DES OUTILS

pour les

BACS PROFESSIONNELS

(Compléments)
IREM des Pays de Loire
GROUPE L.P.
Mars 1992

Cette brochure complémentaire fait donc suite à celle publiée en juin 91.

Des développements nécessaires à l'approfondissement des activités proposées ne pouvaient y prendre place sans la surcharger. Il s'agit aussi de fournir une information aux collègues . Il sera bien sûr possible de contacter les auteurs pour plus de précisions, notamment quant à la conduite de ces thèmes en classe.

Elle apporte donc des compléments à quatre des activités ou problèmes proposés :

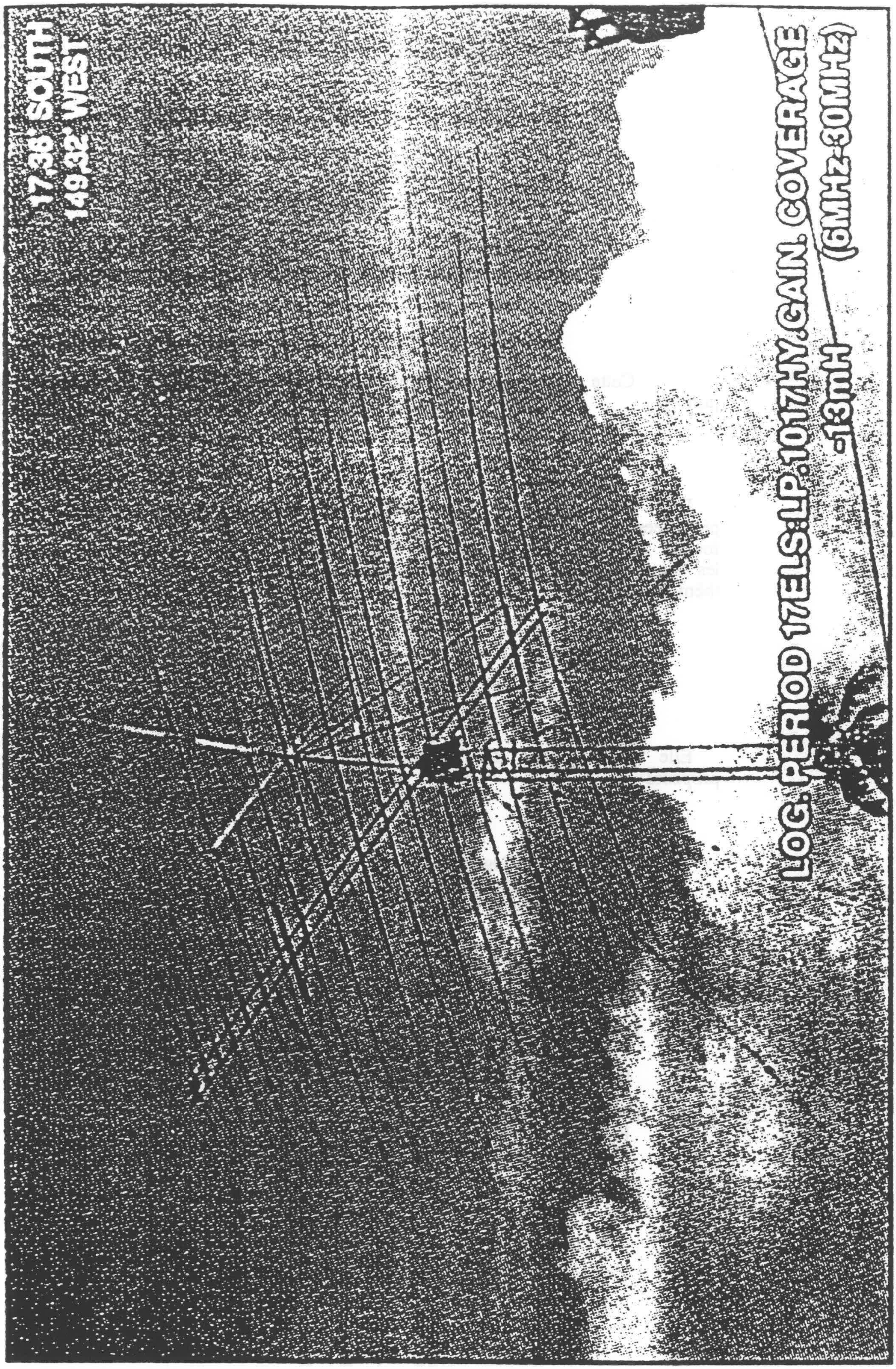

17.36' SOUTH
149.32' WEST
LOG. PERIOD 17ELS:LP.1017HY.GAIN. COVERAGE
-13mH
(6MHz-30MHz)

TABLE DES MATIERES

BIBLIOGRAPHIE

- Les antennes / R.Brault et R.Piat /E.T.S.F.

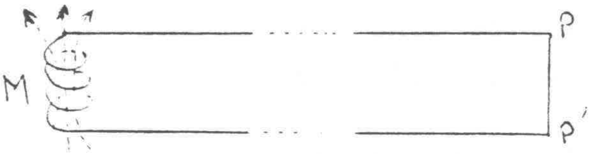
- Antennes théorie et pratique / A.Ducros / Soracom

- Pratique des antennes / Ch.Guilbert / S.E.C.F.Editions Radio

I Principe de fonctionnement d'une antenne

1 Production d'une onde électromagnétique

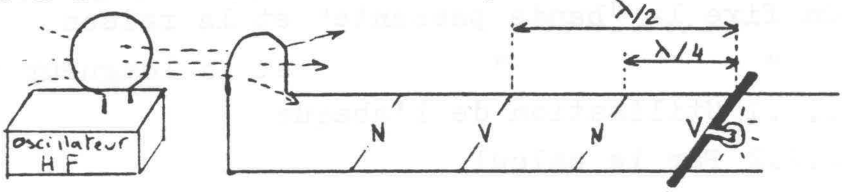
a Circuit fermé



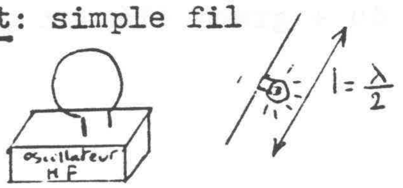
- Soit une f.e.m. d'induction e de fréquence f dans la portion de circuit M.
- De M vers P et P' partent deux ondes progressives de longueur d'onde $\lambda = \frac{V}{f}$
- Ces ondes se croisent entre P et P' et se superposent dans le circuit.

  Si la longueur du circuit est convenable, leur interférence produit un système d'ondes stationnaires de noeuds distants de $\frac{\lambda}{2}$ et d'intensité nulle aux extrémités.

  Remarque: circuit dans l'air $V=C=3.10^8$ $m.s^{-1}$
- **Exemple 1: si f=50 Hz, $\lambda = \frac{3.10^8}{50} = 6.10^6$ m = 6 000 km**
- **Exemple 2: si $f=10^8$ Hz = 100 MHz, $\lambda = \frac{3.10^8}{10^8} = 3$ m**
- **On étudie les ondes stationnaires en utilisant le dispositif des fils de Lecher:**



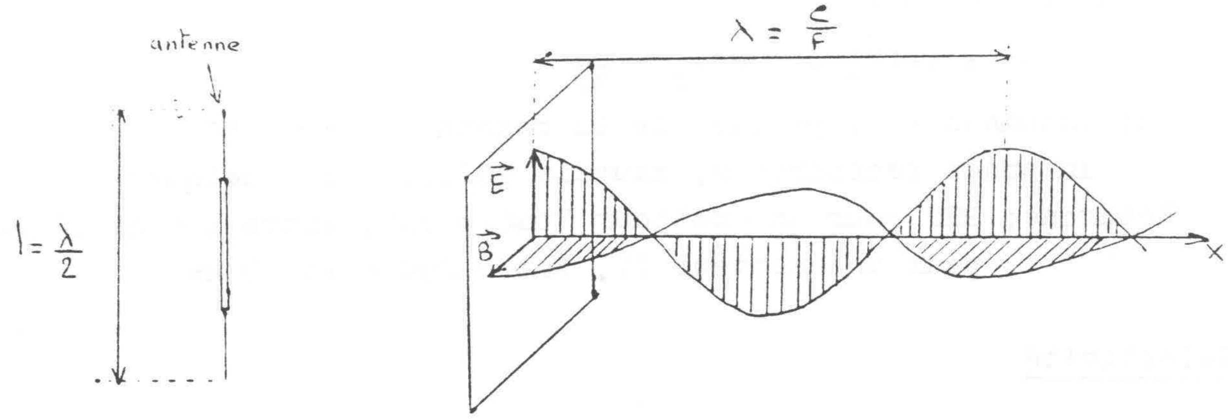
b Circuit ouvert: simple fil



- Si $l = \frac{\lambda}{2}$, il-y-a réflexion des ondes sur les extrémités du fil et production d'un système stable d'ondes stationnaires.
- Ce dispositif constitue une antenne "1/2 onde" émettant dans l'espace une onde électromagnétique de même fréquence que celle des ondes de courant produites dans l'antenne.

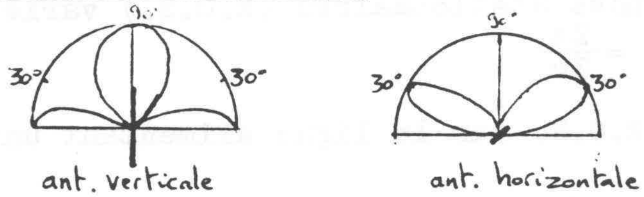
c L'onde électromagnétique

Autour de l'antenne existent à la fois un champ électrique et un champ magnétique de même fréquence, caractérisés par des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ perpendiculaires entre-eux et à la direction de propagation.



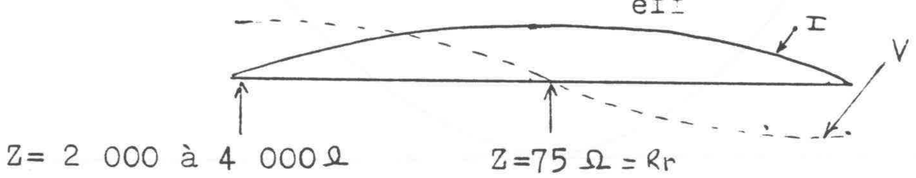
2 L'antenne 1/2 onde

a Diagramme de rayonnement



b Résistance de rayonnement

On mesure la tension V_{eff} et l'intensité I_{eff} en un point de l'antenne et on a alors $Rr = \frac{V_{eff}}{I_{eff}}$



c Rendement

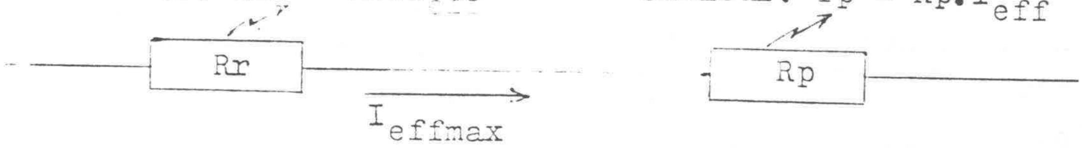
L'énergie transportée par le courant HF n'est pas transformée intégralement en onde radio-électrique, car en plus de la résistance de rayonnement, il-y-a:

- la résistance ohmique du fil (variable avec la fréquence)
- résistances de pertes induites (par le sol...)

} = Rp

Donc, au centre:

HF: $PHF = Rr.I^2_{eff}$ chaleur: $Pp = Rp.I^2_{eff}$



d'où un rendement:

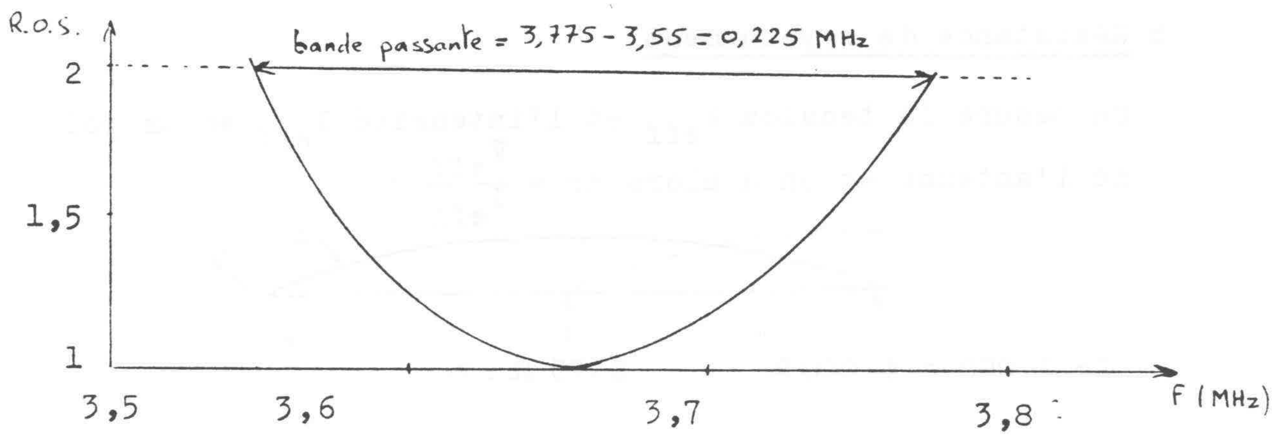
$$\rho = \frac{PHF}{PHF + Pp} = \frac{Rr}{Rr + Rp}$$

ex: antennes $\lambda/2$, proches de la résonnance : ρ = 90 %
antennes raccourcies, mauvais sol... : ρ quelques %

Remarque; PHF pour un émetteur "radio FM", entre 1 W et 12 kW
pour un émetteur TV, entre 250 W et 50 kW

d <u>Sélectivité</u>

- Une antenne peut être utilisée pour des fréquences voisines différentes donc l'impédance au centre varie.
- la ligne d'alimentation (coaxial, twin-lead) a une impédance caractéristique Zc constante.
- donc le Rapport d'Ondes Stationnaires (R.O.S.) varie avec la fréquence $R.O.S. = \frac{Zt}{Zc}$
- exemple: relevé de R.O.S. sur la ligne alimentant une antenne 1/2 onde:

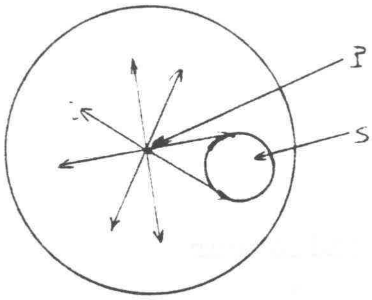


Remarque: la sélectivité dépend du diamètre du fil.

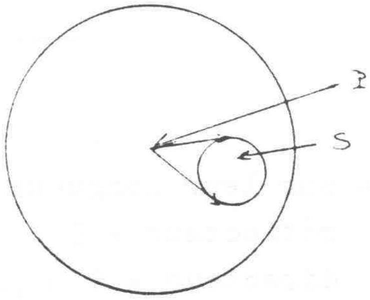
II Groupement d'antennes

1 Le gain d'une antenne

antenne de référence (isotrope ou 1/2 onde...)



antenne concernée (directive,...)



éclairement $p_1 = \dfrac{\frac{P}{10}}{S}$ 　　　　 éclairement $p_2 = \dfrac{P}{S}$

l'antenne isotrope envoie $1/10^{ème}$ de la puissance émise sur la surface S.

l'antenne directive envoie toute la puissance émise sur S.

le gain de la deuxième antenne par rapport à la première est alors:

$$\text{gain} = 10 \log \frac{p_2}{p_1} = 10 \log \frac{\frac{E_2^2}{R}}{\frac{E_1^2}{R}} = 10 \log \frac{E_2^2}{E_1^2} = 20 \log \frac{E_2}{E_1}$$

donc gain = 10 log 10 = 1 dBi

autre exemple: deux antennes émettent une puissance de 100 W mais à une certaine distance on a $E_2 = 2\ \mu V$ et $E_1 = 1\ \mu V$

donc le gain de la deuxième antenne par rapport à la $1^{ère}$

est $G = 20 \log \frac{2}{1} = 6$ dB

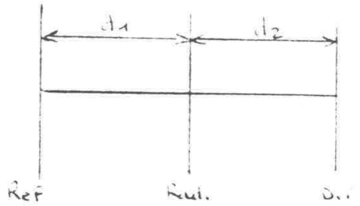
2 Groupement d'antennes

a Exemple 1: antenne yagi 3 éléments

- une seule antenne 1/2 onde est alimentée (pour l'émission ou la réception), c'est l'élément radiateur.
- les autres éléments (=éléments parasites réflecteurs ou directeurs) captent une partie de l'énergie émise par le radiateur et la réémettent.

. on agit sur la phase et l'intensité du signal réémis en jouant:

-sur la position des parasites:
pour un maximum de gain: $d_1 = d_2 = 0,2\ \lambda$
souvent on prend $d_1 = d_2 = 0,15\ \lambda$

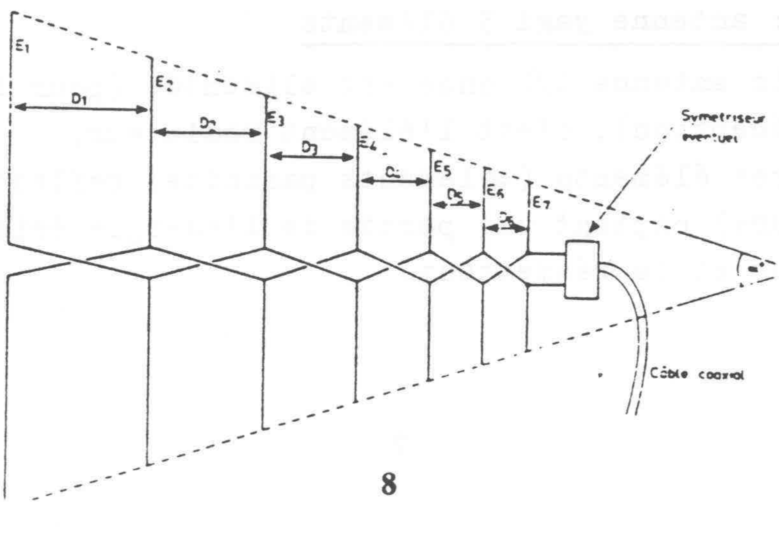


- sur leur longueur
réflecteur = 5 % plus longque le radiateur
directeur = 5 % plus court " " "

remarques: la résistance de rayonnement chute alors entre 15 et 20Ω, il faut donc l'élever, le gain par rapport au dipole 1/2 onde est de l'ordre de 6 dB, la bande pass ante est réduite entre 2 % et 2,5 % de la valeur de la fréquence centrale.

b Exemple 2: **antenne logarithmique**

- elle est constituée d'éléments 1/2 onde tous alimentés par une ligne s'inversant entre deux éléments: deux éléments successifs sont en opposition de phase.
- la longueur des éléments ainsi que les espacements sont en progression géométrique.
- L'élément le plus long est réflecteur pour la longueur d'onde λ_1 la plus grande (f_1 petite).
- l'élément le plus petit est le dernier directeur pour la longueur d'onde la plus petite λ_2 (f_2 grande).
- l'avantage par rapport à une yagi est la bande passante extrèmement large, mais le gain est plus faible pour un même nombre d'éléments.



III L'antenne logarithmique

1 Caractéritiques

ⓐ La bande passante= écart entre la fréquence la plus basse f_1 et la fréquence la plus haute f_2.
ex: $f_2 - f_1 = 99{,}75 - 48{,}25 = 51{,}5$ MHz pour la bande I en télévision VHF.

ⓑ Le gain en émission ou réception (obtenu par choix ou à partir de la raison r)

ⓒ La raison des suites géométriques (obtenue par le gain ou le nombre d'éléments et la bande passante).

ⓓ Longueur de l'élément le plus petit (selon le gain désiré)
On calcule la longueur d'un $n^{\text{ième}}$ directeur pour la fréquence la plus grande:

$$E_{n_e} = 0{,}5\frac{\lambda_2}{2} = \frac{75}{f_2} \qquad \text{ex: } E_{n_e} = \frac{75}{99{,}75} = 0{,}75 \text{ m}$$

$$\text{ou } E_{n_e} = 0{,}8\frac{\lambda_2}{2} = \frac{120}{f_2} \qquad \text{ex: } E_{n_e} = \frac{120}{99{,}75} = 1{,}20 \text{ m}$$

gain (dB)		5,5	6	7	8,3	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12
raison	1^{er} éditeur				0,8	0,82	0,86	0,9	0,92			0,95	0,965
	$2^{ème}$ éditeur	0,76	0,785	0,85	0,915	0,925	0,95	0,97	0,985				

élément le + petit													
	1^{er} éd	$E_{n_e} = 0{,}38\lambda_2 = 0{,}76\frac{\lambda_2}{2}$											
	2^{e} éd	$0{,}47\frac{\lambda}{2}$		$0{,}56\frac{\lambda}{2}$			$0{,}75\frac{\lambda}{2}$		$0{,}85\frac{\lambda}{2}$				

ⓔ Longueur de l'élément le plus grand (réflecteur pour la fréquence la plus petite:

$$E_1 = \frac{\lambda_1}{2} = \frac{150}{f_1} \qquad \text{ex: } E_1 = \frac{150}{48{,}25} = 3{,}11 \text{ m}$$

ⓕ nombre d'éléments n_e

$$E_{n_e} = r^{n_e-1} \times E_1 \iff \frac{75}{f_2} = r^{n_e-1}\times\frac{150}{f_1} \text{ ou } \frac{120}{f_2} = r^{n_e-1}\times\frac{150}{f_1}$$

$$\iff r^{n_e-1} = \frac{E_{n_e}}{E_1}$$

$$\begin{cases} n_e = \dfrac{\log E_{n_e} - \log E_1}{\log r} + 1 \\[2ex] r = \left[\dfrac{E_{n_e}}{E_1}\right]^{\frac{1}{n_e-1}} \end{cases}$$

$$n_e = \frac{\log\left(0{,}5\frac{f_1}{f_2}\right)}{\log r} + 1 \qquad n_e = \frac{\log 0{,}8\frac{f_1}{f_2}}{\log r} + 1$$

$$r = \left[0{,}5\frac{f_1}{f_2}\right]^{\frac{1}{n-1}} \qquad r = \left[0{,}8\frac{f_1}{f_2}\right]^{\frac{1}{n-1}}$$

$$\text{ou } r = \left[0{,}76\frac{f_1}{f_2}\right]^{\frac{1}{n-1}}$$

(g) Longueur du 1^{er} espacement

$$D_1 = 0{,}1\,\lambda_1 = 0{,}2\,E_1 = \frac{30}{f_1}$$

ou $$D_1 = 0{,}15\,\lambda_1 = 0{,}3\,E_1 = \frac{45}{f_1} \qquad \text{ex: } D_1 = \frac{45}{48{,}25} = 0{,}93 \text{ m}$$

ou $$D_1 = 0{,}2\,\lambda_1 = 0{,}4\,E_1 = \frac{60}{f_1}$$

Remarque: espacement quelconque: $D_n = r^{n-1} D_1$

(h) Longueur totale

$$L = D_1 \times \frac{r^{n_e - 1} - 1}{r - 1} = \frac{45}{f_1} \times \frac{0{,}8\,\frac{f_1}{f_2} - 1}{\left[0{,}8\,\frac{f_1}{f_2}\right]^{\frac{1}{n-1}} - 1} = \frac{\frac{36}{f_2} - \frac{45}{f_1}}{\left[0{,}8\,\frac{f_1}{f_2}\right]^{\frac{1}{n-1}} - 1}$$

(i) Angle au sommet α: $$\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{E_1 - E_2}{D_1 \times 2} = \frac{\frac{150}{f_1}(1-r)}{\frac{45}{f_1} \times 2} = \frac{5}{3}(1-r)$$

avec $0{,}76 \leq r \leq 0{,}985$ on a $\quad 0{,}8 \geq \tan\frac{\alpha}{2} \geq 0{,}05$

$$77°19' \geq \alpha \geq 5°43'$$

2 Calculs

2.1 On se fixe les valeurs de la"bande passante" et de la raison (du gain).

soit f_1 = 14 MHz , f_2 = 29,7 MHz , r= 0,935.

(a) Le plus grand élément $E_1 = \frac{150}{f_1} = \frac{150}{14}$ = 10,71 m

(b) Le plus petit élément $E_{n_e} = \frac{114}{f_2} = \frac{114}{29{,}7}$ = 3,83 m

(prendre $E_{n_e} = \frac{75}{f_2}$ ou autre revient à augmenter le gain pour la fréquence la plus grande mais ne modifie pas le gain des autres fréquences).

(c) Longueur de tous les éléments (on s'arrête quand on atteint à peu près E_{n_e} = 3,83):

E_1 = 10,71 m	E_6 = 7,66	E_{11} = 5,47	E_{16} = 3,91
E_2 = 10,02	E_7 = 7,16	E_{12} = 5,11	E_{17} = 3,65
E_3 = 9,37	E_8 = 6,69	E_{13} = 4,78	
E_4 = 8,76	E_9 = 6,26	E_{14} = 4,47	
E_5 = 8,19	E_{10} = 5,85	E_{15} = 4,18	

ⓓ Longueur du premier espacement:

$$D_1 = \frac{45}{f_1} = \frac{45}{14} = 3,21 \text{ m}$$

ⓔ Longueurs de tous les espacements:

$D_1 = 3,21$	$D_6 = 2,29$	$D_{11} = 1,64$	$D_{16} = 1,17$
$D_2 = 3$	$D_7 = 2,14$	$D_{12} = 1,53$	
$D_3 = 2,81$	$D_8 = 2$	$D_{13} = 1,43$	
$D_4 = 2,62$	$D_9 = 1,87$	$D_{14} = 1,34$	
$D_5 = 2,45$	$D_{10} = 1,75$	$D_{15} = 1,25$	

ⓕ Longueur totale de l'antenne:

$$L = D_1 \frac{r^{n-1} - 1}{r-1} = 3,21 \times \frac{0,935^{17-1} - 1}{0,935 - 1} = 32,5 \text{ m}$$

ⓖ Calcul de l'angle au sommet:

$$\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{E_1 - E_2}{D_1 \times 2} = \frac{10,71 - 10,02}{3,21 \times 2} = 0,107 \text{ ; } \alpha = 12°16'$$

2.2 Fixer la "bande passante" et la longueur totale.

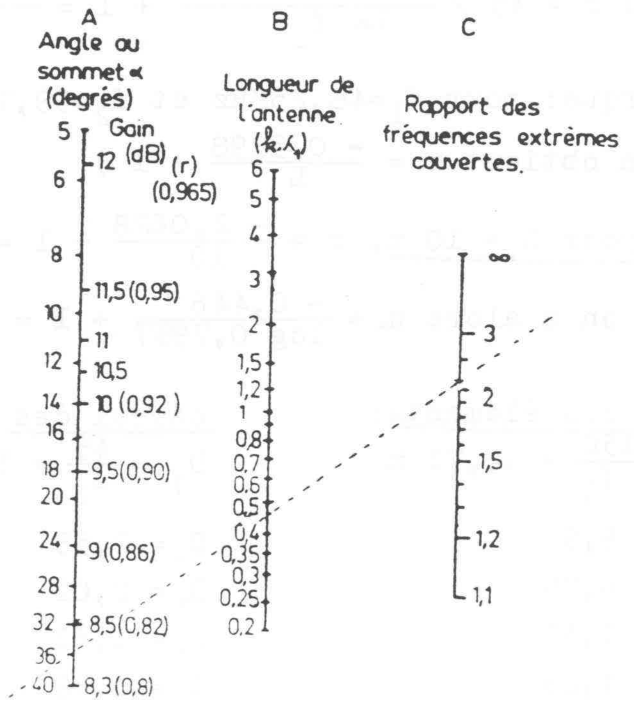
soit $f_1 = 14$ MHz , $f_2 = 29,7$ MHz , $L = 10$ m

2.2.1 Utilisation de l'abaque:

Rapport des fréquences extrêmes $\frac{f_2}{f_1} = \frac{29,7}{14} = 2,12$

longueur de l'antenne: $L = 0,47 \times 21,43 = 10$ m

On obtient alors sur l'axe A: $r = 0,81$



2.2.2 Par le calcul

ⓐ On doit alors vérifier:

- que $L = D_1 \dfrac{r^{n_e-1} - 1}{r-1}$ donc $r^{n_e-1} - 1 = \dfrac{L}{D_1}(r-1) = L\dfrac{f_1}{45}(r-1)$

d'où $n_e = \dfrac{\log(L\frac{f_1}{45}(r-1)+1)}{\log r} + 1 = \dfrac{\log(L\times 0,311\times(r-1)+1)}{\log r}+1$

- que le plus petit élément est tel que

$$E_{n_e} = r^{n_e-1}.E_1 \quad \text{et} \quad E_{n_e} = \frac{114}{f_2}$$

$$= r^{n_e-1}.\frac{150}{f_1}$$

soit $r^{n_e-1}.\dfrac{150}{f_1} = \dfrac{114}{f_2}$ d'où $r^{n_e-1} = \dfrac{114}{150}\times\dfrac{f_1}{f_2} = 0,76\dfrac{f_1}{f_2}$

$$\text{donc } n_e = \frac{\log\left(0,76\frac{f_1}{f_2}\right)}{\log r} + 1 = \frac{-0,446}{\log r} + 1$$

ⓑ On en déduit donc que

$$L\cdot\frac{f_1}{45}\cdot(r-1) + 1 = 0,76\frac{f_1}{f_2}$$

$$\text{d'où } r = 45 \times \frac{0,76\frac{f_1}{f_2} - 1}{L\times f_1} + 1 = \frac{-2,0628}{L} + 1$$

(remarque: pour f_1=48,25MHz et f_2=99,75MHz,
on obtient $r = \dfrac{-0,5898}{L} + 1$)

ⓒ Donc, pour L = 10 m, $r = \dfrac{-2,0628}{10} + 1 = 0,7937$

et on a alors $n_e = \dfrac{-0,446}{\log 0,7937} + 1 = 5,4$ éléments

ⓓ Calcul des éléments:

$E_1 = \dfrac{150}{f_1} = 10,71$ m

$E_2 = 8,5$

$E_3 = 6,75$

$E_4 = 5,35$

E_5 4,25

($E_6 = 3,37$)

calcul des espacements:

$D_1 = \dfrac{45}{f_1} = 3,21$ m

$D_2 = 2,55$

$D_3 = 2,02$

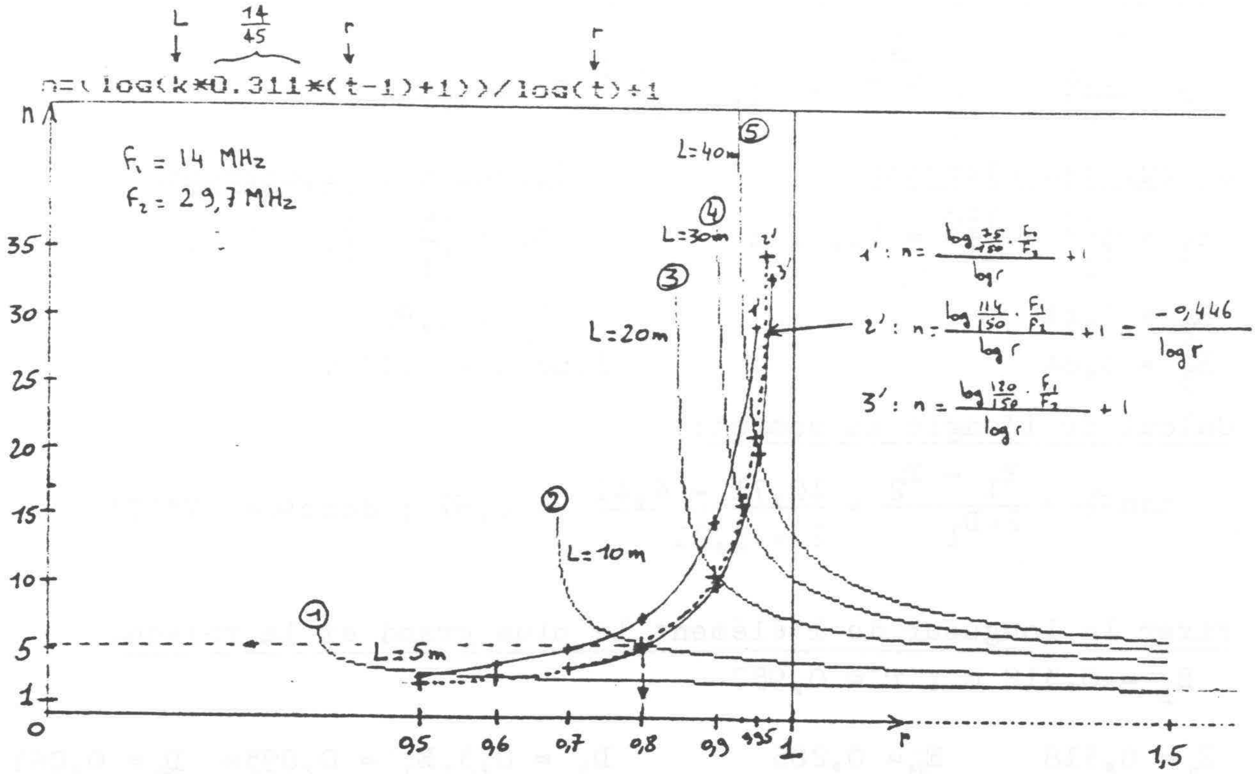
$D_4 = 1,61$

($D_5 = 1,28$)

ⓔ Calcul de l'angle au sommet:

$$\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{E_1 - E_2}{2.D_1} = \frac{10,71 - 8,5}{2 \times 3,21} = 0,344 \text{ donc } \alpha = 37°59'$$

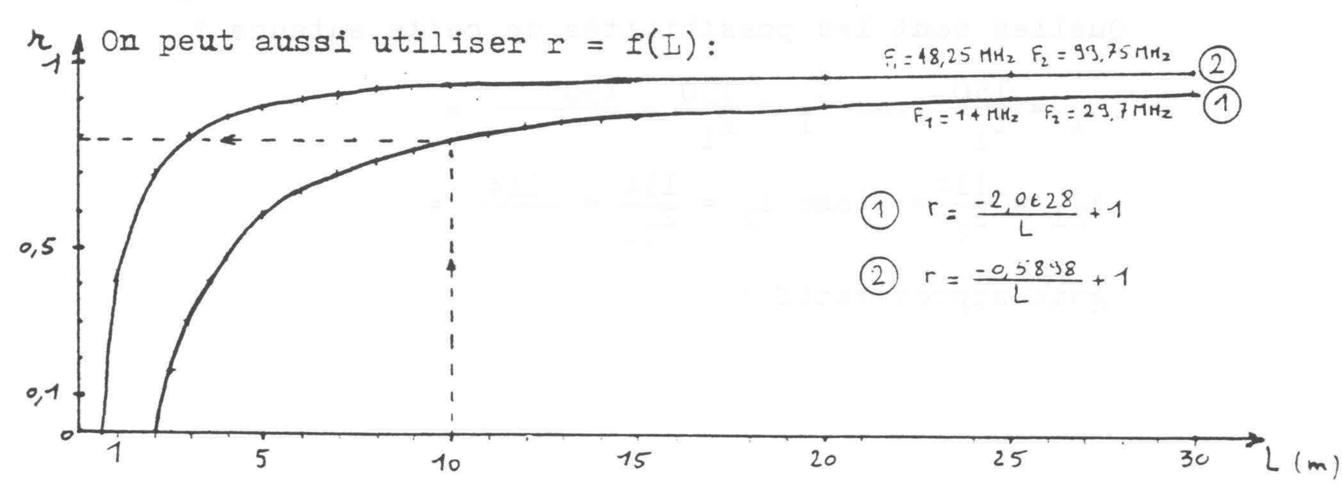
ⓕ Remarque: on pourrait aussi utiliser les graphiques:



On peut également interpréter ces courbes de la façon suivante:

		①	②	③	④	⑤	②'
	$L.\frac{f_1}{45}$ = (m)	1,56	3,11	6,22	9,33	12,44	$0,76\ \frac{F_1}{F_2}$ $= 0,76 \times 0,47$
	f_1 (MHz) \ L = (m)	$\frac{70,2}{f_1}$	$\frac{140}{f_1}$	$\frac{280}{f_1}$	$\frac{420}{f_1}$	$\frac{560}{f_1}$	$F_2 = 2,12 \times F_1$ (MHz)
O.C.	3,5	20	40	80	120	160	7,42
O.C.	14	5	10	20	30	40	29,7
THF B	48,25	1,45	2,9	5,8	8,7	11,6	102
THF H	164	0,43	0,86	1,7	2,55	3,4	348
UHF	471,25	0,15	0,3	0,6	0,9	1,2	1 000

On peut aussi utiliser r = f(L):



2.3 Fixer la "bande passante" et le nombre d'éléments.

$f_1 = 14$ MHz ; $f_2 = 29,7$ MHz ; $n_e = 3$.

ⓐ Il faut alors calculer la raison:

$$r = \left[\frac{114}{150} \times \frac{f_1}{f_2}\right]^{\frac{1}{n_e - 1}} = \left[0,76\,\frac{f_1}{f_2}\right]^{\frac{1}{n_e - 1}} = 0,598\ 5$$

ⓑ Calcul des éléments

$E_1 = \frac{150}{f_1} = \frac{150}{14} = 10,71$ m

$E_2 = 6,41$

$E_3 = 3,84$

Calcul des espacements

$D_1 = \frac{45}{f_1} = \frac{45}{14} = 3,21$ m

$D_2 = 1,92$

donc $L = 5,13$ m

ⓒ Calcul de l'angle au sommet:

$$\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{E_1 - E_2}{2 \times D_1} = \frac{10,71 - 6,41}{2 \times 3,21} = 0,67 \text{ ; donc } \alpha = 67°37'$$

2.4 Fixer la longueur de l'élément le plus grand et la raison.

$E_1 = 0,318$ m ; $r = 0,957$

$E_1 = 0,318$ $E_{11} = 0,205$
$E_2 = 0,304$ $E_{12} = 0,196$
$E_3 = 0,291$ $E_{13} = 0,188$
$E_4 = 0,279$ $E_{14} = 0,179$
$E_5 = 0,267$ $E_{15} = 0,172$
$E_6 = 0,255$ $E_{16} = 0,164$
$E_7 = 0,244$ $E_{17} = 0,157$
$E_8 = 0,234$ $E_{18} = 0,151$
$E_9 = 0,224$ $E_{19} = 0,144$
$E_{10} = 0,214$ $E_{20} = 0,138$
$E_{21} = 0,132$

$D_1 = 0,3.E_1 = 0,095$ m $D_{11} = 0,061$
$D_2 = 0,091$ $D_{12} = 0,059$
$D_3 = 0,087$ $D_{13} = 0,056$
$D_4 = 0,084$ $D_{14} = 0,054$
$D_5 = 0,080$ $D_{15} = 0,052$
$D_6 = 0,077$ $D_{16} = 0,049$
$D_7 = 0,073$ $D_{17} = 0,047$
$D_8 = 0,070$ $D_{18} = 0,045$
$D_9 = 0,067$ $D_{19} = 0,043$
$D_{10} = 0,064$ $D_{20} = 0,041$

$$L = D_1\,\frac{r^{n_e - 1} - 1}{r - 1} = 0,095\,\frac{0,957^{21-1} - 1}{0,957 - 1}$$

= ....

Quelles sont les possibilités de cette antenne ?

$E_1 = \frac{150}{f_1}$ donc $f_1 = \frac{150}{E_1} = \frac{150}{\ldots\ldots}$ = ...

$E_{21} = \frac{114}{f_2}$ = donc $f_2 = \frac{114}{E_{21}} = \frac{114}{\ldots\ldots}$ = ...

gain approximatif : ....

IV Exploitation

1 Enoncer

Les antennes "logarithmiques" ont des éléments (E) dont la longueur diminue de façon régulière en progression géométrique; il en est de même de l'intervalle (D) entre deux éléments consécutifs.

2. 1^er^ exercice

On donne $E_1 = 10{,}71$ m ; $D_1 = 3{,}21$ m ; $g = 0{,}935$

1) Calculez la longueur du dix-septième élément E_{17}

2) Calculez la longueur d'une antenne de 17 éléments.

Rappels: $U_n = U_1 \times g^{n-1}$; $S_n = \frac{g^n - 1}{g - 1} \times U_1$

3 2^ème^ exercice

On désire réaliser une antenne permettant de capter les émissions télévisées européennes diffusées sur la "bande I THF" , en"direct", sans satellite,
Les fréquences s'étendent de $f_1 = 48{,}25$ MHz à $f_2 = 99{,}75$ MHz et le nombre d'éléments souhaité est 6.

1) Indiquez la séquence de touches utilisée pour calculer la raison de la suite géométrique, sachant:

$$r = \left[0{,}76 \times \frac{f_1}{f_2}\right]^{\frac{1}{n-1}} \quad \text{avec } f_1 \text{ et } f_2 \text{ en MHz}$$

2) Calculez la raison

3) Calculez la longueur totale de l'antenne si $D_1 = 0{,}9326$ m

Rappel: $S_n = \frac{g^n - 1}{g - 1} \times U_1$

4 3^ème^ exercice

On désire réaliser un aérien capable de capter les émissions de "Canal +" sur la bande III THF, en toute région française.La bande s'étend de $f_1 = 164$ MHz à $f_2 = 214$ MHz.

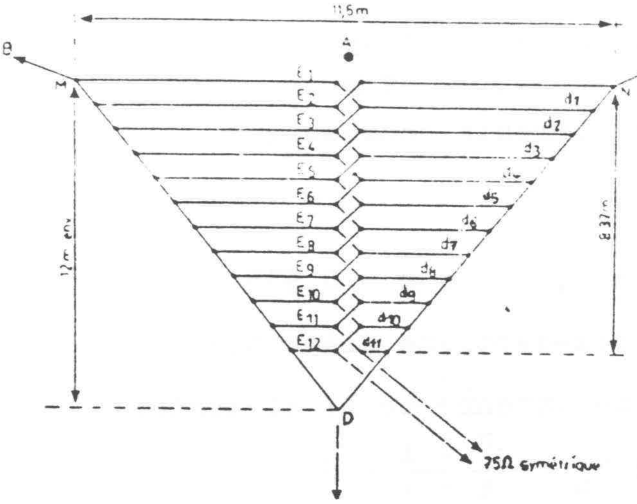
1) Calculez les longueurs du plus petit et du plus grand élément sachant: $E_1 = \frac{150}{f_1}$ et $E_n = \frac{114}{f_2}$

2) Calculez le nombre d'éléments de l'antenne si $g = 0{,}8976$

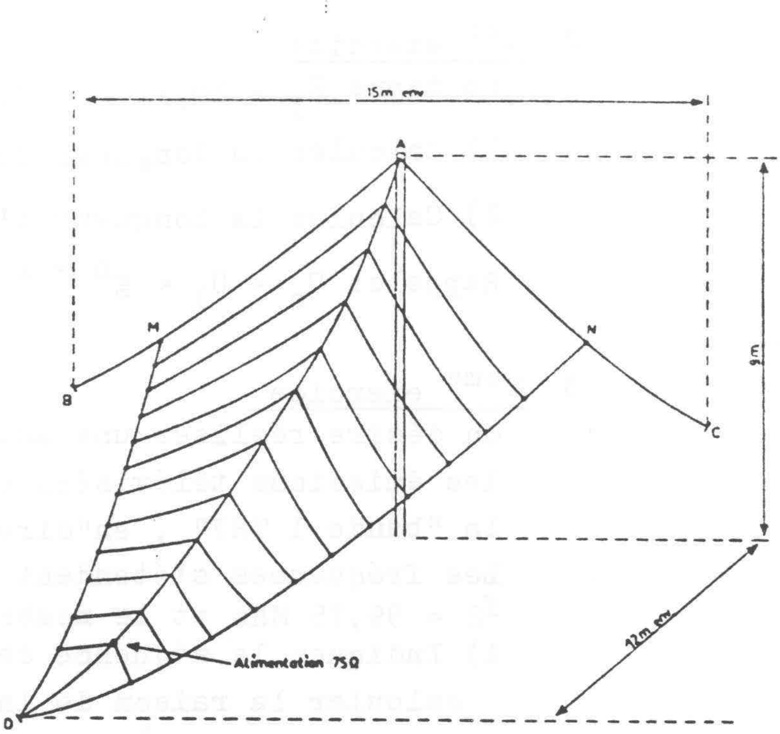
Rappel: $U_n = U_1 \times g^{n-1}$

5 4ème exercice

Les extrémités des éléments sont-elles alignées ?



Une antenne 20 - 15 - 10 m.



6 Utilisation des exercices

OBJECTIFS : Applications des suites géométriques, des logs (ex 3)

PREREQUIS : Puissances $n^{\text{ièmes}}$ et $\frac{1}{n}$ ièmes, suites, logs (ex 3)

ACTIVITES ELEVES : Représentation de la situation(texte écrit ou oralàà décoder), utilisation de formules à connaître ou données, recherche d'une méthode...

DIFFICULTES SUPPOSEES : Formules, calculs avec une raison inférieure à 1, intervalles (ex 1 et 2)

TEMPS PASSE : une séquence

CANAUX DE TÉLÉVISION
FRANCAIS

BANDE I			BANDES IV et V					
Canal	Fréquence en MHz Image	Son	Canal	Fréquence en MHz Image	Son	Canal	Fréquence en MHz Image	Son
F 2	52,40	41,25	21	471,25	477,75	46	671,25	677,75
F4	65,55	54,40	22	479,25	485,75	47	679,25	685,75
			23	487,25	493,75	48	687,25	693,75
			24	495,25	501,75	49	695,25	701,75
			25	503,25	509,75	50	703,25	709,75
			26	511,25	517,75	51	711,25	717,75
			27	519,25	525,75	52	719,25	725,75
BANDE III			28	527,25	533,75	53	727,25	733,75
			29	535,25	541,75	54	735,25	741,75
F 5	164	175,15	30	543,25	549,75	55	743,25	749,75
F 6	173,40	162,25	31	551,25	557,75	56	751,25	757,75
F 7	177,15	188,30	32	559,25	565,75	57	759,25	765,75
F 8	185,25	174,10	33	567,25	573,75	58	767,25	773,75
F 8 A	186,55	175,40	34	575,25	581,75	59	775,25	781,75
F 9	190,30	201,45	35	583,25	589,75	60	783,25	789,75
F 10	199,70	188,55	36	591,25	597,75	61	791,25	797,75
F 11	203,45	214,60	37	599,25	605,75	62	799,25	805,75
F 12	212,85	201,70	38	607,25	613,75	63	807,25	813,75
			39	615,25	621,75	64	815,25	821,75
			40	623,25	629,75	65	823,25	829,75
			41	631,25	637,75	66	831,25	837,75
			42	639,25	645,75	67	839,25	845,75
			43	647,25	653,75	68	847,25	853,75
			44	655,25	661,75	69	855,25	861,75
			45	663,25	669,75			

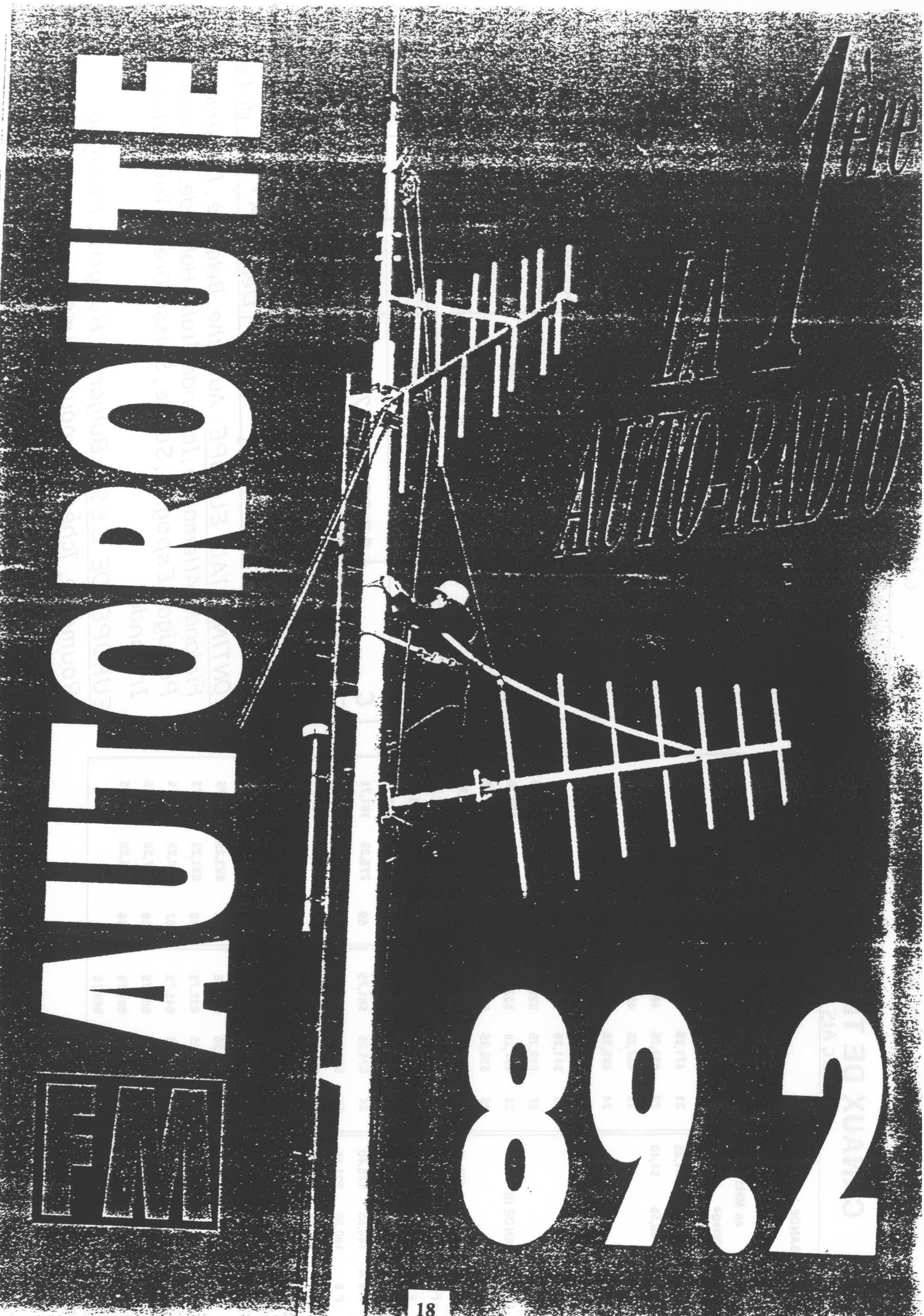
CANAUX TV BANDE I EUROPE

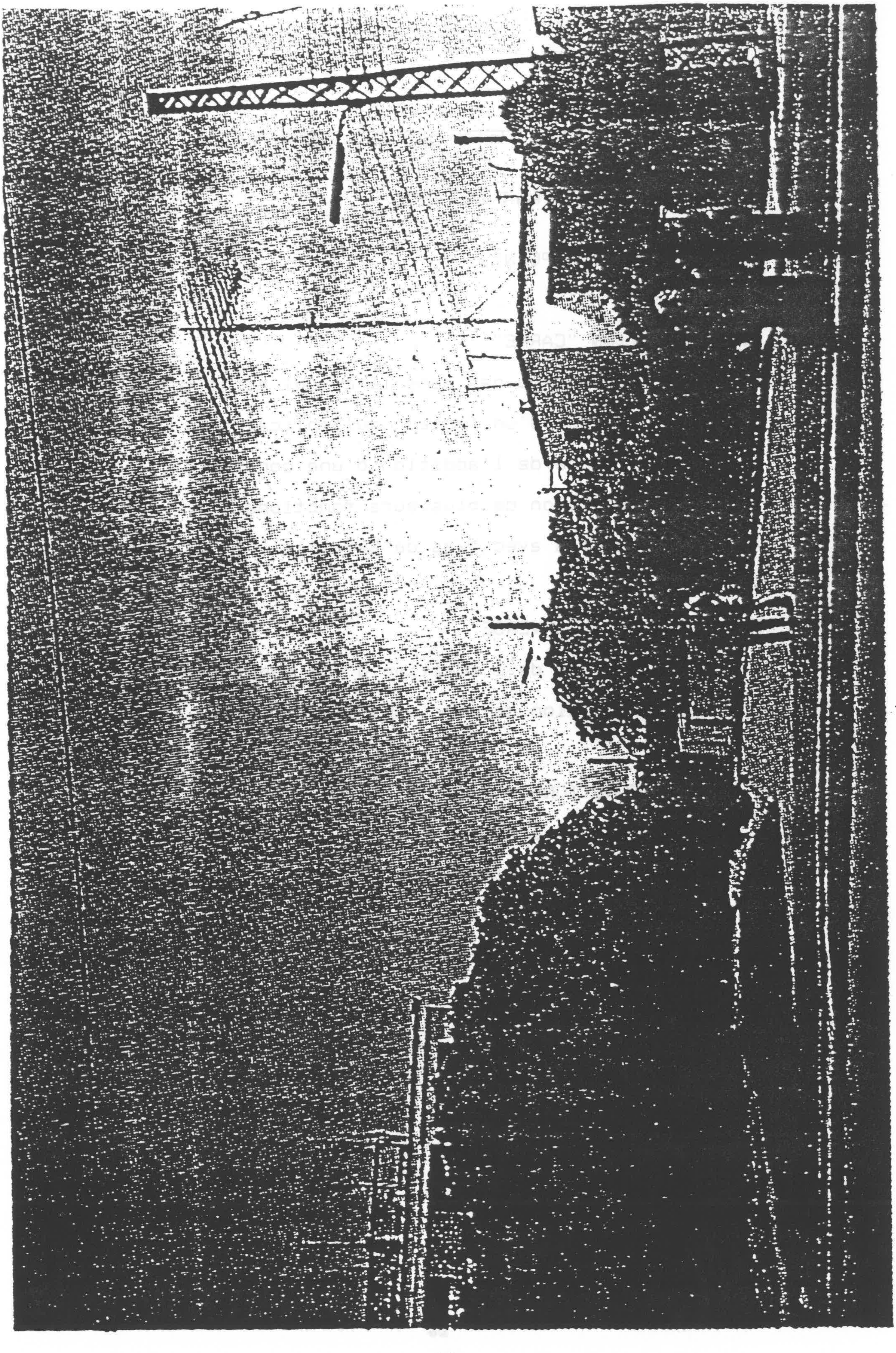
Denomination des canaux	Frequence image	Frequence son	Standard	Longueur 1/4 onde	Pays
E 2	48,25	53,75	Pal B	1,47	Continental Europe
R 1	49,75	56,25	Secam D et K	1.42	Europe de l'est
A	53,75	59,25	Pal B	1,32	Italie
B	53,75	59,75	Pal I	1,32	Irelande
E 3	55.25	60.75	Pal B	1.29	Continental Europe
R 2	59,25	65.75	Secam D et K	1.20	Europe de l'est
E 4	62.25	67.75	Pal B	1,15	Continental Europe
B	62,25	67,75	Pal B	1.15	Italie
R 3	77.25	83.75	Secam Det K	0,93	Europe de l'est
C	82,25	87,75	Pal B	0,88	Italie Albanie
R 4	85, 25	91,75	Secam Det K	0,84	Europe de l'est
R 5	93,25	99,75	Secam Det K	0,77	Europe de l'est

CONTINENTAL EUROPE : Autriche ; Belgique ; Danemark ; Finlande ; Allemagne ; Icelande ; Italie ; Hollande ; Norvege ; Portugal ; Espagne ; Suède ; Suisse ; Grèce ; Yougoslavie , Irelande .

EUROPE DE L'EST : Bulgarie ; Hongrie ; Pologne , Roumanie ; Tchécoslovaquie ; Russie .

"Les emission de l'est se recoivent norme Pal B son non audible . RADIODIFFUSION FM de l'est est de 65 à 73MHz


AUTOROUTE
FM
LA 1ère
AUTO-RADIO
89.2



ACTIVITES SOUS GRAPHIX

TABLE DES MATIERES

ACTIVITES SOUS GRAPHIX

1. TRACE POINT A POINT

420137

$f : Z \longrightarrow Z$

$x \longmapsto x$

- . Le tracé point à point s'obtient avec un trait 7 et un pas de 1.
- . Remplir le tableau comme ci-contre :
- . L'impression de ce tableau est obtenue avec la touche PrtSC.

Courbe numero: 1	B/N	18/26	Insertion	Coordonnees Cartesiennes

Ensemble d etude: [-4;-2[U]2,4]

y(t)= t

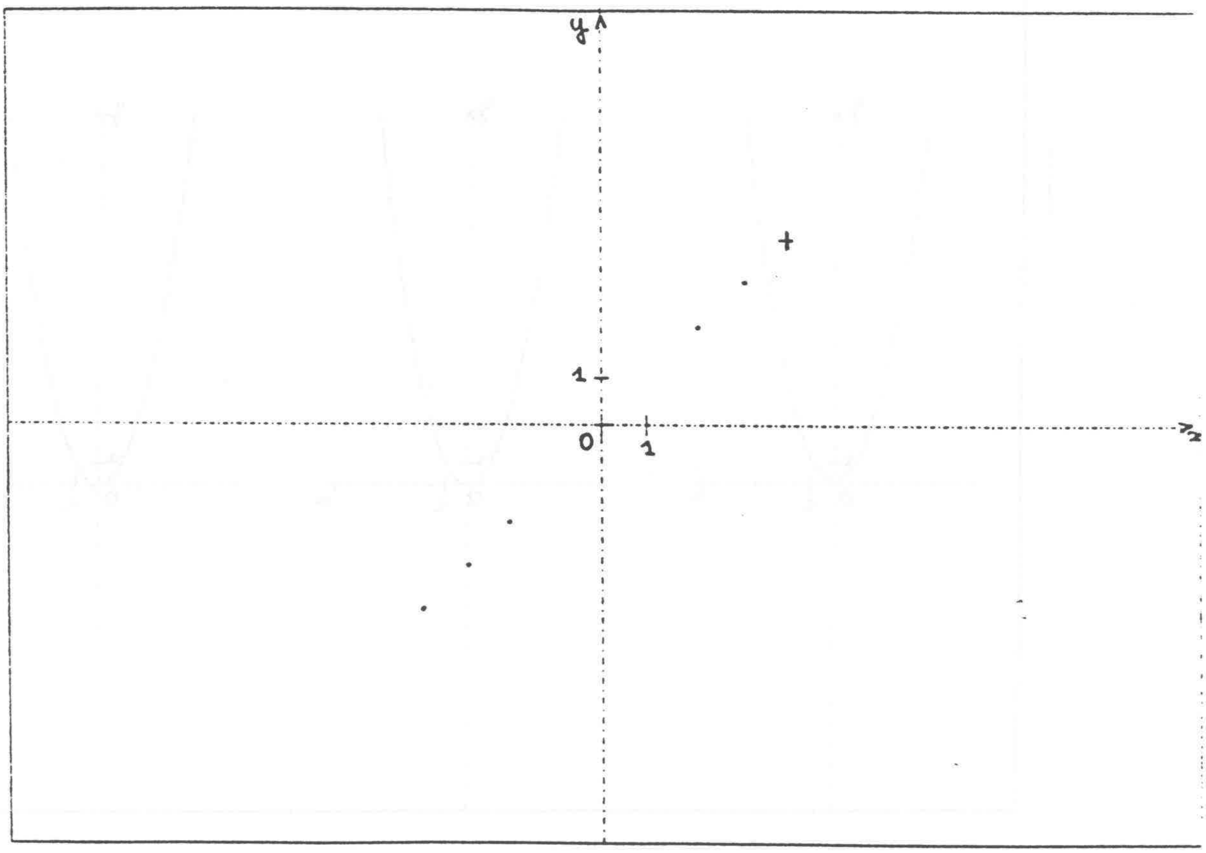
unités(cm) Ox:1 Oy:1 trait:7 couleur:1 hachure:0 pas:1

Position de l'origine en cm à partir du coin en bas à gauche: xo= 13 yo= 9

Longueur des axes en cm: xpositif= 13 xnégatif= 13 ypositif= 9 ynégatif= 9

- . La courbe apparait avec F1.
- . Pour connaître les coordonnées d'un point, on déplace le curseur avec les flèches ou (Maj + flèches). Ces coordonnées s'inscrivent au fur et à mesure au dessus du graphique.
- . On peut marquer un point avec la touche +
- . L'impression de ce graphique peut s'obtenir avec la touche F5.

x= 4.023E+00 y= 4.000E+00



2. LA FONCTION "CARRE"

2.1 Influence du pas dans le calcul et le tracé

$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$x \longmapsto x^2$

418747

Courbe numéro: 1	N/8	18/26	Insertion	Coordonnées Cartésiennes

Ensemble d'étude: [-4,4]

y(t)= t^2

unités(cm) Ox:.5 Oy:.5 trait:1 couleur:1 hachure:0 pas:1

Position de l'origine en cm à partir du coin en bas à gauche: xo= 4 yo= 7

Longueur des axes en cm: xpositif= 3 xnégatif= 3 ypositif= 8 ynégatif= 7

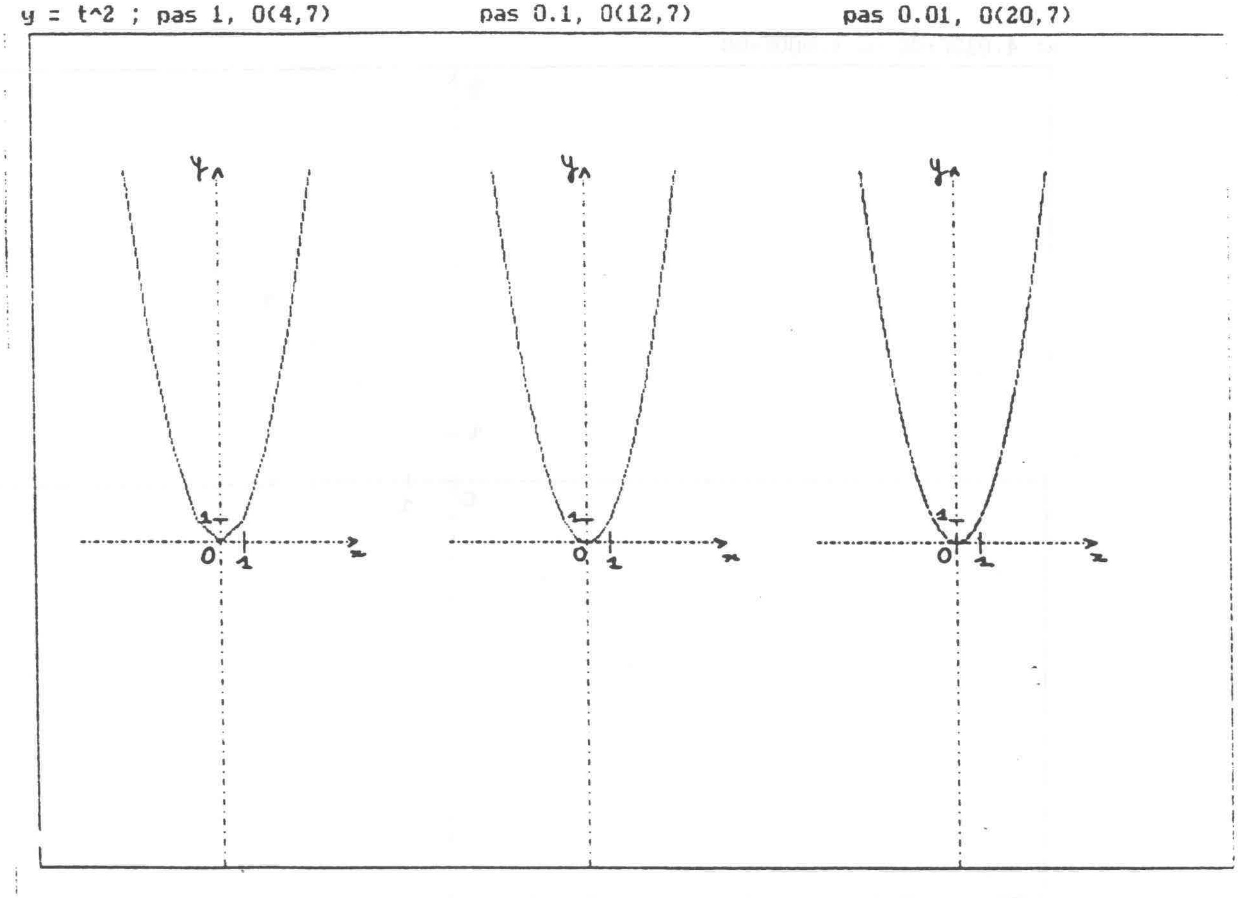
Courbe numéro 1 :
y(t)= t^2,
pas 1,
xo= 4, yo= 7

Courbe numéro 2 :
y(t)= y1,
pas 0.1,
xo= 12, yo= 7

Courbe numéro 3 :
y(t)= y1,
pas 0.01,
xo= 20, yo= 7

Observez les différents graphiques :

y = t^2 ; pas 1, O(4,7) pas 0.1, O(12,7) pas 0.01, O(20,7)



Le pas devra être petit pour avoir un meilleur tracé, mais le calcul est plus long.

2.2 Influence d'un facteur multiplicatif

$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
$x \longmapsto x^2$

$kf : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
$x \longmapsto kx^2$

419367

Courbe numéro: 1	N/B	18/26	insertion	Coordonnees Cartesiennes

Ensemble d'étude: [-4,4]

y(t)= k*t^2

unités(cm) Ox:1 Oy:1 trait:1 couleur:1 hachure:0 pas:.02

Position de l'origine en cm à partir du coin en bas à gauche: xo= 6 yo= 8

Longueur des axes en cm: xpositif= 6 xnégatif= 6 ypositif= 8 ynégatif= 8

CTRL K bas d'écran CTRL N annule paramètres CTRL I paramètres auto

k 0= 0.25	k 5=	k10=	k15=	k20=
k 1= 0.5	k 6=	k11=	k16=	k21=
k 2= 1	k 7=	k12=	k17=	k22=
k 3= 2	k 8=	k13=	k18=	k23=
k 4= 4	k 9=	k14=	k19=	k24=

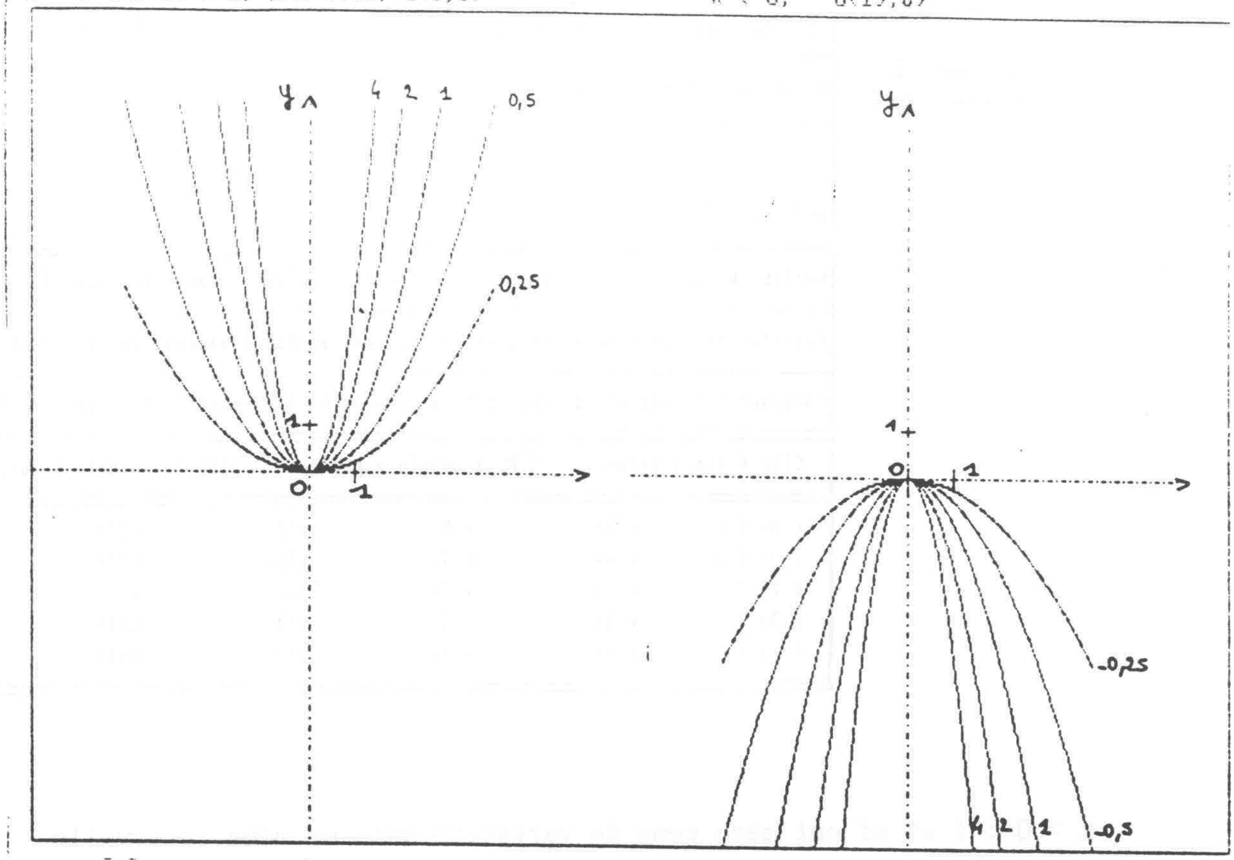
$k > 0$: f et kf ont même sens de variation dans un même intervalle

$k < 0$: f et kf ont un sens de variation contraire dans un même intervalle

. Complétez le tableau de variation et conclure suivant le signe de k :

	x	$-\infty$	0	$+\infty$
$k > 0$	kx^2			
$k < 0$	kx^2			

y = k*t^2 ;k > 0, pas 0.02, O(6,8)   k < 0,   O(19,8)



2.3 Influence de l'addition d'une constante

f : R ——> R
x |——> $0.5x^2$

g : R ——> R
x |——> $-0.5x^2$

c : R ——> R
x |——> k

f+c : R ——> R
x |——> $0.5x^2+k$

g+c : R ——> R
x |——> $-0.5x^2+k$

419323

Courbe numéro: 1	N/B	18/26	Insertion	Coordonnées Cartésiennes

Ensemble d'étude: [-4,4]

y(t)= 0.5*t^2+k

unités(cm) Ox:1   Oy:1   trait:1 couleur:1 hachure:0 pas:.02

Position de l'origine en cm à partir du coin en bas à gauche: xo= 6 yo= 8

Longueur des axes en cm: xpositif= 6 xnégatif= 6 ypositif= 8 ynégatif= 8

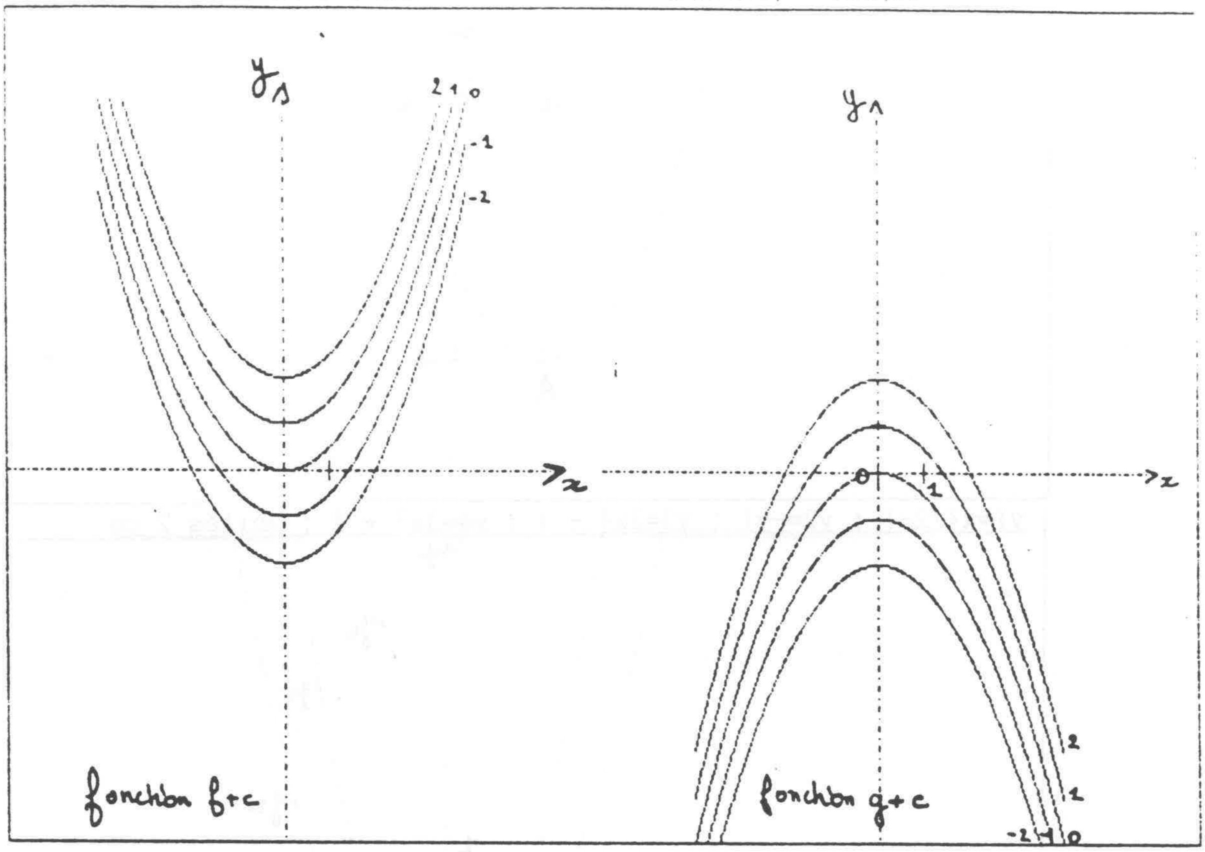
CTRL K bas d'écran   CTRL N annule paramètres   CTRL I paramètres auto

k 0= 0	k 5=	k10=	k15=	k20=
k 1= 1	k 6=	k11=	k16=	k21=
k 2= 2	k 7=	k12=	k17=	k22=
k 3= -1	k 8=	k13=	k18=	k23=
k 4= -2	k 9=	k14=	k19=	k24=

. Complétez le tableau de variation et conclure sur l'effet de l'addition d'une constante :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f			
f+c			

y = 0.5*t^2+k ; pas 0.02, O(6,3)   y = -0.5t^2+k,   O(19,8)



2.4 Composition de plusieurs fonctions

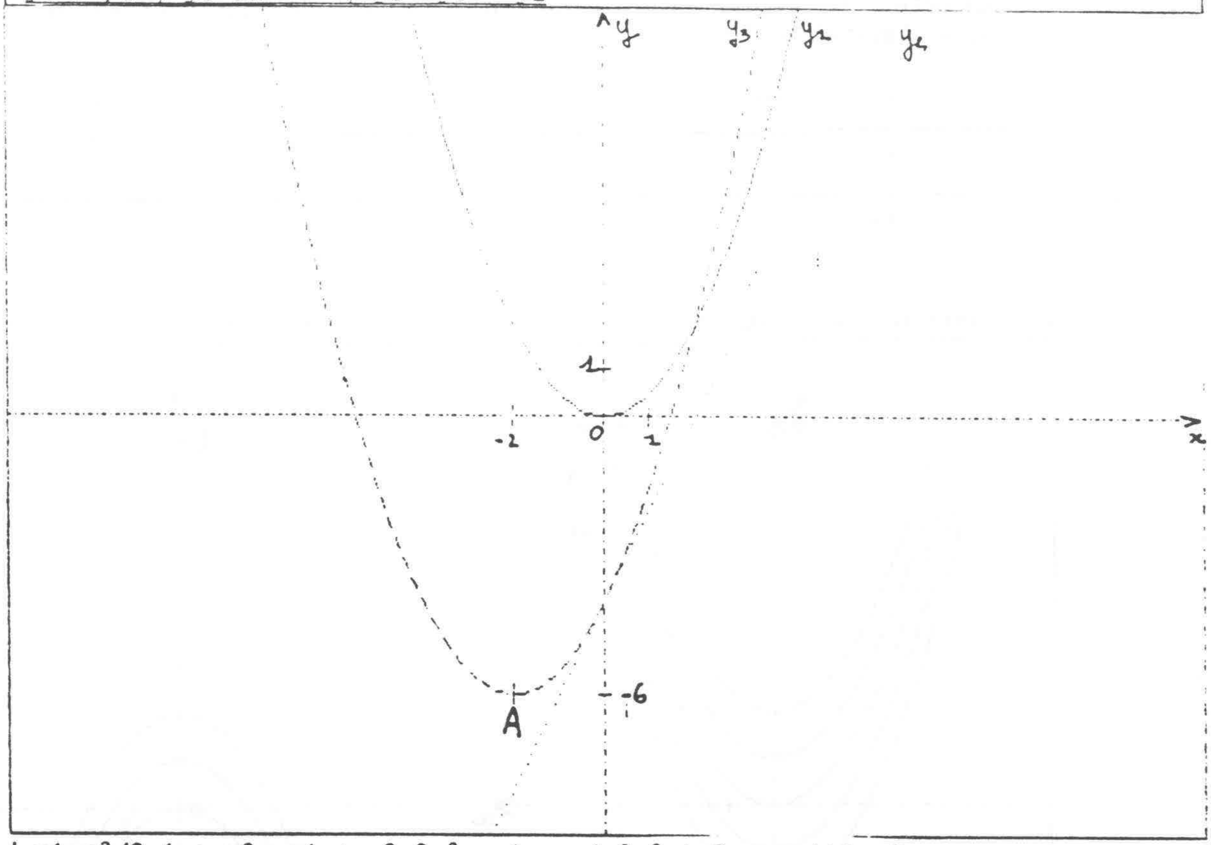
Translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$

f : R ⟶ R $x \longmapsto 0.5x^2$ g : R ⟶ R $x \longmapsto 2x - 4$ f+g : R ⟶ R $x \longmapsto 0.5x^2 + 2x - 4$

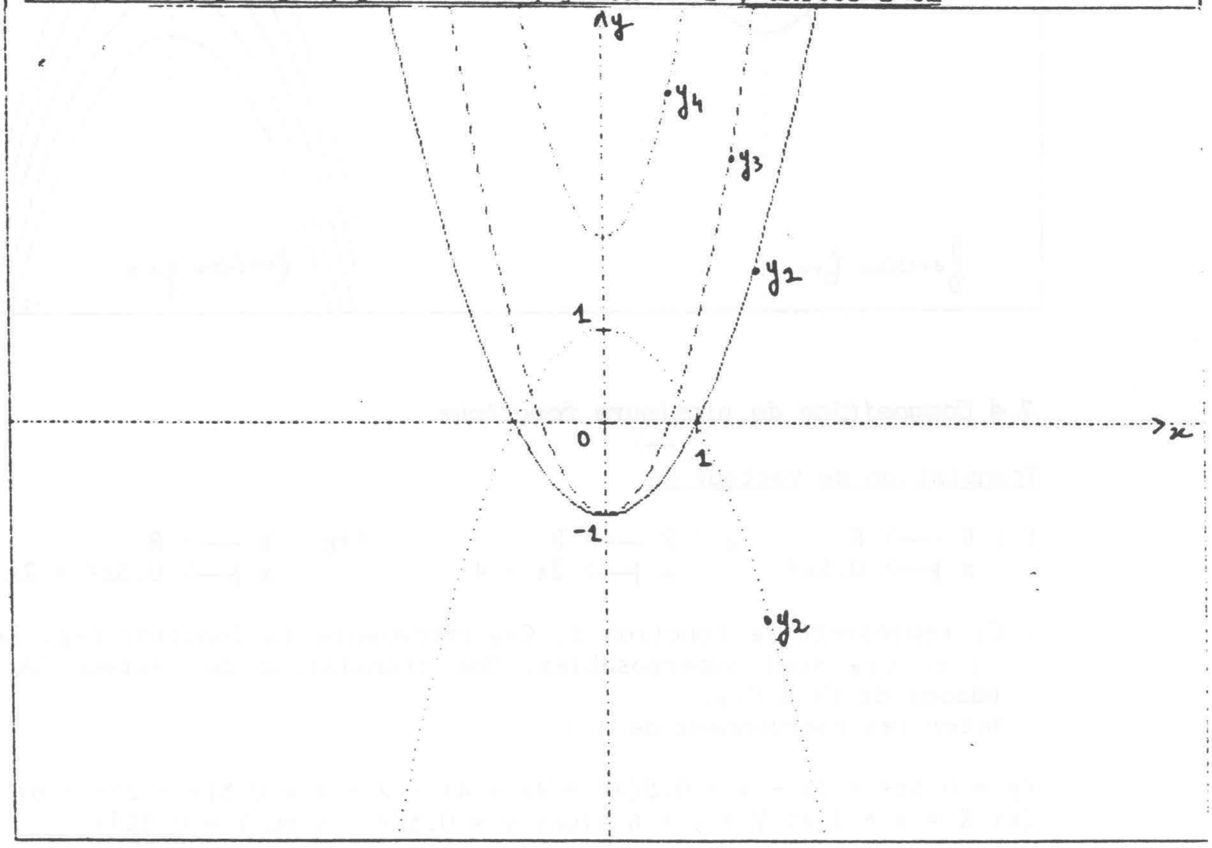
. C_f représente la fonction f, C_{fg} représente la fonction f+g. Les courbes C_f et C_{fg} sont superposables. Une translation de vecteur OA permet de passer de C_f à C_{fg}.
. Noter les coordonnées de A :

($y = 0.5x^2 + 2x - 4 = 0.5(x^2 + 4x + 4) - 2 - 4 = 0.5(x + 2)^2 - 6$)
(si $X = x + 2$ et $Y = y + 6$ alors $y = 0.5X^2 - 6$ ou $Y = 0.5X^2$)
La translation est de vecteur $\overrightarrow{OA} = -2\vec{i} - 6\vec{j}$

$y1=x^2/2$; $y2=2x - 4$; $y3= y1 + y2$



$y1=x^2/2-1$; $y2=-y1$; $y3=2x^2 - 1$; $y4=3x^2 + 2$; unités 2 cm

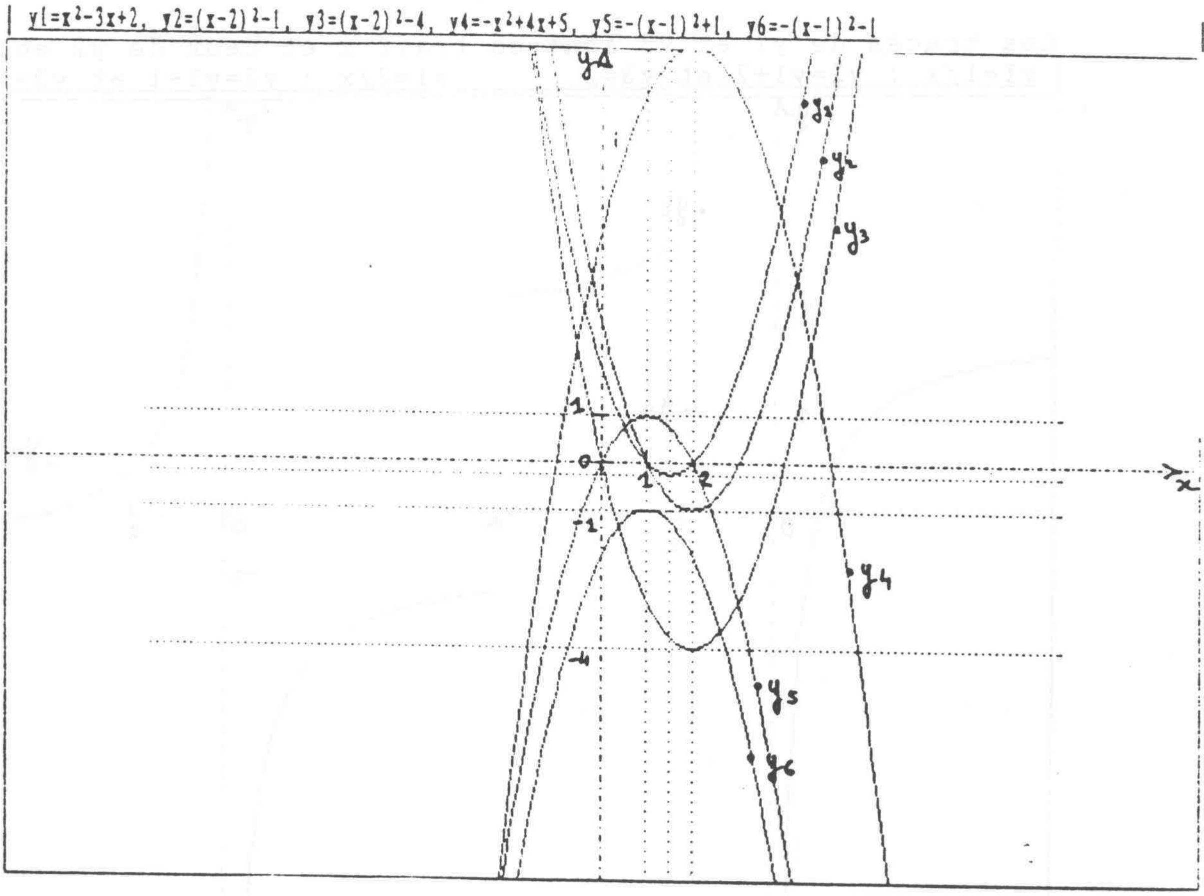


2.5 Paraboles avec axes de symétrie

$y1 = x^2-3x+2 = (x - 3/2)^2 - 9/4 + 2 = (x - 3/2)^2 - 1/4$; sommet $(3/2 ;-1/4)$
$y2 = (x - 2)^2 - 1 = x^2 - 4x + 4 - 1 = x^2 - 4x + 3$; sommet $(2 ; -1)$
$y3 = (x - 2)^2 - 4 = x^2 - 4x + 4 - 4 = x^2 - 4x$; sommet $(2 ; -4)$
$y4 = -x^2+4x+5 = -((x - 2)^2 - 4 - 5) = -(x - 2)^2 + 9$; sommet $(2 ; 9)$
$y5 =-(x - 1)^2 + 1 =-x^2 + 2x - 1 + 1 = -x^2 + 2x$; sommet $(1 ; 1)$
$y6 =-(x - 1)^2 - 1 =-x^2 + 2x - 1 - 1 = -x^2 + 2x -2$; sommet $(1 ; -1)$

La parabole d'équation y1, a pour axe de symétrie d'équation $x = 3/2$.
Pour tracer cet axe on choisit les coordonnées paramétriques avec F4. Sur l'intervalle [-9;9], x(t)= 3/2, y(t)= t, trait: 2. Ces instructions trace un axe en pointillé.
Pour tracer la droite d'équation $y = -1/4$, on repassera en coordonnées cartésiennes (F4 deux fois). Sur l'intervalle [-10;10], y(t)= -1/4 , trait: 2.

On procède de même pour chaque parabole.



3. LA FONCTION "INVERSE"

3.1 Influence de l'addition d'une constante

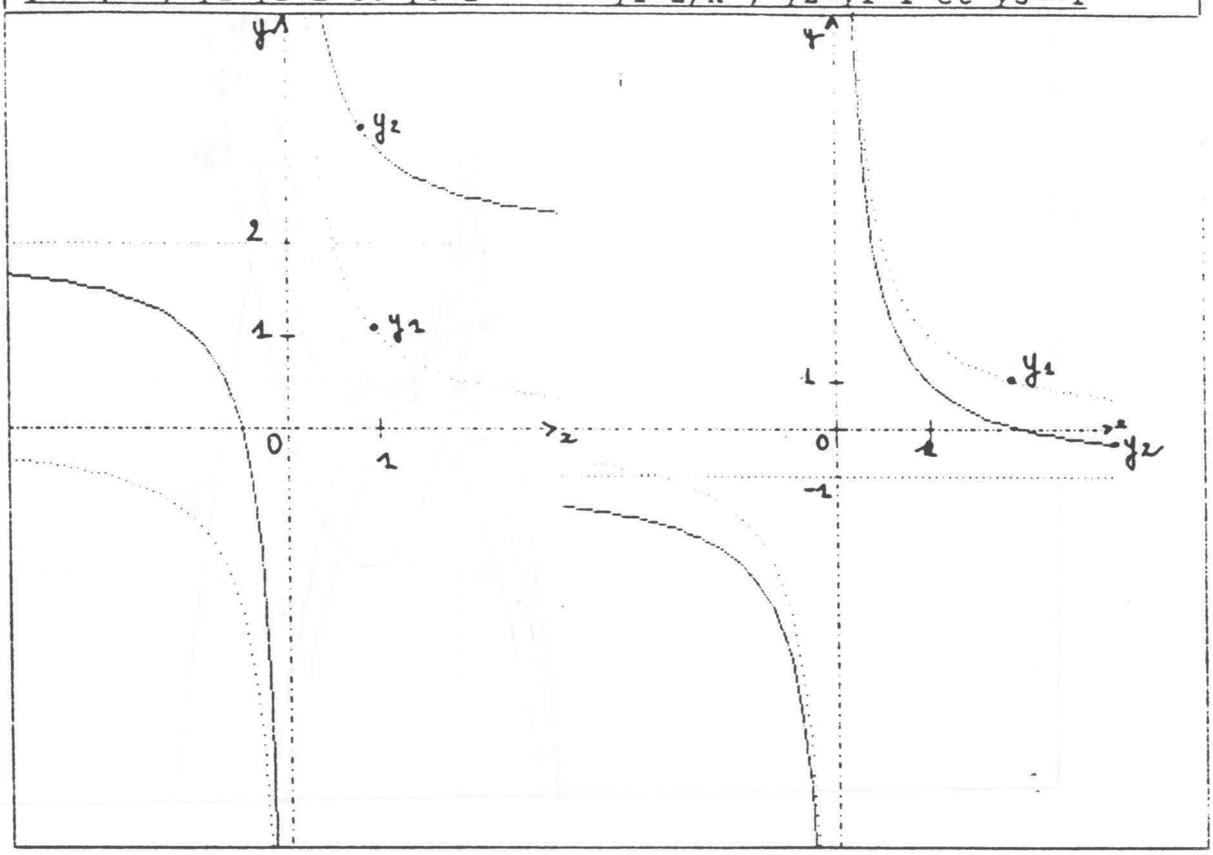
$f : \mathbb{R}^* \longrightarrow \mathbb{R}^*$ $x \longmapsto 1/x$	$g : \mathbb{R}^* \longrightarrow \mathbb{R}^*$ $x \longmapsto 2/x$
$c : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ $x \longmapsto 2$	$c' : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ $x \longmapsto -1$
$f+c : \mathbb{R}^* \longrightarrow \mathbb{R}^*$ $x \longmapsto 1/x + 2$	$g+c' : \mathbb{R}^* \longrightarrow \mathbb{R}^*$ $x \longmapsto 2/x - 1$

L'intervalle d'étude peut être écrit [-4;0[U]0;4]

y1=1/x ; y2=y1+2 et y3=2 Origine du repère O(6 ; 8) unités : 2 sur Ox et Oy	y1=2/x ; y2=y1-1 et y3=-1 Origine du repère O(19 ; 8) unités : 2 sur Ox et 1 sur Oy

Les tracés de y1 et y3 sont en trait:2 et ceux de y2 en trait:1

y1=1/x ; y2=y1+2 et y3=2   y1=2/x ; y2=y1-1 et y3=-1



3.2 Composition de plusieurs fonctions

$f : \mathbb{R}^* \longrightarrow \mathbb{R}^*$
$x \longmapsto 2/x$

$g : \mathbb{R}-\{1\} \longrightarrow \mathbb{R}^*$
$x \longmapsto -2/(x-1)$

$c : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
$x \longmapsto 1$

$g+c : \mathbb{R}-\{1\} \longrightarrow \mathbb{R}-\{1\}$
$x \longmapsto -2/(x-1) + 1$

$f : \mathbb{R}^* \longrightarrow \mathbb{R}^*$
$x \longmapsto 2/x$

$h : \mathbb{R}-\{-2\} \longrightarrow \mathbb{R}^*$
$x \longmapsto 2/(x+2)$

$c' : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
$x \longmapsto -2$

$h+c' : \mathbb{R}-\{-2\} \longrightarrow \mathbb{R}-\{-2\}$
$x \longmapsto 2/(x+2) - 2$

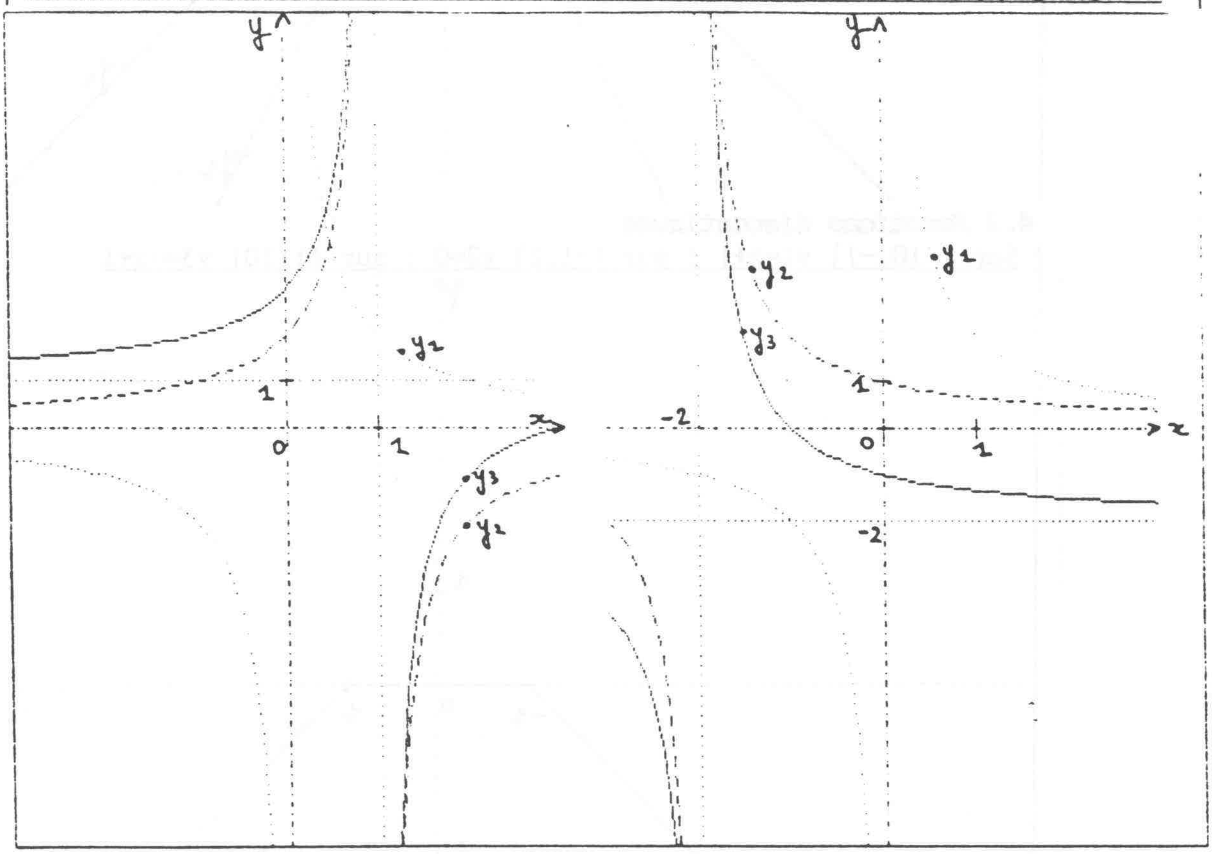
Sur [-4;0[U]0;4], y1=2/x

Sur [-4;1[U]1;4],
y2=-2/(x-1)
y3=-2/(x-1)+1
Origine du repère O(6 ; 8)
unités : 2 sur Ox et 1 sur Oy

Sur [-4;-2[U]-2;4]
y2=2/(x+2)
y3=2/(x+2)-2
Origine du repère O(19 ; 8)

Les tracés de y1 et y2 sont en trait:2 et ceux de y3 en trait:1

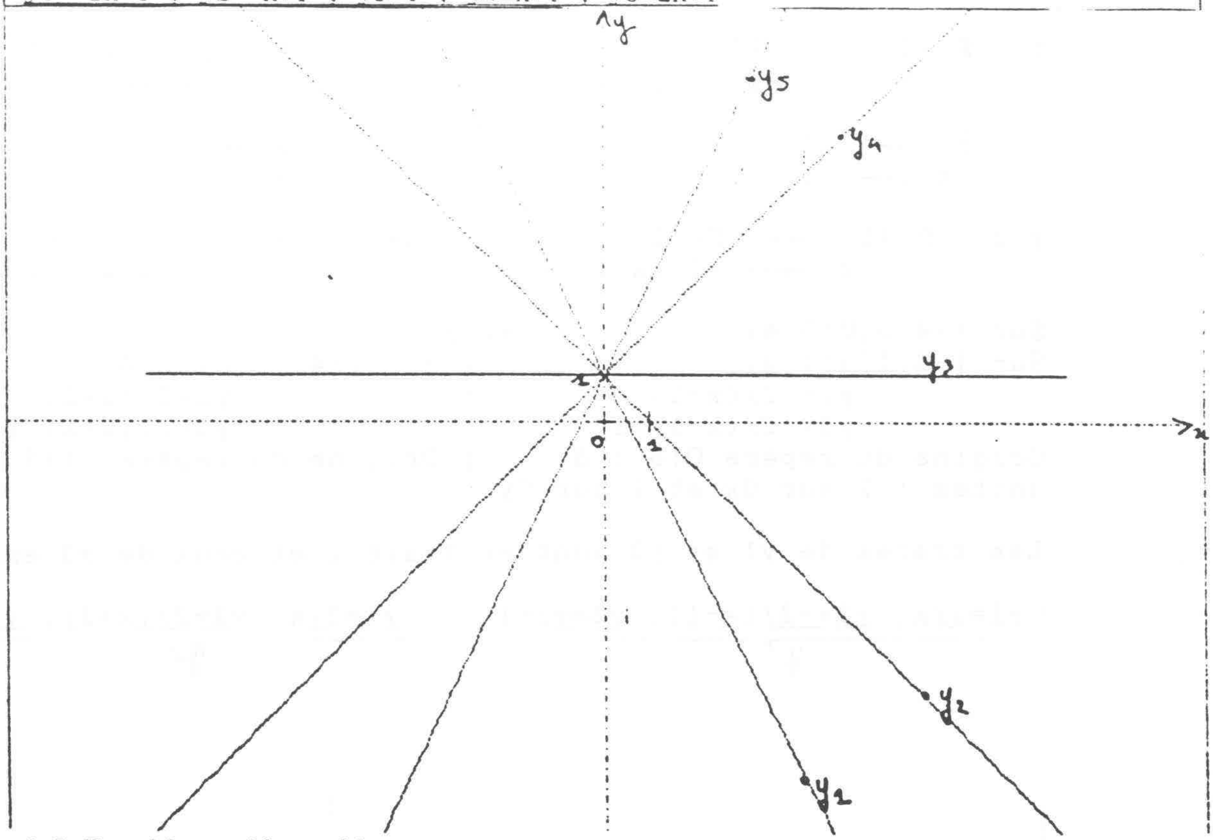
| y1=2/x, y2=-2/(x-1), y3=y2+1 ' y1=2/x, y2=2/(x+2), y3=y2-2 |



4. AUTRES FONCTIONS

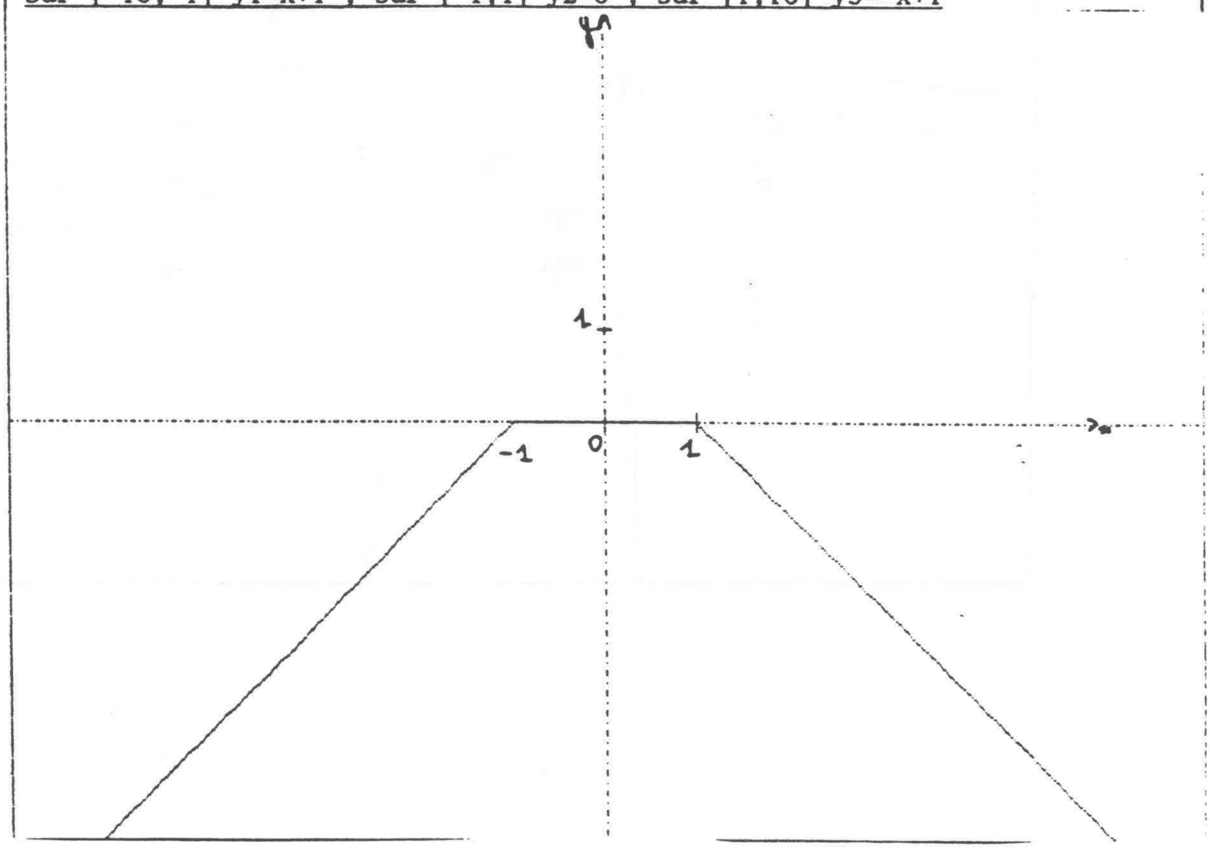
4.1 Fonctions affines

y1=-2x-1 ; y2=-x+1 ; y3=1 ; y4=x+1 ; y5=2x+1

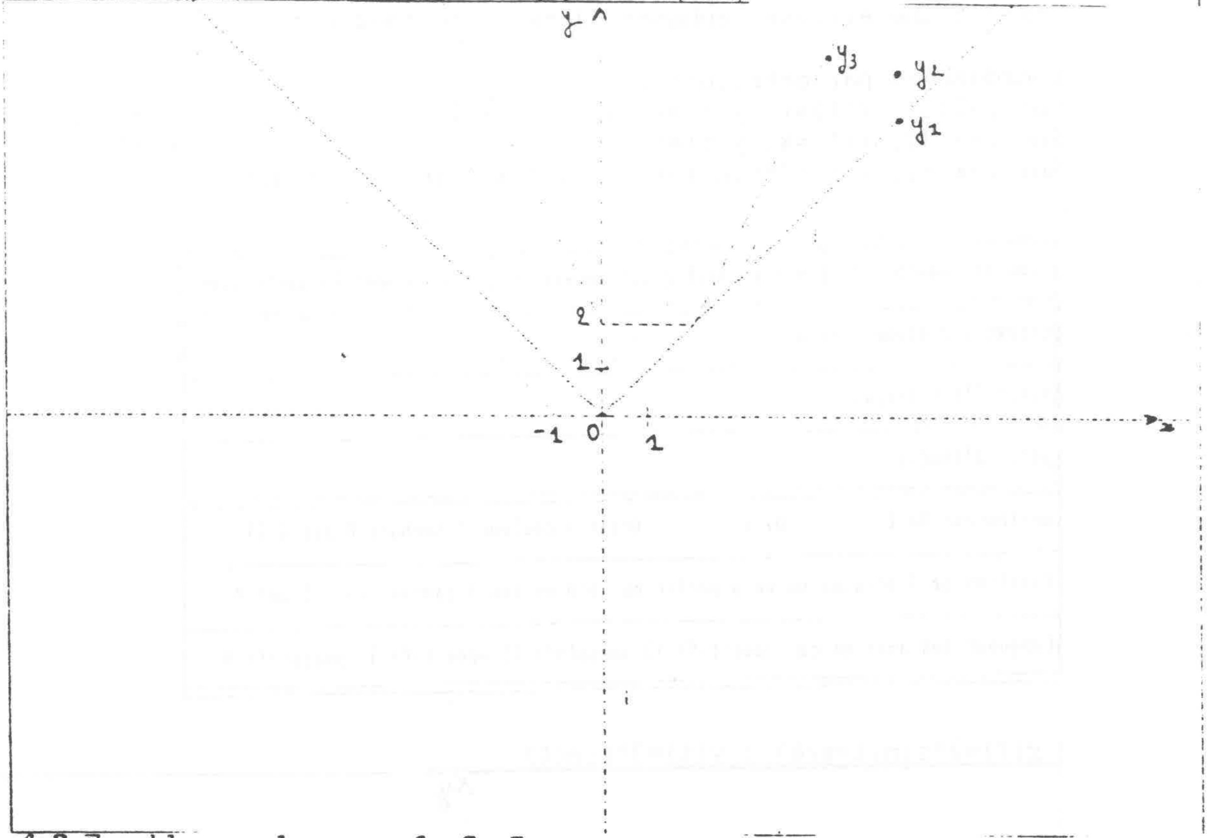


4.2 Fonctions discontinues

Sur [-10;-1] y1=x+1 ; sur [-1;1] y2=0 ; sur [1;10] y3=-x+1

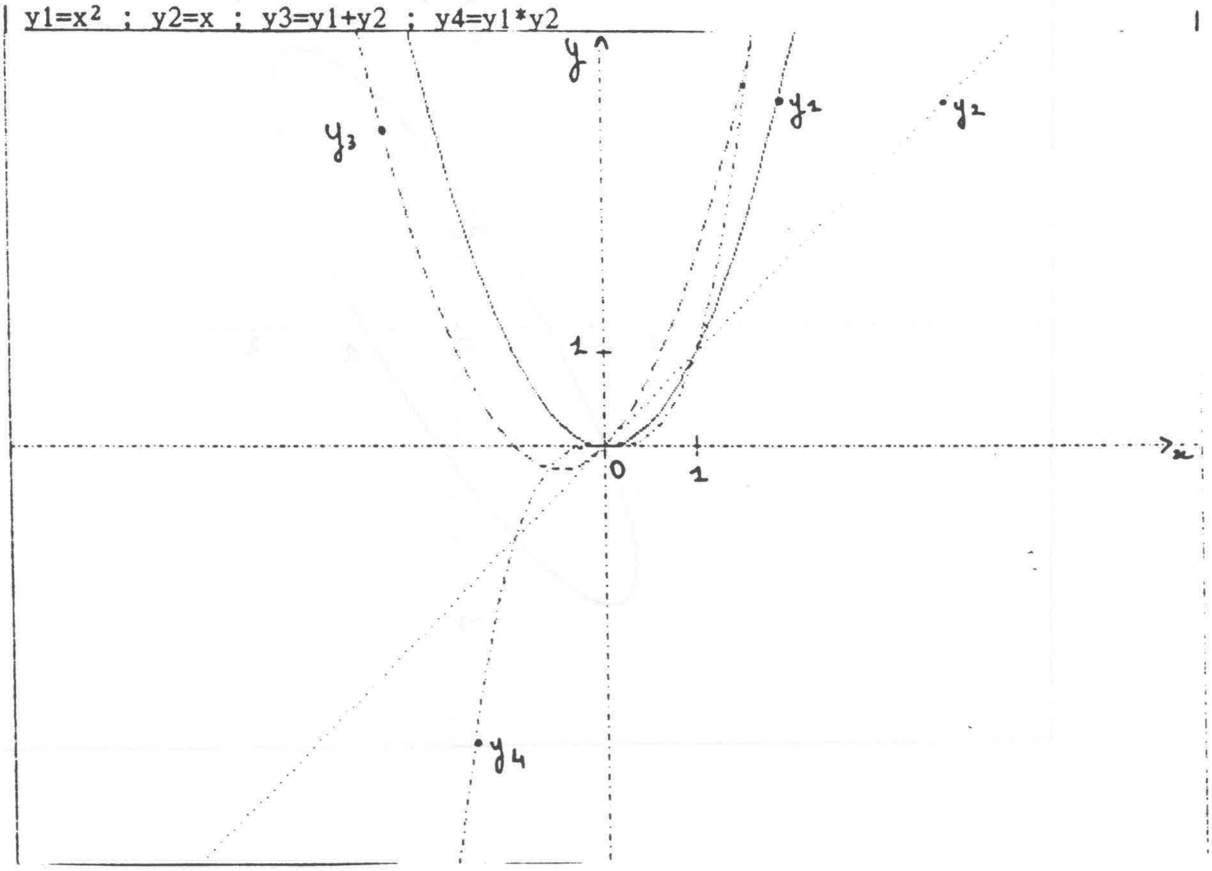


y1=abs(x) ; y2=abs(x+1) ; y3=abs(x) + abs(x-2)



4.3 Fonctions puissances 1, 2, 3

y1=x² ; y2=x ; y3=y1+y2 ; y4=y1*y2



4.4 Courbes paramétriques

Tracé d'une ellipse déphasée, dans un rectangle :

Coordonnées paramétriques :
Sur [-2;2], x(t)=t, y(t)=k, unités Ox:2, Oy:2, trait:2, k0=3, k1=-3
Sur [-3;3], x(t)=k, y(t)=t, k0=2, k1=-2
Sur [-π;π], x(t)=2*sin(t-π/6), y(t)=3*sin(t), trait:1

417335

Courbe numero: 1	N/B	18/26	Surimpression	Coordonnees Paramétriques

Ensemble d'etude: [-π;π]

x(t)= 2*sin(t-π/6)

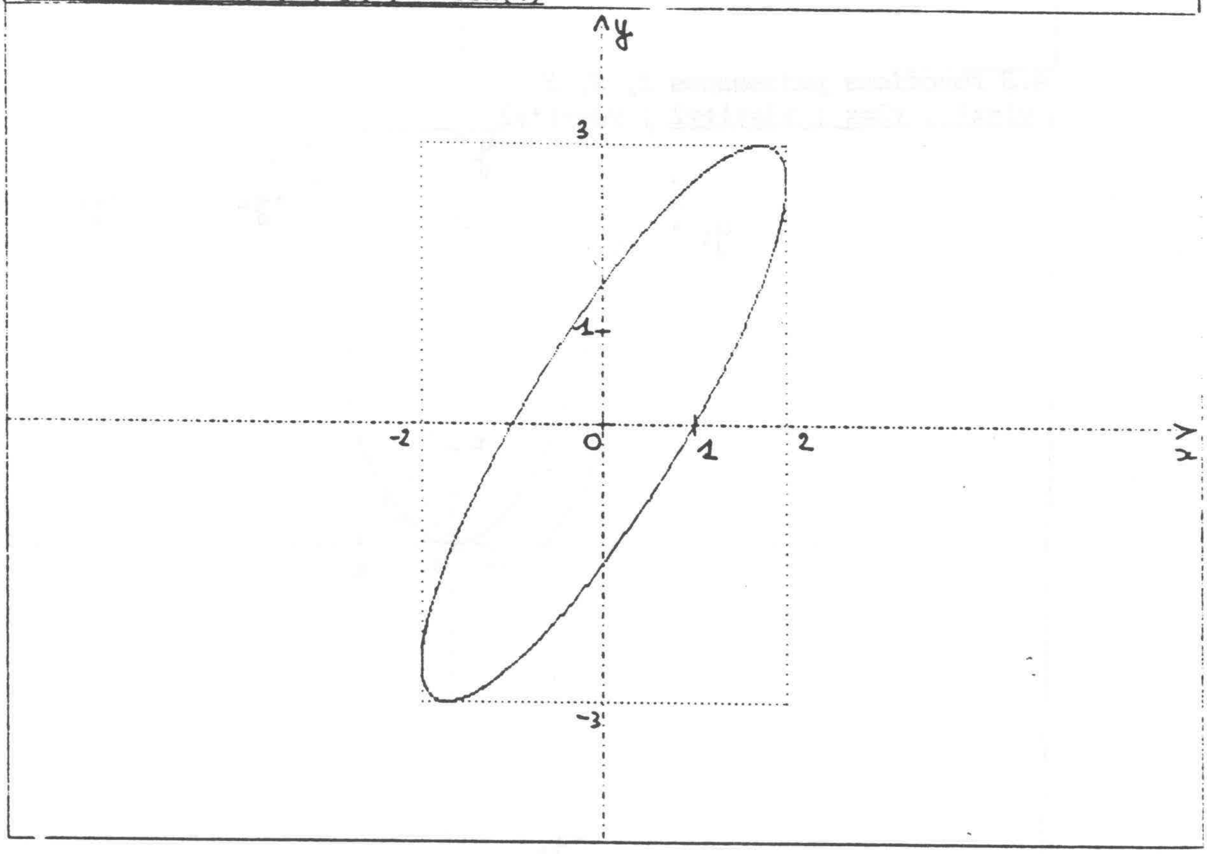
y(t)= 3*sin(t)

unités(cm) Ox:2 Oy:2 trait:1 couleur:1 hachure:0 pas:0.01

Position de l'origine en cm à partir du coin en bas à gauche: xo= 13 yo= 9

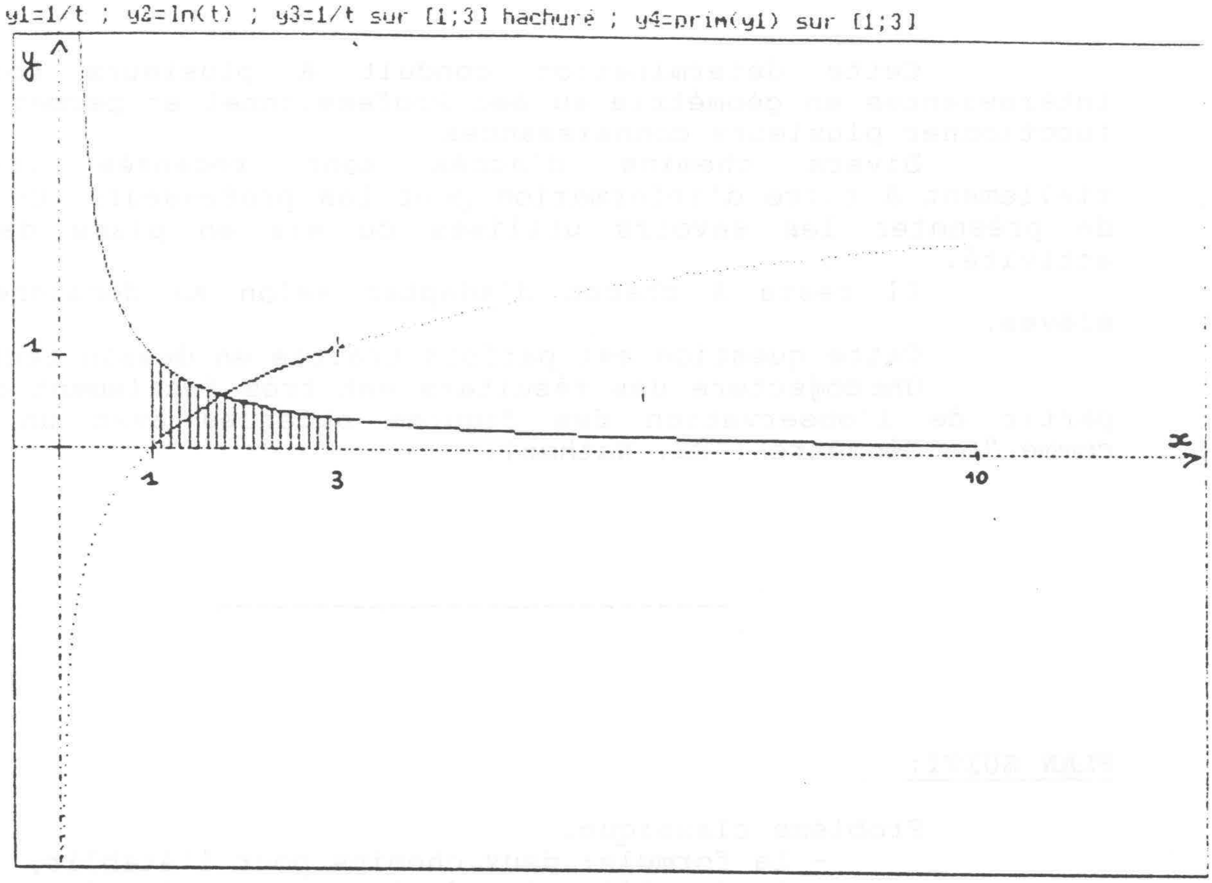
Longueur des axes en cm: xpositif= 13 xnégatif= 13 ypositif= 9 ynégatif= 9

x(t)=2*sin(t-π/6) ; y(t)=3*sin(t)



5. PRIMITIVES

Sur]0;10], y1=1/x, trait:1, unités Ox:2, Oy:2
Sur]0;10], y2=ln(x), trait:2
Sur [1;3], y3=1/x, trait:1, hachure:1. L'aire hachurée représente l'intégrale de 1/x de 1 à 3, c'est à dire ln(3)
Sur [1;3], y4=prim(y1), trait:1. On retrace la même courbe que y2. A l'abscisse x, le curseur placé sur cette courbe donne pour ordonnée la valeur de l'intégrale de 1/x entre 1 et x. Retrouver ainsi ln(3) :



DETERMINER LE CENTRE DE GRAVITE D'UN TRAPEZE

Cette détermination conduit à plusieurs conclusions intéressantes en géométrie au Bac Professionnel et permet de faire fonctionner plusieurs connaissances.

Divers chemins d'accès sont recensés ici, essentiellement à titre d'information pour les professeurs. On a essayé de présenter les savoirs utilisés ou mis en place dans cette activité.

Il reste à chacun d'adapter selon sa démarche et ses élèves.

Cette question est parfois traitée en dessin technique.

Une conjecture des résultats est très facilement obtenue à partir de l'observation des figures obtenues avec un logiciel comme "Le Géomètre"(Ed. Nathan).

PLAN SUIVI:

Problème classique:
- La formule: deux chemins pour l'établir,
- La justification de la construction de G_T

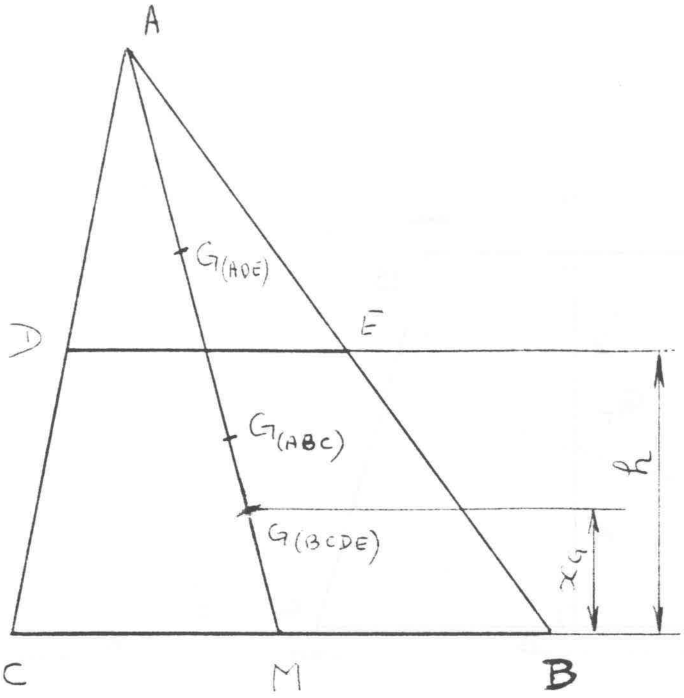
A partir de notions physiques:
- Elaborer des hypothèses,

Calculs utilisant des coordonnées dans un repère:
- avec un tableur,
- par la vérification de coordonnées de vecteurs,

Utilisation du Barycentrede quatre points,

Un changement de point de vue :
- le trapèze est la projection d'un tétraèdre sur un plan.

PROBLEME CLASSIQUE:



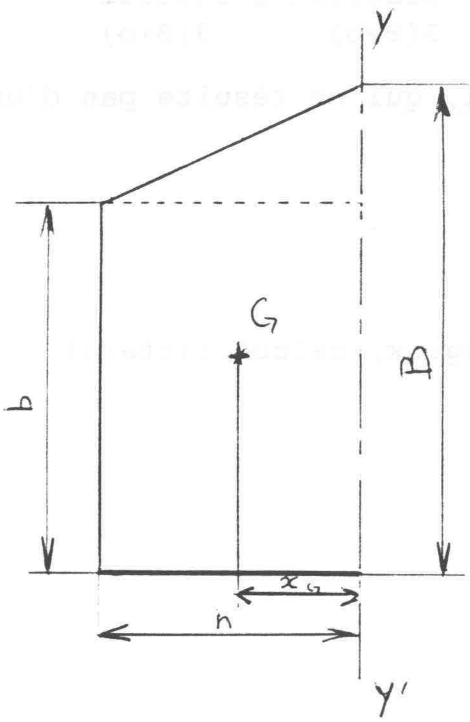
Le cacul n'est pas simple au niveau du bac Pro. Un raisonnement intéressant sur la position par rapport aux médianes est utilisé. Si b et B sont les longueurs des petite et grande bases, la formule obtenue, donnée dans les formulaires , est:

$$x_G = \frac{h(2b+B)}{3(b+B)}$$

La distance de G_T à la petite base est donc symétrique:

$$\boxed{x'_G = \frac{h(2B+b)}{3(B+b)}}$$

Si on utilise le théorème de GULDIN:



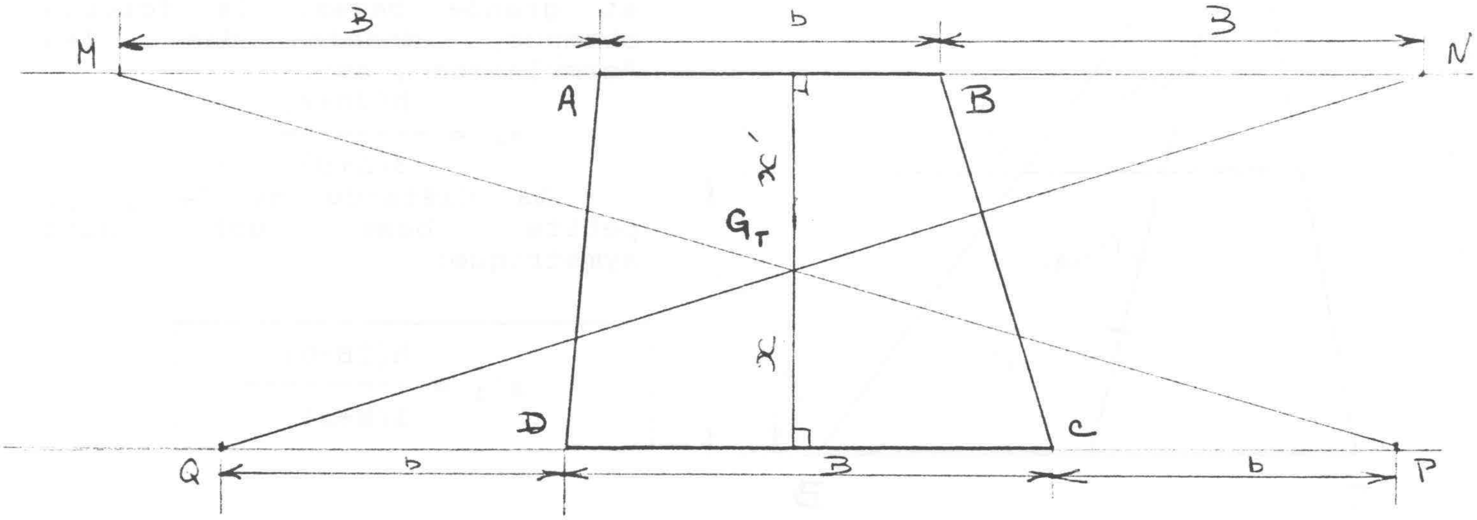
Particulièrement simple dans le cas d'un trapèze, le solide utilisé étant la juxtaposition d'un cylindre et de deux cônes, on utilise:

$$V = \text{Aire} * 2\pi x_G$$

$$\boxed{\pi h^2\left(b+\frac{B-b}{3}\right) = \frac{(B+b)h}{2} * 2\pi x_G}$$

Ce théorème, un peu "spécial" (justification et raisonnement ici très intuitifs), est de moins en moins connu. Ici, il est très performant ! calcul littéral, formules des volumes, une équation, sont les outils nécessaires.

JUSTIFICATION DE LA CONSTRUCTION DONNEE DANS LES FORMULAIRES:



G_T = [MP] ∩ [NQ],
Si x' hauteur de MNGT , x hauteur de PQGT: $x+x' = h$(hauteur ABCD)
Les deux triangles sont homothétiques:

$$\frac{x'}{MN} = \frac{x}{PQ} \quad \text{soit} \quad \frac{x}{2b+B} = \frac{x'}{2B+b} = \frac{x+x'}{3(B+b)} = \frac{h}{3(B+b)}$$

C'est une <u>justification a posteriori</u>, qui ne résulte pas d'une démonstration.

Connaissances utilisées:

homothétie, suite de rapports égaux, calcul littéral.

A PARTIR DE NOTIONS PHYSIQUES, ELABORER DES HYPOTHESES:
(travail effectué en 2nde BEP)

On découpe dans du bristol un trapèze rectangle ABCD tel que:
AB = b = 8 cm;
CD = B = 12 cm;
AD = h = 6 cm.

Par diverses positions d'équilibre: arête de règle, bord de table, suspensions, fil à plomb, on cherche à trouver GT. Mais, si la question est d'abord posée aux élèves, avant toute recherche, ils vont spontanément indiquer divers points remarquables: intersections de médianes ou de diagonales. Donc, ils produisent une hypothèse que l'expérience va infirmer.

Mais ils connaissent le centre de gravité d'un triangle. Une diagonale matérialise deux triangles de centres de gravité G1 et G2: de même G3 et G4 sont ceux obtenus pour les triangles obtenus à partir de la seconde diagonale. L'intersection des segments [G1G2] et [G3G4] donne GT. L'observation de (G1G3G2G4) et de (ABCD) est le point de départ des diverses conjectures et de la mise en oeuvre des calculs. On peut alors vérifier les formules précédentes.

RESOLUTION DU PROBLEME EN UTILISANT DES COORDONNEES DANS UN REPERE

A) AVEC UN TABLEUR: deux possibilités:

1) L'outil est préprogrammé par le professeur.
   - on analyse alors la démarche à effectuer
   - on vérifie que les formules sont bien celles que l'on attend
2) On programme l'outil en classe:

La démarche doit être très fine, descendante.
De quoi avons-nous besoin?
- des positions de G1 et de G2 (coordonnées)
- des aires de ABD et de BCD
- d'un partage de G1G2 proportionnellement aux inverses des aires (des masses, des poids)
- d'un calcul de coordonnées à partir de ces résultats.

Donc toutes les connaissances: distances, milieux, coordonnées diverses, sontsollicitées dans ce travail.
L'aire peut être calculée par la formule de Heron:
$S = \sqrt{[(p(p-a)(p-b)(p-c)]}$
qui a le mérite de généraliser le problème au delà du trapèze.
La validation des résultats est automatique, et si on dessine un quadrilatère convexe sur du bristol quadrillé, on a étendu la possibilité du calcul au delà du trapèze!

B)**EN UTILISANT LES COORDONNEES DANS UN REPERE.**
(Problème donné en activité de recherche dans un bac Productique mécanique)

CALCUL VECTORIEL DANS UN REPERE

OUTILS : LIVRE, COURS, COURS BEP.

Sur une feuille de papier millimétré, en choisissant le cm comme unité de longueur, placer les demi-axes positifs d'un repère orthonormal .
Ce repère sera utilisé pour des vérifications approximatives des résultats, et on effectuera les tracés avec un crayon à mine fine.

1) Placer les points A(0,6); B(8,6); C(12,0); D(0,0).

2) Vérifier la relation $\overrightarrow{AB} = k.\overrightarrow{DC}$. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

3) Les points R,S,P,Q sont les milieux respectifs de [AB], [BC], [CD], [DA]. (RP) et (QS) sont donc les médianes de ABCD. Elles se coupent en O. Calculer les coordonnées de O. (on vérifiera que O, milieu de [QS] est également le milieu de [RP] si on ne trouve aucune justification).

4) Construire les centres de gravité des triangles ABD, ABC, BCD, ADC appelés respectivement G_1 , G_2 , G_3 , G_4 . Exprimer le vecteur $\overrightarrow{DG_1}$ en fonction de $\overrightarrow{DR}$. En déduire les coordonnées de G_1 .

5) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{OG_1}$ et $\overrightarrow{OC}$.
Vérifier que $\overrightarrow{OG_1} = -1/3.\overrightarrow{OC}$.

6) On veut généraliser le résultat précédent.

a) Pour calculer les coordonnées de G_2 , utiliser une méthode semblable à celle utilisée pour celles de G_1 .

b) Vérifier alors que $\overrightarrow{OG_2} = -1/3.\overrightarrow{OD}$. On admet que ce résultat est applicable à $\overrightarrow{OG_3}$ et $\overrightarrow{OA}$, et $\overrightarrow{OG_4}$ et $\overrightarrow{OB}$.

c) Donner le nom de la transformation géométrique qui, à partir du point O et d'un nombre, permet de faire correspondre A, B, C, D à G_3 , G_4 , G_1 , G_2 .

d) Exprimer cette même propriété pour les deux quadrilatères.

7) (G_1 G_3) et (G_2 G_4) sont les diagonales de G_1 G_2 G_3 G_4 . Elles se coupent en G_T . Que représente G_T pour ABCD ? En déduire une construction simple de G_T à partir de la seule connaissance de ABCD.

ANALYSE DE CE PROBLEME:

OBJECTIFS: calcul vectoriel dans un repère.
On rencontre plusieurs propriétés géométriques dans le trapèze, et il faut arriver à reconnaître une homothétie.

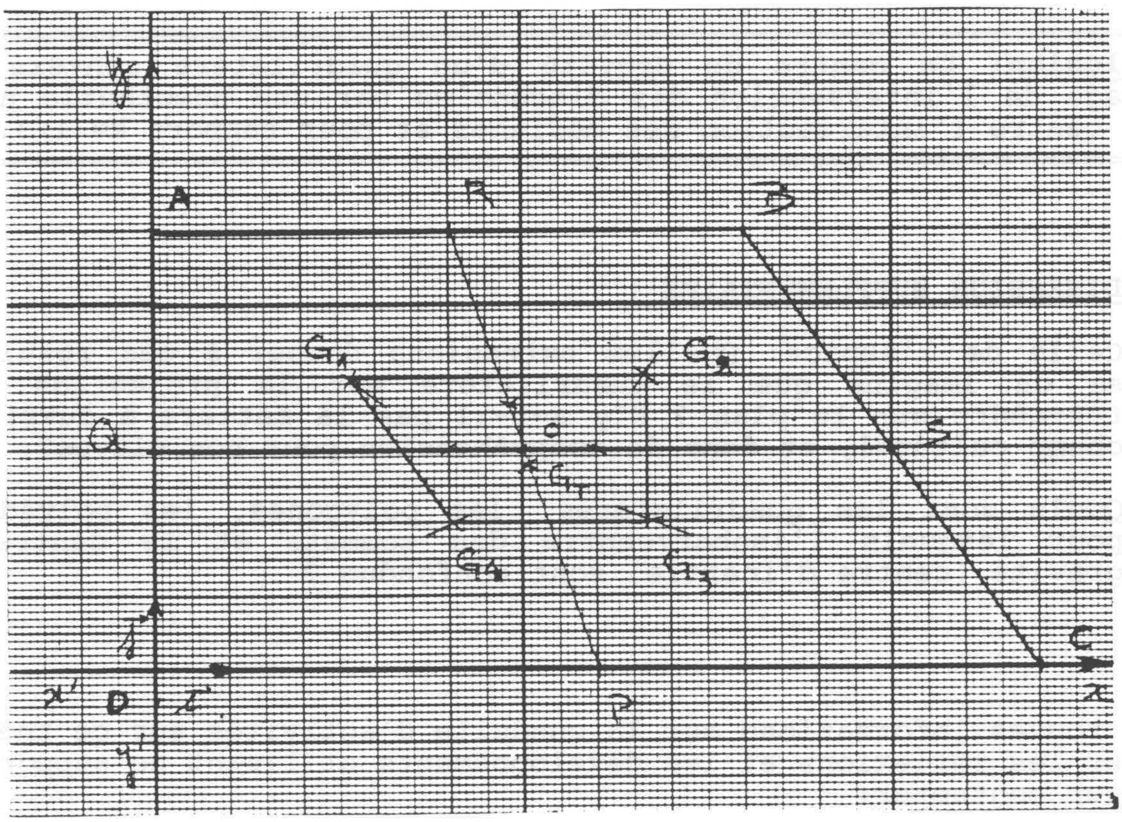
NOTIONS INTRODUITES: On peut, avec cet exercice, à la fois réviser des notions déjà vues, ou en introduire de nouvelles (transformations géométriques: homothétie, affinité).

DIFFICULTES: nombreuses: propriété du point O, coordonnées d'un vecteur, relations vectorielles diverses. C'est pour cela que ce problème est donné à faire en travail de recherche à la maison, avec étude en classe au début de chaque séquence. Il faut le relier à des éléments physiques connus comme la notion de moment, ce qui permet de donner un sens à cette recherche.
On utilise la notion d'isobarycentre des sommets du trapèze et de barycentre des centres d'inertie (de gravité) des différents triangles utilisés, éventuellement, pour justifier, à la fois le rôle du point O, et le rapport -1/3 de l'homothétie de centre O que l'on vérifie ici.

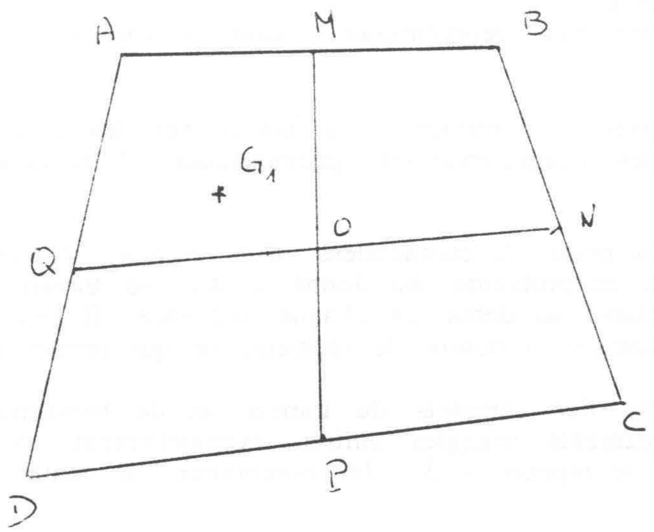
TEMPS PASSE: 15 min en début de cinq séquences.

REMARQUE: La propriété établie est vraie pour tout quadrilatère convexe, mais elle est très facilement conjecturée avec un logiciel comme "Le Géomètre" (Ed. NATHAN).

Quelques élèves ont imaginé les suites géométriques qui découlent du résultat: l'une de raison -1/3, l'autre de raison -3.
On a pu observer alors le rôle de la représentation en maths, par les descriptions des suites de trapèzes et de leurs images successives: deux suites infinies...



UTILISATION DE L'ISOBARYCENTRE D'UN TRAPEZE , D'UN QUADRILATERE CONVEXE QUELCONQUE.



O est l'isobarycentre des points A,B,C,D.
Q est l'isobarycentre de A et D
N est l'isobarycentre de B et C
Mais l'isobarycentre de A,B, D est G1, centre de gravité du triangle ABD et 3.OG1 + OC = 0 et donc OG1 = -1/3 OC
Dans les Bacs Professionnels, la notion de barycentre n'est pas explicitement indiquée, mais il semble bien que dans ce cas, elle soit très simple à mettre en oeuvre et très performante quant aux résultats!

Conclusion: Le centre de Gravité d'un quadrilatère convexe est l'image de l'intersection des diagonales par une homothétie ayant pour centre l'intersection des médianes et pour rapport k=-1/3.

UNE DIMENSION SUPPLEMENTAIRE :

Celle de l'espace: Quelles extensions donner à ces résultats si on imagine que le quadrilatère est la projection d'un tétraèdre sur le plan ? N'y a-t-il pas là matière à ouvrir un champ culturel, et donc de compréhension pour nos élèves?

Quels sont les quadrilatères, les polygones, les polyèdres, pour lesquels l'isobarycentre des sommets et le centre de gravité (centre d'inertie) sont confondus ?

Pour toutes informations sur la conduite d'activités sur ce thème, et sur les réflexions et les développements utilisant ce support, on peut contacter:

J. REGOURD , LP 29 BD GUITTON, 85000 La Roche sur Yon

COMMANDE NUMERIQUE

ET VECTEURS

Il n'est pas besoin de connaitre le langage LOGO pour utiliser ces procédures et il est très facile de les faire utiliser aux élèves pour vérifier les calculs. Bien entendu, elles ne remplacent pas un véritable simulateur mais elles sont à notre avis suffisantes pour vérifier que nos calculs sont corrects. Elles vous permettront donc de valider en classe les résultats obtenus par les élèves (les simulateurs sont en effet en petit nombre et difficilement accessibles).

Si votre établissement ne possède pas de LOGO nous ne saurions trop vous conseiller de l'acheter: vous trouverez beaucoup d'applications pour les sections industrielles.

Si vous ne connaissez pas le LOGO, il suffit de recopier bien soigneusement les procédures après avoir chargé le LOGO+ dans votre compatible PC (faites-vous quand même expliquer le fonctionnement de l'éditeur et comment sauver votre travail...). Pour ceux que ça intéresse, nous commentons ces procédures à la page suivante et nous sommes intéressés par les améliorations que vous pourriez y apporter ou par les autres solutions que vous proposeriez.

Comment les utiliser ?

ces procédures permettent de déplacer la tortue LOGO à partir du point où elle se trouve jusqu'à un autre point défini par ses coordonnées données comme étant une liste de deux nombres mis entre crochet.
On peut se déplacer de 6 façons possibles :

ALLERA [25 100] : la tortue va au point de coordonnées (25 ; 100) sans laisser de trace.

DROITE [25 100] : la tortue va en ligne droite au point de coordonnées (25; 100)

ARCG [25 100] 30 : la tortue va au point de coordonnées (25 100) en tracant un petit arc de cercle de rayon 30 et en tournant vers la gauche, c'est à dire dans le sens trigonométrique.

ARCD [25 100] 30 : même chose mais la tortue tourne dans le sens inverse

GRARCD [25 100] 30 : la tortue trace le grand arc de cercle en tournant vers la droite

GRARCG [25 100] 30 : la tortue trace le grand arc de cercle en tournant vers la gauche.

CERCLE [40 65] 12 : la tortue trace un cercle de centre (40;65) et de rayon 12. A la fin de l'opération, elle est positionnée sur le cercle au point (40; 77).

Tout programme doit commencer par l'indication de l'origine et de l'échelle (du repère diraient les prof de math...)
Rappelons qu'en LOGO l'origine des axes est au milieu de l'écran. Si vous voulez mettre votre origine dans le coin en bas de votre écran et que vous avez une carte HERCULE, votre programme devra commencer par

DONNE "O [-360 -165]

ce qui peut se traduire par "donne le nom O au point (-350 -165) dans le repère LOGO "
ou "donne la valeur (-350 -165) au point O".

L'échelle est donnée par l'instruction du type

DONNE "ECH 4

donne la valeur 4 à l'échelle.

Attention ces procédures ne gèrent pas les erreurs, en particulier si vous demandez de joindre un point à une distance supérieure au diamètre de l' arc vous obtiendrez vraisemblablement le message d'erreur suivant

RC N'AIME PAS [...] COMME DONNEE

RC signifie Racine Carrée et l'expression entre crochets est négative...

Quelques commentaires sur les procédures :

En LOGO, le plan a un repère dont l'origine se trouve au milieu de l'écran . On peut avoir intérêt à déplacer cette origine dans le coin inférieur de l'écran ou tout autre point:
La procédure CHANGEO *transforme les coordonnées utilisateur en coordonnées du repère LOGO. :O contient les coordonnées de la nouvelle origine dans le repère LOGO.*

La procédure POSO *transforme les coordonnées du repère LOGO en coordonnées du repère choisi par vous.*

CAPSUIVANT *rends le CAP que va devoir prendre la tortue pour rejoindre le point* :XY. *Notons que* ATN *n'est pas l'arctang mais est un angle compris entre −180 et + 180, ce qui est bien pratique. ATN(x y) = Arctan(x/y) si cos(x) > 0*
ATN(x y) = −Arctan(x/y) si cos(x) < 0

ANGLE *est le demi angle au centre du cercle de rayon :R passant par le point courant et le point de coordonnées* :XY

Avec DROITE, *la tortue commence par viser le point à atteindre puis elle le rejoint*

ARCG ARCD GRARCG GRARCD CERCLE *dessinent des lignes polygonales régulières inscrites dans les cercles de rayon* :R . *(Pour un cercle complet, il y a 180 cotés; pour un petit arc de demi angle au centre* A *degrés, il y a* A *cotés; pour le grand arc il y a donc* 180 − A *cotés. La procédure met la tortue dans la bonne direction (tangente à l'arc de cercle) puis on décrit le nombre de cotés voulus de longueur* 2Rsin 1° *en tournant à chaque fois de 2°.*
La dernière commande de ces procédures (FPOS CHANGEO :XY)
permet de s'assurer que la tortue est bien arrivée à destination.

UN PROGRAMME LOGO+ POUR SIMULER LA COMMANDE NUMERIQUE

12 procédures:

```
POUR CARRE :X
RENDS :X * :X
FIN
```

```
POUR CHANGEO :XY
RENDS PH (:ECH * (PREM :XY) + (PREM :O)) (:ECH * (DER :XY) + (DER :O))
FIN
```

```
POUR POSO
RENDS PH ((PREM POS) - (PREM :O)) / :ECH ((DER POS) - (DER :O)) / :ECH
FIN
```

```
POUR CAPSUIVANT :XY
RENDS ATN ((PREM :XY) - (PREM POSO)) ((DER :XY) - (DER POSO))
FIN
```

```
POUR ANGLE :XY :R
DONNE "C (CARRE ((PREM :XY) - PREM POSO)) + CARRE ((DER :XY) - DER POSO)
SI EGAL? 4*:R*:R :C [RENDS 90] [RENDS ATN (RC (:C / (4*:R*:R-:C)))]
FIN
```

```
POUR DROITE :XY
FCAP CAPSUIVANT :XY
FPOS CHANGEO :XY
FIN
```

```
POUR ALLERA :XY
LC
DROITE :XY
BC
FIN
```

```
POUR ARCD :XY :R
FCAP (CAPSUIVANT :XY) - ANGLE :XY :R
REPETE (ARRONDIS ANGLE :XY :R) [AV 2 * :ECH * :R * SIN 1 TD 2]
FPOS CHANGEO :XY
FIN

POUR ARCG :XY :R
FCAP ( CAPSUIVANT :XY ) + ANGLE :XY :R
REPETE ( ARRONDIS ANGLE :XY :R ) [AV 2 * :ECH * :R * SIN 1 TG 2]
FPOS CHANGEO :XY
FIN

POUR GRARCD :XY :R
FCAP ( CAPSUIVANT :XY ) + 180 + ANGLE :XY :R
REPETE ( 180 - ARRONDIS ANGLE :XY :R ) ) [AV 2 * :ECH * :R * SIN 1 TD 2]
FPOS CHANGEO :XY
FIN



POUR GRARCG :XY :R
FCAP (CAPSUIVANT :XY) + 180 - ANGLE :XY :R
REPETE (180 - (ARRONDIS ANGLE :XY :R)) [AV 2 * :ECH * :R * SIN 1 TG 2]
FPOS CHANGEO :XY
FIN



POUR CERCLE :XY :R
LC
FPOS CHANGEO :XY
BC
FCAP 0
AV 2
RE 4
AV 2
TD 90
AV 2 RE 4
AV 2
FCAP 0
LC AV :R * :ECH
BC
TD 90
REPETE 180 [AV 2 * :R * SIN 1 * :ECH TD 2]
FIN
```

Exemple d'utilisation des procédures

On pourrait trouver d'autres solutions pour les pieces ci dessous en faisant une boucle, mais on oublierait alors le but qui est de verifier nos calculs

```
POUR PIECE2
VE
DONNE "ECH 4
DONNE "O [-300 -160]
ALLERA [0 0]
DROITE [150 0]
DROITE [150 10]
DROITE [96.21 53.79]
ARCG [53.79 53.79] 30
DROITE [0 10]
DROITE [0 0]
ALLERA [85 45]
ARCG [65 45] 10
DROITE [65 30]
ARCG [85 30] 10
DROITE [85 45]
FIN

POUR PIECE3
VE
DONNE "ECH 1.5
DONNE "O [-300 -160]
ALLERA [38.32 0.16]
DROITE [248.32 20.16]
ARCG [277.78 67.27] 35
DROITE [238.02 173.56]
ARCG [27.81 159.69] 110
DROITE [0.893 42.855]
ARCG [38.32 0.16] 35
CERCLE [135 135] 90
FIN

POUR PIECE4
VE
DONNE "ECH 2
DONNE "O [-300 -160]
ALLERA [108.71 25.97]
ARCD [150.47 36.89] 35
GRARCG [150.47 83.11] 25
ARCD [108.71 95.03] 35
GRARCG [108.71 25.97] 60
FIN

POUR PIECE5
VE
DONNE "ECH 2
DONNE "O [0 0]
ALLERA [90.47 23.11]
ARCD [48.71 35.03] 35
GRARCG [48.71 -35.03] 60
ARCD [90.47 -23.11] 35
GRARCG [90.47 23.11] 25
FIN

POUR PIECE6
VE
DONNE "ECH 2
DONNE "O [0 0]
ALLERA [98.07 -19.54]
ARCD [104.92 -10.95] 12
ARCG [104.92 10.95] 12
ARCD [98.07 19.54] 12
ARCG [48.89 87.23] 100
ARCD [42.83 96.4] 12
ARCG [22.01 103.17] 12
ARCD [11.72 99.31] 12
ARCG [-67.85 73.46] 100
ARCD [-78.45 70.52] 12
ARCG [-91.31 52.82] 12
ARCD [-90.83 41.83] 12
ARCG [-90.83 -41.83] 100
ARCD [-91.32 -52.82] 12
ARCG [-78.45 -70.53] 12
ARCD [-67.85 -73.46] 12
ARCG [11.72 -99.32] 100
ARCD [22.01 -103.17] 12
ARCG [42.831 -96.403] 12
ARCD [48.89 -87.23] 12
ARCG [98.07 -19.54] 100
ALLERA [0 0]
FIN

POUR FLASQUE
VE
DONNE "ECH 5
DONNE "O [0 0]
ALLERA [3.5 30.93]
DROITE [3.5 32.31]
ARCG [-3.5 32.31] 32.5
DROITE [-3.5 30.93]
ARCD [-8.71 23.43] 8
ARCG [-22.73 -10.41] 25
ARCD [-24.35 -19.4] 8
DROITE [-25.32 -20.37]
ARCG [-20.37 -25.32] 32.5
ARCD [-10.41 -22.73] 8
ARCG [10.41 -22.73] 25
ARCD [19.4 -24.35] 8
DROITE [20.37 -25.32]
ARCG [25.32 -20.37] 32.5
DROITE [24.35 -19.4]
ARCD [22.73 -10.41] 8
ARCG [8.71 23.43] 25
ARCD [3.5 30.93] 8
CERCLE [0 0] 23
CERCLE [0 29.5] 1.5
CERCLE PH PROD 29.5 COS -135 PROD 29.5 SIN -135 1.5
CERCLE PH PROD 29.5 COS -45 PROD 29.5 SIN -45 1.5
FIN
```