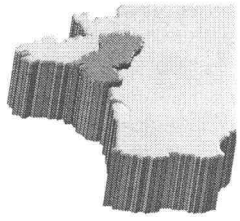
IREM

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES
DES PAYS DE LA LOIRE



L'enseignement des mathématiques par situations-problèmes

Année scolaire 1990/1991

La proportionnalité
du CM2 à la seconde

RECHERCHES DIDACTIQUES — FORMATION DES MAÎTRES

IREM des Pays de la Loire
Centre de Nantes
2, rue de la Houssière – BP 92208
44322 NANTES CEDEX 03

Format : A4 *121 pages* *Prix : 5 €*

L'enseignement des mathématiques par situations-problèmes

Le Mans

L'enseignement des mathématiques par situations-problèmes

La proportionnalité
du CM2 à la seconde

Année scolaire 1990 / 1991

IREM

Ce document a été réalisé à partir de recherches effectuées à l'I.R.E.M. des Pays de la Loire - Centre du Mans, et des travaux et expérimentations menés dans le cadre d'un stage P.A.F. sur l'enseignement des mathématiques au collège, pendant l'année 1990-91.

La frappe a été réalisée par Laurence GIRARD.

AVANT-PROPOS

L'ENSEIGNEMENT PAR SITUATIONS-PROBLEMES

Comment concevoir l'apprentissage de la notion de proportionnalité dans le cadre d'un enseignement par situations-problèmes? C'est à cette question que répond ce nouveau document du Centre du Mans de l'I.R.E.M. des Pays de Loire. Avant d'aborder les problèmes spécifiques que pose la proportionnalité, il convient de revenir sur quelques conceptions qui président à l'enseignement par situations-problèmes.

Dans l'enseignement des mathématiques, connaître un concept ou une procédure mathématiques ne peut pas se résumer à la capacité d'énoncer une définition ou un algorithme. Il s'agit d'abord, et surtout, d'être capable de savoir reconnaître les situations dans lesquelles concept ou procédure peuvent permettre de résoudre les problèmes posés. Autrement dit, ce qui donne sens aux connaissances mathématiques ce sont les problèmes qu'elles permettent de résoudre. Selon Bachelard, *"C'est précisément ce sens du problème qui donne la marque du véritable esprit scientifique. Pour un esprit scientifique, toute connaissance est réponse à une question"* [1]. L'enseignement par situations-problèmes, le mot problème le souligne, répond aux conceptions bachelardiennes en donnant toute leur place aux problèmes dans l'enseignement des mathématiques.

Le mot problème correspond à une autre préoccupation pédagogique : le problème donne sens aux connaissances mathématiques, mais il peut également donner sens à l'activité mathématique elle-même. Comment et pourquoi un élève peut-il avoir envie de se lancer dans cette activité intellectuelle qu'est l'activité mathématique? Sur cette question, disons que le problème peut constituer un défi intellectuel que l'élève souhaite relever.

Mais l'enseignement par situations-problèmes n'est pas simplement un enseignement où les élèves sont mis souvent face à des énoncés de problèmes. Le mot situation ajouté à celui de problème signifie qu'une situation-problème est aussi une

---

[1] BACHELARD, *La formation de l'esprit scientifique*, Vrin, Paris, p.14.

situation de construction ou de réinvestissement de savoirs. C'est à dire que, pour l'enseignant, une situation-problème est à la fois un énoncé de problème et une liste d'objectifs épistémologiques qui visent des connaissances mathématiques.

L'enseignement par situations-problèmes pose ainsi d'emblée la question essentielle de l'articulation entre problèmes et concepts, ou savoirs. En effet, un problème ne peut suffire à la construction d'un savoir, et plusieurs savoirs sont nécessaires à la résolution d'un même problème. C'est donc en terme de champ de problèmes et de champ de concepts, ou de savoirs, qu'il faut concevoir un tel enseignement. Pour l'enseignant, l'élaboration d'un champ de problèmes nécessite également une réflexion préalable sur l'articulation des problèmes entre eux [2].

L'objectif de construction de savoirs par les élèves réclame enfin d'analyser les obstacles épistémologiques que les élèves peuvent rencontrer dans cette construction. Citons encore Bachelard : *"En fait, on connaît contre une connaissance antérieure, en détruisant des connaissances mal faites, en surmontant ce qui, dans l'esprit même, fait obstacle à la spiritualisation"* [3].

En amont de l'élaboration d'un enseignement par situations-problèmes, il y a donc une réflexion épistémologique sur les concepts et les savoirs, et particulièrement sur leur sens comme instruments de résolution de problèmes. Ici, l'histoire des mathématiques peut être une source de réflexion précieuse, comme le montre le chapitre de cette brochure écrit par Gilles ITARD.

Mais, en aval de l'élaboration d'un enseignement par situations-problèmes, il y a nécessairement une réflexion d'ordre didactique et pédagogique. Elle concerne la séquence d'enseignement proprement dite : situer la situation-problème dans la progression d'une classe, rédiger de "bons énoncés"[4], élaborer une stratégie d'enseignement, gérer la classe, répondre aux questions des élèves, faire des remises en commun des recherches des élèves, organiser un débat scientifique, observer les élèves, analyser les obstacles didactiques, analyser les remarques, les productions et les erreurs des élèves, évaluer la séquence d'enseignement, la situation proprement dite et les élèves. L'enseignement par situations-problèmes concerne donc

---

[2] se reporter au chapitre "Formation des concepts et construction du savoir" dans BKOUCHE, CHARLOT, ROUCHE, *Faire des mathématiques : le plaisir du sens*, Armand Colin, 1991.

[3] idem

[4] voir *L'enseignement par situations-problèmes au collège*, n°1, I.R.E.M. du MANS

directement les pratiques enseignantes. Ceci est un élément très important dans la conception d'un stage consacré à cet enseignement, comme le souligne Geneviève LAIZE dans cette brochure.

L'enseignement par situations-problèmes se réfère donc à la fois à des énoncés de problèmes, à des objectifs d'enseignement d'ordre épistémologique et à des choix de pratiques enseignantes d'ordre didactique. Ces trois ingrédients interviennent dans la conception, l'élaboration et l'évaluation des situations-problèmes proposées dans cette brochure sur la notion de proportionnalité.

Evelyne BARBIN

SOMMAIRE

AVANT-PROPOS ..... p. 3

Evelyne BARBIN

CHAPITRE I : UNE SITUATION-PROBLEME POUR LA CONSTRUCTION DU CONCEPT DE PROPORTIONNALITE ... p. 9

Eliane DAMBRINE - Joël HERRAULT - Geneviève LAIZE - Gérard MATHIAS - Marie-Edith PAPIN

I.1. La proportionnalité de la 6ème à la 3ème dans les programmes ..... p. 9
I.2. Présentation de la situation-problème ..... p. 12
I.3. Compte rendu dans une classe de sixième de Bessé sur Braye ..... p. 22
I.4. Compte rendu de l'expérimentation en 3ème conduite par Gérard Mathias ..... p. 34

CHAPITRE II : RECHERCHE DIDACTIQUE ET FORMATION DES ENSEIGNANTS ..... p. 65

Geneviève LAIZE

II.1. Gestion d'un stage de formation recherche ..... p. 65
II.2. Compte rendu d'expériences d'un stagiaire ..... p. 68
II.3. Situations-problèmes et pratiques enseignantes ..... p. 82

CHAPITRE III : APPORT DES AUTRES MATIERES DANS LA CONSTRUCTION DU CONCEPT DE PROPORTIONNALITE .... p. 85

Annette GRAVIER

III.1. Application de la notion de proportionnalité à la lecture ..... p. 86
III.2. Etude des variations de la consommation d'oxygène : Proportionnalité en biologie ..... p. 89
III.3. Proportionnalité en instruction civique : la déclaration d'impôts ..... p. 91
III.4. Proportionnalité en histoire-géographie : travail sur l'URSS ..... p. 98

CHAPITRE IV : LE THEOREME DE THALES : QUELQUES ENJEUX ECLAIRES PAR L'HISTOIRE ..... p. 101

Gilles ITARD

CHAPITRE V : PROPORTIONNALITE DE LA TROISIEME A LA SECONDE ..... p. 109

Michel DUPLESSIS - Daniel LEBON

V.1. La proportionnalité dans le programme de seconde ..... p. 109
V.2. Deux pistes pour une tentative de remédiation ..... p. 110
V.3. Des idées "en vrac" issues de la géométrie ..... p. 113

CHAPITRE I

UNE SITUATION-PROBLEME POUR LA CONSTRUCTION DU CONCEPT DE PROPORTIONNALITE

I.1. La proportionnalité de la 6ème à la 3ème dans les programmes

A l'école primaire, la notion de proportionnalité est abordée au cours moyen et la part qui lui est réservée dans les programmes est relativement importante ; mais on constate chez les élèves de 6ème une grande disparité, certains élèves ayant beaucoup travaillé cette notion, ayant appris des "trucs" (produit en croix...), d'autres n'en ayant aucun souvenir. Des enfants auront, pendant 2 ou 3 semaines, voire plus, manipulé des grandeurs proportionnelles, rempli des tableaux, trouvé des coefficients de proportionnalité... et auront des réflexes en arrivant au collège.

Extrait du programme et des instructions du cours moyen :

> Reconnaissance et utilisation des fonctions numériques : $n \mapsto n + a$ et $n \mapsto n \times a$, et leurs réciproques, définies dans l'ensemble des nombres décimaux. Problèmes relevant de ces fonctions et plus particulièrement de la proportionnalité (exemple de la règle de trois).

5.3.2 On s'attachera à mettre en évidence et à utiliser **la proportionnalité**, propriété caractéristique des fonctions $n \longmapsto n \times a$, a étant un naturel ou un décimal, voire une fraction simple.

Ainsi, dans le tableau suivant, résultant par exemple de l'analyse d'une situation, la proportionnalité est vérifiée :

2	2,5	4	4,5	7	8	9
5	6,25	10	11,25	17,5	20	22,5

On remarque en effet que :

— *si à 2 correspond 5 et à 2,5 correspond 6,25* } *alors à (2 + 2,5) correspond (5 + 6,25)*

— *si à 4,5 correspond 11,25, alors à (2 × 4,5) correspond (2 × 11,25)*

Dès lors, en utilisant ces propriétés, on peut trouver le nombre :

Qui correspond à 5 : *2 × 6,25 correspondant à 2 × 2,5 ou 17,5 — 5, correspondant à 7 — 2*

Qui correspond à 14 : *2 × 17,5 correspondant à 2 × 7 ou (3 × 10) + 5,*

De telles propriétés seront utilisées, par exemple pour compléter un tableau, sans qu'il soit nécessaire de déterminer, ni de désigner la fonction mise en jeu (ou encore le coefficient de proportionnalité). Elles ne sauraient être étudiées pour elles-mêmes : elles seront découvertes et utilisées, sans formalisation, lors de l'étude de situations appropriées. Elles interviennent dans l'analyse et la résolution de problèmes d'échelle, de conversion, de pourcentage, etc. et plus généralement des problèmes résolus autrefois par la règle de trois.

5.3.3 Il importe toutefois que les élèves sachent reconnaître l'existence de la proportionnalité, et ceci bien qu'en général un seul couple de nombres leur soit fourni. *Par exemple : « 2 cm sur la carte représentent 2,5 km sur le terrain. Quelle est la distance qui, sur le terrain, correspond à 6 cm sur la carte ? »*

Des expériences préalables ont dû permettre de constater que les distances sur le terrain et sur la carte sont proportionnelles. Les élèves peuvent alors déterminer que :

Le correspondant de 6 = 2 × 3 (en cm) est 2,5 × 3 (en km), sans qu'il soit ici nécessaire d'expliciter le coefficient de proportionnalité (en l'occurrence « l'échelle »).

Ainsi, c'est le plus souvent l'analyse de la situation qui permet à l'élève de reconnaître l'existence ou non de la proportionnalité.

Ce programme prévoit la reconnaissance de l'existance ou non de la proportionnalité, mais dans la plupart des cas, les élèves auront fait "fonctionner" la proportionnalité et rencontré peu de contre-exemples. Tout se passe comme s'il était naturel que des grandeurs soient proportionnelles.

Il serait souhaitable d'envisager une réflexion commune école-collège sur l'apprentissage du concept lui-même.

En 6ème, curieusement, la proportionnalité a pratiquement disparu des programmes, on trouve uniquement en lien avec elle :

- Appliquer un taux de pourcentage
- Effectuer pour longueurs et aires des changements d'unité de mesure
- Multiplication d'une grandeur par $\frac{a}{b}$.

Ces trois points peuvent d'ailleurs être traités sans qu'il ne soit fait allusion explicitement à la proportionnalité.

C'est **en cinquième** qu'on exige des élèves :

- de savoir reconnaître la proportionnalité sur un tableau ou sur un graphique ;
- de déterminer une 4ème proportionnelle ;
- de savoir calculer un taux de pourcentage ;
- d'appliquer ces notions dans les calculs et l'utilisation d'échelles, de vitesses...

En quatrième, la mise en oeuvre de nouveaux outils de représentation accentue la maîtrise des situations de proportionnalité. On exige des élèves de savoir traduire une situation de proportionnalité par une relation du type $y = ax$. Le passage de la porportionnalité à l'application linéaire et l'utilisation de ce nouvel outil peuvent poser problème aux élèves (et à leurs professeurs...).

On retrouve la mise en oeuvre de la proportionnalité dans les problèmes de vitesse, débit, pourcentages, indices, etc... Et le cosinus d'un angle aigu se définit comme coefficient de proportionnalité entre les longueurs de segments et celles de leurs projetés orthogonaux.

Dans le **programme de troisième**, la proportionnalité apparaît à travers les notions suivantes :

- applications affines (proportionnalité des accroissements) ;
- traduction d'une augmentation ou d'une diminution exprimée en pourcentage par une application linéaire ;
- propriété de Thalès ;
- effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur aires et volumes.

En conclusion, on constate que l'acquisition du concept de proportionnalité s'étale sur six ans. La mathématisation de cette notion en quatrième reste une étape délicate, en effet, si on considère l'évalution de APM en fin de 4ème, on constate un faible taux de réussite sur ce sujet (environ 20 % lorsqu'il s'agit d'écrire une relation du type $y = ax$, 8 % pour la représentation graphique d'une application linéaire...).

I.2. Présentation de la situation-problème

I.2.a. Pourquoi le concept de proportionnalité ?

Le choix de la proportionnalité tient à ce que cette notion est présente en elle-même ou à travers d'autres du primaire à l'université. Beaucoup d'enquêtes ont montré la difficulté des adultes (y compris des futurs enseignants) pour résoudre des problèmes liés à la proportionnalité.

D'après Hans Freudenthal, mathématicien hollandais, chez les normaliens, le "rapport" est souvent devenu un phénomène complètement algorithmisé et automatisé. Les objets mentaux "relativement" et "rapport" ont été **bloqués par des associations numériques**.

Ces normaliens ont une grande difficulté à créer des modèles pour ouvrir aux élèves l'accès aux objets mentaux : ils ne saisissent même pas l'importance de tels modèles. Ceci est manifestement une **conséquence de leur propre démarche d'apprentissage du rapport, directement orientée vers les algorithmes**.

Hans Freudenthal formule l'hypothèse que les sources premières de compréhension ont été obstruées et que le retour vers la compréhension est bloqué par les processus d'algorithmisation et d'automatisation. Il estime qu'il est le plus souvent nécessaire, mais non suffisant, que les algorithmes et automatismes soient acquis par intuition. *L'apprentissage doit être dirigé de telle sorte que les sources d'intuition ne soient pas bloquées pendant le processus d'algorithmisation et d'automatisation* . Ceci peut être obtenu en retournant à coups répétés, durant ce processus et même après, aux sources de l'intuition.

En ce qui concerne "relativement" et le "rapport", cela implique que les modèles visuels soient rappelés à coups répétés et abstraits en modèles de pensée. *Ce qui est erroné dans beaucoup de méthodes, c'est d'être satisfait de l'unicité de certains passages décisifs dans le processus d'apprentissage et d'exercices répétés des conséquences de ces passages plutôt que de répéter les passages eux-mêmes* .

Dans les nouveaux programmes de collège, le terme *proportion* est de retour avec un apprentissage en spirale (cf. I.1.). En sixième, rien n'est exigé à propos de proportionnalité. Ce mot n'apparaît pas.

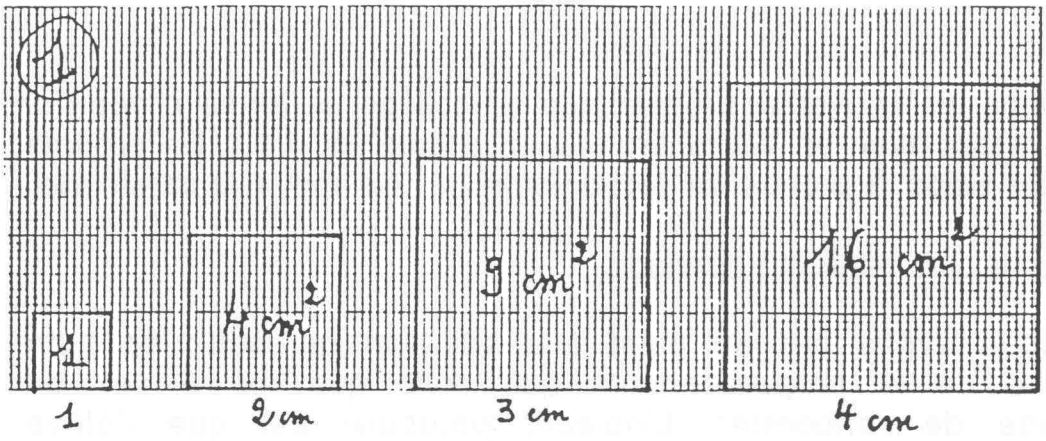
I.2.b. La situation-problème

Nous avons mis au point une situation qui soit une autre approche de la proportionnalité que celle que les élèves ont l'habitude de rencontrer. L'objectif poursuivi est que l'élève, quelques soient ses connaissances sur le plan algorithmique, soit capable de reconnaître si une situation met en relation des grandeurs proportionnelles ou non. Nous avons donc cherché des exemples de situations où il y a proportionnalité et d'autres où il n'y a pas proportionnalité en nous imposant une variété de présentations et un équilibre entre les textes, les tableaux, les graphiques, les dessins. Les élèves n'ont pas de problèmes à résoudre, ils doivent classer ces situations, avec ou sans aide suivant leur niveau, puis donner leurs critères de classement.

Voilà ci-après le document de base qui a été proposé dans une classe de 6ème d'un formateur (voir I.2.c.), la consigne a été ensuite revue, le document a alors été soumis à une deuxième classe de 6ème (voir I.2.d.).

Il est intéressant, pour le lecteur, de classer ces situations avant de lire les comptes rendus qui vont suivre.

(1)

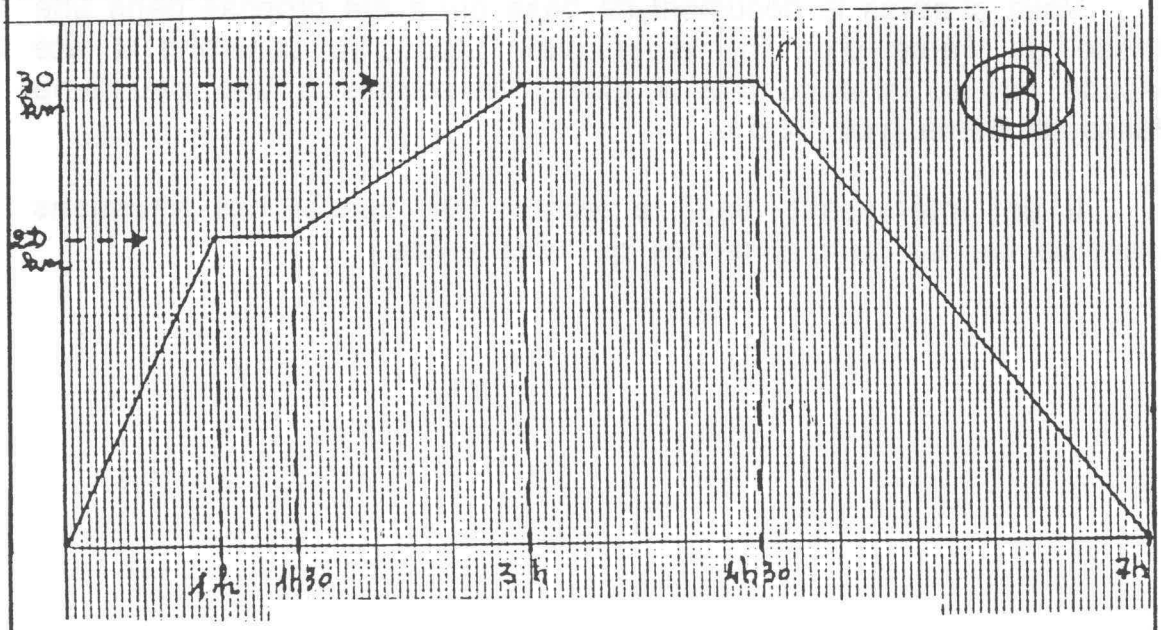


Voici les correspondances entre la longueur d'un pied et la pointure de la chaussure correspondante

Longueur du pied en cm	18	22	26	28
Pointure.	27	33	39	42

(2)

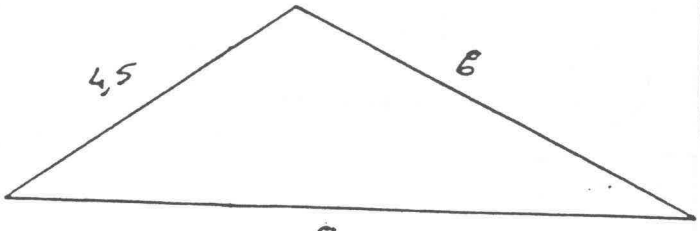
(3)



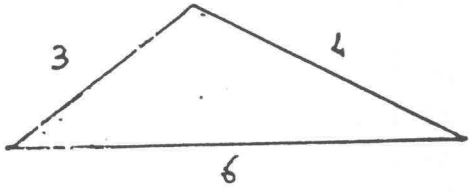
Deux amis partent en vélo. Durant la 1e heure, ils parcourent 20 km. Entre 1 h et 1h 30, ils déjeunent. Entre 1h 30 et 3 h, ils roulent durant 10 km. De 3 h à 4h 30, ils visitent un château. Entre 4h 30 et 7 h, ils reviennent à leur point de départ.

(4)

LIQUIDE VAISSELLE "SOLEIL"
1500 ml
le litre 9,60 F
soit
14 F 40



(6)



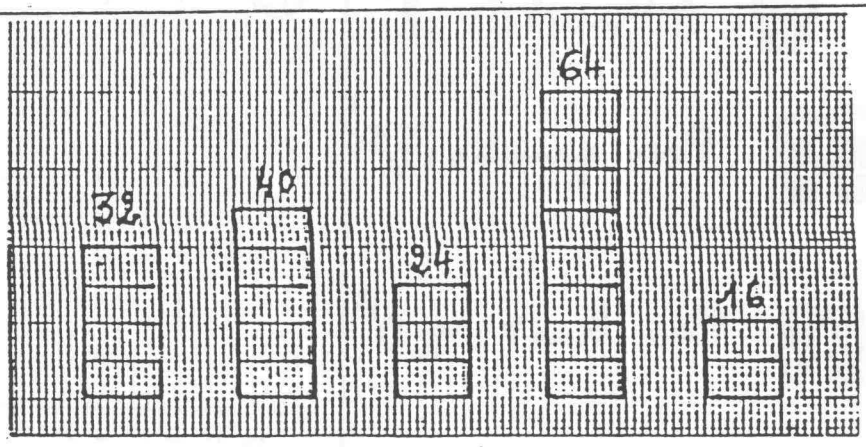
Lorsqu'une voiture roule à 50 km/h, il lui faut 15 mètres pour s'arrêter.
Lorsqu'une voiture roule à 70 km/h, il lui faut 35 mètres pour s'arrêter.
Lorsqu'une voiture roule à 90 km/h, il lui faut 60 mètres pour s'arrêter.
Lorsqu'une voiture roule à 110 km/h, il lui faut 85 mètres pour s'arrêter.

(5)

(7)

correspondance entre francs français et marks allemands

D Mark	1	2	5	10	20
Franc	3,50	7,00	17,50	35	70

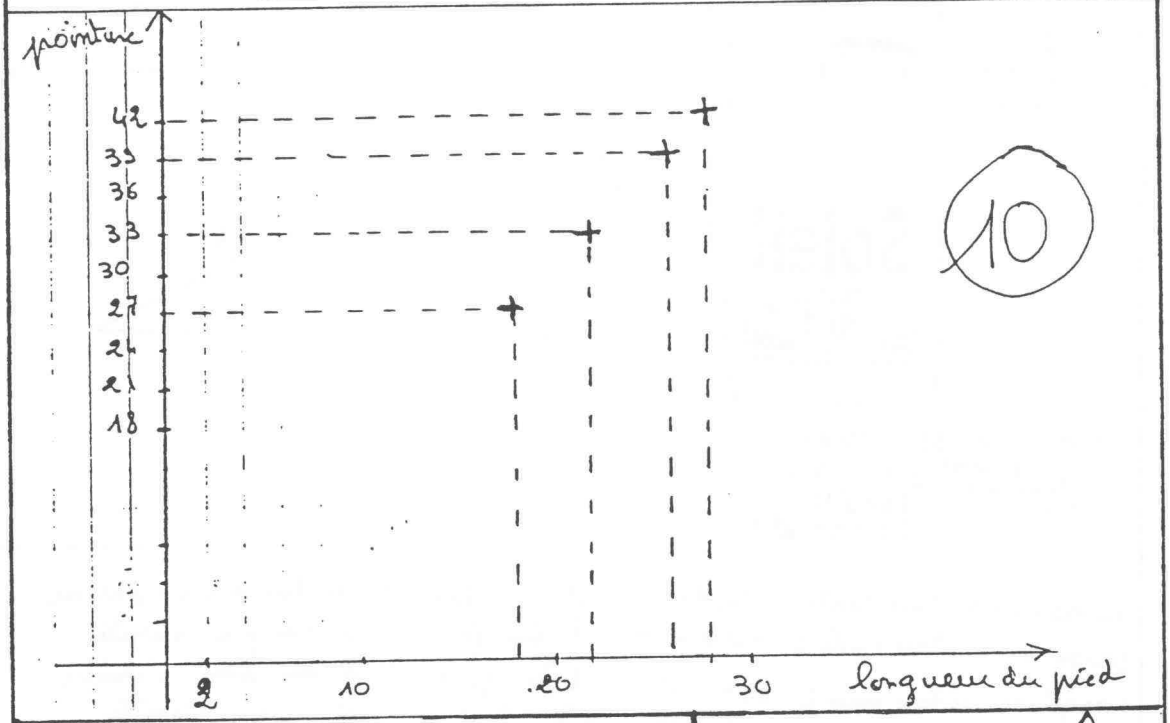


(8)

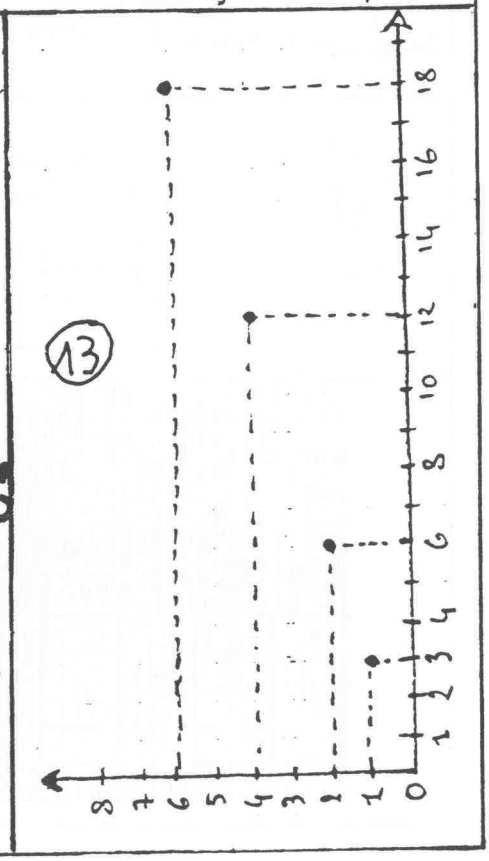
Recette d'un flan :

(9)

Pour	oeufs	sucre	farine	beurre
4 personnes	4	120	100	50
6 personnes	6	180	150	75



(10)

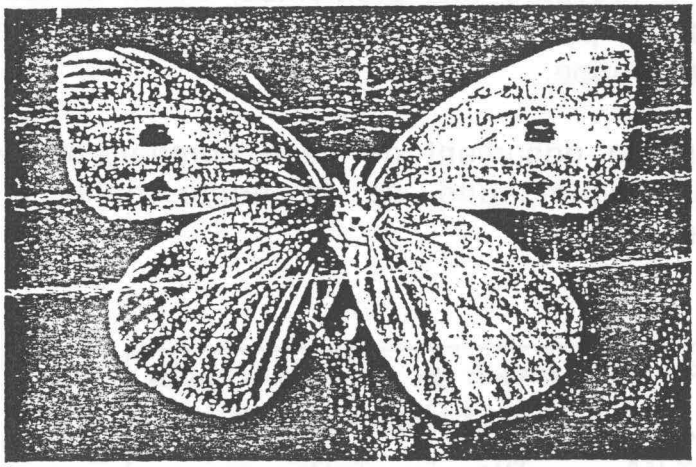


(11)

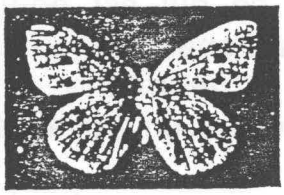
Pierre et Marc sont deux frères. On a indiqué ci-dessous leurs ages respectifs à différentes dates.

age de Pierre	1	3	8	15
age de Marc	4	6	11	18

Agrandissement en photographie



format 6 × 9 (en cm)



format 24 × 36 (en mm)

En photographie, le *négatif* ou cliché est l'image photographique sur film; *l'épreuve* est un exemplaire tiré sur papier d'après un négatif.

(15)

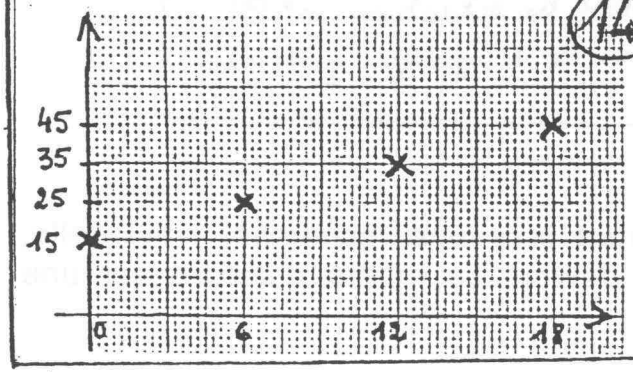
Voici deux *épreuves* tirées avec le même *négatif*.
La *petite* a exactement les dimensions du négatif : 24 mm et 36 mm.
La *grande* a été obtenue à l'aide d'un *agrandisseur*; ses dimensions sont 6 cm et 9 cm.

Dans ma cuve à fuel, il restait 2000 litres lorsque j'ai allumé le chauffage. J'ai ensuite relevé le nombre de litres restant dans la cuve à la fin de chaque semaine pendant 6 semaines. Les résultats sont notés dans le tableau ci-contre

(17)

nombre de semaines	nombre de litres restant
1	1850
2	1750
3	1585
4	1430
5	1270
6	1120

(14)



(16) Chez l'épicier, un kilogramme de pommes coûte 5 F, les cinq kilogrammes valent 25 F, les sept kilogrammes valent 35 F.

I.2.c. Compte rendu d'une première expérimentation en classe de 6ème

La séance s'est déroulée dans une classe de 22 élèves d'un niveau assez moyen. Ce travail s'est passé en début d'année (mi-octobre), ce qui est peut-être un peu tôt, car les élèves n'avaient pas été amenés jusque-là à résoudre des problèmes, ayant surtout travaillé la géométrie. D'autre part, c'est la première fois que je leur proposais un travail en groupe.

Je leur soumets donc le document de base comportant 17 situations (voir ci-avant), accompagné de la petite fiche ci-dessous, comportant les consignes.

Observe attentivement les différents textes, tableaux, graphiques et dessins qui te sont présentés. Peux-tu classer ces situations en 2 groupes?
Complète le tableau suivant: (on a déjà classé une situation dans chaque groupe).

1e groupe	2e groupe.
(13) ...	(3) ...

complète: J'ai mis ensemble les situations n°. (13); .... dans le 1e groupe parce que:
- - - - - - - - - - -

J'ai mis ensemble les situation n°. (3);
.... dans le 2e groupe parce que:
- - - - - - - - -

Je leur indique qu'ils devront faire une recherche individuelle, puis qu'ensuite, par groupe, ils devront se mettre d'accord sur une classification.

Pendant la phase de travail individuel, les élèves cherchent tous à faire un tri sur la forme de l'énoncé : texte, tableau ou graphique. J'interviens en leur indiquant que ce n'est pas le critère de tri choisi, mais en vain.

Après environ vingt minutes, je leur propose d'échanger par groupe leurs observations. La situation ne se débloque guère : on regroupe des situations parce qu'elles parlent de francs : n° 4 - 12 - 7 - 16 ou bien d'objets géométriques : n° 1 - 6 - 8.

Cependant, dans un groupe, un élève emploie le mot "Proportion", mais a du mal à exprimer son idée. Les autres membres du groupe ne "rebondissent" pas sur ce mot, et acceptent sans discuter la classification proposée par cet élève, même si celui-ci parle de proportion pour le dessin sur les yaourts (n° 12).

Jusqu'ici, je ne suis pas intervenue, sauf pour rappeler que l'on ne trie pas sur la forme. Espérant faire avancer la recherche, je fais alors remarquer qu'il y a deux énoncés qui parlent de la même chose, ce qu'ils n'avaient d'ailleurs pas remarqué, et que je les classe avec la situation n° 13. Les élèves mettent déjà quelques instants à les repérer (n° 2 et 10), mais n'arrivent pas à exploiter ce nouveau renseignement.

A la fin de cette 1ère séance, cette expérience me semble être un échec complet. Les élèves en restent trop à une analyse sur la forme. Il est à noter qu'ils essayent éventuellement de faire des calculs dans les situations sous forme de textes ou de tableaux, mais qu'ils ne prennent absolument pas ce genre d'initiatives dans des situations plus géométriques comme les n° 1, 6, ou 8.

Le lendemain, les élèves se remettent en groupe. Pour ne pas rester sur cet échec, je propose un début de classification plus conséquent :

1er groupe : 13 - 10 - 2 - 16 2ème groupe : 3 et 12.

Un élève parle alors de situations où l'on peut prévoir, et d'autres où l'on ne peut pas prévoir, mais toujours beaucoup de blocages pour l'ensemble des enfants qui n'arrivent pas à détacher de critères comme prix, longueurs...

Je demande alors à chaque groupe d'étudier la situation 8, d'observer comment sont réalisées ces piles, certains ne voient pas le lien entre le nombre inscrit et le nombre de cases correspondantes. Lorsqu'enfin, chaque groupe ayant observé que "l'on multiplie toujours par la même chose", je leur propose de ranger cette situation dans le 1er groupe.

Les élèves commencent alors à étudier l'ensemble des situations sous ce nouvel angle, mais la cloche sonne... Dans les séances suivantes, j'impose le critère de tri observé à la situation 8, et nous faisons successivement une analyse de tous les énoncés.

Suite à ces deux premières séances d'expérimentation, on peut établir un premier constat faisant apparaître les défauts suivants :

- incapacité de certains élèves à se détacher de la forme d'un énoncé pour analyser la situation proposée ;
- utilisation de valeurs numériques "trop compliquées" ;
- concepts "parasites" créant des difficultés supplémentaires (aires 1 ou 15).

Nous modifions alors en groupe de Recherche le document proposé, afin de le présenter dans une autre classe de 6ème pour une expérimentation dans de meilleures conditions.

* La situaiton 3 est retirée ; elle avait été sélectionnée dans le document initial car un texte étant associé à un graphique, l'écueil du tri selon la forme aurait dû être évité. En fait, les élèves de 6ème (surtout en début d'année) sont déroutés par ce genre de graphiques et ne comprennent pas que c'est une interprétation du texte accompagnateur.

* Les situations 1 - 6 - 15 sont également retirées du document 6ème, car elles mettent en jeu des notions d'aires et/ou d'agrandissements, ce qui occultait le but recherché. Elles auront plutôt leur place dans une activité de réinvestissement pour des classes de 4ème ou 3ème, pour lesquelles elles seront très intéressantes à étudier.

* Les situations 13 et 14 avaient pour principal défaut d'être des graphiques qui ne représentaient rien, ce qui a posé beaucoup de problèmes aux élèves. Nous avons conservé ce type de graphiques, mais avec un "habillage".

* Les situations 4 - 5 - 17 mettaient en oeuvre des valeurs numériques un peu trop compliquées. De plus, la 5 utilisait la notion de vitesse...

Ces situations ont donc été remplacées par des situations plus familières aux enfants et utilisant des valeurs numériques très simples.

Un autre défaut rencontré à ce type de travail est que les élèves réagissent en terme de "bon" ou "mauvais" classement lorsque je leur ai proposé une première classification, sans pour cela rechercher quel a pu être mon propre critère de classement.

I.2.d. Deuxième expérimentation

Dans une autre classe de sixième, un document comprenant les situations n° 1 - 2 -3 - 5 - 7 - 8- 10 -11 -13 -14 - 15 -16, a été proposé aux élèves. Pour éviter que ces derniers ne se polarisent sur la forme et pour leur permettre de trouver plus facilement des critères de tri pertinents, les consignes suivantes ont été données :

Examiner les situations n° 7 - 13 et 16. Quel lien peux-tu faire entre elles ? Trouve sur l'affiche toutes les situations que tu peux classer avec les n° 7 - 13 et 16 et complète la feuille ci-dessous en expliquant tes choix.	
Je classe avec les n° 7, 8 et 13	Je ne classe pas avec les n° 7 - 8 et 13 n° 3 parce que ... n° 14 parce que...

Après une recherche individuelle d'une vingtaine de minutes, les élèves ont travaillé par groupe de quatre (1 heure) et devaient rendre une feuille par groupe. Sur les 6 groupes, un seul a fonctionné sur le critère de "forme".

I.3. Compte rendu dans une classe de sixième de Bessé sur Braye

I.3.a. Compte rendu de la séquence précédant la séance magnétoscopée (55 minutes) dans une classe de sixième, hétérogène, avec une bonne tête de classe, 4 élèves en difficulté

Chaque élève va recevoir deux documents :

- une feuille photocopiée (document 1) (format A3) sur laquelle figurent 15 situations qui sont ou ne sont pas des situations de proportionnalité ;
- une feuille polycopiée (document 2) comportant explications et consignes sur le travail à effectuer et où l'élève doit commencer à répondre seul.

Les élèves ont chacun une calculatrice à leur disposition. Ils peuvent l'utiliser comme ils l'entendent.

Déroulement de cette séquence :

Lecture silencieuse des documents fournis par le professeur.

Les enfants posent des questions (entre autre, ils veulent savoir comment a été fait le choix de placer A plutôt que B ou vice-versa). On ne donne évidemment pas ces critères mais on insiste sur le fait que chaque réponse donnée sur la feuille polycopiée devra être justifiée et que chacun aura à en débattre avec les élèves de son groupe lors de la deuxième séance.

Des précisions sont apportées par les élèves eux-mêmes, à leurs camarades quant à la lecture des graphiques.

Le travail individuel commence. D'emblée, certains élèves vont faire ressortir des critères qui leur permettent de classer chaque situation. Cela s'est passé avant la discussion sur la consigne entre formateurs. Ils mettent ensemble toutes celles qui comportent des Francs ou des masses ou des mesures. D'autres ne savent pas quoi faire et vont compter des opérations avec les nombres donnés (la calculatrice est très utilisée). Une bonne moitié de la classe est déroutée et ne voit vraiment pas comment démarrer.

Au bout de vingt minutes, les situations 16 et 17 (voir document 3) sont présentées à l'aide d'un rétro-projecteur en donnant à 16 le choix A et à 17 le choix B. Les élèves vont alors se mettre tous au travail, persuadés d'avoir trouvé les critères de tri.

Les feuilles individuelles sont ramassées à la fin de cette séance. Voici quelques phrases tirées de ces feuilles sous la forme :

situation, réponse, "justification" :

1	A	les proportions des nombres sont égales dans les deux cas
1	A	plus on augmente, plus la longueur devient importante
1	A	c'est le côté du carré et le périmètre
2	A	si on multiplie par 5 la situation A est bonne 5 x 5 = 25
3	A	on fait une comparaison
3	B	il y a des promotions
3	B	si on divise 7,5 par 4 ça nous donne pas 2 F
4	B	parce qu'il y a des francs
5	B	parce que c'est une promotion
6	A	il faut multiplier par 8
7	B	ce n'est pas symétrique
8	A	Le graphique n'est pas symétrique
8	B	parce que ça diminue
8	A	car tous les 50F, ça fait 10 km
9	A	c'est dans un tableau
9	A	parce qu'on fait une comparaison
9	A	on ajoute 3 ans à Pierre ça donne l'âge de Marc
9	B	ça augmente d'un nombre, ce nombre est 3
10	B	ce n'est pas une promotion
10	A	on ajoute tout le temps
10	B	c'est des poids
11	A	on fait une comparaison

12 B il ne court pas à la même vitesse

13 B ce n'est pas la même chose

14 A il faut multiplier par le nombre 4
14 B plus on prend de litres, plus le prix est important

15 B plus on achète d'images, plus l'argent diminue

L'ensemble des réponses individuelles laisse apparaître une grande confusion. L'impression qui subsiste après la lecture des feuilles est que peu d'élèves ont réellement compris ce qui était demandé. Une élève a compris que diviser les nombres dans les tableaux permettait de classer ; mais elle n'étend pas ce critère à toutes les situations.

Résultats globaux pour chaque situation :

situation 1, 20/23 signifie que 20 réponses sont bonnes pour 23 élèves ayant répondu (on ne tient pas compte ici de la justesse des arguments apportés par les élèves).

situation			
	1, 20/23	4, 16/25	7, 14/25
	2, 12/25	5, 16/25	8, 12/25
	3, 21/25	6, 18/25	9, 7/25
	10, 14/25	13, 16/25	
	11, 21/25	14, 17/25	
	12, 19/25	15, 6/25	

Le taux de réussite globale sans tenir compte des justifications est de 60 % après les résultats individuels.

En fait, pour que tous les élèves puissent répondre à tous les problèmes, il faudra une deuxième séquence de travail individuel.

I.3.b. La séance magnétoscopée

Les élèves avaient déjà eu l'occasion de travailler 2 fois en groupe ainsi constitués : 5 groupes de 4 et un groupe de 5.

Chacun reçoit la feuille de résultats individuels sur laquelle il avait déjà travaillé. Aucun commentaire écrit ou oral n'a été fait à propos de ce travail.

Les élèves ont comme consigne de se mettre d'accord sur les situations en justifiant leur choix de groupe. La durée de ce travail sera de 30 minutes.

Une nouvelle feuille de résultats, identique au document polycopié (document 2) est distribuée dans chaque groupe.

Au tableau est affiché une réplique du document 2 à l'échelle 8. Les élèves devront désigner un responsable au sein de chaque groupe pour venir au bout des 30 minutes y coller des gommettes de couleurs différentes selon les équipes. Les raisons du choix seront explicitées oralement après le collage.

Pendant tout le travail de groupe, se pose le problème du bruit assez intense qui règne dans la classe. Cela peut être source de gêne voire de conflit avec d'autres collègues ou de griefs de la part de l'administration. Si l'on a la courtoisie de prévenir ses voisins immédiats, on évitera bien des difficultés. Quant à l'administration, on peut également la prévenir. Une chose est sure : le bruit que fait une classe qui travaille n'est en rien comparable à celui d'une classe qui chahute. Et on ne travaille pas non plus tous les jours en groupe avec ses élèves.

La mise en commun des travaux au sein des groupes, la confrontation des idées, des caractères également, va faire surgir de la confusion, des réponses d'une qualité nettement supérieure à celles que l'on pouvait observer sur les feuilles individuelles. La production d'arguments est à la fois meilleure en qualité mais aussi en quantité. La tournure des phrases et l'orthographe se sont également améliorées.

Quelques exemples de réponses et de justifications par groupe :

1 A les côtés du carré sont multipliés par 4 pour trouver le périmètre
1 A les proportions des nombres sont égales dans les deux cas
1 A quand je divise le côté du carré par le périmètre, ça fait toujours 0,25

3	B	quand on multiplie cela tombe pas juste. Plus il y a de yaourts, moins le prix est cher.
3	B	quand on achète plusieurs yaourts, il y a une petite prime
3	B	le prix augmente d'une manière différente.
7	A	car ça passe dans l'angle
7	A	La somme reste la même suivant ce que tu achètes
7	A	on divisera 84 par 24 ou 56 par 16 et cela fera toujours 3,5
7	A	Quand on divise la largeur par la longueur, le résultat est toujours 3,5
8	B	car quand on divise ça fait pas le même résultat
8	A	les km augmentent à la même échelle que les prix
8	B	car le prix diminue au nombre de km en plus
8	B	Au début si l'on faisait 10 km, on payait 100 F. On multipliait par 20 ; mais si l'on fait 20 km on paye que 150 F ; on devrait payer 200 F. On gagne donc 50 F.
11	A	le Dmark coûte 3,50 F et même s'il y a 100 marks, le mark coûtera toujours 3F50
11	A	on multiplie le nombre par 3,5
11	A	un mark est toujours égal à 3F50
11	A	Si on divise le haut par le bas ou le bas par le haut, on trouve toujours 3,5 ou 0,28.

On peut constater sur ces quelques exemples un enrichissement certain par rapport aux premières réponses individuelles.

Quelles sont les procédures les plus utilisées par les élèves pour différencier les situations ?

Une constatation s'impose : si la situation est "proportionnelle", les élèves sont plus à l'aise pour trouver des arguments. En effet, le document 1 proposait 7 situations de proportionnalité et 8 situations de non proportionnalité. Le mot "proportionnalité" n'a jamais été prononcé durant les activités par qui que ce soit ; on parlait seulemnt de situation A ou de situation B. Les situations dites "A" ont apporté 37 justifications

parfaitement correctes alors que les situations "B" n'en ont fait apparaître que 17.

les procédés :
la multiplication : 9 fois
la division : 8 fois
retour à l'unité : 6 fois
proportion : 11 fois les élèves écrivaient : les proportions sont égales ou quelque phrase équivalente.
l'aspect graphique : 1 fois
l'aspect promotion : 4 fois
le prix change : 13 fois (correspond à un retour à l'unité)
aspect fonctionnel : 4 fois

Ce qui semble être privilégié par les élèves, c'est l'aspect multiplicatif ou divisif (17 fois) ou plus encore un retour à l'unité (19 fois).

Synthèse de ce travail pour les élèves :

Les enfants ayant privilégié les aspects multiplicatifs et divisifs pour reconnaître une situation qui est ou n'est pas proportionnelle, la synthèse a surtout porté sur ces deux aspects là. La reconnaissance à partir d'un graphique n'est valable que pour les bons élèves de cette classe. Dans d'autres sixièmes, des élèves en difficulté ont bien classé certaines situations, avec graphique. Lorsque nous travaillerons sur des graphiques, nous en reparlerons, mais sans insister outre mesure.

I.3.c. Evaluation

Elle a lieu sous forme d'un devoir en classe à la 6ème heure (voir document 4). Les élèves disposent de leur calculatrice.

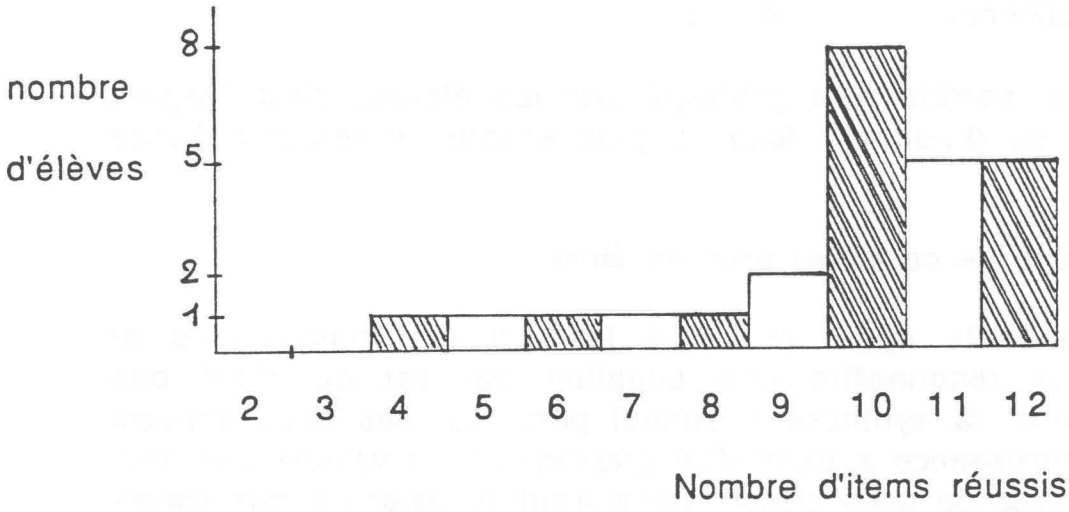
Les résultats par épreuve

SITUATION N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
NOMBRE DE BONNES REPONSES	25	21	12	22	23	19	24	23	11	21	20	22

La réussite globale est de 81 %. L'échec relatif aux exercices 3 et 9 appelle un commentaire.

Pour le numéro 3, le un était écrit en lettres ; certains élèves n'ont retenu que le 6 (d'où les erreurs).

Pour le numéro 9, les élèves ne se sont préoccupés que des deux points de coordonnées (10 ; 500) et (30 ; 1500) d'où les réponses erronées.



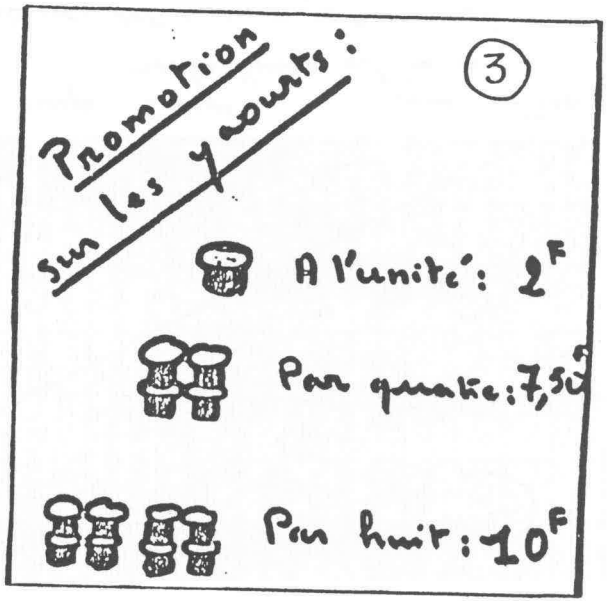
①

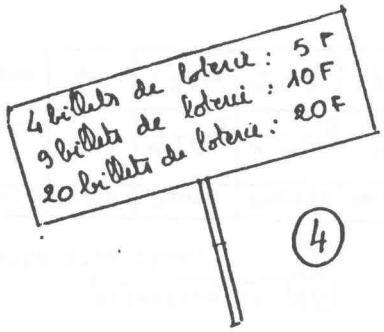
côté du carré (en cm)	2	6	8	15
Périmètre du carré (en cm)	8	24	32	60

Chez l'épicier :

POMMES	
1 Kg	5F
5 Kg	25F
7 Kg	35F

②



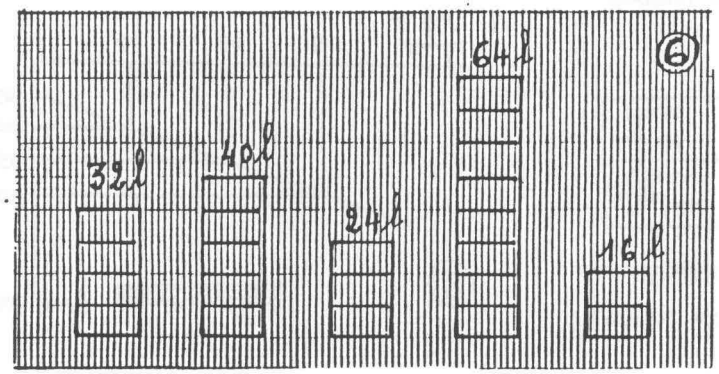


④

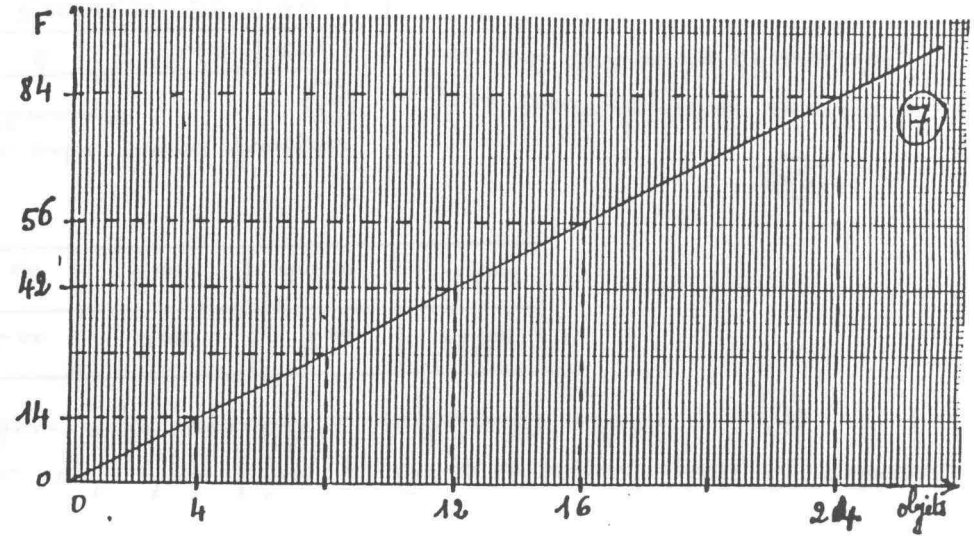
A la caisse du manège :

1 billet : 6F
5 billets : 25F
10 billets : 40F

⑤

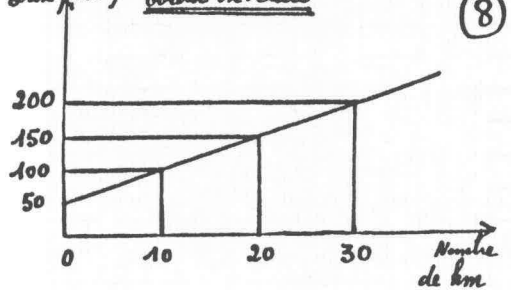


⑥



⑦

Prix (en F) Course en taxi (8)



Pierre et Marc sont deux frères - On a indiqué dans le tableau ci-dessous leurs âges respectifs à différentes dates. (9)

âge de Pierre	1 an	3 ans	8 ans	15 ans
âge de Marc	4 ans	6 ans	11 ans	18 ans

correspondance entre francs français et marks allemands (11)

D Marks	1	2	5	10	20
Francs	3,50	7,00	17,50	35	70

(12)

Jean court le 100 m en 13 secondes et le 200 m en 27 secondes.

Situation n° (10)

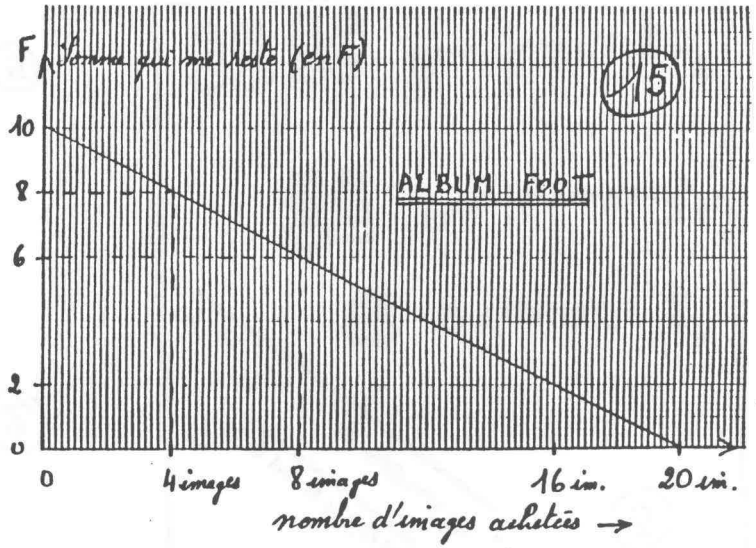
Recette d'un flan.

	Oeufs	Sucre	Farine	Beurre
pour 4 personnes	4	120 g	100 g	50 g
pour 6 personnes	6	180 g	150 g	75 g.

longueur de plantation	80 cm	120 cm	200 cm
nombre de pieds de rosiers	3	4	6

(13)

J'achète 30 l. de gazole pour 120 F. Le client précédent avait payé 216 F pour 54 litres (14)



(15)

Je suis parti avec 10 F dans mon porte-monnaie.
Si j'achète 4 images, il me restera 8 F.
Si j'en achète 16, il ne me restera que 2 F.

DOC (2)

NOM : PRENOM :

Situation (A) En 1 journée de travail de 8 heures, un salarié gagne 41 0F.
Il gagne 8200F pour 160 heures.

Situation (B) Une lettre pèse 18g ; je dois coller un timbre à 2,10F.
Une autre lettre pèse 27g ; je dois mettre un timbre à 3,70F.

Observe attentivement les différents textes, tableaux, graphiques, dessins de la feuille photocopiée.

Classe les 15 situations en 2 catégories (A ou B) dans le tableau ci-dessous. Tu dois donner les raisons pour lesquelles tu fais le choix A ou le choix B. (Tu peux t'aider de ta calculette si tu le souhaites).

Situation n°	Comme (A)	Comme (B)	Les raisons (ou explications) de ton choix.
1			
2			

DOC (3)

(16) Tarif du téléphone le dimanche de 6h à 22h 30.

Nombre d'unités	2	5	10	15
Prix à payer en francs	0,80	2	4	6

(17) Avec 40 plants de pommes de terre, un jardinier a récolté 30 kg.
- Avec 100 plants, le fermier voisin a récolté 120 kg de pommes de terre.

Mettre A ou B dans les rectangles, en bas à droite de chaque situation. Doc 4

① J'ai acheté 4 choux pour 140 F. Mon voisin pour faire sa haie en a acheté 80 pour 2560 F.

② En 3 heures, une machine a fabriqué 4200 pièces. Lundi, en 24 h elle en a fabriqué 32 600.

③ Un pack de 6 litres de lait coûte 22,80 F. J'en achète 4 packs pour 91,20 F.

④ On roule en bicyclette.

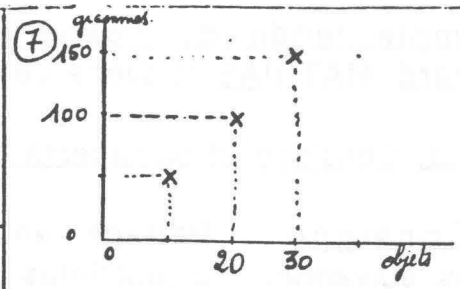
Nombre de tours de roue	5	10	23	30
distance parcourue en mètres	11	22	50,6	66

⑤ On échange des dollars américains à la banque.

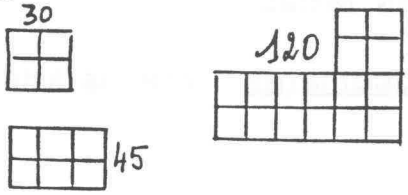
dollars	100	1000	2400
Francs	504,90	4959	11 887,60

⑥ Dans le métro, à Paris un ticket pour faire 1 km coûte 3 F.
Un ticket pour faire 3 km coûte 3 F.
Un ticket pour faire 10 km coûte 3 F.

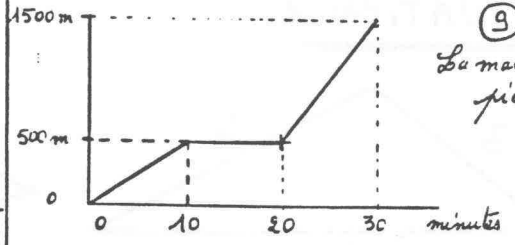
⑦



⑧



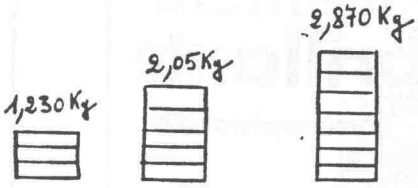
⑨



La marche à pied.

⑩ La peinture
Pour peindre un mur de 20 m², il m'a fallu 2,5 kg de peinture. J'ai eu besoin de 6 kg pour en peindre un de 48 m².

⑪ Les livres



⑫ Le téléphone

le temps	1 min	4 min	5 min	7 min	10 min
sa mme coûte	0,80 F	0,80 F	0,80 F	1,60 F	1,60 F

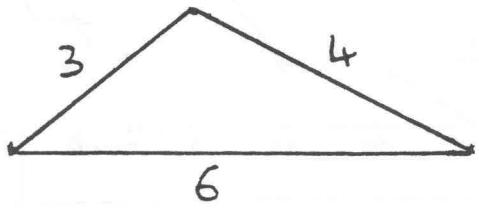
I.4. Compte rendu de l'expérimentation en 3ème conduite par Gérard MATHIAS (Collège Le Plateau - Le Mans)

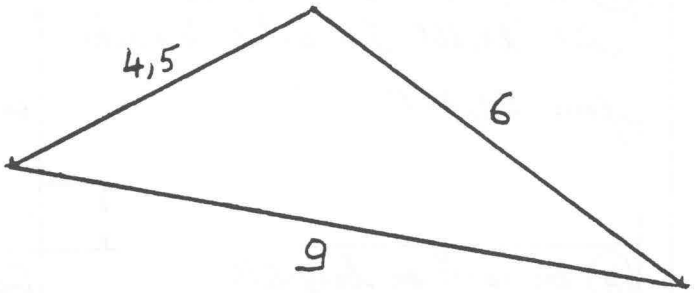
I.4.a. Consigne et documents donnés aux élèves

. Consigne : Partage en deux groupes exactement les situations suivantes. Tu justifieras tes choix. Le partage ne se fera pas en mettant tous les graphiques ensemble ; ni tous les tabelaux ; ni tous les textes.

. Documents : Voici la liste des 26 situations :

SITUATION 1





SITUATION 2

LAQUE BLANCHE
GLYCEROPHTALIQUE
"GAM"
le bidon de 2,5 litres
(soit le litre 18,00 F)

45 F

SITUATION 3

RECETTE D'UN FLAN

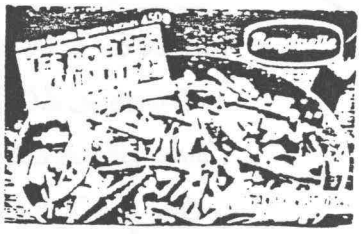
OEUFS	SUCRE	FARINE	BEURRE
4	120	100	50
6	180	150	75

SITUATION : 4

Voici un tableau indiquant le coût (en décembre 1985) des communications téléphoniques, de Strasbourg à Marseille, dans la journée, en semaine, en fonction de la durée de la communication.

Durée en secondes	12	60	72	300
Coût en F	0,77	3,85	4,62	19,25

SITUATION 5

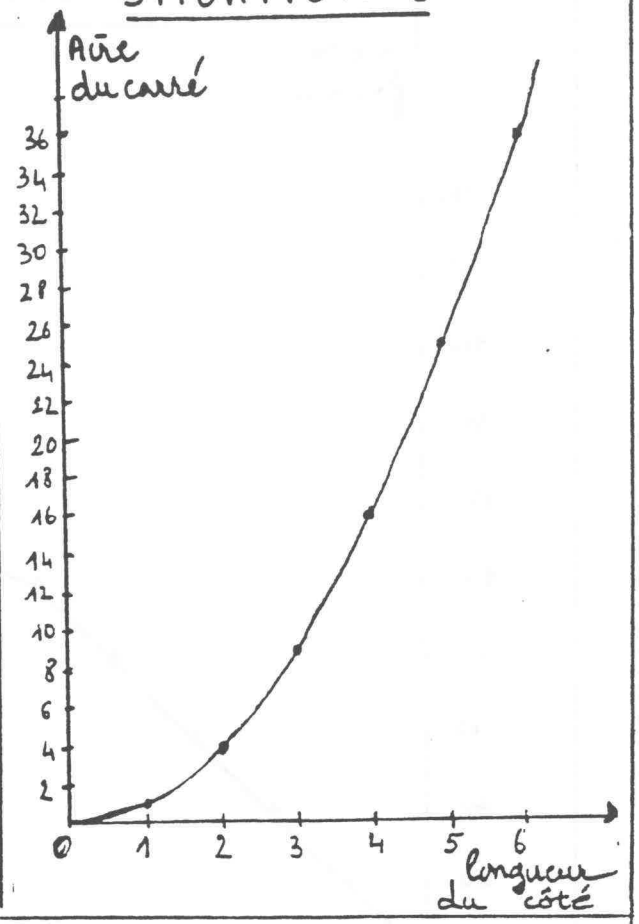


LEGUMES SURGELES,
LES POELEES MINUTE DE "BONDUELLE"

A la Forestiere, à la Meridionale, à la Campagnarde,
La boite de 450 g
Soit le kilo 23,00 F

9F 50

SITUATION 6



SITUATION 7

Pierre et Marc sont deux frères . On a indiqué dans le tableau ci-dessous leurs âges respectifs à différentes dates

âge de Pierre	1	3	8	15
âge de Marc	4	6	11	18

SITUATION 9

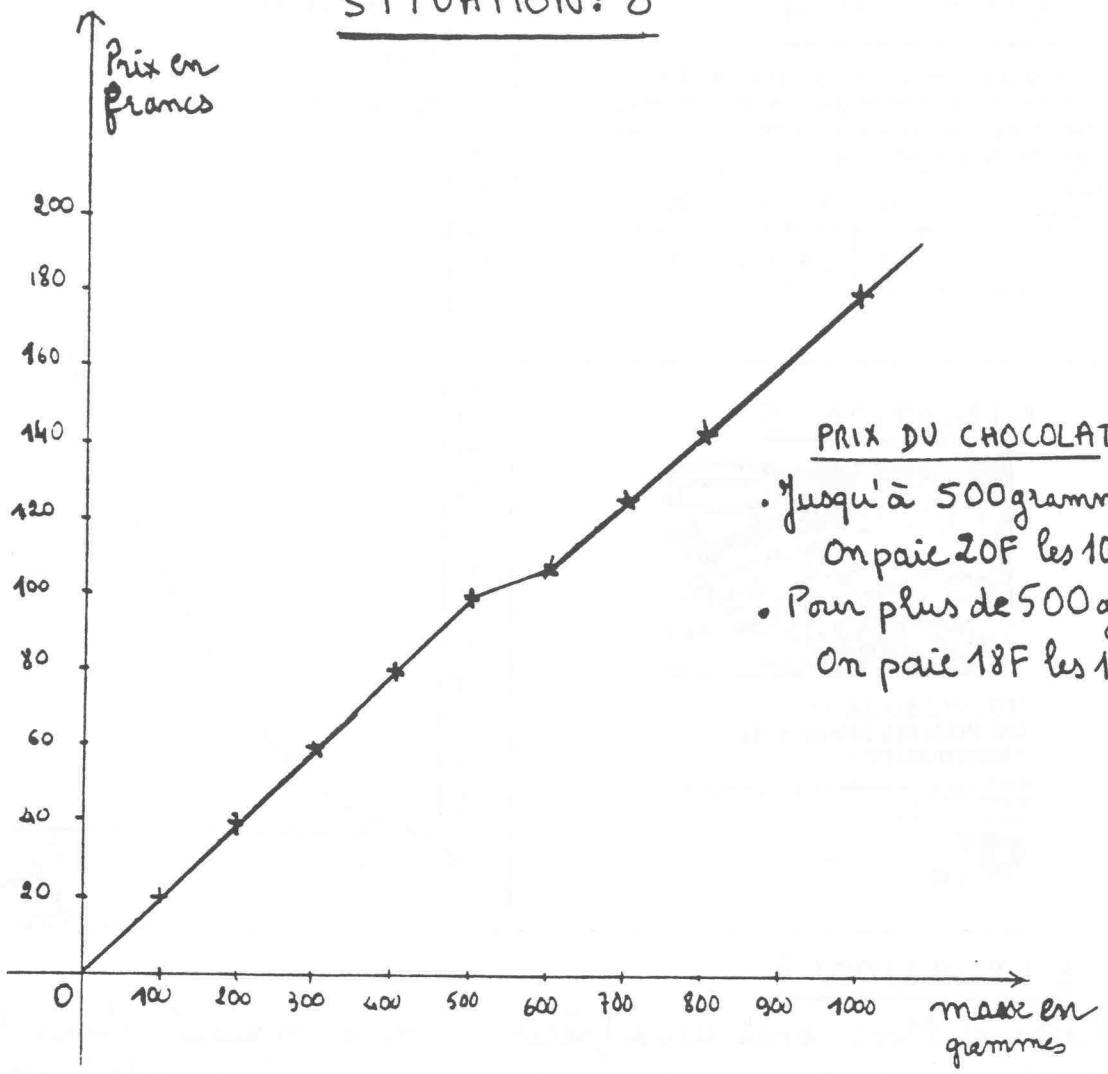
Voici les correspondances entre la longueur d'un pied et la pointure de chaussure correspondante:

Longueur du pied en cm	18	22	26	28
Pointure	27	33	39	42

SITUATION 10

J'ai couru le 100 mètres en 13 secondes et le 200 mètres en 27 secondes !

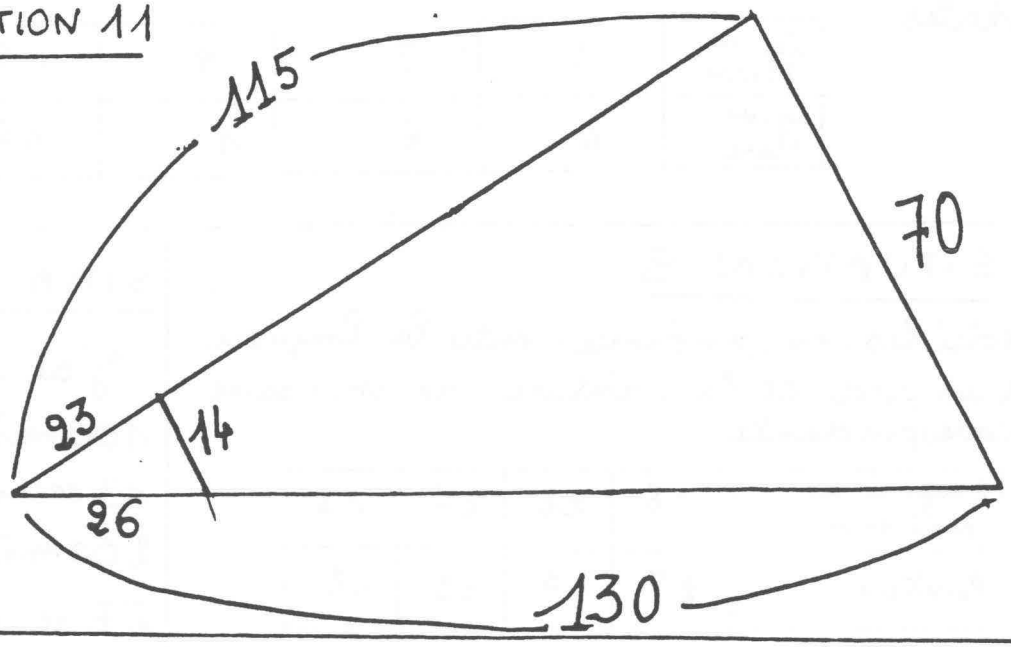
SITUATION: 8



PRIX DU CHOCOLAT:

- Jusqu'à 500 grammes: On paie 20F les 100g.
- Pour plus de 500g: On paie 18F les 100g.

SITUATION 11

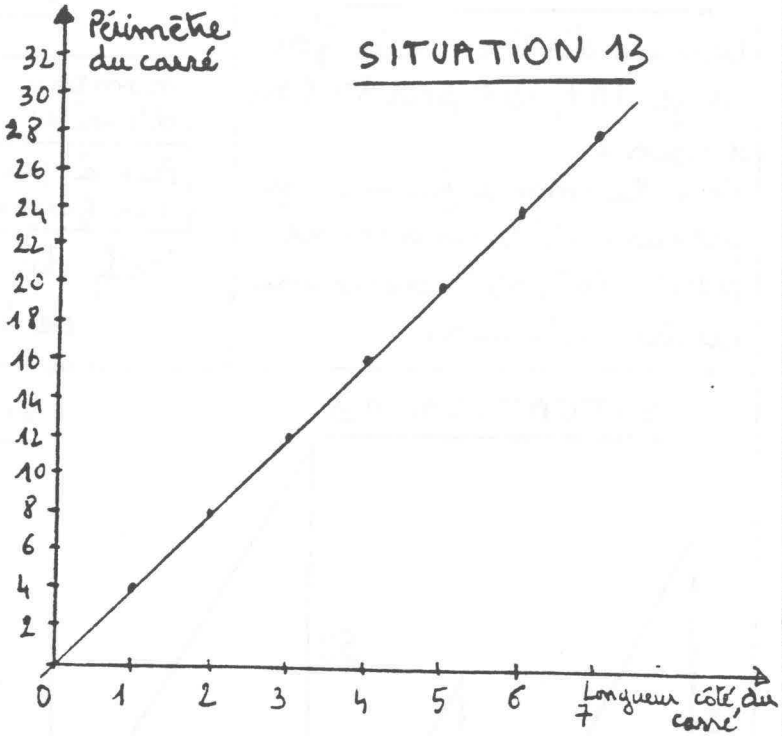


SITUATION 12

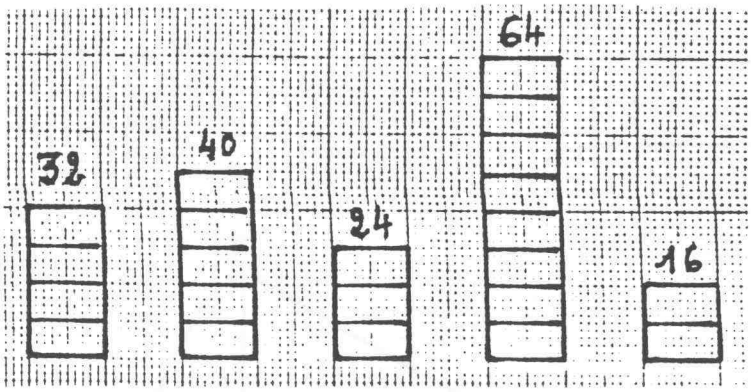
. Dans un dictionnaire en un volume il y a 133 pages consacrées à la lettre A.

. Dans un autre dictionnaire à triple volumes il y a 389 pages consacrées à la lettre A.

SITUATION 13



SITUATION 14

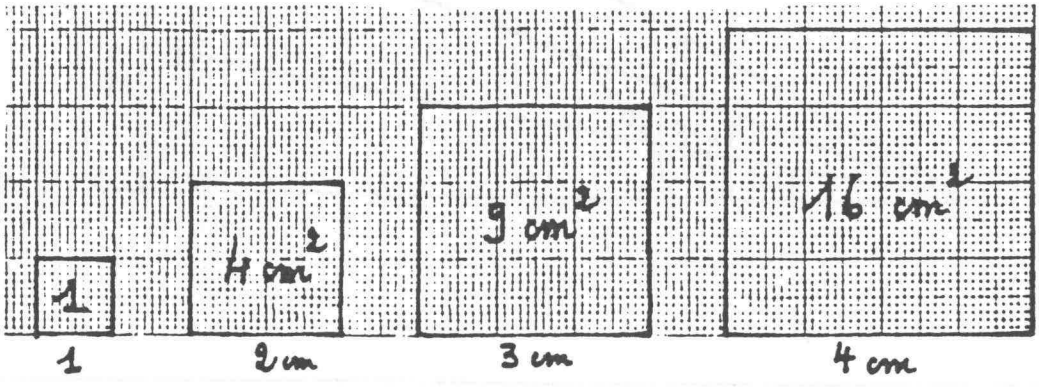


SITUATION 15

Correspondance entre francs français et marks allemands

D. Mark	Franc
1	3,50
2	7,00
5	17,50
10	35
20	70

SITUATION 16



SITUATION 17

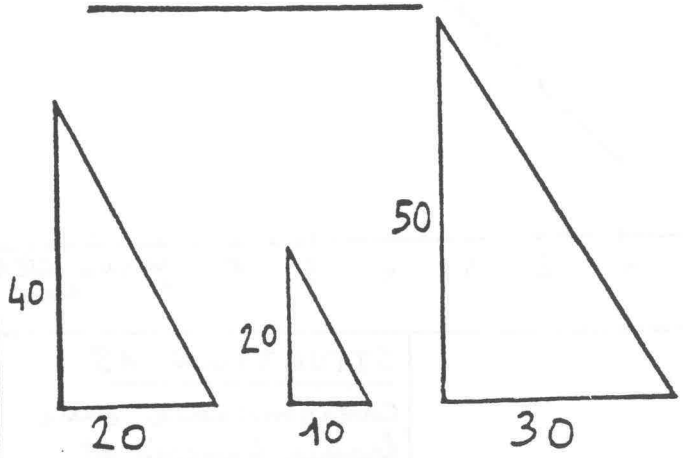
Dans une station service j'ai payé 107,10 F pour 30 litres d'essence.
Dans la même journée, je prends 45 litres d'essence pour 160,65 F dans une autre station.

SITUATION 18

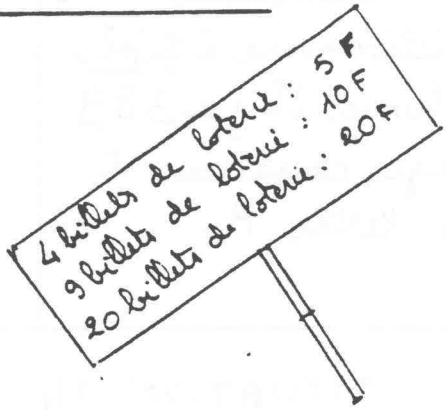
nombre d'unités	2	5	10	15
Prix à payer (en francs)	0,8	2	4	6

Tarif du téléphone le dimanche de 6 heures à 22 h 30 min

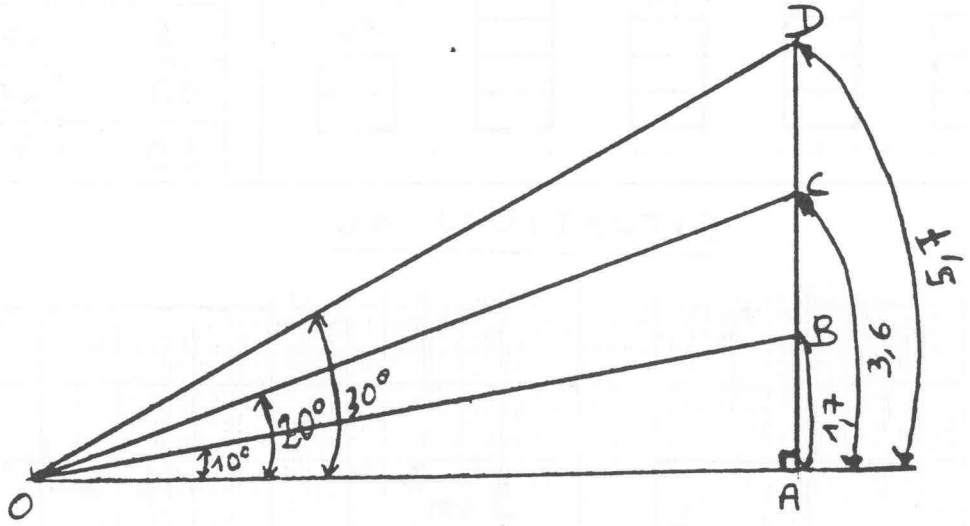
SITUATION 19



SITUATION 20



SITUATION 21



SITUATION 22

Surface	Prix de l'appartement
1 studio 25 m²	212 500 F
2 pièces 45 m²	382 500 F
3 pièces 60 m²	510 000 F
4 pièces 75 m²	637 500 F
5 pièces 90 m²	765 000 F

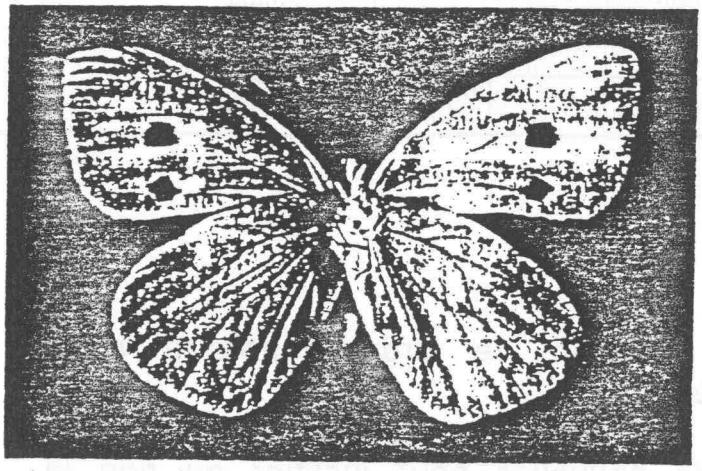
SITUATION 23

Distances d'arrêt d'un véhicule sur sol sec

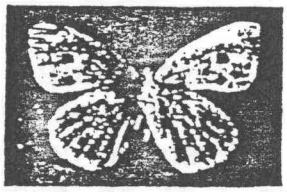
Vitesse (km/h)	Distance (m)
40	18,6
50	26,5
60	35,7
70	46
80	57,7
90	70,7
110	101
130	135,6

SITUATION 24

Agrandissement en photographie



format 6 x 9 (en cm)

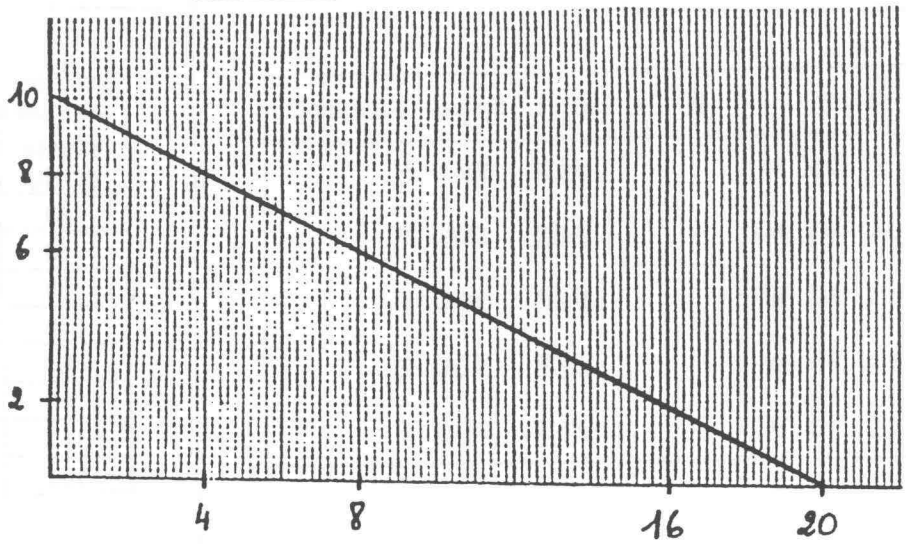


format 24 x 36 (en mm)

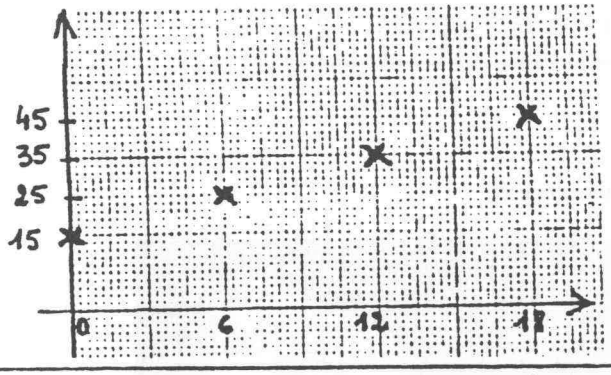
Voici deux *épreuves* tirées avec le même *négatif*.
La *petite* a exactement les dimensions du négatif : 24 mm et 36 mm.
La *grande* a été obtenue à l'aide d'un *agrandisseur*; ses dimensions sont 6 cm et 9 cm.

En photographie, le *négatif* ou cliché est l'image photographique sur film; l'*épreuve* est un exemplaire tiré sur papier d'après un négatif.

SITUATION 25



SITUATION 26



I.4.b. Objectifs visés

. Reconnaître une situation de proportionnalité dans différentes classes de problème

. Prendre conscience des différentes procédures mises en oeuvre ; et en découvrir de nouvelles pour justifier ou non la proportionnalité

. Concevoir, appréhender le concept de proportionnalité sous différents aspects équivalents : à l'aide de nombreux exemples et contre-exemples de situations qui essaient d'en dégager les attributs essentiels.

. Informer l'enseignant sur l'état d'avancement de l'apprentissage du concept de proportionnalité chez l'élève (Evaluation formative).

I.4.c. Présentation de la classe et des groupes

. Les niveaux : bon, moyen insuffisant sont dans cette classe de même importance numérique. Par ailleurs, c'est une classe très agréable, motivée, ayant une certaine pratique du travail en groupe.

. Voici, sous forme de tableau, le profil du niveau de chacun des six groupes de quatre élèves qui se sont formés librement, à l'occasion de cette activité.

NIVEAUX / GROUPES	Bon	Moyen	Insuffisant
G1	3	1	
G2		2	2
G3		3	1
G4	1	0	3
G5	1	1	2
G6	3	1	

"G1" désignera, au cours de cette expérimentation, les quatre mêmes élèves : Emmanuel, Jean-Baptiste, Steevens et Olivier ; dont trois ont un bon niveau et le quatrième un niveau moyen. On suivra le même principe, eu égard au tableau, pour "G2", "G3"...

I.4.d. Déroulement de l'expérimentation

. Trois étapes ont jalonné cette activité :

1 - Travail individuel (une séquence d'une heure)
2 - Travail des groupes (une séquence de deux heures)
3 - Travail collectif (deux séquences d'une heure chacune).

1 - Travail individuel

1-a Déroulement

. Durant cette heure, les élèves m'ont posé des questions sur le sens, les recommandations de la consigne. Sur ce point, j'ai été sollicité plusieurs fois ; bien souvent, il suffisait de relire et de changer quelques mots dans l'énoncé pour les satisfaire.

. Il s'est présenté aussi ce type de dialogue :

- C'est bon, ça Monsieur ?
- Voyons un peu... Qu'as-tu trouvé ?... c'est pas mal ! Continue...

Ma réponse a pour but d'encourager l'élève à continuer dans la direction où il s'est engagé à chercher ; de le mener au bout de sa méthode, même si elle ne conduit pas à la solution. Il faut veiller à ne pas "fermer" le problème en donnant comme réponse : des "oui" et des "non".

. A la fin de cette séquence, j'ai relevé leur travail.

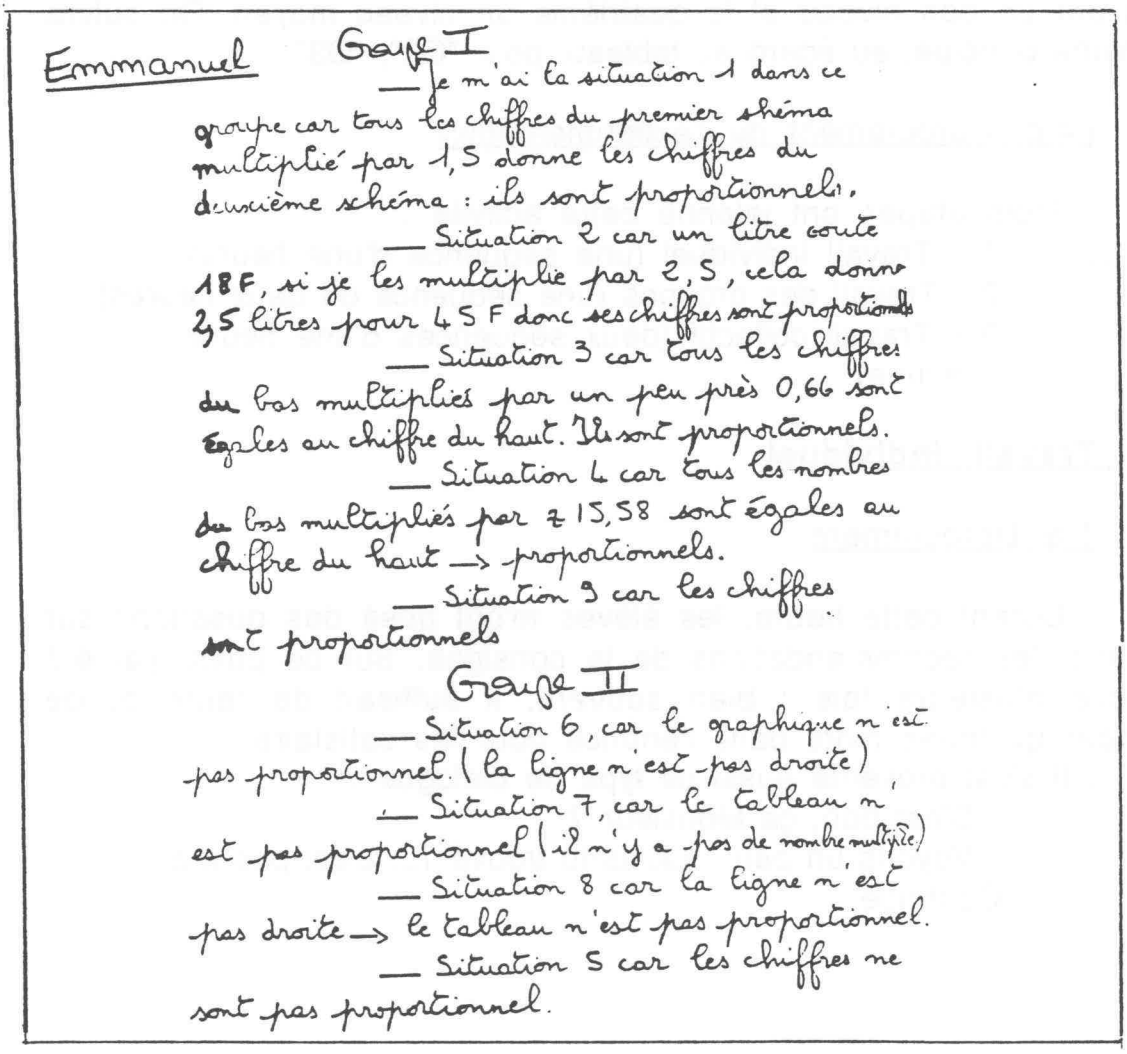
1-b Analyse de leur travail

. Les élèves n'ont eu le temps de classer qu'un peu plus de la moitié des situations ; ce qui est normal : pour une heure accordée au travail personnel.

. Douze élèves sur les vingt-quatre ont classé en fonction de la proportionnalité ; mais bien souvent, les justifications étaient réduites. Les autres ont trouvé des classements plus ou moins cohérents en partie basés sur les statistiques, des notions géométriques, l'argent, les monnaies, les tarifs...

. Voici quelques-uns des travaux réalisés par les élèves :

Pour suivre l'évolution du travail, je précise qu'Emmanuel, Jean-Baptiste et Steevens feront partie du groupe 1 (G1).



Emmanuel

Groupe I

— Je m'ai la situation 1 dans ce groupe car tous les chiffres du premier schéma multiplié par 1,5 donne les chiffres du deuxième schéma : ils sont proportionnels.

— Situation 2 car un litre coute 18 F, si je les multiplie par 2,5, cela donne 2,5 litres pour 45 F donc ses chiffres sont proportionnels

— Situation 3 car tous les chiffres du bas multipliés par un peu près 0,66 sont Egales au chiffre du haut. Ils sont proportionnels.

— Situation 4 car tous les nombres du bas multipliés par ± 15,58 sont égales au chiffre du haut → proportionnels.

— Situation 9 car les chiffres sont proportionnels

Groupe II

— Situation 6, car le graphique n'est pas proportionnel. (la ligne n'est pas droite)

— Situation 7, car le tableau n'est pas proportionnel (il n'y a pas de nombre multiple)

— Situation 8 car la ligne n'est pas droite → le tableau n'est pas proportionnel.

— Situation 5 car les chiffres ne sont pas proportionnel.

Claire

Groupe 1.	Groupe 2.
—Je mets la station 1 car, c'est de la géométrie. —Je mets la station 6 car, c'est une courbe et elle permet d'évaluer l'aire et les longueurs des carrés. —Je mets la station 11 car, c'est de la géométrie, il y a un triangle et des droites parallèles. —Je mets la station 13 car, c'est une ligne brisée qui permet d'évaluer des longueur. —Je mets la station 16 car, c'est un triangle avec des mesures et des rectangles, l'unité est le cm^2. —Je mets la station 1 car, ce sont des triangles avec des mesures. —Je mets la station 21 car, c'est un triangle qui a des mesures et des angles en degrés —Je mets la station 24, car pour faire des agrandissements il faut des longueurs.	—Je mets la station 2 car, c'est un problème de calcul. —Je mets la station 3 car, c'est un problème de poids. —Je mets la station 4 car, c'est un problème d'argent donc de calcul. —Je mets la station 5 car, c'est un problème de prix. —Je mets la station 7 car, c'est une différence d'âge. —Je mets la station 9 car, c'est une différence de longueur de perdue. —Je mets la station 10 car, c'est une différence de temps. —Je mets la station 12, car c'est une différence de poids. —Je mets la station 15 car, c'est une différence d'argent. —Je mets la station 17 car, c'est une différence d'argent. —Je mets la station 18 car, c'est une différence d'argent. —Je mets la station 20 car, c'est une différence d'argent. —Je mets la station 22 car, c'est une différence de durée. —Je mets la station 23 car, c'est une différence de vitesse et de distance.

Pour la station 14, je ne sais pas. J'ai remarqué que dans le groupe 1, c'est que de la géométrie et dans le groupe 2, de l'arithmétique.

Tatiana et Claire feront partie du groupe 2 (G2).

Tatiana

Groupe 1	Groupe 2
Situation 19 car c'est une construction géométrique Situation 21 car c'est une construction geométrique Situation 11 car c'est une construction géométrique. Situation 6 car l'aire d'un carré fait partie de la géométrie Situation 1 car c'est une construction géométrique	Situation 15 car c'est un tableau de proportionalité Situation 16 car cela a rapport avec l'arithmétique Situation 23 car ce sont des statistiques Situation 3 car c'est un tableau de proportionalité Situation 9 car ce sont des statistiques. Situation 4 car c'est un tableau de proportionalité Situation 2 car ce sont des statistiques. Situation 5 car cela à rapport avec les statistiques Situation 17 car cela à rapport avec les statistiques Situation 20 car cela à rapport avec les statistiques

- Jean Baptiste

GPE1

la situation n°2 parce qu'il y a proportionalité
45F : 2,5 litres = 18F
n°3 parce que c'est une suite proportionnel
6 : 4 = 1,5 180 : 120 = 1,5
n°4 parce que c'est une suite proportionnel
n°7 le tableau est pro-portionnel
6-4=3 6-3=3
n°9 c'est proportionnel
27 : 18 = 1,5 33 : 22 = 1,5
n°11 c'est en rapport
$\frac{24}{115} = 0,2$ $\frac{26}{130} = 0,2$
n°13 c'est proportionnel la courbe est droite

GPE2

n°1 parce que ce n'est pas une suite proportionnel
n°5 parce que ce n'est pas en proportion
n°6 la courbe n'est pas proportionnel
n°8 la courbe est improportionnel
n°10 elle ne correspond pas
$2 \times 13 \neq 27$
n°12 cela ne correspond pas
$133 \times 3 \neq 389$

Steevens

Groupe I

n° 2 : car on utilise une multiplication pour trouver le nombre de litres
n° 3 : car on utilise une multiplication (x 1,5) pour trouver l'autre résultat
n° 4 car en divisant on trouve toujours le même résultat ($\frac{0,77}{12}$)
n° 9 car en divisant on trouve toujours le même résultat ($\frac{27}{18} = 1,5$)
n° 10 car on trouve toujours 0,13 en divisant 13 par 100 et 27 par 200
n° 12 car en multipliant par 3 on trouve l'autre résultat ($133 \times 3 = 9$)
Un volume x 3 = triple volume
n° 13 car la courbe est droite
n° 14 car en divisant le chiffre (32) par le nombre de carré on trouve toujours 8
n° 15 car en divisant le nombre du bas par 3,5 on trouve le nombre du haut
n° 17 car si on multiplie 30 par 3,57 on trouve 107,10 F

Groupe II

n° 6 car les valeurs ne correspondent pas -> improportionnel

Anouchka

3ºc

GROUPE 1

nº1 Je mets la situation 4 dans le groupe 1 puisque ça fait parti de la géométrie

nº6 Je mets cette situation puisque c'est un graphique représentant pour la géométrie.

nº10 c'est un problème

nº11 c'est le théorème de Thalès : la Géométrie

nº13 Graphique pour la Géométrie

nº19 Situation sur la Géométrie

nº16 c'est un graphique en bâton en cm et cm^2 = Géométrie

nº81 dessin de Géométrie.

GROUPE 2

nº3 c'est un tableau où l'on peut arriver à des effectifs, des fréquences..

nº4 tableau avec des effectifs et des fréquences

nº7 tableau avec la différence d'âge de deux personnes.

nº9 Situation entre la longueur du pied et la pointure

nº15 tableau différence entre 2 monnaies différentes

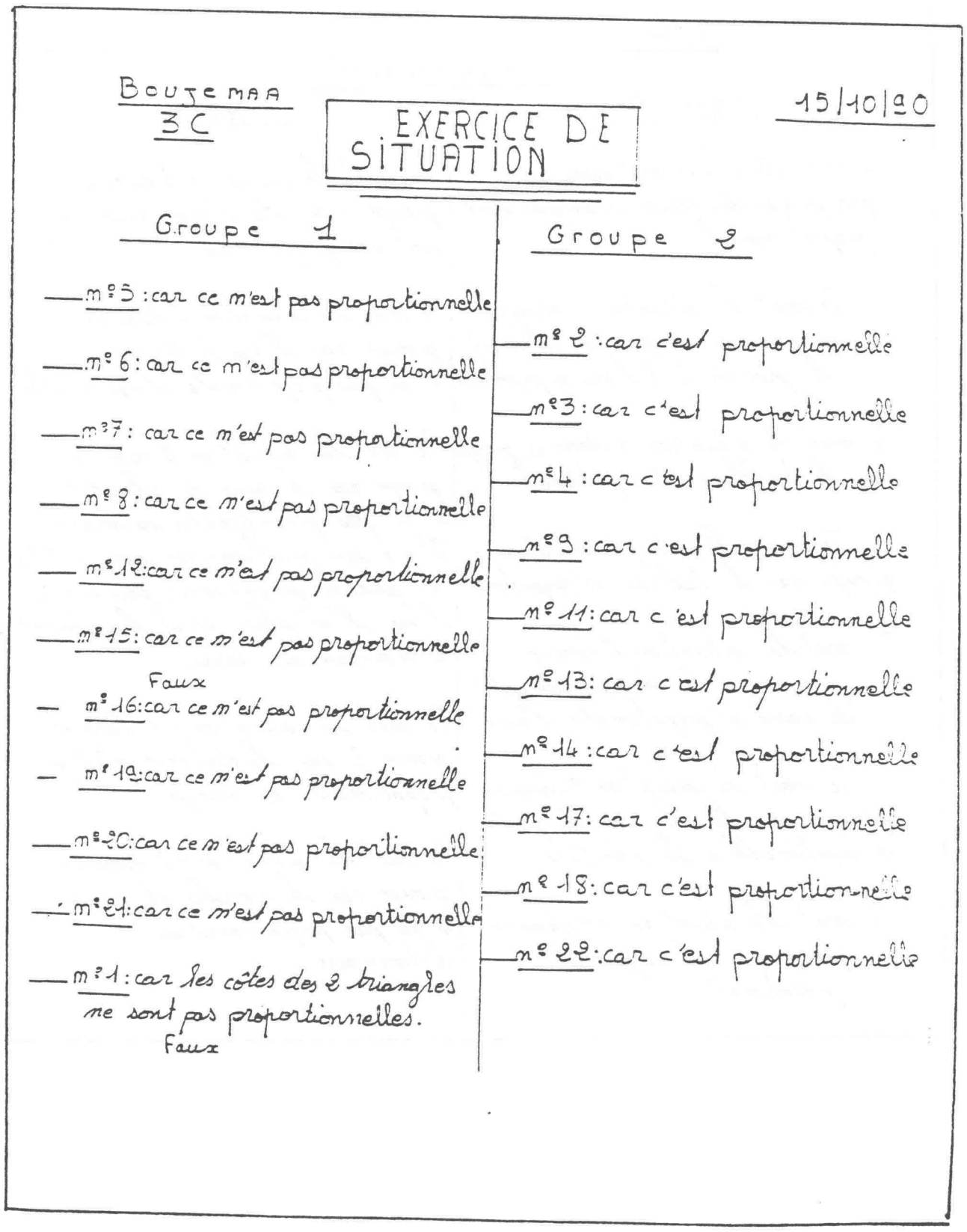
nº18 tableau représentant le tarif du téléphone où nous pouvons calculer les effectifs et les fréquences.

nº82

Anouchka fera partie du groupe 3 (G3).

Comme pour Claire et Tatiana, on remarquera chez Anouchka, une cohérence dans ce classement partiel. Je pense que dans la consigne de l'énoncé la remarque : "Le partage ne se fera pas en mettant tous les graphiques ensemble..." a induit ce type de classement, chez certains élèves. Aussi, permettra-t-il de renforcer celui utilisant la proportionnalité.

Boujemaa et Marc feront partie du groupe 6 (G6).



Marc

3e C

Proportionnalité.

Groupe 1	Groupe 2
Je met la situation 1 dans ce groupe car les deux triangles sont propationnels.	Je met la situation 5 dans ce groupe car les deux prix ne sont pas propationels
Je met la situation 2 dans ce groupe car le prix au litre et le prix de 2,5 litres est propationel.	Je met la situation 7 dans ce groupe car l'âge de Pierre n'est pas propationel à l'âge de Marc
Je met la situation 3 dans ce groupe car le tableau est propationel.	Je met la situation 8 dans ce groupe car le prix du chocolat n'est pas propationel a sa masse. Il y a un problème car jusqu'à 500 g. le prix est propationel, puis a 500 g il ne l'est plus, et il le redevient au nouveau au dessus.
Je met la situation 4 dans ce groupe car la longueur du coté du carré est propationel à l'aire.	Je met la situation 10 dans le groupe 2 car la distance n'est pas propationelle au temps.
Je met la situation 9 dans ce groupe car la longueur du pied est propationelle à la pointure	Je met la situation 12 dans ce groupe car le nombre de pages n'est pas propationel au dictionnaire.
Je met la situation 11 dans ce groupe car le rapport est propationel.	

1-c Commentaires

Cette phase de travail individuel, indispensable, a permis à chaque élève de "s'approprier" le problème ; de faire des essais ; de développer ses propres idées (et non celles des copains ou du professeur) dont il fera part au sein du groupe apportant ainsi : "du grain à moudre" ; ce qui augmentera la richesse du débat.

2 - Travail des groupes

2-a Déroulement

Le travail dans chaque groupe s'est déroulé ainsi :

1 - chaque élève doit expliquer son point de vue, document à l'appui, aux camarades de son groupe (durée dix minutes) ;
2 - ensuite une discussion argumentée s'établie autour des idées évoquées précédemment afin de les valider, les refuter ou les améliorer (durée quinze minutes environ) ; elle sera prolongée par l'étude des situations non traitées en travail personnel (durée trente minutes environ) ;
3 - enfin rédaction d'un document de synthèse (durée une heure) provoquant de nouvelles discussions sur le choix des procédures à retenir (il n'est pas interdit d'en recopier plusieurs pour une même situation).

2-b Analyse de leur travail

Précisons tout d'abord, dans chacun des six groupes, le nombre d'élèves qui avaient classé les situations en fonction de la proportionnalité, lors de leur travail personnel.

G1	G2	G3	G4	G5	G6
3/4	1/4	1/4	1/4	3/4	3/4

Ainsi, trois élèves sur quatre dans le groupe un (G1) avaient évoqué la proportionnalité individuellement.
Voici le document de synthèse des groupes 1, 2, 6 :
(pour les besoins de la publication, les élèves ont recopié, en partie, leurs documents de synthèse, sur ces feuilles avec les numéros des situations)

G1 : Emmanuel, Jean-Baptiste, Olivier, Steevens

1 situation n°-1 : Tous les chiffres du schéma -1 multiplié par 1,5 donne les chiffres du schéma 2 → C'est propotionnel	14 situation -14 Le nombre total divisé par le nombre de carré donne toujours 8 (32 : 4 = 8) → C'est propotionnel.
2 situation 2 : Le litre coûte 18 F donc (2,5 × 1 = 2,5 / 2,5 × 18 = 45) 2,5 litres coûtent 45 F → C'est propotionnel.	15 situation -15 Quand on multiplie le nombre des deuils Maires par 3,5 on obtient le nombre de francs → C'est propotionnel.
3 situation 3 : Si on multiplie tous les chiffres du haut par 1,5 on obtient tous les chiffres du bas du tableau. → C'est propotionnel	17 situation 17 : Les litres multipliés par 3,5 F sont égals aux Francs → C'est propotionnel
4 situation 4 : Tous les chiffres du haut multiplié par un même chiffre (≈ 0,0641...) donne tous les chiffres du bas. → C'est propotionnel	18 Situation 18 : Si on multiplie tous les chiffres du haut par 0,4 on obtient tous les chiffres du bas. → C'est propotionnel
9 situation 9 : Quand on multiplie la longueur du pied par 1,5 on obtient la pointure. → C'est propotionnel	22 Situation 22 : Quand on divise le prix par la surface, on obtient toujours le même résultat. → C'est propotionnel
11 situation 11 : Toutes les longueurs du petit triangle multiplié par 5 sont égales aux longueurs du grand triangle. → C'est propotionnel	24 Situation 24 : Quand on multiplie la taille du petit format par 4 on obtient la taille du grand format → C'est propotionnel
13 situation 13 : La ligne est droite et passe par le point 0. → C'est propotionnel	SYNTHESE Dans le groupe 1 toutes les situations propotionnelles sont réunis par contre toutes les situations restantes sont mise dans le groupe 2.

G1 (Suite : Situations non proportionnelles)

5 situation 5 :
Le kg coûte 23 F et les 450 g coûte 9,50 F
(450 × 2,222... = 1000)
(9,5 × 2,222.... ≠ 23)
⟶ Ce n'est pas proportionnel.

6 situation 6 :
La ligne du graphique n'est pas droite.
⟶ Ce n'est pas proportionnel

7 situation 7 :
Si on fait un graphique on s'aperçoit que la ligne ne passe pas par le point 0.
⟶ Ce n'est pas proportionnel.

8 situation 8 :
La ligne n'est pas droite
⟶ Ce n'est pas proportionnel.

10 situation 10 :
100 × 2 = 200
13 × 2 ≠ 27
⟶ Ce n'est pas proportionnel

12 situation 12 :
1 × 3 = 3
133 × 3 ≠ 389
⟶ Ce n'est pas proportionnel

15 situation 16 :
Si on fait un graphisme (longueur du côté : ordonnée ; Aire : abscisse.) On s'aperçoit que la ligne n'est pas droite.
⟶ Ce n'est pas proportionnel.

19 situation 19 :
Les chiffres de l'ordonnée divisé par ceux de l'abscisse sont tous égales à 2 sauf le troisième
⟶ Ce n'est pas proportionnel

20 Situation 20 :
Quand on divise le tarif par le nombre de billets, on n'obtient pas les mêmes résultats
⟶ Ce n'est pas proportionnel

21 Situation 21 :
Quand on divise les degrès par les longueurs, on n'obtient pas les mêmes résultats.
⟶ Ce n'est pas proportionnel

23 situation 23 :
Quand on divise la vitesse par la distance, on n'obtient pas le même résultat
⟶ Ce n'est pas proportionnel

25 situation 25 :
Ce n'est pas proportionnel car en multipliant l'ordonnée par 2 : 2 × 2 = 4
6 × 2 ≠ 8

26 situation 26 :
Le graphique n'est pas proportionnel car la droite ne passe pas par le zéro

SYNTHESE La proportionnalité se présente sous plusieurs aspects, exemples : un tableau, un graphisme, une publicité, des prix, des formes géométriques, des agrandissements...

Groupe 2 : Situations proportionnelles

Tahana	claire	Hélène	Caroline
1	$\frac{4,5}{3} = 1,5$ $\frac{6}{4} = 1,5$ $\frac{9}{6} = 1,5$	14	1 cm représente 8 cm $2 \times 8 = 16$ $3 \times 8 = 24$ $4 \times 8 = 32$ $8 \times 5 = 40$ $8 \times 8 = 64$ on multiplie toujours par 8
2	18 F le litre $18 \times 2 = 36 = 2$ litres $\frac{18}{2} = 9 = 0,5$ litres $36 + 9 = 45 = 2,5$ litres	15	on multiplie toujours la 1re ligne par 3,5 exemples : $2 \times 3,5 = 7$ $5 \times 3,5 = 17,5$ $1 \times 3,5 = 3,5$
3	On multiplie chaque nombre de la première ligne par 1,5 ex : $4 \times 1,5 = 6$ $120 \times 1,5 = 180$	17	$\frac{107,10}{30} = 3,57 = 1$ litre $\frac{160,5}{45} = 3,57 = 1$ litre
4	$12 \times 3,85 = 46,2$ $60 \times 0,77 = 46,2$ donc c'est proportionnel	18	on multiplie chaque nombre de la 1re ligne par 0,4. ex : $2 \times 0,4 = 0,8$ $5 \times 0,4 = 2$ $10 \times 0,4 = 4$ $15 \times 0,4 = 6$
9	on multiplie chaque nombre de la première ligne par 1,5. ex : $12 \times 1,5 = 27$ $22 \times 1,5 = 33$	22	si on fait $\frac{45}{25} = 1,8$ $\frac{60}{45} = 1,3$ donc ce n'est pas proportionnel
11	$\frac{115}{23} = 5$ $\frac{40}{14} = 5$ $\frac{130}{26} = 5$	24	on divise toujours par 4. $\frac{24}{6} = 4$ $\frac{36}{9} = 4$
13	$1 \times 4 = 4$ $2 \times 4 = 8$ $3 \times 4 = 12$ $4 \times 4 = 16$ $5 \times 4 = 20$ $6 \times 4 = 24$ $7 \times 4 = 28$ on multiplie toujours par 4.	SYNTHÈSE	

Groupe 2 (suite)

5 450 grammes = 9,50 francs
1000 grammes = 21,1 francs
donc ce n'est pas proportionnel.

6 1 x 1 = 1
2 x 2 = 4
3 x 3 = 9 ← ce devrait être 8.
4 x 4 = 16

7 1 x 6 = 6
3 x 4 = 18 donc ce n'est pas proportionnel.

8 Jusqu'à 500 grammes c'est proportionnel
Et plus de 500 grammes ce n'est plus proportionnel.
100 / 20 = 5
200 / 40 = 5

10 Si j'ai couru 100 m en 13 s
je devrais courir 200 m en 26 s
ce n'est pas proportionnel car
j'ai mis 27 secondes

11 Si on fait 133 x 3 = 399, comme le triple volume est de 392 pages, ce n'est pas proportionnel.

15

19 10-20-30 on passe de 10 en 10
20-40-50 on devrait passer de 20 en 20
donc ce n'est pas proportionnel

20 5 / 4 = 1,25 = prix d'un billet
8 x 1,25 = 11,25 cela devrait faire 10 donc ce n'est pas proportionnel.

21 comme 10° → 1,7
20° devrait être égal à 3,4
donc comme c'est égal à 3,6
ce n'est pas proportionnel.

23 40 x 26,5 = 1060
50 x 3,6 = 930
donc ce n'est pas proportionnel

25 20 + 10 = 30. √30 ≈ 5,48
8 + 16 = 24. √24 ≈ 4,90
donc ce n'est pas proportionnel

26 25 / 6 ≈ 4,16
35 / 15 ≈ 2,3
donc ce n'est pas proportionnel

SYNTHESE Dans le groupe 1, ce sont toutes les situations proportionnelles.
- Dans le groupe 2, ce sont toutes les situations non proportionnelles

G6 : Marc, Boujemaa, Xavier, Eric

1 Je met la situation 1 dans le groupe 1, car les deux triangles sont proportionels en faisant les produits en croix

2 Je met la situation 2 dans le gpe 1 car le prix au litre et le prix de 2, 5 litres est proportionel en faisant les produits en croix - exemple $\frac{2,5 \times 4,5}{1 \times ?}$

$1 \times 4,5 \div 2,5 = 1,8$

3 Je met la situation 3 dans le gpe 1 car le nombre d'oeufs est proportionel au sucre à la farine et au beurre en faisant les produits en croix

4 Je met la situation 4 dans ce gpe car la durée est proportionelle au cout en faisant les produits en croix.

9 La situation 9 est proportionnelle car la longueur du pied est proportionnelle à la pointure - $\frac{27 \times 22}{18} = 33$

Longueur du pied (en cm)	18	22	26	28
Pointure	27	33	39	42

11 La situation 11 est proportionnelle car le rapport est proportionnel

$115 \times 26 : 23 = 130$

13 Car elle est proportionnelle. Quand je vois sur un graphique que les points sont alignés et qu'ils passent par l'origine, alors ils sont proportionels

14 Je constate que toutes les barres sont multiples de 8, donc ils sont proportionnelles

15 En faisant les produits en croix je constate que les resultats sont proportionnels ex : $\frac{1}{3,5} \times \frac{2}{7} = 7$ dans les 2 cas

17 C'est proportionnel car le prix du litre est le même dans les 2 stations ex $\frac{167,10}{30} = \frac{160,65}{45} = 3,57$

18 C'est proportionnel car les prix sont proportionnel suivant les différent

ex $\frac{2}{0,8} = \frac{5}{2}$

22 En faisant le produit en croix nous constatons que les prix sont proportionnel à la surface du studio ex : $\frac{212500}{25} = \frac{382500}{45} = 8500$

24 C'est proportionnel car l'agrandissement est fait à l'echelle 4, le negatif est proportionnel aux developpement ex : $\frac{24}{6} = \frac{36}{9} = 4$

SYNTHESE

Groupe 6 : (suite)

5 la situation 5 n'est pas proportionnelle car le prix au kilo n'est pas proportionnel au prix de 450 g en faisant les produits en croix	19 elle n'est pas proportionnelle car en faisant les produits en croix soit $10 \times 50 : 20 \times 20 \neq 30$
6 la situation 6 n'est pas proportionnelle car la ligne n'est pas droite	20 elle n'est pas proportionnelle car si c'était proportionnel on aurai 8 billets avec 40F alors qu'on en a 9 ou avec les produits en croix soit $5 \times 9 : 4 = 11,25 \neq 10$
7 la situation 7 n'est pas proportionnelle car l'âge de Pierre n'est pas proportionnel à l'âge de Marc.	21 elle n'est pas proportionnelle car en faisant les produits en croix soit $1,7 \times 20 \div 10 = 3,4 \neq 3,6$
8 la situation 8 n'est pas proportionnelle car la ligne est discontinue	23 elle n'est pas proportionnelle car en faisant les produits en croix soit : $40 \times 26,5 : 16,6 = 56,99 \neq 50$
10 la situation 10 n'est pas proportionnelle car il court les 100 m plus rapidement que les 200 m en faisant les produit en croix	25 elle n'est pas proportionnelle car la droite ne passe pas par l'origine
12 elle n'est pas proportionnelle car en faisant les produits en croix ex : $133 \times 3 = 399 \neq 389$	26 elle n'est pas proportionnelle car si je trace la droite passant par les points elle ne passe pas par l'origine O.
16 elle n'est pas proportionnelle car en faisant les produits en croix soit $1 \times 4 : 1 = 4 \neq 2$	SYNTHESE

Avant de faire le bilan du travail de chacun des six groupes, sous la forme de deux tableaux ; je vais expliquer, à l'aide d'exemples empruntés dans les travaux des groupes, les procédures utilisées par les élèves pour traiter la proportionnalité.

1 - Recherche du coefficient de proportionnalité par multiplication ou division

Exemple : la situation 1 :

$3 \times 1,5 = 4,5$ $\qquad \frac{4,5}{3} = 1,5$

$4 \times 1,5 = 6$ $\qquad \frac{6}{4} = 1,5$

... ...

1,5 représente ici le coefficient de proportionnalité ; c'est à dire le "a" de la formule y = ax.

2 - Le graphique

Exemple : la situation 13 :

Le graphique est une droite passant par l'origine.

3 - L'analogie

Exemple : la situation 2 :

18 F le litre donc 36 F les 2 litres (Règle du double)
donc 9 F les 0,5 litres
donc 45 F les 2,5 litres

C'est la procédure utilisée de façon la plus spontanée chez les plus jeunes élèves : CM2, 6ème.

4 - Egalité des rapports

Exemple : la situation 11 :

$\frac{115}{23} = 5 ; \frac{70}{14} = 5 ; \frac{130}{26} = 5$

Ici, le 5 n'est pas pensé comme un coefficient ; mais comme le nombre permettant d'affirmer l'égalité des rapports.

5 - Produit en croix

Exemple : situation 2 :

2,5 4,5 1 x 4,5 = 2,5 x 18
1 18 45 = 45

C'est une procédure algorithmique, technique.

6 - Règle de trois - Retour à l'unité

Exemple : situation 17

$$\frac{107,10 \times 45}{30} = 160,65$$

Certaines procédures paraissent plus "élémentaires", accessibles que d'autres, selon l'âge des élèves ; c'est le cas de la procédure analogique (règle du double, du triple...), du retour à l'unité (on calcule pour 1...).

Progressivement, par des activités bien choisies, il faut amener les élèves à utiliser des procédures fonctionnelles : recherche du coefficient de proportionnalité, reconnaissance d'une formule du type y = ax ; et à construire le graphique.

Les deux tableaux suivants montrent la nature de procédures utilisées, par chaque groupe, en fonction de la situation analysée.

Tableau 1 : "Situations de proportionnalité"

Numéro des Situations	Recherche du coefficient par X ou :	Procédure graphique	Procédure analogique	Egalité des rapports	Produits en croix (plus tableau)	Règle de trois. Retour à l'unité	Erreurs
S_1	1 4			2			3-5-6
S_2	1 4-5		2		3 6		
S_3			1-2-4		3 6	5	
S_4	1 4				2-3-5-6		
S_9	1-2-4				3 6	5	
S_{11}	1 4			2			3-5-6
S_{13}	2 5	1-3-4-6					
S_{14}	1-2-4 6				5		3
S_{15}	1-2-4-5				3 6		
S_{17}	1 4			2-6	3	5	
S_{18}	1-2-4			6		5	3
S_{22}	1 4				5-6		3-2
S_{24}	1 4			2-6	3-5		
% d'utilisation de chaque procédure	40%	5%	5%	9%	23%	5%	13%

Les nombres dans les cases indiquent le numéro des groupes

Exemple : Pour la situation 13, les groupes : 1, 3, 4 et 6 ont utilisé une procédure graphique.

Tableau 2 : "Situations de non-proportionnalité"

Numéro des situations	Recherche du coefficient par X ou :	Procédure graphique	Procédure analogique	Inégalité des rapports	Produits en croix (plus tableau)	Règle de trois. Retour à l'unité	Erreurs
S5			1		5-6	2	3-4
S6		1-4-6				5	2-3
S7	4	1				2-5	3-6
S8		1-4-5-6					2-3
S10			1-2	4	3 6	5	
S12			1-2-4-5		3 6		
S16		1				5-6	2-3-4
S19	4		2	1		5-6	3
S20				1	3	2-5-6	4
S21			2-4	1 5		6	3
S23				1-4	2-3	6	5
S25	1	4-6					2-3-5
S26		1-4-6		2		5	3
% d'utilisation de chaque procédure	4%	18%	13%	10%	12%	18%	24%

2-c Commentaires

Les deux tableaux précédents nous montrent que le choix et le nombre de procédures sont très variables d'un groupe à l'autre :

- dans le cas des situations de proportionnalité G1 et G4 utilisent souvent la recherche du coefficient contrairement aux autres ; G2, G5 et G6, eux, ont diversifié leur procédure (peut-être que "la tolérance" au sein de ces groupes était plus forte).
- dans le cas des situations de non proportionnalité la répartition des procédures utilisées est mieux équilibrée ; mais les erreurs ont pratiquement doublé : par manque de familiarité eu égard au traitement de la "non proportionnalité" en général.

D'autre part, la nature, la forme de l'énoncé des situations induisent, en général, le type de procédure à utiliser ; par contre, la situation 7 traitée par le groupe 1, offre un changement de cadre intéressant à exploiter : le tableau est remplacé par un graphique.

Enfin, la diversité du travail individuel, le désir de convaincre l'autre ont fait progressé le travail de groupe dans la reconnaissance de la nature des situations : ainsi, la performance des élèves composant G2, G3, G4 où un quart d'entre eux seulement, avaient pensé à la proportionnalité en travail personnel.

3 - Travail collectif

Dans la phase du travail par groupe, l'autocorrection a joué au maximum. De ce fait, le travail collectif a eu pour "mission" principale :

1 - de renforcer "l'émergence" du traitement d'une même situation par différentes procédures (voir les exemples des situations 13 et 7 aux paragraphes suivants).
2 - de reconsidérer des situations difficiles (voir tableaux 1 et 2 : S1, S11, S16, S25...).
3 - de faire une synthèse à partir des travaux réalisés par les groupes.

Le travail collectif dépend étroitement des résultats observés dans les tableaux 1 et 2 ; il est donc relatif à la classe testée.

3-a Reprise de la situation 13

La situation 13 a permis de renforcer l'utilisation de plusieurs types de procédure. Voici comment :

- deux procédures différentes ont été utilisées pour traiter cette situation. Elles sont écrites au tableau :

G1: Procédure graphique	G5: Procédure coefficient
13 Situation 13 : la droite est droite et passe par le point O. → c est proportionnel	13 Périmètre du carré est L x 4 = P longueur du côté du carré : 1 x 4 = 4 ; 2 x 4 = 8 ; 3 x 4 = 12 Les suites sont proportionnelles

- le rapporteur de G1 trace en plus le graphique ; celui de G5 explique que son groupe a remarqué que :

"on multiplie toujours par 4 et que L x 4 = P" exemples à l'appui

- ainsi, progressivement, les procédures : graphique, coefficient, formule (y = ax) de la proportionnalité sont mises en évidence.

- le groupe 5 a fait apparaître une formule : "L x 4 = P".

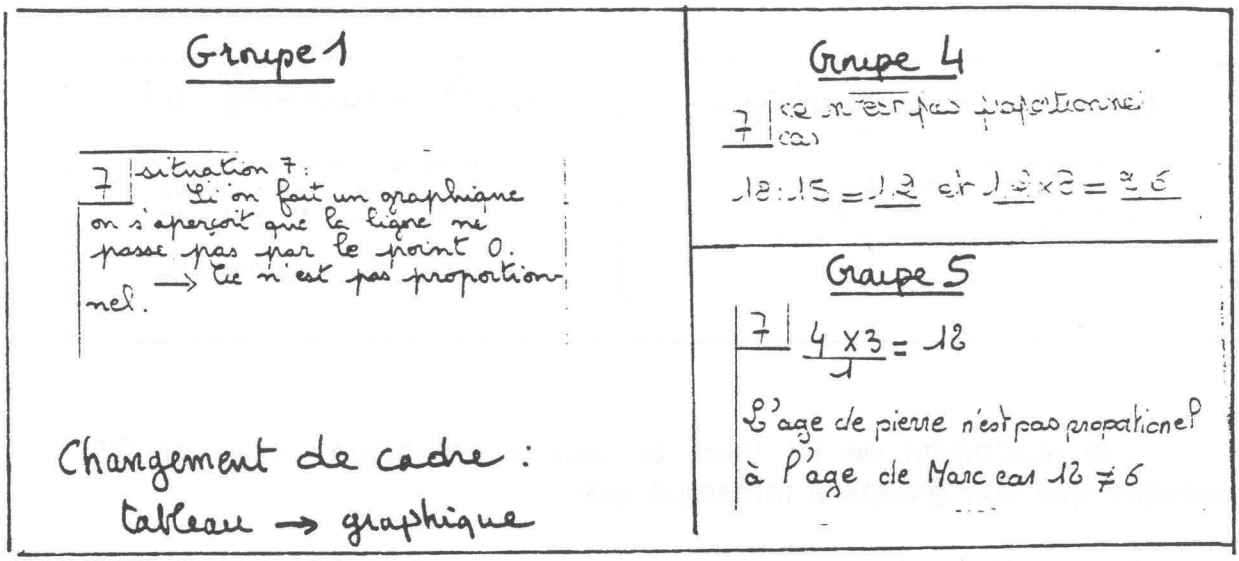
Cette écriture fonctionnelle, traduisant la linéarité, n'apparaît pas directement dans le choix des 26 situations présentées aux élèves. A posteriori, il faudra mettre des situations de ce type dans une prochaine expérimentation (situations avec différents contrats d'assurance, de calculs de périmètres, d'aires...).

Exemple : voici la formule, du calcul du montant à payer en fonction du nombre de kilomètres parcourus, proposée pour la location d'une voiture : m = 3 x n + 250 n ; n : nombre de km parcourus ; m : montant à payer.

3-b Changement de cadre (un exemple)

La situation 7 a permis un changement de cadre intéressant (voir G1).

- Trois procédures ont été utilisées pour traiter cette situation 7 :



- Cette situation accentue encore, chez les élèves, la possibilité d'utiliser plusieurs "outils" pour traiter la proportionnalité.

3-c Renforcer l'acquisition de certaines procédures

Pour renforcer l'aspect graphique les élèves ont confronté les situations : 6, 8, 13, 25, 26 ; et pour l'aspect formule : 6, 8, 13, 14, 15...

3-d La synthèse

La synthèse s'est faite progressivement au tableau ; en tenant compte de la diversité des travaux effectués.

- Ainsi, on a reproduit la situation 13 (voir 3-a) G1, G3, G4, G6 sont intervenus pour exposer et mettre au point la procédure graphique ; G2, G5 pour la procédure coefficient et la formule ; le tableau de proportionnalité n'a pas posé de problème avec cette situation.

- Enfin, pour renforcer le concept de proportionnalité la présentation de nombreux contre-exemples est nécessaire ; elle permet de mieux discerner les attributs essentiels de ce concept. Ainsi, pour l'acquisition de la procédure graphique on a repris les situations 6 (voir G1, G4, G6) et 25 (voir G4, G6) ; pour les procédures coefficient et tableau la situation 6 (voir G5). Pour l'aspect fonction : je "relance", en leur demandant de trouver les formules dans les situations : 6, 7, 13, 15...

I.4.e. Conclusion

La gestion de l'activité et le travail réalisé par les élèves a permis d'atteindre les objectifs fixés au paragraphe. Mais, il reste encore beaucoup à faire pour que ce petit "germe" prenne "racine" et se développe : il faudra le nourrir régulièrement par de nombreux exercices choisis dans "des champs" de problèmes très variés (voir chapitre 3).

Je terminerai par cette citation de Montaigne qui résume bien l'état d'esprit de cette activité ; et plus particulièrement, du sentiment qui animera ses prolongements :

"Que ce qu'il viendra d'apprendre, il le lui fasse mettre en cent visages et accommoder à autant de divers sujets, pour voir s'il l'a encore bien pris et bien fait sien".

Montaigne - Essai XXVI Livre 1.

CHAPITRE II

RECHERCHE DIDACTIQUE ET FORMATION DES ENSEIGNANTS

II.1. Gestion d'un stage de formation recherche

a - Spécificité du stage recherche-action

Ce type de stage à caractère disciplinaire s'adresse normalement, pour l'I.R.E.M., à des professeurs de mathématiques ayant déjà enseigné plusieurs années, voulant confronter leurs pratiques avec des collègues et participer à l'élaboration de nouveaux outils.

Les formateurs élaborent avant le stage une ou deux situations-problèmes qu'ils expérimentent dans leurs classes. Cette (ou ces) situation(s) est (sont) présentées(s) aux stagiaires ainsi que les compte rendus des expérimentations et des travaux d'élèves ; c'est ainsi que le stage est lancé... Les stagiaires sont invités à expérimenter eux aussi, les journées de stage étant espacées d'au moins deux semaines. Ensuite, pendant tout le stage, une partie des séquences sera consacrée aux retours de ce qui s'est passé en classe et à l'analyse des réactions et résultats des élèves, l'autre partie étant réservée à la réflexion sur le thème choisi et à l'élaboration de nouveaux outils utilisables en classe. Les formateurs se doivent donc à la fois de prévoir les matériaux pour "nourrir" la réflexion et de favoriser la participation des stagiaires pour les allers-retours entre la classe et le stage.

b - Implication des participants

La présentation d'un stage dans le P.A.F. étant réduite, même si le mot expérimentation apparaît, le public est en fait varié mais avec cependant une assez longue pratique de l'enseignement. Comme ces stages ont lieu hors du temps devant les élèves (ce que regrettent d'ailleurs certains collègues), ils obligent à faire libérer une demi-journée dans l'emploi du temps et amènent donc des professeurs motivés (cependant quelques collègues ont pu venir

sous la recommandation d'un IPR). Ceux-ci sont de trois "catégories" :

1 - Ceux qui ne connaissent pas l'I.R.E.M. ni ce style de formation et qui n'ont pas suivi d'autres stages, ils sont peu nombreux actuellement dans les stages collège.

2 - Ceux qui ne connaissent pas beaucoup l'I.R.E.M. ni cette démarche mais ont suivi d'autres stages (remédiation, rénovation...).

Pour ces deux catégories de personnes, il est très important de redéfinir au début de la formation le "contrat" et de les déculpabiliser s'ils n'expérimentent pas (ou peu) dans ce premier stage recherche-action ; nous les invitons à se réinscrire l'année suivante s'ils ont été convaincus de l'intérêt de ce premier contact.

3 - Ceux qui connaissent l'I.R.E.M. et en sont à leur deuxième, troisième ou quatrième année et qui deviennent les moteurs du stage. Connaissant le thème choisi depuis juin, ils ont peu avancé dans leur programme sur cette notion et sont prêts à expérimenter et pour quelques-uns d'entre eux à rapporter des compte rendus écrits et complets (voir II-2). Ce n'est pas rare que l'un d'entre eux rapporte aussi des remontées de classe concernant une situation-problème ou un problème ayant été conçu(e) à un stage précédent.

L'implication des participants n'est donc pas à considérer sur une seule formation, mais dans la durée. Dans les stages de 90-91, beaucoup de stagiaires ont expérimenté en classe et avaient envie de partager ensuite leurs impressions et réflexions avec leurs collègues. Cela est dû pour une part à la dynamique instaurée par les "anciens" et pour une autre au concept choisi qui permettait de travailler en classe à tous les niveaux du collège.

Dans l'évaluation du stage, on trouve comme dans toute formation disciplinaire l'importance de la confrontation d'idées avec des collègues extérieurs à son établissement pour se re-motiver, avancer dans ses recherches personnelles, se bâtir une documentation sur un concept... mais on trouve aussi l'intérêt de s'investir, de tester des méthodes nouvelles, des organisations de cours différentes dont on pourra parler ensuite. Ecouter un professeur dire comment il a procédé avec tel groupe d'élèves en difficulté donne envie d'essayer à son tour en adaptant bien sûr !

Ces stages recherche-action ont donc toute leur place dans l'éventail des formations proposées ; ils n'ont pas les mêmes objectifs qu'un stage d'établissement ou qu'un stage Remédiation, mais il est important que tout professeur puisse à un moment de sa carrière travailler de cette façon sur deux ou trois sessions. Dans ce type de stage, le formé est un acteur de sa propre formation.

II.2. Compte rendu d'expérience d'un stagiaire

Classe de 6ème A - Collège Le Ronceray Le Mans
23 élèves (niveau faible)

Voici le déroulement du travail (commencé le lundi 7 Janvier 1991)

1ère heure : Présentation du travail avec les documents qui sont :

- Document de base (voir I.3)
- Document n° 1
- Document n° 1-bis

Document 1

NOM : Prénom :

Situation A En 1 journée de travail de 8 heures, un salarié gagne 410 F. Il gagne 8 200 F pour 160 heures.

Situation B Une lettre pèse 18 g ; je dois coller un timbre à 2,10 F. Une autre lettre pèse 27 g ; je dois mettre un timbre à 3,70 F.

Observe attentivement les différents textes, tableaux, graphiques, dessins de la feuille photocopiée.

Classe les 15 situations en deux catégories (A ou B) dans le tableau ci-dessous. **Tu dois donner les raisons** pour lesquelles tu fais le choix A ou le choix B (tu peux t'aider de ta calculette si tu le souhaites).

Situation n°	Comme A	Comme B	Les raisons (ou explications) de ton choix
1			
2			

Document 1 - bis

Groupe :

Rapport

Numéro	A	B	Explications du choix
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			

Début du travail individuel qui consiste à répartir en deux groupes les textes et dessins du document de base et à remplir le document 1. Je n'apporte aucune aide. Avant la fin de l'heure, je distribue le document 1 - ter en leur indiquant la place de ces situations 16 et 17 dans le tableau. Je ramasse tout à la fin de l'heure comme je le ferai aux heures suivantes.

Document 1 - ter

A

16 Tarif du téléphone le dimanche de 6 h 00 à 22 h 30 :

Nombre d'unités	2	5	10	15
Prix à payer en francs	0,80	2	4	6

B

17 Avec 40 plants de pommes de terre, un jardinier a récolté 30 kg.

Avec 100 plants, le fermier voisin a récolté 120 kg de pommes de terre.

2ème heure : Je redistribue tout et je laisse continuer le travail. Je n'aide toujours pas malgré leurs demandes mais je les encourage à continuer. 15 minutes avant la fin, nous décidons des différents groupes qui se mettront en place pour la prochaine fois. Ils commencent un peu ce travail en groupe.

3ème heure : Ils se placent en groupes, je distribue toutes les feuilles et jusqu'à la fin de cette heure, ils finissent le rapport de chaque groupe sur le document 1 bis.

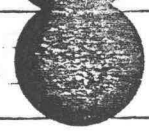
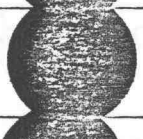
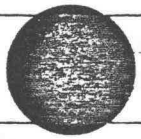
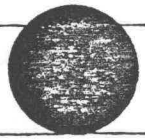
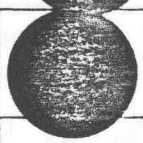
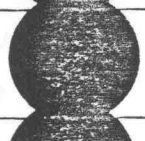
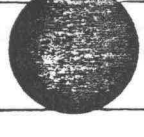
Voici deux feuilles de groupes :

Groupe : Saïda...

Rapport			
Numero	(A)	(B)	Explications du choix
1		●	car il parle de longueur.
2		●	parce que ça parle de masses et de francs.
3	●		car ça parle de masse pour un prix
4	●		Car ça parle d'argent pour des billet de loterie
5	●		car il parle d'argent.
6		●	parce que ça parle de litre.
7		●	parce que ça parle de francs pour des objets.
8	●		Car ça parle de longueur
9	●		car il parle de l'âge pour travailler
10		●	parce que ça parle de gramme.
11	●		parce que ça parle de francs et de markes.
12		●	Parce que sa parle de grammes et de longueurs.
13		●	car il parle de longueur.
14		●	parce que ça parle de litres et de francs.
15	●		parce que ça parle d'agent.

Groupe : Charline...

Rapport.

Numéro	(A)	(B)	Explications du choix
1			Parce que ça parle d'unité de longueur.
2			On voit que ça parle de masses et d'argent.
3			Parce que ça parle d'argent.
4			ça parle de choses et d'argent.
5			ça parle de choses et d'argent.
6			On parle de capacité.
7			On voit que ça parle d'objet et d'argent.
8			ça parle d'unité de longueur et d'argent.
9			ça parle d'année donc de milliers d'heures.
10			On parle de masses.
11			On parle d'argent.
12			ça parle de temps.
13			ça parle d'unité de longueur
14			ça parle d'argent et de capacité.
15			ça parle d'argent et de choses

Chaque sigle correspond à un groupe

Document 2

Situation	A	B
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		

<u>4ème heure</u> : Chaque groupe va completer au tableau le document 2.

Nous discutons du choix A ou B. Beaucoup n'ont pas de critères absolus : masse, temps, longueurs, etc... aussi bien en A qu'en B --> cela ne convient à personne --> critiques. Je garde pour la fin le groupe BENOIT-FILIZ qui a trouvé (bien qu'il y ait des erreurs).

Nous discutons tous et chacun des groupes retravaille à son rapport selon les nouvelles modalités (un groupe essaie de trouver ses erreurs car j'ai indiqué qu'il y en avait sans dire où).

Jusqu'à la fin de l'heure, chaque groupe travaille.

Groupe : Saïda... 2ème version

● Rapport			
Numero	(A)	(B)	Explications du choix
1	●		2 x 4 = 8, 6 x 4 = 24 8 x 4 = 32, 15 x 4 = 60
2	●		1 kg = 5 F, 5 kg = 25 F, 7 kg = 35 F.
3		●	L'unité est égale à 2 F mais les 10 à 8 donc il y a une promotion.
4		●	5,4 = 1,2 l'unité mais 10 : 2 = 5
5		●	1 x 6 = 6 - 5 x 25 = 125 - 10 x 40 = 400
6	●		Il y a 32 l - 40 l - 24 l - 64 l - 16 l.
7	●		84 F → 24 objets, 56 F → 16 objets 42 F → 12 objets, 14 F → 4 objets
8	●		50 + 50 = 100 + 50 = 150 + 50 = 200 200 F pour 30 km, 150 F pour 20 km, 100 F pour 10 km
9	●		Pierre a toujours 3 ans de moins que Marc donc quand quand Pierre aura 20 ans Marc en aura 23 ans
10	●		120 : 4 = 30, 180 : 6 = 30 ou 30 x 6 = 180 farine : 100 : 4 = 25, 150 : 6 = 25 beurre : 50 : 4 = 12,5, 75 : 6 = 12,5
11	●		1 marke = 3,50 F, 2 markes = 7,00 F 5 markes = 17,50 F, 10 markes = 35,00 F 20 markes = 70,00 F, il y a toujours 3,50 F en plus
12		●	Si Jean courait normalement il devrait courir le 200 m en 26 secondes
13		●	Normalement pour 200 cm il devrait y avoir 8 rosiers
14	●		30 l x 4 = 120 F 54 l x 4 = 216 F
15	●		Pour 4 images il reste 8 F donc 16 images 2 F alors 12 images 4 F.

Groupe : Charline... 2ème version

Rapport

Numero	(A)	(B)	Explications du choix
1	●		2 x 4 = 8 6 x 4 = 24
2	●		1 Kg x 3 Kg 5 x 5 Kg = 25
3		●	~~1 Kg x 5 = 5 Kg~~ 1 = 2F 4 = 7,50F
4		●	4 billets = 5F 9 billets = 10F
5		●	1 billets = 6F 5 billets = 25F
6	●		32 x 2 = 64 ; 16 + 24 = 40
7	●		14 ÷ 4 = 3,5 ; 42 ÷ 12 = 3,5
8		●	10 x 10 = 100 20 x 10 = 200
9	●		4 - 1 = 3 6 - 3 = 3
10		●	6 - 4 = 2 180 - 120 = 60
11		●	1 + 2 1 m = 3,50 2 m = 3,50 s
12		●	100 m = 43 s 200 m = 27 s il y a une seconde de
13		●	80 + 120 = 200 3 + 4 = 7
14	●		120 ÷ 30 = 4 216 ÷ 54 = 4
15		●	10 - 8 = 2 16 - 2 = 14

5ème heure : (la dernière presque)

Chaque groupe reprend ses feuilles et finit son travail, met ses résultats sur le document 4.

Document 4

Situation	A	B
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		

Nous commençons la discussion 15 minutes avant la fin et nous laissons pour le lendemain les réponses aux textes n° 9 - 10 - 15 (il est à noter que trois groupes ont presque tout le temps inversé le A et B).

6ème heure : Nous revenons pendant 40 minutes sur les trois textes n° 9 - 10 - 15 pour comprendre le choix au bout de ces 40 minutes, je ne suis pas persuadé d'avoir réussi à faire admettre la vérité pour le texte 15. Nous commençons à copier un résumé de cours.

7ème heure : résumé de cours + début d'apprentissage sur échelles, graphiques, pourcentages.

Le contrôle se fait à la 8ème heure.

Résultats de la première évaluation faite le 5 février 1991

Cette évaluation a été faite alors que nous étions au début de l'étude des pourcentages, des échelles, des graphiques (diagramme en barres, en bâtons, en camembert).

Le texte correspond au document n° 5

Voici les résultats (pour 23 copies)

Question 1 : 19 ont réussi
2 n'ont pas répondu à la question de trouver le nombre multiplicateur (ils n'avaient pas bien lu la question)
2 ont fait l'erreur sur le 3ème tableau : ils ont répondu oui.

Question 2 : 21 ont réussi
2 n'ont pas donné la réponse au multiplicateur du deuxième tableau (ce ne sont pas les mêmes qu'à la question 1) (ils ont oublié !).

Document n° 5

6ème — Devoir n° 8 de Mathématiques

1 - Ecrire si chaque tableau est un tableau de proportionnalité. Si oui, trouver le nombre qui permet de passer de la première ligne à la deuxième ligne.

5	50	1	10	20
7	70	1,4	14	28

Tableau n°1

12	10	5	8
72	60	30	48

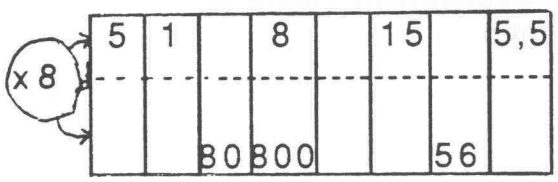
Tableau n° 2

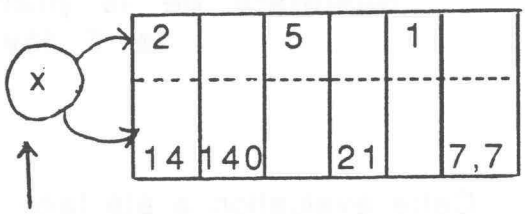
2	5	10	17	30
7	17,5	35	59	105

Tableau n° 3

---

2 - Compléter les deux tableaux de proportionnalité





à toi de trouver !

---

3 - Indications données pour la recette de la pâte brisée.

Pour 4 personnes, 160 g de farine, 100 g de beurre et 60 g d'eau.

a) je n'ai que 120 g de farine, pour combien de personnes vais-je pouvoir faire la recette ?

b) donner les quantités de farine, beurre et eau pour 10 personnes.

Question 3 : 4 ont tout réussi
9 ont réussi la question a et pas la b (surtout des erreurs de calcul) (mauvais choix du diviseur)
6 ont réussi la question b et pas la a (erreurs de calcul) (mauvais choix du diviseur)
4 ont tout raté (dont 2 n'ont rien répondu) (les 2 autres ont fait des erreurs de calcul et un mauvais choix du diviseur).

Conclusion : Devoir bien réussi dans l'ensemble. C'est leur meilleur devoir de l'année ! Il faut noter que peu d'entre eux ont du matériel (que nous leur prêtons 3 calculettes seulement dans la classe !).

Résultats d'une seconde évaluation faite le 15 mars 1991

Depuis la précédente évaluation, nous avons étudié plus particulièrement des problèmes de calculs avec pourcentages, d'échelles, de diagrammes en barres, en bâtons et en camemberts avec, pour ces derniers, beaucoup de constructions.

Le texte correspond au document n° 6.

Voici les résultats obtenus (pour 21 copies)

Question 1 : 19 réponses exactes
1 réponse fausse (erreur de calcul)
1 absence de réponse (manque de temps).

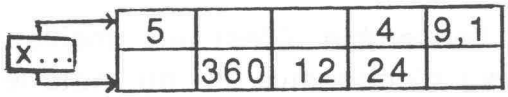
Question 2 : 6 réponses exactes
11 réponses fausses (dont 62 et 62 !, 56 et 56 !, 54 et 56, 87 et 25 !)
4 absences de réponse (manque de temps ou phrase non comprise).

Document n° 6

6ème

Contrôle n° 10 de Mathématiques
Jeudi 14/03/91

1 - Compléter le tableau de proportionnalité



2 - Paul a 7 ans, Marc a 9 ans. Ils se partagent 112 bonbons proportionnellement à leur âge. Combien reçoit chacun ?

3 - Une maquette d'avion à l'échelle 1/72ème mesure 15 cm. Combien l'avion mesure-t-il en réalité ?

4 - Calculer a) 15 % de 500 F
b) 12 % de 720 g.

5 - Un manteau coûte 500 F dans un magasin. On le solde en enlevant 30 % de son prix. Combien enlève-t-on ? Combien coûte-t-il après ?

6 - Voici la répartition par nombre de minutes d'un cours d'une heure :

	Cours	Corrections	Activité	Cours	Travail à faire	Total
x...	durée (en minutes)	9'	28'	18'	5'	60'
	angles (en °)	...	...	...	...	180°

Compléter et faire un diagramme demi-circulaire.

Question 3 : 6 réponses exactes

13 réponses fausses (dont 72 : 15, 15 : 72, 15 x 100, 72 x 15 --> calcul faux, $\frac{1x15}{72} = \frac{22}{80}$!

7 absences de réponse (manque de temps, oubli de la notion échelle).

Question 4 : 9 réponses exactes

9 réponses fausses (dont 500+15, 720:12, 15x500:500, 12x720:12, 500-15, 720-12, 500 :15, 12 : 720, $15x\frac{500}{100} = 300$!, $12x\frac{720}{100} = 60$! $\frac{15}{100}$: 500, 12:100:720) 3 absences de réponse (manque de temps).

Question 5 : 8 réponses exactes

10 réponses fausses (dont 500-30, 15 F au lieu de 150 F, 500-30 % = 16,66..., 500-169, 70 % au lieu de 30 %, 500+70)

3 absences de réponse (manque de temps, phrases non comprises).

Question 6 : 14 réponses exactes

6 réponses fausses (tableau toujours bon mais le dessin donnait ou les angles étaient faux)

1 absence de réponse (manque de temps).

Conclusion : Ce devoir a été moins bien réussi que le précédent car il était plus "pointu", de plus beaucoup d'élèves ont perdu du temps à prendre leurs affaires (ou à en chercher chez les autres) et à commencer le devoir. Les résultats sont moyens, ce qui est, déjà, un bon point si l'on sait que c'est une classe faible dans l'ensemble des matières. Quelques élèves n'ont pas trop mal réussi ces devoirs ce qui n'était pas du tout évident pour eux.

II.3. Situations-problèmes et pratiques enseignantes

L'expérimentation d'une situation-problème provoque une réflexion sur nos pratiques et la vie de la classe. Voici plusieurs constatations et interrogations qui sont sorties de nos discussions :

- Une situation-problème est proposée en classe et s'y déroule **complètement** le plus souvent possible. Cela permet d'observer les élèves en train de chercher, de repérer leurs différentes stratégies, leurs modes d'organisation et nous donne des moyens pour mieux analyser leurs erreurs. Nous pouvons nous rendre compte des "mauvaises" procédures des élèves qui existent même si on n'en parle pas. Trop souvent, nous donnons des exercices ou problèmes à chercher à la maison que nous "corrigeons" rapidement ou non en classe ; l'analyse des différentes démarches est alors très difficile à réaliser.

- L'intérêt du travail de groupe apparaît inévitablement[1] et les enrichissements procurés par l'interaction entre les élèves se constatent facilement (cf. travaux dans les expériences citées auparavant). L'organisation de ces travaux de groupes pousse certains d'entre nous à réfléchir à l'occupation des locaux et au travail autonome des élèves. Par exemple, l'un des collègues utilise souvent à présent pour ses cours trois petites salles dont une avec le nano-réseau. D'autres pensent au CDI où les tables sont plus pratiques pour travailler par trois ou quatre sachant que la documentaliste peut parfois prêter main forte.

Pendant ces temps en groupe, chaque élève a tendance à privilégier sa méthode et à la défendre, mais des élèves (même ceux qui ont la réputation de "bons") se rendent compte qu'une autre manière que la leur peut être plus efficace. Il y a une véritable confrontation et le débat s'instaure, ce qui diffère du cours magistral pendant lequel les élèves s'autorisent peu à discuter une méthode proposée par le professeur. Un collègue a été étonné que ses élèves écoutent aussi bien les arguments des autres ! Ce n'est pas toujours le cas et des dérives existent lors de prises de décisions dans les groupes, on a vu des élèves voter ! Une telle constatation peut amener un débat dans la classe sur

---

[1] Lire à ce sujet les travaux de Doise et Mugny sur l'interaction : Le développement social de l'intelligence, Ed. Interéditions.

l'argumentation. Il est alors possible de revenir à l'histoire des sciences pour montrer que les chercheurs qui ont amené des explications différentes du monde ou d'un phénomène n'ont pas toujours été bien accueillis (Galilée, guerre des irrationnels...).

En observant les élèves, en les écoutant débattre, les difficultés dues au vocabulaire apparaissent. Ce fut le cas pour le mot SOLDE. Nous pensions que ce mot avait une résonnance dans le vécu des élèves, or il a parfois été source de blocage : soit il y avait décalage entre ce que le professeur pensait être un acquis et l'expérience réelle des élèves, soit les situations proposées en mathématiques restent "artificielles" pour ceux qui ne mobilisent pas les connaissances apprises par leur vécu.

- Les rythmes différents des élèves ou des groupes nous obligent aussi à prévoir des prolongements ou des "à côté" pour les plus rapides si l'on veut que l'état d'avancement de tous les travaux soit significatif pour le temps de synthèse.

- La pratique des situations-problèmes n'étant pas encore très courante, la nouveauté provoque parfois un regain d'intérêt chez des élèves habituellement passifs ; mais surtout, le fait que tous, même les plus faibles, peuvent s'investir a un effet mobilisateur.

- La synthèse n'est pas le temps le plus facile à mener : nous devons apprendre aux élèves à bien s'exprimer pour être compris et aussi à écouter les autres groupes pour continuer à s'enrichir ou bien changer de point de vue. Un collègue a eu l'idée d'enregistrer cette séquence et de la passer à la classe. Cela a permis à certains de réaliser qu'ils n'avaient pas tout entendu, ce qui les a motivé pour changer d'attitude par la suite.

Lors d'une synthèse, tous les moyens de communication peuvent jouer leur rôle : affiches, planches pour rétro-projecteur, prise de parole, vidéo...

- Après un temps de travail en classe à partir d'une situation-problème, les élèves acceptent mieux les activités suivantes, qu'elles soient "traditionnelles" ou non. Dans une classe plutôt faible, seule une fille a dit : "je ne sais pas ce qu'il faut faire" (attitude de la majorité habituellement) ; les autres ont cherché à comprendre les consignes et ont démarré, sans doute avaient-ils pris confiance et acquis un peu d'autonomie.

CHAPITRE III

APPORT DES AUTRES MATIERES DANS LA CONSTRUCTION DU CONCEPT DE PROPORTIONNALITE

Introduction

Afin de poursuivre la construction du concept de proportionnalité, nous vous proposons des activités en relation avec d'autres disciplines enseignées au collège.

En effet, force est de constater que la plupart des élèves en situation d'apprentissage éprouvent des difficultés à réinvestir leurs connaissances dans les autres matières. C'est comme s'ils engrangeaient dans une case mémoire A de leur cerveau les savoirs fournis par le professeur de mathématiques et dans une case mémoire B les connaissances fournies par le professeur d'histoire sans qu'il n'y ait de connexion entre A et B. Il est vrai que le changement de cadre, d'individu et de langage en passant d'une discipline à une autre, incite l'élève à cloisonner ses idées.

Remarques :

Nous vous présentons une activité en :

1 - physique : graduer et lire des éprouvettes en physique. Ce travail a été testé dans le cadre d'une expérience de fonctionnement en autonomie.
2 - biologie : étude à partir des variations de la consommation en oxygène (non testée).
3 - instruction civique : déclaration d'impôts (testée par un stagiaire)
4 - histoire géographie : thème : superficie, population, densité en URSS (non testé).

Une reformulation des problèmes posés est peut être nécessaire. Aussi, nous vous conseillons de mener ces activités dans le cadre d'un décloisonnement interdisciplinaire avec le collègue concerné et dans sa salle.

III.1. Application de la notion de proportionnalité à la lecture des éprouvettes

Objectifs :

- reconnaître une situation de proportionnalité ou de non proportionnalité
- utiliser des procédures de proportionnalité
- lire des graduations.

Matériel :

- récipients transparents de formes diverses (cylindre, parallélépipède, pyramide, cône)
- doseur (boîte à pellicule photos...)
- entonnoir
- eau
- règles graduées
- bandes de papier - papier millimétré - scotch (il est conseillé d'utiliser une salle de chimie ou de biologie).

Fonctionnement :

Les élèves sont par groupe de 3 ou 4.

Activités

Activité 1

Les consignes :

* Vous allez fixer une bande de papier le long du récipient choisi, vous versez le contenu d'une dose et vous marquez par un traitle niveau de l'eau sur la bande de papier. Recommencez jusqu'en haut du récipient. Indiquez devant chaque trait le nombre de doses versées : 0, 1, 2, 3...
* Recommencez avec un autre récipient. Numérotez les bandes obtenues.

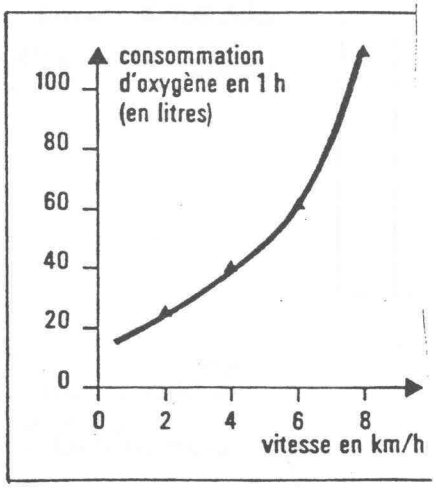
1) Comparez les graduations ainsi obtenues sur les règlettes de papier que constatez-vous ?

2) Sur chacune d'elles, est-il possible de placer exactement le nombre 2,5 ?

2 - Voyons plus précisément en mathématiques à l'aide du tableau et (ou) du graphisme.

Vitesse de marche en km/h	Consommation d'oxygène en l/h	Dépense d'énergie en kJ/h	Fréquence respiratoire en insp./min.
2	27	564	15
4	42	878	19
6	61	1280	22
8	112	2120	27

3. Le coût de la marche à différentes allures.



- Quelle est la consommation en oxygène d'un marcheur à 4 km/h pendant 3 heures ?
Remarque : il peut y avoir une discussion pour une durée plus longue.

- La consommation en oxygène est-elle proportionnelle à la vitesse de marche ? à la fréquence respiratoire ?

- Les résultats donnés dans ces deux exercices concordent-ils ?

III.3. Proportionnalité en instruction civique : la déclaration d'impôts

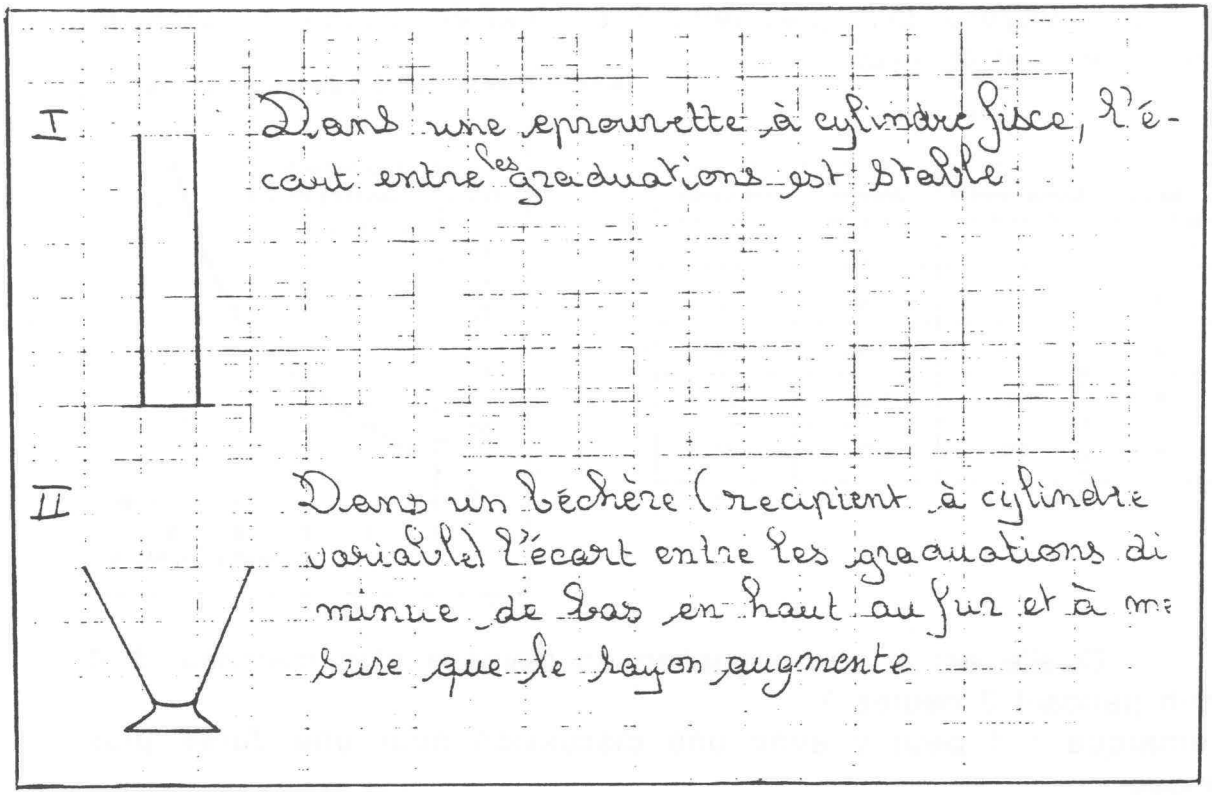
Document utilisé : Notice pour remplir votre déclaration simplifiée des revenus : fiche de calculs facultatifs.

Projet d'activité en trois parties

Première partie

Objectifs de cette partie

1 - lecture de document
2 - calculs de pourcentage
3 - trouver une formule
4 - faire une représentation graphique
5 - reconnaître une situation de proportionnalité.



Les réponses, très pertinentes, à la première question du groupe de René Claude ne nous permettent pas de penser que ces élèves aient pressenti un exercice sur la proportionnalité. On remarque ici un discours analogue au texte que nous avons retenu en biologie (voir chapitre III.2.b.).

Au cours de la mise en commun des travaux de groupe, le mot de proportionnalité a été prononcé. Les élèves ont, alors, évoqué les exercices sur le prix des bonbons, du pain... pour se remémorer la leçon des années précédentes. Ils procèdent par analogie par rapport à des situations plus prégnantes faisant partie de la batterie des exercices du professeur de mathématiques.

Un débat sur les attributs essentiels du concept de proportionnalité a été nécessaire à ce stade. Les graphiques ont été des passages obligés qui ont déclenché des réactions saines.

Les élèves de cette classe ont abordé l'activité 2 dans la foulée de la première partie. Ils ont effectué des calculs systématiques de quatrième proportionnelle, convaincus de la justesse de leur résultat grâce à la confiance aveugle qu'ils ont en leur calculatrice.

Aides

a) Sur chacune de règlettes, le trait n° 3 est-il à égale distance des traits n° 2 et n° 4 ?

b) Vous pouvez vérifier les résultats en fixant à nouveau les bandes sur leur récipient et en versant le contenu de deux doses et demie.

c) Vous pouvez faire une représentation graphique en plaçant en abscisse les nombres de doses et en ordonnée la règlette obtenue.

Activité 2

Exercice[1]

On verse de l'eau dans un vase. Pour chaque quantité d'eau versée, on mesure la hauteur de l'eau dans le vase. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Volume d'eau en cl	40	80	120	160	200	240	280	320
Hauteur d'eau en mm	27	54	81	108	132	150	160	165

1) Pouvez-vous trouver la hauteur d'eau pour un volume de 50 cl ? Si oui, donnez la réponse, si non, expliquer pourquoi.

2) Même question pour un volume de 132 cl.

3) Même question pour un volume de 260 cl.

4) Même question pour un volume de 290 cl.

Essayez de répondre aux questions et de rédiger une solution par groupe à chaque question.

Construisez une réglette de papier correspondant à cette graduation et vérifiez les résultats obtenus ?

Essayez de dessiner la forme du vase.

Activité testée

Cette activité a été proposé à une classe de cinquième dans le cadre d'une expérience de travail en autonomie. Les élèves n'avient pas revu cette notion au cours de l'année.

---

[1] Document APMEP n° 360.

Remarques :

- Il peut être intéressant de proposer un tableau du type 1 où l'une des séries de données n'est pas numérique ; un débat doit aboutir au fait qu'il faut deux séries de nombres pour parler de proportionnalité.

- En 6ème-5ème on peut simplifier le graphique en ne laissant qu'une courbe et faciliter le passage des cm^3/min aux litres/min.

III.2.b. Seconds documents

1 - Lire ce texte

Consommation d'oxygène et dépense énergétique d'un homme marchant à des allures différentes

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau de valeurs et reportés sur les courbes ci-contre. La fréquence ventilatoire augmente lorsqu'on marche plus vite. Ils montrent également que la consommation d'oxygène augmente, ce qui est moins facile à constater.

Plus le sujet se déplace vite, plus l'effort fourni est intense (doc. 3). On constate effectivement que la consommation d'énergie du marcheur augmente. Cette énergie lui est apportée par la respiration : il « brûle » plus de substances dans ses organes, en consommant plus d'oxygène. La matière organique ainsi utilisée sera compensée par les aliments, sans quoi le sujet maigrira.

Remarque : au cours d'un effort, l'organisme perd surtout de l'eau (par évaporation et transpiration).

- Qu'inspire le texte lui-même (sans tableau ni graphique).

Remarque : toutes les apparences sont là pour parler de proportionnalité (comparaison du point de vue du biologiste et du mathématicien.

III.2. Etude des variations de la consommation d'oxygène : Proportionnalité en biologie

Documents : textes, graphiques, tableaux proposés dans les livres de biologie.

Objectifs :

- lecture de tableaux
- interprétation d'un graphique
- recherche de la notion de proportionnalité

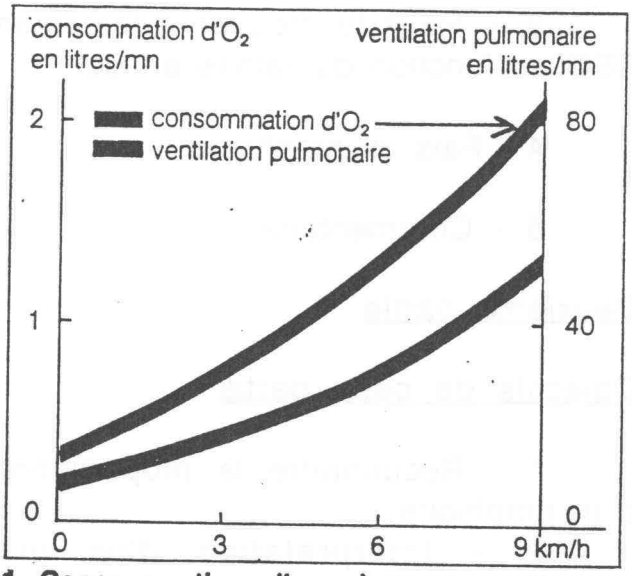
III.2.a. Premiers documents

1

homme au repos	250
marche lente	400
marche rapide	900
course lente	1500
course de fond	2500
course de vitesse	3000
travail intense (bûcheron)	4000

consommation d'oxygène en cm^3/mn.

2



1. Consommation d'oxygène et ventilation pulmonaire pour différentes vitesses de marche à pied.

1 - Le tableau n° 1 permet-il de savoir si la consommation d'oxygène est proportionnelle à la vitesse de déplacement ? Pourquoi ?

2 - Retrouver les résultats de ce tableau sur le graphique n° 2 en tenant compte des unités. Quelle réponse à la première question peut-on donner ?

Document 1 Déterminez votre revenu brut global.

Consignes

Remarque : on suppose dans toute l'activité qu'il n'y a pas de charges déductibles des impôts.

1 - Calcule le revenu brut global (RBG) pour un ménage où il n'y a qu'un seul salarié et dont le salaire annuel s'élève à 174 000 F. L'inspecteur des impôts[2] a trouvé pour le RBG la somme de 125 280 F. Trouves-tu comme lui ?

2 - Même question avec au départ un salaire annuel de 70 800 F.

3 - Peux-tu trouver directement une formule te donnant le RBG en fonction du salaire annuel ?

4 - Fais un graphique.

5 - Commentaire.

Deuxième partie

Objectifs de cette partie :

1 - Reconnaître la proportionnalité à partir d'une formule et d'un graphique

2 - Interprétation d'un graphique, du coefficient de proportionnalité.

Documents 2 Déduisez les charges déductibles de votre revenu

3 Déterminez votre nombre de parts (N)

4 Calculez le quotient familial

Document 2

Qu'est-ce que le RNI ?

---

[2] Ne pas donner (peut-être) dans un premier temps le résultat pour favoriser le débat entre les élèves.

Dans la suite, il ne sera pas tenu compte d'abattements spéciaux ; ce résultat s'appelle désormais "revenu imposable" R

Document 3

Détermine le nombre de parts N pour les deux cas :

1 - célibataire
2 - couple marié avec deux enfants.

Document 4

Fais un graphique permettant de trouver le QF en fonction du RNI

1 - pour un célibataire
2 - pour un couple marié avec deux enfants.

(Echelle conseillée en abscisses R : 1 cm pour 10 000 F
en ordonnées QF : 1 cm pour 10 000 F).

Commentaires.

Troisième partie

Document 5 Calculez notre impôt "I" à l'aide du barème suivant.

Deux démarches possibles :

- première démarche : faire la représentation graphique

cas d'un célibataire

1 - Vérifie le calcul qui est proposé
2 - Calcule I pour 18 140 F, 18 960 F, 22 470 F...

puis représente graphiquement ces résultats (échelles conseillées en abscisses R : 1 cm pour 10 000 F ; en ordonnées I : 1 cm pour 1 000 F)
3 - Appelle A, B, C, D les points obtenus.

Si je joins ces points à la règle, ai-je raison ? Que représente les segments AB, BC, CD... ?

4 - Recommence le calcul et complète le graphique dans le cas d'un couple marié avec deux enfants et un salaire. Attention à R : R = Q x N. Appelle A' B' C' D' les points obtenus.

5 - A l'aide du graphique lis :

a - Quel sera pour un revenu imposable de 150 000 F le montant des impôts

- pour un célibataire
- pour un couple marié avec deux enfants

b - Quel sera le revenu imposable correspondant à un impôt de 10 000 F

- pour un célibataire
- pour un couple marié avec deux enfants

Deuxième démarche : le graphique est donné complètement

1 - Que représente les extrémités de chaque segment ?

2 - Calcule l'impôt payé par un célibataire puis par une famille avec deux enfants et vérifie tes résultats sur le graphique.

3 - Pourquoi a-t-on le droit de joindre les extrémités à la règle ?

Retrouve la formule de la quatrième tranche (par exemple) pour un célibataire, pour un couple marié avec deux enfants.

4 - Que dire des droites (CD) et (C'D') ? (quel est leur coefficient directeur ?)

5 - Les points O, D, D' d'une part et O, C, C' d'autre part semblent alignés. Qu'en penses-tu ? Calcule les rapports $\frac{OD}{OD'}$ et $\frac{OC}{OC'}$. Quelle(s) remarque(s) peux-tu faire ? Généralise.

6 - Peux-tu réaliser la courbe des impôts pour un couple marié avec un enfant à partir de la "courbe du célibataire". Explique ta construction.

FICHE DE CALCULS FACULTATIFS

La présente fiche vous permet de calculer votre impôt. Elle ne se substitue pas à la documentation officielle de l'Administration. Pour des situations complexes ou pour tous renseignements complémentaires, adressez-vous au Centre des Impôts dont vous dépendez.

Si vous disposez d'un Minitel, vous pouvez également calculer votre impôt, en appelant le numéro 36 15, code d'accès : IR SERVICE.

Vous ne devez pas reporter les résultats déterminés ci-après sur votre déclaration : l'impôt est calculé par l'ordinateur.

Les limites qui ont été relevées cette année sont signalées en caractères blancs sur fond vert

1 Déterminez votre revenu brut global.

■ TRAITEMENTS, SALAIRES, PENSIONS ET RENTES

	Vous	Conjoint	Personnes à charge (1)	(revenu + ; déficit −)
• Salaires + droits d'auteur + avantages en nature + indemnités journalières	a			
Déduction 10 %, (minimum de **2 000 F**, maxi **66 950 F**) ou frais réels	b			
Déduction supplémentaire (limitée à 50 000 F sur les salaires et à 50 000 F sur les droits d'auteur) (à calculer sur a − 10 %)	c			
NB. le minimum de **2 000 F** s'applique globalement à la déduction forfaitaire de 10 % et aux déduction supplémentaires.				
Reste net *ligne a − (lignes b + c)*	d			
• Pensions, retraites, rentes à titre gratuit, retraits d'un PER bénéficiant des abattements	e			
Abattement de 10 % limité à **28 400 F** pour l'ensemble du foyer (si ce plafond est applicable, le répartir au prorata entre les membres du foyer). Minimum 1 800 F par bénéficiaire	f			
Reste net *lignes e − f*	g			
• Abattement de 20 % : *lignes (d + g)* × 20 % limité à **121 400 F**	h			
• Retraits d'un P.E.R ne bénéficiant pas des abattements Reportez les sommes déclarées lignes AT et BT	i		«	
Reste net *(lignes d + g − h + i)*	j	+	+ =	1
• Rentes viagères à titre onéreux		+	+ =	2

La fraction imposable dépend de l'âge que vous aviez lors de l'entrée en jouissance de la rente : moins de 50 ans : 70 % ; 50 à 59 ans : 50 % ; 60 à 69 ans : 40 % ; plus de 69 ans : 30 %.

■ REVENUS DES VALEURS ET CAPITAUX MOBILIERS *(lignes AB à FZ, • 2 de la déclaration)* . . . 3

Vous bénéficiez d'un abattement unique sur les revenus d'actions et d'obligations de **16 000 F** si vous êtes mariés ou de **8 000 F** dans le cas contraire.
Sur les sommes déclarées lignes DE + FG + HF l'abattement s'applique comme suit :
— si le revenu déclaré ligne DE ne dépasse pas 1 000 F, cette somme ne sera pas retenue par l'administration ; la somme FG + HF bénéficiera alors d'un abattement maximum de **16 000 F** ou **8 000 F** selon votre situation.
— si le revenu déclaré ligne DE excède 1 000 F, le total DE + FG + HF bénéficiera d'un abattement maximum de **17 000 F** ou **9 000 F** selon votre situation.

■ REVENU BRUT GLOBAL *(1 + 2 + 3)* . . . 4

2 Déduisez les charges déductibles de votre revenu.

■ Pensions alimentaires (lignes UH à UZ) : . . . k

Pensions portées lignes UH, UK, UL et UM : déduction limitée à **21 450 F** par enfant. Si vous subvenez seul à l'entretien d'un enfant marié ou chargé de famille, quel que soit le nombre d'enfants du jeune foyer, la réduction est limitée à **42 900 F**.
Nota : Dans certains cas, vous pouvez obtenir un avantage en impôt complémentaire résultant de la déduction des pensions alimentaires versées à des enfants majeurs étudiants inscrits dans l'enseignement supérieur. (cf. page 12).

■ Déductions diverses (ligne BA) : . . . l

TOTAL (k et l) . . . . . m = 5

REVENU NET GLOBAL *(4 − 5)* . . . 6

ABATTEMENTS SPÉCIAUX personnes âgées ou invalides : voir ci-dessous - enfants mariés à charge : abattement de **21 450 F** par personne rattachée . . . 7

MONTANT DU REVENU NET IMPOSABLE *(6 − 7)* arrondi à la dizaine de francs inférieure . . . R =

ABATTEMENT ACCORDÉ AUX PERSONNES ÂGÉES OU INVALIDES : Si vous êtes âgé(e) de plus de 65 ans ou invalide (titulaire d'une pension d'invalidité de guerre ou d'accident de travail d'au moins 40 % ou titulaire de la carte d'invalidité), vous bénéficiez d'un abattement de **8 580 F** si le revenu net global de votre foyer n'excède pas 53 100 F ; il est de **4 290 F** si ce revenu est compris entre 53 100 F et 85 800 F ; l'abattement est doublé si votre conjoint répond aux mêmes conditions. L'ordinateur déduira automatiquement cet abattement.

(1) S'il y a plusieurs personnes à charge, effectuez un calcul séparé pour chacune d'entre elles.

Vous n'avez pas d'impôt à acquitter lorsque (2) :

— votre revenu net de frais professionnels (avant abattement de 20 % pour les salaires et pensions) n'excède pas **39 300 F** (ou **42 800 F** si vous avez plus de 65 ans) ;
— ou bien votre revenu imposable (R) est inférieur aux limites du tableau ci-dessous (3) ;

Pour	Votre revenu (R) est inférieur à :	Pour	Votre revenu (R) est inférieur à	Pour	Votre revenu (R) est inférieur à :	Pour	Votre revenu (R) est inférieur à	Pour	Votre revenu (R) est inférieur à :
1 part	**37 550 F**	2 parts	**58 070 F**	3 parts	**77 910 F**	4 parts	**97 360 F**	5 parts	**117 500 F**

3 Déterminez votre nombre de parts (N) utilisé pour l'application du barème.

vous avez / vous êtes	aucune personne à charge		nombre de personnes à charge (1)										
	cas général	cas particuliers (2)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Mariés (3)	2	»	2,5	3	4	5	6	7	8	9	10	11	et ainsi de suite en ajoutant une part
Célibataire (5) Div. (5) veuf (4) (5)	1	1,5	2	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5	

(1) Ajoutez 1/2 part pour chaque personne à charge titulaire de la carte d'invalidité (cases G ou R du cadre B page 2 de la déclaration).
(2) Vous remplissez une ou plusieurs des conditions énumérées face aux cases P, E, K du cadre A page 2 de la déclaration.
(3) Ajoutez 1/2 part lorsque vous ou votre conjoint êtes invalide, ou si l'un de vous a plus de 75 ans et la carte du combattant. Ajoutez 1 part si chacun est invalide.
(4) Vous avez un enfant issu du mariage avec votre conjoint décédé : ajoutez 1/2 part. Votre conjoint est décédé en 1990 : vous suivez le régime des " mariés " (la 1/2 part supplémentaire dont pouvait bénéficier ce conjoint s'il était invalide n'est pas reportable sur le survivant).
(5) Si vous êtes invalide, ajoutez 1/2 part lorsque vous avez des charges de famille.

4 Calculez le quotient familial correspondant à votre nombre de parts.

Ce quotient « QF » est égal à : $\frac{\text{R (revenu imposable)}}{\text{N (nombre de parts)}} =$ .....

Recherchez ci-dessous la tranche dans laquelle est situé votre quotient familial « QF » (et non pas votre revenu)

5 Calculez votre impôt « I » à l'aide du barème suivant : (les tranches ont été relevées de 3,2 %)

Si votre « QF » (R/N)					
n'excède pas	18 140 F	.....	votre impôt sera égal à : 0		
est supérieur à	18 140 F	et inférieur ou égal à 18 960 F	votre impôt sera égal à : (R × 0,050) –	(907	× N)
est supérieur à	18 960 F	et inférieur ou égal à 22 470 F	votre impôt sera égal à : (R × 0,096) –	(1 779,16	× N)
est supérieur à	22 470 F	et inférieur ou égal à 35 520 F	votre impôt sera égal à : (R × 0,144) –	(2 857,72	× N)
est supérieur à	35 520 F	et inférieur ou égal à 45 660 F	votre impôt sera égal à : (R × 0,192) –	(4 562,68	× N)
est supérieur à	45 660 F	et inférieur ou égal à 57 320 F	votre impôt sera égal à : (R × 0,240) –	(6 754,36	× N)
est supérieur à	57 320 F	et inférieur ou égal à 69 370 F	votre impôt sera égal à : (R × 0,288) –	(9 505,72	× N)
est supérieur à	69 370 F	et inférieur ou égal à 80 030 F	votre impôt sera égal à : (R × 0,336) –	(12 835,48	× N)
est supérieur à	80 030 F	et inférieur ou égal à 133 340 F	votre impôt sera égal à : (R × 0,384) –	(16 676,92	× N)
est supérieur à	133 340 F	et inférieur ou égal à 183 400 F	votre impôt sera égal à : (R × 0,432) –	(23 077,24	× N)
est supérieur à	183 400 F	et inférieur ou égal à 216 940 F	votre impôt sera égal à : (R × 0,490) –	(33 714,44	× N)
est supérieur à	216 940 F	et inférieur ou égal à 246 770 F	votre impôt sera égal à : (R × 0,539) –	(44 344,50	× N)
est supérieur à	246 770 F	.....	votre impôt sera égal à : (R × 0,568) –	(51 500,83	× N)

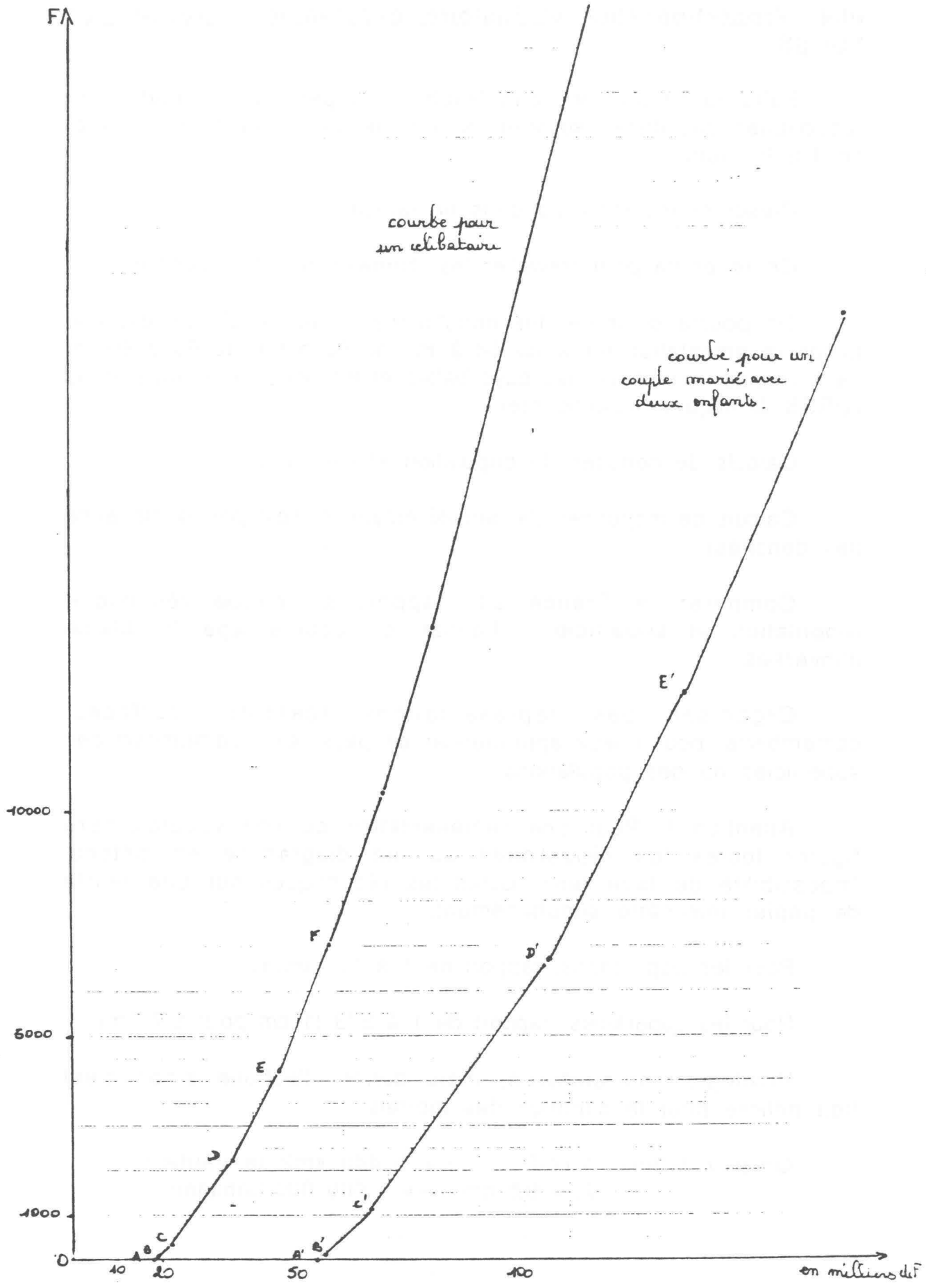
Dans votre cas, la formule de calcul est la suivante :

(.....(R) × O, ...) – (..... F × .....(N)) = I .....

Exemple : Si votre revenu imposable est de 100 000 F et votre nombre de parts égal à 2,5, votre quotient familial « QF » = R/N = 100 000 : 2,5 = 40 000 F.
Ce montant est compris dans la tranche de 35 520 F à 45 660 F.
Votre impôt est égal à : (100 000 × 0,192) – (4 562,68 × 2,5) = 7 793,3 F arrondi à 7 793 F.

Si vous êtes domicilié(e) dans les D.O.M.

Vous bénéficiez alors d'un abattement, sur l'impôt calculé ci-dessus, de :
30 % pour la Guadeloupe, la Martinique ou la Réunion (plafonné à **33 310 F**) ; 40 % pour la Guyane (plafonné à **44 070 F**).


FA
courbe pour un célibataire
courbe pour un couple marié avec deux enfants.
10000
5000
1000
0
10
20
50
100
en millions de F
A
B
C
D
E
F
A'
B'
C'
D'
E'

III.4. Proportionnalité et histoire géographie : travail sur l'URSS

Faire rechercher les populations et superficies de toutes les républiques socialistes soviétiques par les élèves (laisser un délai de 8 à 10 jours).

Présenter les résultats dans un tableau.

On retiendra pour travailler les données les plus récentes.

On pourra comparer les populations et leur évolution dans le temps (augmentation en % de 68 à 80, de 80 à 90, de 68 à 90) et dans l'espace (comparer les pays baltes et les populations du sud de l'URSS à majorité islamisante).

Calculs de densités de population et évolution.

Calculs de moyennes (la densité moyenne n'est pas la moyenne des densités).

Comparer la France par rapport à chaque république (population et superficie)... fraction ou pourcentage (problème d'inverses).

Organiser des représentations (dessins, surfaces, camemberts) pour mieux appréhender ce pays. ex... camembert des superficies ou des populations.

Attention !! Pour une représentation où l'on voudrait faire figurer toutes les républiques sur un diagramme en bâtons. Impossibilité de faire tenir toutes les républiques sur une feuille de papier millimétré simultanément.

Pour les populations, rapport de 1 à 100 environ.

Pour les superficies, rapport de 1 à 573 (1 cm pour 5,73 m).

Privilégier les surfaces, mais donner l'échelle sinon c'est trop difficile pour le commun des mortels.

On peut retenir 1 cm2 ---> 5 440 km2 (à vérifier)
R = 0,5 cm ---> 1 000 000 habitants.

Données de 1990

République	Superficie	Population	Densité
RUSSIE 1917	17075400	147300000	8,6
UKRAINE 1917	603700	51704000	85,6
BIELORUSSIE 1919	207600	10200000	49,1
KAZAKHSTAN 1936	2715100	16538000	6,1
OUZBEKISTAN 1924	449600	19906000	44,3
GEORGIE 1921	69700	5449000	78,2
AZERBAIDJAN 1920	86600	7029000	81,2
KIRGHIZIE 1936	198500	4291000	21,6
TADJIKISTAN 1929	143100	5112000	35,7
ARMENIE 1920	29800	3283000	110,2
ESTONIE 1940	45100	1573000	34,9
LETTONIE 1940	63700	2681000	42,1
LITUANIE 1940	65200	3690000	56,6
MOLDAVIE 1940	33700	4341000	128,8
TURKMENIE 1924	488100	3534000	7,2
	22274900	286631000	12,9

Poser la gommette représentant la population dans le rectangle ou le carré représentant la superficie de chaque république permet de constater les disparités immenses caractérisant cet empire.

On pourrait aborder la notion d'indice puisque l'on dispose des données de 68, 80 et 90.

Conclusion

Pour mieux s'imprégner de la notion de proportionnalité, l'élève doit rencontrer le maximum de situations au cours de sa scolarité en collège. Multiplions les exemples, diversifions les exercices, proposons des habillages différents, c'est à ce prix que cette notion sera la mieux acquise.

CHAPITRE IV

LE THEOREME DE THALES : QUELQUES ENJEUX ECLAIRES PAR L'HISTOIRE

Depuis Klein et son Programme d'Erlangen (1872) la géométrie dite euclidienne est celle du groupe des similitudes (isométries, homothéties et leurs composées). Par ailleurs l'existence de figures semblables, c'est à dire proportionnelles, repose sur l'axiome des parallèles (axiome dit d'Euclide) ou sur son équivalent : la somme des angles d'un triangle est un demi-tour.

Le théorème de Thalès (et son réciproque), qui équivaut à l'homothétie, joue donc un rôle fondamental dans la structure de la géométrie euclidienne.

Fort de cette analyse, avec vingt-trois siècles de recul, on peut s'étonner à la lecture des Eléments d'Euclide (3ème siècle avant notre ère) : le théorème est repoussé au livre VI, proposition 2.

Comme le théorème de Pythagore (propositions 47 et 48 du Livre I des Eléments) la propriété est pourtant très ancienne et mise en oeuvre par les géomètres -arpenteurs- constructeurs Egyptiens, par les Babyloniens (~ -2000). Mais au contraire du théorème de Pythagore elle est reçue comme pure évidence.

Construisons une pyramide à l'aide d'une équerre. Partant du sol (c'est recommandé) construisons la plate forme n° 1, puis de celle-ci... etc... il est évident que si la distance au sol est n.AB, la hauteur est n.BC et la longueur du mur n.AC (Fig. 1).

On trouve dans les tablettes Babyloniennes des exercices relatifs à la construction d'escaliers (qui ne sont, après tout, que des pyramides inachevées) : les marches sont égales, de dimensions

Fig. 1

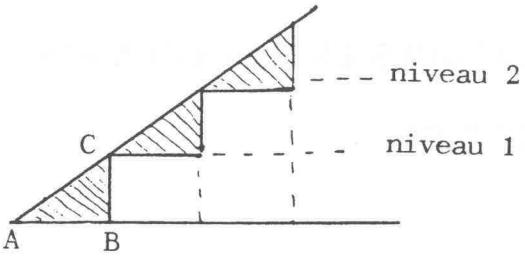
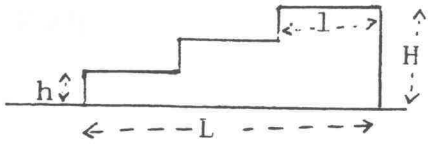


Fig. 2



h,l ; l'escalier a pour dimensions H et L. Ayant trois de ces nombres, trouver le quatrième.

Deux mille ans après J.C. comme deux mille ans avant, toute mesure pratiquée repose sur le nombre entier, quitte à fractionner l'unité. Ce n'est pas affaire d'approximation ou d'erreur (par rapport à quoi ?), la mesure s'opère, objectivement, en un nombre fini d'étapes, si méticuleux que soit l'opérateur. Ainsi tant qu'il s'agit de mesures réellement effectuées il n'y a pas de théorème de Thalès, il y a évidence, décompte intuitif, la propriété fonctionne de façon "naturelle".

Remarquons au passage qu'elle met insidieusement en jeu les rapports trigonométriques sans que l'on ait à les conscientiser, à en faire l'objet d'une étude spécifique. Ils sont à l'oeuvre sans avoir à émerger.

La proposition (VI, 2) des Eléments est, à la fois, la même et radicalement autre. Elle est devenue théorème, elle exige démonstration c'est à dire qu'elle entre dans un réseau d'enchainements construit pour annuler, au moins atténuer, une tension entre un questionnement et un savoir hérité. Pour démontrer le théorème de Thalès (ou un autre) il faut y croire et il faut douter de quelque chose qui lui soit lié.

Le terme "théorème de Thalès" est totalement anachronique si l'on pense à l'Egypte ancienne, il l'est beaucoup moins si l'on envisage sa promotion au statut de théorème.

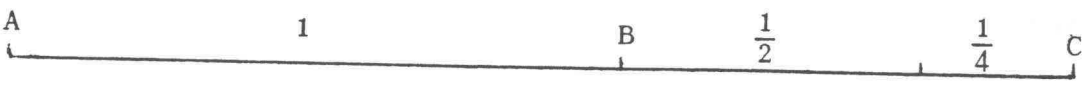
Avec Thalès et l'école de Milet (cité ionienne sur l'actuelle côte de Turquie en Mer Egée), vers le sixième siècle avant notre

ère, les géomètres grecs installent consciemment leur science mathématique dans le monde des idées (... pas encore Platon qui est du quatrième siècle). La droite n'est plus le trait qu'on trace mais celle que l'on pense, immatérielle comme la ligne qui joint l'oeil à l'étoile. Elle nécessite définition car il s'agit de dire ce que l'on pense et non ce que l'on voit, ce que l'on touche, que l'autre voit aussi. Le logos, le discours raisonné, devient la seule garantie de cohérence et dans la pensée de celui qui pense et dans la transmission de cette pensée. (Nous mettons beaucoup l'accent sur la nécessité de démontrer "pour convaincre l'autre". C'est beaucoup mieux que l'autoritaire "en math il FAUT démontrer", mais n'est-ce pas esquiver le véritable obstacle, perdre de vue l'objectif : avoir besoin de démontrer pour soi-même parce que l'on a appris à douter, parce que dans certaines phases nos convictions premières ne suffisent plus à notre raison et que nous désirons assurer la cohérence de notre pensée. Le rôle médiateur de l'Autre est important, c'est un moyen d'apprendre à douter en un sens positif, il y là une étape mais le but est encore à distance).

Le glissement amorcé d'une pensée dont la cohérence et la validation s'appuient sur une pratique de terrain à une pensée qui refuse tout recours au tangible, conduit, entre autres, à une réflexion sur la mesure et sur la notion même de grandeurs homogènes.

Nous ignorons tout des débats mais nous pouvons constater une inversion méthodologique. L'Egyptien fixe une unité, qu'il fractionne selon les besoins, et associe un nombre à la grandeur mesurée, nombre relatif à l'unité mais "absolu", qualifiant (ou plutôt quantifiant) la grandeur une fois l'unité fixée. Nous agissons de même avec nos dixièmes, centièmes...

Mesurer est une action dont le résultat est "affiché", lisible, à la fin de l'opération. La difficulté opératoire est de choisir la plus grande fraction (au sens de partie quantième) de l'unité contenue dans le reste, nos règles graduées facilitent ce travail et l'on peut sans mal concevoir une règle graduée en quantièmes d'unité. Dans l'exemple suivant, l'unité étant AB le scribe annoncera 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$.



Nous agissons comme le scribe, mais nous fixons le mètre pour unité ou ses sous-multiples, nous mesurons AB en centimètre ainsi que AC... la question est donc simplement de proportionnalité par le biais des unités.

Dans la même situation le Grec, de lignée euclidienne, procèdera tout autrement. Le cas simple serait celui où le petit segment, AB, mesurerait exactement le grand segment AC. Dans notre exemple il n'en est rien : AC = AB + BC et BC < AB. Si alors le petit segment BC mesurait AB il mesurerait aussi AC, etc... Dans le schéma suivant on a AC = AB + BC, AB = BC + CD et BC = 3CD.

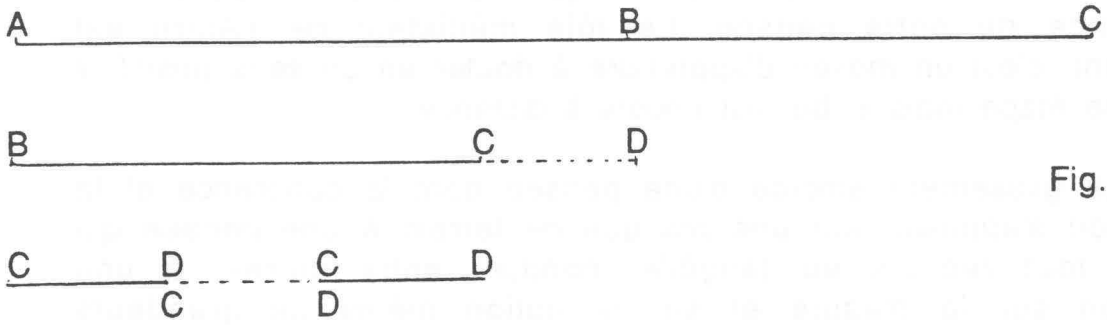
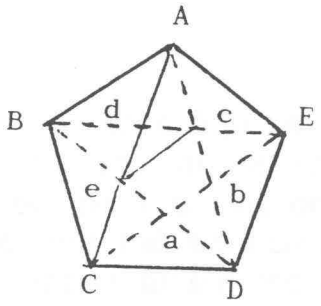


Fig. 3

La phase de reports étant achevée le résultat n'est pas affiché, il faut le construire : BC = 3CD, AB = 4CD, AC = 7 CD et conclure que AC est à AB comme 7 est à 4. Le grec n'a pas fixé d'unité préalable, il a en quelque sorte construit l'unité la plus pratique, la plus grande unité commune (la plus grande commune mesure dirait-il), et le résultat n'est pas un nombre mais un couple d'entiers. Ce procédé, dit anthyphérèse (soustractions alternatives ou itératives) a deux avantages : il est algorithmique, répétitif, et il conduit à la relation absolue entre deux segments indépendamment de toute unité.

La méthode grecque est liée au problème de l'irrationalité, qu'elle en soit issue ou qu'au contraire elle le permette : considérons le pentagone régulier étoilé symbole Pythagoricien (Ecole - secte florissant au 5ème siècle à Crotone en Italie du Sud où aurait été inventée l'irrationalité) et le pentagone convexe circonscrit.

Fig. 4



Comparons AB à AC par anthyphérèse

AC = AB + eC car AB = Ae

AB = eC + ed car Ad = eC

Nous devons comparer eC à ed, or eC = ec, diagonale du petit pentagone régulier convexe (abcde) et ed est le côté de ce pentagone. Comparer ec à ed nous replace dans la même situation qu'au départ où nous voulions comparer AC et AB. L'algorithme est donc périodique, illimité, il n'y a pas de commune mesure à AB et AC, ces grandeurs sont incommensurables et l'infini se fait dangereusement présent (Penser aux Paradoxes de Zenon d'Elée à la même époque).

L'échec de la méthode -ou la méthode de cet échec- crée une tension. Nous sentons qu'il y a du rapport entre AB et AC, nous en sommes convaincus et cette conviction remet en cause le concept de rapport puisque le cadre traditionnel ne permet pas d'en rendre compte.

Le concept de rapport étant remis en chantier, exigeant définition, l'égalité des rapports est nécessairement à définir, la proportionnalité doit être assumée au plan théorique, pour toutes les grandeurs... et la proposition de Thalès qui parle d'une telle égalité doit être validée en référence à la définition. Il doit y avoir un Théorème de Thalès.

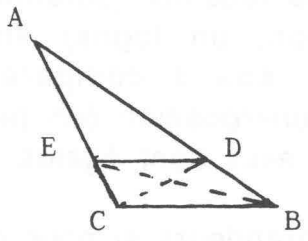
La réponse de type euclidien peut se résumer (déformer) ainsi : pour qu'il existe un rapport (une raison, un logos) entre deux grandeurs il faut avant tout qu'elles soient comparables "en quantité" ce qui revient à dire que par superposition (en pensée) on puisse dire laquelle dépasse l'autre ou si elles sont égales.

Ceci posé il y a raison entre deux grandeurs si pour chacune il existe des multiples qui dépassent l'autre (et des multiples de l'autre). Cette définition (Livre V Déf. 5 des Eléments) n'est pas anodine. D'une part, il ne peut ainsi y avoir de "raison" entre une ligne et une surface, mais la définition élimine aussi les grandeurs que nous disons non archimédiennes, et elle le fait sciemment : au Livre III, proposition 16, Euclide établit que l'angle formé par le cercle et sa tangente (angle corniculaire ou de contingence) est inférieur à tout angle à côtés rectilignes, il n'en dit pas plus mais à travers les commentateurs on sait que le sujet passionna et que les Grecs avaient conscience de l'impossibilité d'atteindre un angle rectiligne avec quelque multiple que ce soit de l'angle corniculaire.

D'autre part, cette définition pourrait être opérante au plan numérique en classant les couples d'entiers (m, n) en trois catégories I, II, III selon que ma > nb, ma = nb ou ma < nb, seule la classe II pouvant être vide. Rappelons qu'Euclide ne fait rien de tel mais énonce dans la définition 6 que a et b ont même raison entre elles que A et B "lorsque des équimultiples quelconques de a et A (pour nous m a et m A) et d'autres équimultiples quelconques de b et B (soit n b et n B) sont tels que les premiers équimultiples surpassent, chacun à chacun, les seconds, ou leur sont égaux à la fois, ou plus petits à la fois". Si nous revenons à nos catégories I, II, III et à celles I', II', III' définies avec A et B, la définition est I = I', II = II' et III = III' (au passage signalons la définition 8 : la raison entre a et b est plus grande que la raison de A à B s'il existe un couple (m, n) de I qui ne soit pas dans I').

On sait alors ce que doit établir le théorème de Thalès. Dans la proposition 1 du Livre VI Euclide fait effectivement fonctionner la définition de "avoir même raison" pour établir que les aires de deux triangles de même hauteur ont le même rapport que les bases. Vient alors la démonstration du théorème. En notant (ABC) etc... les aires en marquant la raison par deux points (:) et "même" par =, on a successivement (Fig. 5) (BDE) = (CDE), même base et même hauteur, puis (BDE) : (ADE) = (CDE) : (ADE) et donc BD : AD = CE : AE (Le théorème réciproque est établi dans la même proposition).

Fig. 5

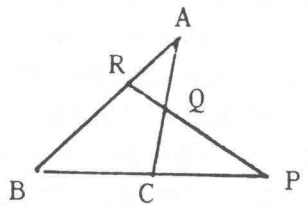


Démonstration remarquablement efficace que nous pouvons utiliser aisément à condition de savoir que nous faisons un contre-sens et que nous appelons, comme souvent, rigueur ce qui n'est qu'un tour de prestidigitation : ayant écrit l'égalité des raisons (BDE) : (ADE) = (CDE) : (ADE) sous la forme $\frac{BDE}{ADE} = \frac{CDE}{ADE}$ on a $\frac{BD \times HE}{AD \times HE} = \frac{CE \times DI}{AE \times DI}$ où HE et DI sont les hauteurs, et en simplifiant $\frac{BD}{AD} = \frac{CE}{AE}$. L'ennui est que nous considérons BD, HE, etc... comme des nombres et, simultanément, l'aire du rectangle comme produit de ces nombres ; or si les côtés sont 4 et 3 avec une commune unité on peut faire un décompte de carrés ce qui, au choix, définit l'aire ou le produit d'entiers, mais si les côtés sont incommensurables ?

Aire du rectangle ou théorème de Thalès la difficulté est la même, l'irrationalité est incontournable. Or nous n'avons pas les moyens de l'affronter. Nos élèves n'ont aucune raison de douter, donc de démontrer, car pour douter ils devraient conduire toute une réflexion sur la notion de mesure. Je n'ai jamais vu d'élève inquiété par l'aire d'un rectangle mais beaucoup s'alarment au nom de Thalès. Il y a là un effet pervers de la démonstration voulue par le maître qui sait qu'il faut démontrer alors que l'enjeu réel de la démonstration est hors de portée de l'élève. Pas de question pour nous au sujet du rectangle, bien à tort, et pas d'angoisse des élèves. Le sacrifice rituel à Thalès et les élèves ne voient plus l'évidence. Tant que nous n'abordons pas l'irrationalité la figure 1 suffit et un découpage en triangles suivi d'un décompte montre que l'aire est multipliée par k^2 si les côtés le sont par k où k est entier ou fractionnaire. Lors d'une première approche de l'irrationalité, des encadrements par les rationnels suffisent, sans mise en forme. Nous pouvons cesser d'inquiéter nos élèves.

La figure 1 faite avec un triangle (ABC) quelconque, translaté le long de la droite (AC) fournit tout ce qu'un élève doit, et peut, comprendre. En multipliant AC par k tous les côtés sont multipliés par k et l'aire par k^2, le triangle initial (ABC) et le triangle final ont les mêmes proportions, au sens quotidien du mot, c'est à dire que $\frac{AB}{AC}$, $\frac{BC}{AB}$, $\frac{BC}{AC}$ sont stables, le triangle n'est pas "déformé" dans l'agrandissement. La configuration de Thalès dédramatisée et bien perçue peut alors, au fil des années, déployer ses richesses : notre rôle sera d'apprendre à l'élève à voir la même chose autrement... ce qui change la chose. Quelle que soit la forme du triangle, l'angle A est caractérisé par l'un des trois rapports, ou leurs inverses -c'est le bâton de Jacob des vieux astronomes, ce sont, pour B droit, nos rapports trigonométriques. Fixons notre attention sur les directions AB et BC, les coordonnées sont dans le rapport des vecteurs ; soyons sélectifs et ne regardons comme utile que la droite AB : la projection "cylindrique" conserve les rapports... (une "transformation" n'a d'intérêt que par ce qu'elle conserve). Il faut apprendre à nos élèves que la façon dont on regarde change ce que l'on comprend tout en conservant le substrat initial. C'est beaucoup plus important que de démontrer le théorème de Thalès.

Pour terminer, pendant que les élèves sont partis, dessinons la configuration de Thalès en perspective... QR est "parallèle" à BC...



Nous avons le théorème de Menelaüs, le quadrilatère complet... Menelaüs, Thalès, des théorèmes radicalement différents et pourtant, sous un certain angle, le même.

CHAPITRE V

PROPORTIONNALITE DE LA TROISIEME A LA SECONDE

V.1. La proportionnalité dans le programme de seconde

Dans "les intentions majeures" du programme de mathématiques de la classe de seconde, nous sommes invités à consolider les notions abordées au collège et à assurer "une meilleure solidité sur les points essentiels". La notion de proportionnalité est, à notre avis, un de ces points essentiels : "95 % des problèmes de la vie courante sont de nature proportionnelle" affirme Jean Julo[1].

Ce dernier tend à distinguer :

- d'une part la résolution de problèmes, dans le 1er cycle,
- d'autre part le modèle mathématique, difficilement compréhensible au collège,

qui seraient deux approches tout à fait distinctes de la notion de proportionnalité. En seconde ces deux aspects doivent être reliés et on peut lire dans le programme : "il est important que les élèves soient entraînés à mieux maîtriser les situations de proportionnalité... en relation avec l'étude des fonctions linéaires et des fonctions affines".

En géométrie plane :

1) L'étude du calcul vectoriel est complétée par :

- la multiplication d'un vecteur par un réel ;
- la propriété de Thalès en termes vectoriels ;

2) L'étude de l'homothétie est abordée.

---

[1] Jean Julo, Maître de Conférences en Sciences de l'Education, IREM-UFR de Mathématiques - Université RENNES I.

Ces nouveaux outils permettent de traduire des situations de proportionnalité de nature géométrique.

Enfin, dans le cadre de la géométrie dans l'espace, la proportionnalité occupe encore une bonne place dans le programme : lorsqu'il nous propose d'utiliser les propriétés et théorèmes de géométrie plane pour résoudre des problèmes de l'espace.

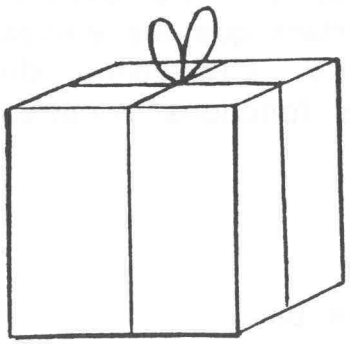
V.2. Deux pistes pour une tentative de remédiation

Compte-tenu des directives énoncées dans le programme et du constat selon lequel des difficultés importantes subsistent à l'arrivée au lycée, nous avons tenté d'aller à l'encontre de deux attitudes trop fréquentes :

- "traitement constant" donc situation de proportionnalité. (Ex : ajouter 2 à chacun des termes d'une série de nombres, élever au carré..., en fait calculer l'image d'un réel par une fonction).

- Confusion : - proportionnalité entre deux séries de nombres,
  - proportionnalité des accroissements entre deux séries de nombres.

ACTIVITE A : "Autour d'un cube"



Un colis a la forme d'un cube. Il est enrubanné comme sur la figure ci-contre. Le noeud nécessite 15 cm de ruban.

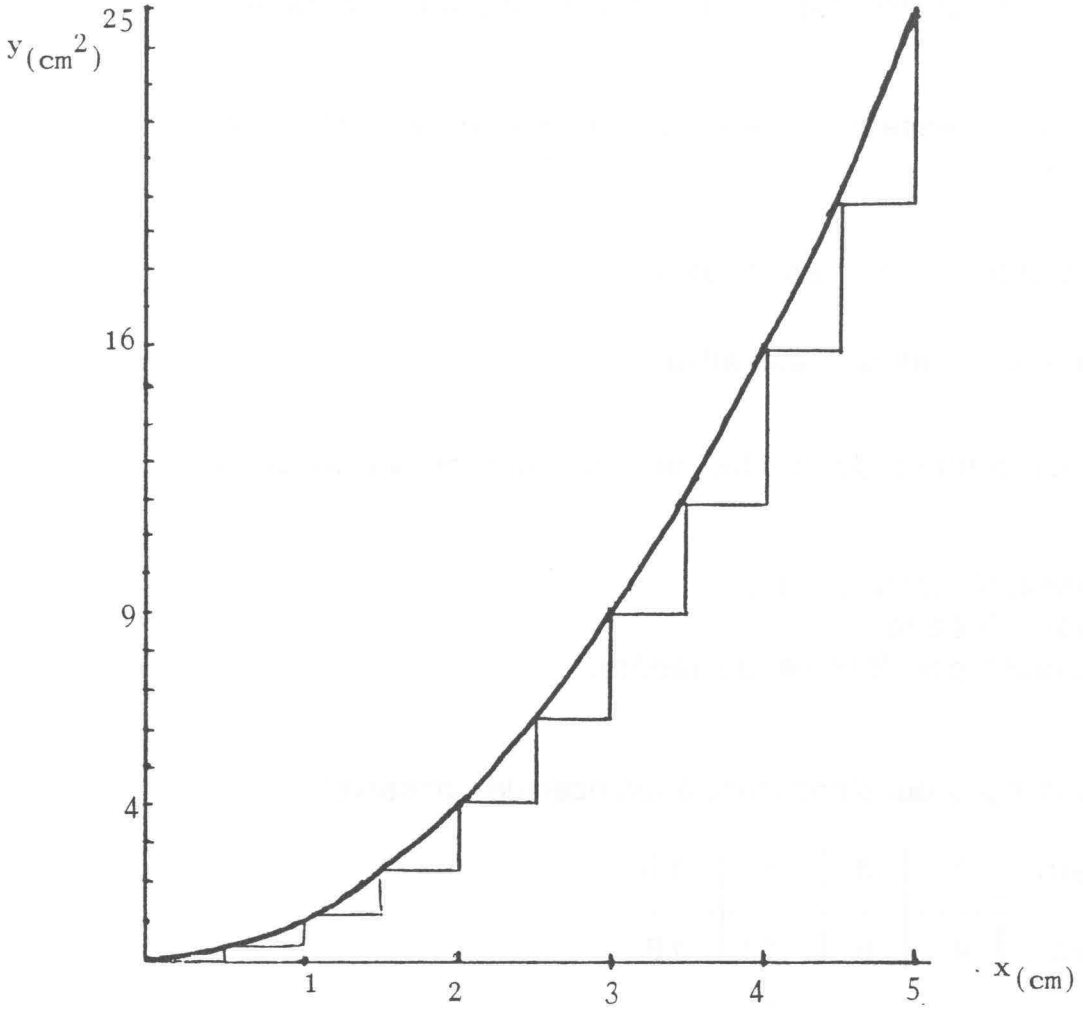
1 - Exprimez en fonction de la longueur a (en cm) de l'arête :

- la longueur totale l des arêtes
- l'aire A d'une face
- le volume V du colis
- la longueur totale L de ruban.

2 - a) Représentez graphiquement chacune des expressions l, A, V et L (l(a), A(a), V(a), L(a), en seconde) quand a varie de 0 cm à 5 cm. Faites quatre graphiques séparés.

b) Sur chacun des graphiques, construisez des "marches" de 0,5 cm de largeur.

Exemple : Aire d'une face A



Puis pour chacun des dessins, complétez le tableau suivant.
Δx désigne la différence entre deux abscisses successives
Δy désigne la différence entre deux ordonnées successives.

x = a(cm)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Δx		0,5	0,5	...	...	....	...	...	...	...	...
y = A(cm2)	0	0,25	1	...	...	...	...	...	...	...	...
Δy		0,25	0,75	...	...	...	...	...	...	...	...
y/x	/	0,125	1	...	...	...	...	...	...	...	...
Δy/Δx											

3 - Pour chacun des quatre cas, quelle conjecture peut-on faire ? Justifiez-là.

. Il reste au professeur à gérer la réciproque des dernières propriétés établies :

Si $\frac{x}{y}$ = constante, alors f est linéaire

si $\frac{\Delta x}{\Delta y}$ = constante, alors f est affine.

Cette activité permet de mettre de nouveau en évidence le triple aspect :

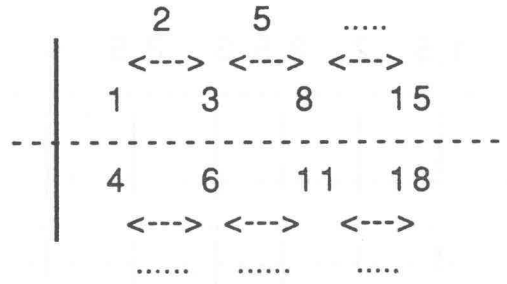
- Proportionnalité entre x et y
- Application linéaire
- Droite passant par l'origine du repère.

ACTIVITE B : "Des âges qui s'obstinent à avancer de conserve".

Age de Pierre	1	3	8	15
Age de Marc	4	6	11	18

1) Y-a-t-il proportionnalité entre ces deux suites de nombres ?

2) Calculez les accroissements entre deux âges consécutifs.



3) Y-a-t-il proportionnalité entre ces deux suites d'accroissements ?

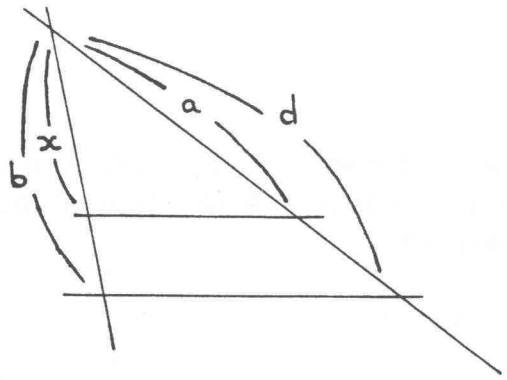
. Le professeur pourra dégager l'application affine sous-jacente et fera constater que la droite représentative ne contient pas l'origine du repère.

V.3. Des idées "en vrac" issues de la géométrie

A. Proportionnalité et constructions géométriques : Théorème de Thalès

Exercice 1 : Etant donnés un rectangle ABCD dont les côtés ont pour mesures respectives a et b, et une longueur d, construire un rectangle PQRS tel que PQ = d et l'aire de PQRS est égale à celle de ABCD. ($d \neq a$ et $d \neq b$).

$ab = dx$



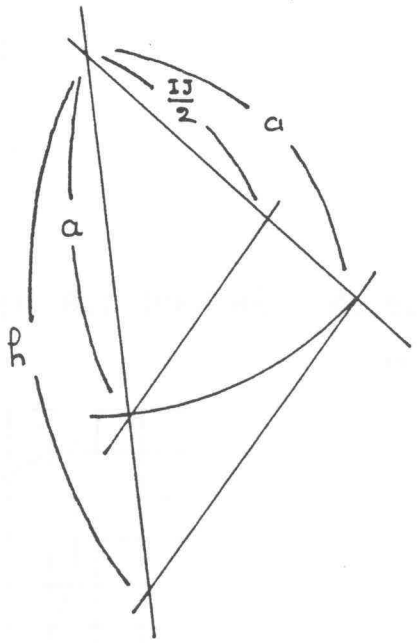
Exercice 2 : Etant donnés un carré ABCD et un segment [IJ] tel que IJ ≠AB, Construire :

- un point M tel que l'aire de MIJ soit celle de ABCD ;
- tous les points M tels que l'aire de MIJ soit égale à celle de ABCD.

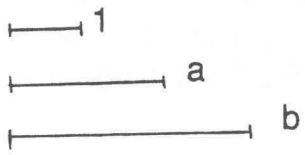
a : côté du carré ABCD
h : hauteur du triangle MIJ relative au côté [IJ]

$$a^2 = \frac{IJ \times h}{2}$$

$$\frac{h}{a} = \frac{a}{\frac{IJ}{2}}$$

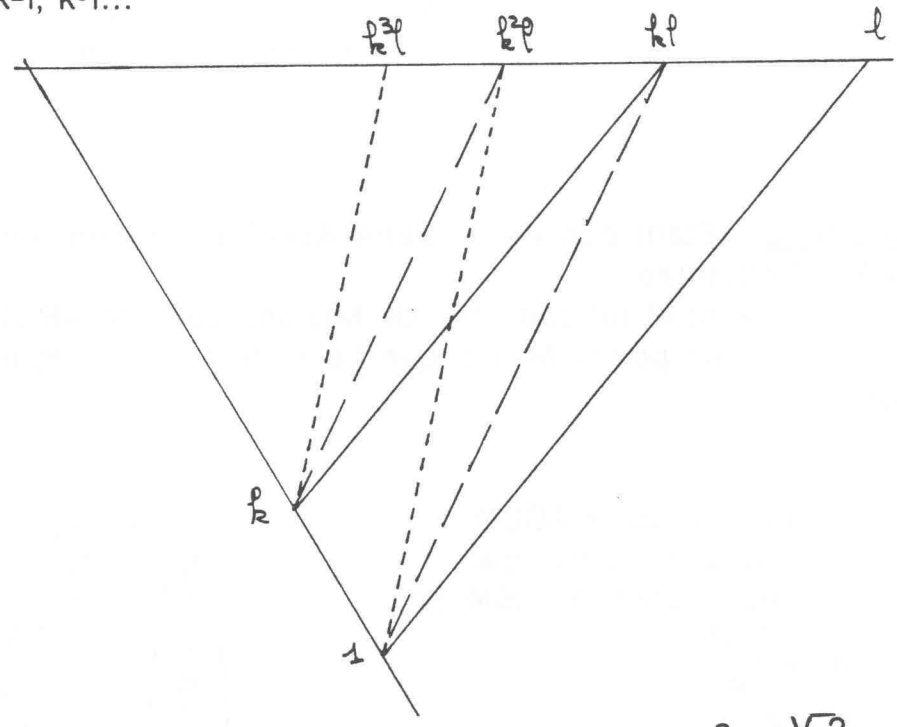


Exercice 3 : Etant données deux longueurs a et b et l'unité, construire un segment de longueur axb.



$$\frac{ab}{b} = \frac{a}{1}$$

Exercice 4 : Etant donnés l'unité 1, un nombre k compris entre 0 et 1, une longueur l, construire à la règle et au compas les segments de longueur kl, k^2l, k^3l...



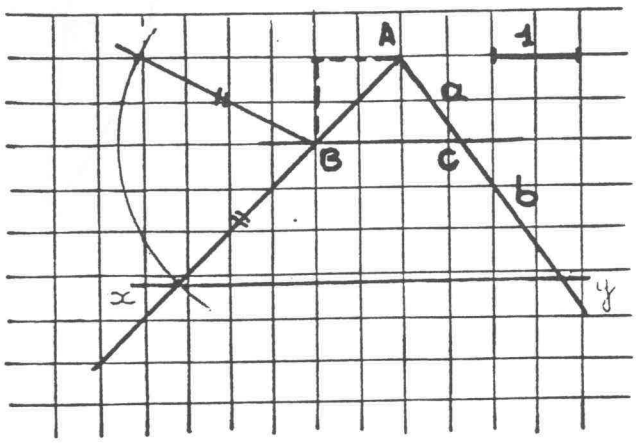
$$\frac{k}{1} = \frac{kl}{l}$$

$$\frac{k}{1} = \frac{k^2l}{l}$$

$$\frac{k}{1} = \frac{k^3l}{k^2l}$$

etc...

Exercice 5 : Sachant que (xy) // (BC), on peut écrire $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$; Justifier.



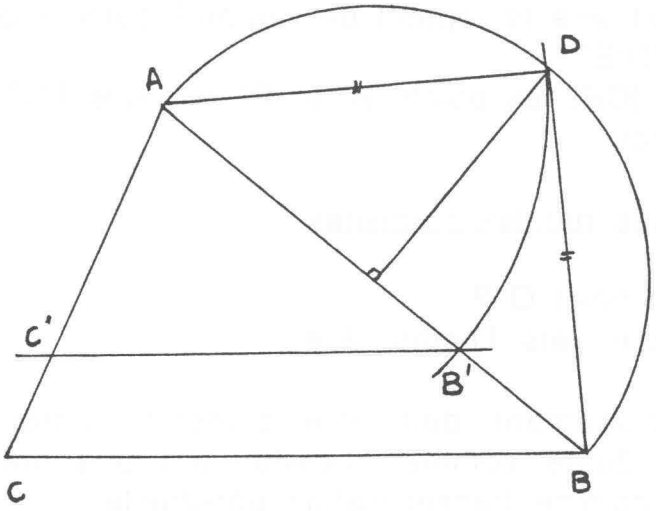
B. Des agrandissements

Exercice 1 : ABC est un triangle quelconque.

B' et C' sont deux points des côtés [AB] et [AC] respectivement tels que $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = k$.

Calculez le rapport des aires des triangles ABC et A'B'C'. On veut déterminer les points B' et C' pour que l'aire de ABC soit le double de celle de A'B'C'.

Expliquez pourquoi la construction répond au problème.



Exercice 2 : inspiré du livre du professeur de la Collection FRACTALE 2nde. Le texte de cet exercice a été réécrit par les collègues stagiaires pour pouvoir être traité par des élèves de 3ème.

Un pentagone ABCDE est formé d'un carré ABCD de 1 cm de côté et d'un triangle rectangle isocèle AED. Ce pentagone représente une maison qui symbolise la construction de 1000 logements. Le nombre de logements représentés graphiquement par chaque figure est proportionnel à l'aire de cette figure.

1) Calculez l'aire du pengagone ABCDE.

2) a) Soit O le point de la demi-droite [CB) défini par : OB = 3 cm. Soient B' et C', points de la demi-droite [BC) définis par : OB' = 2OB et OC' = 2 OC. Construisez le pengagone-maison en respectant les mêmes consignes que précédemment. Quel est le rapport de l'agrandissement qui transforme ABCDE en A'B'C'D'E' ?

b) Calculez le rapport des aires des deux pengatones et déterminez le nombre de logements représentés par le pentagone A'B'C'D'E'.

3) Nous voulons représenter maintenant une maison symbolisant la construction de 2000 logements, c'est à dire un pentagone A"B"C"D"E" dont l'aire est double de l'aire du pentagone ABCDE. Quel doit être le rapport de l'agrandissement qui transforme ABCDE en A"B"C"D"E" ?

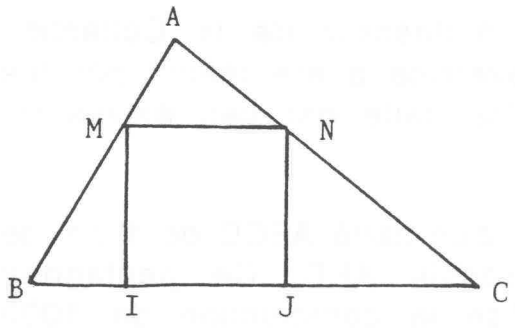
Placez sur [OB) les points B" et C" tels que B"C" = V2 puis dessinez la maison.

Remarques émises par les stagiaires

- Intérêt du point O ?
--> ouverture vers l'homothétie.

- L'agrandissement doit être compris conformément aux programmes de 3ème comme "transformant une maison en une maison" et non comme transformation ponctuelle.

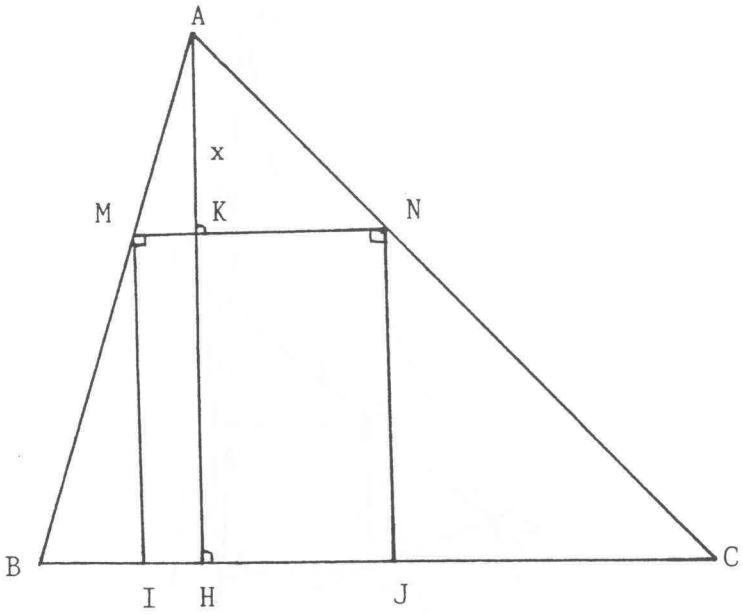
C. Inscrire un carré dans un triangle



ABC est un triangle quelconque, inscrivez dans ce triangle un carré MNJI tel que I et J soient des points du segment [BC].

Nous proposons cinq approches pour ce problème.

1) Méthode algébrique sur un exemple numérique



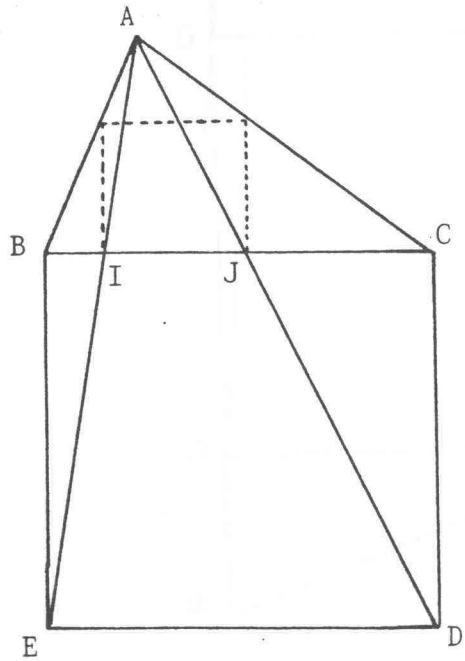
AH = 8 cm
BC = 16 cm
x = AK

Trouvez x pour que le rectangle MNJI soit un carré.

[On trouve $x = \frac{8}{3}$

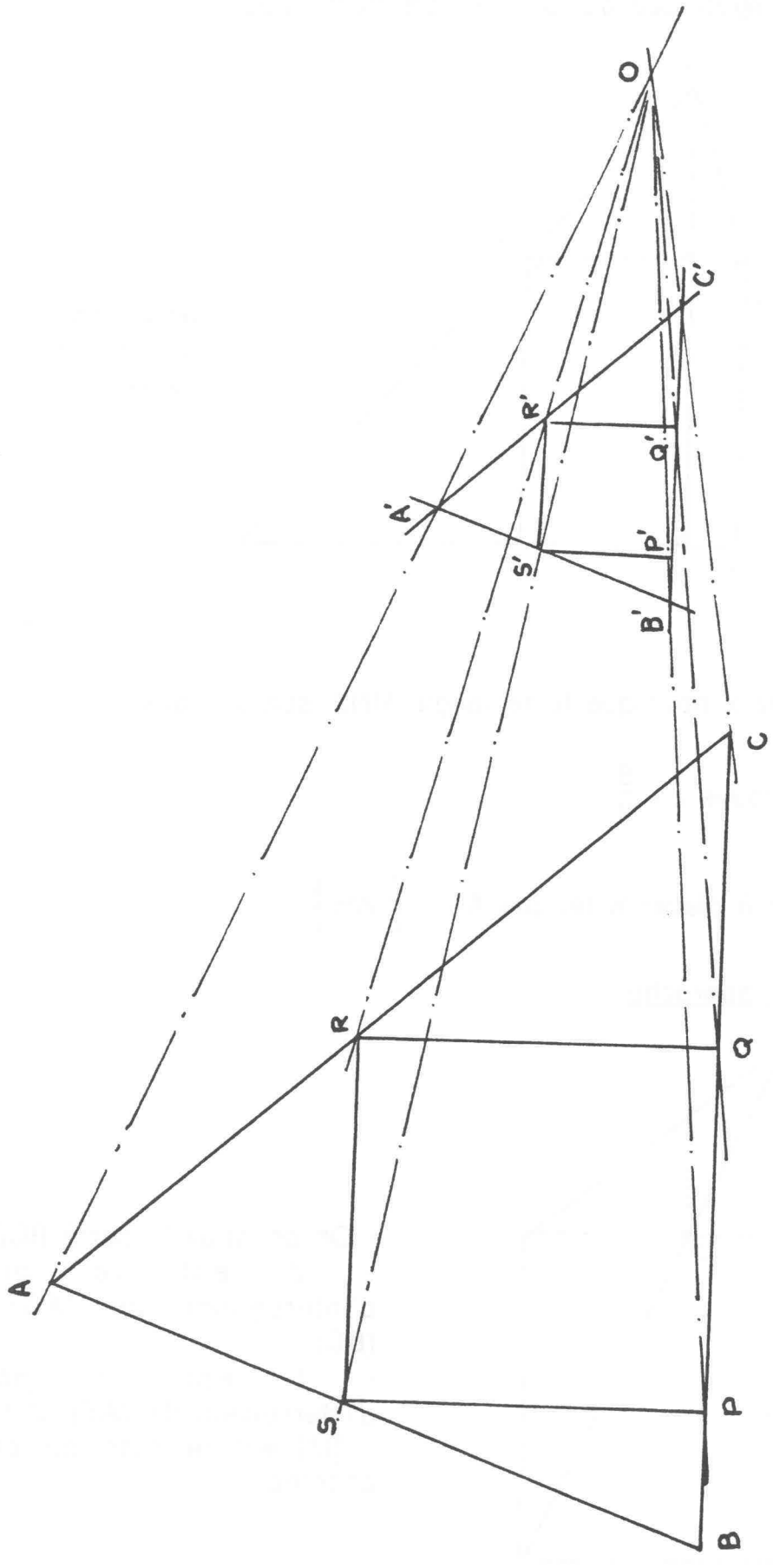
Il reste à placer K tel que $AK = \frac{1}{3} AH$.]

2) Deuxième approche



- On construit le carré BCDE.
- J est le point d'intersection de (AD) et (BC)
- I est le point d'intersection de (AE) et (BC)
- [IJ] est le côté du carré cherché.

3) Une troisième approche



. On construit un carré P'Q'R'S' tel que (P'Q') // (BC)

Il est inscrit dans le triangle A'B'C' dont les côtés sont respectivement parallèles aux côtés de ABC.

. On suppose que (AA') et (CC') se coupent en O (sinon on change la taille de P'Q'R'S') et on considère l'homothétie de centre O telle que A ait pour image A'.

4) Une illustration et du dessin

- Dessiner ABC au tableau
- Dessiner un carré sur une vitre.
- Reculer et placer la vitre parallèlement au tableau, avec de plus : ((P'Q') // (BC)).
- Dessiner un triangle A'B'C' aux côtés parallèles à ceux de ABC. P'Q'R'S' étant inscrit dans ce triangle A'B'C'.
- Avancer ou reculer pour que l'oeil confonde les deux triangles en regardant au travers de la vitre.
- Un élève au tableau place P, Q, R et S grâce aux instructions de l'observateur.

* Cette manipulation peut être le point de départ d'une démonstration :

- Théorème de Thalès dans l'espace
- Homothétie en seconde.

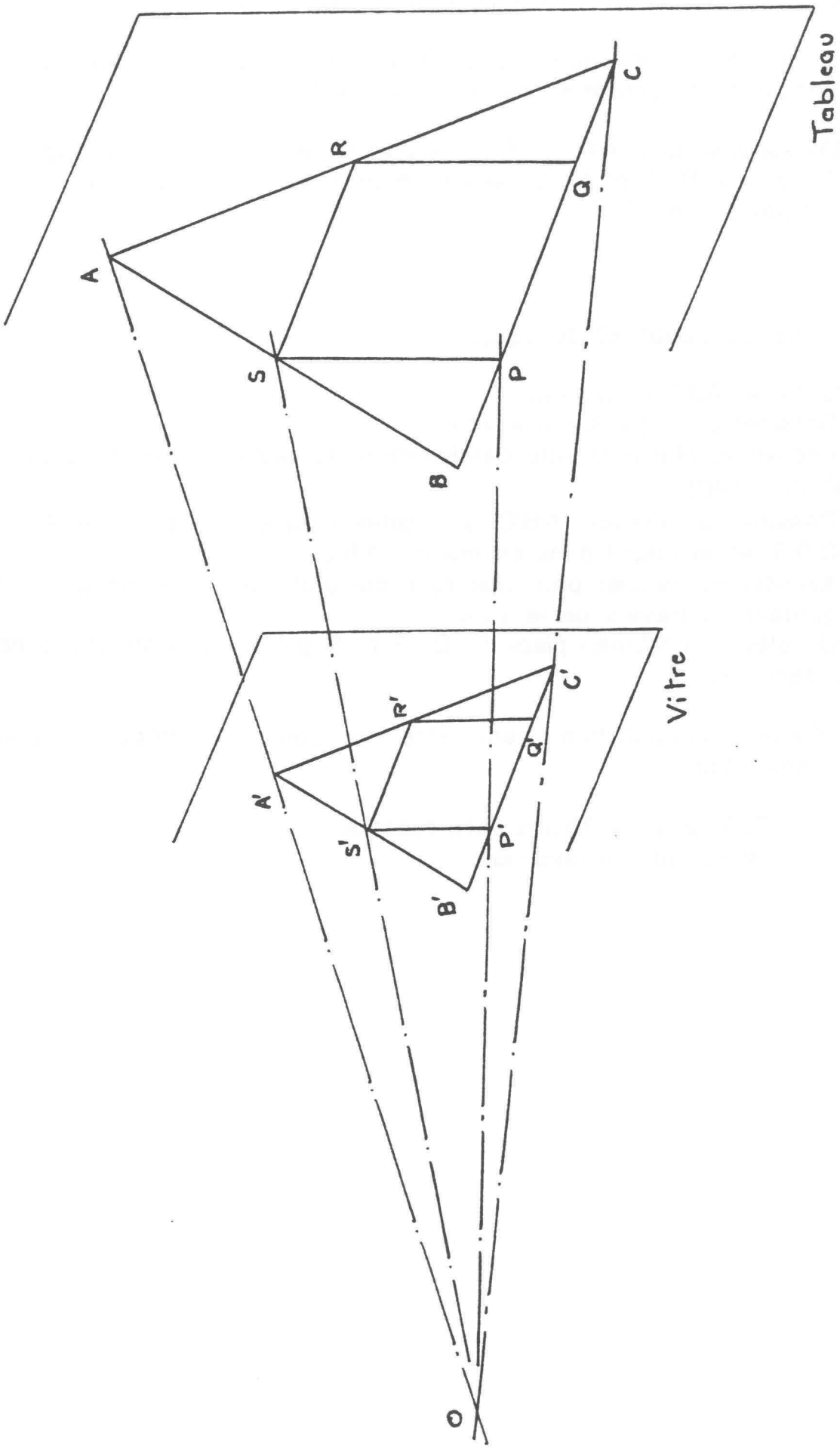
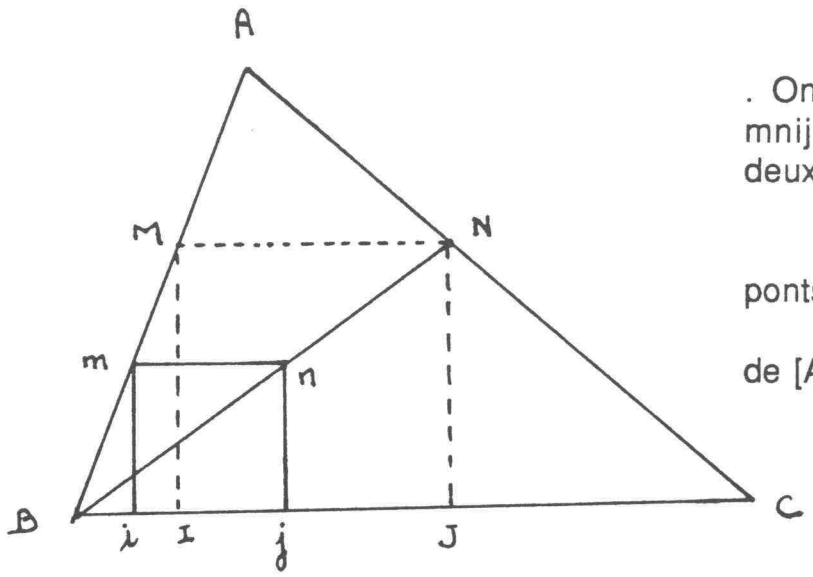


Tableau
Vitre
A
B
C
R
Q
S
P
A'
B'
C'
R'
Q'
S'
P'
O

5) ou encore :



. On construit un carré mnij satisfaisant aux deux conditions :

- i et j sont des ponts de [BC]
- m est un point de [AB].

- Soit N le point d'intersection de (Bn) et (AC).

. Le carré MNJI est le carré cherché.
. En seconde, on considère l'homothétie de centre B qui transforme n en N.