qu'il m'est possible, à moi, de dire que ce sont là des sciences, il est évident néanmoins que ce ne sont pas des sciences de type aristotélique, si l'on considère toutes choses à la rigueur* " (o.c., p. 506).

Dans ce passage, le procédé utilisé par Gassendi commence à apparaître : attaquer et invalider le modèle aristotélicien de la science présuppose des moyens suffisamment éprouvés pour assurer l'issue de la "bataille". En l'occurence, seules les démarches de démonstration opérées par les mathématiciens peuvent constituer une "machine de guerre" assez efficace : Gassendi refuse de se lancer dans n'importe quel conflit.

Le modèle aristotélicien, confronté aux savoirs autres que mathématiques peut continuer à s'imposer comme un "idéal" valable, mieux : comme le seul "idéal". Par contre la méthode utilisée par les mathématiciens (en géométrie et en arithmétique) permet de mettre au jour les défaillances de ce modèle et surtout pour Gassendi ses effets nocifs. Comme toujours, Gassendi procède par étapes : il commence par exposer -avec des élégances de style qui indiquent l'assurance de la position qu'il défend- le point de vue des aristotéliciens (en l'occurence Pereira, jésuite espagnol presque contemporain des écrits de Gassendi puisqu'il meurt à Rome en 1610, à l'âge de 75 ans) puis il opère la critique.

La conception aristotélicienne de la science

Deux citations permettront de mesurer la fidélité de la position des aristotéliciens à l'égard du Maître :

"*Savoir, c'est connaître un objet par la cause qui le fait exister, et la science est le résultat d'une démonstration. Or celle-ci considérée d'après ce qui en est le genre le plus parfait, doit se tirer de vérités évidentes par elles-mêmes et faisant proprement partie de ce qui est démontré ; ce qui par contre existe par accident ou en commun dans plusieurs choses est exclu des démonstrations parfaites* " (Pereira cité par Gassendi, p. 506-508).

Ces propos sont la transcription de ceux qu'on trouve dans les Seconds Analytiques d'Aristote :

"*Nous estimons posséder la science d'une chose d'une manière absolue, et non pas, à la façon des Sophistes, d'une manière purement accidentelle, quand nous croyons que nous connaissons la cause par laquelle la chose est, que nous savons que cette cause est celle de la chose et qu'en outre il n'est pas possible que la chose soit autre qu'elle n'est. Il est évident que telle est la nature de la connaissance scientifique... Si donc la connaissance scientifique consiste bien en ce que nous avons posé, il est nécessaire aussi que la science démonstrative parte de prémisses qui soient vraies, premières, immédiates, plus connues que la conclusion, antérieures à elle, et dont elles sont les causes* " (Aristote : Seconds Analytiques, LI. 2., p. 7-8, Vrin).

On peut retenir de cette définition deux critères :

1er critère : il pose l'identité de structures entre la connaissance et la réalité : les relations établies par la démonstration entre les principes et les conséquences ou entre les prémisses et la conclusion, doivent être les mêmes que les rapports entre les éléments de la réalité (cause-effets). Les relations logiques qui constituent la connaissance ne sont que la reprise, dans le registre cognitif, des rapports qui constituent la réalité ; la science doit être "isomorphe" à la réalité, ou, dans un vocabulaire plus adpaté, la science développe l'essence (logos tou ti esti).

La critique adressée par les aristotéliciens aux mathématiciens va consister à montrer, comme le fait Pereira, que ce critère n'est pas respecté parce qu'ils ne considèrent pas "l'essence de la quantité". Nous reprendrons cette critique après l'exposition des autres éléments.

<u>2ème critère</u> : Il concerne l'apodicticité de la démonstration, c'est à dire la nécessité absolue de ses points de départ et des moyens utilisés.

Ce deuxième critère est la conséquence directe du premier : la science ne peut être connaissance nécessaire que parce qu'elle s'attache à ce qui est nécessaire dans la réalité, et cela engage deux registres : nécessité des principes et nécessité des moyens mis en oeuvre pour la démonstration.

Une remarque préalable s'impose avant de poursuivre l'analyse de la conception aristotélicienne de la Science. Les mathématiques sont constamment utilisées par Aristote comme références permettant d'illustrer les points les plus importants de son propos ; c'est sur elles qu'il s'appuie le plus fréquemment et ses écrits fourmillent de remarques positives, voire de défenses explicites des mathématiques, et il se sert souvent de l'expression "sciences mathématiques". Mais en définitive, si les mathématiques sont mobilisées pour fournir des exemples de caractéristiques scientifiques, elles ne peuvent répondre adéquatement aux exigences de la Science idéale et c'est contre les procédés des mathématiques, qui deviennent alors des repoussoirs, que se constitue cette Science : ce retournement de valeurs apparait dans les remarques d'Aristote que nous allons analyser.

L'apodicticité des points de départ (principes - prémisses) est assurée lorsque ceux-ci sont constitués de vérités évidentes par elles-mêmes : les principes ne peuvent pas procéder eux-mêmes de démonstration car il y aurait risque de régression à l'infini.

Dans les <u>Seconds Analytiques</u>, Aristote écrit :

"*Les prémisses doivent être premières, c'est-à-dire qu'elles doivent être des principes propres, car j'identifie prémisse première et principe. Un principe de démonstration est* *une proposition immédiate. Est immédiate une proposition à laquelle aucune autre n'est antérieure* " (o.c. 72a 5-10, p. 10-12).

Immédiate : aucune médiation, aucun raisonnement ne doit être nécessaire pour prouver sa légitimité ; c'est pourquoi ce point de départ -ce principe- rélève d'une intuition intellectuelle (une noesis). Aristote distingue trois sortes de principes :

- les genres
- les axiomes
- les propriétés essentielles.

Les genres : c'est ce qu'Aristote appelle aussi "principes propres" c'est-à-dire principes spécifiques, particuliers à chaque domaine de savoir. Et pour donner des exemples de ces principes propres, Aristote fait référence à l'arithmétique et à la géométrie : les principes propres de l'Arithmétique sont l'unité ou le nombre (88 b 29), ceux de la géométrie : le point, la ligne (76 b 5) et la grandeur continue (88 b 29).

Ces genres doivent être introduits sous la forme de définitions qui posent également l'existence de la chose définie : les définitions doivent porter sur des réalités. Or, les mathématiques ne livrent que des **définitions** de leurs **principes**, sans pouvoir affirmer l'existence des références :

"*en Arithmétique, on pose que l'unité, c'est ce qui est indivisible selon la quantité... mais définir ce qu'est l'unité et affirmer l'existence de l'unité n'est pas la même chose* " (o.c., p. 12).

Sur ce point, les mathématiques sont défaillantes (car elles ne garantissent pas l'existence de leurs principes propres) alors même qu'elles ont servi à illustrer ce qu'est un genre.

Les axiomes : ce sont des propositions ou des notions générales, indispensables pour toutes les sciences mais non spécifiques à une science particulière ; à la différence des genres qui constituent l'identité de la science qui s'en occupe, les axiomes sont nécessaires pour tout raisonnement, mais ils ne livrent aucune connaissance spécifique : Aristote les appelle aussi "*principes communs* " et les illustre par "*le Tout est plus grand que la partie*" ou encore "*si, de choses égales, on ôte des choses égales, les restes sont égaux* " (o.c., p. 55).

L'axiome se différencie du genre en tant qu'il est commun à un nombre indéfini de réalités, mais il est indispensable pour la connaissance de toute réalité : il joue le rôle de "base" (p. 62) et inclut l'existence des choses (il n'est pas une simple définition).

"*Si par contre, sa possession est indispensable à qui veut apprendre n'importe quoi, c'est un axiome* " (o.c., p. 11-12).

Ce qui caractérise l'axiome c'est ce "n'importe quoi" qui ne renvoie pas ici à l'arbitraire, mais au général ; il s'agit de "réalité en général" mais d'aucune réalité en particulier. La ligne idéale n'est pas la ligne tracée par le mathématicien qui est "quelconque". Le nombre en tant que genre n'est pas le nombre du mathématicien. Cela recouvre un double problème : celui de l'identité des références mathématiques (qu'est-ce qu'une ligne "quelconque" ? Qu'est-ce qu'un nombre "quelconque" ?) et de l'abstraction (qu'est-ce que tracer **une** ligne, **un** cercle ou **un** triangle, prendre **un** nombre, nécessairement particuliers et procéder comme s'il s'agissait de ligne, cercle ou nombre en **général** ?).

Dans la Métaphysique M, 6, Aristote oppose le nombre mathématique et le nombre idéal dans ces termes :

"*Tandis que le nombre mathématique se compte comme suit : après l'un, le deux, lequel est l'addition d'un autre un au premier un, puis le trois, qui est l'addition d'un autre un à ce deux, et ainsi de suite ; au contraire, le Nombre idéal se compte : après l'Un, il y a un Deux, autre que l'Un et indépensant de l'Un premier, puis la Triade, indépendante de la Dyade, et de même pour les autres Nombres* " (Métaphysique M, 6, Vrin, p. 743).

Sans expliciter le problème de l'abstraction, que nous allons reprendre immédiatement avec Pereira, nous voyons qu'Aristote établit non seulement une distinction mais une discrimination de valeurs entre le Nombre idéal et le nombre mathématique. Alors que le premier a une identité stable, indépendante de toute référence aux unités dont il est composé et aux autres nombres, le nombre mathématique au contraire est obtenu par une opération de composition d'unités qui perdent leur identité propre et l'identité du nombre obtenu n'est que différentielle : elle n'a qu'une valeur comparative et non une valeur intrinsèque comme le Nombre idéal (dans les rapports des Nombres idéaux, seules les relations d'ordre subsistent).

Les propriétés essentielles : il s'agit de la troisième espèce de principes qu'utilise la démonstration scientifique. A la différence des genres, les attributs essentiels (ou propriétés essentielles) ne comportent pas l'existence des sujets traités :

"*c'est seulement la signification de chacun d'eux qui se trouve posée* " (Seconds Analytiques I.10, p. 55).

A la différence des principes communs, ils sont propres à une science. Les attributs essentiels se démarquent donc à la fois des genres et des axiomes. Aristote donne comme exemples : le pair ou l'impair, le double ou le carré comme attributs essentiels du nombre en arithmétique ; la mesure rationnelle ou irrationnelle d'une grandeur continue (droite) en géométrie (ib., p. 55).

Les propriétés ou attributs essentiels sont donnés sous la forme de définitions et il faut ensuite démontrer qu'ils appartiennent ou non au genre, dans des conditions déterminées : leur existence doit être démontrée. Leur signification est première (immédiate) mais non leur existence, c'est à dire leur appartenance effective à un genre particulier : c'est d'ailleurs celle-ci qui va être l'enjeu de la démonstration qui doit se limiter strictement à ces trois éléments de départ -genres, axiomes, propriétés essentielles- et se conformer à l'exigence de nécessité interne dans l'enchaînement des propositions.

"*Toute science démonstrative tourne autour de trois éléments : ce dont elle pose l'existence (c'est-à-dire le genre dont elle considère les propriétés essentielles) ; les principes communs, appelés axiomes, vérités premières d'après lesquelles s'enchaîne la démonstration ; et en troisième lieu, les propriétés, dont la science pose, pour chacune, la signification* " (Aristote, Seconds Analytiques, I - 10 - 76d 12-15).

Lorsque la nécessité des points de départ (principes) est établie, il reste à mettre en oeuvre des moyens termes qui sont eux-mêmes marqués par des relations nécessaires. Cette apodicticité des liaisons (des médiations) renvoie au refus de toute contingence, c'est-à-dire de tout élément "accidentel", qui pourrait invalider l'universalité du raisonnement. La science n'est pas seulement la connaissance de ce qui vaut par lui-même (à savoir les principes qui sont kat'auto) mais aussi la connaissance de ce qui légitime l'attribution d'une propriété grâce à une démonstration (kat'ekeino... kat'o).

"*Puis donc que la science démonstrative doit aboutir à une conclusion nécessaire, il faut évidemment aussi que la démonstration se fasse par un moyen terme nécessaire. Autrement, on ne connaitra ni pourquoi la conclusion est nécessaire, ni même qu'elle l'est* " (Aristote, Analytique II, 75a).

Et l'exemple -une fois encore paradigmatique- donné par Aristote en 76a est celui du triangle, à savoir "la propriété de posséder des angles égaux à deux droits". C'est ce même exemple que Pereira va reprendre dans sa critique des procédés utilisés dans la démonstration mathématique et que Gassendi analyse. C'est sa longévité historique et ses enjeux dans la méthode mise en oeuvre, qui le rendent "exemplaire".

La critique des procédés utilisés par les mathématiciens

Pereira, plus rigoureux qu'Aristote lui-même, va utiliser le syllogisme pour démontrer que les mathématiques ne sauraient mériter le titre de "science". Aristote n'a jamais procédé de cette façon et Gassendi lui reproche d'ailleurs cette défaillance. Ce reproche repose sur le présupposé de l'unicité de la méthode : il faut appliquer les mêmes moyens qu'il s'agisse de trouver, de prouver ou d'exposer les résultats de la science (cf. 5ème dissertation, Art. 6, L.II).

"*C'est une chose bien remarquable, que nous avons déjà dite quelquefois, que l'absence, dans toute l'oeuvre d'Aristote, de toute démonstration non seulement pourvue des conditions indiquées plus haut, mais même établie selon une forme de développement syllogistique. Et pourtant si Aristote était passé maître en son art et s'il nous a transmis sa Philosophie avec soin, n'aurait-il pas dû démontrer toutes choses selon la forme la plus parfaite, celle que précisément il exigeait lui-même* " (Gassendi, o.c., p. 424).

Pereira, lui, va livrer sa critique sous forme d'un syllogisme, reprenant toutes les exigences de critères scientifiques :

la majeure pose que "la science développe l'essence"
la mineure porte sur l'apodicticité :
a) des principes
b) des propriétés essentielles (moyens termes).

Et la réfutation suit ce même procédé :

Majeure : le mathématicien ne considère pas l'essence de la quantité, il ne traite pas des modifications de celle-ci en tant que résultat de son essence.
Mineure : le mathématicien ne fait pas connaitre ces modifications
a) "en partant des causes propres en vertu desquelles elles sont inhérentes à la quantité"
b) "il ne construit pas sa démonstration au moyen de prédicats essentiels et appartenant à la chose en soi mais au moyen d'éléments communs et de nature accidentelle"
Conclusion : Donc la théorie mathématique n'est pas, à proprement parler, une science (cité par Gassendi, p. 508).

La majeure met en cause le statut des objets mathématiques : ils ne sont ni des "réalités en soi" (l'essence platonicienne ; eidos) c'est-à-dire des entités indépendantes des objets sensibles, des réalités intelligibles, et ils ne sont pas non plus des objets concrets, singuliers et sensibles. Evoquant le problème de l'existence des choses mathématiques, Aristote écrit dans la Métaphysique, à propos de la géométrie

"*S'il arrive aux objets dont elle traite d'être des choses sensibles, elle ne les étudie point cependant en tant que sensibles, et les sciences mathématiques ne seront pas, pour autant, sciences du sensible ; mais d'autre part, elles ne seront pas non plus sciences d'autres objets séparés du sensible* " (Aristote, Métaphysique M3, p. 729).

La ligne et le triangle du géomètre ne sont ni les figures idéales, toujours identiques à elles-mêmes et on ne peut non plus dire que ce sont les figures tracées avec leurs particularités sensibles. Le mathématicien les traitent comme s'il s'agissait de figures séparées de ces données sensorielles alors qu'en fait elles ne le sont pas. C'est par une opération d'**abstraction** qui consiste à **feindre**, que le géomètre peut parler du triangle en général alors qu'il raisonne toujours sur des figures singulières. Et même si Aristote concède que les géomètres raisonnent correctement, les objets mathématiques ne parviennent pas à obtenir un statut suffisamment stable ou une identité suffisamment assurée pour accéder au "genre propre" ; les mathématiciens ne peuvent raisonner que sur des exemplaires concrets particuliers et produire par induction des références communes et générales (les axiomes).

Quant à la mineure, Pereira étaye l'idée de "*points de départ qui ne sont pas des vérités évidentes par elles-mêmes* ", en utilisant les remarques de Platon sur les rapports entre les "images de rêve" des mathématiciens et la vraie réalité (l'expression images de rêve a chez Platon une connotation négative : c'est un esprit "endormi" qui les produit).

"*Les autres arts : la géométrie, avec les disciplines qui en sont les suites, nous voyons quelle image de rêve ils se font du réel, et qu'il leur est impossible d'en avoir une vision de veille, aussi longtemps que les hypothèses dont ils se servent, ils les laisseront sans y toucher, faute d'être capables de les justifier ; quand en effet le commencement est une proposition dont on n'a point le savoir, quel moyen y a-t-il de faire une vraie science avec un pareil système de propositions qui s'accordent ?*

- Glaucon - Aucun moyen

- Socrate - "Maintes fois nous leur avons, cédant à l'usage, donné le titre de sciences, mais c'est d'un autre nom qu'elles ont besoin, d'un nom qui marque plus de clarté que celui d'opinion, plus d'obscurité que celui de science ; dans ce qui précède, nous avons défini, je crois, du nom de discursion ce mode de pensée " (Platon, République Livre VII, 533c d, Pléiade, p. 1128) (le "discursif" s'oppose à l'"intuitif", ce dernier est le mode de connaissance des "essences").

Les points de départ sont des hypothèses : des propositions dont on ne peut affirmer ni le vrai, ni le faux. Toute valeur de vérité reste en suspens : c'est le caractère contingent et arbitraire du mode de fonctionnement de ces propositions de départ, qui empêche d'affirmer que les mathématiques sont des sciences : elles restent une pensée discursive (le nom de "discursion") c'est une démarche essentiellement caractérisée par la cohérence entre les points de départ et les conclusions : le mathématicien ne se soucie que de produire un système de propositions qui "s'accordent entre elles". Seule la cohérence des déductions par rapport aux hypothèses est l'objet de sa préoccupation. Cela ne signifie pas que ces hypothèses soient sans fondement, mais ce n'est pas l'affaire du mathématicien. Il revient, chez Platon, au dialecticien de remonter au Principe an-hypothétique, au principe premier absolument nécessaire, pour montrer que les hypothèses sont fondées.

Pour donner encore plus de poids à ces mises en accusation, Pereira cite Proclus, qui, dans ses Commentaires sur Euclide, va dans le même sens : les suppositions que fait le mathématicien ne sont pas prouvées. Cependant Pereira indique que l'on pourrait se passer de toute citation d'hommes illustres, dès lors qu'on a la moindre expérience personnelle du travail fait en mathématiques :

"*Mais quand bien même, nous n'aurions ni Platon, ni Proclus, ni d'autres philosophes importants pour garants de cette opinion, le fait demeure cependant manifeste pour quiconque a seulement un peu touché à la craie dont se servent si doctement les mathématiciens* " (Dissertations en formes de paradoxes, p. 508).

Après avoir rapidement attaqué les fondements (la rapidité avec laquelle cette étape est menée montre qu'il s'agit d'un travail déjà fait et acquis depuis longtemps), Pereira analyse les relations entre les éléments utilisés dans la démonstration : ces relations devraient être nécessaires puisque les liens logiques entre principes et conséquences devraient procéder des rapports de cause à effet. L'exemple de la somme des angles d'un triangle est repris par Pereira. Lorsque le géomètre trace le prolongement d'un côté du triangle et utilise l'angle externe pour démontrer l'égalité des angles avec deux droits, il fait intervenir, selon Pereira, des éléments contingents (accidentels et inessentiels) mais aussi postérieurs à la propriété que l'on veut démontrer et à l'existence même du triangle.

"*Qui ne voit que ce moyen n'est pas la cause de la propriété que l'on démontre ? Car l'existence du triangle et le fait d'avoir trois angles égaux à deux droits sont antérieurs par nature au prolongement du côté de ce triangle ou au fait que par ce côté soit formé un angle égal aux deux angles intérieurs* " (Pereira in Dissertations en formes de paradoxes, p. 508).

Ce que Pereira (en tant que porte-parole des aristotéliciens) critique c'est l'inversion et le manque de lien causal intrinsèque entre l'ordre de la démonstration et l'ordre des réalités. La démonstration mathématique ne respecte pas l'ordre naturel.

Par ailleurs, les moyens utilisés sont accidentels et artificiels : que le prolongement d'un côté soit opéré ou non, cela reste étranger à la nature du triangle : le triangle et ses propriétés sont indifférents à ces procédés introduits arbitrairement par la démonstration :

"*En outre, un tel moyen ne se rapporte que tout à fait accidentellement à cette propriété : car, que le côté soit prolongé et forme un angle extérieur ou qu'il ne le soit pas et ne forme rien, et même si nous feignons que le prolongement de ce côté et la formation de cet angle soient impossibles, malgré tout, cette propriété demeurerait inhérente au triangle ; or comment définir un accident autrement que ce qui peut être absent ou présent sans modification de la chose ?* "(Pereira, Dissertations en formes de paradoxes, p. 508).

Pereira distingue deux éléments : la propriété essentielle et le procédé utilisé pour la démonstration. Ce qui est mis en cause, c'est le second élément, à savoir les caractères artificiel et accidentel de la méthode : que le côté soit prolongé ou non, il n'en demeure pas moins que les angles d'un triangle sont égaux à deux droits. Comme l'indique Pereira : la propriété est inhérente au triangle, indépendamment des manipulations ou des transformations qu'on lui fait subir : à aucun moment la propriété n'est mise en doute. On pourrait espérer que la critique d'un procédé particulier soit le point de départ de la recherche d'un moyen de démonstration plus pertinent. Il n'en est rien, pour les aristotéliciens, cela vaut condamnation de l'ensemble des mathématiques : celles-ci ne pourront jamais produire une science parfaite. Mais le plus troublant pour nous est la manière dont Gassendi prend la défense des mathématiques. Quand on lit les analogies dont il se sert, on est assez dérouté.

La critique de la critique : Gassendi et les mathématiques

En effet, pour invalider la critique artistotélicienne et soutenir la légitimité du travail des mathématiciens, Gassendi introduit une comparaison qui, à première vue, semble affaiblir les mathématiques.

"*Le mathématicien, lorsqu'il vous démontre une proposition ignorée, ne fait rien de plus que celui qui, en posant une étiquette sur une boite, ou en l'ouvrant, vous fait voir ce qu'il y a dedans* " (Gassendi, Diss., p. 510).

Dans cette remarque, on a l'impression que le lien nécessaire entre la propriété et l'objet se distend encore plus ; la boîte peut contenir des substances ou des objets très divers ; les aristotéliciens eux ne remettaient pas en cause l'inhérence absolue de la propriété à l'objet.

Mais cette lecture, trop rapide, risque de nous faire méconnaître l'essentiel de la démarche de Gassendi : le statut de la méthode, radicalement différent de celui qu'elle avait dans le système aristotélicien.

On a vu que, dans celui-ci, la méthode devait se calquer sur la réalité : seule la démarche respectant les relations ontologiques et devenant le **double** de celles-ci pouvait mériter le titre de science. Au contraire, chez Gassendi, cette **fusion avec le réel** n'est plus requise : la méthode devient indépendante de "la nature intime des choses" et l'intrication des deux registres -ontologique et épistémologique- est abolie : l'ordre de la connaissance n'a plus à fonctionner **dans le mimétisme** de l'ordre des choses. Car de même que celui qui nous ouvre la boite nous fait simplement voir ce qu'il y a dedans, "*sans que l'inscription ou l'action d'ouvrir fassent qu'il y ait là de la thériaque, de même le Mathématicien (nous) découvre simplement que cette figure est de telle Nature, sans que sa démonstration la fasse être telle* " (Gassendi, Diss, p. 510).

Autrement dit, la méthode utilisée n'a plus d'incidence directe sur la "nature propre" de la chose mais elle trouve sa valeur et ses enjeux par les effets de connaissance qu'elle produit :

"On vous dit que les trois angles d'un triangle sont égaux à deux droits ; vous ne vous rendez pas compte qu'il en est ainsi, tout comme vous ne pouviez voir qu'il y avait de la thériaque dans la boite, quelle que soit la façon dont on vous l'assure. Mais vous le voyez clairement quand on a construit des angles égaux aux précédents, et qui valent évidemment autant que deux droits. Et bien entendu vous voyez de même que la thériaque est dans la boite quand vous avez lu l'inscription ou soulevé le couvercle ; et j'avoue bien que dans les deux cas une certaine connaissance de la chose est née, à savoir de ce qu'on ne voyait pas auparavant " (Gassendi, Diss, p. 510).

On voit que les enjeux de validité de la démonstration sont épistémologiques : quand quelqu'un ne comprend pas, ne saisit pas clairement les caractéristiques d'une réalité, deux solutions sont possibles : soit celui qui possède la connaissance affirme ce qu'il sait (avec insistance ou violence, peu importe, c'est une parole d'autorité qui s'impose), soit il s'efforce de faire réellement progresser le savoir de l'autre et dans ce second cas il doit fournir à son interlocuteur les moyens de voir par lui-même, de comprendre par une démarche personnelle la légitimité des assertions : dans cette perspective, la méthode des mathématiciens permet d'enrichir la connaissance que l'on avait de la chose. La démonstration a valeur d'expérience ; elle permet de saisir des apparences qui nous avaient échappé :

"Cette connaissance n'est pas autre chose que celle de l'apparence de la chose et de ce qui tombe sous l'expérience ; et c'est en effet de là seulement que nous tirons des enseignements sur la façon dont nous apparaissent les choses : en expérimentant " (p. 510).

La démonstration des mathématiciens vient en lieu et place de défaillances de nos sens qui sont limités et il ne sert à rien de le déplorer et de se lamenter, ni même d'aspirer, en vain à une science de l'absolu, de la nature intime du réel.

"L'égalité des trois angles à deux droits ne vous apparaissait pas, parce que vous ne pouviez mesurer assez exactement d'un coup de votre oeil la valeur respective de chacun de ces angles ; mais dès que le regard jeté sur les autres angles est venu aider l'oeil, alors le fait est apparu clairement. Qu'est-ce que tout cela, sinon l'apparence mieux considérée d'une seule et même chose ? " (o.c., p. 510).

La défaillance sensorielle est irréductible, certes, mais l'impossibilité à saisir d'un "coup d'oeil" une propriété est non seulement une occasion pour élaborer d'autres moyens mais c'est même une condition sine qua non qui seule légitime le recours à la démonstration. On sait combien les élèves trouvent "absurde" de démontrer ce qui leur paraît "évident", ce qui s'offre à eux dans une immédiate certitude et tout le problème de l'enseignant consiste à montrer que les certitudes et les évidences "faciles" peuvent être des impasses, à aménager des expériences qui déroutent les intuitions sensorielles, en appelant à une attention, à une concentration sur des points qui ne sont plus "évidents" :

"*le Mathématicien ne fait donc pas autre chose que vous avertir de considérer plus attentivement ce que tout d'abord vous ne remarquiez pas. D'où il résulte que la démonstration que l'on vous propose, ou le moyen dont on se sert n'est pas la raison d'être de la chose, mais vous fait tout simplement voir que la chose est ainsi* " (Gassendi, Diss. p. 510).

En définitive, Gassendi accorde aux aristotéliciens que les mathématiques n'accèdent pas à la science absolue, mais c'est aussitôt pour dénoncer cette dernière comme une chimère, qui dans la fascination qu'elle exerce, pétrifie celui qui veut la contempler. A l'oeil, impuissant à saisir "le fond des choses", Gassendi substitue le regard sur les apparences, mais un regard armé grâce à la méthode : les figures mathématiques ne sont pas des essences séparées susceptibles d'être "vues toutes nues" : le regard désarmé ne voit plus rien. C'est dans les figures apparentes, à travers le labyrinthe des figures réelles que les démonstrations mathématiques nous permettent d'accéder au savoir.

"*Et il est certain que si l'on n'établissait pas ses conclusions à partir de certains triangles donnés sous une apparence matérielle, l'on ne poursuivrait que de vaines chimères* " (Gassendi, Diss., p. 512).

Les apparences construites par le mathématicien sont essentielles : elles sont les seules manifestations réelles des idées (des "idéalités") mathématiques et la méthode de démonstration trouve sa raison d'être non plus dans la maîtrise absolue et directe (immédiate) de l'intimité des choses mais dans l'enrichissement du savoir et la meilleure compréhension qu'elle permet. Entre l'"ordre des choses" et l'"ordre des connaissances" l'artifice, le dispositif "expérimental", les instruments fabriqués, présentés par Gassendi sur le modèle des démonstrations mathématiques, peuvent désormais être posés et pensés comme des médiations légitimes.

ROBERVAL OU LA RIGUEUR HUMAINE

Gilles ITARD
I.R.E.M. Pays de la Loire
Centre du Mans

Nous tenterons dans cet article de saisir l'émergence d'un nouvel état d'esprit scientifique au cours du 17ème siècle, d'une nouvelle approche de la réalité du monde matériel.

Nous avons choisi comme "révélateur" quelques écrits peu connus d'un savant quelque peu oublié de l'"honnête homme" du vingtième siècle.

Gilles Personne voit le jour à Roberval, près de Senlis, dans un milieu modeste, le 8 ou le 10 Août 1602 ; il décède à Paris le 27 Septembre ou le 27 Octobre 1675, discrètement. Les registres de l'Académie Royale, dont il est membre, sont vierges du 27 Août 1675 au 11 Janvier 1676 et Christian Huygens se contente d'un post-scriptum pour annoncer à Oldenburg le décès de son collègue : "Monsieur de Roberval mourût ces jours passés et a laissé ses écrits à notre Académie".

Entre cette naissance obscure et ce décès presqu'inaperçu, une vie laborieuse. Roberval est de cette nouvelle catégorie de savants qui émerge au dix-septième siècle : il n'est pas dans les Ordres, il n'a aucune fortune personnelle, il n'est "entretenu" par aucun Prince ou mécène. Il vit de son travail. Pour être plus précis, il est professeur. Il occupera jusqu'à trois "postes" en parallèle, dont un remis au concours périodiquement.

Roberval ? Les plus âgés d'entre nous pensent "balance", les plus jeunes ignorent déjà cet instrument et le nom de l'inventeur. René Descartes aimerait, peut-être, cet oubli de son rude et tenace adversaire, mais il serait surpris. Celui qui, peu après son arrivée à

Paris en 1628, obtînt le droit d'adjoindre à son nom ce "Sieur de Roberval" un rien glorieux, a, en effet, tenu un rôle de premier plan sur la scène scientifique.

On ne peut parler de la méthode des indivisibles, prémices du calcul intégral, de la recherche des tangentes, prémices du calcul différentiel, ou de la naissance du concept de fonction sans, au moins, citer Roberval. Il participe à l'élaboration du concept de force et, l'un des premiers, assimile le poids à une force. Il s'inscrit dans les débats sur la pesanteur et sur le vide. Ami du Père Mersenne, de Gassendi, des Pascal, père et fils, correspondant de Torricelli, de Fermat, il est aussi au nombre des fondateurs de l'Académie des Sciences où il siègera aux côtés de Christian Huygens et d'Edme Mariotte.

Excellent expérimentateur au plan pratique, il conçoit l'expérimentation comme une dialectique entre le monde matériel et la raison humaine mais aussi entre le doute et la certitude. L'antagonisme viscéral qui l'oppose à Descartes n'est pas seulement affaire d'incompatibilité d'humeurs. Le clivage s'opère sur le traitement du doute radical.

L'un, Descartes, s'engage dans la métaphysique et une problématique "existentielle". Le doute cartésien est le point fixe, le pivot, sur lequel s'articule la reconstruction (et la possibilité) de la connaissance. Son discours est, en substance, celui-ci : je ne puis douter que je doute ; ainsi parce que je doute je suis ; mais, dans le même temps, ce doute, qui existe, fait référence au Vrai sans lequel le doute n'aurait pas d'existence. Le Vrai existe donc et j'ai accès à son essence, accès qui ne me donne pas le Vrai mais la certitude de son existence et permet le doute. La garantie positive de cette certitude c'est l'idée innée, claire et distincte, de Dieu, parfait absolument et ainsi existant. Dans sa perfection Dieu ne peut vouloir me tromper, même s'il me laisse me tromper lorsque j'articule mal entendement et jugement.

L'existence d'une réalité hors du moi et la possibilité d'une connaissance de cette réalité se trouvent ainsi, chez Descartes, cautionnées par l'existence de Dieu. Le doute radical est remonté jusqu'au point extrême où, s'inversant, il donne du sens à la connaissance, permet de la reconstruire à partir des idées claires et distinctes fournies par l'intuition critique, en usant de la raison seule. Sur ces bases Descartes peut construire une Physique non pas coupée des sens et de l'expérimentation mais les tenant à distance, Physique fondée sur les idées claires et distinctes, dont le dynamisme réside dans l'entendement et dont la caution est Dieu, existant, parfait et créateur.

L'autre, Roberval, est tenant d'une raison agissante, efficace, mais initialement, inévitablement, contrainte par l'objet auquel elle s'applique. La métaphysique est étrangère à ce savant... au point que Blaise Pascal se lassera de sa fréquentation. Roberval ne doute ni de sa propre existence, ni de la réalité du monde. Son doute porte sur l'adéquation entre ce qu'il peut dire du monde et la réalité de ce monde. Dans cette problématique les sens ne sont plus tenus à distance, ils sont nécessaires, incontournables, mais doivent être guidés par la raison à travers l'expérimentation ; inversement, la raison seule risque de fonctionner à vide.

Dans <u>Les Principes du Devoir et des Connaissances humaines</u>[1], manuscrit qui semble antérieur à 1647, Roberval énonce :

"*Quiconque pense être, est, et tout ce qu'on pense, il est vrai qu'on le pense* ". L'attaque contre Descartes est claire et renforcée par "*tout possible intelligible ne se réduit pas en effet* ". La mise en garde est nette, nous pouvons bien échaffauder de belles constructions mentales, sous-entendu comme Descartes, mais il ne faut pas confondre celles-ci avec la réalité.

Descartes et Roberval mettent en question la prétention de l'Homme à connaître le monde réel mais ces deux champions du doute refusent la paralysie d'un doute "nihiliste" qui interdirait toute connaissance, qui mettrait à égalité toutes opinions. Descartes a besoin de Dieu pour dépasser l'obstacle, pour fonder une théorie de la connaissance, connaissance qui devra se développer avec méthode sous l'égide de la raison, image de l'esprit divin. Nous verrons comment Roberval est contraint, lui, à choisir le "vray-semblable", à naviguer au plus près du réel. Mais pour évaluer l'apport du dix-septième siècle sur le problème de la connaissance donnons la parole à Képler[2] :

---

[1] in <u>Fragments de Philosophie Cartésienne</u>, Victor COUSIN, Paris,1845, p. 240...

[2] <u>Paralipomènes à Vitellion</u>, 1604, Vrin 1980, Catherine CHEVALLEY, p. 102.

"Finalité naturelle des Eclipses du Soleil et de la Lune.

La partie la plus noble et la plus ancienne de l'Astronomie est en effet celle qui traite des Eclipses du Soleil et de la Lune, qui sont, comme le dit Pline, le phénomène le plus étonnant et le plus proche du prodige que l'on puisse trouver dans la contemplation de la nature. Quiconque l'aura considéré avec attention, à supposer même qu'il refuse d'accorder foi aux livres sacrés, se persuadera qu'il existe un Dieu, Créateur de toute la nature, et aussi que ce Dieu a eu dans ce mécanisme le souci des hommes à venir puisqu'il a réglé le théâtre du monde de telle sorte qu'il en surgisse des signes par lesquels les esprits des hommes, simulacres de l'esprit de Dieu, sont non seulement invités à contempler les oeuvres divines qui leur font mesurer la bonté du Créateur, mais de plus aidés dans leur recherche de l'inconnu.

Quelle est en effet la raison de ces jeux auxquels s'exerce la nature dans les corps du Soleil et de la Lune, si ce n'est celle-là ? Jeux qui non seulement plongent les hommes dans l'admiration et la stupeur tant qu'ils en ignorent les causes, comme l'histoire en témoigne, mais qui provoquent de plus, selon ce qu'en dit Pline, une terreur générale chez les quadrupèdes eux-mêmes !

Tous les livres des Astronomes montrent d'ailleurs de quel grand secours les Eclipses des Luminaires ont été aux hommes, dans l'ensemble de l'Astronomie. En effet toute la doctrine concernant les mouvements du Soleil et de la Lune et les intervalles des années et des mois est d'abord née de la seule observation des Eclipses et n'a pu être constituée d'une autre manière ".

Ce texte souligne que l'intérêt des astronomes pour les éclipses n'est pas une nouveauté. Claude Ptolémée, au second siècle de notre ère, en montre remarquablement l'intérêt scientifique dans l'Almageste. Ce qui est nouveau, ce qu'annonce Kepler, c'est que les éclipses ont une finalité. Il ne s'agit plus de jalons repérables dans le temps, d'une mémoire des astronomes, mais d'indices offerts par Dieu. En d'autres termes, Dieu, créateur de l'Univers, nous invite à comprendre comment lui a choisi de le faire fonctionner. Le plan divin comporte deux volets : créer le monde et inciter l'homme, fait à son image, à comprendre ce monde créé. Ainsi, pour Képler, le monde sublunaire, créé par Dieu, ne doit rien au hasard, il a l'air changeant, aléatoire, mais il est régi par la pensée divine. Or l'esprit humain est formé à l'image de l'esprit divin, donc il peut comprendre, et Dieu a laissé des repères car il veut que l'on comprenne. Il ne suffit plus, comme Ptolémée, de "sauver les phénomènes", d'en rendre compte, de les décrire, mais de les comprendre. Ainsi, avec Képler, le monde terrestre devient expliquable, compréhensible. Il devient même nécessaire pour l'Homme de chercher à l'expliquer. Il y a, pour Képler, difficulté à remplir le contrat, il n'y a pas doute : la connaissance scientifique est permise et exigée par Dieu. Ainsi au début du siècle il y a un projet, projet que la foi pose implicitement comme réalisable et dont la réalisation est un devoir par fidélité à Dieu.

Une trentaine d'années après, cette attitude de confiance "naïve" ne suffit plus. Descartes, qui va jusqu'à vouloir douter s'il rêve ou s'il est éveillé, doute (... et ne doute pas) d'avoir accès à la connaissance. Au bout du chemin il retrouve Dieu comme garant de l'existence du vrai et de son accessibilité. Les idées claires et distinctes et la pure raison sont les moyens sûrs car Dieu ne peut vouloir nous tromper, mais il faut de la méthode pour les utiliser bien car nous sommes capables de fautes.

Dans les Principes du devoir déjà mentionnés, Roberval, qui vient de dire que tout possible intelligible ne se réduit pas en effet, enchaîne : "*Le monde est un possible intelligible réduit en effet* " puis "*même cause naturelle ou semblable ou semblablement disposée, en un sujet même ou semblable ou semblablement disposé, produit semblable effet ; et la nature n'est point contraire à elle-même*".

Dieu n'est plus invoqué, c'est en tant qu'Homme, être pensant, que Roberval s'établit dans le monde et face au monde par un double acte de foi : d'une part le monde est une réalité, cohérente et stable, d'autre part il nous est intelligible.

Mais chacun doit rester vigilant : s'il est vrai que nous pensons ce que nous pensons, il n'est pas certain que ce que nous pensons corresponde à une réalité effective.

Il reste à se donner les moyens de la connaissance et c'est là que le doute radical de Roberval est à l'oeuvre.

Dans son édition de l'Optique du P. Mersenne[3] en 1651, Roberval déclare : "*en ce qui regarde les sciences humaines, nous*

[3] in Revue d'Histoire des Sciences, Tome X n° 3, P.U.F., 1957, Roberval "éditeur" de Mersenne et du P. Niceron, R. LENOBLE.

devons, tant qu'il est possible, nous servir du pur raisonnement ; pourvu qu'il soit establi sur des principes clairement et distinctement vrais, pour en tirer des conclusions indubitables ". Les sciences humaines sont ici celles que construit l'homme, le sens moderne est autre. La raison pure est l'élément dynamique de cette construction de la connaissance mais elle ne peut rien si elle ne prend appui sur des vérités fermes qui ne lui appartiennent pas à proprement parler. Roberval, une fois de plus, se démarque de Descartes. Les idées claires et distinctes ne sont pas garantes de vérité, ce qu'il faut c'est que les idées soient clairement et distinctement vraies, c'est-à-dire conformes à la réalité.

Roberval ne supporte pas ce qu'il nomme visions, chymères ou persuasions, c'est-à-dire les théories bâties sur des principes purement intellectuels, choisis le plus souvent par analogie. Les tourbillons de Descartes, les atomes de Gassendi, l'Ether de Huygens et surtout "l'arrogante assurance" de leurs auteurs n'ont rien à voir avec la connaissance. Dans l'ouvrage cité[3] il balaie ces prétentions avec vigueur :

"Par les trois propositions précédentes, on peut assez connoistre qu'il y a une grande incertitude entre les Philosophes, sur le moyen que la nature tient en la réflexion de la lumière tombant sur les superficies des corps réfléchissans ; puis qu'ils sont presque tous différens, tant en leurs hypothèses touchant l'essence, et la production de cette lumière, qu'en la cause qui la fait réfléchir. Mesmes, tout ce qu'ils ont dit sur ce sujet, ressemble plustost à autant de visions, qu'à une vérité bien establie, imitans en cela ceux de nos escholes vulgaires ; qui aux questions douteuses et incertaines, aiment mieux aduancer une grande multitude de paroles qui ne signifient rien, et embrouillent d'autant plus la matière ; que de confesser franchement qu'ils ne voyent point de raisons qui les contentent au sujet dont il s'agit. Mais bien loin de faire une telle confession, qui seroit autant ingénuë que véritable ; ils s'obstinent, au contraire, à soustenir le party qui leur est tombé en fantaisie, comme s'il estoit le vray, quoy qu'ils n'en produisent aucune preuve vallable ; et s'arrestant à ce masque de vérité, ils négligent de la rechercher d'auantage, croyans la posséder .

Mais auparavant ie veux icy en faueur de ceux qui n'ayment que la pure vérité, faire une petite considération (sans toutesfois sortir de mon sujet, en ce qui regarde le général) et rapporter en peu de paroles, les méditations d'vn homme également versé en la Philosophie, et en la Mathématique, sur ce prurit et cette *démangeaison de plusieurs, qui veulent à quelque prix que ce soit, paroistre sçauans, mesmes aux choses qu'ils connoissent bien qu'ils ignorent. Il en attribuait donc le principe à vn vain désir de gloire : mais il les accusoit d'arrogance, en ce qu'ils prétendent le plus souvent, faire croire aux autres, ce qu'ils ne croyent, ou au moins, ce qu'ils ne voyent pas clairement eux mesmes : et ce qui est pis, ils pensent auoir assez bien establi vne vérité prétenduë, quand ils croyent qu'on ne la peut conuaincre de faux ; comme si vn meurtrier croyait estre innocent, pource qu'on ne pourroit prouuer son assassinat. Ainsi, au sujet dont nous traitons, touchant l'esgalité des angles d'incidence et de réflexion, les vns veulent nous faire croire que la lumière se réfléchit par ressort ; d'autres, par vune continuation du mouuement actuel des corpuscules qui la font ; d'autres, par la continuation du mesme mouuement de ces prétendus corpuscules, non pas actuel, mais seulement en puissance ; telle que seroit l'action de plusieurs boules disposées en ligne droite contigument, dont la première toucheroit vne muraille et la dernière seroit poussée par quelque force qui voudroit les faire mouuoir toutes à la fois le long de la mesme ligne droite, vers la mesme muraille ; d'autres encor se seruent de la comparaison d'vn baston jetté par force perpendiculairement, ou obliquement contre vn plan ; d'autres ont d'autres visions encor moins vrai semblables : mais tous expliquent cette illustre action de la nature, par quelque ressemblance qu'ils croyent qu'elle a auec quelque autre chose, qu'ils pensent bien connoistre ".*

Les théories explicatives "gratuites" catégoriquement rejettées (nous verrons qu'il y a des nuances cependant) il faut franchir l'écueil d'un doute qui paralyserait toute recherche. Le monde nous est intelligible, écartons les spéculations creuses mais ne démissionons pas.

Parler, à bon escient, du monde réel suppose un contact avec celui-ci. Ce contact est assuré par nos sens. Quiconque refuse ce moyen d'accès, ou l'oublie, parle pour ne rien dire. Nous lisons, toujours dans l'<u>Optique de Mersenne</u>, "*Que si nous considérons l'entendement comme étant et ayant toujours esté dénué de tous les sens, alors nous ne sçaurions comprendre qu'il peut avoir aucunes idées des choses extérieures ; et il y aurait occasion de douter s'il en aurait une de sa propre existence* ". Et il enchaîne :

"*Cela estant, il s'ensuit que s'il y a dans la nature quelques choses qui ne puissent tomber sous aucun de nos sens, ny* *directement, ny indirectement, l'entendement ne pourra former aucunes idées de ces choses : comme un aveugle né qui n'auroit jamais ouy parler de couleurs, n'y penseroit jamais ; et quand il en auroit ouy parler, il ne s'en sçauroit former l'idée véritable ; mais seulement, il pourroit, peut estre, se représenter quelque chose revenant aux idées qu'il auroit acquises par les autres sens : et si en luy donnant à taster de l'escarlate, il la trouvoit douce, avec un certain goust, ou vne telle odeur, ou faisant vn tel bruit au maniment ; il se composeroit peut estre vne idée de toutes ces sensations, et en feroit à sa mode, l'idée de l'escarlate, qui seroit bien esloignée de la véritable idée d'vne telle couleur. Que si ce mesme aveugle ayant senty plusieurs fois la chaleur du Soleil, durant les dieuerses saisons, vouloit entreprendre de raisonner sur toutes les propriétez et les actions de cet astre, n'en ayant jamais rien appris d'ailleurs ; il y a apparence qu'il apresterait bien à rire aux Astronomes clair-voyans qui l'entendroient discourir, quoy qu'il fust le plus sçauant des aveugles, et qu'entreux il passast pour vn oracle. Cependant, il n'ignoreroit pas qu'il y eut un Soleil, s'en estant aperçeu par le sens du tact ; mais faute d'vn d'autre sens bien plus propre pour en descouvrir les plus considérables propriétez, son entendement ne s'en formeroit que des idées très imparfaites, qui toutes auroient quelque rapport à celles qu'il auroit accoustumé de se former à l'occasion du sens du tact ; ainsi il n'en pourroit raisonner qu'avec beaucoup d'imperfections.*

Or, quelle asseurance avons nous d'avoir un sens propre pour descouvrir la nature de la lumière".

Nous avons donc besoin des sens et de la raison, il reste à délimiter leurs rôles, à préciser le mode de cohabitation. Premier point : il y a des évidences fondamentales et la raison élabore sur elles des vérités :

"Il y a des propositions si certaines et si évidentes d'elles-mêmes à l'entendement, que, pourveu qu'on y pense seulement, ou qu'on entende le langage et les termes dont quelqu'un se sert pour les exprimer, on ne peut douter de leur vérité ; mais elles sont receues d'abord sans supposer aucune autre cognoissance, et sans qu'on puisse rien penser qui leur soit contraire, comme le tout est plus grand que sa moitié ; si à choses esgales on ajoute choses esgales, les touts sont égaux. J'appelle ces propositions principes de cognoissance ou vérités premières, et leurs contraires, comme la moitié est esgale au tout, faussetés premières". [4]

---

[4] op.cit., note 3.

On peut remarquer que Roberval se réfère aux Notions Communes d'Euclide, sorte de minimum vital de la connaissance qui ne sera remis en cause qu'avec l'intrusion de l'infini en acte. Poursuivons la lecture :

"D'autres propositions ne paraissent ni vraies ni fausses ; on les considère comme certaines lorsqu'elles sont jointes à des vérités premières, et fausses si elles sont jointes à des faussetés premières. Si on ne peut les rattacher pas plus aux premières qu'aux secondes, elles resteront toujours douteuses.

On ne peut prouver une proposition par une autre qui soit autant ou plus inconnue".[5]

Il serait sans doute abusif de voir dans ce "on les considère comme certaines" une remise en cause de la certitude déductive, mais il n'est pas interdit d'interroger cette formulation.

Le principe suivant "on prouve sensiblement une chose quand on peut la soumettre au témoignage des sens" installe Roberval au coeur de sa problématique. Prouver sensiblement n'apporte pas la même certitude qu'une bonne déduction si celle-ci repose sur des vérités premières, mais celles-ci manquent souvent. Prouver sensiblement est alors le recours, ce n'est pas un pis-aller, c'est le moyen de dépasser les rêveries.

Mais ce témoignage des sens n'est pas simple perception il y a épreuve, la chose est "soumise au témoignage". Roberval y revient à diverses reprises :

"J'appelle prouuer par supposition d'expérience lorsque, ne pouuant faire cognoistre immédiatement les véritez premières sensibles qui servent à prouuer la question ou on les suppose en monstrant la façon et les moyens de les cognoistre comme si pour prouuer que les couleurs ne sont pas en elles-mesmes telles qu'elles paroissent, on prenoit, pour principe sensible, que le jaune paroit vert à vne lumière bleue et, ne le pouuant prouuer réellement, on enseignoit qu'il faut allumer du soufre ou de l'eau de vie en vn lieu obscur et opposer à cette lumière du jaune."[6]

et dans l'Optique de Mersenne :

---

[5] op.cit. note 3.

[6] in Un savant méconnu : G.P. de Roberval, L. AUGER (Paris, 1962), p. 148.

"Et puis qu'en cette occasion, le raisonnement seul ne nous fournit pas de quoy contenter vn esprit qui veut philosopher franchement, et ne rien accorder qui ne luy paroisse clairement et distinctement vray ; joignons luy l'expérience, et empruntons d'elle ce qu'elle nous aura tousjours constamment tesmoigné, sans avoir jamais rien fait paroistre de contraire, au fait dont il est question. C'est ce que nous ferons en la proposition suivante, qui sera la cinquiesme".

et plus loin :

"Au déffaut de tels principes, nous devons avoir recours à une expérience constante faite avec les conditions requises, pour en tirer des conclusions vrai-semblables".

puis :

"et en général il préféroit l'ignorance cognuë, à vne persuasion mal fondée".[7]

"il" dans cette phrase représente "ce grand Philosophe et Mathématicien", Roberval soi-même, à l'évidence.

La stratégie de la connaissance scientifique mise en place par Roberval repose donc sur une dialectique très serrée entre raison pure et témoignage des sens. Le témoignage des sens est sous contrôle de la raison, mais celle-ci ne trouve pas toujours en eux un appui assez ferme. On risque ainsi soit la paralysie soit la rêverie. Roberval introduit alors la "vray-semblance", il n'est pas question de ne pas avancer mais n'affirmons pas être dans le vrai, construisons du savoir en nous donnant les moyens d'évaluer sa fiabilité.

"Il ne faut point disputer contre ceux qui nient les véritez premières, parce qu'elles ne peuuent estre prouuées d'autant que nous n'avons pas tousjours le temps l'occasion et les moyens d'examiner et cognoistre toutes les qualitez essentielles et circonstances des choses et que semblables effects et qualitez conviennent à choses diverses comme la blancheur à la neige, au sel, au sucre, etc. La lumière, au soleil, au feu, etc..., et que nous ne sommes jamais absolument et infailliblement certains que nos

[7] op.cit. (note 3).

sens soient bien disposez, outre que quelques causes secrettes changent quelques fois les apparences ordinaires des choses et qu'en dormant ou estant en quelque mauvaise disposition d'esprit, il nous paroist des choses comme si nous estions esveillez et bien disposez quoy qu'elles soient fausses, et néanmoins, nous sommes souvent obligez de faire des actions et les reigler par des propositions qui ne sont pas absolument certaines comme en voyant la seule couleur et figure d'une pomme, on ne laisse pas de la vouloir manger, en ce cas je dis d'une proposition qu'il la faut croire et qu'elle est vray semblable lorsque n'estant pas infaillible, elle a plus d'apparences et de signes que sa contraire, mais ces propositions n'ont point de lieu, quand elles sont contraires à des vérités premières".[8]

Et Roberval énonce quelques critères pour orienter la recherche en évitant les "chymères". Tout d'abord ce que nous pourrions nommer des "statistiques floues" (Statistiques et Probabilité sont d'ailleurs en construction au 17ème siècle) :

"Il y a de ces propositions dont la vérité est si souvent recognue et dont le contraire a si peu de possibilitez qu'elles sont tenues comme certaines...

Lorsqu'il y a plus de signes d'une chose que d'une autre, il faut conclure pour la pluralité des signes s'ils sont égallement considérables.

Il faut croire qu'une chose arrivera plus tost qu'une autre lorsqu'elle a plus de possiblitez naturelles ou qu'une semblable est arrivée plus souvent comme en roulant trois dez il faut croire et est vray semblable qu'on fera plus tost dix que quatre parce que dix se peut faire en plus de sortes que quatre."

Plus loin, en bon enquêteur, il ajoute :

"Lorsque plusieurs personnes sans avoir communiqué ensemble d'une chose l'asseurent séparement de mesme façon et avec les mesmes circonstances notables, sans se contredire, il faut croire, à peu près, cette proposition comme si elle estoit vérité première sensible, car, comme il y a vne infinité de pensées esgallement possible, il est très difficile et comme impossible que deux hommes ayent la mesme pensée en toutes les circonstances notables, s'ils n'ont veu vn mesme objet, quoy qu'il ne soit pas absolument impossible.

---

[8] op.cit. (note 5), p. 146.

Lorsqu'un seul asseure quelque chose avec plusieurs notables circonstances sans se contredire et que ses paroles ont bien de la suitte et de la conformité entre elles et, avec les véritez cogneues, si on ne cognoist aucune cause pour laquelle il veult dire cette chose si elle n'estoit et s'il ne la croyoit, la proposition sera vraysemblable".[9]

Par ailleurs Roberval ouvre l'éventail du vray-semblable : de petites variations ne plaident pas contre la vraisemblance, une analogie (chère à Képler) bien tempérée permet d'énoncer une proposition vray-semblable. Enfin, si l'on ignore souvent si telle cause repérée d'un effet est ou non cause première, il serait vain d'invoquer ce prétexte pour ne pas avancer : notre construction est révisible dans l'avenir.

"*Les propositions généralles sensibles qui asseurent des effects et qualitez non essentielles si elles sont fondées sur une ou plusieurs véritez premières sensibles dont certaine en mesme ou semblable suject et semblables circonstances par la proposition 15. Comme si on a observé qu'une pierre laschée en l'air tomboit, la proposition générale, toute pierre semblable laschée en l'air de mesme façon tombera, est certaines à ceux qui ont fait l'observation, mais lorsqu'on n'est pas asseuré si les circonstances ou les choses sont semblables, la proposition sera vray semblable s'il ne paroist point de changement considérable ny dans la chose ny dans les circonstances...*

Il est vray semblable que les causes qui auront du rapport entre elles feront des effects ou semblables ou qui auront aussi du rapport entre eux s'il ne paroist du contraire comme si les rayons du soleil se rompent entrant dans l'eau ceux d'une chandelle s'y rompront aussy vray semblablement et s'ils se rompent entrant dans du verre, il est vraysemblable qu'ils se rompront entrant dans du cristal ou semblablement ou plus ou moins si par expérience on ne voit le contraire.

Lorsque quelque chose paroist estre la cause de quelque effect... et qu'elle est recognue suffisante, il la faut tenir pour la vraye cause jusques à ce qu'on en descouvre une nouvelle à qui les conditions de cause conviennent mieux, lorsqu'on ne peut dire la cause d'une chose naturelle, sinon parce qu'elle est ainsi de sa nature, elle sera tenue pour cause première naturelle jusqu'à ce qu'on en descouvre une de qui elle dépende comme si on ne peut dire la cause qui fait que l'air eschauffé se dilate on tiendra pour cause

---

[9] op.cit. (note 5), p. 147-148.

première naturelle que l'air se dilate par la chaleur, j'appelle ces propositions qui asseurent des choses et effects naturels qui n'ont point de causes cognues et qui sont causes d'autres effects, principes naturels, comme il n'est point de matière sans qualités, la veue se fait par lignes droites, l'angle de réflexion des rayons est égal à celuy de leur grandeur, l'aymant attire le fer, le mouvement eschauffe". [10]

Le vray-semblable débloque donc la situation, mais sur ce vray-semblable la raison construit. Qu'en est-il du rapport entre ces constructions et la réalité ? Gilles Personne n'est pas dupe. Tout système explicatif est un modèle et non une vérité assurée. Roberval plus orgueilleux et plus humble que Descartes sait que la réalité lui échappe mais que l'on ne peut s'en approcher davantage qu'il ne le fait au moment où il le fait :

"*Système ou constitution d'une chose, c'est la façon dont on suppose qu'elle est faite pour expliquer ses lignes et apparences et en rendre raison, comme, lorsque pour rendre raison des mouvements et apparences célestes, les uns supposent que la terre est immobile et que le Soleil et les estoiles tournent à l'entour du Soleil, ce sont des systèmes différens que les vns et les autres supposent pour expliquer les apparences et mouvement des corps célestes soit que le ciel soit ainsy constitué précisément ou non.*

Un système est plus croyable qu'un autre lorsqu'on rend raison de toutes les apparences ou de plus d'apparences plus exactement, plus facilement, plus clairement, et avec plus de rapport aux autres choses naturelles.

Un système ne doibt point avoir de prescription contre un autre, et il faut tousjours recevoir le plus croyable.

J'appelle prouver par supposition de faux lorsque, pour prouver une proposition, on pose pour vraye sa contraire, quoy que fausse et impossible, pour monstrer qu'elle est comprise sous des faussetez premières et partant que la proposition à prouver est vraye". [11]

Disposer d'une "théorie de la connaissance" est une chose, la pratiquer en est une autre. Mais Roberval est d'une cohérence sans faille. Expérimentateur reconnu de ses contemporains ses deux narrations des expériences sur le vide (1647 et 1648) sont des

---

[10] op.cit. (note 5), p. 147-148.
[11] op.cit.(note 5), p. 147-148.

modèles du genre mais pour nous en tenir aux écrits théoriques nous donnons deux extraits, l'un de 1644, l'autre de 1669.

Dans son Aristarchi Samii de Mundi Systemate... de 1644 (inséré par Mersenne dans le Tome III de ses Nouvelles observations), vers la fin de la préface, Roberval déclare :

"Enfin vous demandez quel est mon avis, et si, contre Ptolémée et Tycho, je suis partisan du seul Aristarque. Loin de moi cette pensée ! Il ne convient pas à un mathématicien avisé de suivre certaines opinions, d'adopter les unes et de rejeter les autres jusqu'à ce que la démonstration des unes ou la réfutation des autres soit de toute évidence. On ne peut affirmer que de ces trois systèmes des plus célèbres auteurs, l'un soit le vrai et naturel. Peut-être sont-ils faux tous les trois et le véritable ignoré. Quoiqu'il en soit, de ces trois systèmes c'est celui d'Aristarque qui nous a paru le plus simple convenant le mieux aux lois de la nature, de sorte que si nous nous éloignons de lui avec certitude, nous avons plus de penchant pour lui que pour les deux autres ".

Dans son débat sur la pesanteur soutenu en 1669 "contre" Christian Huygens, donc vingt-cinq ans plus tard et à la fin de sa carrière, la position de Roberval est restée ferme :

"Le mercredi 7è jour d'aoust 1669, la Compagnie estant assemblée on a traitté des causes de la pesanteur. M. de Roberval qu'on avoit prié d'y penser a lu le mémoire qui suit.

J'appelle la pesanteur d'un corps ce qui porte ce corps à descendre vers un centre par la nature seule et sans artifice.

Ainsy, on pourra considérer une pesanteur terrestre, une lunaire, une solaire, une joviale, etc..." [12]

Il n'est pas nécessaire d'attribuer une vertu particulière à ce centre qui n'est qu'un poinct ; mais il suffit d'entendre que toutes les parties du corps sont portées à s'unir ensemble pour ne faire qu'un seul corps ; car, de là, il en résultera un centre de gravité vers lequel toutes ces parties seront dirigées avec plus ou moins de force, suivant leur propre nature : et c'est cette force en quoy consiste la pesanteur.

Ca esté jusqu'icy une question dans les Ecoles sçavoir si la pesanteur résidoit dans le seul corps pesant ; ou si elle estoit commune et réciproque entre ce corps pesant, et celuy vers lequel

[12] Joviale : de Jupiter

il est porté, ou si elle estoit produicte par l'effort d'un tiers qui pousse les corps pesants.

Les auteurs de la 1ère opinion veulent qu'il y ait dans le corps pesant une qualité qui le porte en bas ; ceux de la 2è veulent que ce soit une quantité attractive et mutuelle entre toutes les parties d'un corps total pour s'unir ensemble le plus qu'elles pourront. Et ceux de la 3è ont d'ordinaire recours à quelque corps très subtil qui se meut d'un mouvement très viste et qui s'insinue facilement entre les parties des autres corps plus grossiers, de sorte qu'en les pressant, il les pousse vers le bas ou vers le haut ; et, par ce moyen, ils font la pesanteur ou la légèreté.

Ainsy ceux de la première et de la seconde opinion, veulent que la pesanteur soit la cause première et par soy mesme du mouvement vers le bas. Et que la légèreté, s'il y en a qui soit absolue, soit la cause première et par soy-mesme du mouvement vers le haut : et, au contraire, ceux de la 3è opinion veulent que le mouvement soit la cause de la pesanteur et de la légèreté.

Or quoy qu'entre ces opinions, il y ait une contrariété manifeste, elles ont néantmoins cecy de commun qu'elles sont fondées seulement sur les pures pensées et imaginations de leurs auteurs qui n'ont aucun principe clair et évident ; et, par conséquent, ils n'ont aucune preuve certaine de ce qu'ils disent sur ce subject. Les deux premières opinions ont cet advantage, que, posant leur qualité, elles s'expliquent sans peine. Mais la troisième quoy qu'ayant posé son corps subtil, a encore bien de la peine à s'expliquer. Je n'en ay encore veue aucune explication qui ne fust sujette à de grands reproches, et qui pouvoient passer pour de bonnes réfutations ; elles pourront encore estre déduictes aux occasions.

De ma part je n'ay rien trouvé dans les auteurs et je n'ay pu rien penser qui me contentast sur ce point. Je doubte fort que les hommes ne manquent des sens spécifiques propres à connoistre ces objects, ainsy ils n'en peuvent juger, non plus que les aveugles nez des couleurs ou de la lumière.

Touchant les expériences, je croy qu'on en pourroit faire sur le subject de la 2è opinion. Car si elle estoit vraye, il s'ensuivroit qu'un mesme corps pèseroit moins proche du centre de la Terre qu'en estant plus esloigné et jusques à sa superficie que nous habitons auquel lieu le corps pèseroit le plus. Et sa pesanteur diminueroit encore en montant au-dessus de cette superficie sur quelque montagne fort haute, principalement si elle se terminoit en pyramide, comme le Pico et le mont Olympe, mais il faudroit un ressort pour examiner les différentes pesanteurs s'il y en a. Il s'ensuivroit encore qu'une montagne fort haute et fort espaisse, *pourroit quelque peu destourner le plomb des architectes et le tirer à elle lorsqu'on bastiroit au pied ou sur ses cottéz ; mais, cet examen seroit difficile : j'en laisse le jugement aux spéculatifs. Cependant, si on suppose des qualitez occultes, c'est à dire pour lesquelles nous n'avons point de sens propre et spécifique, cette seconde opinion me semble la plus vraysemblable des trois. Peut-estre aussy que touttes les trois sont fausses et que le vray nous est inconnu, tant en soy dans sa propre existence, que dans les opinions que nous en avons.*

Pour conclusion, je feray tousjours mon possible pour imiter Archimède, qui, en cette occasion de la pesanteur, pose pour principe ou pour postulat, le fait constant, et avéré dans tous les siècles passez, jusques à présent : qu'il y a des corps pesants qui ont les conditions dont il parle au commencement de son traité sur ce sujet : et sur ce fondement, j'établiray comme il a fait, mes raisonnements pour la mécanique, sans me mettre en peine de sçavoir à fond, les principes et les causes de la pesanteur, me réservant à suivre la vérité, si elle veult bien se monstrer un jour clairement et distinctement à mon esprit.

C'est la maxime que je veux toujours suivre dans les raisonnements incertains si quelque nécessité morale ne m'oblige à prendre part ". [13]

En guise de conclusion nous laissons la parole à Roberval qui dans un manuscrit très bref cerne très clairement son terrain de prédilection : logique, morale, métaphysique et même, pour d'autres raisons, mathématiques, sont de peu d'intérêt dans le débat crucial entre l'Homme et le monde :

"Touchant les parties de la philosophie, la logique peut surprendre et estre surprise. La Morale est changeante, flateuse, et veut estre flattée : elle est souvent resmuée et ruinée par ses ennemis. La Métaphysique est fort chymérique. La Physique est toute véritable, mais elle est fort cachée : elle ne se descouvre aux hommes que par la vertu de ses effets ; elle n'est ni flateuse ni susceptible de flaterie : les chymères sont anéanties par son seul aspect avec autant de facilité que les ténèbres par la lumière : elle n'est jamais contraire à elle-même, quoy qu'elle produise des effets contraires ou qui nous semblent tels. Par tout elle est absolument invincible. On ne la peut détruire, non pas même l'altérer en la moindre chose ; quoy que les corps dans lesquels elle se rencontre puissent changer de mouvements, de figures et

---

[13] op.cit. (note 5), p. 179...

d'autres accidents. D'où il s'ensuit que tous les hommes ensemble ne peuvent rien contre elle. Les uns peuvent bien par leurs artifices, la faire croire aux autres toute différentes de ce qu'elle est en effet : mais malgré leur logique captieuse, malgré les chimères de leur creuse métaphysique, la nature demeure tousjours telle, constante en son estre véritable : et la Morale, avec toute sa flaterie, avec toute l'autorité de ses partisans, quelque nombre de voix qu'elle produise, dont elle mandie les suffrages ne recevra qu'un affront, si elle entreprent quelque chose à son préjudice. En fin au préjudice de la physique, quoy qu'elle soit aussi ancienne que le monde, elle ne vieillit jamais, car le temps n'est que son vassal : elle est tousjours vieille dans ses productions, sans se soucier ni des vieilles ni des nouvelles chymères que les visionnaires ont fait et font encore tous les jours à son égard.

La Mathématique a toutes les belles prérogatives de la physique en ce qui est d'estre véritable, immuable, et invincible, mais elle n'est pas si cachée aux hommes : elle aime l'évidence et elle la fait paraître clairement et distinctement dans son objet propre, qui est la grandeur et le nombre, pourveu que cet objet soit considéré premièrement et simplement dans son estendue, dans son unité ou dans sa multiplicité comme dans la géométrie et l'arithmétique pure et spéculative et non dans la composition des choses matérielles. Car, dans cette composition, la mathématique estant fondée sur les mesmes principes que la Physique, qui sont trop cachez aux hommes, elle prend pour les fondements de son raisonnement des faits qui sont avérés par une expérience constante de tout temps, et sur ces fondemens, elle establit la Méchanique, l'optique, l'astronomie, la musique et les autres sciences particulières meslées de géométrie, d'arithmétique et de physique ". [14]

[14] op.cit. (note 5), p. 136.

EMERGENCE DE LA PHYSIQUE MODERNE
QUELQUES ELEMENTS DE REFLEXION

Gilles ITARD
I.R.E.M. Pays de La Loire
Centre du Mans

Lorsqu'en 1609 Galilée fait de la lunette, récemment inventée, une lunette astronomique, ses découvertes troublent le monde scientifique. Nous avons tous en tête la condamnation de 1633 et le "*pourtant elle tourne* ". L'obscurantisme incarné par l'Eglise Romaine impose sa loi mais l'esprit scientifique ne capitule pas.

La chronologie dans sa linéarité est toujours réductrice, elle peut cependant guider. Copernic décède en 1543, année de la publication de son De Revolutionibus qui rend publique la thèse héliocentrique. L'Astronomia Nova de Képler est de 1609 ; elle contient les deux premières lois (ellipses et loi des aires) qui transforment radicalement le système de Copernic. Le Messager Céleste de Galilée parait en 1610 avec son lot d'observations inattendues. Ce n'est qu'en 1616 que l'Eglise de Rome condamne l'oeuvre de Copernic et en 1633 qu'elle contraint Galilée à se retracter.

Pendant soixante-dix ans l'héliocentrisme a été discuté et non condamné. Il semble qu'un enjeu nouveau oblige à le combattre âprement au début du dix-septième siècle, à moins qu'il ne soit le terrain choisi pour un combat dont les mobiles sont plus vastes.

Dans ses Paralipomènes à Vitellion (1604) Képler considère les éclipses comme un message intentionnel de Dieu [1] ; vers 1615, dans une lettre à la Grande Duchesse de Toscane [2], Galilée déclare : "*L'écriture Sainte et la nature procèdent également du verbe divin, celle-là dictée par l'Esprit Saint, et celle-ci exécutrice très fidèle des ordres de Dieu... Si l'Ecriture Sainte ne peut errer, certains de ses commentateurs le peuvent... Les écrivains sacrés se sont adaptés à la capacité d'un peuple ignorant et illétré...*".

Comprendre le monde qui l'entoure est un souci continu de l'esprit humain et personne ne s'y oppose, bien au contraire ; mais nous voyons ici se dessiner une ligne de rupture : Ecriture Sainte et Nature sont mises sur pied d'égalité, *"procèdent également du verbe divin* ", Dieu nous donne mission d'étudier la nature, exécutrice de sa volonté, de son ordre, et de conduire cette étude non en rupture avec l'Ecriture révélée mais en parallèle. Il y a deux ordres dans la connaissance humaine, deux ordres distincts, dont l'unité est en Dieu seul et que les hommes doivent se garder de confondre : lorsque la Bible (Josué - X - 12) dit que Dieu a arrêté le soleil pour permettre à Israël d'achever ses ennemis en déroute, elle ne parle pas d'astronomie mais de l'Alliance de Dieu avec le peuple élu.

A l'aube du 17ème siècle il existe des explications "rationnelles" du monde, c'est à dire des systèmes logiquement cohérents de relations entre phénomènes.

Les deux grands courants alors à l'oeuvre sont, d'une part, un aristotélisme christianisé engendré, dans la douleur, au 13ème siècle (Saint Thomas d'Aquin entre autres) contre un platonisme christianisé (Saint Augustin au 4ème siècle), d'autre part, pour faire très bref, la Magie Naturelle, critique à l'égard de l'aristotélisme et mettant l'accent sur les interactions recherchées et expliquées par l'analogie, les sympathies et antipathies [3].

En forçant outrageusement le trait pour cibler l'émergence d'une rationalité nouvelle, disons que la réalité platonicienne est celle des Essences et non celle des objets matériels, animés ou non, qui nous entourent. Chercher à comprendre c'est chercher à cerner cette réalité "venue d'ailleurs" à s'en re-souvenir et non à

---

1 cf. article "Roberval ou la rigueur humaine".

2 Cité dans "Francis Bacon - Du progrès et de la promotion des savoirs". Gallimard-Tel - 1991 - p. LIII.

3 cf. l'introduction du présent ouvrage.

ausculter les phénomènes ou objets terrestres qui n'en sont qu'une image grossière. Il ne s'agit pas de nier ou renier notre condition mais de savoir que l'objectif est autre, qu'on ne peut l'approcher que par la raison et la conceptualisation et que, dans ce sens, les sciences mathématiques sont les plus parfaites. L'interpénétration du Christianisme et de la philosophie platonicienne est, en quelque sorte, naturelle, mais elle n'incite pas les "savants" à collaborer avec les ingénieurs ou les artisans.

Aristote rend à notre environnement sa réalité, la coupure platonicienne entre notre monde et le monde des idées est trop radicale ; seule la raison peut asseoir la connaissance mais celle-ci se construit sur l'expérience sensible. La filiation est claire (Aristote a vécu plus de quinze ans dans l'Académie de Platon, jusqu'au décès de celui-ci) mais la rupture est aussi nette : pour l'un il faut savoir ce que reflète notre monde imparfait, pour l'autre ce monde est, et nous devons l'observer tel qu'il est.

Cependant le monde sublunaire est régi par le changement, tout y est corruption, variation, précarité, à l'inverse du monde supralunaire éternel, immatériel. Notre domaine sublunaire doit être observé au même titre que le ciel et le rôle du Philosophe est de dépasser la traduction primaire de l'observation, il doit raisonner, organiser et construire un savoir qui peut s'opposer au sens commun. Pourtant aucune mathématisation n'est concevable ; les mathématiques étant universelles et atemporelles il n'est pas question d'une quelconque adéquation entre elles et la physique terrestre. Seuls quelques secteurs sont mathématisables, tels la musique qui est harmonie, la statique qui parle justement de stabilité, l'optique dans sa restriction au phénomène de réflexion. C'est au contraire "naturellement" que l'astronomie est mathématisée, le mouvement des astres est éternel comme eux qui ne sont ni lourds ni légers, ni variables ni corruptibles.

L'oeuvre d'Aristote dans sa partie la plus autonome, la moins platonisante, n'est connue -traduite qu'aux 12è et 13è siècles. Il est très vite interdit de l'enseigner car diverses contradictions avec les Ecritures semblent dangereuses pour un étudiant. Cependant bien des Maîtres persistent (plusieurs rappels à l'ordre dans la première moitié du 13ème siècle) : le droit au libre examen de la Nature ouvre sur une aventure intellectuelle exaltante... Au cours du 14ème siècle l'étude d'Aristote devient obligatoire pour la licence. Face à un savoir constitué, cohérent, qui offre les réponses aux questions qu'il reconnaît comme pertinentes s'instaure un autre savoir qui pose la pertinence de nouvelles questions.

Mais les questions (leur sens), leur expression (leur forme) et l'idée que l'on a sur les moyens de les résoudre sont trois composants très imbriqués dans une problématique. L'oeuvre d'Aristote fournit le cadre : observer la nature, c'est le rôle de nos sens et de notre attention volontaire ; raisonner pour dépasser si besoin est une interprétation primaire ; sauf cas spécifiques il n'est pas pensable de voir des mathématiques dans le bourbier des phénomènes terrestres.

Dans cette structure de la science, les connaissances neuves s'empilent, se juxtaposent aux connaissances antérieures sans que la science soit structurellement évolutive. Chacun peut progresser, améliorer son niveau et même dépasser celui de tous les autres, il comble des lacunes préexistantes.

Le courant que nous qualifions ici de Magie Naturelle va mettre en oeuvre une autre rationalité, une autre façon de relier, d'organiser les connaissances. Recenser, classer, c'est bien, mais il faudrait trouver les liens profonds ce qui suppose leur existence. Nouvelles questions, nouveaux heurts avec la science reconnue. Il ne s'agit plus de savoir si l'étude du monde sublunaire entre dans le champ scientifique mais de savoir si certaines questions sont de l'ordre du fantasme ou de la science. Découvrir des relations autres que de cause à effet "objectivement rationnelles", quasi-immédiates ce n'est pas mathématiser certes, mais c'est prétendre voir de l'ordre dans notre monde de chaos. On trouvera dans l'introduction de cet ouvrage les moyens mis en oeuvre par la "Magie Naturelle", qu'il suffise ici d'insister sur le fait qu'il ne s'agit pas seulement d'une réorganisation des connaissances mais d'une perspective autre ; il y a changement d'objectif et par là des significations. Etablir la science sur la recherche des interactions dans l'univers (et non plus de tel fait à tel autre en courtes chaînes) c'est présupposer un ordre global incluant ciel et terre, objets inertes ou auto-mobiles, et fonder cet ordre sur une animation, une Ame, supérieure dans et par laquelle tout s'anime, désire, craint, échange, etc... Connaître ces correspondances fondamentales c'est pouvoir expliquer le monde dans sa globalité et dans ses éléments mais c'est aussi pouvoir agir sur l'un en agissant sur l'autre, non plus comme magicien mais comme scientifique.

Le débat sur la science est dès lors indissociable d'un débat éthique : de quel droit et dans quelles limites l'homme peut-il ou doit-il agir sur l'ordre des choses ? De tout temps il a fallu composer avec l'environnement, cultiver, irriguer, construire, concevoir et utiliser des machines. Toute la ruse des techniques, des savoir-faire, a été mise en oeuvre par les gens de métier, les gens de l'Art (ou de l'artifice), mais, d'une part, celà ne concernait pas la science en tant que telle, d'autre part, il s'agissait de réponses pratiques, adaptées à des problèmes précis, individualisés, cernés.

Les érudits, les chercheurs, de l'époque sont conscients de leur audace et considèrent en majorité que leur science doit être réservée aux initiés ; sagesse peut-être, mais cet ésotérisme même accentue l'aspect dangereux de telles doctrines. C'est naturellement que les instances morales s'engagent dans le débat, au 16ème siècle comme au 20ème siècle. Mais au 16ème siècle l'Eglise est le corps constitué incontournable dans le domaine moral, dans le domaine de la science reconnue et dans celui de la vie sociale et politique. Il y a débats, divergences, oppositions entre gens d'Eglise, mais il y a aussi le poids global de ce corps constitué face au danger ressenti. Dès lors les cartes sont brouillées, les arguments avancés ne sont plus de la nature du débat, les enjeux profonds ne sont plus, ou plus toujours, les enjeux annoncés et les sanctions physiques peuvent être présentées comme des réponses.

L'attitude scientifique qui émerge à la fin du 16ème siècle ou au début du 17ème marque à la fois le désir de conserver le droit à l'étude de phénomènes, sublunaires ou non, sous l'angle relationnel (et non seulement observationnel) et celui de délimiter le champ d'action afin de couper cours aux ingérences du politique, du moral, du social. Il ne s'agit pas d'un projet structuré, malgré la hauteur de vue d'un Francis Bacon, mais de la convergence d'idées mises en oeuvre par divers groupes, convergence qui structure et invente le projet.

En fait, concessions et revendications ne sont pas à chercher dans une quelconque négociation avec autrui mais bien davantage dans la réflexion dynamique propre à chacun de ces savants imprégnés, ou même acteurs, des débats de l'époque. Les heurts frontaux ne se produiront que lorsque cette science neuve sera suffisamment constituée, cristallisée, pour apparaître comme une force d'opposition aux thèses officielles.

Qui trop embrasse mal étreint : la Physique s'intéresse, étymologiquement, à la nature, animée et inanimée ; à vouloir rendre une âme à l'inanimé on dérive vers la magie, l'occultisme, on ne maîtrise pas la situation. La Physique doit être considérée comme étude de l'inanimé en tant que tel. Plus d'âmes, ou d'états d'âme, dans cette Physique donc plus de relations "spirituelles" ; mais ce monde de la matière n'est pas une juxtaposition de choses curieuses, il est exécuté selon un plan, ou il l'exécute ; ce n'est pas un livre d'images à contempler, même avec sérieux et attention, c'est un livre à analyser et à comprendre car il est l'oeuvre éternelle de Dieu qui régit et les âmes et la matière. La Physique sera donc humble, tenace, besogneuse, elle accomplira la tâche que Dieu même lui a assigné, toute sa tâche, rien que sa tâche. Les relations à découvrir sont celles que Dieu a créées, il n'a rien révélé sur ce sujet ; le physicien ne peut donc les connaitre a priori, il doit les reconstruire en accord avec la vérité divine lisible dans les faits. L'outil de cette reconstruction ne peut être que le plus idéal, il sera mathématique. D'un côté Aristote et l'intérêt pour l'observation du monde sublunaire, de l'autre Platon avec la pureté des mathématiques et la redécouverte d'un savoir oublié.

Répétons qu'un tel programme n'est pas explicité par les savants eux-mêmes autrement que par bribes dans des préfaces, des lettres. Le programme s'élabore, s'affine, se rectifie en même temps que la Physique qu'il génère et qui le génère.

Pourtant dès 1605 le philosophe anglais Francis Bacon exprime très clairement la nouvelle mission de la science et le cadre dans lequel doit s'inscrire l'oeuvre scientifique [4]. Signalons au passage, en écho au début de ce chapitre, que ce philosophe, si lucide sur la science en gestation, ne s'est pas plus rangé dans le clan copernicien que Galilée n'a admis les trajectoires Kepleriennes des planètes ou ses actions à distances et instantanées.

"*Ce traité* -écrit Bacon- *comporte deux parties : la première montre combien le savoir et la connaissance sont excellents, combien sont excellents aussi le mérite et la vraie gloire qu'il y a à augmenter et propager le savoir ; la seconde examine quels actes*

---

[4] Du progrès et de la promotion des savoirs, Francis Bacon, Avant-propos et traduction par Michèle LE DOEUF, Gallimard, Tel, 1991.

particuliers et quelles tâches particulières ont été entrepris pour l'avancement du savoir, mais aussi quels manques je trouve dans ces actes particuliers, quelles sous-estimations on y décèle ".

Le savoir bien construit, et Bacon s'emploie à le caractériser, ne peut être que bon pour tous. Seuls les ignorants qui croient savoir, hommes d'Eglise pleins de zèle et de jalousie, politiques outrecuidants, doctes même, au faux savoir, hésitent à le propager.

Le savoir n'est pas un tout constitué, achevé, que l'on peut mettre en dépôt dans la cervelle d'autrui. Il est essentiellement évolutif, il doit avancer toujours -progrès du savoir et non dans le savoir- et c'est comme tel qu'il doit être non transmis mais propagé.

"*L'eau ne saurait monter plus haut que le niveau où elle jaillit et descend ; de la même façon, la connaissance qui coule d'Aristote, si elle est soustraite au libre examen, ne montera jamais plus haut que la connaissance qu'avait Aristote* ". Les arts mécaniques, constate Bacon, progressent ; le travail du premier inventeur est grossier puis un grand nombre de personnes s'en empare, le remodèle, l'améliore, le vivifie. A l'inverse les philosophies et les sciences de Platon, Aristote, Euclide ou Archimède si vigoureuses à leur naissance ont dépéri, chacun se contentant de les ressasser tant bien que mal. "*Il convient à celui qui apprend de croire... il convient que celui qui a appris juge. Les élèves ne doivent à leur maître qu'une foi temporaire... rendons aux grands auteurs ce qui leur revient, mais de telle sorte que le temps, qui est l'auteur des auteurs, ne manque pas de recevoir son dû, lui dont l'apanage est de découvrir de plus en plus loin la vérité*".

Et Bacon, à qui rien n'échappe, fustige les maîtres après avoir stimulé les élèves : "*une autre errance se trouve dans le fait qu'on transmet le savoir sur un mode le plus souvent magistral et qui juge une fois pour toutes, non d'une manière sincère et dénuée d'artifice. Ce mode de transmission est fait pour que le savoir soit admis le plus vite possible, non pour qu'il soit examiné le plus aisément possible*".

Ailleurs, s'adressant aux savants dans leurs propres travaux, il reproche "*qu'on ne supporte pas patiemment le doute et qu'on se dépêche d'affirmer, sans pratiquer mûrement la suspension de jugement qu'il faudrait... qui tient à commencer par des certitudes* *finira dans le doute, mais qui saura se contenter de commencer par des doutes finira par des certitudes*".

La science véridique ("*ils ne daignent pas apprendre à épeler puis progressivement à lire dans le volume des oeuvres de Dieu* ") est voulue par Dieu, et Bacon, comme Galilée, parle des deux livres divins ; mais l'Anglais (créateur du terme Great Britain) est moins prudent que "l'Italien" : en exerçant notre esprit, en le rendant plus pénétrant, plus attentif à la Création Divine, la science nous facilitera l'accès aux Ecritures, et la découverte des lois merveilleuses du monde créé augmentera notre foi.

Cette science n'est pas affaire d'individus, c'est une affaire sociale, et Bacon, qui dédie son livre au Roi Jacques 1er, en trace le cadre. Il faut des chercheurs et que ceux-ci travaillent sans subir de pressions partisanes, donc il faut les former, les payer, leur fournir locaux et matériel. Qui prendra ces frais en charge ? La société civile, donc le Prince.

Mais il faut aussi organiser la recherche, éviter les errances, favoriser les échanges, dégager l'essentiel de l'accidentel, repérer les terres vierges et assurer le suivi des questions. Tout ceci se fera sous l'impulsion de l'Etat. "*On vient à bout de toutes les tâches grâce à l'importance de la retribution, à la solidité de la directive et à la conjonction des travaux. La première multiplie l'ardeur à entreprendre, la seconde prévient l'errance, et la troisième pallie la fragilité de l'homme*".

Au contraire du docte qui parle en son nom et pour sa gloire sous couvert d'institutions, Eglises ou Universités, le nouveau savant, philosophe ou scientifique, parle au nom de tous et pour tous au sein d'une institution de recherche de plus de vérité, vérité qui n'existe qu'en Dieu. Pour Bacon il ne s'agit pas de mépriser l'intelligence des prédécesseurs mais de déceler l'erreur profonde qui les a empêchés d'avancer : "*Ces esprits étaient enfermés dans les cellules d'un petit nombre d'auteurs (principalement Aristote, leur Dictateur), comme leurs personnes l'étaient dans les cellules des monastères et des collèges... à partir d'une faible quantité de matière, mais avec une agitation infinie de l'esprit, ils nous ont tissé ces laborieuses toiles du savoir... Car l'esprit et l'entendement de l'homme, s'ils travaillent sur la matière (ce qui constitue l'étude des créatures de Dieu), travaillent selon cette étoffe, et se trouvent limités par elle. Mais si, au contraire, l'esprit travaille sur lui-même, comme l'araignée s'occupe à ouvrer* *sa toile, alors son ouvrage est sans fin et il produit assurément des toiles d'araignée de savoir, admirables pour la délicatesse du fil et du travail, mais sans substance et sans profit*".

On peut discuter avec brio et finesse de tout et de rien, c'est médiatique, c'est plaisant, mais c'est tourner à vide. Ce qui importe dans le projet de Bacon c'est de dégager l'essentiel et de l'organiser en une trame solide. "*La puissance de toute science consiste, comme la solidité du fagot du vieil homme* [5]*, dans son lien ! La cohérence d'une science -chaque partie soutenant l'autre- est, et doit être, la véritable comme l'expéditive réfutation des objections mineures, et leur anéantissement. Au contraire, si vous prenez séparément chaque axiome, comme les branchages du fagot un par un, vous pourrez à votre guise produire des objections, plier chacun et le briser*".

Cette idée qu'une connaissance du détail, du branchage, si poussée et discutée soit-elle, n'est d'aucune utilité, que seule peut être profitable une construction organisée du tout -objectif impossible à atteindre mais but à viser- revient fréquemment : "*n'est-il pas préférable, quand on est dans une pièce de belles dimensions, d'installer un grand luminaire, un candélabre aux nombreuses branches, plutôt que d'aller et venir de coin en coin avec une veilleuse ? Telle est pourtant leur méthode... qui engendre une nouvelle question aussi vite qu'elle en résout une, comme... en portant la lumière dans un coin, on obscurcit le reste*".

Ainsi, dès 1605, la science nouvelle, à peine consciente d'elle-même, est déjà analysée et dotée d'un cadre, d'un statut philosophique et social. Il faut absolument lire Francis Bacon qui comprend, et anticipe même, l'avènement de la science moderne.

Mais cette science reste à faire, en appui sur la science de l'époque et en rupture avec elle. Chaque savant, hier comme aujourd'hui, est imprégné de sa culture d'étudiant, celle de ses maîtres, et s'il pressent que sa voie doit être autre il ne peut la déterminer a priori. La rupture ne se consomme pas sans drames intérieurs plus ou moins inavouables, plus ou moins inconscients. Képler, qui bouleverse l'Astronomie bien plus que Copernic, est pétri de Magie Naturelle et pense en termes d'Analogie, d'Harmonie, qu'il outrepasse en énonçant des lois mathématiques, termes de sa dialectique entre ses convictions "modernes" et la dynamique de sa

---

[5] Fable d'Esope, n° 86, Les Belles Lettres, 1960.

culture. Galilée, inventeur de la physique sublunaire, très conscient de la rupture qu'il instaure, établit ses démonstrations mathématiques selon la problématique et les canons euclidiens.

Le "nouveau savant" se heurte donc à un premier obstacle qu'il engendre lui-même et qu'il ne peut anéantir par un décret de sa volonté : insidieusement ses schémas de pensée interfèrent avec ce qu'il souhaite construire pour les remplacer. Le second obstacle est celui de la science reconnue et des corps constitués qui la défendent. Autant qu'entrave cet obstacle est stimulant ; il a l'avantage de contraindre le "moderne" à se dégager de sa propre ambivalence culturelle, à clarifier ce qu'il veut faire et le sens de ce qu'il énonce, à consolider son argumentation. La rigueur de ce travail rendra sa victoire inéluctable et, en quelque sorte, contraindra ses contradicteurs à passer du plan de la "disputation" intellectuelle à celui du dogmatisme et de la coercition.

La question de l'argumentation est centrale car, s'il s'agit de convaincre autrui, il s'agit tout autant de constuire la science : recherche, invention, argumentation sont en interaction permanente.

Platon, Aristote, la Bible et les Pères de l'Eglise ne sont pas des autorités compétentes en la matière. Il faut les étudier, les respecter, non les utiliser comme garants de la vérité scientifique, ou, ce qui équivaut, comme boucliers contre cette vérité à reconstuire. Seule la qualité du travail est à prendre en compte et les "modernes" n'ont pas à revendiquer l'autorité de tel ou tel des leurs. Seul Dieu sait et l'on doit, en commun, aller vers plus de vérité. Comment peut-on prétendre sans orgueil diabolique que l'on va vers plus de vérité ? En étant humblement attentif à la création, lien ténu mais unique avec le Créateur (l'article sur Roberval montre que la référence à Dieu est vite négligée. L'Eglise, en tant que telle, n'avait peut-être pas tort de pressentir un danger).

Le monde étant ordonné et intelligible il faut chercher les régularités, les invariances, cachées sous les perpétuels changements. Ces invariances régissent le monde, elles en sont les lois et articulent les phénomènes de façon déterminée.

Deux règles de conduite s'instaurent : il ne faut pas prétendre embrasser tout à la fois, trouver la Loi, mais, sans perdre de vue l'ensemble, savoir avancer pas à pas, à notre dimension et non à celle de Dieu ; d'autre part il faut, ayant bien en tête l'idée d'invariances, dégager ce que nous pouvons comprendre aujourd'hui du brouillage créé par ce que nous ne pouvons maîtriser, l'essentiel de l'accidentel si on donne à ces mots le sens courant au 20ème siècle et non le sens philosophique. La partie la plus sûre de l'optique est celle qui, oubliant les controverses sur l'émission par l'oeil ou par l'objet des rayons lumineux et sur la façon dont l'homme perçoit dans sa pensée ce que son oeil lui transmet, a osé se contenter de géométrie. C'est cette piste qu'il faut suivre.

Le monde où nous vivons est le monde réel (versant aristotélicien), mais sa structure réelle, vraie... et mathématique[6] est enfouie et à retrouver (versant Platonicien).

Parlant de la chute libre, Galilée signale que chacun sait qu'il s'agit d'un mouvement accéléré mais "*selon quelle proportion, toutefois, se produit cette accélération, on ne l'a pas établi jusqu'ici* "[7] De même, "*on a observé que les corps lancés, ou projectiles, décrivent une courbe d'un certain type ; mais que cette courbe soit une parabole, personne ne l'a mis en évidence*".

Chaque pierre lancée décrit sa courbe trajectoire mais -invariance- toutes ces trajectoires sont des paraboles, toute pierre qui chute librement a un mouvement accéléré, certes, mais une loi unique régit ces accélérations et cette loi a une traduction mathématique.

Dès 1546 dans les Quesiti et inventioni diverse Tartaglia [8] explique que la trajectoire d'un obus lancé obliquement n'est nulle part rectiligne mais il ne lui assigne pas une forme. Simon Stevin, de Bruges (1548-1620) sait que la loi de chute libre énoncée par Aristote (vitesse proportionnelle à la masse) est fausse et il donne une expérience qui le montre[8], mais tenant compte globalement de tous les paramètres il pense qu'il n'y a "aucune proportion" et limite son champ d'étude à la statique et à l'hydrostatique dans la lignée d'Archimède. Ainsi, essentiellement du fait des mathématiciens-ingénieurs (fonction nouvelle dûe pour une grande part aux besoins militaires), la critique de la Physique Aristotélicienne est fermement engagée, principalement sur la

---

6 Plagiat de la définition du Temps et l'Espace par Newton Principes de la Philosophie Naturelle.

7 Galilée, Discours concernant deux sciences nouvelles, Colin, 1970, 3è journée, p. 125.

8 in Mathématiques, Arts et Techniques au 17ème siècle, I.R.E.M. Pays de la Loire - Centre du Mans, p. 12 et 56-60.

base de désaccords entre ses conséquences et des faits d'expérience.

A l'inverse de Stevin, Tartaglia choisit d'avancer en minimisant artificiellement le rôle de paramètres, telle la résistance de l'air, qui'l ne peut maîtriser ("*expéditive réfutation des objections mineures* " dirait Bacon). C'est ainsi par exemple qu'il considère des obus parfaitement sphériques et homogènes et qu'il propose l'emploi de machines, constructions humaines, pour mener à bien l'étude du mouvement naturel [8].

Ainsi la science naissante, empruntant à l'ingénieur, va instituer l'artifice comme moyen fondamental de construction d'un savoir au plus près du réel. Il ne s'agit pas seulement de l'emploi d'instruments, machines ou dispositifs expérimentaux mais aussi de la séparation par la pensée d'éléments naturellement liés. Le danger évident serait de retomber dans une physique a priori se déclarant valide au nom de conditions idéales qu'elle aurait supposées. La confrontation entre les prédictions théoriques et les faits avérés est une absolue nécessité pour une bonne auto-régulation de la science et il serait vain de se lancer dans une construction théorique sans un accord préalable suffisant entre ses postulats et la réalité.

Dans la 3ème journée des Discours Galilée demande, par la bouche de Salviati, son porte-parole, "*d'accepter pour vrai un seul principe* ", à savoir que la vitesse finale d'un mobile glissant sur un plan incliné et partant du repos ne dépend pas de l'inclinaison du plan mais seulement de la dénivelation verticale. Sagredo, l'honnête homme des Discours, celui qui est ouvert et critique, adhère à ce principe "*étant toutefois bien entendu que l'on a écarté tous les obstacles accidentels et extérieurs ...* " Galilée nous rappelle ainsi qu'il s'agit bien de physique mais qu'elle se place artificiellement et en pensée dans une situation où les effets de certains "*empêchements* " sont amoindris dans la pratique, écartés et niés dans la théorie.

Mais l'accord de Sagredo ne suffit pas à Salviati car il ne s'agit pas de savoir si certains, ou même tous, acceptent une base de discussion mais bien de savoir si celle-ci renvoie à une réalité. Sagredo est trop vite convaincu et Salviati doit recentrer le débat : "*votre remarque -(accord sans discussion)- a toutes les apparences du vrai ; mais je veux l'accroître au moyen d'une expérience jusqu'à en faire pratiquement l'équivalent d'une démonstration* *nécessaire* ". "*Nécessaire* " ne signifie pas ici qu'il fallait la faire mais qu'elle impose sa conclusion.

L'expérience annoncée ne porte pas sur des plans inclinés mais sur un pendule simple dont on bloque une partie plus ou moins grande du fil lorsqu'il passe à la verticale ; elle ne parle pas de vitesse mais plutôt, avec notre vocabulaire, d'énergie cinétique, repérée par son effet (la hauteur à laquelle remonte la masse après passage à la verticale). Indiquons ici que les concepts de vitesse, vitesse instantanée bien plus encore, énergie ou force ne sont pas constitués et qu'ils s'élaborent, se dégagent et se différencient tout au long du 17ème siècle, la synthèse Newtonienne sera un aboutissement, fécond et provisoire, de cette gestation.

Mais revenons à Galilée. "*Le raisonnement me semble absolument concluant, et l'expérience si bien adaptée à la vérification du postulat que l'on peut l'accorder comme s'il avait été démontré* " affirme Sagredo.

Pauvre Salviati ! Il n'a aucune envie que l'on accepte facilement, mais décidément l'esprit de la Physique moderne passe mal, même auprès de l'attentif Sagredo. Salviati doit donc critiquer lui-même son expérience. Si l'on remplace les arcs de cercles de descente et de remontée par des plans inclinés, il y aura choc au point de jonction, la boule ne remontera pas à la hauteur initiale "*Mais une fois enlevé cet obstacle qui nuit à l'expérience, l'entendement aperçoit clairement* "... que le mobile pourrait revenir à la même hauteur. "*Admettons donc présentement ce principe comme un postulat, son absolue vérité se manifestera lorsque nous verrons les conclusions qui en découlent correspondre et s'accorder exactement à l'expérience*".

Ainsi il n'y a postulat, base admise, qu'après discussion critique non entre opinions différentes mais entre opinion a priori acceptable et les faits d'expériences conçues (artifices) pour interroger la nature sur un non-désaccord, quitte d'ailleurs à introduire l'expérience en pensée ("*une fois enlevé cet obstacle...* "). Cette critique ne garantit pas la validité du postulat mais le permet.

La théorie développée sur cette base sera évaluée par ses qualités prédictives ; la confrontation entre prédictions et faits d'expérience validera le postulat initial. Galilée n'est pas dupe de son optimisme, il sait que sa théorie ne peut être valide que dans le cadre artificiellement créé par et pour elle et les expériences qui seront à faire devront prendre en compte cette restriction. Dans la 4ème journée des Discours s'engage une discussion très serrée sur ce thème. Salviati vient d'établir que la trajectoire d'un projectile est parabolique ; Sagredo est satisfait de la démonstration en elle-même mais, dit-il, "*le raisonnement ... n'en procède pas moins ex suppositione ...* ", entre autres on suppose que le mouvement horizontal uniforme et le mouvement vertical uniformément accéléré "*en se combinant, ne s'altèrent ni ne se gênent, en sorte que la trajectoire du projectile, tout au long du mouvement, ne subit aucune transformation de nature : or celà, à mon avis, est impossible* ". L'argument est que tout corps pesant, tout grave, se dirige vers le centre de la terre or l'axe de la parabole est dirigé vers ce centre et le mobile s'écarte de cet axe puisque la courbe s'évase ; le mobile ne peut donc "rectifier" sa direction sauf à avoir pour trajectoire une courbe fort différente ! Sagredo agit ici dans l'esprit de la science nouvelle, certes il n'oppose pas à la conclusion et donc aux principes de base, un fait d'expérience réalisée mais plutôt un fait d'expérience en pensée, suffisant a priori pour anéantir le fait théorique. Avant que Salviati n'aie le temps de répondre, Simplicio, l'aristotélicien de service, remet en cause les fondements même de la nouvelle physique : vous faites comme si tous les points d'un plan horizontal étaient à égale distance du centre des graves (centre de la terre) ce qui est faux et interdit donc l'uniformité du mouvement horizontal. "*En outre, il est à mon avis impossible de supprimer la résistance du milieu, au point qu'elle n'altère plus l'uniformité du mouvement transversal et la loi de l'accélération dans la chute libre. Toutes ces difficultés rendent ainsi très improbable que des résultats établis sur des suppositions aussi fragiles puissent dans la pratique se révéler exacts* ".

Salviati ne cherche pas à minimiser ces objections que l'on ne peut, dit-il, écarter. "*J'accorde, ajoute-t-il, que les conclusions établies dans l'abstrait se modifient dans la réalité, et se montrent à ce point inexactes que ni le mouvement transversal (horizontal) ne peut être uniforme, ni l'accélération naturelle s'effectuer selon la proportion admise, ni la trajectoire d'un projectile avoir la forme d'une parabole* " ... et pourtant ... "*ces propriétés de gravité, de vitesse et même de forme sont susceptibles de varier de tant et tant de manières qu'il est impossible d'en donner une science rigoureuse : c'est pourquoi, si l'on veut traiter scientifiquement ce problème (du mouvement) il convient d'en faire abstraction, et après avoir découvert et démontré les lois, en supprimant toute* *résistance, de la compléter, au moment de les utiliser concrètement, par ces limitations que l'expérience nous enseignera* ".

L'aspect aléatoire des phénomènes terrestres (de la matière inerte) n'est plus l'essence mais l'accident de ces phénomènes. L'élimination par la pensée des paramètres non maîtrisables permet d'accéder à des lois mathématisables qui sont la structure profonde, stable de la physique.

Le passage à l'acte doit se baser sur ces lois, mais il est assujeti aux conditions propres à sa Réalisation qu'il ne peut négliger. La loi n'est pas en cause, les écarts du théorique au réalisé seront minimes mais constatables et seul l'essai (effectué ou anticipé par le savoir-faire) pourra, hors de toute analyse, permettre les rectifications nécessaires (et inévitables)... et même "*l'avantage de cette méthode n'est pas petit, car on peut choisir les matériaux et les formes les moins sensibles à la résistance du milieu* ... " ; la loi théorique peut donc influer sur la pratique, les progrès technologiques et la théorie sont associés de façon étroite et réciproque ; la loi "vraie" et la correction empirique ne sont pas en opposition mais en complémentarité naturelle, expérimentation réelle mais artificielle en ce sens qu'elle se donne les moyens d'éliminer (atténuer) les paramètres que la théorie refuse (ou ne peut prendre en compte).

Comme les peintres du siècle précédent ont inventé une réalité de l'espace à travers la perspective, les physiciens du 17ème siècle inventent une réalité structurée et structurante à laquelle se superposent des irrégularités aléatoires car dépendant de beaucoup de paramètres et que le chercheur doit négliger dans un premier temps au moins. Les lois mathématiques ainsi dégagées deviennent la réalité profonde du phénomène étudié et non, comme dans l'astronomie de Ptolémée, un compte rendu mathématisé. Cette "prétention", difficilement admissible par la science officielle, est au coeur du conflit qui conduira à la condamnation de Galilée.

Si les physiciens du début du 17ème siècle proclament que la vérité physique est d'ordre mathématique, ils agissent avec les mathématiques dont ils disposent, essentiellement la géométrie grecque et la théorie des proportions qui s'articule sur elle. De ce fait la physique naissante est mathématisée mais non numérisée. Le problème central est en effet celui de la mesure de grandeurs continues (distance, durée, vitesse...) et celui d'une relation mathématique entre ces grandeurs, relation qui traduit leur interdépendance. Mesurer une grandeur c'est la comparer à une grandeur de même nature (prise, si l'on veut, pour unité) et la comparaison standard est celle des entiers: quand nous disons que AB = 5,74 cm et AC = 2,3 cm les géomètres gecs diraient que AB est à AC comme 574 est à 230, notre expression suppose une unité précisée, la leur indique une proportion intrinsèque. Mais les Grecs, inventeurs de l'irrationalité, savent que la comparaison de deux grandeurs (par exemple le côté et la diagonale d'un carré) peut n'être équivalente à aucune comparaison d'entiers. L'algorithme qui construit la comparaison est alors sans fin, l'infini entre en jeu avec ses mystères. Le nombre n'est donc plus la référence assurée, c'est le segment de droite, la géométrie, prototype des grandeurs continues qui prend le relai. Le théorème de Thalès (Euclide Livre VI prop. 2) permet d'assurer, via le modèle géométrique implicite du continu, que si l'on a trois grandeurs dont deux de même nature, A_1, A_2 et V_1 il en existe une quatrième V_2 telle que A_1 soit à A_2 comme V_1 est à V_2 (quatrième proportionnelle). L'existence de la 4ème proportionnelle permettra de "composer les raisons" (raison : ratio : rapport) : par exemple dans des mouvements rectilignes uniformes, pour une même durée, la "raison" des distances est aussi celle des vitesses et, pour une même vitesse la "raison" des distances est celle des durées ; dans le cas général la "raison" des distances est composée de celle des vitesses et de celle des durées, nous dirions "le produit des rapports" car nous pensons en termes numériques et, fixant les unités, nous dirions que la distance est le produit de la vitesse et de la durée. Mais si nous trouvons cela naturel c'est que nous sommes héritiers des travaux du 17ème siècle et Galilée n'en a ni besoin ni prémonition. A la même époque Descartes dans sa Géométrie instaure un calcul segmentaire qui grâce au choix d'un segment unité définit un segment produit de deux segments. C'est une étape vers le produit de grandeurs qui nous est familier.

La physique théorique du début du siècle dispose avec les mathématiques grecques de moyens de pensée et d'expression efficaces qui lui permettent provisoirement d'avancer en contournant les problèmes liés aux infiniment petits, aux limites ou à l'intégration avec lesquels elle flirte de plus en plus, dont elle discute, mais qui ne bloquent pas le processus. Où nous pensons instant, position, date, abscisse le physicien-géomètre pensait durée et distance. Cette vision macroscopique permet d'aborder le mouvement uniformément accéléré sans avoir à définir l'impensable vitesse instantanée à condition de s'appuyer sur un modèle géométrique, une analogie géométrique bien maîtrisée et déjà utilisée au 14ème siècle par Nicole Oresme en France et les mathématiciens anglais du collège de Merton (près d'Oxford). Sur l'axe des temps, portons orthogonalement "à chaque instant" des segments représentant les vitesses. Pour deux mouvements uniformes nous obtenons deux rectangles dont les bases L et l représentent les durées T, t, et dont les hauteurs H, h représentent les vitesses V et v. Or les aires sont dans le rapport composé de celui des bases et de celui des hauteurs comme le rapport des espaces parcourus est composé de celui des durées et de celui des vitesses : les rectangles représentent ainsi "naturellement" les distances. Dans le cas d'un mouvement uniformément accéléré la figure obtenue est un triangle de même aire que le rectangle de même base et de hauteur moitié. La dynamique du modèle joue alors : la distance parcourue en mouvement accéléré sera, pour la même durée, celle qu'on franchirait uniformément avec la vitesse représentée par la demi-hauteur du triangle.

L'emploi du mouvement uniforme moyen et du modèle géométrique permet alors, via la notion de triangles semblables, d'établir que dans un mouvement uniformément accéléré les distances parcourures à partir du repos sont dans le même rapport que les carrés des durées. La vitesse instantanée se manifeste dans le tracé des segments mais ne se définit pas, il suffit de savoir comment représenter une grandeur continue qui croît uniformément.

Si la Physique sublunaire se développe hors du numérique et sans l'appui de l'algèbre, la nouvelle astronomie, celle de Képler, s'engage progressivement vers des relations algébriques. L'astronomie n'est pas à proprement parler une science expérimentale puisque l'on ne peut agir sur le déroulement des phénomènes. Cependant l'astronome agit sur les paramètres, mentalement, en mettant en évidence des corrélations (d'ordre statistique) puis en cherchant des lois (géométrie, algèbre, fonctions). L'approche des phénomènes, outre les qualités de l'observateur et de son matériel, fait nécessairement la part belle aux données numériques et à l'estimation des erreurs. Ptolémée comme Copernic et Képler y exercent leur sagacité avec une extrême rigueur.

Copernicien convaincu mais disposant des données remarquables de Tycho Brake, Képler est poussé par les faits à rompre avec le principe du mouvement circulaire uniforme et ses aménagements (excentriques, épicycles...). Les idées sous-jacentes sont qu'il existe un système de planètes dont le pivot est le soleil, qu'il existe donc des lois, voulues par le Créateur, valables pour toutes les planètes, que ces lois ne sont pas révélées mais à découvrir à la lumière des observations et donc du calcul.

Il est impossible de résumer les longues recherches de Képler qui fait flêche de tout bois. Toutes les analogies aiguillent sa pensée créatrice ; les polyèdres platoniciens, l'harmonie musicale, la Sainte Trinité, l'attraction magnétique ou la diffusion de la lumière ouvrent des pistes où il s'engage. Mais toujours les idées développées sont mises à l'épreuve des données numériques et bien souvent abandonnées. La complexité et la quantité des calculs exigés par l'Astronomie du fait de l'amélioration des observations et de la prise en compte de l'héliocentrisme conduisent Képler, Bürgi et autres sur la piste des logarithmes. Napier par son ouvrage 1614 répond à un besoin et Képler lui rend hommage. Les logarithmes de Napier, outre les facilités opératoires qu'ils offrent, ont le double intérêt d'être, structurellement, introduit par une équation différentielle (bien sûr il n'y a pas de dérivées) et d'imposer par ses tables l'emploi de l'écriture décimale des nombres, certes déjà préconisée par certains (cf. la Disme de Simon Stevin - 1585) mais peu pratiquée (il est vrai que les rapports d'entiers sont simples et clairs comme de 2 à 7 alors que l'écriture décimale périodique met insidieusement en jeu la notion de limite et exige de penser numériquement le rapport contrairement à la tradition).

Inventer les trajectoires elliptiques c'est, quels que soient les moyens mis en oeuvre, opérer un lissage des données numériques. La parabole de Galilée et l'ellipse de Kepler sont radicalement différentes dans leur génèse. La nature de la gravitation importe peu à Galilée, il construit la loi d'accélération et en déduit la trajectoire. Kepler fabrique la trajectoire et se trouve dans l'obligation de se demander "pourquoi ces ellipses ?". Le mouvement circulaire uniforme, base des systèmes de Ptolémée et de Copernic, était naturel, n'avait pas besoin de cause, il était le mouvement parfait et éternel d'astres immatériels et incorruptibles. L'ellipse n'a plus rien de métaphysiquement évident, la recherche d'une cause physique et de ses lois devient une nécessité. En fait les recherches de Kepler s'imbriquent toujours et s'appuyent, il le faut bien, sur les excentriques de Copernic. La ferme conviction qu'il n'y a pas mouvement circulaire induit la recherche de causes comme celle de trajectoires et d'une loi du mouvement (en des temps égaux les aires balayées par le rayon vecteur sont égales) et ces recherches interagissent. Le soleil ayant une position clef (il s'avèrera être foyer géométrique des trajectoires comme il est foyer lumineux) Képler lui attribue une émanation qui agit sur les planètes et qu'il envisage par comparaison avec la lumière, entre autres elle se propage continuellement et instantanément. La propagation de la lumière est sphérique, elle se propage de la même façon dans toutes les directions et, partie d'un point, elle se "dilue" sur la surface de sphères d'où une loi en inverse du carré de la distance. Mais l'astronome ne s'arrête pas à cette loi : les planètes à mouvoir sont, pratiquement, dans le plan de l'écliptique, l'émanation sera donc plane et non sphérique et se "diluera" sur des circonférences de cercle donc selon une loi en inverse des distances. Cette émanation a pour rôle de faire tourner les planètes, pour expliquer les variations de distance Soleil-planète, Képler fait des planètes des dipôles magnétiques qui, selon la face qu'ils présentent, sont attirées ou repoussées par le soleil.

Il ne s'agit pas de Magie Naturelle même si Képler ne craint pas d'en employer le vocabulaire ; l'analogie est chez lui un moyen d'orienter la recherche, la piste (éventuellement provisoire) étant ouverte il entreprend une mathématisation et une détermination des grandeurs. L'attraction magnétique est déterminée selon des paramètres (distance, angle...) puis entre effectivement dans l'étude du mouvement et c'est la conformité et la cohérence du tout (le lien solide du fagot d'Esope) qui prend sens.

A diverses reprises (loi des aires, établissement de l'ellipse...) Képler se trouve, comme Galilée et les géomètres, confronté à des sommations d'infinités de grandeurs variant continuement. Ses réponses sont du même type que celles de Galilée et pour se "justifier" il invoque abusivement Archimède. Par exemple, la planète tournant sur un cercle dont le soleil n'est pas le centre (les excentriques de Copernic) il a besoin de la somme de toutes les distances de la planète au soleil. Dans un premier temps il travaille degré par degré "comme si c'étaient les plus petites particules", mais c'est "fastidieux". Alors il imagine tous les segments joignant le soleil à la planète et tous ceux qui joignent le centre à la planète, les uns comme les autres couvrent le cercle... "donc" S étant le soleil, la somme des distances entre deux segments SA et SB est caractérisée par l'aire ASB. Nous pouvons dire qu'il y a de la sauvagerie dans cette intégration mais que faire d'autre au début du 17ème siècle que de se débrouiller d'abord et de participer, sans trop le savoir, à la création du calcul différentiel et intégral.

L'astronome est fatalement intéressé à l'étude de l'optique. Au-delà des approches flamboyantes qui lui sont propres, Képler montre dans ce domaine aussi combien il est moderne. Son étude de la réfraction de la lumière, liée à la correction des observations astronomiques faussées par l'atmosphère, le conduit à une véritable loi fonctionnelle, à une relation liant continuement l'angle de réfraction et l'angle d'incidence. Cette démarche est dans nos habitudes mais Képler innove en la matière et dépasse, de façon volontaire, le stade des tables numériques (on pourrait dire qu'il passe d'une suite à une expression continue). Sa loi n'est certes pas la notre (celle de Snell et Descartes vers 1625) mais elle s'adapte bien aux données dont on dispose à l'époque (1604) et surtout elle existe et engage le discours scientifique dans une voie féconde.

Dès 1610, dès qu'il a connaissance de la lunette de Galilée, il engage sa théorie de la réfraction dans l'étude théorique, l'explication, de la lunette. Sa loi, que nous écririons $(i - r) \times \cos r = ki$ où k dépend des milieux traversés, impose des calculs inextricables. Mais Kepler est habitué à estimer les erreurs, à lisser des données, à opter pour l'efficacité d'une approximation que l'on connait comme telle (voir son travail à partir des excentriques) lorsqu'un problème est trop complexe. Il annonce alors explicitement que pour des angles petits on peut travailler avec $r = (1 - k)\, i$ (notre $i = nr$ connu, à juste titre, comme loi de Kepler) et sur cette loi simplifiée il établit la théorie de la lunette (on disait alors télescope) [9].

Nous avons signalé que l'introduction des logarithmes par Napier est, pour nous, basée sur une équation différentielle, Képler[10] se trouve aussi, sans le savoir, confronté à un problème d'équation différentielle. Il s'agit pour lui de déterminer la forme à donner à un verre pour que les rayons parallèles issus d'un astre convergent, après traversée, en un même point. La loi de réfraction correspondant à des surfaces planes, la question revient à décomposer la surface cherchée (ou sa coupe, la surface étant de révolution) en plans tangents (ou tangentes) puis, ayant des renseignements sur ces éléments tangentiels (dérivée) remonter à

[9] cf. Mathématiques, Arts et Techniques au 17ème siècle, Article sur la Réfraction.
[10] Op.cit.

la courbe (fonction). Kepler échoue mais ébauche une courbe aux allures d'hyperbole... Descartes, toujours sans dérivées et intégrales, aboutira : les mathématiciens ont beaucoup travaillé sur les problèmes de tangentes et d'aires et proposé des méthodes.

Ainsi vers 1630 existe une physique terrestre mathématisée rendue possible par la reconnaissance du droit à séparer artificiellement (et non arbitrairement ou par supercherie) les paramètres et à éliminer les brouillages. Cette physique peut n'être pas numérisée (Mécanique de Galilée) ou l'être (étude de la pression atmosphérique). Parallèlement l'astronomie de Kepler (de faible influence immédiate) impose la recherche de causes physiques et/ou de leurs lois mathématiques, initialisant ainsi l'astrophysique. Par ailleurs, physiciens et astronomes sont poussés vers le numérique à travers des idées de dérivation, d'intégration et de fonction.

Pour dégager quelques grandes lignes nous avons dangereusement mis l'accent sur trois personnages, Galilée, Kepler et Francis Bacon dont l'oeuvre et l'état d'esprit nous semblent significatifs. Mais la science n'est pas le fait d'invidus, même de très grande envergure. Le projet scientifique se précise, l'attitude d'esprit se conscientise à travers les échanges d'idées, de résultats, de méthode, à travers les débats parfois polémiques, la variété des sujets mis à l'étude, l'invention des systèmes expérimentaux propres à ces études (baromètres, thermomètres, microscopes, amélioration des garde-temps...) le soin critique des expérimentations (lire, par exemple, les remarquables relations faites par Blaise Pascal et son beau-frère Périer au sujet des expériences sur le vide et la pression de l'air).

Un demi-siècle de travaux, de recherches, sera nécessaire pour permettre Newton, sa synthèse des <u>Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle</u> et la création du calcul différentiel et intégral. Les lois de la dynamique, qui étaient, au début du siècle, globales (vision macroscopique) et juxtaposées, deviennent différentielles (vision microscopique) et enchaînées dans une même filiation. L'efficacité, la rigueur, la cohérence de la théorie enfantée par le 17ème siècle en fera le prototype, l'incontournable modèle, de toute théorie physique, jusqu'à ce que...

FÉCONDITÉ DE LA MÉTHODE CARTÉSIENNE

A propos d'une objection possible

Daniel BERNARD
I.R.E.M. Pays de La Loire
Centre du Mans

Descartes dans Le Traité du Monde écrit : "*Lorsque le vin qui est dans le tonneau ne coule point par l'ouverture qui est au bas, à cause que le dessus est tout fermé, c'est parler improprement que de dire, ainsi que l'on fait d'ordinaire, que cela se fait crainte du vide... Mais il faut dire plutôt qu'il ne peut sortir de ce tonneau à cause que dehors tout est aussi plein qu'il peut être, et que la partie de l'air dont il occuperait la place s'il descendait n'en peut trouver d'autre où se mettre en tout le reste de l'univers par laquelle cet air puisse remonter circulairement en sa place* " (p. 333-334, Oeuvres complètes, tome I, Garnier).

Nous pouvons être déçus sans être tout à faire étonnés d'une telle interprétation de la part de l'auteur du Discours de la méthode. Toutefois si nous essayons de justifier notre réaction, nous pouvons être embarassés car nous risquons d'instruire un faux procès. En effet, ou bien nous pensons que la méthode est très imparfaite et inutile puisqu'elle n'évite pas de semblables erreurs, ou bien nous supposons que c'est l'excès de rationalisation qui encourage de telles maladresses. Or dans les deux cas, notre critique est injuste : car, d'une part, l'application aux cas particuliers constitue une difficulté effective et légitime, d'autre part pour la même raison, mais de façon plus fondamentale, la recherche d'une unité et d'un ordre dans les connaissances ne peut être considérée comme responsable d'une mise en oeuvre défectueuse de ce principe.

Même s'il peut exister un lien entre les erreurs de Descartes et une certaine forme d'enthousiasme et de radicalité dans son insistance à propos de l'exigence de méthode, c'est donc être injuste et sans doute occulter l'essentiel que de ne prendre en considération que cet aspect.

Le fait que certains contemporains et proches successeurs aient sous-estimé l'apport de Descartes, ne doit pas être oublié sans pour autant fausser notre jugement : soit par une approbation rapide des critiques, soit au contraire par une simple dénonciation de l'ingratitude, soit encore par le sentiment que le recul du temps nous conduirait spontanément à être équitable. Toutefois, il est en partie compréhensible que les savants et philosophes du XVIIème siècle qui, à juste titre, ont pris leur distance avec certains éléments du cartésianisme, n'aient pas discerné sur le champ ce qu'ils devaient à cette exigence exprimée dans le Discours, les Règles et d'autres énoncés, d'autant plus que des disciples trop zélés n'encourageaient guère par leur défense sectaire la reconnaissance de l'apport du maître.

Au-delà des controverses et des conjectures, l'examen de certains des principaux énoncés de Descartes consacrés à la méthode doit nous permettre de juger de la validité de cette objection (qui semble résumer toutes les critiques explicites et latentes) à savoir l'absence de prise en compte effective de l'application concrète des principes proposés, ou du moins de façon insuffisante, ce qui revient à ne plus accorder qu'un intérêt limité et condescendant à des textes qui seraient moins décisifs que nous aurions pu l'estimer.

Or l'examen permet de montrer que l'exigence d'unité et d'ordre qui est sans cesse rappelée, s'accompagne d'un souci d'adaptation tout aussi présent même s'il ne peut pas être exprimé de façon aussi claire et systématique.

En effet, l'effort de différenciation et de prise en compte des cas particuliers, du moins de la nécessaire diversification dans l'application est constant, y compris dans les exposés les plus concentrés et systématiques. D'autre part, l'usage du modèle mathématique est moins simple qu'il ne le semble (il ne s'agit pas d'étendre la démarche mathématique aux autres formes de connaissance d'une manière directe).

Mais avant d'envisager ces deux aspects, il est possible de rappeler deux remarques préalables qui répondent explicitement à la critique indiquée : Descartes en effet n'a pas négligé d'une manière générale l'importance de la prudence dans l'application des principes ni plus particulièrement le rôle des expériences. Il est vrai que ces exigences n'ont pas toujours été mises en oeuvre soit parce qu'une grande partie des questions scientifiques traitées sont nouvelles soit parce qu'effectivement notre auteur est plus préoccupé par la place des règles de méthode à établir pour rompre avec l'absence de rigueur que par certaines recherches particulières. Il faut remarquer que ces deux faits se rejoignent et à la limite que certaines erreurs pouvaient représenter le prix à payer.

Ainsi les énoncés tiennent compte de cette difficulté. Descartes a envisagé la possibilité de la prise de conscience d'une situation où il serait nécessaire de s'abstenir. En effet à propos de l'exemple du tonneau de vin, nous ne pouvons pas lui reprocher de ne pas avoir découvert le rôle de la pression atmosphérique (nous sommes en 1634 et les découvertes de Toricelli et Pascal se situent en 1644 et 1650). En revanche nous pouvons estimer qu'il était en mesure de s'apercevoir de la difficulté à laquelle il était confronté. Ainsi la Règle VIII a le titre suivant : "*Si dans la série des choses à rechercher il s'en présente quelqu'une, dont notre entendement ne puisse avoir suffisamment bien l'intuition, il faut s'arrêter là ; il ne faut pas examiner ce qui suit, mais s'abstenir d'un travail superflu* " (Règles pour la direction de l'esprit, p. 61, La Pléïade). Dans cette même règle, Descartes écrit : "*toutes les fois qu'il (quiconque aura parfaitement appris cette méthode) appliquera son esprit à la connaissance de quelque chose : ou il y parviendra complètement ; ou il comprendra clairement qu'elle dépend de quelque expérience, qui n'est pas en son pouvoir, et alors il ne rendra pas son esprit responsable, bien qu'il soit forcé de s'arrêter là* " (p. 67). Même si cette recommandation ne s'applique pas nécessairement à notre exemple, du moins de façon parfaitement directe, il est clair que Descartes a envisagé un tel risque d'erreur.

En effet le lien entre l'absence d'écoulement du liquide et l'hypothèse du mouvement circulaire est logique, mais cette cohérence n'établit pas la validité de l'explication proposée. Toutefois nous ne pouvons pas reprocher à la méthode cartésienne d'être réductrice par un souci unilatéral de rationalisation, car ici il ne s'agit pas d'une expérience qui met en question le mouvement circulaire ; et c'est la confrontation avec d'autres expériences qui aurait pu faire apparaître la faiblesse de l'explication. Ainsi l'application de principes pertinents de méthode ne peut être parfaite.

Il est vrai que Descartes a aussi justifié l'idée de généralisation, mais d'une façon bien moins imprudente que nous pourrions le penser. Il écrit dans le Discours de la méthode : "*J'avoue que la puissance de la nature est si ample et si vaste, et que ces principes sont si simples et si généraux, que je ne remarque quasi plus aucun effet particulier que d'abord je ne connaisse qu'il peut en être déduit en plusieurs diverses façons, et que ma plus grande difficulté est d'ordinaire de trouver en laquelle de ces façons il en dépend* " (sixième partie, p. 170, La Pléïade). Or, si Descartes affirme que les effets particuliers dépendent de principes généraux, c'est aussi pour montrer que le caractère précis de cette dépendance reste ouvert à notre recherche tant que nous n'avons pas atteint la certitude. Et ce passage est d'ailleurs consacré au rôle des expériences qui : "*sont d'autant plus nécessaires qu'on est plus avancé en connaissance* " mais qui : "*sont telles, et en si grand nombre, que ni mes mains ni mon revenu , bien que j'en eusse mille fois plus que je n'en ai, ne sauraient suffire pour toutes* " (p. 169-170). Ainsi le rôle indispensable des expériences est reconnu, même s'il est nécessaire de faire des choix devant l'impossibilité d'accomplir toutes celles qui pourraient nous informer.

Les difficultés d'application des principes de la méthode cartésienne ne doivent donc pas être attribuées hâtivement à une volonté excessive de rationalisation. Cet obstacle est même pris en compte de façon fondamentale et au-delà de l'exigence générale de prudence et de la reconnaissance du nécessaire recours aux expériences, il est possible de préciser cette souplesse dans la mise en oeuvre de la rigueur chez Descartes.

Une démarche plus souple qu'il ne le semble

Par principe, les formulations méthodologiques et éventuellement des règles d'application qui peuvent les préciser, doivent concilier deux exigences qui peuvent être contradictoires : éviter l'erreur et progresser dans la connaissance. Or cette tension n'est peut être pas explicite chez Descartes, toutefois elle est présente en partie dans le développement de ses énoncés et sans doute de façon plus profonde lorsqu'il s'agit de montrer le rôle des mathématiques par exemple ou de mettre en valeur l'unité de toutes les connaissances.

Unité et diversité de la méthode

La méthode cartésienne n'est donc pas assimilable à une exigence formelle satisfaisante pour l'esprit mais qui sur le plan de l'application se serait souvent fourvoyée et aurait ainsi montré ses limites et même ses faiblesses, les bonnes intentions de rigueur échouant dès qu'il s'agit de les mettre en pratique. Et ces défaillances seraient d'autant plus significatives qu'elles illustreraient non pas tellement certaines imperfections mais une naïveté voire une caducité inhérente à une telle prétention systématique. Or si nous examinons certains énoncés, nous constatons que Descartes emploie d'une part des formulations globales et exigeantes, par ailleurs assez radicales et d'autre part des propositions précises et diversifiées selon les questions envisagées.

Ainsi, l'exposé le plus célèbre, celui de la seconde partie du Discours, comprend quatre préceptes : le premier pouvant être distingué des trois suivants, par son exigence radicale et globale tandis que ceux-ci se présentent comme des applications complémentaires.

"Le *premier était de ne percevoir jamais aucune chose pour vraie que je ne la connusse évidemment être telle...* " (deuxième partie, p. 137). Or si de telles formules résument bien l'esprit et l'intention de la méthode cartésienne (nous pourrions en indiquer d'autres, il suffit ici de citer celle de la règle II : "*nous rejetons toutes les connaissances qui ne sont que probables, et nous décidons qu'il ne faut donner son assentiment qu'à celles qui sont parfaitement connues et dont on ne peut douter* " (p. 39)), elles sont accompagnées d'autres précisions qui ne se concentrent pas aussi aisément, mais qui n'en constituent pas moins l'étoffe même de la méthode. Le second prétexte recommande "*de diviser chacune des difficultés* ", le troisième insiste sur l'ordre et le dernier sur les dénombrements afin qu'ils soient tels qu'ils n'omettent rien. Mais il existe une explication à cette opposition, d'une part il s'agit d'éviter l'erreur, d'autre part de mettre en pratique ce principe dans la découverte des connaissances. Et la seconde exigence, même si elle fait corps avec la première ne peut pas être formulée de façon aussi simple, homogène et satisfaisante pour l'esprit.

Il est vrai qu'il ne faut pas interpréter cette distinction possible comme deux versants séparés de la démarche. Descartes est d'autant plus convaincu de l'unité nécessaire de la méthode qu'elle se dégage d'un examen approprié ét ordonné des aspects particuliers. Ainsi le premier précepte de la seconde partie du Discours que nous avons déjà mentionné, nous demande : "*d'éviter soigneusement la précipitation et la prévention* " et de rechercher la clarté et la distinction. Il apparaît donc que cette formulation même si elle ne résume pas l'ensemble de la méthode cartésienne, se présente à la fois comme la condition préalable et essentielle et comme une expression concertée des leçons tirées des difficultés particulières. La vigilance critique n'est pas ici une simple exigence de l'esprit, elle se dégage et se nourrit de la multiplicité des questions précises.

A la limite le premier précepte et les propositions équivalentes reflètent fidèlement l'ensemble de la démarche mais à condition de ne pas oublier les conséquences qui en résultent et qui ne peuvent que se diversifier. C'est moins l'unité en elle-même qui est recherchée qu'une cohérence susceptible d'ordonner la diversité. En effet d'autres textes, écrits ultérieurement, peut être encore plus systématiques et ambitieux dans la mesure où ils se réclament de la méthode mais pour aller au-delà de l'exigence de rigueur en elle-même, insistent sur la relation entre l'unité et la diversité.

"*Je m'appliquerai sérieusement et avec liberté à détruire généralement toutes mes anciennes opinions. Or il ne sera pas nécessaire, pour arriver à ce dessein, de trouver qu'elles sont toutes fausses, de quoi peut-être, je ne viendrais jamais à bout... Et pour cela il n'est pas besoin que je les examine chacune en particulier, ce qui serait d'un travail infini ; mais parce que la ruine des fondements entraîne nécessairement avec soi tout le reste de l'édifice, je m'attaquerai d'abord aux principes, sur lesquels toutes mes anciennes opinions étaient appuyées* " (Première méditation, p. 267-268, La Pleïade).

La préface des Principes est encore plus significative à ce propos. "*Il faut commencer par la recherche de (ces) premières causes, c'est-à-dire des principes ; et ... ces principes doivent avoir deux conditions : l'une, qu'ils soient si clairs et si évidents que l'esprit humain ne puisse douter de leur vérité, lorsqu'il s'applique avec attention à les considérer ; l'autre, que ce soit d'eux que défende la connaissance des autres choses, en sorte qu'ils puissent être connus sans elles, mais non pas réciproquement sans eux* " (Les principes de philosophie, Préface, p. 557-558, La Pleïade).

L'exigence d'unité est donc un souci constant dans l'oeuvre de Descartes mais l'effort d'adaptation est tout aussi présent, et nous pouvons même nous demander si le mouvement profond qui anime sa démarche méthodique n'est pas la confrontation entre ces deux préoccupations. Certes, c'est le premier terme qui semble dominer mais unité a aussi le sens d'unification. Dans cette perspective la Règle I est tout à faire représentative : "*... toutes les sciences ne sont rien d'autre que la sagesse humaine, qui demeure toujours une et toujours la même, si différents que soient les objets auxquels elle s'applique... La connaissance d'une vérité ne nous empêche d'en apprendre une autre, mais bien plutôt elle nous y aide... rien ne nous éloigne plus du droit chemin pour la recherche de la vérité, que d'orienter nos études, non vers cette fin générale, mais vers des buts particuliers... Il faut donc bien se convaincre que toutes les sciences sont tellement liées ensemble, qu'il est plus facile de les apprendre toutes à la fois, que d'en isoler une des autres* " (p. 37 et 38).

Ainsi l'unité de la raison apparaît plus dans la mise en oeuvre de la connaissance que sous forme de postulat et c'est dans la diversité des objets qu'elle est confirmée. Et ce qui explique cette différence entre d'une part une recherche de cohérence systématique et d'autre part une approximation par va-et-vient, c'est bien la double exigence : éviter l'erreur tout en progressant dans nos connaissances. Descartes formule à peine cette difficulté, comme si son souci était plus de la résoudre voire de l'exploiter positivement. "*Par méthode j'entends des règles certaines et faciles, grâce auxquelles tous ceux qui les observent exactement ne supposeront jamais vrai ce qui est faux, et parviendront, sans se fatiguer en efforts inutiles mais en accroissant progressivement leur science, à la connaissance vraie de tout ce qu'ils peuvent atteindre.*

Mais il faut bien noter ici deux points : ne jamais supposer vrai ce qui est faux, et parvenir à la connaissance de toutes choses " (Règles IV, p. 46). Or la distinction est bien présente, mais il faut presque solliciter le texte pour la remarquer. Et si Descartes qui n'est pas économe de telles clarifications, montre tout juste la complémentarité entre ces deux aspects c'est qu'il est d'abord intéressé par la mise en oeuvre de cette démarche. Mais nous pouvons remarquer encore une fois que le contenu de la méthode n'est pas tout à fait aussi simple que nous pourrions le penser.

Cette souplesse va apparaître davantage avec quelques précisions complémentaires, même s'il n'est pas évident de la mettre en valeur dans la mesure où il s'agit de règles qui ont d'abord pour ambition la généralisation.

La façon dont Descartes combine l'intuition et la déduction est à ce propos révélatrice. Certes, il serait excessif de faire correspondre l'intuition au fait de "*ne jamais supposer vrai ce qui est faux* " et la déduction au développement de la connaissance, mais le rapprochement est possible. La Règle III après avoir montré que l'intuition est "*la conception d'un esprit pur et attentif* " et a ainsi une signification plus limitée que celle qui est souvent employée, aborde la question de la nécessité de la déduction : "*plusieurs choses sont connues avec certitude, bien qu'elles ne soient pas elles-mêmes évidentes, pourvu seulement qu'elles soient déduites à partir de principes vrais et connus, par un mouvement ininterrompu de la pensée qui a une intuition claire de chaque chose... Nous distinguons donc ici l'intuition de la déduction certaine en ce qu'on conçoit en celle-ci un mouvement ou une certaine succession, tandis que dans celle-là il n'en est pas de même ; et qu'en outre pour la déduction une évidence actuelle n'est pas nécessaire comme pour l'intuition, mais plutôt qu'elle reçoit en un sens sa certitude de la mémoire* " (p. 44-45). Il existe donc une complémentarité entre l'intuition et la déduction, elles reposent toutes les deux sur la certitude mais seule la première est évidente, toutefois lorsque l'opération est accomplie, nous pouvons estimer que le résultat est saisi avec autant d'évidence que s'il l'était par intuition.

Par ailleurs Descartes distingue l'induction et la déduction, mais les deux opérations jouent le même rôle complémentaire à l'égard de l'intuition (à la limite, l'induction prolonge la déduction comme celle-ci complète l'intuition). L'induction ici n'a pas le sens de généralisation empirique, et la nuance introduite n'est peut-être pas fondamentale ; elle est toutefois significative dans la mesure où elle révèle une souplesse d'adaptation selon l'objet étudié. "*Quelquefois, en effet, cette déduction se fait par une si longue suite de conséquences que, quand nous parvenons au terme, nous ne nous souvenons pas facilement de tout le chemin qui nous a menés jusque-là ; et c'est pourquoi nous disons qu'il faut secourir la faiblesse de la mémoire par un mouvement continu de la pensée* " (Règle VII, p. 57 et 58). La différence entre l'induction et la déduction réside dans l'usage de la mémoire. La déduction permet d'atteindre une certitude qui n'est pas immédiate, mais qui avec l'aide de l'entendement rejoint l'évidence de l'intuition. L'induction doit, pour des enchaînements plus longs et indirects, avoir recours en plus de l'entendement à la mémoire. Toutefois la certitude s'impose aussi. "*En effet toutes les propositions que nous avons déduites immédiatement les unes des autres, sont toutes ramenées à une véritable intuition, si l'inférence a été évidente. Si au contraire, c'est en partant d'un grand nombre de propositions détachées que nous inférons quelque chose, souvent la capacité de notre entendement n'est pas assez grande pour pouvoir tout embrasser d'une seule intuition : en ce cas la certitude de l'énumération doit lui suffire* " (Règle VIII, p. 59). Il existe des cas où il est impossible de parcourir l'ensemble du raisonnement et d'être convaincu du résultat, du moins de la rigueur de l'ensemble du cheminement, même en répétant l'opération ; mais il suffit de disposer de la certitude de l'énumération, c'est à dire des différentes étapes de l'enchaînement dans la mesure où le point de départ est fondé sur l'évidence de l'intuition. Nous pourrions ajouter qu'une telle extension est possible par l'intermédiaire de la déduction : dans la mesure où nous sommes passés de la certitude de la déduction à son évidence, par la saisie globale de l'enchaînement, nous finissons par admettre la validité d'un raisonnement lorsque nous savons que tous les éléments en sont certains, même si nous ne pouvons pas dérouler mentalement l'ensemble du cheminement.

D'une manière plus générale, ce que nous propose Descartes, c'est un ordre à découvrir, à construire et non à appliquer, à répéter de façon rigide : "*Toute la méthode consiste dans l'ordre et la disposition des choses vers lesquelles il faut tourner le regard de l'esprit, pour découvrir quelque vérité* " (Règle V, p. 52). "*Mais cet ordre des choses à énumérer peut très souvent varier...* " (Règle VII, p. 60). "*Nous ne sommes pas forcés d'observer l'ordre aussi strictement et aussi rigoureusement ; et le plus souvent, quoique nous ne connaissions pas clairement toutes ces choses, mais seulement un petit nombre d'entre elles ou même une seule, il est possible malgré tout de passer outre* " (Règle VIII, p. 61).

Mais cette souplesse n'est nullement opposée à la rigueur, elle est exigée par l'acte de la connaissance. Pour expliquer cette difficulté, Descartes nous propose une juxtaposition assez systématique : "*certaines choses sont parfois réellement plus absolues que d'autres, mais jamais cependant les plus absolues de toutes : ainsi, si nous considérons les individus, l'espèce est quelque* *chose d'absolu, et si nous considérons le genre, elle est quelque chose de relatif* " (Règle VI, p. 54).

D'une autre façon, il faut partir du simple, du plus facile, mais encore faut-il l'isoler et tenir compte de ce que nous voulons mettre en valeur : "*... on ne doit pas commencer une étude par la recherche des choses difficiles... cela étant fait, il faut réfléchir attentivement aux vérités découvertes et examiner soigneusement pourquoi nous avons pu trouver les unes plus tôt et plus facilement que les autres...* " (Règle VI, p. 55).

Ce genre de difficulté est aussi illustré par un exemple précis, la réfraction. Descartes nous indique que "*les seules mathématiques* " ne peuvent nous permettre de déterminer "*cette ligne, qu'en dioptrique on nomme anaclastique, et dans laquelle les rayons parallèles se réfractent de manière que tous, après la réfraction se rencontrent en un seul point ...*". En effet même un usage rigoureux des mathématiques ne peut résoudre cette question, mais "*si quelqu'un, qui n'étudie pas seulement les mathématiques, mais qui tâche, suivant la première règle, de chercher la vérité sur tout ce qui se présente à lui, vient à rencontrer la même difficulté, il ira plus loin et trouvera que le rapport entre les angles d'incidence et des angles de réfraction dépend de la variation de ces mêmes angles en raison de la différence des milieux ; que cette variation à son tour dépend de la façon dont le rayon pénètre dans tout le corps transparent* " (Règle VIII, p. 63).

Ainsi, face à une telle question, la rigueur n'est pas suffisante, elle peut tout au plus nous conduire à nous abstenir en l'absence d'une connaissance de la loi physique. Mais la méthode peut toutefois nous aider, elle peut nous permettre de délimiter le champ du problème, car ici il ne s'agit pas d'une question de mathématique. La question posée dépend d'un phénomène de la nature. Les mathématiques sont capables de déduire des propriétés qui ne sont pas connues d'emblée ou qui semblent probables mais qui sont à démontrer mais dans la mesure où elles construisent leur objet ; or dans l'exemple proposé, la difficulté ne se réduit pas à la géométrie, dans un second temps ce pourrait être le cas mais à condition d'avoir compris le phénomène de la réfraction. Et dans la règle VIII, Descartes explique comment nous pouvons nous orienter devant une telle difficulté en utilisant certaines règles précédentes, en particulier à propos de l'énumération afin de savoir si nous pouvons progresser dans la connaissance ou renoncer provisoirement en raison soit de la difficulté de la question soit de notre manque de connaissance.

<u>Place des mathématiques</u>

La place des mathématiques permet aussi de mieux comprendre la fécondité de la méthode cartésienne. Si elles sont un modèle, ce c'est pas uniquement en raison de leur forme logique, sinon nous ne comprendrions pas pourquoi Descartes est aussi réservé à l'égard des syllogismes et de ceux qui les utilisent : "*ils font avec ingéniosité des conjectures assurément très subtiles et des raisonnements tout à fait probables, mais après beaucoup de peines ils s'aperçoivent enfin trop tard qu'ils n'ont fait qu'accroître le nombre de leurs doutes et n'ont appris aucune science* " (Règle II, p. 49). Dans le <u>Discours de la méthode</u>, il écrit que les syllogismes et "*autres instructions servent plutôt à expliquer à autrui les choses qu'on sait, ou même, comme l'art de Lulle, à parler sans jugement de celles qu'on ignore, qu'à les apprendre* " (<u>Deuxième partie</u>, p. 137, La Pleïade).

Nous pourrions nous demander pourquoi Descartes est aussi sévère ; celui qui s'initie à la philosophie pourrait penser qu'il existe une certaine proximité entre cette logique des raisonnements telle qu'elle pouvait exister encore au XVIIème siècle et les préoccupations de l'auteur des <u>Règles</u>. En réalité la divergence est profonde. Dans la Règle III, il énonce cette critique d'une façon plus générale au-delà de la logique : "*les hommes d'étude, non contents de connaître des choses claires et certaines, ont osé affirmé aussi des choses obscures et inconnues, auxquelles ils n'arrivaient que par des conjectures probables ...* " (p. 43). Et le trait commun à toutes ces analyses peut encore mieux apparaître dans le jugement suivant qui ne s'adresse pas à la seule logique : "*Rien n'est plus vain que de s'occuper de nombres vides et de figures imaginaires, au point de paraître vouloir se complaire dans la connaissance de pareilles bagatelles* " (Règle IV, p. 49).

En fait, le reproche principal et peut-être le seul, c'est le désintérêt pour le contenu : c'est l'idée de conjecture qui revient le plus souvent. La méthode doit viser le réel non pas seulement pour une raison de bon sens voire de morale (quelle perte de temps que de s'occuper de ce qui n'existe pas !) mais parce que ce sont les objets de la connaissance qui peuvent nous instruire, plus exactement c'est la connaissance de tout ce qui se présente à l'esprit qui peut permettre de construire des objets. Or quel rôle jouent les mathématiques dans cette perspective ? "... *On voit clairement pourquoi l'arithmétique et la géométrie sont beaucoup plus certaines que les autres sciences : c'est que seules elles traitent d'un objet assez sur et simple pour n'admettre absolument rien que l'expérience ait rendu incertain ...* " (Règle II, p. 41). Les mathématiques ne dépendent pas des approximations et des incertitudes de l'expérience. Elles ne sont pas pour autant le domaine des conjectures ou des constructions imaginaires, car elles disposent d'un équivalent de l'expérience, l'intuition mais envisagée dans un sens restrictif et qui ainsi ne contient pas les inconvénients de son homologue. Certes le raisonnement déductif joue un rôle essentiel mais il s'appuie sur le fondement de l'intuition. Et comme l'erreur selon Descartes ne peut provenir de la déduction, si ce n'est par inattention, la certitude des mathématiques est exemplaire.

Et la Règle II s'achève de la façon suivante : "*De tout cela on doit conclure, non pas, en vérité qu'il ne faut apprendre que l'arithmétique et la géométrie, mais seulement que ceux qui cherchent le droit chemin de la vérité ne doivent s'occuper d'aucun objet, dont ils ne puissent avoir une certitude égale à celle des démonstrations de l'arithmétique et de la géométrie* " (p. 42). Si nous reprenons la démarche de Descartes, nous nous apercevons qu'il n'existe pas de contradiction malgré l'apparence. Une difficulté est toutefois présente, car dans une certaine mesure, la clarté et la simplicité de l'intuition ne sont possibles que dans les mathématiques ; à la limite, c'est même ce qui les caractérise. Cependant la valeur exemplaire subsiste, en effet d'une part "*seules l'arithmétique et la géométrie sont exemptes de fausseté et d'incertitude* ", et d'autre part il n'est pas déraisonnable d'essayer d'étendre ce modèle. Ainsi, sans atteindre la pureté de l'intuition, les sciences peuvent s'efforcer de délimiter leur domaine et leurs objets à l'intérieur de celui-ci. Il existerait donc une certaine analogie entre l'intuition et l'expérience. Dans cette perspective, nous comprendrions pourquoi les sciences expérimentales sans parvenir à la rigueur des mathématiques peuvent s'en inspirer et s'en rapprocher. Sur ce point, leur fécondité peut résider moins dans la mathématisation que dans l'exploitation adaptée et délimitée des mathématiques.

D'une manière générale, ce ne sont pas tant l'arithmétique et la géométrie en elles-mêmes qui sont exemplaires que la méthode qu'elles mettent en oeuvre. Descartes suppose même l'existence de règles en deçà des mathématiques qui aurait été formulées et connues par les anciens : "*les hommes ont eu des idées vraies de la* *philosophie et des mathématiques, quoiqu'ils n'aient jamais pu acquérir parfaitement des sciences mêmes. En vérité il me semble que des traces de cette vraie mathématique se voient encore chez Pappus et Diophante... Mais je croirais volontiers que par une malice mauvaise ces auteurs l'ont ensuite cachée eux-mêmes* " (Règle IV, p. 49 et 50). D'une autre façon, ce ne sont pas les nombres et les figures qui sont les seuls objets de la rigueur : "*on remarque ainsi qu'il doit y avoir quelque science générale expliquant tout ce qu'on peut chercher touchant l'ordre et la mesure sans application à une matière particulière, et que cette science est appelée non pas d'un nom étranger mais d'un nom déjà ancien et reçu par l'usage, mathématique universelle, parce qu'elle renferme tout ce pourquoi les autres sciences sont dites des parties de la mathématique* " (p. 50 et 51).

Or même si une telle systématisation ne peut être que de l'ordre de l'intention, la cohérence ne s'oppose pas à une adaptation diversifiée. La méthode apparaît à la fois comme un préalable et comme une réflexion sur l'acte de la connaissance et si "*le bon sens est la chose du monde la mieux partagée* ", c'est une tâche à renouveler sans cesse et d'une application illimitée que de mettre en oeuvre ce constat : "*aucune science ne peut exister, ainsi qu'il a déjà été dit, si ce n'est par intuition ou par déduction. Elle (la méthode) ne peut aller en effet jusqu'à enseigner aussi comment ces opérations mêmes doivent être faites, car elles sont plus simples et les premières de toutes, en sorte que, si notre entendement ne pouvait déjà les faire auparavant, il ne comprendrait aucun des préceptes de la méthode elle-même, si faciles qu'ils soient* " (Règle IV, p. 47). D'un certain point de vue, les opérations fondamentales de la méthode ne peuvent être justifiées, si ce n'est par le fait qu'elles se manifestent à l'esprit humain dans leur transparence et leur fécondité. Et si une telle confiance ne peut être fondée totalement, car il faut un commencement, cette réquisition n'est pas dissimulée et est indispensable.

Ainsi la rigueur cartésienne n'est en rien une rigidité, si une telle impression est parfois possible, c'est en contrepartie d'une prudence exigeante. Descartes s'estime en droit d'étendre la puissance de la raison dans la mesure où il ne cesse pas de tenir compte de la diversité de la réalité. Si nous n'étions pas convaincus de ce souci essentiel, il suffirait de penser à la façon dont il distingue la question de la morale de celle des connaissances : "*j'avais dès longtemps remarqué que, pour les moeurs, il est besoin de suivre des opinions qu'on sait fort incertaines, tout de même que* *si elles étaient indubitables* " (Discours de la méthode, quatrième partie, p. 147, La Pléïade). "... *Afin que je ne demeurasse point irrésolu en mes actions, pendant que la raison m'obligerait de l'être en mes jugements et que je ne laissasse pas de vivre dès lors le plus heureusement que je pourrais, je me formais une morale par provision* " (Discours, troisième partie, p. 141).

En réalité, il n'existe pas de rupture dans la méthode, mais c'est l'objet même de l'action qui impose cette distinction, il est possible de douter y compris des règles morales, mais il est nécessaire de prendre des décisions et donc de se conformer jusqu'à nouvel ordre à celles qui nous semblent les meilleures. Or cette considération éclaire la démarche cartésienne ; cette distinction, cette adaptation sont présentes d'une façon plus nuancée, plus approfondie à l'intérieur du traitement des connaissances. Et c'est cette rigueur à la fois prudente et exigeante qui donne à l'assurance de l'entreprise cartésienne une forme parfois audacieuse.

Sganarelle

Vertu de ma vie ! comme vous débitez ! Il semble que vous ayez appris cela par coeur, et vous parlez tout comme un livre.

Dom Juan

Qu'as-tu à dire là-dessus ?

Sganarelle

Ma foi, j'ai à dire... Je ne sais que dire ; car vous tournez les choses d'une manière, qu'il semble que vous avez raison ; et cependant il est vrai que vous ne l'avez pas. J'avais les plus belles pensées du monde, et vos discours m'ont brouillé tout cela. Laissez faire ; une autre fois je mettrai mes raisonnements par écrit, pour disputer avec vous.

Dom Juan

Tu feras bien.

Molière,
Dom Juan
Acte I, Scène 2

LA LOGIQUE DE PORT ROYAL : ARNAULD ET NICOLE

LA MÉTHODE DES GÉOMETRES COMME REMPARTS DE LA FOI

Louise CABUS
I.R.E.M. Pays de Loire
Centre du Mans

La logique de Port-Royal est parue pour la première fois en 1662, mais elle fut souvent remaniée jusqu'à la cinquième édition, en 1683, alors que ses auteurs étaient encore en vie.

Les raisons d'une nouvelle logique

Par rapport aux logiques traditionnelles, Arnauld et Nicole indiquent, clairement et d'emblée, un souci de rupture. Ils effectuent sciemment et volontairement un déplacement d'objet de la logique. Le centre de la recherche n'est plus le **raisonnement** en tant qu'enchainement de propositions, régi par des règles mais le **jugement** en tant qu'acte "premier", acte inaugural de l'activité de l'esprit. De la valeur du jugement va dépendre la valeur du raisonnement et non l'inverse.

La logique n'est plus présentée comme "l'art de raisonner" mais comme "l'art de juger".

"Car il semble que les philosophes ordinaires ne se soient guère appliqués qu'à donner des règles des bons et des mauvais raisonnements. Or quoique l'on ne puisse pas dire que ces règles soient inutiles, puisqu'elles servent quelquefois à découvrir le défaut de certains arguments embarrasés, et à disposer ses pensées d'une manière plus convaincante, néanmoins on ne doit pas aussi croire que cette utilité s'étende bien loin, la plupart des erreurs des hommes ne consistant pas à se laisser tromper par des mauvaises conséquences, mais à se laisser aller à des faux jugements dont on tire de mauvaises conséquences. C'est à quoi ceux qui jusqu'ici ont traité de la Logique ont peu cherché de remèdes, et ce qui fait le principal sujet des nouvelles réflexions

qu'on trouvera partout dans ce livre " (Logique ou l'art de penser, Champs Flammarion, p. 41).

Le jugement personnel est présenté comme la source, la faculté maitresse qui précède la logique du raisonnement et qui prévaut sur elle. Arnauld et Nicole retrouvent les critiques que Descartes adressait aux anciens traités de logique. Descartes les comparait à des blocs de marbre dont il faudrait "*extraire une Diane ou une Minerve* " (Discours de la Méthode, Pléiade, p. 585) ; les quelques éléments valables qu'ils contiennent ne sont pas débarrassés de toutes les scories qui les recouvrent et les cachent.

Arnauld et Nicole se proposent d'élaguer toutes les règles inutiles afin de mettre au jour, de manière concise et nette, les seules règles efficaces de l'art de penser correctement.

Ce souci de la concision et de l'efficacité se retrouve dans les circonstances d'élaboration du projet, qui est issu d'un défi à la fois "mondain" et pédagogique, à savoir, de prouver qu'il est possible d'enseigner l'essentiel de la logique en "quatre ou cinq jours".

"La naissance de ce petit ouvrage est due entièrement au hasard, et plutôt à une espèce de divertissement, qu'à un dessein sérieux. Une personne de condition entretenant un jeune Seigneur (il s'agit du Duc de Chevreuse, fils du Duc de Luines) qui, dans un âge peu avancé faisait paraître beaucoup de solidité et de pénétration d'esprit, lui dit qu'étant jeune il avait trouvé un homme d'esprit qui l'avait rendu en quinze jours capable de répondre d'une partie de la Logique. Ce discours donna occasion à une autre personne qui était présente, et qui n'avait pas grande estime de cette science, de répondre en riant que si M... en voulait prendre la peine, on s'engagerait bien de lui apprendre en quatre ou cinq jours tout ce qu'il y avait d'utile dans la Logique. Cette proposition faite en l'air ayant servi quelque temps d'entretien, on se résolut d'en faire l'essai : mais comme on ne jugea pas les Logiques ordinaires assez courtes ni assez nettes, on eut la pensée d'en faire un petit abrégé qui ne fût que pour lui " (La Logique..., p. 29).

La réalisation de ce projet aboutira à la mise en place de quatre règles, apprises au rythme d'une par jour. Ces règles sont la reprise directe de celles de Descartes :

- l'évidence et la clarté du jugement pondéré

- la division des difficultés
- commencer par les choses les plus simples et les plus faciles à connaître puis aborder les difficultés progressivement
- recenser toutes les difficultés pour ne rien oublier.

Les autres règles, concernant les définitions, les axiomes et les démonstrations seront des réponses élaborées en fonction des demandes d'explications, nécessaires à la finalité théologique et religieuse de l'ouvrage.

Les enjeux : le renversement des valeurs

Par delà ces circonstances anecdotiques, mais révélatrices cependant de la nouveauté de l'approche de la logique, la conception même est différente.

Il ne s'agit plus de livrer une système codifié et exhaustif de toutes les règles assurant la validité formelle des raisonnements mais d'élaborer les critères les plus importants permettant l'exercice du jugement dans le discernement du vrai et du faux et cela dans tous les domaines.

L'enjeu est le fonctionnement du jugement qui devient l'activité fondatrice de la pensée et cela produit un renversement en cascade des valeurs entre les connaissances et l'esprit ainsi que dans la préeminence de certaines connaissances sur d'autres.

Entre les connaissances et l'esprit, l'essentiel passe des premières au second : le jugement n'est plus considéré comme un moyen utile dans l'acquisition des connaissances mais comme la finalité même de la logique : les connaissances sont des moyens pour assurer la formation du jugement.

"Ainsi la principale application qu'on devrait avoir serait de former son jugement et de le rendre aussi exact qu'il le peut être et c'est à quoi devrait tendre la plus grande partie de nos études. On se sert de la raison comme d'un instrument pour acquérir les sciences et on se devrait servir, au contraire, des sciences comme d'un instrument pour perfectionner sa raison ; la justesse de l'esprit étant infiniment plus considérable que toutes les connaissances spéculatives" (Logique, p. 35).

Le deuxième renversement concerne les valeurs à accorder aux différentes sciences en fonction de leur utilité intrinsèque (les sciences spéculatives sont inutiles) ou de leur efficacité dans la formation du jugement :

"Si l'on ne s'y applique dans ce dessein, on ne voit pas que l'étude de ces sciences spéculatives, comme de la Géométrie, de l'Astronomie et de la Physique, soit autre chose qu'un amusement assez vain, ni qu'elles soient beaucoup plus estimables que l'ignorance de toutes ces choses, qui a au moins cet avantage qu'elle est moins pénible, et qu'elle ne donne pas lieu à la vanité que l'on tire souvent de ces connaissances stériles et infructueuses.

Non seulement ces sciences ont des recoins et des enfoncements fort peu utiles ; mais elles sont toutes inutiles, si on les considère en elles-mêmes et pour elles-mêmes. Les hommes ne sont pas nés pour employer leur temps à mesurer des lignes, à examiner les rapports des angles, à considérer les divers mouvements de la matière. Leur esprit est trop grand, leur vie trop courte, leur temps trop précieux pour l'occuper à de si petits objets : mais ils sont obligés d'être justes, équitables, judicieux dans tous leurs discours, dans toutes leurs actions, et dans toutes les affaires qu'ils manient ; et c'est à quoi ils doivent particulièrement s'exercer et se former" (Logique, p. 36).

Autrement dit, les sciences "spéculatives" (dont la géométrie fait partie) ne nous fournissent aucune connaissance importante. Les savoirs qu'elles apportent sont inutiles et mêmes dangereux : non seulement ils ne contribuent pas à améliorer notre existence matérielle mais ils "encombrent" la tête des hommes. Cette idée est reprise dans les Nouveaux éléments de géométrie d'Arnaud.

"Ce n'est pas un grand mal que de n'être pas Géomètre ; mais c'en est un considérable que de croire que la Géométrie est une chose fort estimable, et de s'estimer soi-même pour s'être rempli la tête de lignes, d'angles, de cercles, de proportions. C'est une ignorance très blâmable que de ne pas savoir que toutes ces spéculations stériles ne contribuent en rien à nous rendre heureux ; qu'elles ne soulagent point nos misères ; qu'elles ne guérissent point nos maux ; qu'elles ne nous peuvent donner aucun contentement réel et solide ; que l'homme n'est point fait pour cela et que bien loin que ces sciences lui donnent sujet de s'élever en lui-même, elles sont au contraire des preuves de la bassesse de son esprit ; puisqu'il est si vain et si vide de vrai bien, qu'il est capable

de s'occuper tout entier à des choses si vaines et si inutiles " (Préface des nouveaux éléments de géométrie, p. 2).

Dans cet ouvrage aussi, on trouve ce renversement des valeurs que la prise en considération de la formation du jugement oblige à opérer. Les connaissances géométriques n'ont peut être pas grande utilité matérielle mais elles sont infiniment précieuses quand il s'agit de former "la justesse de l'esprit" et les enjeux de cette formation sont considérables : ils concernent la totalité de l'existence humaine. Il en va

1) de la liberté individuelle qui n'est réelle que lorsqu'on est capable de distinguer les vérités rationnelles des discours extravagants par lesquels les profiteurs peuvent manipuler les personnes crédules. L'exemple donné est celui de l'Astrologie :

"*Les plus ridicules sottises rencontrent toujours des esprits auxquels elles sont proportionnées. Après que l'on voit tant de gens infatués des folies de l'Astrologie judiciaire et que des personnes graves traitent de cette matière sérieusement, on ne doit plus s'étonner de rien* " (*Logique*, p. 37).

2) de l'harmonie sociale menacée par les "*fautes que l'on commet dans la vie civile, les querelles injustes, les procès mal fondés, les avis téméraires, les entreprises mal concertées* " (Ibid, p. 37).

3) et enfin, des sciences elles-mêmes : les meilleurs et les plus grands savants fournissent des exemples d'amalgames ou de confusions préjudiciables à leur oeuvre et qui sont à l'origine de conflits célèbres, (nous les reprendrons ultérieurement : il s'agit d'Euclide, de Clavius, J. Pelletier et Stevin).

Le constat des faits : le bon sens est la chose au monde la plus rare...

Après avoir indiqué les enjeux de l'exercice du jugement, Arnauld et Nicole formulent l'importance à accorder à la formation de cet exercice. Le constat qu'ils dressent, comporte une critique des affirmations de Descartes (l'ironie contenue dans les propos de ce dernier n'est même pas entrevue) ; ce constat est rapide, tant les faits sont nombreux : l'exercice correct du jugement (le "bon sens") n'est pas fréquent, il n'est pas "la chose au monde la mieux partagée" ; au contraire, c'est une "qualité rare".

"Ce soin et cette étude est d'autant plus nécessaire qu'il est étrange combien c'est une qualité rare que cette exactitude de jugement. On ne rencontre partout que des esprits faux, qui n'ont presqu'aucun discernement de la vérité, qui prennent toutes choses d'un mauvais biais, qui se payent des plus mauvaises raisons... C'est pourquoi il n'y a point d'absurdités si insupportables qui ne trouvent des approbateurs" (Logique, p. 36).

La référence à Descartes est parfois encore plus directe et les mots sont trompeurs :

"Le sens commun n'est pas une qualité si commune que l'on pense" (Ibid., p. 37).

Les raisons de cet état de fait sont nombreuses : le défaut d'intelligence, l'emportement, l'extravagance, la vanité, la présomption de l'esprit, la concupiscence, les passions, l'attachement aux sens, la corruption due au péché originel mais aussi les habitudes contractées depuis l'enfance. Les égarements de l'esprit sont fréquents, les causes sont multiples, les effets sont déplorables : il est nécessaire de réagir en mettant en oeuvre des moyens pour améliorer le jugement.

Le remède : Les règles de la méthode

Mais toute intervention n'est pas bonne : face au mal que constituent ces défaillances du jugement, on ne peut envisager d'imposer, de l'extérieur, des règles, car le remède serait alors pire que le mal.

En effet, les égarements de l'esprit sont la conséquence de son incapacité à distinguer, par lui-même, le vrai du faux : cela engendre la confusion. Certes, la vérité est "index sui" : elle livre elle-même les critères qui permettent de la distinguer de l'erreur.

"Il ne faut point d'autres marques pour reconnaitre la vérité que la clarté même qui l'environne" (Logique, p. 40) ; mais le danger est produit par les apparences fallacieuses :

"L'esprit se laisse quelquefois abuser par de fausses lueurs" (Ib., p. 40).

Dans ces situations confuses, seul le jugement peut distinguer "*la clarté véritable* " des "*fausses lueurs* ". Encore faut-il, pour ce faire, qu'il fonctionne correctement lui-même : les apports extérieurs sont au contraire sources de dépendance et d'errance. Devant ce danger, le seul recours consiste à analyser le fonctionnement de l'esprit lui-même et à apprendre à distinguer, sur des échantillons réels de connaissances, les démarches justes de l'esprit et les cheminements qui l'ont égaré. C'est en travaillant dans l'après-coup (de la vérité ou de l'erreur) que l'on peut en extraire les règles de la méthode permettant d'éviter de nouvelles erreurs et de rendre plus assurées les démarches à venir.

"*Il y a bien des choses que l'on ne connait que par un long et difficile examen, il est certain qu'il serait utile d'avoir des règles pour s'y conduire de telle sorte que la recherche de la vérité en fût et plus facile et plus sûre ; et ces règles sans doute ne sont pas impossibles. Car puisque les hommes se trompent quelquefois dans leurs jugements et que quelque fois aussi, ils ne se trompent pas, qu'ils raisonnent tantôt bien et tantôt mal ; et qu'après avoir mal raisonné ils sont capables de reconnaitre leur faute, ils peuvent remarquer en faisant des réflexions sur leurs pensées, quelle méthode ils ont suivie lorsqu'ils ont bien raisonné, et quelle a été la cause de leur erreur lorsqu'ils se sont trompés, et former ainsi des règles sur ces réflexions pour éviter à l'avenir d'être surpris*" (Logique, p. 40).

On peut mesurer la différence radicale entre la démarche d'Arnauld et Nicole et celle de Descartes sur ce point : alors que Descartes s'efforce, en deça de toutes les recherches effectuées par d'autres de trouver en lui-même et par lui-même, dans la solitude et sans aucun point d'appui extérieur, les moyens pour sortir de la confusion et des erreurs, Arnauld et Nicole vont prendre appui sur les expériences faites par d'autres, ils vont utiliser les résultats produits par d'autres pour en extraire les règles de la méthode : les emprunts qu'ils font à Descartes sont dans le droit fil de leur propre démarche.

Les matériaux de la recherche

On comprend pourquoi Arnauld et Nicole ne prétendent pas faire oeuvre originale ; ils présentent leur traité non comme un ouvrage comportant des vérités inédites mais comme une synthèse de tout ce qu'il est utile de connaître pour bien juger.

"*On a eu dessein de renfermer dans celle-ci (leur "logique") tout ce qui était véritablement utile dans les autres* " (o.c., p. 42).

Et ils présentent cette synthèse comme soustraite à tout dogmatisme : s'ils critiquent des doctrines célèbres c'est parce qu'après analyse, ils peuvent rendre raison de leur critique.

"*Il semble que c'est un devoir auquel on est obligé à l'égard de ces opinions communes et célèbres, quelques fausses qu'on les croie, de ne pas ignorer ce qu'on en dit. On doit cette civilité, ou plutôt cette justice non à la fausseté, car elle n'en mérite point, mais aux hommes qui en sont prévenus, de ne pas rejeter ce qu'ils estiment sans l'examiner. Et ainsi il est raisonnable d'acheter, par la peine d'apprendre ces questions, le droit de les mépriser* " (Logique, p. 45).

Autrement dit : la critique est possible, à condition qu'on se soit donné les moyens d'en montrer la légitimité.

De même, toute exclusive est proscrite : tout ce qui pouvait être utile, devait être recueilli, quelle que soit la science concernée.

"*Quand on a jugé qu'une matière pouvait être utile pour former le jugement, on a peu regardé à quelle science elle appartenait. L'arrangement de nos diverses connaissances est libre comme celui des lettres d'une imprimerie... il suffit qu'une matière nous soit utile pour nous en servir... Tout ce qui sert la Logique lui appartient* " (o.c., p. 44).

Ces différentes sources ne débouchent cependant pas sur un éclectisme car le jugement critique ne saurait être abandonné, sous peine d'annuler la raison même du projet. On a vu que c'était même le principal reproche adressé aux logiques traditionnelles : les différents points de vue sont intéressants pour assurer l'exercice du jugement et en définitive, ce qui doit être mis en place, c'est la rectitude de celui-ci afin de s'orienter dans le dédale des opinions.

Deux sources sont explicitement reconnues et font l'objet d'un traitement particulier : il s'agit de Descartes et de Pascal.

Descartes va constituer le modèle le plus constant : c'est à lui que Arnauld et Nicole attribuent le plus grand mérite dans l'avancée qu'il a réalisée sur la question de la méthode :

"*On est obligé néanmoins de reconnaitre que ces réflexions qu'on appelle nouvelles parce qu'on ne les voit pas dans les logiques communes ne sont pas toutes de celui qui a travaillé à cet ouvrage et qu'il en a emprunté quelques-unes des livres d'un célèbre philosophe de ce siècle qui a autant de netteté d'esprit qu'on trouve de confusions dans les autres* " (Logique, p. 41).

Pourtant cette admiration est atténuée par l'incompréhension complète de la fonction du doute chez Descartes : Arnauld et Nicole qualifieront de "*jeux, d'amusements de personnes oisives et ingénieuses* " et de "*vaines subtilités* " tous les efforts faits par Descartes pour élaborer un doute méthodique. Il y a là un roc qui fait barrage : nous le reprendrons ultérieurement parce qu'il touche un point central de la méthode.

Quant à **Pascal**, Arnauld et Nicole formulent ainsi les emprunts qu'ils lui ont faits.

"*On en a aussi tiré quelques autres d'un petit écrit non imprimé, qui avait été fait par feu Monsieur Pascal, et qu'il avait intitulé : De l'esprit géométrique : c'est ce qui est dit dans le chapitre XI de la première partie de la différence des définitions de nom et des définitions de chose, et les cinq règles qui sont expliquées dans la quatrième partie, que l'on a beaucoup plus étendues qu'elles ne le sont dans cet écrit* " (Logique, p. 41-42).

Arnauld et Nicole reconnaissent à Pascal une capacité intuitive pour les mathématiques mais les critiques qu'ils lui adressent portent sur deux points : d'une part il n'a pas exploité les intuitions qu'il a eues (d'où la nécessité de les développer) et d'autre part -reproche encore plus grave, défaut suprême aux yeux d'Arnauld et Nicole- Pascal a manqué de méthode. Dans la Préface des Nouveaux éléments, on retrouve cette critique, formulée en des termes assez caustiques :

"*Un des plus grands esprits de ce siècle et des plus célèbres par l'ouverture admirable qu'il avait pour les Mathématiques, avait fait en quelques jours un essai d'éléments de Géométrie... Ce petit ouvrage étant tombé entre les mains de celui qui a depuis composé ces Eléments, il s'étonna qu'un si grand esprit n'eût pas été frappé* *de la confusion qu'il avait laissée pour ce qui est de la méthode* " (Préface des Nouveaux éléments de géométrie).

Cette référence à Pascal est utilisée dans la Logique pour insister sur l'importance de la méthode, importance si déterminante que même les meilleurs esprits peuvent être dans la confusion, dès lors qu'ils en manquent.

On peut s'étonner que la méthode, enjeu principal de la recherche, fasse l'objet d'une exposition limitée : la quatrième partie. Arnauld et Nicole s'en expliquent en indiquant que cela est dû à la volonté de rassembler tout ce qui est utile dans un endroit précis.

"On a jugé qu'il était utile de voir en un même lieu tout ce qui était nécessaire pour rendre une science parfaite, ce qui est le plus grand ouvrage de la méthode dont on a traité dans la quatrième partie " (Logique, P.R., p. 45).

On voit que l'idéal d'une science "parfaite" continue d'animer la recherche d'Arnauld et Nicole, encore que cela n'aille pas sans demander des explications sur la valeur des savoirs, c'est-à-dire sur le domaine d'application de cette méthode. On pourrait s'étonner de cette délimitation de la méthode car le projet explicitement formulé au départ semblait rendre l'exercice du jugement coextensif à toute l'existence humaine et le premier chapitre a pour objet la recherche du domaine dans lequel la méthode est indispensable. Nous allons essayer d'analyser ce point.

Le domaine de validité de la méthode

Pour délimiter le champ dans lequel la méthode est nécessaire, Arnauld et Nicole procèdent à une série de distinctions qui ont pour fonction d'éliminer certaines références.

Ils commencent par dégager deux modes d'accès au savoir :

1) celui qui relève de la connaissance directe et de la compréhension de la vérité : l'esprit humain a les moyens d'appréhender les connaissances vraies et il a l'intelligence de ces savoirs.

2) celui qui livre des vérités qui, bien que saisies comme telles, ne peuvent pas être maîtrisées ni comprises : deux catégories de connaissances sont en cause :

- les connaissances dont la vérité dépasse les limites de l'esprit humain et relève de l'autorité : il s'agit dans ce cas de vérités révélées par la Foi ;

- les connaissances qui pourraient être appréhendées par la raison humaine mais qui ont fait l'objet d'une adhésion "téméraire" : il s'agit des **opinions** qui peuvent être vraies ou fausses et auxquelles on a souscrit sans se donner les moyens de la mise à l'épreuve de leur validité. On peut alors être dans le vrai, mais uniquement par hasard et non grâce à une réflexion méthodique.

La **science** relève de la première modalité : la maîtrise de savoirs fondés rationnellement. Ces distinctions opérées, Arnauld et Nicole vont dénoncer les positions qui leur semblent "aussi suspectes que nocives", positions qui consistent à émettre des doutes sur ces "connaissances scientifiques solides". Les principaux accusés sont les philosophes et, en particulier Descartes, présenté comme la figure emblématique de ce qui les caractérise tous ; à savoir le **doute** qui produit le scepticisme et qui est la marque la plus manifeste de la mauvaise foi et de l'inauthenticité de leur démarche. Arnauld et Nicole font peu de cas des distinctions entre Académiciens, sceptiques, pyrrhoniens et Descartes ; ce qu'ils reprochent fondamentalement à **tous** les philosophes est de vouloir *"saper les bases de vérités avec lesquelles tout le monde vit"*.

"Le meilleur moyen de convaincre ces Philosophes était de les rappeler à leur conscience et à la bonne foi, de leur demander après tous ces discours, par lesquels ils s'efforçaient de montrer qu'on ne peut distinguer le sommeil de la veille, ni la folie du bon sens, s'ils n'étaient pas persuadés malgré toutes leurs raisons, qu'ils ne dormaient pas et qu'ils avaient l'esprit sain ; s'ils eussent eu quelque sincérité, ils auraient démenti toutes leurs vaines subtilités, en avouant franchement qu'ils ne pouvaient pas ne point croire toutes ces choses quand ils l'eussent voulu " (Logique, p. 360).

Arnauld et Nicole sont dans la méconnaissance, dans l'incompréhension radicale de l'originalité de l'utilisation du doute comme méthode de recherche chez Descartes : ils assimilent cette démarche à la position des sceptiques et ils récusent tout en bloc sous prétexte d'insincérité : tout n'est pas incertain.

Après avoir analysé la pertinence de la frontière traditionnelle entre les sens et l'esprit comme recouvrant les domaines de l'incertitude (sens trompeurs) et de la certitude (esprit), Arnauld et Nicole invalident ce critère en indiquant que certes les "*yeux sont des lunettes, ce sont pourtant des lunettes taillées de la main de Dieu* " : ils ne peuvent donc pas nous induire en erreur, si nous les utilisons correctement. "*Il y a donc de la certitude et de l'incertitude et dans l'esprit, et dans les sens* " (Logique, p. 362).

Ayant récusé comme non pertinente la distinction entre l'esprit et les sens, ils mettent en place une classification des choses, imposée par la raison elle-même, comportant trois catégories.

1) Les choses qui sont l'objet de connaissances claires et certaines, par démonstration ou par intelligence.

2) Les choses qui ne sont pas encore connues mais qui pourront l'être un jour : ce domaine de l'inconnu connaissable doit être étudié par les Philosophes à condition qu'ils le distinguent bien du troisième.

3) Les choses qui ne sont pas connues et qui ne le seront jamais (inconnu inconnaissable) soit parce qu'elles sont impossibles à connaître, soit parce que nous sommes incapables de les connaître (notre esprit est trop limité).

Les critiques d'Arnauld et Nicole sont aussi virulentes à l'égard des tentatives des Philosophes de vouloir comprendre rationnellement ce qui relève de cette troisième catégorie que de celles qui remettent en doute les connaissances de la première catégorie : le domaine de la philosophie est la deuxième catégorie. Il est vain et nocif de chercher à comprendre ce qui excède nos forces :

"*Celui qui s'efforcera de pénétrer ces questions est en danger de tomber en un degré plus bas que la simple ignorance, qui est de croire savoir ce qu'il ne sait pas. Il y a de même une infinité de questions métaphysiques qui, étant trop vagues, trop abstraites et trop éloignées des principes clairs et connus, ne se résoudront jamais ; et le plus sûr est de s'en délivrer le plus tôt qu'on peut et* *après les avoir appris légèrement, se résoudre de bon coeur à les ignorer*" (Logique, p. 363).

Arnauld et Nicole insistent beaucoup sur cette troisième catégorie parce qu'elle comporte deux sortes de questions : les interrogations métaphysiques et les interrogations religieuses. Or les premières risquent de gêner les secondes ; c'est pourquoi ils recommandent de se débarrasser le plus vite possible des questions métaphysiques pour reconnaitre le bien fondé des réponses apportées par la religion. Mais cela présuppose que l'être humain ait conscience des limites de sa raison, car la religion offre des vérités transcendantes, des vérités qui ne sont pas compréhensibles avec les moyens dont l'esprit humain dispose et qui sont pourtant des vérités rationnnelles.

Arnauld et Nicole vont donc s'efforcer de démontrer qu'il existe des vérités rationnelles que l'esprit humain ne peut pas comprendre : cela va leur permettre d'"humilier" cet esprit en lui montrant "ses bornes". Pour ce faire, ils vont utiliser les mathématiques et notamment de célèbres paradoxes :

- Comment comprendre que "certaines lignes n'ont, entre elles nulle mesure commune" ? et pourtant le côté et la diagonale du carré sont ainsi.
- Pourquoi ne peut-on jamais avoir un nombre carré qui soit le double d'un autre nombre carré alors qu'on peut avoir un carré double d'un carré donné (dans l'espace, en le constuisant sur la diagonale du carré donné) ?
- Comment peut-on soutenir la divisibilité ou l'indivisibilité de l'espace alors que l'une et l'autre de ces positions produisent des conséquences absurdes ?

Toutes les questions (et surtout les impasses mathématiques) qui ne peuvent recevoir des réponses satisfaisantes sont développées pour briser l'orgueil de l'esprit humain et pour invalider les spéculations "présomptueuses" des philosophes qui voudraient comprendre avant d'adhérer. Les enjeux essentiels sont religieux : Arnauld et Nicole ne cachent pas leur dessein :

"*L'utilité que l'on peut tirer de ces spéculations n'est pas simplement d'acquérir ces connaissances, qui sont elles-mêmes assez stériles ; mais c'est d'apprendre à connaître les bornes de notre esprit et à lui faire avouer que malgré qu'il en ait, qu'il y a* *des choses qui sont, quoiqu'il ne soit pas capable de les comprendre et c'est pourquoi il est bon de le fatiguer à ces subtilités afin de dompter sa présomption et lui ôter la hardiesse d'opposer jamais ses faibles lumières aux vérités que l'Eglise lui propose, sous prétexte qu'il ne les peut pas comprendre* (Logique, p. 366-367).

Ces vérités religieuses sont le mystère de l'Eucharistie, la trinité sainte, l'omniprésence divine, en tous lieux et en tous temps (Logique, p. 411).

-La stratégie d'Arnauld et Nicole consiste non pas à chercher à convaincre directement du bien-fondé de ces Mystères mais à montrer qu'à l'intérieur des domaines qui sont les plus rationnels, à savoir, les connaissances scientifiques, certains éléments nous échappent. Il est cependant possible et même souhaitable de nous occuper de sujets qui sont entièrement à notre portée "pour détendre parfois notre esprit".

Les caractéristiques des méthodes

Il s'agit donc de voir comment fonctionnent effectivement les sciences pour extraire les règles de la pensée. Arnauld et Nicole distinguent deux sortes de méthodes :

- l'une concerne la **recherche de la vérité** : c'est la méthode d'**analyse**, appelée aussi méthode d'invention ou de résolution ;
- l'autre sert à exposer les **résultats** de la recherche aux autres : c'est la méthode de **synthèse**, de composition ou de doctrine.

Toutes les difficultés rencontrées dans l'une ou l'autre démarche peuvent être classées en deux catégories :

- les difficultés de "mots" : elles ne se réduisent pas à de simples définitions de mots, il s'agit de définitions de notions (nous dirions de concepts) : il faut définir les termes qui désignent les choses recherchées : cela permet de délimiter le champ de la recherche ;
- les difficultés de choses sont classées dans quatre catégories selon qu'on connait la cause ou les effets, le tout ou les parties.

La méthode de recherche ou analyse comporte deux étapes : dans un premier temps, il faut cerner correctement la difficulté ; ensuite examiner ce qui est déjà connu et qui peut servir de moyen pour comprendre l'inconnu.

La première étape peut être invalidée par trois facteurs :

- la précipitation, l'exemple donné est celui d'un valet partant à la recherche d'un ami de son maitre sans avoir pris le temps de connaitre l'identité de cet ami ;
- l'obscurité de la question posée ou des conditions de recherche : Arnauld et Nicole montrent combien cette erreur dans la méthode est à l'origine des interrogations les plus célèbres, soit parce que la formulation joue volontairement sur l'équivocité des termes (comme dans l'énigme posée par le Sphinx à Oedipe) soit sur des éléments frauduleux dans le dispositif présenté (comme dans la prestidigitation) ;
- des défaillances dans l'analyse du problème : on ne sait pas discerner les éléments essentiels de ceux qui sont accessoires.

La deuxième étape consiste à recenser les éléments connus pour les utiliser dans la recherche de la solution : si ces moyens manquent, il est vain de se lancer dans une entreprise vouée d'avance à l'échec. Arnauld et Nicole donnent comme illustration de cette impasse le fait de vouloir expliquer à un aveugle les vraies couleurs : il ne pourra jamais concevoir des idées justes des vraies couleurs s'il est aveugle de naissance car il n'a pas les éléments indispensables pour former ces idées.

Cette deuxième étape (aller du plus connu au moins connu) est un point commun aux deux méthodes d'invention et d'exposition.

Cependant ces deux méthodes divergent en ce que la méthode d'exposition commence par établir des principes généraux et tous les éléments requis pour suivre l'exposition en les présentant de manière organisée alors que la méthode d'invention part d'éléments particuliers et introduit au fur et à mesure des besoins de la recherche, les éléments qui sont nécessaires, elle procède par induction pour obtenir les repères généraux. L'une et l'autre méthodes utilisent les mêmes éléments mais dans des parcours inversés. Arnauld et Nicole les comparent aux trajets de montée ou de descente du même chemin de montagne : la méthode d'exposition part du sommet (principes généraux) et descend aux cas particuliers ; la méthode d'analyse part des éléments immédiatement accessibles pour s'élever progressivement, afin de voir si le problème a une solution satisfaisante ou non.

Arnauld et Nicole n'accordent pas une importance égale aux deux méthodes : ils donnent la prééminence à la méthode d'exposition (de composition) :

"La méthode de composition est la plus importante, en ce que c'est celle dont on se sert pour expliquer toutes les sciences " (Logique, p. 376).

C'est cette méthode qui confirme et qui montre de manière manifeste que le résultat de la recherche ne relève pas que d'un simple "tâtonnement" mais a une valeur scientifique. C'est la méthode parfaite : élégante, économique, efficace, elle est la seule à livrer une connaissance claire et distincte de la vérité. C'est d'ailleurs elle seule qui va faire l'objet de développements étoffés. Arnauld et Nicole vont étudier ses caractéristiques en prenant comme support les démarches des géomètres ; et, fidèles à leur projet initial, qui est de trouver les règles du fonctionnement correct de la pensée, ils vont d'abord mettre en place les critères de celui-ci puis ils vont analyser les défaillances, le non-respect de ces règles chez les géomètres eux-mêmes.

Les atouts des géomètres

La supériorité de la méthode des géomètres tient surtout au caractère limité des règles qu'ils se sont imposées pour exposer les résultats de leur recherche et délimiter les difficultés. Dans leur souci de convaincre, les géomètres ont élaboré trois catégories de règles celles concernant les définitions, les axiomes et les démonstrations. Plusieurs règles étant possibles pour une catégorie, cela produit en tout cinq règles fondamentales.

A) Les **définitions** sont régies par deux impératifs :

(1) Ne laisser aucun des termes un peu obscurs ou équivoques sans le définir.
(2) N'employer dans les définitions que des termes parfaitement connus ou déjà expliqués.

On voit qu'il s'agit de lever toute possibilité de confusions et de malentendus en évitant les ambiguités sémantiques : les deux règles posent l'exigence de la clarté du sens des termes utilisés.

B) Les **axiomes** : ce sont les principes, les propositions de départ, non démontrés parce que leur clarté intrinsèque s'impose d'emblée.

(3) Ne demander en axiomes que des choses parfaitement évidentes.

C) Les **démonstrations** : elles permettent de comprendre la légitimité des conclusions tirées des définitions et des axiomes.

(4) Prouver toutes les propositions un peu obscures, en n'employant à leur preuve que les définitions (qui auront précédé) ou les axiomes (qui auront été accordés) ou les propositions (qui auront déjà été démontrées) ou la construction de la chose même dont il s'agira lorsqu'il y aura quelque opération à faire.

(5) N'abuser jamais de l'équivoque des termes en manquant d'y substituer mentalement les définitions qui les restreignent et qui les expliquent.

Arnauld et Nicole affirment avec beaucoup de sérénité "*ces cinq règles sont suffisantes pour éviter de faire de faux raisonnements* " (Logique, p. 377). Encore faut-il les respecter : la facilité de leur formulation n'est pas à la mesure des efforts qu'elles exigent. Arnauld et Nicole s'attachent à montrer que l'oubli de ces règles est à l'origine des disputes les plus célèbres et des conflits qui ont mobilisé beaucoup d'énergie dans l'histoire des mathématiques. La référence centrale, celle qui va servir de "cible" est, bien sûr, Euclide en tant que fondateur de cette méthode d'exposition dans ses Eléments.

Les difficultés liées aux définitions, axiomes et démonstrations

Arnauld et Nicole analysent deux exemples d'incohérence produite par des flottements dans l'utilisation de certains repères, utilisation non conforme à la **définition**.

- Le premier concerne l'angle plan rectiligne : Euclide le définit comme "*rencontre de deux lignes droites inclinées sur un même plan* ". En tant que telle, on ne peut rien critiquer, pourvu que cette définition soit respectée par la suite. Mais quand Euclide introduit la demande de diviser cet angle en deux, il fait intervenir une référence à l'espace compris entre ces deux lignes, dimension qui n'était pas incluse dans la définition. Euclide, passe d'une définition de mots à une exigence qui nécessite une référence non prise en compte antérieurement. Il en va de même des préoccupations concernant l'égalité ou l'inégalité entre différents angles : cela repose sur des éléments étrangers à la définition initiale.

- La même erreur se retrouve dans la définition de la proportion :

"La raison est une habitude de deux grandeurs de même genre, comparée l'une à l'autre selon la quantité : Proportion est une similitude de raisons " (Logique, p. 381). A partir de cette définition, Euclide propose l'écart arithmétique entre 3 et 5, 8 et 10 en le désignant du même mot que la proportion géométrique. Cela produit des équivoques qui auraient pû être évitées par le respect des règles.

Puis Arnauld et Nicole donnent deux exemples de disputes aussi célèbres que vaines : celle de Clavius et Pelletier sur l'"angle corniculaire" et celle de Stevin sur le statut de l'unité (faut-il considérer l'unité arithmétique comme un nombre ou pas ? Y a-t-il le même rapport entre l'unité et un nombre quelconque que le rapport entre le point et la ligne en géométrie ?).

Arnauld et Nicole analysent toutes les confusions qui sont à l'origine de ces débats en montrant qu'elles proviennent de passages non explicités de définitions de mots à des définitions de choses.

Pour ce qui concerne l'angle corniculaire, la question : est-ce que l'espace compris entre une tangente et la circonférence d'un cercle, peut être considéré comme un angle ou non, il aurait suffit de préciser la définition de l'angle pour sortir de l'impasse. Quant à l'unité, on peut la considérer comme un nombre ou pas, il ne s'agit que d'une définition de mot et en tant que telle, la question peut recevoir toutes les réponses possibles à condition de rester cohérent avec cette définition. Par contre la deuxième partie des discussions est d'un autre ordre : comparer le rapport de l'unité à n'importe quel nombre, au rapport entre le point et une ligne engage la nature des choses et sur ce terrain on ne peut plus dire n'importe quoi :

"*Il est absolument faux que l'unité soit au nombre comme le point est à la ligne ; puisque l'unité ajoutée au nombre le fait plus grand, au lieu que le point ajouté à la ligne ne la fait point plus grande. L'unité est partie du nombre, et le point n'est pas partie de la ligne* " (Logique, p. 385).

Les difficultés concernant les **axiomes** en tant que "principes évidents n'ayant besoin d'aucune démonstration" sont de deux sortes :

- la première difficulté concerne le caractère subjectif de ce qui parait évident : l'adhésion de l'autre est-elle une condition indispensable pour reconnaître l'évidence d'une proposition ?
- la deuxième difficulté est liée à l'origine de l'évidence : ce qui nous est familier acquiert progressivement un statut "évident", d'où le risque de prendre pour "évident" ce qui ne relève que de "préjugés", c'est à dire d'habitudes et de certitudes "liées à notre enfance".

Pour surmonter ces difficultés, Arnauld et Nicole précisent que ne pourront être considérées comme des axiomes, que les propositions dont l'évidence apparaît à quelqu'un de "bonne foi", faisant preuve d'une "attention médiocre".

Deux critères, très empiriques, sont retenus : la bonne foi (elle permet à Arnauld et Nicole de rejeter avec mépris tout ce qui leur apparait comme argument fallacieux de sceptique), ainsi que l'"attention médiocre" qui permet de situer l'évidence comme devant être à la portée de "tout un chacun", sans attendre de l'autre des capacités intellectuelles très élevées. Arnauld et Nicole en profitent pour distinguer explication et démonstration. Il n'est pas indispensable que l'évidence d'un axiome soit immédiate ; on peut expliquer un axiome à quelqu'un qui ne le comprendrait pas tout de suite. Expliquer, (Arnauld et Nicole utilisent le sens étymologique) consiste à mettre au jour, à rendre manifeste, ce qui restait "caché", ou "obscur" à un esprit capable d'un peu d'attention seulement. Dans l'explication, à la différence de la démonstration, aucun élément extérieur, aucun moyen nouveau n'est utilisé : expliquer se limite à exhiber ce qui était contenu, de manière latente dans la proposition de départ.

Quant aux difficultés concernant les démonstrations, Arnauld et Nicole, les ramènent toutes aux "raisonnements vicieux" autrement dit, aux raisonnements reposant sur l'ambiguité des termes utilisés et l'ordre d'exposition des propositions. Ces élèments sont particulièrement développés dans ce qu'Arnauld et Nicole nomment "*les défauts qui se rencontrent d'ordinaire dans la méthode des géomètres*".

Les défauts les plus courants des géomètres

Arnauld et Nicole recensent six défauts :

<u>Premier défaut</u> : Avoir plus de soin de la certitude que de l'évidence et de convaincre l'esprit que de l'éclairer. Ce défaut est présenté comme la source de presque tous les autres : la certitude et la conviction sont des critères subjectifs, des sentiments qui produisent l'adhésion à une proposition ; mais il manque dans ces cas l'analyse critique des motifs d'adhésion : la compréhension des raisons qui rendent légitimes les propositions auxquelles on adhère, fait défaut. On ne possède pas la vraie science parce qu'on n'a pas la connaissance de la nature de la chose concernée. L'esprit, dans la conviction, abdique devant la force de persuasion d'un autre. Au contraire quand l'esprit est éclairé par une compréhension véritable, il maitrise les caractéristiques d'une réalité. La conviction produit une insatisfaction, la conscience que quelque chose nous échappe, à la différence de l'expérience d'avoir "tout compris".

Arnauld et Nicole reprochent aux géomètres de rechercher plus souvent la reddition des esprits que de les éclairer, ils s'en expliquent dans l'analyse des autres "défauts".

<u>Second défaut</u> : Prouver des choses qui n'ont pas besoin de preuves. Ce défaut va à l'encontre des déclarations explicites des géomètres eux-mêmes. Ils affirment qu'il ne faut pas prouver "*ce qui est clair de soi-même* ", mais leur désir de convaincre est si grand qu'ils essaient de prouver "*même les choses plus plus évidentes* ". On sait combien cet acharnement des géomètres à prouver des propositions pourtant "évidentes" (ou qui semblaient telles) s'est révélé fructueux pour les géomètries non-euclidiennes. Cependant le point de vue d'Arnauld et Nicole reste attaché à la formation de l'esprit et du jugement : dans cette perspective, prouver ce qui n'est pas indispensable entraîne des confusions et

trouble la clarté des rapports. On sait aussi combien la réforme de l'enseignement des mathématiques qui cherchait à tout formaliser produisait une pesanteur du dispositif, pour les élèves qui avaient déjà quelques difficultés et en induisaient chez les autres. Pour reprendre l'exemple donné par Arnauld et Nicole, il est inutile de vouloir démontrer (comme le fait Euclide) qu'un côté dans un triangle est toujours plus petit que la somme des deux autres côtés : cela est une conséquence directe de la définition de la ligne droite. Ce défaut est surtout "*fâcheux pour la disposition d'esprit qu'il produit* ", à savoir l'habitude de tout prouver.

Troisième défaut : La démonstration "par l'impossible".

C'est le défaut le plus courant, il est même "trop fréquent" chez Euclide. Or le raisonnement par l'absurde est le cas typique de démonstration qui peut convaincre l'esprit mais ne peut pas l'éclairer : on sait pourquoi une chose n'a pas une propriété (car cela aboutirait à une contradiction : ce serait "absurde") mais on ne comprend pas pourquoi il faudrait admettre la proposition contraire. On ne peut utiliser valablement cette réduction à l'absurde que dans des cas extrêmes, par exemple, pour prouver la légitimité du corollaire d'une proposition déjà démontrée ou claire par elle-même.

Quatrième défaut : Ce sont "*les démonstrations tirées par des voies trop éloignées* " : elles utilisent des éléments qui ne sont pas tirés directement des propositions à démontrer. Ces procédés sont "artificiels". L'exemple donné est tiré de la Proposition V du Livre I d'Euclide qui "*prouve qu'un triangle isocèle a les deux angles sur la base égaux en prolongeant également les côtés du triangle et en faisant de nouveaux triangles qu'il compare les uns avec les autres*" (Logique, p. 401).

Arnauld et Nicole critiquent cette démarche au nom d'un idéal directement issu des exigences aristotéliciennes de la science. La démonstration doit suivre les voies qui découlent de la nature même des choses : elles sont les plus faciles, les plus courtes et les plus "naturelles". Arnauld et Nicole reprennent les mêmes arguments que les aristotéliciens (cf. article sur Gassendi).

"*La quarante-septième du premier Livre, où il est prouvé que le carré de la base qui soutient un angle droit, est égal aux deux carrés des côtés, est une des plus estimées proposition d'Euclide. Et néanmoins il est assez clair que la manière dont elle y est* *prouvée n'est point naturelle, puisque l'égalité de ces carrés ne dépend point de l'égalité des triangles qu'on prend pour moyen de cette démonstration, mais de la proportion des lignes qu'il est aisé de démontrer, sans se servir d'aucune autre ligne que la perpendiculaire du sommet de l'angle droit sur la base* " (Logique, p. 402).

On voit que le reproche essentiel ne réside pas que dans une exigence d'économie de moyens ; ce qui est en cause, c'est l'obligation de proposer une démonstration conforme à l'ordre des choses : c'est d'ailleurs ce même élément qui réapparait dans l'analyse du cinquième défaut.

Cinquième défaut : N'avoir aucun soin du vrai ordre de la Nature. C'est le **défaut le plus grave** aux yeux d'Arnauld et Nicole "*C'est ici le plus grand défaut des géomètres* " (Logique, p. 402). Cette notion "d'ordre naturel" est centrale et déterminante dans leur conception de la méthode. Il ne s'agit pas de n'importe quel ordre. Il n'est pas suffisant par exemple de ne garder que l'ordre qui exige que les premières propositions doivent servir à la démonstration des propositions suivantes : cet ordre là est respecté par les géomètres, il est intrinsèque à leur démarche et cependant ils opèrent en permanence des "renversements qui défigurent cette belle science". Arnauld et Nicole indiquent que l'oeuvre d'Euclide est remplie de ce désordre, qu'ils critiquent vivement :

"*Après avoir traité de l'étendue dans les quatre premiers Livres, il traite généralement des proportions de toutes sortes de grandeurs dans le cinquième. Il reprend l'étendue dans le sixième, et traite des nombres dans les septième, huitième et neuvième, pour recommencer à parler de l'étendue dans le dixième. Voilà pour le désordre général : mais il est encore rempli d'une infinité d'autres particuliers* " (Logique, p. 402).

Après avoir énuméré quelques-uns de ces "défauts particuliers", la conclusion d'Arnauld et Nicole est sans nuance :

"*il faudrait transcrire tout Euclide pour donner tous les exemples qu'on pourrait apporter de ce désordre* " (Logique, p. 403).

Rien ne peut être épargné : aucun passage ne trouve grâce à leurs yeux. Ce "hiatus" entre le travail d'Euclide et leur attente est tellement massif qu'il ne peut provenir que d'une hétérogénéité de perspectives : ce qu'exigent Arnauld et Nicole est l'"ordre naturel des choses", or celui-ci n'est pas indispensable pour faire, pour produire des mathématiques. Euclide en est le meilleur exemple : malgré le désordre qui règne dans ses Eléments, Arnauld et Nicole ne contestent pas la valeur de son travail. Le sixième défaut nous permet de mieux cerner les enjeux de cette exigence.

Sixième défaut : Il reprend cette idée d'"ordre naturel", que les géomètres doivent respecter dans la présentation de leur travail. Arnauld et Nicole préconisent d'utiliser des divisions et partitions reposant sur une classification des "réalités mathématiques" : les géomètres devraient classer ces dernières comme des "naturalistes" le feraient. L'exemple donné par Arnauld et Nicole est celui de la présentation des triangles, selon les deux critères qui interviennent dans la caractérisation de leur identité, à savoir, les angles et les côtés. Ils élaborent même le tableau suivant :

Les côtés sont	ou - tous égaux - et le triangle s'appelle ----------------->	Equilatère
	ou - deux seulement sont égaux - et le triangle s'appelle >	Isocèle
	ou - tous trois sont inégaux -------------------------------->	Scalène
Les angles sont	tous trois aigus - et le triangle s'appelle ------------------>	Oxigone
	deux seulement sont aigus et le troisième est :	
	- droit et le triangle s'appelle ----------------------------->	Rectangle
ou	- obtus et le triangle s'appelle ------------------------->	Amblygone

Cette présentation "naturelle" aurait l'avantage, selon Arnauld et Nicole, de permettre une meilleure compréhension des démonstrations.

Les fonctions de la méthode

On voit l'insistance de l'exigence de méthode naturelle. Or une réponse d'Arnauld et Nicole est surprenante. En effet, à l'objection des géomètres qui jugeraient que ces défauts ne sont pas très importants, Arnauld et Nicole concèdent qu'effectivement ces défaillances ne sont pas considérables : ils les jugent seulement "gênantes". On peut se demander alors pourquoi ils ont déployé autant d'énergie, pourquoi ils ont porté des jugements aussi vifs pour obliger les géomètres à surmonter ces "gênes". Les arguments avancés sont, de nouveau, significatifs. Ces défauts empêchent la géomètrie d'accéder au statut de "science parfaite", capable de faire "entrer la vérité dans l'esprit de la manière la plus naturelle".

"Car ils ont beau dire qu'ils ne se soucient pas du vrai ordre, ni de prouver par des voies naturelles ou éloignées, pourvu qu'ils fassent ce qu'ils prétendent, qui est de convaincre ; ils ne peuvent pas changer par là la nature de notre esprit, ni faire que nous ayons une connaissance beaucoup plus nette, plus entière et plus parfaite des choses que nous savons par leurs vraies causes et leurs vrais principes, que celles qu'on ne nous a prouvées que par des voies obliques et étrangères" (Logique, p. 405).

Cette exigence d'ordre a trois mobiles explicites, tous n'ayant pas la même valeur :

- elle répond à une préoccupation d'ordre esthétique : il ne faut pas "défigurer" la beauté de cette science.

- elle est issue d'un souci pédagogique : si la géométrie peut former l'esprit, encore faudrait-il qu'elle se conforme à la nature de cet esprit.

- enfin, et surtout, cet ordre "naturel" des choses, qui s'impose à l'esprit doit mettre ce dernier sur la voie d'un autre ordre. Cet ordre naturel est propédeutique : il doit introduire à l'ordre "surnaturel". Car il s'agit d'obéir à Dieu *"non pas aveuglément et déraisonnablement comme le demandent les fausses religions mais avec connaissance de causes et parce que c'est une action raisonnable que de se captiver de la sorte sous l'autorité de Dieu"* (Logique, p. 411).

La question du respect de l'ordre naturel dans la méthode recouvre un autre problème : celui de la Foi qui consiste en une soumission raisonnable à l'autorité de Dieu. Dans un cas comme dans l'autre, la discipline est indispensable. Or pour amener l'esprit à cette discipline, la géométrie est le moyen le plus précieux ; elle seule peut arriver à détacher l'esprit des sens, de l'"amour des choses sensibles". Dans les Nouveaux éléments de géométrie, Arnauld reprend cette idée, en indiquant que la concupiscence c'est-à-dire, la recherche de l'agrément sensoriel est *"la source des plus grands désordres et des plus grands vices"*.

"Entre les exercices humains qui peuvent le plus servir à la diminuer (il s'agit de la concupiscence) *et à disposer même l'esprit à recevoir les vérités chrétiennes avec moins d'opposition et de dégoût, il semble qu'il n'y en ait guère de plus propre que l'étude de la Géométrie. Car rien n'est plus capable de détacher l'âme de cette*

application aux sens, qu'une autre application à un objet qui n'a rien d'agréable selon les sens et c'est ce qui se rencontre parfaitement dans cette science " (Préface des Nouveaux éléments de Géométrie, p. 4-5).

Dans ces arguments, la géométrie et l'ordre naturel qu'elle se doit de respecter, permettent de justifier la "vraie religion" qui, contrairement aux superstitions, demande une obéissance "éclairée", une obéissance qui reconnait la légitimité de l'autorité divine.

Mais pour arriver à ce point de lucidité ou de clairvoyance, encore faut-il que l'esprit se soit suffisamment libéré de toutes les entraves sensorielles et sensuelles qui risquent d'obscurcir son jugement et d'empêcher sa disponibilité à l'égard des "vérités révélées". Sur tous les fronts, la géométrie sert à combattre l'hérésie et l'errance. Les exigences de méthode formulées à son égard, et contre les pratiques réelles des géomètres, recouvrent en fait l'injonction faite à la géométrie de servir d'autres intérêts que les siens. Il y a là une annexion des démarches présentées comme les plus rationnelles (celles qui seraient au service de la "science parfaite") dans une optique de prosélytisme religieux. Si les géomètres se conformaient aux demandes d'un "ordre parfait", ils contribueraient à mettre en évidence les limites de l'esprit humain (ses incapacités et ses échecs à tout comprendre), c'est à dire son ignorance qui est une condition nécessaire pour les "révélations divines". Mais on voit qu'il s'agit d'imposer, sous couvert de La Méthode Naturelle un Idéal qui refuse de connaitre le travail effectif des mathématiciens. Seul un procédé de méconnaissance du réel rend possible l'avènement d'un ordre surnaturel.

METHODE CARTESIENNE ET FIGURE GEOMETRIQUE DANS LES ELEMENTS DE GEOMETRIE DE LAMY

Evelyne BARBIN
I.R.E.M. des Pays de Loire
Centre du Mans

"Je passai de là à la géométrie élémentaire[...]. Je ne goûtai pas celle d'Euclide, qui cherche plutôt la chaîne des démonstrations que la liaison des idées; je préférai la *Géométrie* du P.Lamy, qui dès lors devint un de mes auteurs favoris, et dont je relis encore avec plaisir les ouvrages".

Jean-Jacques ROUSSEAU, *Confessions* [1].

Le Père Bernard Lamy est un oratorien né au Mans en 1640. Il fut un fervent défenseur des idées de Descartes, ce qui lui valut une interdiction d'enseigner à l'Université d'Angers en 1675, après la censure du cartésianisme par la Papauté et la Sorbonne. Lamy fut à la fois un excellent pédagogue, un brillant vulgarisateur et un polémiste acharné.

Il est auteur de plusieurs ouvrages scientifiques : un *Traité de mécanique, de l'équilibre des solides et des liqueurs* en 1679, un *Traité de la grandeur en général, qui comprend l'arithmétique, l'algèbre et l'analyse* en 1680, des *Eléments de géométrie* en 1685 et un *Traité de perspective* en 1701. Les *Eléments de géométrie* ont connu de très nombreuses rééditions et une grande renommée. Le *Journal des Savants* du 9 janvier 1696 vante l'ouvrage : "Aussi ne connaît-on pas de livre qui ouvre une entrée plus facile dans les mathématiques que celui-ci; on y trouve dans l'auteur un maître habile, qui s'accomode à la portée de ceux qui commencent, qui les prend pour ainsi dire, par la main, et les conduit pas à pas, entrant avec eux dans les plus petites difficultés et leur rendant partout raison des démarches qu'il leur fait faire".

Les ouvrages de Lamy sont destinés à transmettre, de manière appropriée, les nouvelles conceptions scientifiques. Ces conceptions, et tout particulièrement l'idée de méthode, appellent une nouvelle façon d'enseigner, d'étudier, et donc de s'adresser au lecteur. Ainsi, en 1684, Lamy consacre un ouvrage à l'acquisition des sciences : les *Entretiens sur les sciences* "dans lesquels on apprend comme l'on doit se servir des Sciences, pour se faire l'esprit juste, et le coeur droit. Avec la manière d'étudier". La méthode est un art d'inventer, de penser par soi-même; aussi transmettre des

---

[1] ROUSSEAU, *Confessions*, p.370-71

savoirs ne peut-il pas se borner à donner un catalogue de résultats. Il faut apprendre au lecteur à chercher par lui-même, à exercer son esprit et à étendre ses connaissances. Ces buts sont ceux poursuivis par le Livre des *Eléments de géométrie* consacré à la méthode. Lamy y fait place à des questions heuristiques, parmi lesquelles nous retenons le rôle essentiel joué par la figure dans l'examen et la résolution d'un problème.

Ce rôle joué par la figure peut sembler paradoxal chez un cartésien. La géométrie de Descartes ne nous apprend-elle pas à résoudre les problèmes de géométrie en résolvant des équations algébriques, c'est à dire en maniant des signes plutôt qu'en cogitant sur des figures? Lamy est aussi bon pédagogue que cartésien averti. Il sait que l'intelligibilité de la méthode cartésienne suppose une nouvelle façon de concevoir les relations entre figure géométrique et grandeur. Il faut pouvoir, par exemple, considérer une ligne élevée au carré, non comme une figure carrée, mais comme une simple ligne. Il y a là une difficulté pédagogique à laquelle les enseignants de mathématiques sont toujours confrontés. Jean-Jacques Rousseau, admirateur de Lamy, nous le rappelle lorsqu'il écrit dans les *Confessions*:

"Je n'ai jamais été assez loin pour bien sentir l'application de l'algèbre à la géométrie. Je n'aimais point cette manière d'opérer sans voir ce qu'on fait, et il me semblait que résoudre un problème géométrique par les équations, c'était jouer un air en tournant une manivelle. La première fois que je trouvai par le calcul que le carré d'un binôme était composé du carré de chacune de ses parties, et du double produit de l'une par l'autre, malgré la justesse de ma multiplication, je n'en voulus rien croire jusqu'à ce que j'eusse fait la figure. Ce n'était pas que j'eusse un grand goût pour l'algèbre en n'y considérant que la quantité abstraite. mais appliquée à l'étendue, je voulais voir l'opération sur les lignes; autrement je n'y comprenais plus rien"[1].

Sur la figure, $(a+b)^2$, a^2, b^2 et 2ab sont des surfaces. Jean-Jacques Rousseau peut donc y "voir" que $(a+b)^2 = a^2+ b^2 +2ab$ (fig.1). Mais pour considérer que la parabole, ramenée à un repère cartésien, correspond à l'équation $y = x^2$, il faut voir x^2 comme une ligne. La première conception correspond à la pensée géométrique grecque, la seconde à la pensée algèbrique de Descartes.

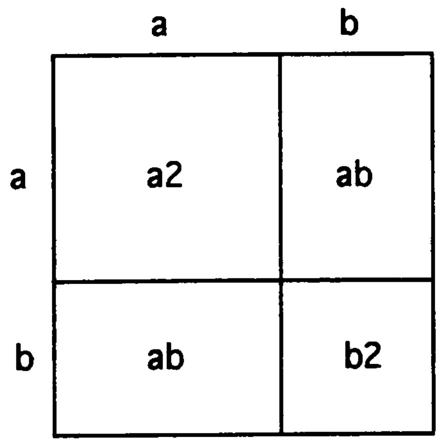


fig.1

[1] idem

Nous nous intéressons donc aux *Eléments de géométrie* de Lamy à partir de deux questions : quelle place accordée à l'heuristique dans la transmission des connaissances impose la méthode cartésienne? Quel rôle attribué à la figure géométrique suppose la méthode cartésienne?

1. La place de l'heuristique

La transmission des connaissances est le sujet des *Entretiens sur les sciences*. Les conceptions de Lamy reprennent largement les idées émises par Descartes. Elles sont mises en oeuvre dans les *Eléments de géométrie*, qui se veut plus un ouvrage d'initiation à la recherche qu'une encyclopédie de résultats.

Chercher par soi-même

Descartes évoque à la dixième de ses *Règles pour la direction de l'esprit* son propre itinéraire intellectuel. Il a pris l'habitude, très jeune, de rechercher lui-même les résultats trouvés par d'autres. Ceci l'a conduit à comparer ses propres cheminements d'esprit aux raisons données par les autres, et à élaborer ainsi sa méthode. Il écrit :

"Je suis né, je l'avoue, avec un esprit tel que le plus grand plaisir des études a toujours consisté pour moi, non pas à entendre les raisons des autres, mais à m'ingénier moi-même à les découvrir. Cela seul m'ayant attiré, jeune encore, à l'étude des sciences, chaque fois que le titre d'un livre me promettait une nouvelle découverte, avant de pousser plus loin ma lecture, j'essayais si par une sagacité innée je ne pourrais pas par hasard arriver à semblable résultat et j'évitais soigneusement de m'enlever ce plaisir innocent par une lecture hâtive. Cela me réussit tant de fois que je reconnus à la fin que je n'arrivais plus à la vérité suivant l'habitude des autres hommes par des recherches faites à l'aventure et aveugles, avec le secours de la fortune plutôt qu'avec le secours de l'art, mais qu'une longue expérience m'avait permis de saisir des règles déterminées, qui ne sont pas à cet effet d'une utilité médiocre et dont j'usai dans la suite pour en imaginer de plus nombreuses. Ainsi j'ai soigneusement perfectionné ma méthode toute entière et je me suis persuadé que, dès le début, j'avais adopté la manière d'étudier la plus utile de toutes" [1].

L'habitude de Descartes l'a amené à accorder de l'importance, non aux résultats eux-mêmes, puisqu'il les connaissait par lecture, mais aux processus de recherche. Ainsi, il s'est intéressé aux instruments de la connaissance et à leurs perfectionnements. La méthode est le moyen d'acquérir des savoirs par soi-même et non par la lecture des ouvrages des autres. Il la définit à la Règle IV comme l'ensemble des "règles certaines et faciles dont l'exacte observation fera que n'importe qui ne prendra jamais rien de faux pour vrai, et que, sans dépenser inutilement aucun effort d'intelligence, il parviendra, par un accroissement graduel et continu de science, à la véritable connaissance de tout ce qu'il sera capable de connaître"[2].

---

[1] DESCARTES, *Règles pour la direction de l'esprit*, p.61-62

[2] ibid, p.19

"Nous ne deviendrons jamais Mathématiciens", écrit Descartes, "bien que notre mémoire possède toutes les démonstrations faites par d'autres, si notre esprit n'est pas capable de résoudre toute sorte de problèmes"[1]. Nous retrouvons dans les *Entretiens sur les sciences*, la même importance accordée aux processus de recherches et à une science active. Lamy écrit :

"Il faut accoutumer les hommes à voir eux-mêmes la vérité. Lorsque pour leur rendre les Sciences faciles, on ne les oblige point de la chercher par eux-mêmes, de la découvrir, de la consulter, il se peut bien qu'à force de leur rebattre les choses, on les fasse entrer dans leur mémoire. On dirait même à les entendre parler qu'ils les savent; mais la suite fait voir le contraire; outre que ce qui n'est que dans la mémoire se perd aisément, comme on le voit dans les personnes de grande naissance qu'on a voulu exempter de la peine d'acquérir des Sciences. Ils ne conservent pas longtemps ce qu'ils ont appris; au lieu que quand on s'est exercé soi-même dans la recherche de la vérité, on a toujours son coeur où l'on trouve le fond de toutes les Sciences"[2].

Pour acquérir les sciences, il faut donc chercher par soi-même sans s'encombrer de lectures inutiles ou des règles de la logique. Lamy écrit plus loin : "je n'ai nullement envie de m'accabler en étudiant tout un tas de différentes lectures. J'ai trop conçu de mépris pour ceux qui ont une fausse érudition, et qu'il n'y a point de science qui me paraisse comparable au bon sens, à cette justesse d'esprit et droiture de coeur[...]; mais aussi il me semble que la Logique est peu propre pour cela, et j'ai connu par l'expérience qu'elle gâtait plutôt l'esprit qu'elle ne le redressait"[3]. Les critiques contre les syllogismes, comme celles contre la Dialectique, sont fréquentes au XVIIème siècle. Nous en trouvons, par exemple, à la fin des années 1620, chez Francis Bacon, Descartes ou Gassendi. Ce dernier demande qu'on les bannisse des Ecoles car "tout cela, bien loin de rendre l'esprit plus vif, le force au contraire à rester en friche"[4].

Lamy estime que le respect des règles de la Logique ne peut suffire à rendre l'esprit juste, car "Il y a bien de la différence entre savoir et faire". Pour lui, "Raisonnement exact et démonstration, est la même chose"[5]. Dans la Préface aux *Eléments de géométrie*, il explique qu'il se sert de "démonstrations courtes, en prenant des voies abrégées par où je mène tout d'un coup à la vérité"[6]. L'accent mis sur la part d'investigation et de recherche conduit Lamy, comme Descartes, à une préférence marquée pour la démonstration qui éclaire plutôt qu'à celle qui convaint, et à un certain mépris pour la mise en forme démonstrative qui caractérisera le XVIIIème siècle[7].

S'exercer l'esprit

Dans les *Règles pour la direction de l'esprit* IX et X, Descartes explique comment "cultiver en même temps les deux principales facultés de notre esprit, savoir, la perspicacité, en voyant distinctement par intuition chaque

[1] ibid, p.12-13
[2] LAMY, *Entretiens sur les sciences*, p.38
[3] ibid, p. 40
[4] GASSENDI, *Dissertations en formes de paradoxes contre les Aristiotéliciens*, p. 264
[5] LAMY, *Entretiens sur les sciences*, p.88
[6] LAMY, *Eléments de géométrie*, Préface, p.ix
[7] voir BARBIN Evelyne, *Les Eléments de géométrie de Clairaut : une géométrie problématisée*

chose en particulier, et la sagacité, en les déduisant avec art les unes des autres"[1]. Pour augmenter sa sagacité, il faut "s'exercer à rechercher" et "parcourir avec méthode tous les arts ou métiers des hommes[...], et surtout ceux qui manifestent ou supposent de l'ordre". Les mathématiques, sciences de l'ordre et de la mesure, sont un domaine privilégié pour exercer son esprit.

Lamy estime également que la justesse de l'esprit "s'acquiert par l'exercice et par la pratique". Il reconnaît, comme Descartes, les mêmes vertus aux mathématiques : "Il n'y a point d'étude plus propre pour ces exercices que la Géométrie et les autres parties de Mathématique. Les vérités qu'elles enseignent sont simples et claires. Les mathématiciens apportent incomparablement plus de soin et d'exactitude pour déduire des premières vérités, toutes leurs suites et leurs conséquences; de sorte que la Géométrie fournit des modèles de clarté et d'ordre, et que sans donner des règles de raisonnement, ce qui appartient à la Logique, elle accoutume l'esprit insensiblement à bien raisonner"[2].

L'intérêt pour les mathématiques ne réside pas dans leurs résultats, ni dans leurs démonstrations, mais dans leur objet, "si pur et si simple" écrit Descartes. Notre esprit peut s'y exercer avec profit car elles font appel aux instruments cartésiens du savoir : intuition et déduction. Dans la *Préface* à son ouvrage de géométrie, Lamy écrit : " comme mon principal dessein est de contribuer à rendre l'esprit de ceux qui étudient, exact et pénétrant, à quoi la méthode des géomètres, qu'ils appellent analyse, est particulièrement utile, je tâche de donner une idée de cette méthode"[3]. Il écrit aussi que la géométrie permet de voir comment dans la recherche des sciences, il faut "se servir des premières connaissances qu'on a acquises, ou qui nous sont naturelles, pour aller plus loin"[4].

Lamy explique que les *Eléments de géométrie* doivent être "courts et faciles", juste suffisants pour "renfermer les propriétés générales du sujet que l'on traite". Les quatre premiers livres de l'ouvrage ont pour but de donner ces propriétés, qui constituent la matière sur laquelle chercher. Puis ensuite, mais c'est l'essentiel, le livre cinquième, consacré à la méthode, montre comment exercer son esprit. Il ne faut donc pas donner tous les résultats géométriques, afin de laisser au lecteur le loisir de chercher. Lamy écrit : "Pour savoir ce que nous ne disons point ici, ou plus que nous ne disons il n'y a qu'à étudier avec soin ce qui a été dit. Il serait même dangereux pour ceux qui s'appliquent à la Géométrie qu'on ne leur laissât rien à faire. On ne l'étudie que pour exercer l'esprit et le former en cherchant avec méthode quelque nouveau théorème"[5]. Au lieu d'énoncer toutes les connaissances, il faut montrer comment étendre soi-même ses connaissances.

Etendre ses connaissances

Lamy écrit : "Lorsqu'on étudie la Géométrie dans le dessein de se rendre l'esprit juste, ce qui doit être la fin de nos études, il ne suffit pas de s'exercer par la recherche de quelques problèmes. Il faut entreprendre

---

[1] DESCARTES, *Règles pour la direction de l'esprit*, p.57
[2] LAMY, *Entretiens sur les sciences*, p. 41
[3] LAMY, *Eléments de géométrie*, Préface, p.ix
[4] ibid, p.iii
[5] LAMY, *Eléments de géométrie*, p.256

quelque petit traité de Géométrie, pour s'accoutumer à étendre ses connnaissances, à traiter les choses dont on veut parler avec ordre"[1].

La question de l'ordre est essentielle. Dans la *Préface* de son ouvrage, Lamy reproche aux livres des Anciens leur manque d'ordre : "Les livres des anciens Géomètres ne sont pas si propres pour exercer l'esprit que ceux qui ont été faits en ce temps. Les premiers Géomètres ne faisaient que ramasser les matériaux, ils étaient occupés à trouver les principaux Théorèmes de la Science, ils n'ont point proposé leurs inventions dans un ordre qui soit naturel : cela était réservé à notre siècle [...]. La géométrie a été cultivée en ces derniers temps avec plus de succès qu'en aucun autre. On y a fait de grandes découvertes, et ce qui est de plus considérable, on a trouvé le moyen d'éclaircir ce que les Anciens avaient écrit avec obscurité et confusion"[2]. Le manque d'ordre dans les travaux des Anciens est une critique fréquente au XVIIème siècle, et la méthode a pour but d'y remédier. On la trouve, en particulier, dans la préface des *Nouveaux éléments de géométrie* d'Arnauld de 1667, où l'auteur écrit que "les Eléments d'Euclide étaient tellement confus et embrouillés, que bien loin de pouvoir donner à l'esprit l'idée et le goût du véritable ordre, ils ne pouvaient au contraire que l'accoutumer au désordre et à la confusion"[3]. L'ordre qui préside aux *Eléments* d'Euclide est l'enchainement logique, alors que l'ordre "naturel" voulu par Arnauld est celui des inventions[4]. Lamy estime grandement l'ouvrage d'Arnaud, il considère que "c'est le premier qui a donné un ordre naturel aux Eléments de Mathématiques"[5].

Lamy apporte donc un soin particulier à l'ordre des matières. Il "distribue son ouvrage selon les trois dimensions" : le premier livre traite des lignes droites et circulaires, le second des surfaces planes bornées par des des droites ou des cercles, le troisième des proportions et le quatrième des solides. Son lecteur a donc appris à étudier par ordre dans les quatre premiers livres. Il s'agit ensuite pour lui d'inventer de nouveaux résultats.

Mais il ne faut pas se borner à résoudre quelques problèmes : il faut étendre et organiser ses connaissances autour d'une problématique. Lamy donne un exemple d'une telle problématique : celle de la section des triangles. On peut découper un triangle de trois façons : en partageant les angles des sommets, en tirant les parallèles aux bases ou en coupant les côtés en parties égales. Et, à chaque fois, on peut chercher les proportions des longueurs ou des surfaces que l'on aura ainsi opérées. Voilà de quoi exercer son esprit et augmenter ses connaissances de façon ordonnée et inventive. En menant à partir du sommet A une droite qui coupe la base BC en D, on montre que la proportion entre les aires des triangles ACD et ABD est égale à celle des segments CD et DB, puis on s'intéresse au cas où CD égale BD et au point de rencontre des médianes du triangle, qui détermine sur celles-ci des proportions particulières, comme on le montre en menant des parallèles aux bases, qui elles-mêmes déterminent des proportions entre les surfaces découpées sur le triangle, etc (fig.2). Comme l'écrit Jean-Jacques

[1] idem, p.257-258
[2] idem, Préface p.vi
[3] ARNAULD, *Nouveaux éléments de géométrie*, Préface, p.xii
[4] voir BARBIN, *Trois démonstrations pour un théorème élémentaire de géométrie*
[5] LAMY, idem p.vii

Rousseau, chez Lamy, c'est la liaison des idées qui enchaîne les résultats et non pas l'ordre démonstratif.

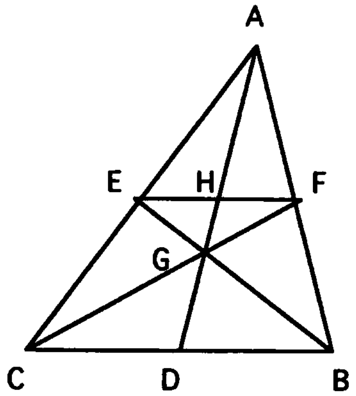


fig.2

2. Le rôle de la figure

Dans le livre consacré à la méthode, Lamy montre, d'une part, le rôle heuristique joué par la figure dans la résolution d'un problème. D'autre part, il explique comment les opérations sur les grandeurs doivent être figurées géométriquement pour qu'un problème soit résolu selon l'analyse cartésienne.

Examiner une question

Pour résoudre un problème, il faut d'abord l'examiner attentivement. Mais, remarque Lamy, notre esprit se distrait facilement et les pensées qui l'assaillent l'empêchent de considérer suffisamment longtemps la question proposée. Il indique : "Pour remédier à ce défaut qui est cause de plusieurs autres, il faut tâcher de fixer l'esprit er de l'arrêter par quelque objet qui lui soit sensible, c'est à dire, qu'il faut exprimer d'une manière qui frappe les sens la chose qui est le sujet de la question". Il propose alors : "De ce qu'on connait on peut supposer que la chose qui est proposée est telle ou telle : ce qui se comprendra mieux dans un exemple"[1]. L'exemple est le suivant : "On propose de couper un des côtés d'un carré par une ligne menée de l'un des angles de ce carré jusqu'a ce qu'elle rencontre un de ses autres côtés prolongé autant qu'il est nécessaire, de sorte que la partie de cette ligne qui est hors le carré soit égale à un ligne donnée".

Lamy écrit : "Voilà la question. Pendant qu'aucune figure ne la rend sensible, l'esprit a de la peine à s'y attacher, il est vagabond. Quoiqu'on ne sache point encore quelle est la grandeur que l'on cherche, et comment il faut faire ce qui est proposé; néanmoins on peut supposer la chose faite en la manière suivante". Pour cela, il faut nommer *a* le segment connu et BCDE le carré connu, puis représenter la situation sur une figure : prolonger ED, mener BF et supposer que le point G est tel que GF égale *a* (fig.3). Lamy commente : "Cette figure me donne de la facilité pour m'appliquer à la question proposée en me la rendant sensible. Je la considère sans peine, et j'en examine toutes les propriétés qui peuvent me découvrir la vérité"[2].

---

[1] LAMY, *Eléments de géométrie,* p.264
[2] idem, p.265

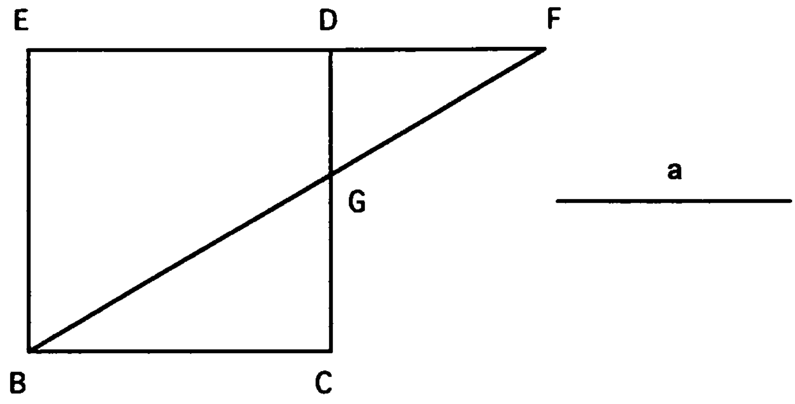


fig.3

Les premières étapes de la résolution analytique d'un problème énoncées par Descartes dans *La géométrie* sont les suivantes : "Ainsi voulant résoudre quelque problème, on doit d'abord le considérer comme déjà fait, et donner des noms à toutes les lignes, qui semblent nécessaires pour le construire, aussi bien à celles qui sont inconnues, qu'aux autres. Puis sans considérer aucuen différence entre ces lignes connues et inconnues, on doit parcourir la difficulté, selon l'ordre qui montrent le plus naturellement de tous en quelle sorte elles dépendent mutuellement les unes des autres"[1]. Les indications de Lamy correspondent à ces préceptes, et elles nous expliquent de plus comment examiner le problème : il faut faire usage d'une figure. Elles mettent ainsi en lumière toute la valeur heuristique de l'analyse cartésienne.

Eclaircir une question

Lamy donne plusieurs exemples pour montrer comment nous devons examiner un problème en travaillant sur la figure. Il considère que "l'éclaircissement d'une question consiste souvent à faire une figure qui l'exprime bien". Il prend l'exemple d'un triangle ABD et de la bissectrice BC, pour lesquels il faut démontrer que que le rapport AB sur AC est égal au rapport BD sur CD. Pour cela, il faut mener DE parallèle à BC et prolonger AB jusqu'en E (fig.4). Nous obtenons l'égalité des angles BED et BDE, et donc des segments BE et BD. Nous déduisons alors le résultat de l'égalité des rapports AB sur AC et BE sur CD.

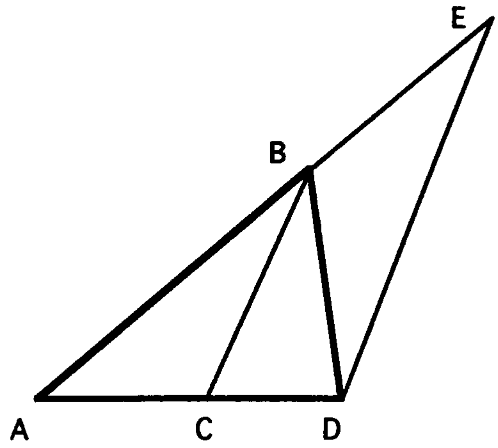


fig.4

[1] DESCARTES, *La géométrie*, p.5-6

Un autre exemple permet de voir "combien la manière d'exprimer une question par une figure convenable en facilite la résolution". Il s'agit de démontrer que dans un triangle ABC de perpendiculaire AD, le rapport AB + AC sur BC est égal au rapport CD - DB sur AC - AB. Pour "exprimer" ceci "d'une manière qui en facilite l'invention", il faut tracer un cercle de centre A et de rayon AB (fig.5). En effet, la somme AB + AC s'exprime alors comme le segment CE, la différence CB -DB comme le segment CG et la différence AC - AB comme le segment CF. La question se résoud alors aisément : elle devient une conséquence du théorème qui affirme que CG x CB = CF x CE.

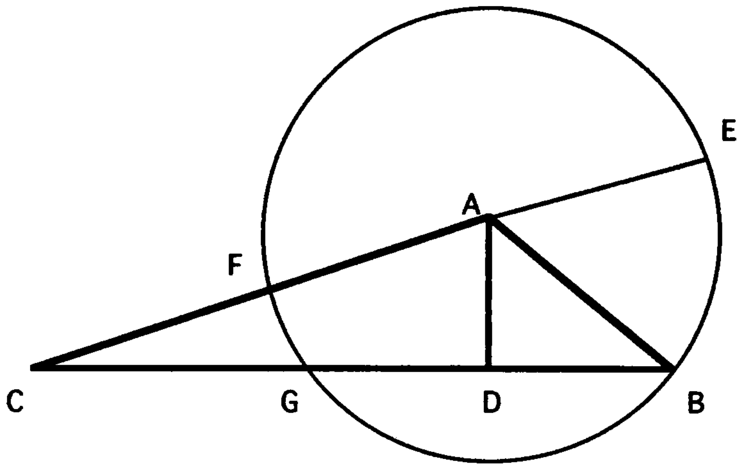


fig.5

Nous trouvons ici une idée essentielle de *La géométrie* de Descartes qui consiste en la correspondance entre les opérations arithmétiques et les constructions géométriques. Le texte de Lamy rend sensible l'importance de cette correspondance dans la méthode cartésienne, et permet de comprendre pourquoi Descartes commence avec elle son ouvrage. Quant à Lamy, c'est à cet endroit de ses *Eléments de géométrie* qu'il explique que l'on "peut faire toutes les opérations de l'arithmétique avec le compas et la règle", en reprenant les propos de Descartes du début de *La géométrie*.

Opérations sur les grandeurs et figures géométriques

Les *Règles pour la direction de l'esprit* XV à XVIII sont consacrées à la représentation des grandeurs par des figures. Dans la Règle XV, Descartes explique que l'unité peut être aussi bien représentée par un carré, un segment ou un point. De même, une grandeur pourra être représentée aussi bien par un rectangle, un segment ou par de points. Ainsi, par exemple, 6 est susceptible de trois représentations (fig.6).

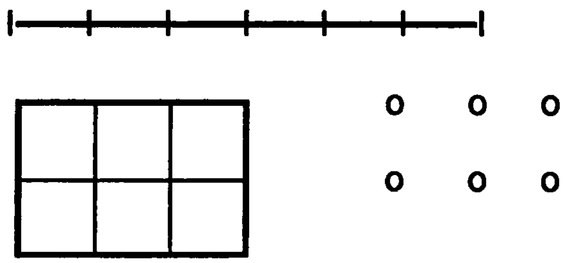


fig.6

Cette remarque, qui peut nous sembler anodine, marque une rupture par rapport à l'esprit géométrique hérité des Grecs. Elle signifie que le produit *ab* de deux grandeurs *a* et *b* ne doit pas être nécessairement vu comme un rectangle, et qu'il peut être représenté par un simple segment. Descartes explicite ceci dans la Règle XVIII, où il représente un produit *abc* de trois grandeurs par un rectangle de côtés *ab* et *c* [1]. Pourquoi? Parce que le travail algébrique sur les grandeurs doit pouvoir s'effectuer librement, sans référence à leurs dimensions.

Pour cette raison, au début de *La géométrie*, Descartes insiste sur la nouvelle façon de comprendre les opérations sur les grandeurs que suppose sa méthode. Il montre que le produit de deux segments peut s'obtenir, par une construction géométrique, comme un simple segment. En effet, pour multiplier BD par BC, il suffit de prendre AB l'unité, de mener AC puis DE parallèle à AC : BE est le produit de la multiplication (fig.7). Descartes montre que l'on peut même prendre la racine carrée d'un simple segment, alors que dans l'esprit géométrique prendre la racine carrée d'une grandeur signifie construire le côté d'un carré ayant pour aire cette grandeur. Il explique que pour prendre la racine carrée de GH, il suffit de lui ajouter l'unité FH et de tracer le cercle de diamètre FH : la perpendiculaire GI est la racine carrée demandée (fig.8).

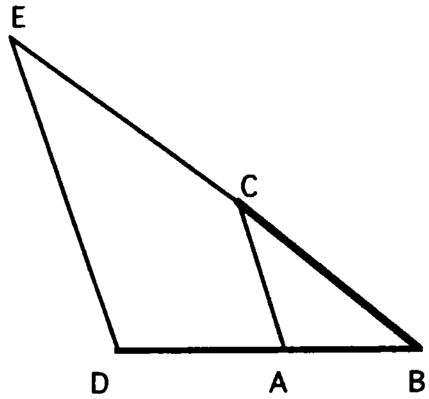


fig.7

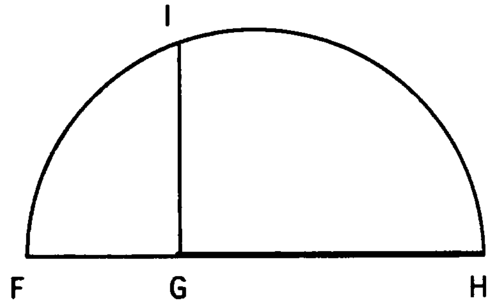


fig.8

Descartes sait qu'il demande à son lecteur un "déconditionnement" par rapport aux conceptions habituelles. Il insiste : "il est à remarquer que par a^2 ou b^3 ou semblables, je ne conçois ordinairement que des lignes toutes simples"[2]. Il fait encore remarquer que cela l'autorise à prendre la racine cubique de *aabb-b*. Chose impensable et que Viète n'aurait pas oser : cela siginfie que l'on soustrait une longueur d'un corps à quatre dimensions et que l'on obtient une volume cubique dont on cherche à connaître le côté! Afin que son lecteur puisse le suivre, Descartes lui demande de penser que *aabb* est divisée une fois par l'unité, et que *b* est multipliée deux fois par l'unité.

Lamy reprend pour son lecteur les correspondances étalies par Descartes entre les opérations arithmétiques sur les grandeurs et les constructions géométriques à la règle et au compas. Il montre comment on peut construire un segment qui soit la somme, la différence, le produit ou la division de deux segments, ou encore la racine carrée d'un segment. Nous

[1] DESCARTES, *Règles pour la direction de l'esprit*, p.116

[2] DESCARTES, *La géométrie*, p.4

allons voir que Lamy va plus loin en montrant comment une correspondance entre figure et opération peut permettre de résoudre une question, et ici l'intérêt pour l'heuristique et celui pour la figure géométrique se rejoignent.

Résoudre la question

Lamy énonce quatre moyens pour résoudre une question : connaître les propriétés données par les *Eléments*, connaître les angles pour découvir les rapports entre segments, chercher le quatrième d'une proportion quand on connaît les trois premiers et réduire les figures en triangles. Pourquoi réduire les figures en triangles? Parce que l'existence de triangles semblables permet d'établir des proportions. Ainsi, la figure du triangle devient un instrument heuristique.

Lamy propose de chercher la démonstration de la proposition suivante : "le produit ou le rectangle fait des diagonales AC et BD est égal à la somme des rectangles BC par AD, et de AB par DC, côtés opposés du quadrilatère ABCD inscrit dans un cercle"[1]. Etant donné un quadrilatère ABCD inscrit dans un cercle (fig.9), il s'agit de démontrer que :

$$AC \times BD = BC \times AD + AB \times DC.$$

Lamy appelle "rectangle" le produit des segments, selon les conceptions grecques que nous avons rappellées, mais aucune figure rectangle ne va intervenir dans la solution du problème. Lamy nomme les segments :

$$AB = a,\ BC = b,\ AD = c,\ DC = d,\ AC = q,\ BD = m$$

suivant en cela le précepte de la Règle XVI de Descartes, celui d'utiliser des notations brèves afin de "tout parcourir par un mouvement rapide de la pensée"[2].

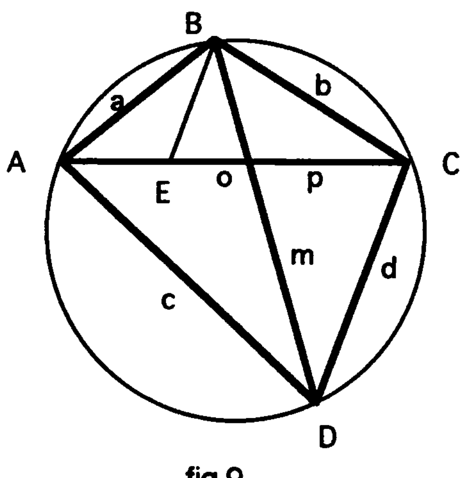


fig.9

Selon Lamy, il faut trouver des triangles semblables afin d'établir des proportions. La figure comporte déjà de nombreuses paires d'angles égaux. Lamy demande de mener BE tel que les angles ABE et DBC soient égaux, ce qui implique également l'égalité des angles ABD et EBC. Il note :

---

[1] LAMY, idem, p.274

[2] DESCARTES, *Règles pour la direction de l'esprit*, p.128

$$AE = o,\ EC = p \text{ et } AC = q = o+p.$$

Il remarque alors que les triangles BDA et BCE sont semblables, ainsi que les triangles BDC et BAE. Ceci fournit les proportions suivantes :

$$BD/BC = DA/CE \text{ et } BD/BA = CD/AE$$

traduites immédiatement sous formes de produits algébriques :

$$mp = bc \text{ et } mo = da.$$

Les grandeurs sont devenues des signes et le traitement algébrique des deux égalités précédentes conduit finalement au résultat cherché :

$$mq = m(p+o) = mp + mo = bc + ad.$$

Le cas particulier où le quadrilatère ABCD est un rectangle conduit au théorème de Pythagore (fig.10). Mais la démonstration proposée par Lamy, contrairement donnée à celle de la proposition XLVII du Livre I d'Euclide (fig.11), ne fait pas intervenir de surfaces. De plus, il y a une tentative d'expliquer comment trouver la démonstration, c'est à dire pourquoi mener BE (ou AL chez Euclide). Cette explication s'inscrit dans la systématisation d'un procédé de recherche : construire des triangles semblables pour établir des proportions.

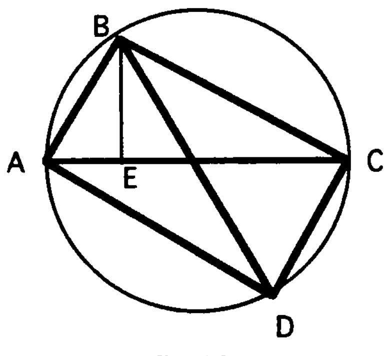


fig.10

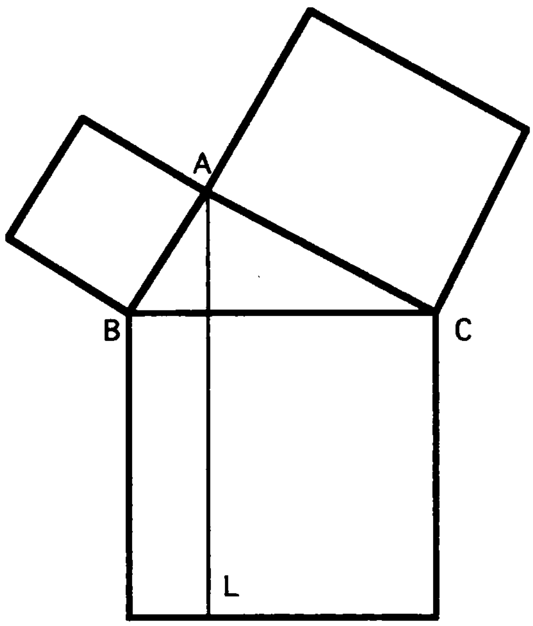


fig.11

Conclusion : méthode cartésienne et rôle de la figure

Un mérite des *Eléments de géométrie* de Lamy est de nous rappeller que la méthode cartésienne est une méthode analytique avant d'être algébrique, c'est à dire qu'elle est d'abord un procédé de résolution de problème. L' ouvrage met ainsi en lumière que, dans les trois étapes de résolution décrites dans *La géométrie*, nommer, exprimer le problème par une équation et résoudre l'équation, la seconde est celle qui doit retenir le plus notre attention. Celle-ci ne doit pas passer pour une simple traduction algébrique. C'est elle, au contraire, qui demande l'ordre sur laquelle se fonde la déduction et l'évidence sur laquelle est basée l'intuition. Or, comme nous le montre Lamy, l'éclaircissement et la mise en ordre d'un problème géométrique ne peuvent se passer d'un travail sur la figure.

Un autre mérite de cet ouvrage est de mettre en évidence la rupture épistémologique que constitue ce que l'on pourrait appeler "l'applatissemnt dimensionnel", et que suppose la méthode algébrique. En effet, cette rupture peut constituer un obstacle pédagogique si elle n'a été pensée par l'enseignant. Lamy, pédagogue de la fin du XVIIème siècle, ne pouvait pas l'ignorer.

Notons, pour conclure, que l'idée de Lamy de consacrer une partie d'un ouvrage géométrique à la méthode et à l'heuristique, dont nous avons dit en quoi elle pouvait être redevable aux idées cartésiennes, se retrouvera dans de nombreux ouvrages à une époque pas très lointaine[1].

Saint-Denis, le 25 Septembre 1991.

Bibliographie

ARNAULD, *Nouveaux éléments de géométrie*, Savreux, Paris (1667), réédition I.R.E.M. de Dijon, 1982.
BARBIN Evelyne, Les Eléments de géométrie de Clairaut : une géométrie problématisée in *Repères I.R.E.M.*, n°4, juillet 1991, pp. 119-133.
BARBIN, Trois démonstrations pour un théorème élémentaire de géométrie in *La démonstration mathématique dans l'histoire,* Actes du Colloque inter-I.R.E.M. de Besançon, 1989.
DESBOVES,*Questions de géométrie élémentaire. Méthodes et solutions*, Delagrave, Paris, 1875.
DESCARTES, *Règles pour la direction de l'esprit,* réédition Vrin, Paris, 1970.
DESCARTES, *La géométrie*, ed. Christophe David, Paris, 1705.
GASSENDI, *Dissertations en formes de paradoxes contre les Aristiotéliciens*, trad. BROCHOT, Vrin, Paris, 1959.
LAMY, *Entretiens sur les sciences*, seconde édition, Jean Certe, Lyon, 1694
LAMY, *Eléments de géométrie*, première édition, Pralard, Paris, 1685.
ROUSSEAU, *Confessions*, Le livre de poche, Paris,1968.

[1] voir par exemple l'ouvrage de DESBOVES de 1875 : *Questions de géométrie élémentaire . Méthodes et solutions*

LA METHODE NATURELLE EN PEDAGOGIE CHEZ COMENIUS : UNE FAUSSE UTOPIE MAIS UN VRAI PIEGE

Louise CABUS
I.R.E.M. Pays de Loire
Centre du Mans

Coménius (Jan Amos Komensky 1592-1670) appartenait à la secte des Frères Moraves, Secte de l'Unité des Frères de la Loi du Christ. Il eut une existence marquée à la fois par la répression à l'égard de sa foi religieuse et par des épisodes de guerre, de peste qui l'atteignirent dans ses attachements familiaux. Il voyagea beaucoup et eut une renommée importante en tant que pédagogue en Moravie, Slovaquie, Angleterre, Suède, France, Hongrie et à Amsterdam. Ces voyages ne furent pas seulement voulus : effets de bannissements et d'exils successifs, ils manifestent une vie tourmentée. Mais Coménius semblait trouver dans ces difficultés des raisons supplémentaires et les forces nécessaires pour mener à bien son oeuvre de réforme de l'enseignement.

Quelques écrits (dont une partie seulement est traduite) sont rassemblés, sous le titre L'utopie éducative, par J. Prévot aux Editions Belin.

Ce qui surprend le plus le lecteur actuel de Coménius est la facilité avec laquelle il passe d'un registre à l'autre dans les références, comparaisons, analogies (le jardinage, la culture, l'imprimerie, l'optique, le ludique, le travail, etc...) alors que pour nous certaines tensions, certains "flottements" provoquent une désorientation : notre pensée sur l'éducation s'appuie sur des distinctions, voire des oppositions qui s'imposent à nous quand nous souhaitons comprendre les enjeux des options ou des différentes thèses qui se donnent comme conflictuelles entre elles. L'absence de distinctions nous semble amalgame et confusion alors que pour Coménius elle s'impose comme évidence. La plus opératoire de ces différenciations de registres se situe entre le "naturel" et l'"artificiel". Que l'on puisse, sans rupture, sans hésitation ni interrogation utiliser en même temps ces deux pôles, dans la même pratique provoque un sentiment d'incohérence pour nous. Pour

Coménius, tout cela va de soi et c'est pourquoi notre lecture repère des contradictions flagrantes dans des propos où aucune discrimination n'est opérée : la logique de Coménius utilise le registre de l'identique et de l'équivalent là où la notre pose des incompatibilités : nous produisons des interrogations et des doutes sur des points que Comenius affirme avec une certitude sereine et une confiance désarmante. C'est dans ces moments-là que nous pouvons prendre la mesure de l'écart historique qui s'est creusé entre une pensée comme celle de Coménius et la notre et il nous semble impératif car fructueux de maintenir cette vigilance critique. Car à vouloir passer au-dessus de ce genre de hiatus, à vouloir faire comme si les écarts n'étaient dûs qu'à des "différences de mots" sans grande importance, on peut ne retenir des propos de Coménius que ce qui nous convient, que ce qui nous conforte dans nos propres certitudes et nous perdons tous les profits d'une lecture qui intègre vraiment la dimension historique. Mettre en valeur ce qui est encore d'actualité et diminuer l'importance de ce qui semble "caduc" et "dépassé" ou pire encore : ne plus parler de ce qui nous dérange et s'installer dans l'illusion d'une actualité de Coménius c'est s'installer dans cette position "militante" de Piaget qu'illustre bien la postface intitulée Actualité de Jean Amos Coménius". Cela produit des "aveuglements" dont nous donnerons quelques exemples ultérieurement, c'est-à-dire, une lecture récurrente dans laquelle l'"actualité" de Coménius sert d'écran et interdit une réflexion, une interrogation indispensables pour penser l'histoire. Certaines images, certaines métaphores nous empêchent d'accéder à ce qui fait problème dans l'éducation, en nous rassurant à bon compte, en nous permettant de faire l'économie d'une analyse de ce qui est toujours difficile dans la pratique pédagogique et que le voile du silence cherche trop souvent à escamoter.

Certes, tout ceci est étayé par un désir bien réel chez tous les enseignants : lequel d'entre nous ne rêve pas d'un idéal constitué par une pratique dans laquelle tout se passerait avec spontanéité, sans difficulté, sans contrainte, sans sanction, où tout serait "naturel" ?

Pour plus de clarté dans l'exposé, nous proposons de distinguer ces références qui sont entrelacées chez Coménius et notamment de dégager deux registres de métaphores qui impliquent des logiques qui peuvent :

- soit fonctionner de manière harmonieuse ;

- soit être complémentaires l'une de l'autre ;
- soit être totalement conflictuelles.

La question de la méthode dans l'éducation est au centre de l'oeuvre de Coménius : il ne s'agit pas d'un facteur annexe ou secondaire mais de ce que Coménius considère comme l'essentiel de toute action éducative et même de toute réalité. La méthode en didactique trouve son fondement dans l'ordre naturel, cosmique ainsi que dans l'univers technique.

Le projet éducatif explicitement formulé par Coménius peut sembler ambitieux.

"*J'ose promettre, moi, une grande didactique, c'est-à-dire, un art universel qui permette :*
- d'enseigner tout à tous avec un résultat infaillible
- d'enseigner vite, sans lassitude ni ennui chez les élèves et chez les maîtres, mais au contraire dans le plus vif plaisir
- de donner un enseignement solide, surtout pas superficiel ou formel, en amenant les élèves à la vraie science, à des moeurs aimables et à la piété du coeur.
Enfin, je démontre tout cela a priori, c'est-à-dire en le tirant de la nature immuable des choses " (Grande Didactique, p. 60).

On peut voir dans cette déclaration liminaire un projet ambitieux (très ou trop ?) mais on peut surtout en retenir la volonté d'élaborer un projet global, prenant en considération la totalité des problèmes éducatifs, car rien n'est plus dérisoire, dans ce domaine, que de réparer une brèche dans un mur pendant que le toit s'effondre... C'est l'ensemble du dispositif qui est à revoir : d'abord et surtout ses assises, c'est-à-dire, pour Coménius, la méthode :

"*Il faut réformer totalement la méthode* " (opus cité, p. 85).

Cette méthode est présentée par Coménius comme universelle et immuable (elle est bonne pour tous, pour tous les savoirs et en toutes les situations).

Les fins visées sont à la fois épistémologiques (la vraie science), éthiques (des moeurs aimables) et religieuses (foi, piété).

Pour justifier cette nécessité de la méthode en matière d'éducation, Coménius fait référence à l'ordre cosmique.

"Si l'univers, jusque dans ses infimes parties, se maintient dans son être, c'est grâce à l'ordre, qui est la disposition des choses dans l'espace et le temps. C'est pourquoi Aristote a appelé l'ordre "l'âme des choses" "(opus cité, p. 80).

Il n'y a pas de scission, ni même de distinction entre l'"ordre naturel" et l'"ordre didactique" : il s'agit d'assurer une continuité et de prendre la nature comme "modèle exemplaire" (paradigme) à imiter : dans le cosmos naturel l'ordre est donné ; il s'agit seulement de le connaître correctement et de transférer les règles de cette nature en règles pour l'intervention pédagogique. Sur ce point l'éducation envisagée par Coménius peut sembler aux antipodes de l'éducation mise en oeuvre par les Jésuites à la même époque ; le principe essentiel de cette dernière étant d'aller constamment à l'encontre, à contre-courant du "naturel". On trouvera des analyses de cette pédagogie des Jésuites dans l'ouvrage de Snyders : La pédagogie en France aux 17ème et 18ème siècle, PUF. Très souvent, on s'arrête à cette divergence, qui n'est que de surface, comme on le verra.

De plus, le procédé par lequel Coménius justifie sa démarche (imitation d'un modèle parfait) va se retrouver comme facteur déterminant à l'intérieur du dispositif pédagogique : il faut que le maître imite la nature, tout comme l'élève doit imiter le maître : la nature est le "maître du maître" : la nature est le fondement de tout :

"Ce fondement ne peut être que l'étroite conformité des travaux humains aux normes qui règlent le travail de la Nature. Aussi scruterons-nous les voies de la Nature en utilisant des exemples, comme celui de l'oiseau qui fait sortir ses petits de l'oeuf. Nous verrons avec quel succès les jardiniers qui s'occupent des arbres, les peintres et les architectes suivent les traces de la nature et comment les formateurs de la jeunesse doivent les imiter " (opus cité, p. 83-84).

De même que dans la nature, l'ordre et la disposition sont les conditions "sine qua non" de son bon fonctionnement et de sa préservation, de même, dans l'éducation la méthode utilisée va être présentée comme la garantie essentielle qui légitime la valeur de la pratique :

"Tout ce qui est ordonné conserve son ordre tant qu'il garde sa place et son intégrité. Mais si l'ordre disparaît, les choses sont atteintes de langueur, vacillent, chutent et tombent en ruine. Les mondes de la nature et de la technique en fournissent toutes sortes d'exemples " (opus cité, p. 80).

Cette nécessité de l'ordre se présente en pédagogie comme la primauté de la méthode :

"Examinons d'abord les fondements permettant de bâtir comme sur un roc la méthode pour apprendre et enseigner " (opus cité, p. 81).

Le bilan : l'échec de l'école

Or si nous prenons la mesure des désordres, des erreurs, il y a urgence à réagir, tant dans la vie sociale que dans l'école, et dans l'école en priorité car c'est d'elle et de son bon fonctionnement que surgira une vie sociale meilleure : le temps nous est compté :

"En effet, nous arrivons à la fin des siècles où toute chose connaîtra son paroxysme, où ténèbres et erreurs se multiplieront, où abonderont les iniquités" (<u>Ecole pansophique</u>, p. 174).

Pour ce qui concerne l'enseignement, le constat dressé par Coménius sur "l'état des lieux" met en évidence l'échec massif de l'école, dû essentiellement aux mauvaises méthodes utilisées :

"Les méthodes d'enseignement sont le plus souvent si pénibles que les enfants considèrent l'école comme un épouvantail et un lieu de torture pour l'esprit. La plupart des écoliers se dégoûtent des études et des livres : ils préfèrent courir travailler chez les artisans ou faire n'importe quoi. S'ils y restent (contraints par les parents, ou poussés par l'espoir d'obtenir par l'étude quelque dignité, ou encore par un amour spontané des belles lettres), ils ne reçoivent qu'une culture superficielle, anachronique et en tous points mauvaise" (<u>Grande didactique</u>, p. 74).

Certes, Coménius reconnaît qu'il y a eu, avant lui, des personnes qui se sont efforcées d'améliorer cet état de fait, mais outre les circonstances qui les ont empêchées de mener à bien leur projet, ce qui leur a fait le plus défaut est le caractère partiel de leur tentative : avant de construire, il faut tout détruire :

"Il est vrai que pour construire, on commence par déblayer le terrain en démolissant le vieil édifice incommode qui menace ruine " (opus cité, p. 62).

Le remède : le retour à la nature originelle

Il faut donc d'une part être radical, c'est-à-dire remonter jusqu'aux racines du mal et d'autre part méditer suffisamment pour comprendre quelles sont les bonnes racines : or celles-ci, se trouvent dans la nature ; il suffit de les retrouver pour parvenir à déceler comment la nature parvient à ses fins : certes, il y a là un problème, car il ne s'agit pas de la nature telle qu'elle est actuellement : il faut parvenir à retrouver la nature originelle :

"Par nature, nous entendons ici notre condition première et originelle à laquelle il nous faut revenir, et non l'état de corruption qui nous caractérise tous depuis le péché d'Adam (...). Des philosophes ont défini l'homme comme un "microcosme" c'est-à-dire un abrégé de l'univers, comprenant dans un espace réduit toutes les choses visibles dans le "macrocosme du monde " (o.c., p. 63-64).

On trouve sur ce point la convergence réelle et la profonde affinité entre la pédagogie jésuite et celle de Coménius : la nature actuelle est corrompue, il faut s'opposer à elle pour retrouver la pureté originelle ; c'est avant le péché d'Adam qu'existait une harmonie entre le monde et l'homme. Or de ce temps, il lui reste une capacité qui lui permet de capter toute chose : son esprit, que Comenius compare à un miroir sphérique

"Son esprit est comme un miroir sphérique : suspendu au milieu d'une chambre, il reçoit l'image de tous les objets alentour " (o.c., p. 63).

On ne trouve aucune trace, chez Comenius, de l'idée que le désir de savoir, la "libido sciendi", l'envie de connaître soit une faille ou une révolte contre l'ordre cosmique divin : l'homme puise dans la nature et son savoir et la méthode pour l'acquérir. Il est d'ailleurs significatif que Comenius privilègie les autodidactes : ils sont pour lui la preuve que la nature est le meilleur maître possible (mais il ne s'agit pas de n'importe quels autodidactes) : ceux qui étudient au contact direct des choses sont seuls retenus :

"Le cas des autodidactes nous montre avec évidence que si l'homme prend la nature pour guide, il peut en pénétrer tous les secrets. Certains ont été plus loin que leurs maîtres : leurs promenades et les méditations dans la forêt, cette école des chênes et des hêtres, leur ont appris plus que l'enseignement laborieux des professeurs " (Grande Didactique, p. 65).

Ces propos pourraient avoir été tenus par Freinet...

C'est dans cette optique que Coménius va s'efforcer de mettre en oeuvre une "méthode naturelle" : car il ne s'agit pas de laisser faire la nature ; il faut une intervention éducative car la Nature (ou Dieu) n'a mis en nous que les germes des savoirs et non les savoirs eux-mêmes : depuis le péché originel l'homme a perdu son savoir :

"La lumière de la raison est la forme suffisante et la norme de toute chose. Toutefois, depuis sa chute, l'homme ne parvient pas à se dégager de l'obscurité et de la confusion où il se débat " (o.c., p. 64).

On voit comment la conception platonicienne est intégrée dans une vision religieuse de l'existence humaine : l'âme, en buvant l'eau du fleuve "lethe", oublie les connaissances acquises dans le monde des idées et c'est pourquoi il s'agit de lever cet oubli par la réminiscence. Coménius la reprend sans critique en l'appliquant à la conception religieuse de la faute originelle qui consiste précisément, selon la Bible à vouloir goûter le fruit défendu de l'arbre de la "connaissance"... : le téléscopage est déroutant ...

Bref, ce qui reste en l'homme, ce sont des dispositions, des capacités, des germes :

"Comme dit Sénèque : "Des graines de tous les savoirs sont semées en nous et Dieu notre maître produit les talents par des voies cachées " (o.c., p. 65).

Cette idée est reprise et développée quelques pages plus loin :

"La nature donne les germes du savoir, de la vertu et de la religion, elle ne nous donne pas le savoir, la vertu et la religion elle-même ; il faut les développer par la prière, l'étude et l'action ; c'est pourquoi on a bien défini l'homme comme "un animal qu'on peut éduquer"... On ne peut donc être vraiment homme sans avoir appris à agir en homme... Le corps de l'homme est destiné au travail ; mais, à

sa naissance ce n'est qu'une aptitude. Il lui faut apprendre progressivement à se tenir assis et debout, à marcher et à se servir de ses mains. Comment notre esprit pourrait-il atteindre à la perfection sans y être préparé ? C'est impossible, car la loi de toutes les créatures est de partir de zéro pour s'élever par degrés.

Pour savoir quelque chose, il faut l'apprendre, car, à notre naissance, notre esprit est nu comme une table rase ; nous ne savons ni agir, ni parler, ni comprendre, il nous faut tout apprendre en partant des fondements " (o.c., p. 67-68).

Et en reprenant les cas des "enfants sauvages" connus à son époque, Coménius les utilise pour montrer que depuis le péché originel la tâche d'éduquer est devenue indispensable. Les analyses concernant les "enfants loups" (celui du Comté de Hesse recueilli vers 1540 et celui découvert en France en 1563) reposent essentiellement sur des rumeurs et sur des témoignages et elles restent très allusives mais l'essentiel est la conclusion qu'en tire Coménius : tout homme a besoin d'être éduqué. C'est là un des principes fondamentaux du système conçu par Coménius qui s'appuie sur l'autorité de Platon pour donner encore plus de poids à sa position : il rappelle les propos de ce dernier dans le Livre VI des Lois :

"L'homme est un animal plein de douceur et d'essence divine s'il a été adouci par une véritable formation. Mais s'il est mal éduqué ou pas du tout, il devient le plus féroce des animaux " (o.c., p. 69).

Nature et universalité de l'éducation

Ce principe fondamental est que l'éducation est inhérente à la situation de l'être humain, quelle que soit sa condition sociale et c'est pour cela que Coménius envisage l'éducation pour tous et dénonce toute forme de ségrégation, de sélection ou d'exclusion en matière d'éducation :

"Ces faits prouvent que nous avons tous besoin d'éducation, que nous soyons intelligents ou stupides, riches ou pauvres. Car les riches sans sagesse ne sont que des porcs engraissés au son, les pauvres qui ne comprennent rien (...) des ânes condamnés à porter des fardeaux et un bel homme dépourvu de culture, un perroquet aux plumes éclatantes ou une "lame de plomb dans un fourreau d'or" comme dit Ciceron " (o.c., p. 69).

C'est ce qui amène Coménius à revendiquer l'égalité de tous dans les écoles : nobles ou roturiers, riches ou pauvres, filles ou garçons, citadins ou paysans ; le rôle de l'éducation est le même pour tous : les faire devenir des hommes.

Cette égalité de tous face à l'éducation et l'identité dans la finalité de cette tâche se manifeste dans la revendication d'une méthode universelle.

Cependant, l'universalité de la méthode n'implique pas une méconnaissance ou un déni des différences : Coménius parvient même à élaborer ce que nous pourrions appeller une "typologie des intelligences" et il indique que si la méthode est d'emblée totalement adaptée aux intelligences qui se trouvent dans la "moyenne" et qui sont les plus nombreuses, elle peut également aider les intelligences qui se trouvent "aux extrêmes". Cette répartition des intelligences s'opère en fonction de quatre critères qui jouent dans le sens positif ou négatif :

- l'acuité et l'ampleur (ou l'étroitesse)
- la vivacité et la vitesse (ou la lenteur)
- la motivation (ou l'absence de "goût pour les études")
- la discipline (ou la rébellion et l'hostilité)

Et Coménius dresse une véritable classification des esprits en six catégories :

"*1) Les intelligences aiguës, avides de savoir et faciles à diriger, qu'il suffit de conduire avec prudence*
2) Les intelligences aiguës mais lentes, quoique très dociles à stimuler
3) Les intelligences aiguës et avides de savoir mais rebelles ; capables, elles demandent simplement à être disciplinées
4) Les intelligences dociles et avides d'apprendre mais lentes et peu douées : à ménager et à encourager
5) Les intelligences bornées, molles et paresseuses : à pousser et traiter avec patience
6) Les intelligences bornées, tortueuses et vicieuses. Il ne faut pas désespérer d'en amender, ne serait-ce qu'une (o.c., p. 78) ".

Cette variété des modes de fonctionnement n'est pas, pour Coménius, un élément qui devrait justifier une sélection préalable ou différentes méthodes.

"La diversité des esprits n'est autre qu'une harmonie voulue par la nature entre les excès et les insuffisances. Notre méthode est donc adaptée aux esprits moyens qui sont les plus nombreux ; mais elle joue des rênes pour modérer ou freiner les intelligences trop vives qui risquent de s'épuiser prématurément et aussi des éperons pour stimuler les esprits trop lents (o.c., p. 78-79)".

Face à cette diversité, Coménius n'envisage pas une différenciation de pratiques, au contraire : la méthode doit être non seulement universelle mais unique : utiliser des méthodes différentes serait source de difficultés supplémentaires :

"La diversité des méthodes embrouille les études et rend les élèves incertains. Tous les maîtres emploient des méthodes différentes et, pour comble, un même maitre enseigne de plusieurs façons, selon la matière. Mieux vaudrait tout enseigner par un procédé uniforme" (o.c., p. 94).

Coménius refuse également l'idée d'une répartition des élèves dans des groupes "homogènes" : il est fécond de mêler les esprits et de mettre en place des classes "hétérogènes".

"A l'armée, on mêle les conscrits et les vétérans, les gringalets et les costauds, les mous et les actifs : tous vont au combat sous un même chef et sous un même drapeau. De même, il faut, dans les régiments du savoir, mêler les esprits lents et rapides, les obtus et les éveillés, les têtus et les dociles ; et aussi longtemps qu'ils ont besoin d'être guidés, ils seront guidés par les mêmes règles et les mêmes exemples. A la sortie de l'école, chacun poursuivra le chemin du savoir à son rythme" (o.c., p. 79).

Les classes hétérogènes ne sont pas pour Coménius qu'une simple juxtaposition de personnes différentes (il reprend une idée qui était déjà utilisée à son époque mais qui sera développée et précisée ultérieurement par l'enseignement mutuel). Il écrit :

"Précisons que, pour les élèves, mêler les esprits implique non seulement qu'ils soient réunis dans la même salle de classe, mais encore qu'ils se prêtent une aide mutuelle. Ainsi, quand le maître remarque un sujet particulièrement doué, qu'il lui confie l'instruction de deux ou trois élèves plus lents ; et s'il distingue un enfant d'un bon naturel, qu'il lui confie les plus faibles pour qu'il les surveille et les dirige" (o.c., p. 79).

Pourquoi les interventions éducatives doivent-elles être précoces ?

Le premier principe retenu est donc l'universalité et l'uniformité de la méthode. La seconde exigence qui caractérise a priori la pensée de Coménius est la nécessaire précocité des interventions éducatives : il faut prendre en charge l'enfant le plus tôt possible, et aux objections éventuelles, Coménius répond en les anticipant :

"*Si quelqu'un demande comment un âge si tendre peut s'habituer à des choses si sévères, je répondrai par un exemple : pour faire pousser un arbre dans une direction, il est plus facile de le ployer quand il est jeune*" (L'école de l'enfance, p. 163).

Ces propos font échos à ceux déjà tenus dans La grande didactique : en effet, quelles que soient les comparaisons utilisées entre l'esprit, une plante ou de la "cire vierge", la conclusion est la même : l'enfant doit être éduqué très jeune :

"*Nous démontrerons maintenant que ces graines doivent être semées quand le terrain est encore neuf. On pétrit et on façonne facilement une cire molle ; mais si elle est dure, elle se casse au moindre effort ; il est facile de planter, de transplanter, de tailler et de courber un arbre quand il est jeune, mais c'est impossible s'il est devenu adulte. Suivez ces mêmes principes pour l'homme, vous obtiendrez les mêmes résultats*" (o.c., p. 70).

Sur la nécessité d'intervenir de manière précoce Coménius met en évidence les accords entre les préceptes d'Aristote et les règles de la nature.

"*La nature supprime avant d'entreprendre. Pour Aristote, on ne peut donner à la matière une nouvelle forme sans supprimer la précédente. Par conséquent, il faut faire aborder l'étude de la science le plus tôt possible aux jeunes intelligences, à un moment où elles n'ont pas encore pris l'habitude de se disperser dans d'autres activités. Plus la formation commence tard, plus son développement rencontre d'obstacles, car d'autres choses ont déjà pris place dans l'esprit* " (o.c., p. 89).

Nous constatons, à travers toutes ces citations non seulement la cohérence mais le caractère répétitif et l'insistance des références "naturalistes" de Coménius. Elles ne sont pourtant pas les seules : graines, plantes, miroir, cire vierge, table rase, telles sont quelques unes des comparaisons utilisées.

La première orientation de la méthode, celle qui a été seule mise en évidence jusqu'à présent, parce qu'elle est la plus manifeste comprend toutes les références à la nature, au "naturel" (c'est elle qui sera privilégiée de manière exclusive par les "méthodes actives d'éducation nouvelle au 20ème siècle, trouvant chez Coménius un grand et génial "précurseur").

La deuxième orientation est plus techniciste et elle est empreinte plus souvent, mais non toujours, de connotations plus négatives car elle est utilisée pour pallier les défaillances, les ratés de la première.

L'orientation naturaliste et la méthode naturelle

Elle est constamment présentée comme l'idéal qu'il faut au plus vite mettre en oeuvre :

"*Si l'on veut susciter l'amour de l'étude, la méthode d'enseignement doit être naturelle, car tout ce qui est naturel réussit de soi-même*" (o.c., p. 91).

Dans cette perspective ni forçage, ni effort, ni contrainte, ni conflit que ce soit chez les élèves ou chez l'enseignant.

C'est dans cette optique que l'esprit humain est comparé à une bonne terre fertile ou à une graine :

"*On peut donc comparer l'esprit de l'homme qui vient au monde à une graine ou à un noyau : la forme de la plante n'y existe pas en acte mais l'herbe ou l'arbre y sont déjà en substance*" (o.c., p. 94).

Le rôle du maître se limitera alors à un rôle de prévoyance : le statut des connaissances est d'être endogènes, c'est-à-dire, inhérentes à l'esprit. De même que la graine "contient" en elle la plante qu'elle deviendra, l'esprit humain recèle les connaissances les plus élaborées. Il n'est nul besoin d'intervention extérieure qui exercerait des pressions, la vitalité de la graine dispense de toutes contraintes inutiles et de tout effort intempestif : la spontanéité du processus est la meilleure garantie de sa réussite, il suffit d'être en position de ne pas faire des erreurs et de constituer seulement des conditions favorables. La vitalité du processus intrinsèque à la graine (ici, l'esprit) est le facteur déterminant du dynamisme. Pour justifier la comparaison entre la graine et l'esprit humain Coménius s'exprime dans ces termes :

"*On le voit quand la graine lance en terre ses racines et au-dessus d'elle les pousses qui s'allongent en branches et en rameaux, se couvrent de feuilles et s'ornent de fleurs et de fruits. Il n'est donc nul besoin d'apporter à l'homme des éléments extérieurs, il suffit de déployer les qualités dont il contient le germe et de lui expliquer leur nature. Nous sommes d'accord avec la formule de Pythagore : "La connaissance de tout est si naturelle chez l'homme que si l'on interrogeait habilement un enfant de sept ans sur tous les problèmes de la philosophie, il saurait répondre à tout avec précision, car la lumière de la raison est la forme suffisante et la norme de toute chose* " (o.c., p. 64).

Cependant, des "flottements", voire, des incohérences difficiles à ignorer autant qu'à comprendre apparaissent dans les positions prises par Coménius.

Tantôt, comme le passage que nous venons de citer l'indique clairement, les germes de la connaissance sont inhérentes à l'esprit humain, même si elles sont recouvertes par le voile de l'oubli, dû au pêché originel ; il suffirait de poser les questions pertinentes pour que l'esprit d'un enfant de sept ans soit capable d'"accoucher" des vérités philosophiques les plus complexes et les plus élaborées (on reconnait là, de nouveau, l'influence socratique et platonicienne de la théorie de la réminiscence et du pédagogue "accoucheur").

Tantôt, et cette seconde position donne une responsabilité plus importante à l'intervention éducative, l'esprit des enfants n'est qu'une terre vierge dans laquelle l'"éducateur-jardinier" va devoir semer des graines : dans ce cas, les savoirs ont, non plus une origine endogène, mais exogène : ils proviennent d'une extériorité, mais on reste cependant dans une perspective naturaliste : l'intervention n'est pas artificielle car le jardinier qu'est l'éducateur se plie aux règles de la nature, les connait et les respecte :

"*La seule obligation des éducateurs est de semer habilement les germes des connaissances dans les esprits, et d'arroser soigneusement ces petites plantes de Dieu que sont les enfants :*

alors elles croîtront et prospèreront. Semer et planter, on le sait, requièrent de la technique et de l'habileté " (o.c., p. 83).

Lorsque le maître, tel un jardinier doit prendre des initiatives déterminantes (et pas seulement "laisser-faire" les choses en étant uniquement attentif), le problème de la méthode devient primordial : il ne s'agit plus de faire émerger des connaissances déjà en place dans l'esprit mais de savoir quand et comment les faire acquérir :

"*Si un jardinier ne sait pas ensemencer, la plupart de ses semis meurent ; et si quelques plantes lèvent, alors c'est par hasard plus que par métier. Le jardinier compétent, au contraire, travaille avec habileté : il connait bien les lieux, les procédés et les moments favorables à la culture... Il n'est question ici ni de hasard, ni de prudence, mais de la manière de prévenir les hasards par la prudence. Or la méthode d'éducation est restée jusqu'à présent si vague que personne n'ose dire : "J'amènerai, moi, cet adolescent, en tant d'années, à tel point, à tel niveau de connaissances, etc... ; nous devons donc voir si on peut donner à ce jardinage des esprits un fondement si ferme qu'il procède infailliblement*" (o.c., p. 83).

L'importance de la méthode est justifiée par le souci du jugement d'opportunité (à quel moment faut-il intervenir ?) et des modalités (comment agir ?) qui vont être présentées comme les bases de la sûreté et de l'efficacité des initiatives éducatives : c'est parce qu'un éducateur doit pouvoir montrer, faire les preuves de la valeur de son action que la réflexion sur la méthode qu'il utilise devient centrale. Certes, en présentant cette méthode comme ayant des fondements "naturels", Coménius tient des positions et soutient des thèses qui comportent toutes les séductions d'une a-temporalité qui produit une impression d'actualité pour les lecteurs : il s'agit des éléments qui procèdent d'une éducation telle que tous les enseignants la rêvent car elle comporte le désir de rendre les savoirs attractifs, intéressants, faciles à intégrer, ce qui permettrait d'avoir des élèves curieux, dynamiques, avides d'apprendre et des relations entre enseignants et élèves faites de douceur, de patience, de bienveillance, d'affection et d'estime mutuelle : bref, peut-être bien le "meilleur des mondes pédagogiques". Essayons de cerner les éléments caractéristiques de cette méthode.

Caractéristiques de la méthode

Unité et progression

Tout d'abord nous avons vu que si la méthode est universelle, elle n'est pas pour autant exempte d'adaptation aux singularités. La méthode est unique mais elle prône le caractère progressif des acquisitions : elle doit réaliser une adéquation indispensable entre les savoirs présentés et les capacités des élèves. Pour ce qui concerne l'unicité de la méthode, elle est exposée dans le principe 10 "des lois générales de l'enseignement".

"*La nature fait toujours tout avec uniformité. La diversité des méthodes embrouille les études et rend les élèves incertains. Mieux vaudrait tout enseigner par un procédé uniforme, qui tienne compte de l'harmonie universelle et des relations réciproques entre les mots et les choses. Désormais une méthode unique sera utilisée pour toutes les sciences et toutes les langues. Dans chaque école, on observera le même ordre et les mêmes techniques pour tous les exercices. Dans chaque matière, les livres seront si possibles identiques. Ainsi, tout avancera facilement et sans heurts*" (o.c., p. 94).

Nous reviendrons ultérieurement sur les relations entre les mots et les choses, car chez Coménius il s'agit d'un point fondamental, qui le met en position de rupture avec la tradition.

Retenons, pour l'instant la justification d'une uniformité de la méthode qui légitime à la fois l'unité du livre, c'est-à-dire du manuel et l'unité du maître, afin d'éviter les échecs dûs aux ruptures qui désorientent les élèves. Cette unité du maître est affirmée à plusieurs reprises par Coménius :

"*Un enfant ne peut être instruit avec profit par plusieurs maîtres à la fois car il est impossible que tous emploient la même méthode, ce qui disperse l'esprit et gêne la formation*" (o.c., p. 89).

On peut remarquer qu'entre le "rêve" d'une méthode naturelle et la perspective d'une méthode unique, indifférente aux variations des exigences intrinsèques aux disciplines nous ne pouvons plus suivre sans critique Coménius : on ne peut apprendre avec la même méthode les phénomènes physiques et les phénomènes biologiques. Mais cette distinction, n'a, bien sûr aucun sens pour Coménius : il s'agit là de phénomènes "semblables" puisque tous "naturels" et on peut comprendre comment cette volonté de maintenir une référence qui fait écran aux approches différentes peut être source de confusions.

Pour revenir à l'analyse de la logique interne des perspectives de Coménius, l'unité de la méthode se combine nécessairement à une adaptation, en l'occurence à une adéquation avec les différents niveaux des élèves ; c'est pourquoi Coménius compare cette méthode à un escalier :

"*Rien n'est inacessible à l'esprit, mais les escaliers du savoir sont mal conçus, raides et délabrés, autrement dit, la méthode est confuse. Tous pourront escalader n'importe quel sommet quand les marches seront bien nivelées, solides et sûres*" (o.c. p. 77-78).

Sur cette comparaison, la nature est de nouveau utilisée comme garante de la légitimité de la démarche :

"*La nature ne fait pas de saut, mais procède par degrés. Il est clair qu'on ne peut rien obtenir si les maîtres ne distribuent pas les matières à enseigner et à étudier en un ordre de succession logique, chacune étant étudiée intégralement dans le cadre fixé. Sinon, on aboutit facilement au désordre et à la confusion*" (o.c., p. 88).

L'ordre de succession des acquisitions ne relève pas de jugements arbitraires, ni de décrets ; ce qui va servir de fil conducteur pour assurer la progression des élèves est ce que l'on pourrait appeler leur "maturité" : Coménius utilise l'expression "moment favorable", et, comme toujours la nature sert de modèle :

"*La nature attend le moment favorable. L'oiseau entreprend de procréer au printemps. Le jardinier plante au printemps, quand la sève monte dans les plantes... Les écoles commettent deux fautes contre ce principe : on n'y saisit pas le moment favorable pour faire bien travailler les intelligences et les exercices n'y sont pas bien organisés pour faire passer sans risque d'échec d'un degré à l'autre. En effet, on ne peut enseigner aux bébés, car les racines de leur intelligence sont encore sous terre. Il n'est plus temps d'instruire les vieillards car leur intelligence et leur mémoire sont déjà sur le déclin... Toutes les connaissances doivent être graduées selon les âges et il ne faut enseigner que ce que les élèves sont en mesure de comprendre*" (o.c., p. 84).

Le terme de maturité n'est pas un anachronisme : il est explicitement utilisé par Coménius quelques pages plus loin, lorsqu'il préconise :

"Proportionne tout l'enseignement aux capacités des élèves qui progressent d'elles-mêmes avec l'âge et le niveau des études. La nature ne brusque rien ; elle attend que les choses aient atteint leur ***maturité*** *pour leur donner une impulsion"* (o.c., p. 93).

Ce "respect" des possibilités des élèves, cette attention portée à leur capacité d'acquisition va produire un double effet : le maître doit se limiter, il doit être vigilant à limiter ce qu'il apporte, il ne doit pas enseigner tout ce qu'il sait mais seulement ce que l'élève peut comprendre. Cela permettra à l'élève de ne pas être "écrasé" par les savoirs du maître. Déjà dans la Didactique analytique, Coménius indiquait, à la proposition 138 :

"Le professeur devrait enseigner ce que l'élève peut saisir et non tout ce que lui-même est capable d'enseigner. Accommoder l'enseignement à l'intelligence des élèves, tel est le coeur de l'éducation. Il faut tenir compte chez un élève des différences d'âge, d'intelligence et d'avancement scolaire " (Didactique analytique, p. 47-48).

Cette harmonie entre les capacités des élèves et l'enseignement dispensé permet d'établir un climat d'harmonie qui évite la violence et la contrainte :

"C'est faire violence à l'intelligence que de contraindre l'élève à accomplir une tâche au-dessus de son âge et de ses forces " (Didactique analytique, p. 93).

Toute avancée trop rapide produit un "forçage" qui met en péril le moteur essentiel de l'apprentissage : le plaisir

"Laissons donc libre cours à la nature et qu'à tout âge, chacun puisse réaliser ce qui procure du plaisir " (Didactique analytique, p.48).

La coordination, la cohérence entre la demande du maître et les capacités des élèves débouche sur le plaisir d'apprendre qui est pour Coménius le seul facteur des progrès, la contrainte produit au contraire le refus et provoque des situations pathogènes : au lieu d'avoir "faim de connaissances", l'esprit, tel le corps "vomira" les aliments dont il a été "gavé" :

"La nature prédispose la matière et la rend avide de forme. Celui qui use de contrainte pour forcer les enfants à étudier ne leur rend pas service. Si ton estomac refuse des aliments et si tu le forces, tu seras pris de nausée et tu vomiras à coup sûr. Il faut donc enflammer les enfants de l'amour du savoir ; la méthode d'enseignement doit diminuer les efforts de l'élève, éviter de le cabrer, de l'effrayer et de le détourner ainsi de l'étude. Les parents, les maîtres, l'école, les connaissances, la méthode d'enseignement et les magistrats peuvent susciter cette ardeur au savoir " (Didactique analytique, p. 90).

On songe à ce que ces propos devaient avoir de novateur lorsqu'on sait que Freinet, quelques trois siècles plus tard les revendiquera comme un principe de l'"éducation moderne" :

"On ne peut pas faire boire un cheval qui n'a pas soif " (Les dits de Mathieu)

Mais cela est devenu pour nous un véritable problème : peut-on comprendre le processus de désir d'apprendre en le comparant au fonctionnement biologique de la faim ou de la soif ? D'une part, ces dernières sont augmentées par le manque d'objet (la nourriture ou la boisson) et l'apport de ces éléments fait disparaître ces sensations de faim ou de soif alors que pour ce qui concerne les savoirs, plus on en assimile, plus on en comprend, plus on veut en apprendre, certains "mauvais esprits" ont même ironisé sur ce qui est une logique "bizarre" pour le bon sens "plus on apprend, plus on est conscient de son ignorance". Ce paradoxe ne manque pas de légitimité.

D'autre part, on peut se demander avec autant de perplexité si le fait de rendre faciles les connaissances en "diminuant les efforts de l'élève" pour ne lui demander que ce qui lui "procure du plaisir" ne comporte pas le danger de refus chez l'élève de tout ce qui exige de lui un effort pour aller au-delà de ce qu'il sait faire, pour apprendre ce qu'il ne sait pas, pour se dépasser lui-même : situation incontournable dans l'enseignement ; le problème essentiel étant de doser la difficulté mais de la maintenir comme un élément indispensable du dispositif éducatif. Pour Coménius, et ceci certes en conflit avec les pratiques de son époque, l'important est que l'école soit attrayante : reprenant un souhait exprimé par

Luther dans son Manifeste aux villes de l'Empire pour la création d'écoles, ouvrage datant de 1525, Coménius affirme :

"*que la méthode d'enseignement facilite les études pour que l'école cesse d'effrayer et de faire fuir les enfants, mais les attire par ses charmes ; car l'étude doit procurer aux enfants autant de plaisir que les journées passées à jouer à la balle, à la course ou aux noix* " (o.c., p. 73).

Et Coménius n'hésite pas à développer avec un très grand luxe de précisions tous les éléments qui peuvent contribuer à rendre agréables les études, à savoir :

- L'attitude du maître et les récompenses :

"*Les maîtres doivent être doux et aimables ; ils ne s'aliéneront pas les élèves par une mine sévère, mais se les gagneront par une attitude et des gestes paternels. Qu'ils vantent les études en invoquant leur importance, leur agrément et leur facilité. Les maîtres doivent complimenter sans cesse les élèves les plus attentifs et leur donner des noix, des pommes ou du sucre (...). Bref, si les maîtres montrent de l'affection envers leurs élèves, ils gagneront facilement leur coeur, et les élèves préfèreront être à l'école plutôt qu'à la maison* " (o.c., p. 90).

On voit combien l'attitude affective, les relations positives que saura établir le maître avec ses élèves revêt pour Coménius une grande importance, quitte à recourir à des récompenses plus "tangibles" qu'une bonne appréciation, à savoir des nourritures agréables (sucreries...).

- Le lieu et l'organisation des bâtiments sont également pris en considération :

. l'école doit être aménagée de manière séduisante :

"*L'école sera située dans un lieu agréable et présentera un aspect attrayant à l'intérieur comme à l'extérieur. La salle de classe sera lumineuse et propre ; ses murs seront ornés de tableaux représentant des hommes célèbres, des cartes géographiques, des scènes historiques, ou des figures symboliques. A côté de l'école, il y aura un terrain de promenade et de jeux ; on conduira de temps en temps les élèves au jardin pour qu'ils jouissent de la vue des arbres, des fleurs et des plantes. Si les écoles sont ainsi conçues,* *les élèves s'y rendront avec autant de plaisir qu'à la foire, où ils espèrent toujours apprendre, voir et entendre quelque nouveauté* " (o.c., p. 90).

Tout dans cette description (l'intérieur et les décorations prévues, ainsi que l'extérieur -jardin, terrains de jeux, promenades) indique le but de cet aménagement, à savoir : l'agrément et le plaisir. Coménius pose même l'école en rivale des plaisirs de foire qui ne sont faits que pour la distraction et l'amusement : à l'école, autant que sur les lieux faits pour le divertissement, les enfants pourront éprouver des plaisirs sans cesse renouvelés.

Mais le point le plus important du dispositif éducatif parce qu'il en est le "centre", on pourrait dire "le coeur" est constitué par la démarche pédagogique. Voyons comment Coménius la conçoit :

- La démarche pédagogique :

Le principe essentiel est d'aller du simple au complexe, du facile au difficile et du concret à l'abstrait :

"*Pour que la méthode enchante les esprits, il faut la rendre douce. Même les sujets les plus sérieux doivent être présentés sur un ton familier. Il faut pratiquer le dialogue, procéder par devinettes, paraboles ou apologues (...). La nature va du facile au difficile* " (o.c., p. 91).

Ce principe débouche sur une mise en place d'une pédagogie du jeu, d'une pédagogie amusante.

Et Coménius donne, d'une manière qui nous semble aujourd'hui assez surprenante, cette méthode pédagogique comme préparation à la vie réelle, permettant, en outre, de réaliser un gain de temps et d'efforts.

"*On économisera aussi le temps et les efforts en imaginant les jeux destinés à favoriser la détente des enfants de façon qu'ils soient la représentation des activités sérieuses de la vie et leur en donnent l'habitude. On peut pour cela utiliser les visites de manufactures, les travaux domestiques, les affaires de la cité, l'organisation des armées, les réalisations d'architecture, etc... (...) Si l'on fait l'exercice de l'armée, le maître désignera le général, le colonel, le porte drapeau, etc... Si on joue à la politique, il faudra nommer le roi, les conseillers, le consul, les sénateurs, etc... Ces* *amusements amènent aux activités sérieuses ; nous réaliserons ainsi le voeu de Luther : "que les études plaisent autant aux écoliers que le jeu des noix ". Alors les écoles prépareront véritablement à la vie* " (o.c., p. 107-108).

Ce "raccourci" du passage du jeu des noix à la préparation à la vie comporte pour nous une "logique" qui nous paraît désormais bien étrange. Non pas que nous ne comprenions pas que l'épanouissement de l'enfant dans les plaisirs du jeu soit un facteur important de son devenir, mais bien téméraire nous semblerait l'affirmation qu'il suffit de savoir prendre du plaisir au jeu pour être "véritablement préparé à la vie" : savoir différer le plaisir pour être en mesure de conquérir -quitte à faire des efforts importants- des capacités nouvelles et se dépasser, aller au-delà de ce qu'on sait déjà faire, nous semble désormais un élément plus déterminant pour penser et élaborer des projets d'avenir que le principe de plaisir qui nous plonge dans l'immédiat du présent et nous fait "oublier" nos obligations ou nous soustrait, temporairement aux contraintes du réel.

Pour revenir à Coménius, cette règle du facile et du plaisir dans l'éducation lui fait poser comme un impératif de partir du familier et du concret pour aborder l'inconnu et l'abstrait :

"*Il faut coordonner les matières d'enseignement pour faire connaître à l'élève successivement les objets proches (ceux qui l'environnent) puis les objets éloignés. En présentant pour la première fois aux élèves des règles de logique, de rhétorique, etc., on utilisera des exemples à leur portée et tirés de la vie quotidienne. On évitera d'utiliser des exemples empruntés à la théologie, la politique ou la poésie, qui dépassent leurs capacités de compréhension* " (o.c., p. 92).

Cette préséance, cette primauté accordée au concret familier sur l'abstrait inconnu va produire chez Coménius une critique très vive du verbalisme, du formalisme et de l'encyclopédisme (ce sont les piliers de la pédagogie qu'il critique).

"*Aujourd'hui les esprits se nourrissent non de la substance des choses mais de l'écorce des mots ; ils se gargarisent de mots creux, d'un flot de citations ou d'opinions qui ne sont que fétus de paille et fumée. Ce verbiage sans consistance est bon pour les perroquets* " (o.c., p. 95).

L'ordre naturel exige au contraire de faire passer l'étude des choses, de la réalité avant celle des mots, c'est-à-dire pour Coménius, l'étude des sciences avant l'étude des lettres :

"*Les élèves passent des années à apprendre les règles de la rhétorique mais ils attendent je ne sais combien de temps d'être enfin admis à étudier les objets réels : mathématiques, physique... Et pourtant les choses sont la substance et les mots l'accident, il faut donc les présenter simultanément à l'entendement humain mais en commençant par les choses car elles sont objet de cet entendement autant que du discours*" (o.c., p. 85).

Plus qu'une simple inversion du rapport traditionnel entre les mots et les choses, il s'agit d'établir un lien plus solide. S'il faut commencer par l'étude des choses réelles, Coménius précise cependant, qu'il doit y avoir un va-et-vient permanent entre les mots et les choses :

"*Que sont les mots, sinon le vêtement ou le fourreau des choses ? Pour enseigner une langue, y compris la langue maternelle, il faut toujours montrer aux élèves les choses que désignent les mots. A l'inverse, il faut apprendre à exprimer verbalement tout ce qu'ils voient, entendent, touchent ou goûtent. Ainsi la langue et l'esprit avancent de conserve et se développent à l'unisson. Notre règle sera : "Tout ce que l'élève comprend, il doit apprendre à l'énoncer, et réciproquement ". On ne permettra à personne de dire ce qu'il ne comprend pas ou de ne pas exprimer ce qu'il comprend*" (o.c., p. 106).

On reconnait dans ce passage l'influence de la pensée de Saint Augustin : les mots désignent des choses : pour apprendre le langage il faut montrer les choses que les mots désignent.

Théorie que l'on a qualifiée d'"ostentatoire" et que Wittgenstein a récusée en montrant que l'essentiel dans le langage n'est pas la **désignation** mais la **signification** et que le langage comporte constamment la capacité de signifier ce qui ne peut pas être montré et doit cependant être pensé : un fruit, un légume.

Mais, à la différence de Saint Augustin et de la tradition, qui donnent la primauté aux mots, Coménius inverse l'ordre pédagogique : il faut partir des choses et non des mots.

"Pour bien instruire les jeunes, il ne faut pas leur farcir l'esprit d'un fatras de mots, de phrases, de maximes et d'opinions, ramassés dans les auteurs, il faut leur ouvrir l'esprit (...). Connaître par coeur les opinions divergentes des auteurs sur une foule de questions est ainsi devenu l'idéal de l'instruction. La plupart des maîtres ne font, en se lançant dans les auteurs, que glaner phrases, jugements et opinions. Le savoir dont ils se drapent, n'est qu'un assemblage de chiffons" (o.c., p. 96).

La critique élaborée par Coménius ne manque pas de vigueur : le résultat de cet enseignement empreint de scolastique est de semer la confusion dans les esprits jeunes, qui ne savent plus distinguer le vrai et le faux qui se donne comme vraisemblable : tout devient alors pour les élèves affaire de rhétorique formelle et vide.

"La science formée de jugements et d'opinions d'auteurs est semblable aux arbres des fêtes foraines ; on les décore avec des feuillages, des fruits, des guirlandes et des couronnes, mais, comme rien ne vient des racines, rien ne peut se multiplier ni durer.

En conclusion, que les hommes apprennent dans la mesure du possible à tirer le savoir du ciel, de la terre, des chênes et des hêtres, et non des livres. A mon avis, ils doivent apprendre à connaître et à observer les choses, directement, et par eux-mêmes" (o.c., p. 97).

La question des contraintes

Cette confrontation directe aux choses, ces "leçons de choses" permettent d'éviter à la fois le verbiage inconsistant et l'argument d'autorité qui en est la conséquence : de l'autorité qui s'impose sans pouvoir être comprise dans sa légitimité au recours à la violence, à la contrainte, c'est-à-dire aux coups, il n'y a qu'un pas, vite franchi dans la pratique traditionnelle :

"Qui oserait défendre la cause des écoles d'autrefois ou d'aujourd'hui ? Leurs méthodes usent de violence et non de souplesse. Il faut cinq, dix ans ou plus pour enseigner ce qui pourrait s'apprendre en un an. On fait entrer de force les connaissances dans l'esprit des enfants, on les gave, on les bourre, quand on pourrait les en pénétrer tout en douceur" (o.c., p. 74).

Et Coménius stigmatise ces pratiques en indiquant sans ambiguité qu'elles sont responsables de l'échec des élèves : les maîtres violents sont les causes du refus de travailler.

"Un maître se montre cruel quand il donne un devoir difficile aux élèves sans leur montrer clairement en quoi il consiste et comment le faire ; quand il ne les aide pas pendant l'exercice et que, non content de provoquer en eux inquiétudes et sueurs, il finit par s'emporter si les élèves ne parviennent pas au résultat espéré (...). L'emploi du fouet doit être désormais banni des écoles. Si les élèves ne travaillent pas à l'école, la faute en incombe seulement au maître qui n'a pas su les rendre dociles" (o.c., p. 93).

Oubliant les derniers mots de la proposition relative (qui n'a pas su...), cette condamnation de l'usage de la violence nous atteint de manière vive, si vive d'ailleurs que nous pouvons ne retenir que la critique de la contrainte et des coups chez Coménius : c'est ainsi que Piaget réagit dans la postface consacrée à l'actualité de Coménius :

"Sa pierre de touche est à cet égard (Piaget évoque le développement spontané "naturel" de l'enfant) la notion de la justice rétributive ou de la sanction. Or Coménius est radicalement opposé aux châtiments corporels : "Les coups de bâton n'ont jamais eu la vertu d'inspirer l'amour des connaissances mais provoquent l'aversion et la haine" (il s'agit là d'une citation de Coménius dans la Grande didactique, p 122, et Piaget continue...). Mais Coménius ne formule pas seulement ces arguments décisifs contre les châtiments corporels : tout son chapitre sur la discipline scolaire montre son effort pour recourir à des sanctions positives (encouragements, émulation, etc...) plus qu'aux sanctions négatives " Piaget, Postface à l'Utopie éducative, p. 277.

Ce genre de lecture qui ne retient que les éléments positifs, ceux qui nous montrent un Coménius "moderne", quitte à faire quelques nuances rhétoriques d'usage au départ, ne permet pas de comprendre, c'est-à-dire de saisir les raisons du nombre considérable de hiatus présent dans les écrits de Coménius, et pas seulement sous la forme d'allusions vagues. Il s'agit de prendre en compte ces contradictions pour s'interroger sur leur pourquoi, et non de gommer les questions en disant simplement : il y a des choses qui donnent "une impression de vétusté des formes" et d'autres qui provoquent une impression "d'actualité" mais tout cela n'est qu'une affaire de vocabulaire : il suffirait d'opérer "la transposition des idées centrales du système en un langage moderne" (Piaget, p. 268), pour que disparaissent toutes ces incohérences de surface ; il nous semble, au contraire, que le travail d'approche historique consiste à repérer tous ces écarts entre une logique qui ne justifie pas la moindre incohérence tout simplement parce qu'elle n'existe pas à l'intérieur du système et notre logique qui exige des explications parce que certains repères se sont dissociés et sont devenus pour nous incompatibles entre eux.

Or les propos de Coménius sont sans ambiguité : il prévoit toute une graduation des sanctions qui n'excluent pas du tout les châtiments corporels, ils apparaissent même comme nécessaires pour rendre "dociles" les enfants, c'est seulement quand cette docilité est acquise que l'instruction proprement dite peut commencer ; bien sûr, pour Coménius les savoirs comportent suffisamment d'attraits (soit par eux-mêmes, soit par les noix ou sucres distribués) mais il faut au préalable avoir mis en place une **discipline** dans les règles de vie et la reconnaissance de l'autorité du maître. Cette discipline doit alors être inflexible : tous les moyens sont bons pour l'obtenir, qu'il s'agisse de l'humiliation ou des coups.

"*Dans certains cas, il faut recourir à l'éperon pour stimuler l'élève, mais il y a plus efficace que les coups : un mot cinglant ou un reproche lancé en public, l'éloge des autres élèves (...).*

On peut parfois recourir à la moquerie : "Comment pouvez-vous être niais au point de ne pas comprendre une chose si facile ! Etes-vous dans la lune ?". Vous devez d'autre part exercer une discipline sévère et dure contre les éléments immoraux. J'entends par là les auteurs de blasphèmes, d'obscénités, les désobéissants obstinés, les récalcitrants qui méprisent les ordres du maître et ne font pas leurs devoirs, les orgueilleux, les méprisants, les malveillants et les apathiques qui refusent d'aider leurs condisciples qui le leur demandent. En résumé, l'unique but de la discipline est de développer la serviabilité, l'ardeur du travail et l'accomplissement des devoirs de la vie " (o.c., p. 122).

Il faut signaler que ce passage suit immédiatement la citation retenue par Piaget et dont nous avons donné la transcription plus haut. Ce qui est important, nous semble-t-il, est que tous les critères qui justifient le recours aux humiliations et à la sévérité de la discipline relèvent du domaine des comportements moraux, et, bien sûr, ils sont présentés comme la manifestation du désir de vouloir le "bien de l'enfant lui-même". C'est d'ailleurs cette justification qu'analyse Alice Miller dans son ouvrage C'est pour ton bien, dans lequel elle montre que c'est toujours la racine fondamentale de la violence à l'égard de l'enfant : vouloir son bien, sans que la conception du bien en jeu soit critique, c'est-à-dire soumise à la réflexion et au doute.

L'amour du savoir est-il naturel ?

Mais Coménius va encore plus loin :

"Mais si un élève est d'un naturel si mauvais que ces moyens se révèlent inefficaces, il faut user d'autres moyens plus énergiques ; tout doit être tenté avant de l'abandonner comme un terrain stérile ou de le considérer comme un élément incorrigible. On trouve peut-être encore aujourd'hui quelques élèves auxquels s'applique la maxime "un esclave phrygien ne peut être amélioré que par les coups". Même si ces punitions sévères n'agissent pas sur ceux qui les reçoivent, elles inspireront une crainte salutaire aux autres élèves" (o.c., p. 122).

Dans ces propos, on ne trouve le recours aux chatîments corporels que dans des occasions particulières "à l'encontre des éléments immoraux" : seules quelques exceptions, marginales et rares rendraient nécessaires l'usage de la contrainte et l'utilisation de l'humiliation. Il s'agirait alors de faire rentrer ces "récalcitrants" dans le rang pour les faire revenir à des sentiments plus naturels. Comenius présente même cela comme une façon de s'occuper encore de ces enfants plutôt que de les abandonner : il n'envisage que cette alternative. Mais le danger qui nous semble le plus manifeste ici est celui du recours à des critères "naturalistes" : à vouloir penser l'éducation et les relations entre enseignants et élèves à l'aide de repères "naturels", on ne peut que considérer les comportements qui ne sont pas conformes à ces critères comme des comportements nocifs, contre-nature, c'est-à-dire comme des signes de dégéneresence. La violence et l'humiliation se justifient alors pleinement comme moyen de sauver l'enfant, de le transformer en lui permettant d'échapper à sa mauvaise nature : plus rien n'est analysé ni remis en cause à l'intérieur de la relation pédagogique : on est bien loin de l'accusation et de la dénonciation de la responsabilité exclusive des enseignants lors de la transmission des savoirs. Pour ce qui concerne les valeurs morales plus rien n'a à être justifié et si la violence se révèle inutile pour l'enfant lui-même, elle servira d'exemple terrifiant pour les autres : "une crainte salutaire aux autres élèves".

La violence "naturelle"

Mais nous ne sommes pas encore arrivés aux limites de cette logique "naturaliste" : dans un autre ouvrage L'école de l'enfance, Coménius franchit une étape supplémentaire : la violence n'est pas seulement nécessaire lorsque se manifestent des "ratés" dans l'imitation des "bons exemples" de conduite : elle concerne directement l'ignorance et l'absence de désir de savoir qui se trouvent dans l'enfant lui-même.

Dans un premier temps, ce sont les parents qui sont accusés de laxisme en donnant de mauvais exemples :

"*Si ce premier degré de discipline ne suffit pas, on passera aux coups de férule et aux gifles pour que l'enfant se maîtrise et devienne plus attentif. Je ne peux m'empêcher ici de m'en prendre à ces parents qui, comme des singes ou des ânes, se font les complices de tous les méfaits de leurs enfants et les laissent grandir sans reproches et sans discipline aucune* " (L'école de l'enfance, p. 164).

Et après avoir stigmatisé le laxisme parental "Parents, c'est vous qui êtes des gamins stupides !" (o.c., p. 164), Coménius n'hésite pas à recourir aux Saintes Ecritures pour donner plus de poids à sa position : l'ignorance et la stupidité sont inhérentes aux enfants, elles sont liées à leur nature.

"*Les enfants ne sont pas nés pour être de petits veaux, ou de petits ânes, mais pour devenir des créatures de raison. Ignorez-vous les paroles de l'Ecriture : la stupidité est chevillée au coeur de la jeunesse, mais les verges de la punition l'en arrachent. Pourquoi préférez-vous garder un enfant enchaîné à sa stupidité naturelle, plutôt que de l'en détacher par une discipline sainte et salutaire ?* " (o.c., p. 164).

Continuant à prendre appui sur les Saintes Ecritures, auxquelles il accorde explicitement une légitimité sans la moindre nuance :

"Les paroles de l'Ecriture sont pleines de vérité : "celui qui grandit sans discipline, vieillit sans vertu". Il faut suivre aussi ce conseil : "Le fouet et le châtiment procurent la sagesse, le fils effronté fait la honte de sa mère" et "corrige ton fils, il t'épargnera toute inquiétude, et fera les délices de ton âme" (o.c., p. 165).

Le rôle de l'enseignant

Nous nous trouvons là bien loin du modèle, du rêve de spontanéité naturelle des enfants, des "jeunes plantes" qui poussaient leurs racines et leurs branches en tous sens. Cette autre perspective -autre, pour nous ; car Coménius ne s'explique jamais sur ces changements d'attitudes- pourrait être ramenée au fait qu'ici il n'y a qu'une seule voie, qu'un seul chemin "bon", "valable" : il y a une orthodoxie. Il n'est plus question de se disperser, de pousser ses recherches dans toutes les directions : il y a un modèle et un seul à imiter : le maître. Celui-ci est d'ailleurs assimilé à un Roi ou à un Empereur, les enfants, quant à eux doivent être comme les peuples "soumis à la volonté royale" (Grande didactique, p. 80) : les variations de positions ne peuvent être imputées à une évolution dans les positions de Coménius puisque les dates des deux ouvrages La grande didactique et l'Ecole de l'enfance se recoupent. Le premier date de 1627 et 1632, le second est rédigé de 1627 à 1628 et paraît en allemand en 1633.

De plus La grande didactique comporte une comparaison du maître au Soleil : on ne peut pas trouver d'image plus forte indiquant d'où vient la "lumière".

Ce "magistrocentrisme", tant décrié par les méthodes actives, est totalement passé sous silence chez Piaget, de la même façon qu'il annulait toute référence à la violence. Voici les propos de Coménius :

"Le maître restera sur sa chaise où tous pourront le regarder et l'entendre : tel le soleil, il répandra ses rayons sur tous et les élèves seront tout yeux et tout oreilles, il recueilleront tout ce que le maître enseignera par la parole, le geste ou le dessin.

Il suffit de rendre attentifs tous les élèves et de les convaincre que la bouche du maître est une source d'où coulent les ruisseaux du savoir. Ils s'habitueront, chaque fois qu'ils la verront s'ouvrir, à se précipiter pour qu'aucune goutte ne se perde " (Grande didactique, p. 102).

Là encore, un malaise apparaît pour nous lorsque nous nous rappelons des "leçons de choses", de la critique de l'autorité et du verbalisme. Le maître doit même s'entourer de moniteurs et de surveillants qui ont pour rôle de veiller au maintien constant de l'attention :

"Si on surprend un élève inattentif, il faut le réprimander ou le punir sur le champ. Ainsi, tous s'efforceront d'être attentifs " (o.c., p. 102).

Un climat de crainte et de surveillance règne dans ces classes où la tension est entretenue en permanence. Mais pourquoi tout ceci ? C'est que la nature est loin d'être uniquement bonne : elle peut même recéler des envies, des désirs qui sont des menaces pour l'école : ainsi en va-t-il de l'envie de transgression, l'envie de "l'école buissonnière" :

"On ne tolèrera sous aucun prétexte les absences ou l'école buissonnière " (o.c., p. 88).

De plus, même si Coménius ne cesse d'affirmer et de réaffirmer que l'attrait et l'agrément sont importants, il n'hésite pas, dans le même temps et de manière aussi répétitive à mettre en place des comparaisons entre pédagogie et dressage : le maître, tel le dresseur d'animaux, doit d'abord et avant tout dompter les passions :

"Les dresseurs, eux, mettent d'abord le cheval au pas avec le frein et le rendent docile avant de lui apprendre telle ou telle allure " (o.c., p. 89).

Dressage et technique

Dès lors, la perspective opère un virage impressionnant : la spontanéité endogène, inhérente à l'esprit de l'enfant disparaît : cet esprit est comparé, en reprenant l'expression d'Aristote à de la cire molle :

"Aristote compare l'esprit humaine à une tablette vierge (...). Notre cerveau, laboratoire des pensées est comparable à la cire : on y imprime un sceau, on en fait des statuettes " (o.c., p. 65-66).

Cette comparaison est reprise quelques pages plus loin, pour justifier les interventions précoces :

"On pétrit et on façonne facilement une cire molle ; mais si elle est dure, elle se casse au moindre effort" (o.c., p. 70).

C'est pendant que l'esprit de l'enfant est encore "mou" qu'il faut agir : la méthode "naturelle" laisse place, sans difficulté pour Coménius à la méthode technique, c'est-à-dire à la technique des automatismes à acquérir par entraînement répétitif. Dans cette optique d'ailleurs le nombre de cerveaux à former, c'est-à-dire le nombre d'enfants est complètement indifférent. Quand on a la bonne technique pour imprimer, le nombre de feuillets à produire est négligeable, puisqu'ils sont tous identiques et vierges : cent ou mille, qu'importe !

"L'art de l'enseignement demande seulement une répartition bien adaptée du temps et des techniques. Si nous y parvenons, tout enseigner à n'importe quel nombre d'élèves sera aussi facile que d'imprimer mille feuilles par jour (...). Toute l'éducation sera aussi aisée qu'un mouvement d'horloge quand le poids a été mis en branle ; elle sera aussi agréable et plaisante à contempler qu'un automate" (o.c., p. 80).

On pourrait penser, voire objecter qu'il s'agit là d'un "glissement insensible" de Coménius du "naturel" au "technique" : comparer les cerveaux des élèves à des feuillets vierges et le travail du maître à celui d'un imprimeur, est ce qui a fait classer Coménius dans les catégories des pédagogues les plus traditionalistes qui soient. Et on voit bien que l'on peut retenir de Coménius ou l'aspect "moderniste" ou l'aspect "traditionaliste" car les deux aspects sont imbriqués dans ses propos. Cependant, nous voudrions montrer qu'il s'agit là d'un débat partisan, militant qui est toujours issu d'un point de vue partial et qui laisse échapper peut-être le vrai problème : à savoir que le modèle "naturel" resterait en définitive, un bon modèle, qu'il serait souhaitable de préserver des "dérives" qui le dé-naturent. C'est cela qui nous semble le plus problèmatique et nous voudrions le montrer.

Les dangers du modèle naturel

C'est en lui-même que ce modèle naturel de la méthode pédagogique comporte des éléments qui, contrairement à toutes les affirmations les plus péremptoires, sont nocifs quant au processus éducatif : ils servent à cautionner des discriminations au moment même où ils prétendent se placer en deça de toute discrimination. Explicitons ces éléments.

Dans la page qui contient les éléments cités par Piaget :

"*Imitons le soleil qui illumine, réchauffe, vivifie, fait fleurir et fructifier indistinctement tout ce qui vit*" (o.c., p. 71).

La position explicite de Coménius est de s'opposer vigoureusement à toutes ségrégations, comme nous l'avons déjà noté, quelles qu'elles soient :

"*Qu'il y ait parmi nous des intelligences obtuses et stupides n'est pas un obstacle ; cela nous oblige au contraire à cultiver davantage tous les esprits. Car plus un enfant est retardé ou chétif, à sa naissance, plus il a besoin de soin pour pouvoir sortir autant que possible de l'hébétude et de la stupidité*" (o.c., p. 71).

Cela nous convient et on ne peut qu'adhérer à de tels propos. Cependant, les bénéfices escomptés d'une telle prise en charge, comportent des éléments qui nous laissent mal à l'aise.

"*Ainsi les esprits obtus et stupides, même s'ils ne progressent pas dans les études, acquerront des manières plus douces ; ils sauront obéir aux magistrats et aux ministres de l'Eglise*" (o.c., p. 71).

Bref, au pire, on évite que les fauteurs de troubles, de désordres sociaux, ne deviennent menaçants ; peut-être peut-on espérer que certains esprits lents se revèleront plus vifs que certains esprits précoces qui peuvent s'épuiser vite : c'est pourquoi il faut s'occuper de tous.

Le problème des dons

Mais, car il y a une restriction de taille : seulement de tous ceux auxquels Dieu a donné une parcelle d'intelligence, on ne peut développer l'intelligence que chez ceux qui en ont déjà :

"Pourquoi n'admettrions-nous dans le jardin du savoir que les esprits précoces et vifs ? On ne doit exclure personne des bienfaits de l'éducation **sinon ceux auxquels Dieu a refusé la pensée ou l'intelligence** " (o.c., p. 71).

Et ce n'est pas là une remarque isolée : la logique des dons naturels est constamment présente chez Coménius :

"Nous voulons organiser des écoles où l'éducation sera offerte à tous les jeunes (sauf ceux auxquels Dieu a refusé l'intelligence)" (o.c., p. 76).

Certes, on peut par des efforts de dressage soutenus aller à l'encontre de la nature :

"En quelques mois un écuyer apprend à un cheval à aller au trot, à sauter, à volter, à obéir au moindre mouvement de la cravache (...). Les animaux apprennent très rapidement toutes ces choses qui vont au rebours de leur nature. Et l'homme, lui, ne pourrait pas atteindre tout ce vers quoi sa nature le conduit, mieux, l'attire et l'entraîne ! Il serait honteux de le croire impossible, même les dresseurs d'animaux nous riraient au nez !" (o.c., p. 77).

Et pourtant, malgré tous ces efforts, malgré toute l'énergie déployée, il vient un moment où l'ordre naturel s'impose : s'acharner deviendrait de l'orgueil coupable et vain : la logique des dons nécessite d'abdiquer devant l'évidence :

"Que faire dans ce cas ? Vouloir lutter contre la nature est inutile et le résultat sera disproportionné aux peines qu'il aura coûté. L'éducateur est le serviteur de la nature ; il n'a pas à la former ou à la déformer" (o.c., p. 108-109).

Que certains soient faits "naturellement" pour les mathématiques ou pour la musique, c'est aussi évident que le fait que certains soient à la charrue et d'autres à l'Académie (c'est-à-dire aux études supérieures) : on ne peut que le reconnaître et s'incliner. Seule la vanité démesurée pourrait pousser à vouloir transgresser la logique des dons naturels, et c'est pourquoi, pour ce qui concerne les études qui vont au-delà de l'utilité quotidienne, il faut respecter la sélection naturelle des dons : tout alors se passera bien.

"Les études s'y dérouleront facilement et avec succès, si on n'admet à l'Académie que des esprits très choisis, la fleur des hommes, en renvoyant les autres à la charrue, aux travaux physiques et au commerce car ils sont nés pour cela. Chacun ne doit s'adonner qu'à l'étude pour laquelle la nature l'a visiblement

pourvu de dons (...). Nous faisons trop souvent l'erreur de ne pas suivre la pente de la nature et de vouloir faire arbitrairement un Mercure de tout bois (...). Il faudrait donc prévoir un examen public quand les élèves ont presque achevé l'école classique ; les professeurs détermineraient les adolescents aptes à l'Académie et ceux qu'il faut destiner à d'autres modes de vie. De même, pour ceux qui poursuivront leurs études, il faudrait déterminer leur orientation vers la théologie, la politique ou la médecine. On prendrait en compte leurs inclinations naturelles et les besoins de l'Eglise et de l'Etat " (o.c., p. 133).

Certes, il ne s'agit pas de refuser tout examen, toute épreuve et toute sélection : mais ce qui est éminemment contestable et préoccupant, c'est la manière d'occulter, par la logique des dons naturels, toute interrogation sur les responsabilités du système éducatif lui-même. Dans cette logique des dons naturels, il est étrange de voir à l'oeuvre l'harmonie préétablie entre l'ordre social et l'ordre naturel : chacun se trouve à la place que son destin naturel lui réserve. La hiérarchie sociale rejoint la hiérarchie des intelligences et vice-versa. Ce qui est le plus dangereux dans une telle optique, c'est que, bien loin de fonctionner à contre-courant du fatalisme, on cautionne une fatalité naturelle : la plus grande perversion de la pensée pédagogique est peut-être de penser que l'égalité des chances est une preuve irréfutable, sans appel de l'inégalité des dons :

Si tous les enfants on bénéficié des mêmes chances et que tous ne réussissent pas également, c'est que les "meilleurs" ont fait la preuve de leur "supériorité".

En guise de conclusion :

L'égalité des chances ne saurait suffir : elle n'est qu'un élément du dispositif éducatif qui consiste à penser les "examens" pas seulement comme le moment d'un tri et d'une sélection. L'évaluation précise des difficultés des élèves est une démarche qui ne relève pas d'un processus "naturel" mais d'une démarche qui cherche à mettre en oeuvre des moyens qui vont à l'encontre d'une fatalité : elle inscrit la relation pédagogique dans une histoire qui va sans cesse à contre courant de ce que serait "le don naturel" : repérer les difficultés de l'élève, c'est pouvoir aider à ne pas s'installer dans la démission qui ferait dire "je ne suis pas doué" ou "tu n'es pas doué", à condition de comprendre ces difficultés et de les surmonter. Revenir, dans une analyse historique, sur la "méthode naturelle" prônée par Coménius au début du 17è siècle, nous aide à comprendre pourquoi la résurgence persistante de cet idéal, non seulement doit être dénoncé à cause de la nostalgie qu'il produit par la prise de conscience de l'écart entre ce que "devrait être" l'enseignement et "ce qu'il est réellement" mais aussi et surtout parce que cet idéal, cette "méthode naturelle" porte en elle-même une méconnaissance profonde de ce en quoi consiste l'acte pédagogique, la pratique enseignante et la méthode à mettre en oeuvre : méthode qui ne doit se référer à la nature ni en "pour" ni en "contre". On ne saurait opposer par exemple la méthode naturelle de Coménius à la méthode anti-naturelle des jésuites à la même période : on trouve entre elles des complicités et des connivences secrètes et chez Coménius lui-même on peut repérer les deux facettes d'une même option. Prendre la Nature comme modèle à imiter ou combattre la mauvaise nature au nom d'une bonne Nature, c'est toujours rester dans la même perspective paradigmatique. Il faut parvenir à se délivrer de la fascination exercée par ce paradigme pour penser l'éducation dans une autre logique : logique de la culture, logique d'une histoire avec tout ce que cela comporte de moments critiques, de doutes, de remises en cause et de problématiques mais aussi de dépassements et de conquêtes.

Girard DESARGUES, de Lyon

ou

L'esprit de synthèse

Annette GRAVIER
Gilles ITARD
I.R.E.M. Pays de la Loire
Centre du Mans

Si nous devions schématiser le 17ème siècle, dans le domaine des mathématiques, nous indiquerions en premier lieu la quête de méthodes de recherche (Heuristique). Toutes se veulent universelles et éclairantes et leur exposé se démarque des écrits euclidiens qui gomment la recherche et dont l'esprit est de prouver, de prouver au coup par coup, configuration par configuration. Si Apollonius étudie (et avec quel soin !) les tangentes à la parabole, à l'ellipse et à l'hyperbole, Roberval, Descartes, Fermat cherchent le moyen d'aborder toute recherche de tangente, la particularité des courbes n'intervenant que dans la conduite du calcul. Nous parlerions ensuite de l'esprit analytique qui anime la recherche en ce 17ème siècle. Décomposer en éléments simples, telle est la voie royale, la synthèse finale étant le fruit de l'analyse bien conduite. Le 17ème siècle c'est l'algébrisation de la géométrie avec Descartes et Fermat, c'est la décomposition des mouvements avec Roberval, c'est la délicate naissance du calcul différentiel à travers la théorie des indivisibles depuis Cavalieri jusqu'à Newton et Leibniz.

Si cet esprit analytique est partagé par tous, la compétition n'en est pas moins âpre, les discussions tournent souvent à la querelle. C'est ainsi que Fermat ayant proposé une "méthode universelle" pour la recherche des tangentes et l'ayant illustrée par l'étude de la parabole, Descartes la rejette : il l'a appliquée à l'hyperbole et la méthode échoue. En fait il a négligé de particulariser la conduite de la méthode au cas de l'hyperbole ; sans parler de mauvaise foi de sa part, il est difficile de penser qu'il n'avait pas compris... toujours est-il que la dispute mobilise les clans. Le Père Marin Mersenne est, une fois encore, le correspondant privilégié de chacun et par son intermédiaire les protagonistes s'affrontent.

Le 4 Avril 1638 Girard Desargues écrit à Mersenne et aborde le thème de la querelle ; il analyse la situation avec pondération, parle même de malentendu et sa lettre ne retiendrait l'attention que pour la saveur du langage et l'équilibre de l'analyse si elle ne contenait quelques considérations très particulières :

> « & je dy a M. Mydorge une chose vraye qui est que je m'esmerveille qu'eux qui sont si habilles hommes en toutes les parties des Mathematiques, transcendants en la Géometrie, ayent encore la thoile devant les yeux qui leur face constituer un genre particulier de lignes des seules touchantes aux coupes de cone, different en toutes choses d'avec celles qui traversent la mesme coupe de cone quand ces lignes (que j'entens droites) viennent d'un mesme point.
>
> Et moy que vous scavez qui n'ay de conoissance de ces matieres que par mes propres et particulieres contemplations, je m'enhardy lors de dire à M. Mydorge, contre son attente & ses opinions, que par mes contemplations capricieuses du cone rencontré par divers plans en toutes façons, et des lignes et des figures qui s'engendrent en cette rencontre, j'ay trouvé que par une seule et mesme enonciation, construction et preparation ou pour dire mieux par un seul et mesme discours et sous de mesmes paroles, on declare un moyen de construire ou bien on declare les moyens de faire une construction et d'un autre ordre, par laquelle on voit egalement une pareille generation, en toutes especes de plate coupe de cone, de toutes les especes de lignes droites qui ont et reçoivent des ordonnées, comme diametres & autres , & l'on voit semblablement une pareille generation en chaque espece de plate coupe de cone, de toutes les especes d'ordonnées qu'il y a pour chaque espece de lignes qui reçoivent des dictes ordonnées. Et l'on voit une pareille generation à mesme temps de toutes leurs touchantes, chacune de ces touchantes estant membre d'un des corps de ces diverses especes d'ordonnées. Et semblablement par un autre seul et mesme discours et construction on voit une pareille generation en chaque espece de coupe de cone, des pointz qu'on nomme foyers, et en suitte leur scituation et quelques proprietez communes entre eux en chaque espece de coupe de cone. Le tout sans faire bande a part pour la parabole et sans en exclure le cercle, non plus pour les foyers que pour les diverses especes de droites qui reçoivent des ordonnées, ny pour les diverses especes d'ordonnées. Et aussi sans employer pour cela aucun des triangles par l'essieu ny faire distinction d'un principal diametre d'avec les autres entre lesquels on distingue nettement les essieux en chaque figure. Je scay bien qu'ils n'ont faict mention que d'une seule espece de lignes qui reçoivent des ordonnées, assavoir des diametres seulement en chaque figure, et d'une seule espece aussi d'ordonnées en chaque figure, de quoy je m'estonne car je trouve que dans un mesme genre il y a deux especes de chaqune de ces sortes de lignes .
>
> Je luy dis encore cecy qui fait au *facit* en question, assavoir que je trouve que toute ligne droite estant menée a l'infiny au plan d'une coupe de cone, si elle rencontre comme que soit cette coupe de cone, elle a deux concours avec ses bords autant la touchante simplement que la diametrale infinie de la parabole. » [1]

---

[1] in L'Oeuvre Mathématique de Desargues. René TATON, P.U.F. 1951, Lettre à Mersenne, p. 80-86.

et quelques lignes auparavant il dit déjà :

> " Selon ma maniere de proceder universelle j'auray raisonné selon cette façon, tant au sujet de la parabole que des autres coupes de cone, comme estant une chose commune a toutes les coupes"

ajoutant en marge :

> " et dont je scay bien que ils n'ont pas accoustumé d'en faire mention comme d'une proprieté generalement commune à toutes les coupes, mais ils en font deux especes de proprietez, une particuliere a la parabole et l'autre particuliere aux autres coupes où je voy qu'ils n'ont pas... " (le dernier mot est illisible)

Desargues, qui se présente comme un amateur éclairé, prétend donc lui aussi à l'universalité, mais sous sa plume le terme change radicalement de sens. Les grands mathématiciens de l'époque sont, pour lui, aveuglés par leurs connaissances, les particularités des diverses espèces de coniques (plates coupes de cônes) leurs sont trop familières pour qu'ils puissent penser le genre "conique" et le traiter globalement. Leurs méthodes, si elles sont universelles, ne sont mises en oeuvre que dans la particularité de chaque courbe. Ce qui importe pour Sieur Girard Desargues, de Lyon (S.G.D.L.) c'est qu'il n'y a qu'une conique, un seul genre et dans ce genre des espèces : cercle, ellipse, parabole, hyperbole et dans celles-ci, éventuellement, des sous-espèces (toutes les paraboles sont semblables, mais pas toutes les ellipses).

Desargues va encore plus loin : pourquoi différencier a priori sécantes et tangentes, diamètres et sécantes non diamétrales ? ce qui est en jeu c'est la configuration "Conique-Droite". Il est utile, le moment venu, de revenir aux espèces particulières mais il faut d'abord traiter "par un seul et même discours et sous de mêmes paroles" tout ce qui peut l'être, tout ce qui appartient au Genre et unifie la théorie. La démarche arguésienne est résolument synthétique, jusqu'à déclarer que si une droite coupe une conique elle la coupe toujours en deux points, même si elle lui est tangente, même si elle est parallèle au diamètre d'une parabole. Il faudra attendre Poncelet (Traité des propriétés projectives des figures, 1822) pour identifier les non-sécantes aux sécantes en introduisant en quelque sorte les imaginaires dans la géométrie au nom d'un "principe de continuité". Pourtant Desargues ouvre une brèche en introduisant les "ordinales", droites d'un faisceau qui ne coupent pas la figure[2].

Dès la lettre de 1638 la méthode arguésienne ébauchée se différencie des méthodes de ses contemporains : il referme le champ en ne parlant que des coniques mais il synthétise le traitement en privilégiant ce qu'il y a de commun entre les coniques. Newton (Enumeratio Linearum tertii ordinis, 1704) indiquera une semblable possibilité pour les cubiques et Patrick Murdoch (Newtoni generis curvarum per umbras... 1746) la mettra en oeuvre.

L'histoire des idées n'est pas celle des individus, on ne peut cependant occulter celle-ci si l'on veut entrevoir en quoi le contexte socio-culturel rendait possible, probable peut-être, certainement pas fatale, la conscientisation de concepts latents, incidemment manipulés.

Issu d'une famille de négociants de la région lyonnaise, Girard Desargues est baptisé le 2 Mars 1591 et son testament est ouvert à Lyon le 8 Octobre 1661. Son père, notaire à Lyon, n'a pas négligé l'éducation de ce fils, architecte de son état, mais on ignore tout, à ce jour, des études de Girard. On le retrouve à Paris vers 1630 sans pouvoir dire de quoi il vit. Ses travaux d'architecte semblent alors très restreints et son adversaire Beaugrand dira en 1640 que Desargues n'a jamais "construit" qu'un escalier. Il n'est pas exclu qu'il ait joué, peu ou prou, un rôle "d'ingénieur-conseil" dans l'entourage de Richelieu. Le Dictionary of Scientific Biography indique cependant que S.G.D.L. a proposé à la municipalité de Paris, en 1626, la construction de machines à roues épicycloidales pour pomper l'eau de la Seine et en assurer la distribution dans la ville.

La formation de Desargues ne le prédispose sans doute pas à l'algébrisation et aux méthodes analytiques qui se développent. Habitué de "l'académie" de Mersenne il peut se déclarer amateur face aux Gassendi, Mydorge, Roberval, Pascal Etienne qu'il cotoie. Mais l'architecte est rompu aux méthodes de représentation des solides sur le plan et à la géométrie classique argumentée à la manière des anciens avec force rapports de longueurs, d'aires... qui sont au coeur du problème de l'architecte. Il doit non seulement représenter mais le faire de façon "légitime" afin de pouvoir exploiter son dessin plan et en tirer des conclusions pour des

---

[2] op.cit. p. 139.

problèmes spatiaux délicats. (Nous insistons sur ce point : pour le peintre la représentation peut être une fin en soi, pour l'architecte c'est un outil qui doit permettre le retour à l'espace).

Desargues est donc héritier de la géométrie grecque, géométrie de la mesure des grandeurs, et d'une "géométrie de la vue", perspective issue des peintres Italiens du Quattrocento et progressivement mathématisée, légitimée. Mais S.G.D.L. n'est pas le seul architecte de son siècle, lui seul pourtant jettera les bases d'une Géométrie Plane, héritière de l'espace, en rupture avec la tradition, même si elle en conserve les méthodes de démonstration.

Notre article s'appuie sur l'ouvrage mathématique majeur de Desargues, le Brouillon Project d'une atteinte aux évènements de rencontre d'un cône et d'un plan, édité à une cinquantaine d'exemplaires en 1639. Si nous éclairons certains aspects du texte nous ne prétendons à aucune analyse exhaustive de celui-ci. Nous nous attachons spécialement au terme "Project d'une atteinte" c'est à dire à l'esquisse, plus ou moins élaborée, d'une nouvelle façon d'envisager les sections coniques.

Publier en si petit nombre ce que l'on annonce comme un brouillon est peut-être un trait de caractère de S.G.D.L.. Il s'engage sur un terrain qu'il affirme ne connaître que par ses propres contemplations et fait montre d'une sorte de nonchalance... "C'est un brouillon et je ne suis pas spécialiste" semble-t-il dire.

Dès l'introduction il précise :

> " Il ne sera pas malaisé de faire icy la distinction necessaire d'entre les impositions de nom, autrement definitions, les propositions, les demonstrations, quand elles sont en suitte, et les autres especes de discours non plus que de choisir entre les figures celle qui a rapport au periode qu'on lit, ou de faire ces figures sur le discours.
> Chacun pensera ce qui luy semblera convenable ou de ce qui est icy deduit, ou de la maniere de le deduire "

mais il enchaîne ,"& verra que la raison essaye à cognoistre des quantitez infinies d'une part, ensemble des si petites que leurs deux extremitez opposées sont unies entre elles, & que l'entendement s'y pert, non seulement à cause de leurs inimaginables grandeur & petitesse, mais encore à cause que le raisonnement ordinaire le conduit à en conclure des proprietez dont il est incapable de comprendre comment c'est qu'elles sont " [3], signalant ainsi au lecteur l'importance de l'enjeu.

---

[3] op.cit., p. 99.

Plus loin il reprend le thème du "vous savez, moi, ce que j'en dis..."

> " Mais pour ce Broüillon c'est assez remarquer des proprietez particulieres de ce cas qui en fourmille, & si cette façon de proceder en Geometrie ne satisfait, il est plus aisé de le supprimer que de le parachever au net, & luy donner sa forme complette. " 4

Desargues n'en est pas moins convaincu de l'importance et de la nouveauté de ses conceptions. Il s'adresse au cercle des mathématiciens "transcendants en la géométrie" mais aussi à tous les hommes de métier, peintres, tailleurs de pierres, fabricants de cadrans solaires qui ont à résoudre des problèmes de relation de l'espace au plan. Le langage géométrique risque de faire écran ; les géomètres mettront sous les mots connus les concepts qui leurs sont familiers et passeront ainsi à côté des idées neuves. Chaque corps de métier a son langage, ses tours-de-pensée. S.G.D.L. qui tient à l'universalité et à la nouveauté de ses méthodes forge un vocabulaire propre à unifier (ce n'est le vocabulaire technique d'aucun de ses lecteurs potentiels) et à laisser se déployer ses idées (pas de risques de confusion des concepts à travers les mots). Ce vocabulaire sera résolument botanique. Les troncs, arbres, brins, rameaux, ramées, noeuds semblent remplacer les droites, segments, points... C'est un premier obstacle pour le lecteur, obstacle de surface qui s'oppose au contact direct, mais obstacle voulu par Desargues pour imposer un décalage : il utilise le mot droite quand il ne s'agit que d'une droite et le mot arbre dans des cas spécifiques sur lesquels nous reviendrons.

A cet obstacle de surface créé pour contraindre le lecteur à percevoir les nouveautés, s'ajoutent des obstacles épistémologiques fondamentaux. Le plus important est annoncé, nous l'avons vu, dès la neuvième ligne du Brouillon : notre raison va chercher à connaître l'infini. Les mathématiciens du siècle sont tous aux prises avec l'infini, l'infiniment grand et l'infiniment petit, leur dualité. Leur approche est constructiviste en ce sens qu'ils fabriquent l'infini à partir du fini, ils appliquent la méthode analytique pour comprendre, pour faire entrer l'infini dans le cadre mathématique de l'époque et aménager celui-ci.

---

[4] op.cit., p. 125.

Desargues prend une autre voie : il s'installe à l'infini et le lecteur y est installé sans heurt par une "définition de mots". Le piège est refermé, Desargues joue ici du langage pour faciliter l'accès. Deux droites coplanaires, dit-il en substance, déterminent un point :

" *Ordonnance de lignes droictes.* Pour donner à entendre de plusieurs lignes droictes, qu'elles sont toutes entre elles ou bien paralleles, ou bien inclinées à mesme poinct, il est icy dit, que toutes ces droictes sont d'une mesme *ordonnance* entre elles, par où l'on concevra de ces plusieurs droictes, qu'en l'une aussi bien qu'en l'autre de ces deux especes de position, elles tendent comme toutes à un mesme endroict .

But d'une ordonnance de droictes. L'endroict auquel on conçoit que tendent ainsi plusieurs droictes en l'une aussi bien qu'en l'autre de ces deux especes de position, est icy nommé, *but* de l'ordonnance de ces droictes.

Pour donner à entendre l'espece de position d'entre plusieurs droictes en laquelle elles sont toutes paralleles entre elles, il est souvent icy dict que toutes ces droictes sont entre elles d'une mesme ordonnance, dont le but est à distance infinie en chacune d'elles d'une part & d'autre .

Pour donner à entendre l'espece de position d'entre plusieurs droictes, en laquelle elles sont toutes inclinées à un mesme poinct, il est icy dit, que toutes ces droictes sont entre elles d'une mesme ordonnance, dont le but est à distance finie dans chacune d'elles.

Ainsi deux quelconques droictes en un mesme plan sont entre elles d'une mesme ordonnance, dont le but est à distance ou finie, ou infinie. " [5]

La rupture épistémologique est radicale, le point-but, n'est plus extrémité d'une ligne mais couple de droites, même parallèles, l'infini entre ainsi en acte et perd, dans le même temps, son potentiel de mystère métaphysique.

Le parallélisme positif arguésien s'oppose au parallélisme négatif euclidien (deux droites qui prolongées à volonté ne se rencontrent jamais sont parallèles). Son origine perspectiviste est évidente mais le lecteur du 20ème siècle souhaite peut-être un commentaire.

Dans son Exemple de l'une des manières universelles du S.G.D.L. touchant la pratique de la perspective... publié en 1636 il rappelle :

---

[5] op.cit., p. 100 (i.e. 2è page du Brouillon).

" En cét Art il est supposé qu'un seul œil voit d'une méme œillade le sujet avec son assiete & le tableau, disposez l'vn au drét de l'autre, comme que ce soit: il n'importe si c'est par Emission de raions visüels, ou par la reception des especes émanées du sujet, ny de quel endrét, ou lequel des deux il voit devant ou derriere l'autre, moienant qu'il les voïe tous deux facilement d'vne méme œillade."

Il s'agit donc, mathématiquement, d'une projection centrale, conique, sur le plan du tableau. Pour aider le lecteur non familiarisé avec la "perspective artificielle" remplaçons le tableau par une vitre, le problème est de dessiner sur la vitre de telle sorte qu'un cyclope, bien placé, croie voir le paysage alors qu'il ne voit que la vitre.

La figure 1 illustre la représentation d'une droite (L) située dans le plan horizontal qui passe par les pieds du peintre. Le rayon visuel (OA) en pivotant autour de l'oeil O de l'observateur et en glissant sur (L) engendre le plan (O ; (L)) qui coupe le tableau selon la droite (l). Plus A s'éloigne sur (L), devant l'observateur, moins (OA) est inclinée sur (L) et la parallèle (Oi) à (L) est une position limite. Sur la vitre nous dessinerons (l) qui engendre les mêmes rayons visuels que (L).

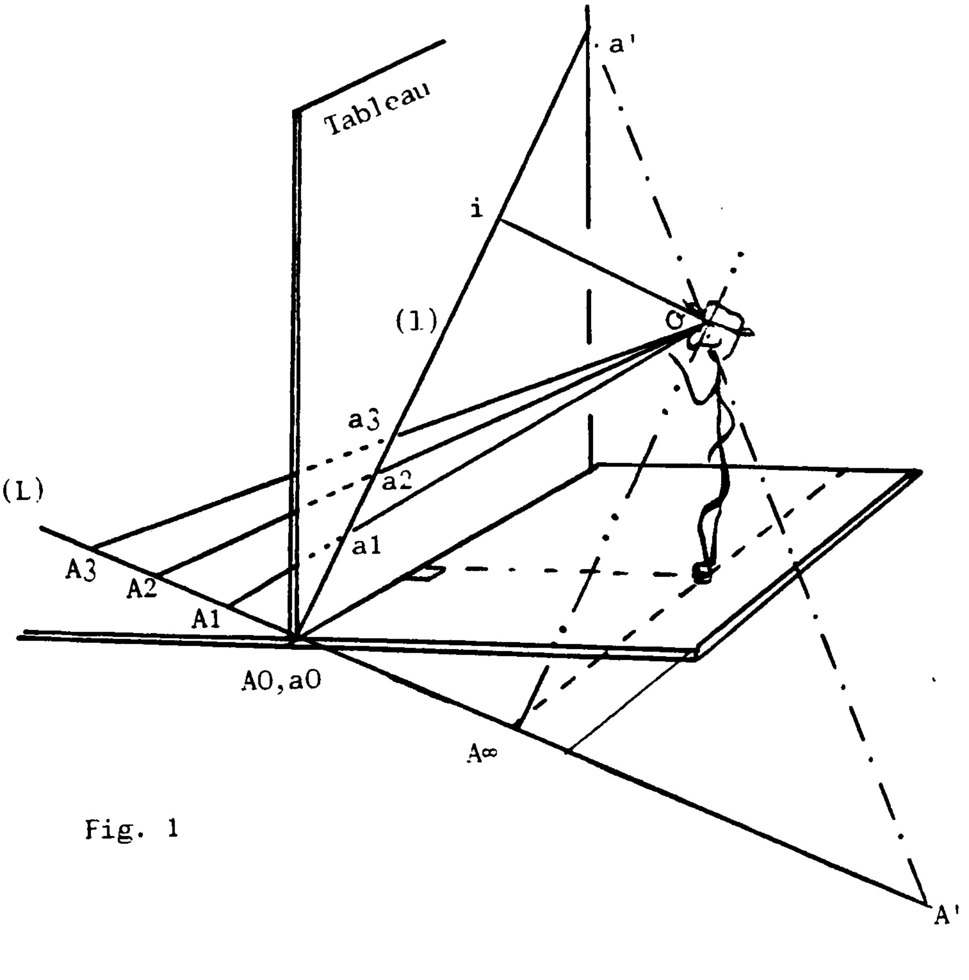


Fig. 1

Lorsque A s'éloigne de A_O vers A_3 à "l'infini", a glisse de a_O vers a_3 en tendant vers i. Toute autre droite parallèle à (L) détermine avec O un plan contenant la parallèle (Oi), ces droites seront donc vues comme concourantes en i (Fig. 1 bis).

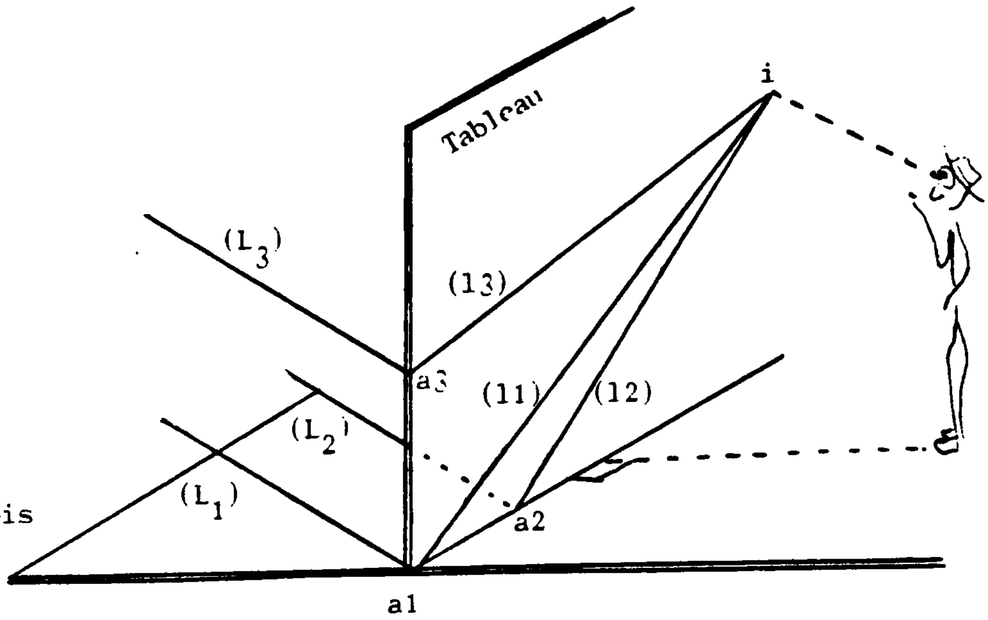


Fig. 1bis

La figure 2 montre qu'inversement deux horizontales sécantes en C sur la parallèle au tableau passant par les pieds du peintre sont représentées par deux parallèles à OC.

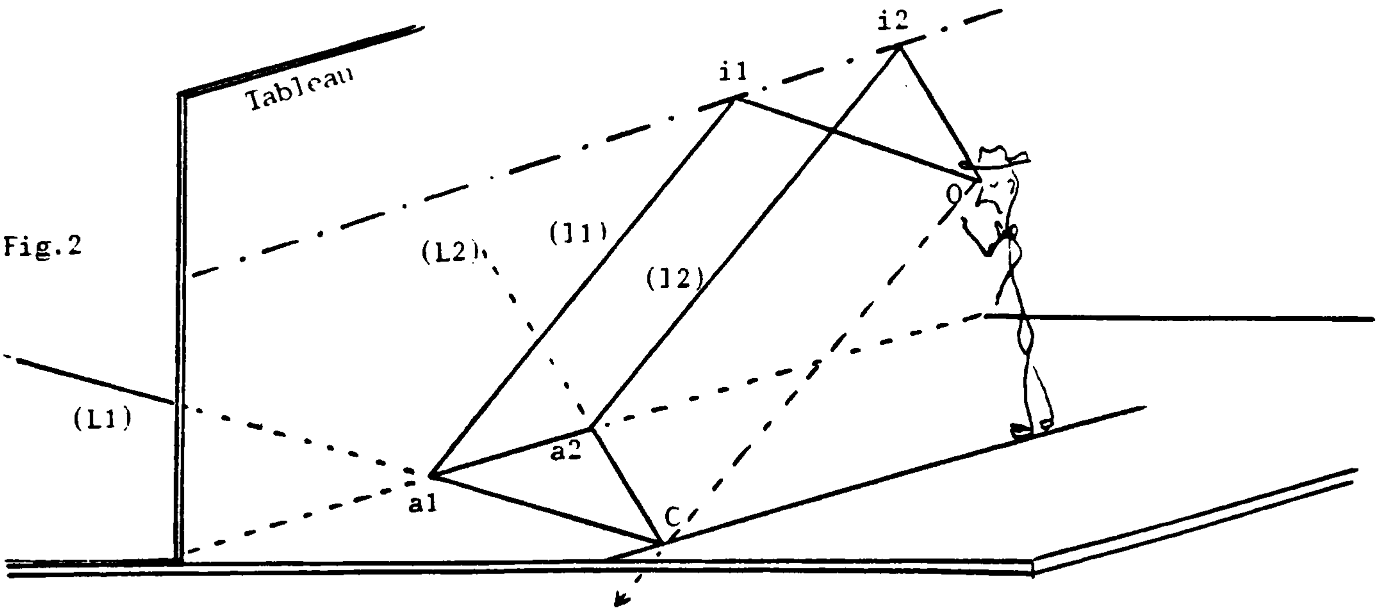


Fig.2

Ainsi la représentation perspective, sous certaines conditions, échange droites parallèles et droites concourantes. Le décalage entre l'art de la représentation et les conceptions de Desargues est net ; pour lui il ne s'agit pas de légitimer géométriquement un effet d'optique, cet effet est, implicitement, perçu comme transformation et la notion de couple de droites comme un invariant de cette transformation, le point à l'infini dans une direction existe ainsi comme image ou antécédent d'un point de concours à distance finie. Desargues ajoute :

"*Les droites parallèles entre elles sont chacune, d'une et d'autre part, cottées d'une même lettre, qui représente le but de leur ordonnance à distance infinie* " [6] .

Sur chaque droite il existe donc un unique point à l'infini sur lequel, en quelque sorte elle se referme et ce point est commun à toutes les parallèles. Remarquons au passage que l'existence de deux tels points sur des parallèles contredirait que "par deux points il passe une droite unique". Le point A' de la figure 1 n'intéresse pas un peintre, peu enclin à dessiner ce qui est derrière lui. Cependant le rayon visuel (OaA), qui matérialise la correspondance, glissant continuement sur (L), à sens unique, le point a du tableau glisse sur (l) à partir de i, "disparaît" à un bout pour réapparaître à l'autre et rejoindre i. Desargues ne dit rien de tel, il ne livre aucun renseignement sur la genèse de ses idées et développe son Brouillon Project de façon très euclidienne en commençant par des définitions dont l'importance n'apparaît qu'à la réflexion. Nous lisons, par exemple :

"

Poincts d'une couple *meslez* aux poincts d'une autre couple.

Pour donner à entendre l'espece de position des poincts d'une de ces deux couples au regard des poincts de l'autre couple, quand l'un des poincts d'une couple C, est entre, & que son accouplé G, est hors d'entre les poincts de l'autre couple, il est icy dit, que les poincts de l'une des couples sont *meslez* aux poincts de l'autre couple .

Poincts d'une couple *démeslez* aux poincts d'une autre couple.

Pour donner à entendre l'espece de position des poincts d'une de ces deux couples, au regard des poincts de l'autre couple, quand les poincts d'une couple sont tous deux semblablement ou entre, ou hors d'entre les poincts de l'autre couple, il est icy dit, que les poincts d'une couple sont *démeslez* aux poincts de l'autre couple. " [7]

---

[6] op.cit., p. 140.
[7] op.cit., p. 104.

Ces définitions peuvent sembler inutiles ou pédantes si l'on oublie que la droite arguésienne est close, qu'ainsi deux points ne déterminent pas un mais deux segments.

Il y a nécessité pour S.G.D.L. de préciser la notion d'ordre sur une droite. Sur la figure 1 le segment A_3A' a pour image le segment a_3a' qui ne contient pas i, les points de "la couple" A_1A_0 sont "desmelez" des points de "la couple" A_3A' et leurs images a_1a_0 le sont de a_3a'. L'invariance de la notion de segment est respectée.

Nous reviendrons à diverses reprises sur les concepts de transformation et d'invariants d'une transformation, il nous semble que Desargues en a claire-voyance, sinon conscience, mais il ne peut rien dire de tel et, quitte à nous répéter, il ne dit rien du cheminement de sa pensée. Tout au plus nous rappelle-t-il l'origine spatiale de sa géométrie plane (d'ailleurs indiquée par le titre) :

> " Qui voudra se donner le divertissement ainsi que Monsieur Pujoz d'en faire une seule Demonstration en un plan generale de toutes especes de cas, devancera le nettoyement de ce Brouillon, dont la pluspart des choses ont d'abord esté demonstrées par le relief
>
> Cependant on en pourra voir icy la verité par deux reprises, une en un plan, & l'autre en relief, c'est assavoir au plan du cercle où la chose est evidente de la perpendicularité des diametrales à leurs ordonnées.
>
> Et pour les autres especes de coupes, en restablissant le rouleau sur cette coupe, & de suitte sur sa base cercle, et s'aydant apres de la ramée de cet arbre ordonnée au sommet du rouleau par sa propriété demonstrée, on void la verité de cette proposition. " [8]

Il démontre d'ailleurs le théorème central de son Brouillon Project par projection d'un cercle sur une conique, et il ajoute :

> " Cette demonstration bien entenduë s'applique en nombre d'occasions & fait voir la semblable generation de chacune des droictes & de poincts remarquables en chaque espece de coupe de rouleau, & rarement une quelconque droicte au plan d'une quelconque coupe de rouleau peut avoir une propriété considerable à l'égard de cette coupe, qu'au plan d'une autre coupe de ce rouleau la position & les proprietez d'une droicte correspondante à celle-là ne soit aussi donnée par une semblable construction de ramée d'une ordonnance dont le but soit au sommet du rouleau " [9]

---

[8] op.cit., p. 156.
[9] op.cit., p. 147.

Ailleurs, après la définition de l'Involution sur une droite et son étude, il semble indiquer l'origine de cette notion, au moins en dit-il l'utilité :

" Or, l'évenement de semblables especes de conformation d'arbre est frequent aux figures qui viennent de la rencontre d'un Cone avec des Plans en certaine disposition entre eux. " [10]

Nous nous autoriserons de cette remarque pour fabriquer, de toutes pièces, une situation destinée à éclairer le lecteur.

Desargues, architecte, sait que la perspective ne conserve ni les longueurs ni les rapports de longueurs. Ainsi la notion de milieu n'est pas stable, l'éloignement créant, dans la représentation, une diminution des longueurs, le milieu "réel" n'est pas représenté par le milieu du segment image. Par suite la notion de diamètre n'est pas stable. Le choix de Desargues est clair : on ne doit distinguer les diamètres des autres sécantes qu'en tant que particularités. Pour Desargues le dessin perspectif est bien une transformation et celle-ci est intéressante, surtout, par ce qu'elle conserve. Ces idées seront mises en pleine lumière par des Poncelet, Klein ou Cayley, mais elles travaillent sourdement dans le Brouillon Projet.

L'introduction de points à l'infini rend l'incidence invariante et participe, avec la perspective, à l'idée d'un réseau de lignes structurant l'espace ; mais l'architecte travaille sur des relations métriques et Desargues (par quelle alchimie ?) dégage un type de relations métriques (l'involution) invariantes par projection centrale.

Notre simulation s'appuie sur le mode de démonstration, très euclidien, utilisé par Desargues et sur des résultats dont il a sans doute connaissance, par exemple à travers le livre VII de la <u>Collection mathématique</u> de Pappus d'Alexandrie (vers la fin du 3ème siècle de notre ère). Notre seule prétention est ici d'éclairer le lecteur sur l'organisation du discours arguésien à la lueur d'objectifs ou de résultats sans doute antérieurs à la mise en forme.

Considérons un dallage carré. Dans sa représentation perspective tous les côtés parallèles convergent en P ou R sur la

---

[10] op.cit., p. 115.

ligne de fuite, toutes les diagonales en Q ou H. L'importance de ce type de configuration dans les débuts de la peinture perpectiviste est manifeste ; initialement, dans un dallage à côtés parallèles au tableau, l'alignement des diagonales a même servi de légitimaiton pour les règles de construction : des distances égales, perpendiculaires au tableau, sont vues en perspective comme une suite décroissante. La première loi mathématique qui s'offre est celle d'une suite géométrique. Un pavage représenté selon cette règle (raison 2/3 fréquente) donne une image polygonale pour des diagonales alignées (d'où la présence d'un rideau, d'un meuble, d'un personnage dans les premiers tableaux en perspective pour masquer cette anomalie).

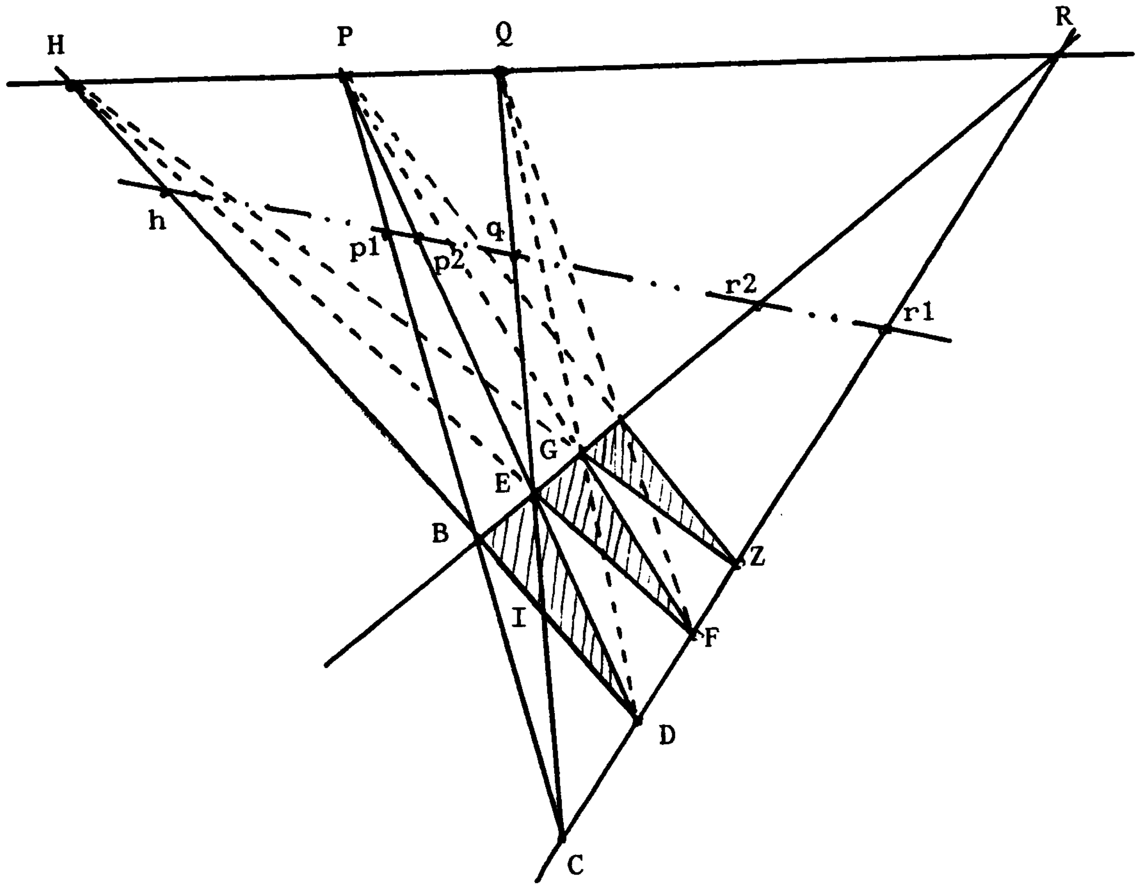


Fig. 3

La représentation "légitime" du dallage s'articule donc sur quatre points fixes groupés en deux couples (P, R) et (Q, H). En fait, connaissant (P, R), un seul point du couple (Q, H) suffit pour la construction. Pour qui a d'autres objectifs que la représentation ce point superflu pose deux problèmes : par quelle relation sa position est-elle fixée lorsque l'on connait (P, R) et Q ? Comment garantir directement que des droites comme BD, EF, GZ concourent en H ? Ces questions ne se posent pas si l'on part de la perspective du dallage, ou plutôt la perspective est en elle-même une réponse. Se poser ces questions c'est donc inverser la situation. Dans cet ordre d'idées remarquons que la donnée des quatre points BCDE détermine toute la figure, indépendamment de toute perspective, ce qui peut attirer l'attention sur le quadrangle complet (Fig. 3 bis) avec ses quatre sommets

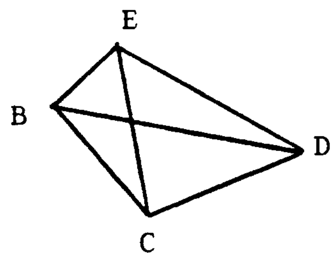


Fig. 3 bis

et ses six côtés, or dès les premières pages du Brouillon Project nous lisons :

" *Borne.* Quand en un Plan quatre poincts ne sont pas tous en une mesme droicte, chacun de ces poincts est à l'égard des autres icy nommé *Borne.*

Bornale droicte. Chaque droicte qui passe à deux quelconques de ces quatre bornes est, à l'égard de ces poincts, icy nommée *Bornale droicte.*

Couple de Bornales droicles. Les deux droictes qui passent l'une aux deux, & l'autre aux deux autres de quatre bornes, sont couplées entre elles & nommées couple de *Bornales droicles* (13).

Chaque bornale droicte peut à l'occasion estre un tronc. " [11]

ce qui définit clairement le quadrangle complet et ses trois couples de côtés opposés.

La seconde question, relative aux droites BD, EF, GZ... est apparentée au théorème sur les triangles perspectifs, théorème non explicité dans le Brouillon Project (il ne semble pas l'être avant

[11] op.cité, p. 104.

1648 dans Manière universelle de M. Desargues pour pratiquer la Perspective d'Abraham BOSSE). Ce théorème affirme que si deux triangles sont perspectifs l'un de l'autre leurs côtés homologues se coupent deux à deux en trois points alignés et réciproquement, ce qui est trivial dans l'espace et pas en géométrie plane. Tel est le cas dans la figure 3 ou (BED) et (EGF) sont perspectifs (vus de R) ce qui garantit l'alignement de H, P et Q... et R ici.

Si Desargues ne parle pas en 1639 des triangles perspectifs on peut penser que c'est parce qu'ils sont inutiles dans ce texte et qu'ils lui sont cependant familiers, au moins implicitement. Bien sûr, on peut faire dire n'importe quoi à n'importe quel auteur, mais, juste après la définition des couples de bornales droites et le rappel de quelques résultats d'algèbre géométrique d'Euclide donnés par leurs seuls numéros (Livre tant, proposition tant), lisons son énoncé de ce que nous nommons Théorème de Menelaos.

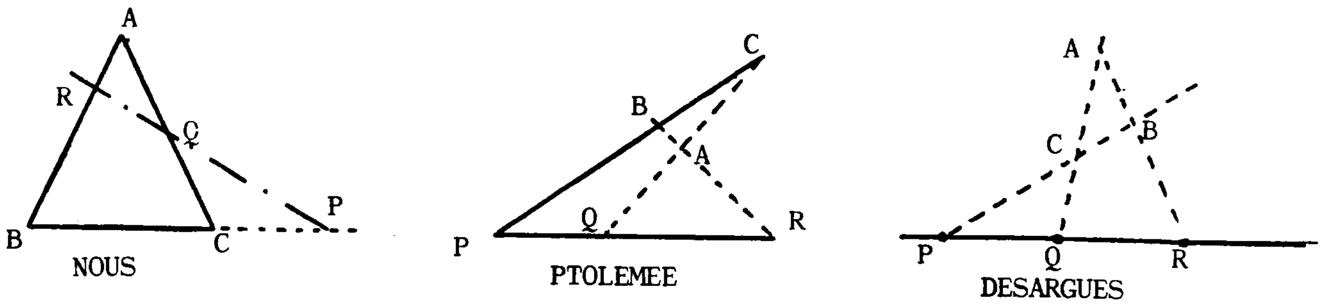
> " Proposition comprenant les 35 & 36 du 3. des Elemens d'Euclide & sa converse.
>
> Quand en un mesme Plan, à trois poincts, comme nœuds, d'une droicte, comme tronc, passent trois quelconques rameaux déployez à ce tronc, les deux brins de quelconque de ces rameaux contenus entre leur nœud ou tronc, & chacun des autres deux rameaux sont entre eux en raison mesme que la composée des raisons d'entre les deux pareils brins de chacun de ces autres deux rameaux convenablement ordonnez. Énoncée autrement en Ptolémée" [12]

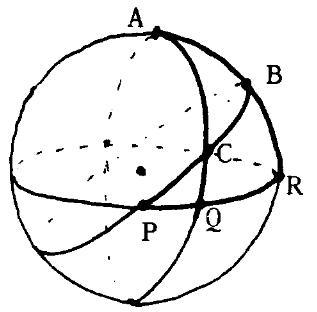
Ce "autrement énoncée en Ptolémée" attire l'attention. Notre énoncé canonique est vide de sens car son intérêt est celui d'un résultat curieux, d'un instant culturel pour vacancier : étant donné un triangle (ABC) et une sécante RPQ, on a $\frac{PB}{PC} \times \frac{QC}{QA} \times \frac{RA}{RB} = 1$. C'est une conséquence de la composition des homothéties, de l'associativité des barycentres, ou du théorème de Thalès, c'est joli et cela ne sert à rien.

Voici l'énoncé de Ptolémée, en nous permettant d'écrire la conclusion avec les notations et l'esprit actuels :

12 op.cité. p. 105.

"Si à deux droites PC, PR on en mène deux autres CQ, RB qui s'entrecoupent en A, alors $\frac{PC}{PB} = \frac{QC}{QA} \times \frac{RA}{RB}$"[13].





$$\frac{\operatorname{Sin} \widehat{PC}}{\operatorname{Sin} \widehat{PB}} = \frac{\operatorname{Sin} \widehat{QC}}{\operatorname{Sin} \widehat{QA}} \times \frac{\operatorname{Sin} \widehat{RA}}{\operatorname{Sin} \widehat{RB}}$$

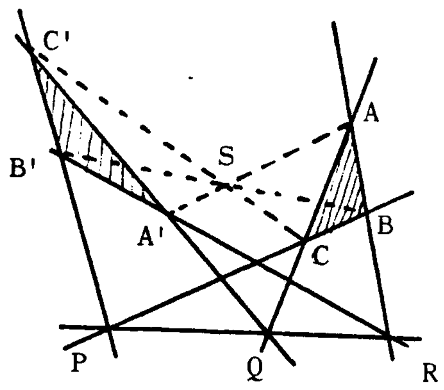


Fig. 4

Cet énoncé est donné en "préliminaire pour les démonstrations sphériques" (il s'agit d'astronomie et donc de l'outillage mathématique nécessaire). Il est suivi de son "transformé" par projection sur la sphère à partir du centre de celle-ci. Son intérêt est d'être projectif, la relation entre longueurs dans le plan étant conservée si l'on remplace ces longueurs par les sinus des arcs de grands cercles. Ptolémée ne dit pas cela, mais c'est ainsi que fonctionne son enchainement.

---

[13] d'après la traduction de Halma : Ptolémée, Composition mathématique, Livre I, chap. 11 Chez Hermann, 1927.

Notre triangle (ABC) est occulté dans cet énoncé au profit de deux couples de droites (qui correspondent à des arcs de grands cercles sur la voute céleste et donc à des visées). L'énoncé de Ptolémée privilégie le quadrilatère complet avec ses quatre côtés (et ses six sommets).

Desargues tient à dire les choses autrement, il ne donne une démonstration que beaucoup plus loin et celle-ci est la même que celle de Ptolémée, avec une parallèle auxiliaire et le théorème dit de Thalès. Ce qui semble lui importer c'est la façon de dire : si l'on a trois points alignés P, Q, R, si par chacun d'eux on trace une droite arbitraire (trois quelconques rameaux déployés à ce tronc) on obtient trois points A , B , C et l'on a $\frac{PB}{PC} = \frac{QA}{QC} \times \frac{RB}{RA}$.
Ici le triangle (ABC) est secondaire, non annoncé comme triangle, et en quelque sorte déformable. Or deux tels triangles (ABC) et (A'B'C') dont les côtés homologues se coupent en P, Q et R alignés sont perspectifs.

Le décalage des trois énoncés du même théorème n'est ni fortuit ni pédant. Ce théorème fondamentalement projectif (au sens défini par Poncelet, <u>Traité des propriétés projectives des figures</u>, 1822) est l'un des outils de base chez Desargues et il tient à l'énoncer dans sa "perspective", dans la cohérence de ses conceptions.

On sait l'importance du théorème de Thalès en géométrie classique. Le théorème de Menelaos qui en est la traduction perspective hérite en quelque sorte de cette importance. Si QR est parallèle à BC, P est à l'infini. Desargues ne craint pas de poser PB = PC et le théorème de Thalès devient un cas du théorème de Menelaos.

Le lecteur nous pardonnera ces digressions sur le quadrangle complet et les triangles perspectifs, nous avons essayé de saisir sur le vif des démarches arguésiennes possibles, et nous prenons un risque plus grand en revenant à la première question que nous posions : comment H est-il caractérisé quand on connait (P,R) et Q (Fig. 3) ?

En appliquant le théorème de Menelaos au triangle (HQI) avec les sécantes PBC, PED, REB, RDC on obtient

$$\frac{PQ}{PH} = \frac{CQ}{CI} \times \frac{BI}{BH} = \frac{EQ}{EI} \times \frac{DI}{DH}$$

$$\frac{RH}{RQ} = \frac{CI}{CQ} \times \frac{DH}{DI} = \frac{EI}{EQ} \times \frac{BH}{BI}$$

d'où $\frac{PQ}{PH} \times \frac{RH}{RQ} = \frac{BI \times DH}{BH \times DI} = \frac{BH \times DI}{BI \times DH}$ et donc $\frac{PQ}{PH} \times \frac{RH}{RQ} = 1$

ou si l'on préfère $\frac{PQ}{PH} = \frac{RQ}{RH}$. La division (PR, QH) est dite harmonique et le résultat connu des anciens. Ceux-ci savent aussi que le milieu Ω de QH satisfait à $\Omega Q^2 = \Omega P \cdot \Omega R$ c'est à dire à $\Omega H \cdot \Omega Q = \Omega P \cdot \Omega R$.

Si nous considérons alors le carré BCDE dans sa forme originelle, P, Q, R et H sont des points de la droite à l'infini, hors de portée, mais chacun dans une direction connue ce qui permet (Fig. 5) d'en avoir la trace sur une transversale quelconque. Pourtant P donne aussi bien p_1 que p_2 et R donne r_1 et r_2. Il doit exister une relation entre les six points p_1 p_2 r_1 r_2 q et h, relation héritière de la division harmonique (PR, QH). C'est du moins une piste pour qui privilégie les invariants.

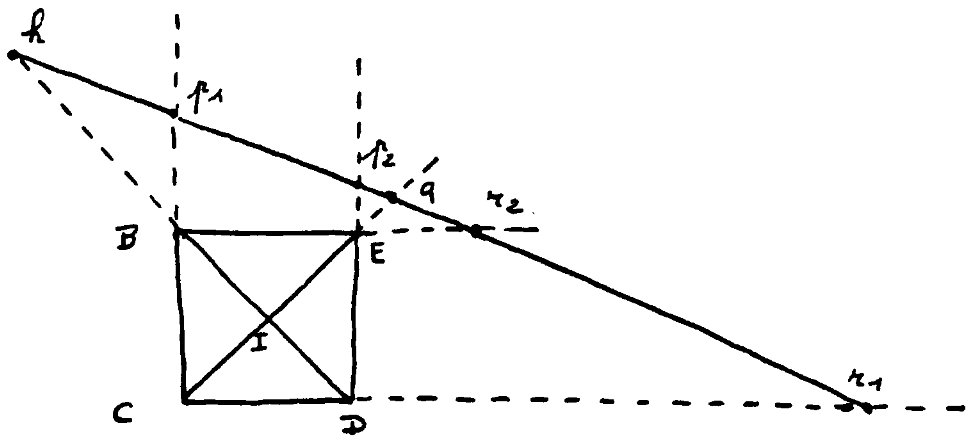


Fig. 5

Afin de mettre en "parallèle" les deux familles de points traçons la transversale qh sur la représentation perspective (Fig. 3) et appliquons le théorème de Menelaos au triangle (hqI) au lieu de (HQI) avec les sécantes PC, PD, RB et RC. On obtient ainsi :

$$\frac{p_1h}{p_1q} = \frac{Bh}{Bl} \times \frac{Cl}{Cq} \; ; \; \frac{p_2h}{p_2q} = \frac{Dh}{Dl} \times \frac{El}{Eq}$$

$$\frac{r_1h}{r_1q} = \frac{Dh}{Dl} \times \frac{Cl}{Cq} \; ; \; \frac{r_2h}{r_2q} = \frac{Bh}{Bl} \times \frac{El}{Eq} \quad \text{d'où} \quad \frac{p_1h \,.\, p_2h}{p_1q \,.\, p_2q} = \frac{r_1h \,.\, r_2h}{r_1q \,.\, r_2q}$$

formule dont on peut dire qu'elle est déduite de $\frac{PH^2}{PQ^2} = \frac{RH^2}{RQ^2}$ par dédoublement de P et de R.

C'est cette relation entre p_1 p_2 r_1 r_2 h et q que Desargues pose comme définition de "trois couples de points en involution" :

> " *Involution*. Et quand en une droicte AH, il y a comme cela trois couples de poincts BH, CG, DF, ainsi conditionnées, à sçavoir que les deux poincts de chacune des couples soient de mesme, ou meslez, ou demeslez, aux deux poincts de chacune des autres couples. Et que les rectangles ainsi relatifs des pieces d'entre ces poincts soient entre eux comme leurs gemeaux, pris de mesme ordre, sont entre eux : une telle disposition de ces trois couples de poincts en une droicte, est icy nommée *Involution* "[14]

On remarquera le soin avec lequel Desargues traite la question de l'ordre sur la droite ("soient de même, ou meslez, ou démeslez aux deux points de chacune des autres couples"). Nous écririons la relation avec des mesures algébriques mais celles-ci n'apparaissent guère qu'au 19ème siècle entre autres chez Argand, Essai sur une manière de représenter les quantités imaginaires, en 1806.

L'approche que nous avons tentée donne automatiquement, ou contient, la conservation de l'involution par projection puisque la transversale qh est arbitraire. Il nous semble nécessaire de répéter ici que le discours arguésien du Brouillon est tout autre et que la cohérence projectiviste que nous éclairons n'est pas explicitée par Desargues.

Pour en finir avec notre voyage imaginaire reprenons le "vrai" carré BCDE et son cercle circonscrit, mais imposons que la transversale qh coupe ce cercle en l et m (Fig. 6).

---

[14] op.cit., p. 110.

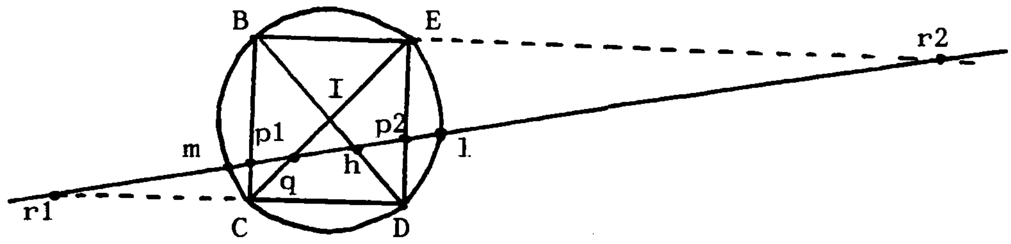


Fig. 6

Nous savons que $\dfrac{p_1h \times p_2h}{p_1q \times p_2q} = \dfrac{r_1h \times r_2h}{r_1q \times r_2q}$.

Le théorème de Menelaos appliqué au triangle (qlh) avec ED et BC comme sécantes, donne

$$\frac{p_1h}{p_1q} = \frac{Bh}{Bl} \times \frac{Cl}{Cq} = \frac{Bh}{Cq} \quad \text{et} \quad \frac{p_2h}{p_2q} = \frac{Dh}{Dl} \times \frac{El}{Eq} = \frac{Dh}{Eq}$$

ainsi $\dfrac{p_1h \times p_2h}{p_1q \times p_2q} = \dfrac{Bh \times Dh}{Cq \times Eq} = \dfrac{hl \times hm}{ql \times qm}$, la puissance d'un point par rapport à un cercle étant bien connue des Grecs.

L'égalité $\dfrac{p_1h \times p_2h}{p_1q \times p_2q} = \dfrac{hl \times hm}{ql \times qm}$ (involution de trois couples) étant projective elle reste vraie dans la représentation perspective alors que le cercle est représenté par une conique. Ce théorème, quelque peu annoncé dans la citation donnée (notes 8-9), est central. Il est exploité dans l'étude ultérieure des coniques et c'est pour lui que se déploie, comme à rebours, la première moitié du Brouillon jusqu'aux définitions initiales dont le choix est lié à la culture classique de Desargues. Voici l'énoncé du Brouillon :

> " **• Quand en un plan, à quatre poincts B, C, D, E, comme bornes couplées trois fois entre elles, passent trois couples de droictes bornales BCN, EDN, BEF, DCF, BDR, ECR, chacune de ces trois couples de droictes bornales & le bord courbe d'une quelconque coupe de rouleau, qui passe à ces quatre poincts B, C, D, E, donne en quelconque autre droicte de leur plan ainsi qu'en un tronc I, G, K, une des couples de nœuds d'une involution IK, PQ, GH, & LM, & si les deux bornales droictes d'une des couples BCN, EDN, sont paralleles entre elles, les rectangles de leurs couples relatives de brins déployez au tronc sont entre eux comme leurs gemeaux les rectangles des brins pliez au tronc & de mesme ordre sont entre eux** " [15]

[15] op.cit., p. 143.

La démonstration se développe en trois temps : le cas du quadrangle complet BCDE, puis celui du cercle supposé circonscrit au quadrilatère BCDE et, enfin, le cas de la conique "rétablie" sur un rouleau à base circulaire et pour lequel Desargues exploite le caractère projectif de l'involution.

Dans le Brouillon Project, Desargues se montre parfaitement ambivalent. Avec lui la géométrie change de coloration, d'harmonie, il est, au sens propre, "visionnaire" face à une géométrie classique de l'objet global, touchable, ou à une géométrie de l'objet trajectoire (Galilée, Roberval...). Mais il associe à son inspiration un souci fondamentaliste très euclidien qui l'oppose à la modernité de son siècle. S.G.D.L. ne met en pleine lumière ni son inspiration ni la force démonstrative de ses conceptions, il fait, au contraire, du lecteur un assisté qui devra avancer pas à pas, franchir les étapes que l'auteur a fixées pour la cohérence finale de son propre parcours. Il nous semble que le soin apporté aux prémices du discours fait partie du fonctionnement de la pensée arguésienne. Le titre modeste de Brouillon, le faible volume de l'ouvrage, les quelques remarques de l'auteur sur la mise en forme à parfaire, pouvaient autoriser une mise en route moins élaborée. Desargues parait avoir l'intime besoin d'asseoir sa construction autant que de la déployer. Mais sa culture classique n'est pas seule à l'oeuvre dans cette remontée aux définitions. Le regard porté par Desargues sur la géométrie modifie subtilement la nature des objets, ce qui exige une préparation du lecteur.

Les mots "droite", "point" ne sont pas bannis du Brouillon mais les objets géométriques sont comme dédoublés par l'introduction d'un vocabulaire spécifique. Les droites d'un faisceau concourent en un même BUT. Ce point n'est plus ainsi un objet neutre mais un objet considéré dans son rôle, dans sa relation à une famille de droites.

De même si l'attention du géomètre se porte sur une droite déterminée, coupée par diverses autres droites, cette droite devient un TRONC, ses sécantes sont des RAMEAUX et les points d'intersection sont des NOEUDS. Desargues met ainsi l'accent sur le rôle des objets, sur la relation que l'on considère entre eux.

Avec la notion d'ARBRE apparaît une relation entre sept points alignés, l'un "differencié", soit A, est la souche de l'arbre, les six autres sont couplés deux à deux, soit (B, H), (C, G), (D, F) et la structure d'arbre est donnée, avec nos notations, par

$$\overline{AB} \,.\, \overline{AH} = \overline{AC} \,.\, \overline{AG} = \overline{AD} \,.\, \overline{AF}$$

que Desargues exprime par une égalité de rectangles en précisant que A est "semblablement engagé ou dégagé" par rapport à chaque couple de noeuds.

Cette définition, comme celles des Bornes ou de l'Involution de six points, met en avant une configuration purement ponctuelle, un ensemble de points. Contrairement à la géométrie grecque où le point est extrémité d'un segment, le Brouillon Project envisage les points comme tels et les segments (BRANCHES de l'arbre) ne viennent qu'en second. Ce décalage participe à la conception d'un espace ponctuel, homogène, qui se dégage au cours du 17ème siècle.

La perspective joue ici au moins comme catalyseur. Ses constructions établissent une correspondance entre points du "relief" et points du tableau, correspondance matérialisée dans les Portillons de Dürer. Elle favorise ainsi les points de l'objet plus que l'objet global. Mais, dans les constructions, les points sont repérés comme intersection des lignes d'un dallage, d'un "cubage", et leurs images sur le tableau comme intersection des lignes images. Ainsi l'espace apparaît comme ensemble de positions dans lesquelles s'inscrit l'objet et non comme "environnement" de l'objet global. Cet objet est, en quelque sorte, reconstitué par points.

Cette habitude de penser le tableau par correspondance, qui est sans doute plus encore le fait de l'architecte (retour du dessin au relief) que du peintre, féconde la géométrie arguésienne rythmée par la notion de couple : couple de points, couple de brins, branches couplées ; Desargues n'introduit pas, dans les mots, les couples de couples, nous trouvons cependant "couple de brins relative à une autre couple de brins", "rectangles relatifs entre eux", "rectangles gémeaux entre eux". Afin d'adapter les figures à cette pensée par correspondance, Desargues cote les lettres utilisées, lorsque celà lui semble utile : $\underset{\bullet}{B}$, $\underset{\bullet}{H}$, $\underset{\bullet\bullet}{C}$, $\underset{\bullet\bullet}{G}$ indique que B et H se correspondent, que C et G se correspondent. Nous noterions H = B' peut être... ce qui exige à expliciter la réciprocité B = H' de l'involution.

La distinction déjà signalée entre objet géométrique support et rôle de celui-ci dans une relation-configuration, jointe à la notion de couples, de correspondance, permet l'idée de point double, point jouant double rôle. C'est ainsi que Desargues ne fabrique pas les tangentes de façons infinitésimales, la tangente arguésienne est une sécante à la conique dont les deux points correspondants dans l'intersection sont confondus. Comme l'infiniment grand, l'infiniment petit est ainsi court-circuité. La problématique arguésienne n'est pas celle des Galilée, Cavalieri ou Newton.

Dans ce trop bref article nous avons pu voir que Desargues dépasse l'étape d'une mathématisation de la perspective et jette les bases d'une géométrie autonome inspirée par la perspective. Sa création est sous-tendue par le concept de transformation au sens plein du terme : il ne s'agit pas de la déformation d'une figure en une autre mais d'une correspondance de points de l'espace à points de l'espace (ou du plan) et celle-ci est considérée sous l'angle de ses invariants. La transformation est vécue comme féconde par ce qu'elle conserve. Desargues n'explicite pas cela comme le fera par exemple Poncelet, mais il le fait fonctionner.

La notion de conique prend ainsi un autre sens ; il ne s'agit plus de courbes différentes obtenues par sections planes d'un cône, mais d'un seul genre, celui des transformées du cercle par projection. Les théorèmes fondamentaux pour Desargues sont ceux qui énoncent des propriétés conservées par projection, donc valables pour toute conique, pour toute sécante, qu'elle soit diamétrale ou non, tangente ou même asymptote.

Cette démarche, comme par contagion, l'amène à considérer les configurations ponctuelles comme correspondances de point à point et à dégager de telles correspondances stables par projection.

Dans la même optique l'infini en acte est posé -initialement à cause de la projection- et, si l'on inverse le discours, pour la cohérence des propriétés projectives.

Poser l'infini actuel et le poser comme Desargues en le vidant de son contenu métaphysique peut sembler pure définition nominale. Dans le début du Brouillon Desargues parait inciter le lecteur à ce point de vue. Est-ce pour l'endormir... ? L'universalité projective des théorèmes arguésiens exige cependant d'opérer sur l'infini en acte, et parfois "*l'entendement s'y perd... à cause que le raisonnement ordinaire le conduit à en conclure des propriétés dont il est incapable de comprendre comment c'est qu'elles sont* ". Mais le choix de Desargues est clair : c'est le théorème qui prime, son universalité qui l'emporte. Par exemple il achève la démonstration du Théorème de Menelaos par ce paragraphe :

"*Il y a plusieurs choses à remarquer de cette énonciation, quand deux des trois rameaux sont parallèles entre eux, quand au tronc il y a deux noeuds unis en un, et ce qui en dépend où l'entendement ne voit goutte* ". Ce type de remarques apparaît dans bien des circonstances qui, hélas, exigeraient une étude suivie du texte.

Ces mystères ne seront expliqués qu'au 19ème siècle lorsque la géométrie arguésienne, qui a vécu deux siècles dans l'ombre de la géométrie analytique, atteindra son plein épanouissement et deviendra la géométrie projective entre les mains des Monge, Poncelet, Carnot, Brianchon... et l'explication nécessitera la fusion, au moins l'alliance, des méthodes analytiques et des méthodes projectives. Ni Descartes, ni Desargues, qui s'estimaient cependant, ne pouvaient envisager cette féconde contamination. Leurs modes de pensée étaient trop différents et ils étaient trop accaparés par leurs propres travaux.

LA METHODE CHEZ LEIBNIZ

Monique NOUET
I.R.E.M. des Pays de Loire
Centre du Mans

La formation initiale de Leibniz ne le prédestinait pas à devenir le fondateur du calcu différentiel. Lorsqu'en 1672 sa carrière politique le conduit à Paris, il a 26 ans et ses connaissances de la géométrie ou de l'algèbre sont plutôt rudimentaires. De sa rencontre avec Huygens, à l'automne de cette même année, Leibniz écrit, parlant de lui-même :

"*Là il vint à connaître un homme supérieur : Christian Huygens; l'auteur (Leibniz) a toujours reconnu que c'est à l'exemple et aux conseils de Huygens qu'il doit son initiation à la haute Mathématique* "[1]. Huygens lui fera découvrir Grégoire de Saint Vincent, Fabri, Pascal, Descartes.

Loin de se placer, face aux écrits de ces savants, en situation d'apprentissage, Leibniz s'investit complétement dans les problèmes étudiés, que ceux-ci aient déjà reçu une solution ou non. Belaval dira de lui : "*Il n'a jamais touché une question sans la renouveler* "[2] et M. Parmentier, dans son Introduction au Calcul différentiel : "*C'est alors que se produisit une chose étonnante : au lieu d'y chercher modestement un outil pédagogique pour compléter sa formation, Leibniz cherche, dans ces précieux ouvrages... le point de départ de ses propres découvertes. Leibniz n'a pas commencé par apprendre les mathématiques, il a réalisé la gageure d'y être à la fois néophyte et inventeur. Il ne s'agit naturellement pas d'un fait singulier mais d'un trait dominant dans sa destinée intellectuelle, sa vie durant il ne cessera d'apprendre en inventant* "[3].

Leibniz aborde en effet les problèmes avec un regard novateur, libre de toutes contraintes par rapport aux savoirs

---

[1] Histoire et origine du calcul différentiel, trad. R. Szeftel-Zylberbaum, Les Cahiers de Fontenay, I, 1975, (H.O.C.D.), p. 71.
[2] Naissance du calcul différentiel, 26 articles de Leibniz traduits par M. Parmentier, VRIN, 1989, (N.C.D.), Note 9 p. 13.
[3] N.C.D., p. 13.

établis, s'affranchissant du poids de la reconnaissance des maîtres qu'il juge stérilisante, paralysante.

Ce regard novateur Leibniz l'évoquera en des termes divers au cours de ses publications. Citons la plus célèbre d'entre elles. "*A la suite d'un exemple de Dettonville (Pascal) l'auteur (Leibniz) fut illuminé par une idée que Pascal lui même - ce qui est étonnant - n'avait pas aperçue ...*"[1].

Quant à son opinion sur l'effacement devant le savoir établi retenons ces deux citations écrites, la première à propos d'un problème sur la courbe isochrone paracentrique :

"*Les problèmes de ce genre, hors de portée de l'Algèbre et de la spécieuse ordinaires, seront un aiguillon pour ceux qui accordent trop de crédit à ce qu'on leur a enseigné et comme s'il ne restait rien de conséquent à chercher en ce domaine, abandonnent, au grand dam de la République des Lettres, l'ardeur indispensable pour faire progresser les sciences* " [2] .

Et encore, dans l'article des Actes des Erudits <u>De Linea isochrona</u> :

"*J'avoue ne pas avoir posé ce problème à l'intention des géomètres du premier rang, rompus à ce qu'on peut appeler l'Analyse Supérieure, mais plutôt à l'intention de ceux qui partagent les sentiments de ces savants français qui avaient paru choqués de mes accusations contre les cartésiens d'aujourd'hui (lesquels paraphrasent leur maître plutôt qu'ils ne l'imitent). En effet outre le fait d'accorder trop de crédit aux préceptes à l'honneur chez ces derniers, de telles hommes en accordent surtout trop à l'analyse qu'ils ressassent entre eux, au point de se croire, grâce à elle, en mesure de triompher de tout en mathématiques (pour peu naturellement qu'ils se donnent la peine de faire les calculs), et ceci au détriment des sciences, que les chercheurs faisant trop de confiance aux inventions antérieures sont trop indolents pour faire progresser*" [3].

Les articles qu'il publie dans les Actes des Erudits permettent d'analyser la démarche qui le conduit à déplacer son intérêt des contenus vers les méthodes, et de mettre ainsi à jour ce qui nourrit l'art d'inventer: "... *J'ai toujours fait plus de cas des*

---

[1] H.O.C.D., p. 72.
[2] N.C.D., p. 172.
[3] N.C.D., p. 165.

méthodes que des problèmes particuliers, même si ce sont eux qui attirent communément les applaudissements "[1].

Après avoir rapporté quelques unes des méthodes plus spécifiquement mises en place dans la genèse et l'utilisation du calcul différentiel nous chercherons à dégager la méthodologie de Leibniz dans ses pratiques créatrices. Quels regards porte-t-il sur les fondements du calcul qu'il va mettre en place, sur la nécessité de redéfinir, de classer les objets avec lesquels il travaille...?

Des méthodes dans l'élaboration du calcul différentiel

De la lecture des articles parus dans les Actes des Erudits ou dans l'Histoire et Origine du calcul différentiel nous retiendrons essentiellement trois méthodes dont Leibniz, pour les deux dernières au moins, revendique la paternité : l'analogie, l'identification et la métamorphose.

La fécondité de ces méthodes sera remarquablement accrue grâce à l'apport que représente pour Leibniz la pratique d'exemples nombreux. Ainsi Leibniz généralise, non sans risques parfois, des propriétés vérifiées pour quelques valeurs particulières d'un paramètre. Il profite également de la maîtrise acquise au cours de nombreux calculs numériques pour mieux avancer dans l'élaboration de son calcul différentiel :

"*Or notre auteur* [2] *remarque aisément que le calcul différentiel dans le cas des figures géométriques était étonnament facile pour celui qui s'est exercé à manier les nombres, puisque dans les figures, les différences et ce qui diffère sont des incomparables* "[3].

Des glissements s'opèrent entre divers cadres de travail, leur rationalisation sera un des élèments de son art d'inventer.

[1] N.C.D., p. 208.
[2] Leibniz.
[3] HOCD, p. 91.

L'analogie

La quadrature arithmétique du cercle, sous la forme simplifiée qu'en propose Leibniz, comporte deux étapes. La première, qui sera développée ultérieurement, consiste à remplacer une quadrature irrationnelle par une quadrature rationnelle, celle de la courbe définie par l'équation $x = \frac{2z^2}{1+z^2}$

"*Ainsi, de nouveau, il est seulement nécessaire de faire la somme de nombres rationnels* " [1].

C'est au cours de la seconde étape que se met en place la méthode d'analogie.

Dans la lecture des résultats obtenus par Newton grâce à sa méthode d'extraction des racines Leibniz puise l'idée d'étendre à $\frac{1}{1+z^2}$ la méthode utilisée par Mercator pour diviser par $1 + z$ ($\frac{1}{1+z} = 1 - z + z^2 - z^3 \ldots$ sera remplacé par $\frac{1}{1+z^2} = 1 - z^2 + z^4 - z^6 \ldots$).

Newton, dans la Méthode des Fluxions présente la méthode d'analogie comme productrice de résultats nouveaux.

"*II - La grande conformité qui se trouve dans les opérations littérales de l'algèbre et dans les opérations numériques de l'arithmétique, cette ressemblance ou analogie, qui serait parfaite, si les caractères n'étaient pas différents, les premiers étant généraux et indéfinis, et les autres particuliers et définis, devrait naturellement nous conduire à en faire usage et je ne puis qu'être étonné de ce que personne, à moins que vous ne vouliez excepter M. Mercator, de Quadratura Hyperbolae, n'a songé à appliquer à l'algèbre la doctrine des fractions décimales, puisque cette application ouvre la route pour arriver à des découvertes plus importantes et plus difficiles...*

... il suffit de savoir l'arithmétique et l'algèbre et d'observer la correspondance qui doit être entre les fractions décimales et les termes algébriques continués à l'infini pour faire les opérations de l'addition ...

---

[1] HOCD, p. 79.

... et extraction de racines dans cette nouvelle façon de calcul "[1].

Avant d'éclairer ses propos par des exemples il poursuit :

"*III - La Réduction par la division et par l'extraction des Racines se concevra clairement par les exemples suivants, en comparant les façons d'opérer en nombres et en espèces*"[2].

L'analogie porte ici sur des éléments appartenant à des champs différents : l'arithmétique et l'algèbre. S'appuyant sur des opérations connues sur les éléments du premier champ, l'analogie est productrice d'opérations sur les éléments du deuxième champ.

Il y a identité des schémas opératoires ; à partir d'un modèle arithmétique préexistant l'analogie entre le numérique et le littéral, qui pratiquement revient à une identité de traitement, est productrice de résultats nouveaux. N'eut été cette différence de nature entre les éléments sur lesquels on opère, l'analogie "*serait parfaite* ", au sens où la ressemblance atteindrait l'identité.

"...*Après avoir entendu dire que Newton a déduit ces résultats directement, grâce à sa méthode d'extraction des racines, notre jeune homme (Leibniz) désira en prendre connaissance.*

Alors immédiatement il apparut que la méthode suivie par Mercator pour la quadrature de l'hyperbole en employant une série infinie, permettrait aussi de réaliser celle du cercle, malgré l'asymétrie, en divisant par $1 + z^2$ *tout comme Mercator avait divisé par* $1 + z$*...*"[3].

Dans cet exemple d'analogie, le modèle (règles opératoires) et les éléments (numériques et algébriques ou z et z^2) préexistent. Il y a seulement transfert du processus opératoire des premiers éléments sur les seconds. "Il suffit d'y penser" pourrait-on dire.

L'analogie saute tant aux yeux qu'on ne peut, comme Newton, que s'étonner quand elle n'a pas encore été mise à jour. Une certaine lecture, un regard qui ne se laisse pas enfermer par le contexte, permettront de détecter de telles analogies.

---

1 Méthode des fluxions, p. 1 et 2.

2 Méthode des fluxions, p. 2.

3 H.O.C.D., p. 79.

Mais il n'en est pas toujours ainsi, une analogie peut nécessiter une construction plus élaborée. Le modèle et les élèments auxquels il s'applique préexistent, il faut construire les éléments sur lesquels pourra s'effectuer le transfert du modèle. L'analogie sera créatrice et de résultats nouveaux, et d'éléments nouveaux, éléments permettant de rendre la méthode d'analogie féconde. Pour ce faire, l'analogie doit être pensée a priori. Nous retiendrons deux exemples pour lesquels Leibniz procéde ainsi: l'analogie entre le triangle arithmétique de Pascal et le triangle harmonique (que Leibniz construit à partir du triangle arithmétique et des règles calculatoires sur ce triangle) et l'analogie entre différences d'un produit et puissances d'un binôme ($d^n(xy)$ et $(x+y)^n$) où Leibniz construit un opérateur puissance (p) pour développer l'analogie (opérateur différence : d et opérateur puissance : p). Il en déduira les propriétés de l'opérateur différentiel.

Dans le cas du triangle harmonique Leibniz écrit dans Histoire et origine du calcul différentiel "*Comme l'auteur* [1] *avait vu plus tard le triangle arithmétique de Pascal, il créa, sur cet exemple, le Triangle harmonique.*

Triangle arithmétique où la suite fondamentale est constituée par une progression arithmétique 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,...

$$
\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & & & & & 1 & & & & & & \\
 & & & & & 1 & & 1 & & & & & \\
 & & & & 1 & & 2 & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & \\
 & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & \\
1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1
\end{array}
$$

Triangle harmonique où la suite fondamentale est constituée par une progression harmonique :

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7} \ldots$$

[1] Leibniz.

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & & \frac{1}{1} & & & & & \\
 & & & & \frac{1}{2} & & \frac{1}{2} & & & & \\
 & & & \frac{1}{3} & & \frac{1}{6} & & \frac{1}{3} & & & \\
 & & \frac{1}{4} & & \frac{1}{12} & & \frac{1}{12} & & \frac{1}{4} & & \\
 & \frac{1}{5} & & \frac{1}{20} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{20} & & \frac{1}{5} & \\
\frac{1}{6} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{60} & & \frac{1}{60} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{6}
\end{array}$$

Dans le triangle harmonique si l'on divise le dénominateur de n'importe quelle suite oblique décroissant à l'infini, et de même de n'importe quelle suite parallèle finie, par le dénominateur du terme correspondant dans la suite fondamentale, on obtient les nombres combinatoires figurant dans le triangle arithmétique " [1].

Par exemple :

Prenons la suite oblique $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30} \cdots$ décroissant à l'infini. Si nous divisons les dénominateurs 2, 6, 12, 20, 30.... par les dénominateurs 1, 2, 3, 4, 5, 6 de la suite harmonique fondamentale, nous obtenons les nombres 2, 3, 4, 5, 6 qui figurent dans la ligne oblique occupant la même place dans le triangle arithmétique. Les dénominateurs de la ligne oblique suivante : 3, 12, 30, 60 ... divisés par 1, 2, 3, 4,... donneraient les termes 3, 6, 10, 15 de la ligne oblique correspondante du triangle arithmétique.

La ligne parallèle finie $\frac{1}{4}, \frac{1}{12}, \frac{1}{4}$ contient en dénominateurs les nombres 4, 12, 12, 4. Divisés par le dénominateur 4 du terme de la ligne fondamentale (situé sur un "bord") ils donnent les termes 1, 3, 3, 1 de la ligne correspondante du triangle arithmétique. Par ligne parallèle il faut entendre ligne horizontale.

De cette construction Leibniz déduit :

"Or ce qui est commun aux deux triangles, c'est que les suites obliques sont obtenues tour à tour par somme ou par différence.

---

[1] H.O.C.D., p. 83-84.

Dans le triangle arithmétique une suite donnée est obtenue en faisant la somme de la suite précédente la plus proche, (...) mais dans le triangle harmonique au contraire, une suite donnée est obtenue en faisant la somme de la suite immédiatement consécutive et la différence de la précédente la plus proche "[1].

Par exemple :

Dans le triangle arithmétique intéressons nous à la troisième ligne oblique 1, 3, 6, 10, 15, ... les termes de cette suite sont obtenus par somme des termes de la ligne oblique précédente 1, 2, 3, 4, 5,...

Ainsi :
$$\begin{aligned} 3 &= 1 + 2 \\ 6 &= 1 + 2 + 3 \\ 10 &= 1 + 2 + 3 + 4 \\ 15 &= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 \end{aligned}$$

Puisque :

$$\begin{array}{c} 1 \\ \mathit{1} + 1 \\ 1 \quad \mathit{2} + 1 \\ 1 \quad 3 \quad \mathit{3} + 1 \\ 1 \quad 4 \quad 6 \quad \mathit{4} \quad 1 \\ 1 \quad 5 \quad 10 \quad \boxed{10} \quad 5 \quad 1 \\ 1 \quad 6 \quad 15 \quad 20 \quad 15 \quad 6 \quad 1 \end{array}$$

et que :

$$\begin{array}{c} 1 \\ \mathit{1} + 1 \\ 1 \quad \mathit{2} + 1 \\ 1 \quad 3 \quad \mathit{3} + 1 \\ 1 \quad 4 \quad 6 \quad \mathit{4} + 1 \\ 1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad \mathit{5} \quad 1 \\ 1 \quad 6 \quad 15 \quad 20 \quad \boxed{15} \quad 6 \quad 1 \end{array}$$

On applique en fait la règle suivante :

$$\begin{array}{c} 1 \\ 1 \quad 1 \\ 1 \quad 2 \quad 1 \\ 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \\ 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \\ 1 \quad 5 \quad 10 \quad \boxed{10 + 5} \quad 1 \\ 1 \quad 6 \quad 15 \quad 20 \quad \boxed{15} \quad 6 \quad 1 \end{array}$$

qui permet de calculer un terme à partir des termes de la ligne horizontale précédente.

---

[1] H.O.C.D., p. 85.

On pourrait aussi noter la règle suivante :

$$\begin{array}{c}
1 \\
1 \quad 1 \\
1 \quad 2 \quad 1 \\
1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \\
1 \quad \boxed{4} \quad \boxed{6} \quad 4 \quad 1 \\
1 \quad 5 \quad \boxed{10} \quad \boxed{10} \quad \boxed{5} \quad 1 \\
1 \quad 6 \quad 15 \quad 20 \quad \boxed{15} \quad 6 \quad 1
\end{array}$$

Un terme d'une ligne oblique est obtenu par
différence de deux termes de la ligne oblique suivante :

$$6 = 10 - 4\ ;\quad 5 = 15 - 10$$

Dans le triangle harmonique les relations entre les termes des différentes lignes exprimées par Leibniz sont les suivantes :

la ligne oblique $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}$ est obtenue à partir de la ligne précédente $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ par différences.

Ainsi :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} &= 1 - \frac{1}{2} \\
\frac{1}{6} &= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \\
\frac{1}{12} &= \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \\
\frac{1}{20} &= \frac{1}{4} - \frac{1}{5}
\end{aligned}$$

Si nous prenons la ligne oblique suivante : $\frac{1}{3}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20} \ldots$ alors nous avons :

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{6}, \frac{1}{12} = \frac{1}{6} - \frac{1}{12}\ ; \frac{1}{30} = \frac{1}{12} - \frac{1}{20} \ldots$$

Ceci donne dans le triangle :

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & & \frac{1}{1} & & & & & \\
 & & & & \frac{1}{2} & & \frac{1}{2} & & & & \\
 & & & \frac{1}{3} & & \frac{1}{6} & & \frac{1}{3} & & & \\
 & & \frac{1}{4} & & \frac{1}{12} & & \frac{1}{12} & & \frac{1}{4} & & \\
 & \frac{1}{5} & & \frac{1}{20} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{20} & & \frac{1}{5} & \\
\frac{1}{6} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{60} & & \frac{1}{60} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{6}
\end{array}
$$

Inversement, de $\frac{1}{12} - \frac{1}{30} = \frac{1}{20}$ on déduit que $\frac{1}{12} = \frac{1}{30} + \frac{1}{20}$. Cette égalité définit un terme d'une suite (horizontale) comme somme de deux termes consécutifs de la ligne (horizontale) qui suit immédiatement :

$$
\begin{array}{c}
\boxed{\frac{1}{12}} \\
\boxed{\frac{1}{20} \quad + \quad \frac{1}{30}}
\end{array}
$$

ou encore :

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & \frac{1}{1} & & & & \\
 & & & \frac{1}{2} & & \frac{1}{2} & & & \\
 & & \frac{1}{3} & & \frac{1}{6} & & \boxed{\frac{1}{3}} & & \\
 & \boxed{\frac{1}{4}} & & \frac{1}{12} & & \boxed{\frac{1}{12} + \frac{1}{4}} & & & \\
\boxed{\frac{1}{5} + \frac{1}{20}} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{20} & & \frac{1}{5} & &
\end{array}
$$

L'analogie entre les deux triangles est ainsi clairement mise à jour : par addition de deux termes successifs d'une ligne (horizontale) on obtient un terme de la ligne suivante dans le triangle de Pascal, de la ligne précédente dans le triangle de Leibniz ; par différence de deux termes consécutifs d'une ligne (oblique) on obtient un terme de la ligne précédente dans le triangle de Pascal, de la ligne suivante dans le triangle de Leibniz.

Leibniz utilise alors des résultats qu'il avait mis en évidence lors de ses travaux sur les nombres et les différences de nombres et dont il reconnait qu'ils furent pour lui un support important dans de multiples situations, soit par les images qu'ils ont créées, soit par la maîtrise des nombres qu'ils lui ont procurée.

"A partir de ceci : "A = A" ou à partir de son équivalent: "A - A = 0" on tire une très belle propriété à savoir :

$$A \underbrace{- A + B}_{L} \underbrace{- B + C}_{M} \underbrace{- C + D}_{N} \underbrace{- D + E}_{P} - E = 0$$

Si maintenant on pose A, B, C, D, E sont des quantités croissantes et que les différences de deux quantités consécutives B - A, C - B, D - C, E - D sont appelées L, M, N, P, il s'ensuit alors que :

$$A + L + M + N + P - E = 0$$

ou

$$L + M + N + P = E - A$$ "[1].

Ceci permet à Leibniz d'établir, par exemple, le résultat suivant :

$$3 + 5 + 7 + 9 = 25 - 1 = 24$$

en utilisant la suite des nombres carrés

1 , 4 , 9 , 16 , 25 dont les différences sont :
3 , 5 7 9

Dans les cas de suites décroissant à l'infini, le résultat peut être conduit plus loin.

"Pour ajouter quelque chose qui n'est peut être pas banal, il (Leibniz) découvrait aussi des théorèmes à propos des différences et des sommes qui sont les suivants :

---

[1] H.O.C.D., p. 65.

La suite a, b, c, d, e, etc... décroissant à l'infini, soient les termes a b c d e etc les différences premières f g h i k etc...

On pose "a" comme premier terme et "ω" comme terme dernier. L'auteur (Leibniz) trouvait alors :

$$a - \omega = 1f + 1g + 1h + 1i + 1k + etc$$

Ainsi dans le cas du triangle harmonique, la première suite étant :

$$\frac{1}{1} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{7}$$

la suite des différences est :

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{20} \quad \frac{1}{30} \quad \frac{1}{42}$$

La somme $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \ldots$ *qui s'écrira encore* $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \ldots\right)$ *est alors égale à* $\frac{1}{1} - 0$ *puisque la première suite décroît indéfiniment* (oserait-on écrire $\frac{1}{1} - \frac{1}{\infty}$, Leibniz écrivant bien lui-même pour la ligne précédente $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{7} + \text{etc} = \frac{1}{0}$?)"[1]. Leibniz déduit alors :

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \text{etc} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{35} + \frac{1}{56} + \frac{1}{84} + \text{etc} = \frac{3}{2},$$

ce terme $\frac{3}{2}$ provenant de l'écriture éventuelle $3\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\infty}\right)$ en procédant comme pour la ligne précédente.

L'observation du triangle arithmétique et des relations entre les termes de ce triangle a permis de constuire un triangle nouveau en procédant par analogie, l'exploitation de ce triangle conduisant notamment à donner des exemples de séries qui, bien que contenant une infinité de termes, donnent par sommation des nombres finis,

[1] H.O.C.D., p. 68.

confortant ainsi le fait qu'une série infinie puisse donner l'aire d'un cercle.

"*Mais pour éviter que par manque d'habitude on ne se figure qu'une série constituée d'une infinité de termes ne peut être égale à un cercle, qui est une quantité finie, je dois préciser que beaucoup de séries comportant une infinité de termes sont, quand on en fait la somme, des quantités finies*"[1].

Dans les exemples que nous venons de voir, l'analogie s'appuie sur des ressemblances dont l'exploitation permet de construire des ressemblances plus profondes et déduire des résultats nouveaux. L'analogie portait sur des objets auxquels on appliquait, dirait-on, des traitements semblables compte tenu d'une ressemblance observée ou décidée a priori. Mais l'idée de l'analogie peut également porter sur les relations entre des éléments existants ou à construire. Elle devient alors une analogie formelle, la ressemblance sera poussée jusqu'à l'identité de relation entre des éléments, cette identification reposant sur la création d'un concept nouveau : le concept d'opérateur.

Le constat d'où naîtra l'analogie est exprimé ainsi : "*Il est facile de prendre une puissance de n'importe quelle quantité, de même nous pouvons aisément trouver la différence, c'est-à-dire l'Elément, de toute quantité variant selon une loi déterminée ...*"[2] puis "*... Mais il existe une analogie plus profonde entre les Puissances et les Différences, il ne sera pas superflu de montrer en quoi elle consiste. Je donnerai d'abord les puissances d'un binôme (c'est-à-dire d'une somme de deux termes) avec les différences d'un rectangle (produit de deux Facteurs) (...). Les puissances, tout comme les différences, comportent leurs propres exposants indiquant le degré de la puissance ou de la différence. Pour rendre l'analogie plus claire, sur le modèle de* dx, ddx, d^3x, *qui expriment les différences première, seconde, troisième, je représenterai donc ici* x, xx, x^3 *par* p^1x, p^2x, p^3x, *soit comme les puissances première, seconde, troisième de* x ; $p^e(x+y)$ *signifiera la puissance de* $(x+y)$ *d'exposant e, tout comme* $d^e(x\ y)$ *signifie la différence d'exposant e de* $(x\ y)$ "[3].

Après avoir posé le principe des notations, qui s'enrichit au fur et à mesure que l'analogie se construit, Leibniz établit une ressemblance sur les premiers exposants passant ainsi de :

---

[1] N.C.D., p. 77.
[2] N.C.D., p. 414.
[3] N.C.D., p. 415.

$p^1 (x + y) = x + y$

à $p^2 (x + y) = 1\,xx + 2xy + 1yy$

puis à $p^3 (x + y) = 1\,x^3 + 3\,xxy + 3\,xyy + y^3$ et plus généralement, pour l'exposant e, à $p^e (x + y) = 1\,x^e + \frac{e}{1}\,x^{e-1}y + \frac{e\,(e-1)}{1\,.\,2}\,x^{e-2}y^2 + \frac{e\,(e-1)\,(e-2)}{1\,.\,2\,.\,3}\,x^{e-3}\,y^3 + \ldots$

La notation p^e avec e positif est étendue à e négatif et même nul en utilisant là encore une analogie. Les exposants de x^3, x^2, x, 1, $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{x^2}$, $\frac{1}{x^3}$ sont ici les termes d'une progression arithmétique 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3. Leibniz notera donc $p^{-2}x$ pour $\frac{1}{x^2}$, p^0x pour 1. Il y a là adaptation de la notation afin de préserver l'analogie et la mener jusqu'à une identification formelle.

"Venons en maintenant aux différentiations, je vais montrer que nous déduisons le résultat du précédent en remplaçant simplement x + y par xy et p par d. En premier lieu d(xy) = y dx + x dy, je l'ai montré il y a de longues années, dès que j'ai présenté le calcul différentiel. Or de cette unique règle fondamentale nous pouvons déduire tout le reste du calcul des différences (...) " [1].

"Mais $x = d^0x$ et $y = d^0y$ car ici la différence est nulle, d'autre part $d^1x = dx$ et $d^1y = dy$; nous pouvons donc écrire :

$d^1(xy) = d^1x\, d^0y + d^0x\, d^1y$" [2].

Nous avons, avec les puissances, compte tenu des aménagements apportés à la notation :

$p^1(x + y) = x + y = p^1x\, p^0y + p^0x\, p^1y$.

Leibniz calcule alors la différence seconde de xy, dd (xy) et en applicant les règles de son calcul différentiel (que nous présenterons ultérieurement) il obtient :

"$d^2(xy) = d^2x\, d^0y + 2\, d^1x\, d^1y + d^0x\, d^2y$, exactement comme $p^2(x+y) = p^2x\, p^0y + 2\, p^1x\, p^1y + p^0x\, p^2y$.

[1] N.C.D., p. 416.
[2] N.C.D., p. 417.

Cette analogie entre la différentiation et l'élévation à une puissance se perpétue si nous poursuivons cette dernière (c'est-à-dire si nous prenons une puissance supérieure), ainsi que la différentiation "[1].

Cette extension à un exposant quelconque est alors justifiée en comparant les procédures de calculs de d^{e+1} (xy) à partir de d^e (xy) et de p^{e+1} (x + y) à partir de p^e (x + y) dans le cas particulier de l'ordre 2 à l'ordre 3. La généralisation, dont Leibniz est assez coutumier, sera énoncée ainsi :

"Plus généralement nous obtenons en différentiant, au moyen de la lettre d le résultat suivant, analogue à celui que nous avions obtenu pour les puissances au moyen de la lettre p :

$$d^e(xy) = 1\, d^e x\, d^0 y + \frac{e}{1}\, d^{e-1}x\, d^1 y + \frac{e\,(e-1)}{1\,.\,2}\, d^{e-2}x\, d^2 y + \ldots$$ "[2].

Dans cette phrase, Leibniz dégage le caractère formel de son analogie, dont la mise en place a nécessité la construction des opérateurs d et p, différence et puissance. Ce qui amène à un niveau d'abstraction remarquable. Ce ne sont plus les objets qui sont les éléments de l'analogie. La mise en place de ces deux opérateurs pousse l'analogie jusqu'à l'identité. Il n'y a plus qu'un problème de notation : d et produit remplacent p et somme. Le modèle opératoire est unique. Leibniz, conscient de la richesse de cette notation écrit d'ailleurs :

"Nous voyons bien que l'analogie entre les puissances et les différences, que fait apparaître la nouvelle notation, n'apparaît pas dans la notation courante (que j'ai fait figurer en second) "[3].

Il ajoute même :

"Chose admirable, cette analogie va jusqu'à faire se correspondre $p^0(x + y + z)$ *et* $d^0(x\ y\ z)$ *en en donnant les valeurs exactes. En effet :*

$$p^0(x+y+z) = 1 = p^0x\, p^0y\, p^0z$$
$$d^0(x\ y\ z) = x\,y\,z = d^0x\, d^0y\, d^0z$$ "[3] .

---

[1] N.C.D., p. 417.
[2] N.C.D., p. 418.
[3] N.C.D., p. 420.

Grâce à cette analogie, créatrice d'objets nouveaux, Leibniz fait de ce calcul un jeu d'écriture qui ne nécessite plus un retour aux catégories auxquelles appartiennent les éléments.

L'identification

Leibniz a recours à la méthode d'identification aussi bien dans le cadre arithmétique que dans le cadre algébrique ou géométrique :

"*... à l'époque de notre séjour commun à Paris où nos conversations sur des sujets de Géométrie étaient très fréquentes, époque à laquelle il s'engageait sur des voies toutes différentes, j'avais déjà l'habitude d'employer, pour représenter la nature de la courbe inconnue, des équations générales qu'il faut déterminer dans la suite du calcul, or c'est là le nerf de cette méthode, et je n'avais jamais rien noté de semblable ailleurs*"[1].

Cette méthode est utilisée dans la recherche de courbes ou d'expressions répondant à des conditions particulières (tangentes vérifiant des propriétés spécifiques, expressions dont les différences sont données...). La nature de la courbe ou de l'expression à déterminer est connue ou conjecturée, ce qui permet de poser, pour la solution, une équation ou une expression générale (algébrique et donc de degré déterminé par sa nature) ; ce choix d'une équation générale a priori justifie l'expression utilisée par Leibniz : méthode par équations générales (ou encore méthode par provision). Les conditions particulières imposées à la solution sont alors appliquées à l'équation générale. Il reste à établir une comparaison entre les résultats obtenus à partir de l'équation générale et les résultats attendus pour la solution.

Pour éclairer ces propos procédons comme Leibniz : donnons des exemples, l'un pris dans le cadre arithmétique, l'autre (double) dans le cadre algébrique.

Calcul de la somme des carrés

Après avoir travaillé sur des tables de calculs de différences de nombres entiers consécutifs, de différences des carrés des nombres puis des différences des différences des différences des cubes des nombres puis des différences des différences obtenues et nouvelles différences, Leibniz envisage une généralisation de ces calculs. Pour ce faire il introduit des notations littérales :

[1] N.C.D., p. 132.

x pour les nombres, xx pour les carrés, x^3 pour les cubes et calcule alors les différences (x + 1) - x pour les nombres, $(x + 1)^2 - x^2$ pour les carrés, $(x + 1)^3 - x^3$ pour les cubes. Il se pose alors le problème inverse ainsi exprimé : à partir des différences, retrouver les nombres par sommation. Problème qui revient donc à partir des nombres x, x^2, x^3, ... , à calculer leurs sommes (ce que nous pourrions en termes modernes exprimer par le calcul de $\sum_{x=1}^{x=n} x^p$ pour p = 1, p = 2, p = 3....

"(...) au moyen d'un calcul général on peut trouver la suite obtenue par différence d'une suite donnée et quelquefois aussi la suite obtenue par somme d'une série donnée lorsqu'elle est exprimée numériquement. Par exemple, si x est un nombre carré, le carré qui lui est immédiatement supérieur est xx + 2x + 1 la différence des deux est 2x + 1, c'est-à-dire que la suite des nombres impairs est la "suite différence" des nombres carrés. En effet si x désigne 0, 1, 2, 3, 4, etc... , 2 x + 1 désigne 1, 3, 5, 7, 9. De la même manière, la différence entre x^3 et $x^3 + 3xx + 3x + 1$ est 3 xx + 3 x + 1, c'est pourquoi tel est le terme général de la suite-différence de la suite des cubes. Par conséquent si la valeur du terme général d'une suite donnée peut s'exprimer par une variable x telle qu'elle n'entre ni dans le dénominateur, ni dans l'exposant, il semblait que l'on pût toujours trouver la suite-somme d'une suite donnée. Par exemple si l'on cherche la somme des nombres carrés, comme il était certain que la variable x ne pouvait être supérieure à la puissance cubique, l'auteur (Leibniz) supposait que son terme était $= l\,x^3 + m\,xx + n\,x = z$. On cherche dz = xx. Il résultera : $dz = l\,d(x^3) + m\,d(x\,x) + n$ (en posant que dx = 1). Mais dxx = 2 x + 1 et $d(x^3) = 3\,xx + 3\,x + 1$ (d'après ce qui a été déjà trouvé). Donc

$$dz = 3\,l\,x\,x + 3\,l\,x + l + 2\,m\,x + m + n = x\,x.$$

Donc : soit $l = \frac{1}{3}$, $m = -\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + n = 0$ ou $n = \frac{1}{6}$, *c'est-à-dire que le terme général de la suite-somme des carrés est :*

$$\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}xx + \frac{1}{6}x \quad \text{soit} \quad \frac{2\,x^3 - 3\,x\,x + x}{6}$$ "[1].

La méthode apparaît ici clairement. L'expression générale de la somme est déclarée de degré 3, les calculs de différences déjà effectués en font une certitude ("il est certain que"). L'expression générale est donc choisie $z = l\,x^3 + m\,x\,x + n\,x$. Il n'est pas noté de

[1]H.O.C.D., p. 87-88.

terme constant puisque la somme doit être nulle pour x nul. Il faut chercher alors quelle relation existe entre cette somme z et les nombres x^2 de départ. Or x^2 est la différence de deux sommes consécutives. En termes modernes nous écririons $x^2 = \sum_{p=1}^{p=x} p^2 - \sum_{p=1}^{p=x-1} p^2$. Nous calculons donc la différence de z, dz, en utilisant les résultats déjà obtenus pour dx, dx^2, dx^3. Il reste alors à comparer l'écriture de dz obtenue à partir de l'expression générale de z à l'expression donnée x^2. On égale les coefficients des différentes puissances figurant dans chacune des deux expressions.

Logarithme d'un nombre

Le rôle des séries dans la détermination des quadratures, notamment celle du cercle, et la reconnaissance des séries comme solution possible d'un problème, leur confèrent un statut privilégié. Leibniz utilise la méthode d'identification comme méthode universelle, allant ainsi au-delà des méthodes développées par Mercator (pour les divisions) et Newton (pour les extractions de racines).

"*Alors qu'autrefois les moyens employés pour trouver des séries infinies ont été, suivant l'exemple de leur inventeur, Nicolas Mercator du Holstein, les divisions, et selon l'exemple du Grand Géomètre Isaac Newton, les extractions, il m'a semblé qu'on pouvait les obtenir plus aisément et de manière plus universelle en supposant connue la série cherchée, de telle sorte que les coefficients des termes qu'elle comporte soient déterminés progressivement. Une propriété de la courbe étant donnée, que ce soit par une formule du calcul ordinaire, du calcul intégral, différentiel ou différentio-différentiel même très complexe, on peut toujours aboutir à une série exprimant ce qu'on cherche, exactement si on considère la série tout entière, par une approximation aussi précise qu'on veut si on en prend une partie* "[1].

Leibniz campe ici la méthode. Relevons dans cette citation le souci de la qualité d'une solution (exacte ou approchée suivant que la série est prise totalement ou partiellement), de la reconnaissance des séries entières en tant que solution d'un problème (nous reviendrons sur ce thème dans l'analyse de la méthode d'invention chez Leibniz) et l'expression de l'un des objectifs qu'il assigne à la recherche : obtenir des résultats qui permettent de résoudre des problèmes "plus aisément et de manière plus universelle".

---

[1] N.C.D., p. 240.

La force de l'exemple en tant qu'élément éclairant est formulée également ici ; l'exemple aura aussi valeur de validation de la méthode puisque l'on va non pas trouver un résultat nouveau mais retrouver un résultat déjà obtenu par d'autres méthodes : "*ceci s'éclairera grâce à l'exemple certes facile et peu original, mais bien clair, de la recherche d'un logarithme à partir d'un nombre ou d'un nombre à partir de son logarithme* "[1].

Leibniz prend, pour définir le logarithme d'un nombre, l'expression $y = \int a \dfrac{dx}{x+a}$ ce qui le conduit par différence, à :

$$"dy = a \frac{dx}{x+a} \text{ c'est à dire } a \frac{dy}{dx} + x \frac{dy}{dx} - a = 0 \ldots$$

(...) nous poserons $y = b\,x + c\,x^2 + e\,x^3 + fx^4 + \text{etc}$

nous obtiendrons $\dfrac{dy}{dx} = b + 2\,cx + 3\,ex^2 + 4\,fx^3 + \text{etc}$

par conséquent

$$\begin{array}{lll} & a\dfrac{dy}{dx} & = ab + 2\,ac\,x + 3a\,e\,x^2 + 4\,a\,f\,x^3 + \text{etc} \\ 0 = & +x\dfrac{dy}{dx} & = bx + 2\,c\,b\,x^2 + 3\,e\,b\,x^3 + \text{etc} \\ & -a & = -a \end{array}$$

(...) Pour en faire disparaître les termes c'est-à-dire changer l'équation en identité, nous aurons :

$$ab - a = 0 \text{ soit } b = 1 \text{ , } 2\,ac + b = 0 \text{ soit } c = -\frac{1}{2\,a} \ldots \text{"}$$ [2]

Leibniz obtient ainsi :

$$y = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2a} + \frac{x^3}{3a^2} - \frac{x^4}{4a^3} \text{ etc.}$$

Les trois étapes de la méthode d'identification sont donc bien mises en évidence : choix d'une forme générale de la solution, transformation conduisant aux conditions imposées, comparaison à la condition imposée.

---

[1] N.C.D., p. 240-241.
[2] N.C.D., p. 241.

Courbe définie par ses tangentes

Disons pour terminer que la géométrie offre également un large champ d'utilisation de la méthode d'identification. Déterminer une courbe à partir de conditions imposées à la courbe (méthode inverse des tangentes) constitue un "problème où est renfermée la plus grande partie de toute la géométrie transcendante", les problèmes de quadratures indéfinies n'étant, aux yeux de Leibniz, qu'un cas particulier de ce vaste problème.

On retrouve, dans la description que donne Leibniz, les trois étapes de la méthode (notons, pour les notations utilisées, la mobilisation d'une procédure par analogie) :

"*A l'exemple des algébristes qui ont autrefois représenté les quantités inconnues par des lettres, c'est-à-dire des nombres généraux, j'ai employé pour les courbes inconnues dans les problèmes transcendants, des équations générales, autrement dit indéfinies ; à titre d'exemple, l'abscisse et l'ordonnée étant x et y, je pose pour la courbe inconnue l'équation :*

$$0 = a + b\,x + cy + e\,x\,y + f\,x\,x + g\,y\,y + etc.$$

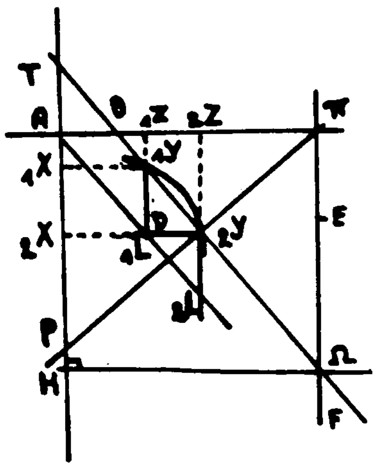
Grâce à cette équation écrite de manière indéfinie, mais en réalité finie (car on peut toujours déterminer jusqu'à quel degré s'élever), je cherche la tangente à la courbe puis, en comparant le résultat avec la propriété des tangentes qu'on proposait, je découvre la valeur des lettres a, b, c que j'ai supposées et je détermine ainsi l'équation de la courbe qu'on recherche"[1].

La métamorphose

Si Leibniz a pour objectif de libérer la pensée de la lecture de la figure, il faut reconnaître cependant que bien des méthodes de résolution ou d'invention lui ont été suggérées par l'observation des figures : citons le triangle caractéristique (dont Leibniz ne manque pas de souligner la fécondité), la considération du problème inverse des tangentes.

Dans l'Histoire et Origine du Calcul Différentiel, Leibniz évoque en ces termes son idée du triangle caractéristique :

[1] N.C.D., p. 135.



"Notre jeune homme [1] *(stimulé par ces découvertes), après avoir constaté la fécondité de ses réflexions, et comme il n'avait d'abord considéré que les infiniment petits, tels que les intervalles entre les ordonnées, selon la méthode de Cavalieri, imagina un triangle " caractéristique "* $_1YD_2Y$ [2] *, dont les côtés* $D\,_1Y$ *et* $D\,_2Y$ [2] *, égaux à* $_1X\,_2X$ *et* $_1Z\,_2Z$ [2] *respectivement, étaient des portions de coordonnées ou des coabscisses AX et AZ et le troisième côté* $_1Y_2Y$ *était la portion de la tangente* $T\Omega$ *(que l'on trace si nécessaire).*

Il semblait toujours possible d'assigner des triangles semblables à ce triangle caractéristique, bien qu'inassignable ou infiniment petit"[3].

La métamorphose résulte de l'exploitation de la similitude de deux triangles dont l'un est le triangle caractéristique $_1YD_2Y$, inassignable, l'autre étant un triangle normal, assignable (exemples : T_2X_2Y, T_1X_1Y...). Par le jeu des proportions il y a "métamorphose" de l'inassignable (ex : $\frac{D_1Y}{D_2Y}$), dont on sait pas ce que c'est, à l'assignable (ex : $\frac{_2XT}{_2X_2Y}$), dont sait ce que c'est.

Se posera alors le problème de la nature et du statut de ces éléments dx, ddx, ..., problème qui alimentera diverses controverses. En réponse aux objections de Niewentijt, notamment entre les différentiations successives, Leibniz établit un ordre d'infinitésimalité entre ces différences précisant ainsi la notion d'homogénéité. Si dans le calcul différentiel "*x et dx sont traités sur le même pied, de même y et dy, ou toute autre lettre indéterminée et sa différentielle* "[4] l'utilisation des différences de différences dans le calcul pose des problèmes de conceptualisation.

A partir d'une redéfinition de l'égalité et de considérations d'homogénéité Leibniz tente de préciser le statut de ces éléments :

---

[1] Leibniz

[2] Lire $Y_1\ DY_2$, $D.Y_1$, DY_2, $X_1\ X_2$ et $Z_1\ Z_2$.

[3] H.O.C.D., p. 74.

[4] N.C.D., p. 106.

"Ainsi au nombre des grandeurs réelles en leur genre je ne compte pas seulement les lignes infiniment petites dx, dy mais aussi leurs carrés et leur produit dx dx, dy dy, dx dy, il en va de même d'après moi, de leurs cubes et de leurs puissances supérieures"[1].

Quant à l'ordre d'infinitésimalité qui, non pris en compte, conduirait, comme Niewentijt, à dire que "*les ddx ne seraient pas recevables et ne seraient pas des grandeurs, dans la mesure où leur produit par un nombre infini ne donne pas une grandeur ordinaire* "[2] Leibniz explique que "*la troisième proportionnelle* [3] *de deux grandeurs est bien elle-même une grandeur. Mais dans le cas des grandeurs x et dx cette troisième proportionnelle est la grandeur ddx, en voici la raison. Soient des x en progression géométrique et des y en progression arithmétique, le rapport de dx à la constante dy sera celui de x à la constante a soit* $dx = x \frac{dy}{a}$ *donc* $ddx = dx \frac{dy}{a}$. *D'où, en remplaçant* $\frac{dy}{a}$ *grâce à la première équation, il vient :* $x\, ddx = dx\, dx$, *nous voyons bien par là que x est avec dx dans le même rapport que dx avec ddx* " [4].

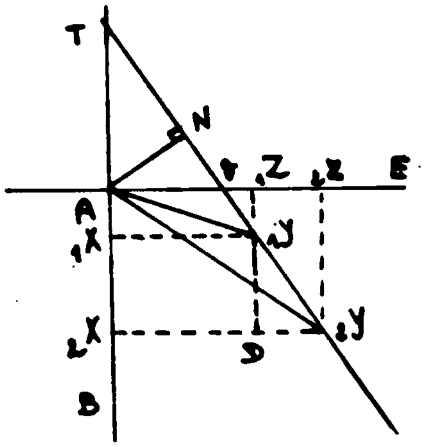
L'analogie entre puissance (opérateur p) et différence (opérateur d) affine cette notion d'homogénéité qui va s'éclairer là encore à l'aide d'une notation, conduisant ainsi à un traitement purement calculatoire :

"Nous comprenons du même coup en quoi consiste la loi d'homogénéité transcendantale que la notation courante des différences ne permet pas de saisir aussi bien. Par exemple si nous employons ce nouveau type de caractéristique nous verrons apparaître que addx et dx dx sont homogènes non seulement algèbriquement (...) mais aussi transcendantalement et qu'elles sont comparables entre elles, puisque le premier peut s'écrire $d^0a\, d^2x$, *le second* $d^1x\, d^1x$, *et que de part et d'autre la somme des exposants différentiels est la même* $0 + 2 = 1 + 1$"[5].

---

[1] N.C.D., p. 328.
[2] N.C.D., p. 332.
[3] N.C.D., Note 49 p. 332. Nombre c tel que $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$.
[4] N.C.D., p. 332.
[5] N.C.D., p. 420.

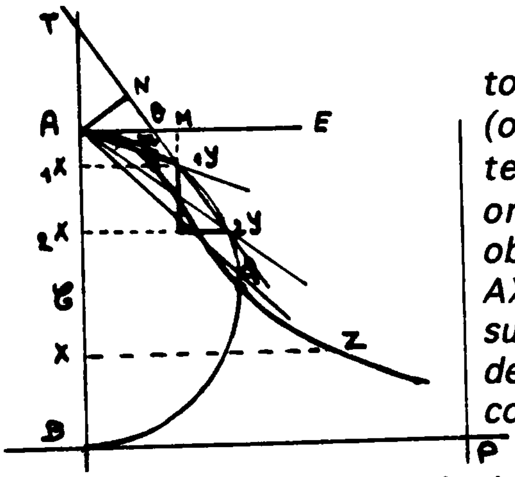
La similitude entre triangle inassignable et triangles assignables va permettre à Leibniz de résoudre le problème de la quadrature du cercle à l'aide de triangles et non "comme d'habitude les géomètres résolvaient les figures en rectangles".



Dans la figure ci-contre, où (YT), tangente à la courbe en Y, coupe les axes (AB) et (AE) en T et θ, et où N est le projeté orthogonal de A sur cette tangente, le triangle caractéristique $_1YD_2Y$ est semblable au triangle ANθ.

On déduit les égalités $\frac{_1Y_2Y}{_1YD} = \frac{A\theta}{AN}$ et $_1Y_2Y \times AN = {_1YD} \times A\theta$.

Or $_1Y_2Y \times AN$ est le double de l'aire du triangle $_1Y_2YA$ donc, sachant que $_1YD = {_1X_2X}$, si on porte sur XY une longueur égale à Aθ on dessine un rectangle dont l'aire est $_1YD \times A\theta$, double de l'aire du triangle A_1Y_2Y.



"C'est pourquoi si l'on imagine que toute longueur Aθ est reportée sur XY (on effectue le tracé si nécessaire) de telle façon que Aθ soit projetée orthogonalement sur XY en Z, on obtiendra alors le triangle mixtiligne AXZA qui est égal au double de la surface AYA comprise entre le segment de droite AY et le segment de courbe $\overset{\frown}{YA}$ "[1].

Dans le cas du cercle, la courbe obtenue en prenant les points de coordonnées z et Aθ a pour équation $x = \frac{2z^2}{1 + z^2}$. L'équation du cercle, irrationnelle puisqu'elle s'écrirait $y = \sqrt{x\ (2r - x)}$, est remplacée par une équation rationnelle. Il suffira d'utiliser le développement en série de $\frac{2z^2}{1 + z^2}$, exposé dans la méthode d'analogie, pour terminer la quadrature sous forme d'une série arithmétique.

[1] H.O.C.D., p. 77-78.

Pour le quart de cercle de rayon 1 on obtient $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \ldots$, série infinie que Leibniz fera accepter comme solution du problème de la quadrature du cercle mettant ainsi un terme à ce problème multiséculaire. L'écriture algorithmique de la série lui confère une grande lisibilité en permettant de la concevoir dans sa globalité. Elle donne un accès rapide, à l'aide de nombres rationnels, d'un nombre transcendant et permet d'obtenir, suivant le nombre de termes retenus, une plus ou moins bonne approximation.

L'acceptation de cette série comme solution du problème de la quadrature du cercle passera par un certain nombre de remises en causes : qu'est-ce qu'une quadrature ? Qu'est-ce que résoudre un problème ? Ces diverses questions nous conduisent à aborder les problèmes de la méthode d'invention chez Leibniz.

La nouvelle méthode

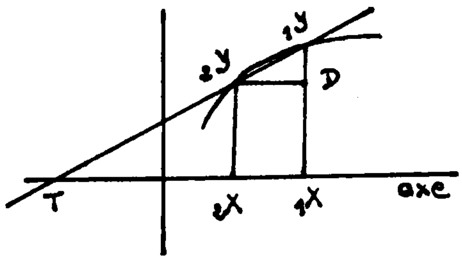
Le calcul différentiel comme méthode

Les divers fragments de textes de Leibniz que nous avons cités utilisent les éléments dx, ddx, d^3x, ... , éléments de base du calcul différentiel. Comment ces éléments ont-ils été conçus ? Quelle définition Leibniz en donne-t-il ? A quel statut sont-ils soumis ? Autant de questions, autant de controverses. Quel regard Leibniz porte-t-il lui-même sur ces questions ?

Comme nous l'avons déjà signalé, Leibniz attribue un rôle important au travail numérique et à l'étude d'exemples nombreux et variés. La maîtrise des calculs numériques est créatrice de résultats ou concepts nouveaux si l'on a recours à des généralisations, des passages du numérique au littéral. Leibniz n'hésite pas à formuler des énoncés dans des situations plus ou moins banales, à engranger des résultats. Cela développe l'esprit de synthèse tout en étant propice à l'art d'inventer.

C'est ainsi que l'on peut lire, dans l'Histoire et Origine du Calcul Différentiel après le rappel des résultats obtenus à partir des tables de différences des nombres, des carrés des nombres..., des différences de différences... *"En appelant y n'importe quel terme d'une suite on pourra appeler la différence première "dy", la différence seconde "ddy", la différence troisième "d^3y" , la différence quatrième "d^4y" et en appelant "x" n'importe quel terme d'une* *suite, on pourra appeler la somme de ces termes "$\int x$", la somme des sommes (ou somme seconde) "$\int \int x$ "..."*[1]

Des considérations géométriques vinrent aussi apporter leur pierre à l'édifice qu'est le calcul différentiel ; le triangle caractéristique, que nous avons déjà défini dans la méthode de métamorphose, prête aux éléments dx et dy une image géométrique.



Le triangle caractéristique ${}_1YD_2Y$ étant dans le cas de figure ci-contre, semblable au triangle ${}_1Y_1XT$ nous avons :

$$\frac{D_1Y}{D_2Y} = \frac{{}_1X_1Y}{{}_1XT}$$

donc $D_1Y \times {}_1XT = {}_1X_1Y \times {}_2YD$.

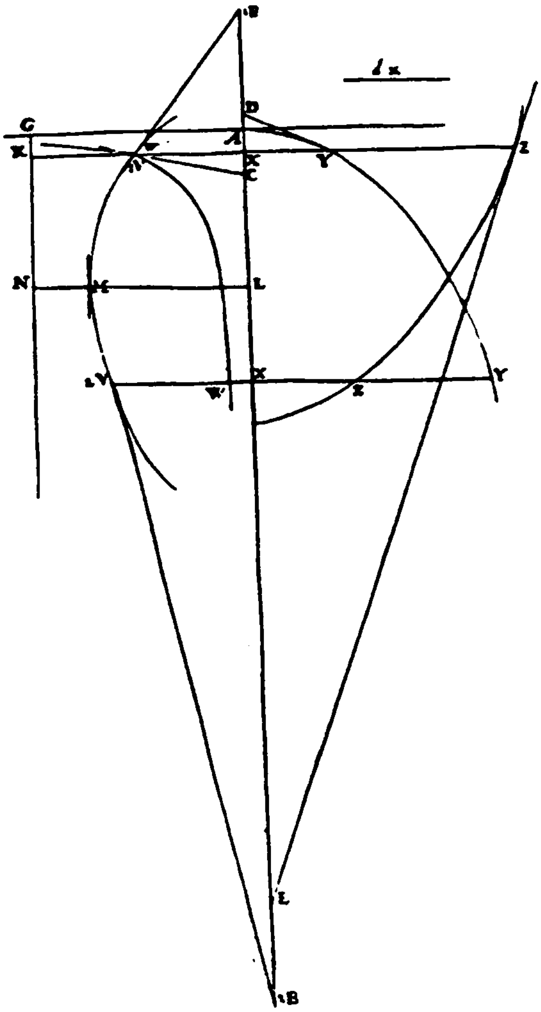
En notant $D_2Y = {}_1X_2X = dx$, $D_1Y = dy$, ${}_1X_1Y = y$ et ${}_1XT = t$ (sous tangente) nous avons : $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{t}$ soit encore $y\,dx = t\,dy$.

Sans s'étendre sur les fondements du calcul qu'il va mettre en place, estimant que la meilleure validation réside dans la simplicité d'utilisation de ce calcul, dans la richesse des découvertes qu'il permet, ainsi que dans l'universalité de la méthode qu'il apporte dans la résolution des problèmes relatifs à tous les types de courbes, Leibniz pose les règles de son calcul différentiel. Il se situe à un stade formel en présentant son calcul comme un jeu d'écriture qui permettra d'échapper à la tyranie de la figure.

"Soit l'axe AX et différentes courbes, VV, WW, YY, ZZ ; soient VX, WX, YX, ZX leurs ordonnées perpendiculaires à l'axe que je nommerai respectivement v, w, y, z et AX, que je nommerai x, leur abscisse sur l'axe. Soient VB, WC, YD, ZE les tangentes coupant celui-ci respectivement aux points B, C, D, E. Appelons alors dx un segment de droite choisi arbitrairement et dv (dw, dy ou dz) c'est à dire différence de v (w, y ou z) un segment qui soit avec dx comme v (w, y ou z) avec XB (XC, XD ou XE). Sous ces hypothèses les règles de calcul seront les suivantes.

---

[1] H.O.C.D., p. 69.



Soit a une constante donnée, da sera égal à 0, et d $\overline{ax}$ sera égal à adx. Si y est égal à v (c'est à dire toute ordonnée de la courbe YY égale à l'ordonnée correspondante de la courbe VV), dy sera égal à dv.

Addition et soustraction : si z - y + w + x = v,
d z - y + w + x, autrement dit dv, sera égal à dz - dy + dw + dx.

Mulplication : d $\overline{xv}$ égal x dv + v dx, c'est à dire en posant y = x v, nous aurons dy égal à x dv + v dx "[1].

Leibniz précise alors ici que x et dx sont à traiter "*sur le même pied* ".

Pour les puissances il écrit "$dx^a = a\,x^{a-1}\,dx$, par exemple $dx^3 = 3x^2\,dx$" . Notons à nouveau l'utilisation de l'exemple, ici pour éclairer la formule.

---

[1] N.C.D., p. 104-105 et 106.

Cette procédure de calcul a suscité de nombreuses objections, donc celles de Niewentijt déjà signalées. Concernant le fondement des éléments différentiels dx, Leibniz écrira : "*ma méthode de calcul des différences et des sommes se heurterait, comme les autres, à la pierre d'achoppement habituelle : elle supposerait qu'on élimine les quantités infiniment petites en les considérant comme nulles* "[1]. Le calcul en effet de d(xy) comme différence de (x + dx) (y + dy) - xy, qui devrait conduire à x dy + y dx + dx dy et que Leibniz pose égal à x dy + y dx conduit à penser que dx dy, indéfiniment petit devant x dy et y dx, est considéré comme nul.

Dans la réponse à cette objection, Leibniz ne remet pas en cause la validité de son calcul mais plutôt, puisque celui-ci semble conduire à des contradictions avec les principes antérieurs, la validité de ces principes antérieurs et, dans le cas présent, de l'égalité. Il faut savoir remonter aux principes premiers quand des contradictions s'installent plutôt que de se délecter de ces contradictions et ainsi freiner le progrès de la science.

Il écrit ainsi en réponse à Niewentijt :

"*En ce qui concerne la première objection, notre éminent auteur (Niewentijt), dans la préface de ses Considerationes, propose un énoncé qu'il juge d'une évidence limpide : "Des grandeurs ne sont égales que si leur différence est nulle, c'est à dire égale à zéro. Et dans l'analyse des courbes il écrit au début de l'axiome 1 page 2 : toute chose qui prise autant de fois qu'on veut, c'est à dire multiplié par un nombre aussi grand soit-il (même infini veut-il dire) ne peut avoir une grandeur égale à une quantité donnée, si infime soit-elle, n'est pas une quantité mais du point de vue géométrique pur néant* "[2].

Leibniz profite alors de cette occasion pour poser un des éléments de son art d'inventer :

"*Je reconnais faire moi-même grand cas de ceux qui s'efforcent de ramener scrupuleusement toutes les démonstrations jusqu'à leurs premiers principes et y avoir constamment consacré mes efforts, mais je ne dis pas pour autant d'entraver l'art d'inventer par excès de scrupules ni de rejeter sous ce prétexte les meilleures découvertes, en nous privant nous-même de leurs*

---

[1] N.C.D., p. 324.
[2] N.C.D., p. 325.

avantages "[1] et pour entériner ces propos, remet en cause la définition de l'égalité, qui compromet la cohérence de son calcul. C'est ainsi qu'il pose : "*Je juge d'ailleurs que des termes sont égaux non seulement lorsque leur différence est absolument nulle, mais aussi lorsqu'elle est incomparablement petite, et bien qu'on ne puisse dire en ce cas que cette différence soit absolument Rien, elle n'est pourtant pas une quantité comparable à celle dont elle est la différence* "[2].

Son opinion sur les objections éventuelles transparait alors clairement dans cette remarque où se trouve au passage exprimé ce qu'il considère comme une validation de son calcul :

"*Rejeter pareille définition de l'égalité, c'est faire une querelle de mots car dès l'instant où elle fournit nécessairement et aussi rigoureusement tous les résultats que livrerait l'autre méthode plus rigoureuse (en apparence) il suffit qu'elle soit claire et féconde pour l'invention* "[3].

Ainsi dans l'expression de dxy, le terme de dx dy différence entre d(xy) et x dy + y dx est incomparablement plus petit que x dy et y dx et par conséquent les deux termes d(xy) et x dy + y dx sont égaux.

On trouve dans l'article de Juin 1686 des Actes des Erudits quelques précisions sur le choix de la notation dx pour les différences de x :

"*Je préfère employer des signes semblables à dx plutôt que de les remplacer par des lettres, parce que dx est une certaine modification de x* "[4]. Quant à la supériorité de cette notation, élément déterminant dans son calcul, sur celle qu'avait adoptée Newton, Leibniz écrit : "*Si notre adversaire (Newton) avait eu connaissance de ce rapport* [5] *il n'aurait pas utilisé, pour indiquer les différences d'ordres divers, des points* [6], *qui ne sont pas appropriés à la désignation du degré général d'une différence mais il aurait conservé la notation "d" que notre jeune homme (Leibniz)*

[1] N.C.D., p. 326.
[2] N.C.D., p. 326-327.
[3] N.C.D., p. 328.
[4] N.C.D., p. 138.
[5] Rapport entre les puissances et les différences, développé dans l'analogie.
[6] $\dot{x}, \ddot{x}$

avait imposée ou une notation similaire, car ainsi "d ^{e}*" peut exprimer une différence de degré indéterminé* "[1].

Ces différences successives, dont Niewentijt conteste la réalité, seront éclairées par Leibniz grâce à un recours à la nature. "*Mais le bien fondé et utilité de ces différences successives trouvent également confirmation dans la nature. Comme je me souviens l'avoir déjà fait observer, le rapport entre une grandeur ordinaire, une grandeur infinitésimale d'ordre un, soit une différentielle, et une grandeur différentio différentielle, c'est à dire infinitésimale d'ordre deux est le même qu'entre un mouvement, une vitesse et une tendance au mouvement, qui est l'élément de la vitesse* "[2].

Pour en terminer avec le calcul différentiel lui-même retenons ce qu'en dit Leibniz lui-même après avoir donné quelques exemples de problèmes que ce calcul permet de résoudre simplement et rapidement : "*Dans tous ces problèmes et d'autres considérablement plus complexes, ma méthode offre toujours la même aisance, beaucoup plus grande qu'on imagine, presque sans exemple. Encore tous ces résultats ne sont-ils que les prémisses d'une géométrie bien plus sublime, s'étendant sans exception, aux problèmes les plus ardus et les plus beaux des Mathématiques Mixtes* "[3]. Calcul très prometteur, qui constitue un élément particulièrement stimulant pour la recherche. La facilité, la simplicité offertes par l'efficacité de ce calcul, ne peuvent qu'inviter à poursuivre la recherche pour repousser les limites de la géométrie.

Regard sur la méthode

Les problèmes

Quels sont les aiguillons de la recherche ? Quelles méthodes d'invention Leibniz a-t-il dégagées de ses propres pratiques ? Quels objectifs assigne-t-il à la recherche et à l'histoire des découvertes ? Autant de questions qui ont déjà reçu des éléments de réponse au cours de notre analyse.

---

[1] H.O.C.D., p. 93.
[2] N.C.D., p. 333.
[3] N.C.D., p. 116.
Remarquons en passant que ces éclaircissements nouveaux ne font pas que renforcer la validité du calcul. Le va et vient entre justification purement opératoire ou formelle et d'autres plus physiques, voire métaphysiques ou méthodologiques, renvoie aussi au propre trouble de Leibniz quant à son invention. D'autres textes en témoignent mais ceci est une autre histoire.

La science doit permettre d'accéder à une meilleure connaissance de la nature. Pour ce faire il est indispensable que chacun fasse bénéficier la communauté scientifique de ses propres réflexions. Cela ne peut que stimuler la recherche, en suscitant le désir de comprendre, voire d'approfondir, de corriger, les découvertes nouvelles et permettre d'élargir le champ des problèmes posés, de repousser les limites de la connaissance. C'est ainsi que l'on peut lire : "*Après tous les bienfaits qu'il a apportés à tous, il serait naturellement déplacé d'exiger encore de Newton toute chose réclamant un nouveau travail de recherche, néanmoins, puisque l'occasion s'en présente, je ne peux pas m'empêcher de demander publiquement à un Mathématicien de génie de songer aux hasards de l'existence ainsi qu'à l'intérêt public, et de ne pas tenir plus longtemps cachées les autres brillantes réflexions déjà tout achevées qu'il a faites, capables de nous faire mieux comprendre les mathématiques et surtout les secrets de la nature* "[1].

Les problèmes constituent pour Leibniz un aiguillon remarquable. Il y a défi. Les citations seraient nombreuses où il vante les mérites des problèmes. Retenons celles-ci : "*De la même façon, il ne sera pas vain pour le progrès des sciences, d'essayer de résoudre un problème que j'ai avancé pour remplacer celui résolu par Huygens : chercher la courbe le long de laquelle un corps se rapproche ou s'éloigne à une vitesse constante d'un point donné* "[2] et son incapacité à résister au défi qu'ils représentent : "*Par le biais des Actes de Leipzig, M. Bernoulli a donc invité publiquement les géomètres à résoudre ce problème dans un délai de six mois, et m'a demandé dans une lettre d'y consacrer un peu de temps. J'aurais pu faire comme si les nombreuses autres tâches qui m'assaillent m'en dispensaient et écarter de moi ce nouveau labeur, mais la beauté du problème m'a entraîné à lui comme malgré moi et m'a fait succomber à l'emprise de son charme* "[3]. N. Falio Duillier ira même jusqu'à parler de sa "frénésie à poser des problèmes".

L'universalité

Unifier, rechercher l'universalité, voilà sans doute un des aiguillons majeurs de la recherche. Plus qu'à des contenus, à l'accès à des résultats nouveaux, l'activité de recherche doit se consacrer à la mise en place de méthodes universelles. Que toutes les courbes puissent être soumises aux mêmes analyses est l'un

---

[1] N.C.D., p. 375.
[2] N.C.D., p. 172.
[3] N.C.D., p. 354.

des objectifs de Leibniz. Il y a primauté des méthodes sur les résultats. Et c'est parce que son calcul permet de résoudre la plupart des problèmes relatifs aux courbes que Leibniz est convaincu de sa validité.

L'universalité de la méthode passe par la remise en cause des moyens (naissance d'un nouveau calcul) mais aussi par l'établissement de relations entre les divers problèmes. C'est ainsi qu'il montre que les problèmes de quadrature se ramènent aux problèmes inverses des tangentes : "*Je voudrais montrer à présent que le problème général des quadratures revient à construire une courbe dont les pentes obéissent à une loi donnée, c'est à dire sur laquelle les côtés du triangle caractéristique assignable aient entre eux telle relation donnée* "[1]. Leibniz s'appuie ici sur l'un des multiples apports de son triangle caractéristique ($\frac{y}{t} = \frac{dy}{dx}$).

C'est cette volonté unificatoire qui le pousse sans cesse à formuler des résultats généraux à partir d'observations de situations particulières, d'exemples numériques. A propos du calcul de la somme des carrés des nombres entiers, dont il donne une expression générale à l'aide de la méthode d'identification

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + x^2 = \frac{2x^3 + 3xx + x}{6}$$, il affirme :

"*La même méthode donne de bons résultats dans le cas de n'importe quelle puissance de nombres naturels ou de formules composées de puissances de ce genre*"[2].

La force de son calcul différentiel réside pour lui dans cette universalité : "*On voit aussi que ma méthode s'étend aux courbes transcendantes, qu'on ne peut ramener à aucun calcul algébrique, c'est à dire qui ne sont d'aucun degré déterminé, et cela de la manière la plus universelle*"[3].

Universalité, voilà un terme qui revient couramment dans les propos de Leibniz en tant que validation d'une méthode : "*Mais un géomètre d'une extrême profondeur d'esprit, Isaac Newton, fut non seulement capable de parvenir, par ses propres forces, au même résultat mais le fit par surcroit par une méthode universelle* "[4] ou

---

[1] N.C.D., p. 263.
[2] H.O.C.D., p. 89.
[3] N.C.D., p. 111.
[4] N.C.D., p. 140.

encore "*pour aborder par le calcul les problèmes transcendants, dès qu'il s'agit d'aires ou de tangentes, on ne saurait guère imaginer instrument plus fécond, plus succinct, plus universel que mon calcul différentiel ou Analyse des indivisibles et des infinis* "[1].

Mais si l'universalité est présente comme un objectif à atteindre, il n'est pas rare que le singulier refuse de se plier à la règle générale ou que l'application de la règle universelle ne conduise pas à la résolution la plus simple, ne soit pas la mieux adaptée. C'est pourquoi il faut savoir, parallèlement à la méthode universelle, conserver de la diversité.

La distinction entre mesures générales et mesures particulières des figures sera un point de discorde entre Leibniz et Tschirnhaus. A propos de la quadrature du cercle et des méthodes particulières adaptées à des situations particulières il écrit : "*Quoique disposant déjà de méthodes plus générales, (...), je fais cas cependant de voies plus étroites, (...), parce qu'elles sont souvent plus expédientes dans certains cas particuliers parce qu'il importe de diversifier les méthodes pour mener une science à sa perfection, et qu'à des problèmes différents s'adaptent des méthodes différentes comme prescrites par la nature* "[2]. De plus "*ma méthode générale, établie en vue des quadratures indéterminées, c'est à dire valables aussi bien pour la figure entière que dans un quelconque de ses secteurs, n'est pas selon moi satisfaisant lorsqu'il s'agit de secteurs particuliers ou seulement des figures prises en totalité, et que d'autres radicalement différentes s'avèrent indispensables* "[2]. Aussi : "*il peut se faire qu'on sache quarrer un secteur déterminé d'un quadrant circulaire, voire le quadrant tout entier sans qu'aucune loi unique commune, c'est à dire aucun calcul algébrique général, (...), ne livre la quadrature indéfinie et générale d'un cercle quelconque* "[3]. C'est ici que Leibniz est en complet désaccord avec Tschirnhaus qui estimait : "*être en mesure de démontrer que chaque fois qu'il n'existe pas de quadrature indéfinie, générale, d'une figure dessinée par une courbe algébrique (pour parler mon langage) il ne saurait y avoir non plus de quadrature algèbrique définie, autrement dit particulière, d'aucun de ses secteurs* "[4]. Et pour finir "*Il importe en effet que ceux qui aspirent à la science supérieure sachent par quelle voie aborder chaque question* "[5].

---

[1] N.C.D., p. 136-137.
[2] N.C.D., p. 94-95.
[3] N.C.D., p. 91.
[4] N.C.D., p. 95.
[5] N.C.D., p. 370.

Les remises en cause

Lorsque l'on se penche sur un problème, et notamment un problème bien connu dont la résolution résiste à toute analyse, comme par exemple ce problème de la quadrature du cercle, Leibniz propose de débusquer ce qui fait obstacle, et pour ce faire, de ne pas hésiter à remonter aux principes premiers. La remise en cause, qui va revêtir plusieurs formes, s'impose.

De quelle remise en cause s'agit-il ?

Tout d'abord de celle de l'autorité des maîtres. Leibniz se situe délibérement hors du sérail, ce qu'attestent les écrits suivants : "*La géométrie supérieure m'était tout à fait étrangère lorsqu'à Paris en 1672, je fis la connaissance de Christian Huygens (...). Après avoir lu son Horologium Oscillatorium ainsi que les Lettres de Dettonville (Pascal) et les travaux de Grégoire de Saint Vincent, j'en tirai tout à coup une grande lumière, inattendue pour moi, ainsi que pour ceux qui me savaient novice en ce domaine* "[1].

Leibniz ne se connait pas de maître. Elément positif à son sens puisqu'il pourrait laisser son esprit aller librement hors des sentiers battus, hors des méthodes officielles, hors des savoirs officiels, libre de créer. C'est ainsi que, contre l'esprit d'école, il écrit :

"*Il arrive fréquemment que des hommes de science experts dans l'analyse en usage, mais sans chercher plus loin, fasse trop crédit aux méthodes qu'on leur a enseignées et finissent par s'assoupir dans leur confiance dans la théorie commune, au grand dam de la Science* "[2]. Le remède passe là encore par le défi que représentent les problèmes surtout si ceux-ci se distinguent par leur élégance et "*réclament plus de subtilité que de labeur* "[2].

Aux cartésiens il reproche d'accorder trop de crédit "*à l'analyse qu'ils ressassent entre eux au point de se croire, grâce à elle, en mesure de triompher de tout en Mathématiques (...) et ceci au détriment des sciences, que des chercheurs faisant trop*

[1] N.C.D., p. 207.
[2] N.C.D., p. 351.

confiance aux inventions antérieures, sont trop indolents pour faire progresser "[1].

Il faut d'autant plus ébranler les traditions que les maîtres en arrivent à ne poser que les problèmes dont la résolution mobilise des méthodes qui entrent dans le champ de leur connaissance. Une des performances du calcul différentiel de Leibniz sera de repousser les limites que Viète et Descartes assignaient à la géométrie à travers leur classification des courbes notamment.

"*Je détiens beaucoup de choses du même acabit, portant la géométrie considérablement au-delà des limites que lui avaient assignées Viète et Descartes. Les Anciens se refusaient en effet à employer des courbes de degré élevé et considéraient comme Mécaniques les solutions fournies par elles. Descartes le leur reprocha et reçut dans la géométrie toutes les courbes dont une équation algébrique de degré bien déterminé put exprimer la nature. Grand bien lui en prit : mais il retomba dans la même faute en banissant de la géométrie et décrétant Mécaniques sous prétexte que naturellement il ne parvenait pas à les réduire en équations exploitables par ses procédés propres, une infinité de courbes, qu'on peut pourtant exprimer tout aussi rigoureusement* "[2]. Leibniz évoque ici les courbes qu'il appellera transcendantes, comme la cycloïde, la logarithmique et d'autres dont le degré est indéterminé c'est à dire qui contient la variable.

Quant aux limites apportées à la géométrie on peut lire : "*En excluant de la Géométrie tout ce qui ne se pliait pas à son Analyse, Descartes ne s'est pas moins fourvoyé que les Anciens ne lui avaient semblé le faire en rejetant dans la mécanique toutes les courbes au-delà de la droite et du cercle* "[3].

La remise en cause porte également sur les fondements. Face à un obstacle il faut remonter aux principes antérieurs, avons-nous déjà noté, plutôt que chercher à ne retenir que des contradictions ayant pour objet de rejeter les découvertes récentes. Le maintien de la cohérence ne passe pas uniquement par le rejet des constructions nouvelles, il peut aussi résulter d'une modification des principes de base. C'est ainsi que Leibniz, pour imposer son calcul différentiel, dont la validité ne fait aucun doute pour lui, en viendra comme nous l'avons signalé, à repenser la définition de

---

[1] N.C.D., p. 165.
[2] N.C.D., p. 90.
[3] N.C.D., p. 295.

l'égalité ; pour valider sa quadrature arithmétique du cercle il reprendra la définition de la notion de quadrature (exacte ou approchée, algébrique ou géométrique), il reprécisera ce qu'il faut entendre par résolution d'un problème (quand peut-on dire qu'un problème est résolu) ce qui conduira à repenser la notion de nombre : un résultat qui s'exprime sous forme d'une série entière dont on sait qu'elle converge, peut-il être considéré comme une solution ? Au cours de ces diverses considérations il sera conduit à redéfinir une nouvelle classification des courbes allant contre celle qu'en donnait alors Descartes.

A propos du problème de la quadrature du cercle Leibniz précise : "*Mais comme je m'aperçois que beaucoup n'ont pas bien saisi ce qu'on cherchait réellement, précisons qu'on peut considérer quatre quadratures c'est-à-dire quatre manières de convertir un cercle en un carré égal, (...) : par le calcul, par un tracé de lignes, et dans les deux cas soit rigoureusement soit de manière approchée. J'appelle analytique la quadrature résultant d'un calcul rigoureux, (...)* "[1] puis "*La quadrature analytique, correspondant à un calcul rigoureux, peut à son tour se diviser en trois : analytique transcendante, algébrique ou arithmétique* "[2] et enfin, après avoir expliqué ce qu'il entend par transcendante et algébrique : "*Reste la quadrature arithmétique consistant en fait en une série où la valeur exacte du cercle apparaît à travers une suite de termes, de préférence rationnels* "[3]. La série $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} \ldots$ qui exprime l'aire du disque dont le diamètre est égal à l'unité est ce que Leibniz obtient comme quadrature arithmétique du cercle. Il lui reste à faire admettre cette expression comme un résultat recevable et donc de poser le problème de la nature de la solution d'un problème.

"*L'ensemble de la série entière renferme donc en bloc toutes les informations (...). Prise en totalité, la série exprime donc la valeur exacte. Et bien qu'on ne puisse en écrire la somme en un seul et unique nombre, et qu'elle se poursuive à l'infini, dans la mesure où elle n'est constituée que par une loi de progression unique, l'esprit peut la concevoir convenablement tout entière* "[4]. Il affirme ici la supériorité de son résultat sur celui de Ludolph Van Cuelen qui avait obtenu une valeur approchée à un ordre très poussé (35

[1] N.C.D., p. 74.
[2] N.C.D., p. 75.
[3] N.C.D., p. 76.
[4] N.C.D., p. 77.

décimales) mais sans donner un moyen algorithmique permettant de passer d'une approximation à une approximation plus fine.

"*Si Ludolph avait pu indiquer une règle permettant de poursuivre les calculs à l'infini les nombres 3,14159 etc... il nous aurait fourni tout bonnement en nombres entiers la quadrature Arithmétique exacte que je viens de donner en nombres rompus* [1]"[2].

Ce qui a donc conduit Leibniz à reposer la définition d'un nombre c'est sa recevabilité en tant que solution d'un problème : sa réflexion, dans le problème de la quadrature du cercle, l'a d'ailleurs conduit plus loin dans cette démarche puisque c'est même la notion de résolution d'un problème qu'il remet en cause : quand peut-on estimer que l'on a résolu un problème ?

La résolution prend-elle fin quand on est capable d'énoncer un théorème, de présenter un nombre comme aboutissement d'un calcul ? Que dire alors des problèmes pour lesquels la non existence de solution est le terme de la recherche ? La notion de non existence de solution est elle-même à repenser puisqu'elle est complètement liée à l'état des connaissances. C'est ainsi que Leibniz sera conduit à introduire la notion de nombre transcendant, de courbes transcendantes apportant ainsi des solutions à des problèmes restés jusque là non solubles et repoussant par là même les limites imposées à l'Algèbre et à la Géométrie.

Qu'est ce que résoudre un problème : "*On voit que l'analyse d'un problème est achevée quand on peut soit le résoudre, soit montrer qu'il est impossible* "[3]. En quoi y a t-il impossibilité ? "*Mais le problème, le problème épineux est ici, en présence d'une figure à quarrer, de trouver pour elle une courbe quadratrice, ce qui est même parfois impossible (si l'on veut écrire cette quadratrice algébriquement s'entend)* "[4]. Le recours aux courbes transcendantes va modifier l'aspect du problème. "*Il s'agit alors de comparer l'équation particulière de la courbe qu'on doit quarrer à l'une des formules exprimant la nature des quarrables (méthode d'identification) ; si on ne peut la rapprocher d'aucune d'elles, c'est que manifestement elles ne l'englobent pas et que par conséquent la courbe particulière n'admet pas de quadrature, je veux dire quadrature algébrique. La même méthode me permettra d'établir si elle possède, à défaut de quadrature algébrique, une quadrature*

---

1 N.C.D., note 47, p. 77. Nombres du type $\frac{1}{n}$, n entier.

2 N.C.D., p. 77.

3 N.C.D., p. 88.

4 N.C.D., p. 89.

transcendante c'est-à-dire requérant la quadrature du cercle, de l'hyperbole ou d'une autre figure "[1]. La notion de transcendance se dessine progressivement, tant pour les courbes que pour les équations.

Leibniz et son oeuvre

Simplicité, aisance, facilité. C'est en ces termes que Leibniz caractérise le calcul qu'il a inventé. Les plus beaux problèmes sont ainsi résolus en quelques lignes. Une efficacité qui ne peut que donner l'envie de résoudre de nouveaux problèmes tant la tâche est aisée. Les propos de Leibniz sur l'art d'inventer sont nourris de ces termes. A propos des calculs sur les nombres combinatoires et des observations que ces calculs suscitaient on peut lire : "*Prenant plaisir à une découverte aussi facile et agréable, notre jeune homme (Leibniz) s'essayait à différentes séries numériques* "[2] puis "*elles (les observations) étaient neuves et invitaient au progrès par leur agréable facilité* ". Notons cependant que cet enthousiasme a connu quelques failles avouées "*Par hasard toutefois il tomba sur "la contemplation pleine d'agrément des courbes " de Vincent Léotaud (...) ; il les regarda un peu, et la facilité des méthodes employées lui plaisait, mais il n'avait pas du tout le courage alors de se plonger dans cette Haute Mathématique* "[3].

La simplicité est un cadeau offert par la méthode découverte. Elle n'est pas un objectif mais son obtention est présentée comme une récompense au travail fourni. La possibilité d'accéder à la simplicité dans la résolution de problèmes, même les plus ardus, est un autre aiguillon de la recherche. Le calcul différentiel donne à Leibniz de nombreuses occasions de défendre cette opinion : "*d'autres très éminents savants ont dû en passer par de multiples détours pour débusquer des résultats que toute personne accoutumée au présent calcul (le calcul différentiel) établira à l'avenir en trois lignes* "[4] ou encore, à propos des problèmes les plus ardus et les plus beaux des Mathématiques Mixtes : "*Sans l'aide de mon calcul différentiel ou d'un autre similaire on ne saurait les traiter avec autant d'aisance*"[5].

Autre récompense : ce nouveau calcul, bien compris ou non dira-t-il lui-même, permet d'apporter des solutions en libérant

---

[1] N.C.D., p. 90.
[2] H.O.C.D., p. 66.
[3] H.O.C.D., p. 70.
[4] N.C.D., p. 115.
[5] N.C.D., p. 116.

l'esprit du support que peut représenter la figure ; il n'y a qu'à appliquer les règles qu'il a édictées, quasi mécaniquement. Le travail n'est plus qu'un jeu d'écriture. De plus ce nouveau calcul permet de retrouver avec tant d'aisance des résultats qui avaient été obtenus avec beaucoup de lourdeur, et qui donc nécessitaient une mémorisation, qu'il n'est plus utile de faire cet effort de mémoire.

A propos du rôle de la figure Leibniz note : "*Or, chose remarquable, on peut dénicher tous ces résultats sans raisonner sur la figure, au moyen seulement du calcul que nous avons introduit* ". Quant à la remise en cause de la nécessité de retenir certains résultats de la géométrie : "*En effet tous les théorèmes et problèmes de ce genre, qui furent l'objet d'une juste admiration en découlent avec tant de facilité, qu'il n'est désormais pas plus nécessaire de les apprendre et de les avoir constamment à l'esprit que d'étudier la plupart des théorèmes de la Géométrie ordinaire quand on connait la Spécieuse* "[1].

Simplicité, aisance donc quand tout cela ne revet pas en plus un caractère ludique : "*A peine fut-il découvert (le calcul différentiel) que tout ce qui en ce domaine m'avait rempli d'admiration, me sembla divertissement et jeu* ". Si l'on ajoute : lumière, séduction, illumination, il semble que tout soit possible à tous. "*J'en tirai tout à coup une grande lumière* "[2], "*...l'auteur (Leibniz) fut illuminé* "[3]. Il suffirait d'une simple lecture pour que tout s'éclaire ? Quelle lecture était celle de Leibniz ?

La diversité des domaines sur lesquels il a porté son attention, avec des regards toujours nouveaux, remettant ainsi en cause les analyses traditionnelles (dirait-on de Leibniz qu'il a "touché à tout", apportant ainsi dans un domaine des méthodes considérées comme spécifiques d'un autre domaine) et la pratique de la recherche systématique de méthodes, ont remarquablement nourri l'oeuvre de ce génie. Leibniz dira lui-même, tout en reconnaissant n'avoir pas mené à bien tous les problèmes auxquels il a été confrontés : "*Nous (J. Bernoulli et Leibniz) devions en effet notre succès non à la chance mais à notre méthode* " et "*la plupart du temps je me contente d'avoir repéré la voie et je suis contraint de renoncer à la poursuivre* "[4] confiant ainsi aux chercheurs plus éminents le soin, ainsi stimulés de poursuivre la recherche.

---

[1] N.C.D., p. 289 et p. 137.
[2] N.C.D., p. 141 et p. 207.
[3] H.O.C.D., p. 72.
[4] N.C.D., p. 370 et p. 297-298.

Sganarelle

...Sachez, monsieur, que tant va la cruche à l'eau, qu'enfin elle se brise ; et, comme dit fort bien cet auteur que je ne connais pas, l'homme est, en ce monde, ainsi que l'oiseau sur la branche ; la branche est attachée à l'arbre ; qui s'attache à l'arbre suit de bons préceptes ; les bons préceptes valent mieux que les belles paroles ; les belles paroles se trouvent à la cour ; à la cour sont les courtisans ; les courtisans suivent la mode ; la mode vient de la fantaisie ; la fantaisie est une faculté de l'âme ; l'âme est ce qui nous donne la vie ; la vie finit par la mort ; la mort nous fait penser au ciel ; le ciel est au-dessus de la terre ; la terre n'est point la mer ; la mer est sujette aux orages ; les orages tourmentent les vaisseaux ; les vaisseaux ont besoin d'un bon pilote ; un bon pilote a de la prudence ; la prudence n'est pas dans les jeunes gens ; les jeunes gens doivent obéissance aux vieux ; les vieux aiment les richesses ; les richesses font les riches ; les riches ne sont pas pauvres ; les pauvres ont de la nécessité ; la nécessité n'a point de loi ; qui n'a pas de loi vit en bête brute ; et, par conséquent, vous serez damné à tous les diables.

Dom Juan

O le beau raisonnement !

Sganarelle

Après cela, si vous ne vous rendez, tant pis pour vous.

Molière,
Dom Juan
Acte V, Scène 2

Titre : Questions de méthodes au XVII^e siècle

Auteurs : Centre du Mans

Date : Avril 1994

IREM des Pays de la Loire
Centre de Nantes
2, rue de la Houssière – BP 92208
44322 NANTES CEDEX 03

Format : A4 250 pages Prix : 9 €