DES OUTILS

POUR LES

BACS PROFESSIONNELS

IREM DES PAYS DE LOIRE
GROUPE LYCEES PROFESSIONNELS
JUIN 1991

DES OUTILS POUR LES BACS PROFESSIONNELS

Les problèmes et activités présentés dans cette brochure résultent du stage IREM "construction d'outils pédagogiques pour les bacs pro" en 1991.

Il s'agissait essentiellement de travailler collectivement des textes de problèmes, soit déjà existants, soit créés lors des différentes sessions .

La rédaction était envisagée à partir de différents objectifs: cerner les difficultés supposées, examiner celles effectivement rencontrées par les élèves, utiliser le texte soit pour introduire une notion , soit pour évaluer, soit pour élargir les champs de fonctionnement des connaissances au niveau choisi.

Il s'agissait aussi de fournir un ensemble de textes immédiatement utilisables en classe , après étude , donc de construire effectiveemnt un outil.

Peut-être aurions nous souhaité pouvoir proposer davantage de situations de recherche pour les élèves; certains textes y conduisent et il reste possible pour chaque utilisateur de remanier chacun d'eux dans ce sens.

Le travail a donné lieu à des documents complémentaires de plusieurs pages, spécifiques d'une activité, qu'il ne nous a pas été possible de joindre ici, mais qui sont disponibles à l'IREM des Pays de Loire en brochure particulière (antennes logarithmiques, utilisation de GRAPH'X, centre de gravité d'un trapèze, procédures en LOGO +).

Nous avons cherché à obtenir une présentation rendant possible une utilisation immédiate, en supprimant les commentaires destinés aux collègues; que l'on veuille bien nous pardonner de ne pas avoir obtenu une homogénéité dans ce domaine.

Nous souhaitons recueillir les avis des utilisateurs, et nous espérons que cette brochure leur permettra un certain gain de temps; l'objectif principal serait alors atteint.

* Table des textes proposés p.3

* Quelques éléments de bibliographie p.4

Table des textes des problèmes et des activités

I) **ACTIVITES DE CALCUL (littéral et numérique).**

Ouverture numérique d'une fibre optique p.5
(calcul littéral, formules)

A vos cassettes ! p.6
(progressions, recherche)

Les antennes logarithmiques (1) p.8

Les antennes logarithmiques (2) p.13
(progressions, recherche)
deux textes à utiliser selon les sections

Usure d'un outil de coupe p.14
(logarithmes, liaison atelier)

Etude d'une photorésistance p.17
(logarithmes, calcul numérique)

Etude d'une thermistance p.18
(calcul numérique, formules)

Déplacement d'un outil de C.N. p.20
(cinématique)

Volumes de solides par intégration p.21
(intégration de formules littérales)

Commande numérique et vecteurs p.22
(calcul vectoriel, simulation Logo)

Calcul vectoriel dans un repère p.38
(Vecteurs, barycentre, homothétie)

II) **OPTIMISATIONS, STATISTIQUES.**

Optimisation du coût d'un transport p.40
(polygône de contraintes)

Contrôle de statistiques p.42
(statistique descriptive)

Choisir une loi de répartition p.45
(propriétés de la loi normale)

Diagramme de Pareto p.46
(utilisation de ces diagrammes)

III) **FONCTIONS.**

Approcher une courbe par sa tangente p.50
(recherche)

Distance de freinage p.51
(recherche)

Le portail p.52
(etude d'une fonction, logiciel GRAPH'X)

Recherche d'un extremum p.58
(volume en fonction d'une longueur)

Fonctions homographiques et électricité
* Résistance en fonction de la section p.59
* Montages de résistances p.60

Des tableaux dans un musée p.61
(formaliser, fonctions trigonométriques)

Un décorateur p.62
(2nd degré, dérivée, intégration)

Intersection de courbes p.63
(représentations, équation du 3° degré)

Etudes de courbes tangentes p.64
(équation d'une tangente, d'une courbe)

Quelques éléments de bibliographie:

En dehors des manuels publiés par les diverses maisons d'éditions scolaires (Nathan, Hachette, Didier, etc...), nous avons utilisé:

DES EXERCICES A SUPPORT CONCRET
deux brochures publiées par l'IREM PARIS NORD
N° 23 et 38
Avenue J.B. CLEMENT
95430 VILLETANEUSE

GRAPH'X est un logiciel diffusé par
SOFTIA,
83 rue Léon FROT
75011 PARIS

LOGO + est diffusé par
ACT INFORMATIQUE
12 rue de la Montagne Ste Geneviève
75005 PARIS

LE GEOMETRE est diffusé par
Les Editions NATHAN
94255 GENTILLY CEDEX

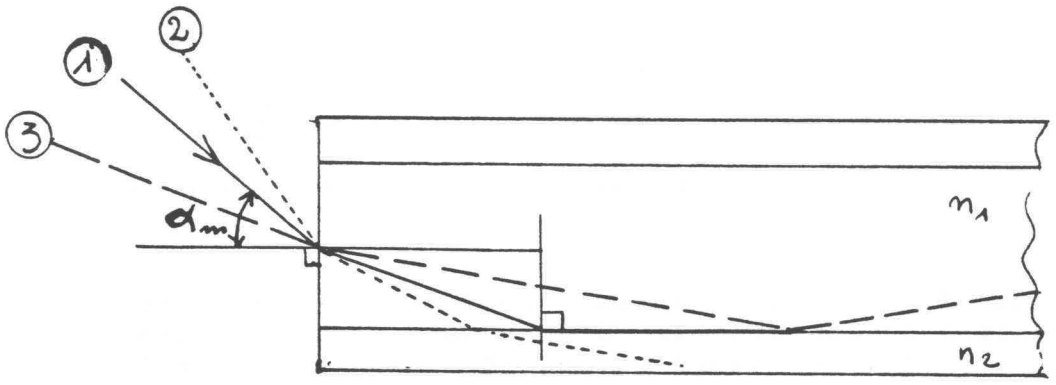
CALCUL DE L'OUVERTURE NUMERIQUE D'UNE FIBRE OPTIQUE A SAUT D'INDICE

Pour qu'un rayon incident à l'entrée d'une fibre optique à saut d'indice se propage , l'angle d'incidence α ne doit pas dépasser une valeur maximale . Cette dernière est connue par le sinus de cet angle, appelé "ouverture numérique ".

Etablir littéralement la formule donnant l'ouverture numérique de la fibre représentée ci-dessous , les indices sont :

indice de l'air : $n_{air} = 1$
indice du coeur : n_1,
indice de la gaine : n_2.

$0,9\ n_1 \leq n_2 \leq 0,96\ n_1$



RESULTAT : $O.N. = \sin \alpha_m = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

OBJECTIFS : Mettre un problème en équation, choisir les paramètres, choisir une méthode, utiliser le calcul littéral.

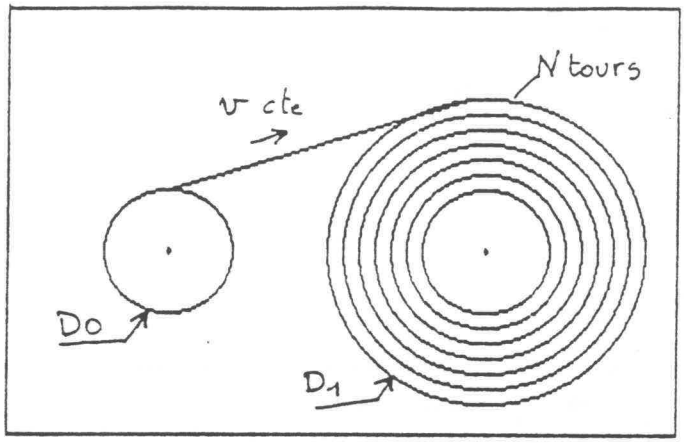
PREREQUIS : Une bonne connaissance des relations de trigonométrie élémentaire, calcul littéral.

DIFFICULTES : Il faut prendre le problème à partir du dernier rayon réfracté limite; des étapes sont à anticiper.

NOTION : Ouverture numérique. Accessible en 1° année

REMARQUE : Problème classique, mais apportant beaucoup en recherche de méthode.

A vos cassettes !



La cassette est représentée ici complètement déroulée

La figure ci dessus représente une cassette vidéo. Le magnétoscope dispose d'un compte tour. Ce compte tour indique le nombre de tours de la bobine sur laquelle s'enroule la bande.

On connait la durée totale de la cassette.
On connait le nombre de tours correspondant au défilement complet de la cassette.
On mesure les deux diamètres D0 et D1 indiqués sur la figure (bobine vide et bobine pleine)

La vitesse de défilement de la cassette est constante

On voudrait connaître le temps d'utilisation de la cassette en fonction du nombre de tours indiqués par le compteur. (le compteur est mis à 0 au début de défilement de la cassette)

exemple de valeurs numériques:
D0 = 24 mm
D1 = 80 mm
durée de la cassette entière T = 180 minutes
nombre de tours total N = 6050

On peut laisser les élèves se débrouiller ou leur proposer des "joker"

1° joker: calculer l'épaisseur e de la bande

2° joker: calculer la longueur totale de la bande L et en déduire la vitesse de défilement v

pour celà, plusieurs méthodes possibles (du plus compliqué au plus simple...)

joker 2-1
Imaginons que la bobine a déjà fait n tours.
Le rayon de la bobine est alors : ....
Imaginons que la bobine tourne encore d'un nombre de tours suffisament petit pour qu'on puisse estimer que ça ne fasse pas changer le rayon de la bobine de façon sensible. Appelons ce nombre de tours dn et appelons dl la longueur de bande correspondante.
exprimons dl en fonction de dn.

$dl =$

d'où $l =$

joker 2-2
les spires ont une longueur en progression arithmétique de raison inconnue mais dont on connait le 1° terme et le dernier terme

joker 2-3
écrivons que le volume de la bande déroulée est le même que celui de la bande enroulée

joker 2-4
faisons comme si toutes les spires avaient la même longueur égale à la longueur moyenne (propriété qui se déduit du 2-2)

3° joker: On connait maintenant la vitesse de défilement. On peut en déduire le temps écoulé t en fonction de la longueur l. On sait d'autre part (voir ci-dessus) établir le lien entre la longueur l et le nombre de tours.

On peut aussi s'installer devant le manétoscope, un oeil sur le chrono, l'autre sur le compte-tour

nous avons retrouvé un exercice analogue dans la brochure IREM de PARIS NORD 1988 page 29

LES ANTENNES LOGARITHMIQUES

1 **Enoncé**

Les antennes "logarithmiques" ont des éléments (E) dont la longueur diminue de façon régulière en progression géométrique; il en est de même de l'intervalle (D) entre deux éléments consécutifs.

2 **1er exercice**

On donne E_1 = 10,71 m ; D_1 = 3,21 m ; g = 0,935

1) Calculez la longueur du dix-septième élément E_{17}

2) Calculez la longueur d'une antenne de 17 éléments.

Rappels: $U_n = U_1 \times g^{n-1}$; $S_n = \frac{g^n - 1}{g - 1} \times U_1$

3 **2ème exercice**

On désire réaliser une antenne permettant de capter les émissions télévisées européennes diffusées sur la "bande I THF" , en"direct", sans satellite, Les fréquences s'étendent de f_1 = 48,25 MHz à f_2 = 99,75 MHz et le nombre d'éléments souhaité est 6.

1) Indiquez la séquence de touches utilisée pour calculer la raison de la suite géométrique, sachant:

$$g = \left[0{,}76 \times \frac{f_1}{f_2}\right]^{\frac{1}{n-1}} \quad \text{avec } f_1 \text{ et } f_2 \text{ en MHz}$$

2) Calculez la raison

3) Calculez la longueur totale de l'antenne si D_1 = 0,9326 m

Rappel: $S_n = \frac{g^n - 1}{g - 1} \times U_1$

4 **3ème exercice**

On désire réaliser un aérien capable de capter les émissions de "Canal +" sur la bande III THF, en toute région française.La bande s'étend de f_1 = 164 MHz à f_2 = 214 MHz.

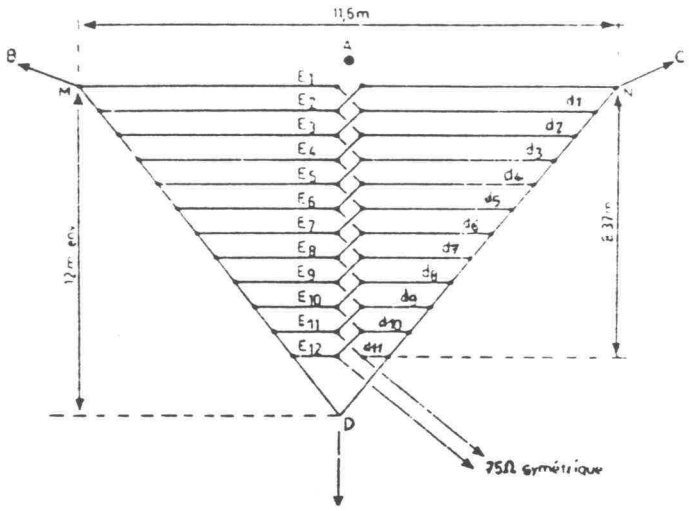
1) Calculez les longueurs du plus petit et du plus grand élément sachant: $E_1 = \frac{150}{f_1}$ et $E_n = \frac{114}{f_2}$

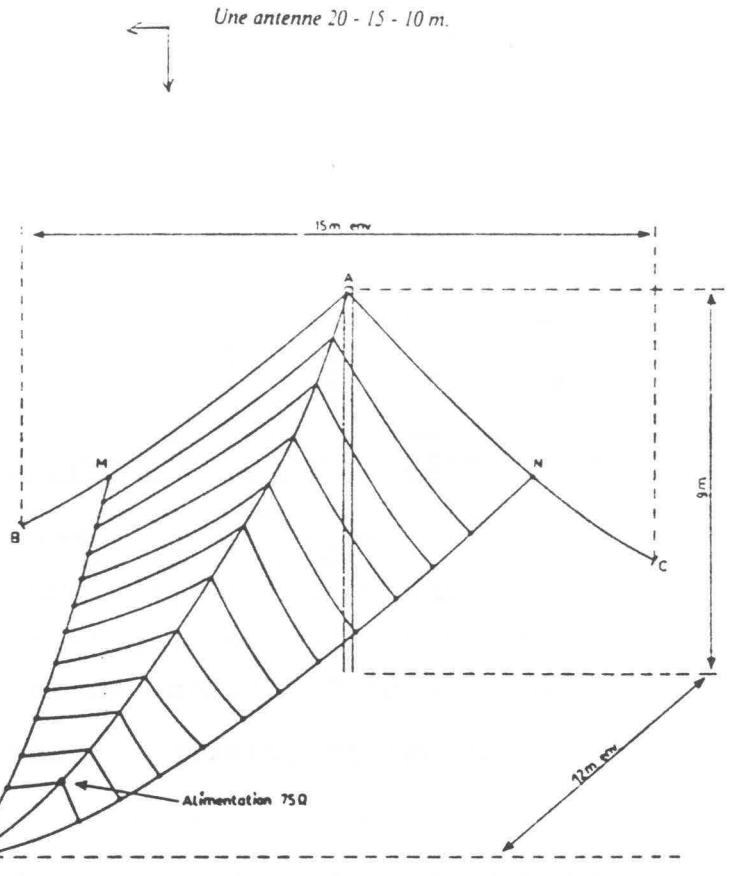
2) Calculez le nombre d'éléments de l'antenne si g = 0,8976

Rappel: $U_n = U_1 \times g^{n-1}$

5 4ème exercice

Les extrémités des éléments sont-elles alignées ?





6 Utilisation des exercices

OBJECTIFS : Applications des suites géométriques, des logs (ex 3)

PREREQUIS : Puissances $n^{\text{ièmes}}$ et $\frac{1}{n}$ ièmes, suites, logs (ex 3)

ACTIVITES ELEVES : Représentation de la situation(texte écrit ou oral à décoder), utilisation de formules à connaître ou données, recherche d'une méthode...

DIFFICULTES SUPPOSEES : Formules, calculs avec une raison inférieure à 1, intervalles (ex 1 et 2)

TEMPS PASSE : une séquence

CORRIGE

1er exercice

1) Calcul de la longueur du 17e élément :

$U_{17} = g^{n-1} \times U_1 = 0,935^{17-1} \times 10,71 = 3,65$ m

2) Calcul de la longueur totale d'une antenne de 17 éléments:

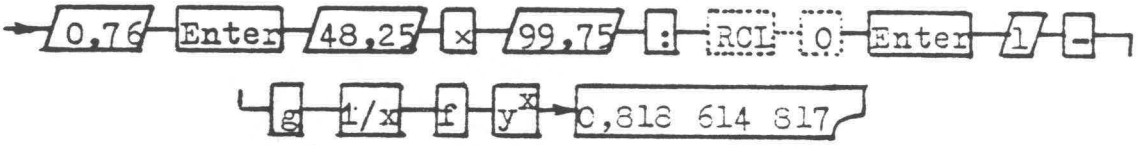
$$S_{17} = U_1 \times \frac{g^n - 1}{g - 1} = 3,21 \times \frac{0,935^{16} - 1}{0,935 - 1} = 30,53 \text{ m}$$

2ème exercice

1) Séquence de touches pour calculer la raison:

- Sur une Hewlett Packard (logique polonaise inverse) :

$$g = \left[0,76 \times \frac{48,25}{99,75}\right]^{\frac{1}{6-1}}$$



pour une chaîne de programme où l'on peut changer la valeur du nombre d'éléments n en changeant le contenu de la mémoire n° 0 . Sinon, on remplace RCL 0 par 6 .

- Sur une calculatrice à notation algébrique:

.....

2) Calcul de la raison : g = 0, 8186

3) Calcul de la longueur totale de l'antenne:

$$S_6 = 0,9326 \times \frac{0,8186^{5} - 1}{0,8186 - 1} = 3,25 \text{ m}$$

3ème exercice

1) Longueur du plus grand élément $E_1 = \frac{150}{164} = 0,91$ m

Longueur du plus petit élément $E_n = \frac{114}{214} = 0,53$ m

2) Calcul du nombre d'éléments:

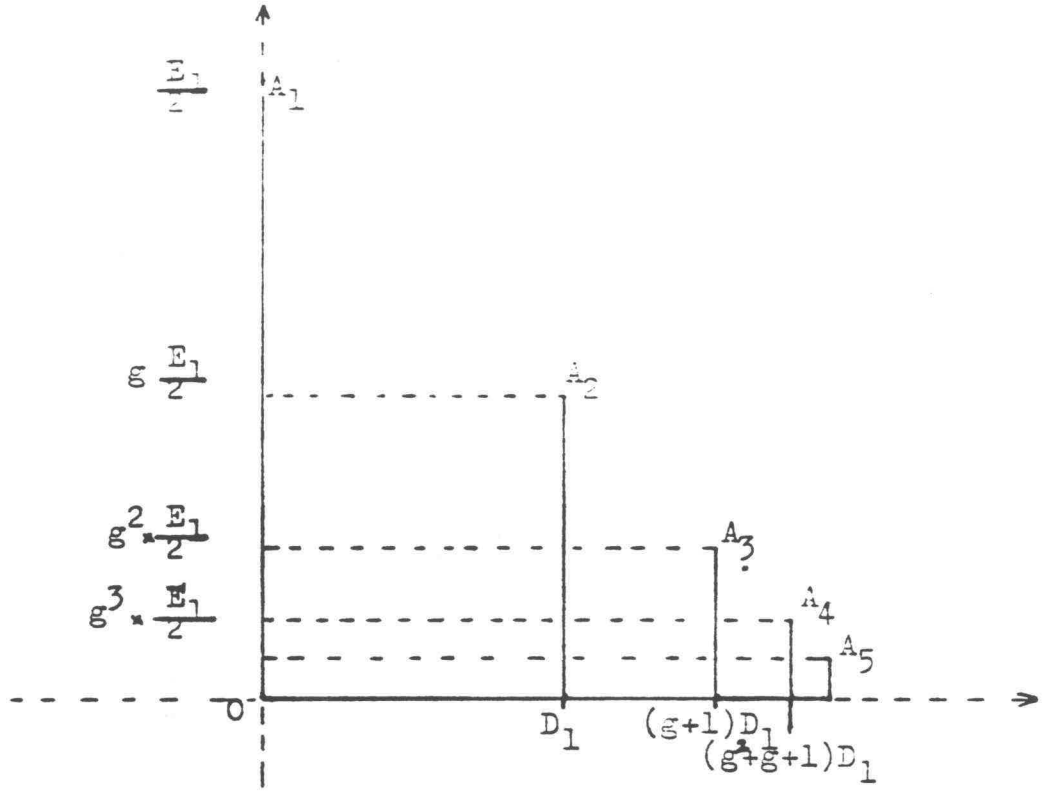
$$U_n = g^{n-1} \times U_1$$

$$0,5327 = 0,8976^{n-1} \times 0,9146$$

$$n = \frac{\text{Log}(0,5327/0,9146)}{\text{Log } 0,8976} + 1 = 5,0036 + 1 = 6 \text{ éléments.}$$

4ème exercice

Les extrémités des éléments sont alignés:



$$A_1\begin{pmatrix}0\\ \frac{E_1}{2}\end{pmatrix} \quad ; \quad A_2\begin{pmatrix}D_1\\ g\frac{E_1}{2}\end{pmatrix} \quad ; \quad A_3 \begin{pmatrix}(g+1)D_1\\ g^2\ \frac{E_1}{2}\end{pmatrix} ; \quad A_n\begin{pmatrix}\frac{g^{n-1}-1}{g-1}D_1\\ g^{n-1}\times\frac{E1}{2}\end{pmatrix}$$

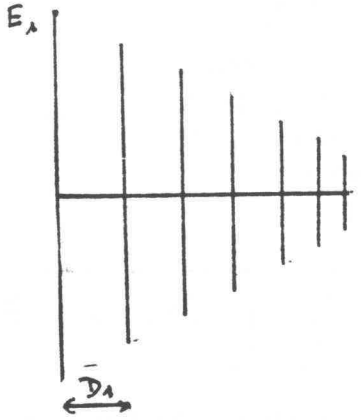
$$\overrightarrow{A_1A_2}\begin{pmatrix}D_1\\ (g-1)\frac{E_1}{2}\end{pmatrix} \quad ; \quad \overrightarrow{A_1A_n} \begin{pmatrix}\frac{g^{n-1}-1}{g-1}D_1\\ (g^{n-1}-1)\frac{E_1}{2}\end{pmatrix}$$

Conclusion: $\overrightarrow{A_1An} = \frac{g^{n-1}-1}{g-1} \times \overrightarrow{A_1A_2}$ **donc les points sont alignés.**

ANTENNES LOGARITHMIQUES POUR EMETTEURS RADIO

Certaines antennes sont constituées de n éléments tels que:

- leurs longueurs E_n sont en progression géométrique de raison g,
- leurs espacements D_i sont en progression géométrique de même raison g.



f_{min} et f_{max} sont les extrémités de la bande passante en MHz et valent respectivement 14 et 29,5 par exemple.

on donne:

$$g=\left[\ 0{,}7619 \times \frac{f_{min}}{f_{max}}\ \right]^{\left(\frac{1}{n-1}\right)}$$

$E_1 = 149{,}6/f_{min}$; f_{min} = 14 (MHz) ; $D_1 = 0{,}3\ E_1$

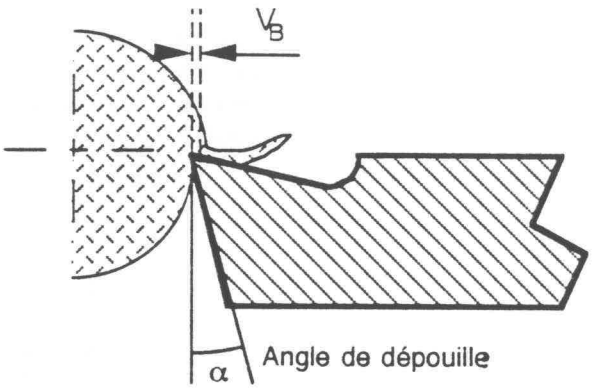
1) calculer la longueur du 1er élément à 1mm près. En déduire E_2 et E_7.
2) calculer la longueur d'une antenne comportant 7 éléments.

3) Les extrémités des éléments sont-elles alignées ?

USURE D'UN OUTIL DE COUPE

Exercice:

L'usure en dépouille d'un outil de coupe notée V_B (mm) dépend en particulier de la vitesse de coupe V (m/min) utilisée. On a mesuré le temps T au bout duquel un outil au carbure de tungstène usinant un acier XC 38 a atteint une usure V_B égale à 0,3 mm pour différentes valeurs de la vitesse de coupe. Les résultats sont portés dans le tableau ci-dessous:



V	60	80	100	120	150	m/min
T	50	20	10	6	3	min

1) Tracer dans un repère orthogonal les variations de T en fonction de V. On prendra 1 cm pour 10 m/min et 1 cm pour 5 minutes. La forme de la courbe vous est-elle connue? En réalité, la loi de variation est de la forme suivante:

$$T = C_V \cdot V^n \quad \text{(Loi de TAYLOR)}$$

où n est un exposant dépendant principalement de la nature de l'outil et C_V un coefficient dépendant principalement de la nature du matériau usiné.

2) Tracer de nouveau la courbe des variations de T en fonction de V, à partir des valeurs contenues dans le tableau, mais cette fois dans un repère comportant des échelles logarithmiques (au moins deux modules suivant chaque axe). Cette courbe peut-elle être assimilée à un droite? Justifier votre réponse en déterminant l'expression du logarithme de T défini par la relation précédente. De quelle forme est cette expression?

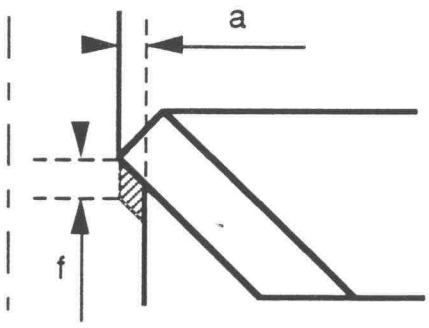
3) Tracer la droite appelée droite de Taylor puis déterminer son coefficient directeur n et son ordonnée à l'origine C_V.

4) Déterminer graphiquement la durée de vie de l'outil correspondant à une vitesse de coupe de 50 m/min et la vitesse de coupe que l'on peut adopter si l'on accepte une durée de vie égale à 2 minutes.

5) Montrer que la loi de TAYLOR peut aussi s'écrire $V \cdot T^k = C_T$. Déterminer la relation existant entre k et n et celle existant entre C_T et C_V.

Déterminer C_T à partir de la droite de TAYLOR et retrouver la valeur de C_V en utilisant la relation précédente.

6) Pour chacun des couples de valeurs du tableau précédent, calculer le volume Q (en dm^3) de copeau formé entre deux changements d'outil sachant que la profondeur de passe vaut : a = 2 mm et l'avance: f = 0,2 mm par tour. Tracer la courbe représentative des variations de Q en fonction de V (courbe de DENIS) dans un repère à échelles linéaires.



Commentaires:

Objectifs:	Utilisation des propriétés des logarithmes pour l'étude de lois rencontrées en productique mécanique.
Prérequis:	Connaissance des logarithmes décimaux. Puissance d'un nombre
Activité des élèves:	Activités graphiques (papier log-log) Calcul littéral
Difficultés des élèves:	Transformation des relations (question 5)
Notions à acquérir:	Entre autres: influence de la nature du repère dans la représentation graphique d'une fonction
Temps passé:	1 h 30
Evaluation	Pas d'évaluation: exercice de découverte du domaine professionnel à l'aide d'outils mathématiques.

Indications pour la résolution:

2) $\log T = n \log V + \log C_V$ de la forme $y = ax + b$

3) $a = n \approx -3{,}07$ et $b = \log C_V \approx 7{,}14$ d'où $C_V \approx 1{,}38\ 10^7$

5) $k = -\frac{1}{n}$ et $C_T = C_V^{-\frac{1}{n}}$ $\quad C_T \approx 210$ m/min.

6) Volume de copeau par minute: a.f.V
Volume de copeau entre deux changements d'outil: Q = a.f.V.T

ETUDE D'UNE PHOTORESISTANCE

On dispose une photorésistance connectée à un ohmmètre à côté d'une photopile de mesure connectée à un millivoltmètre permettant de connaître l'éclairement local.

Les mesures ont donné:

E (lux)	≈ 0	190	400	1600	2000
R (Ω)	550 000	2000	1000	330	270

1) On veut tracer la courbe représentant R=f(E). Un repère orthonormal est-il adapté?

2) Choisir un repère convenable et tracer la courbe.

3) La loi qui donne R en fonction de E serait de la forme:

$$R = A.E^{-\alpha}$$

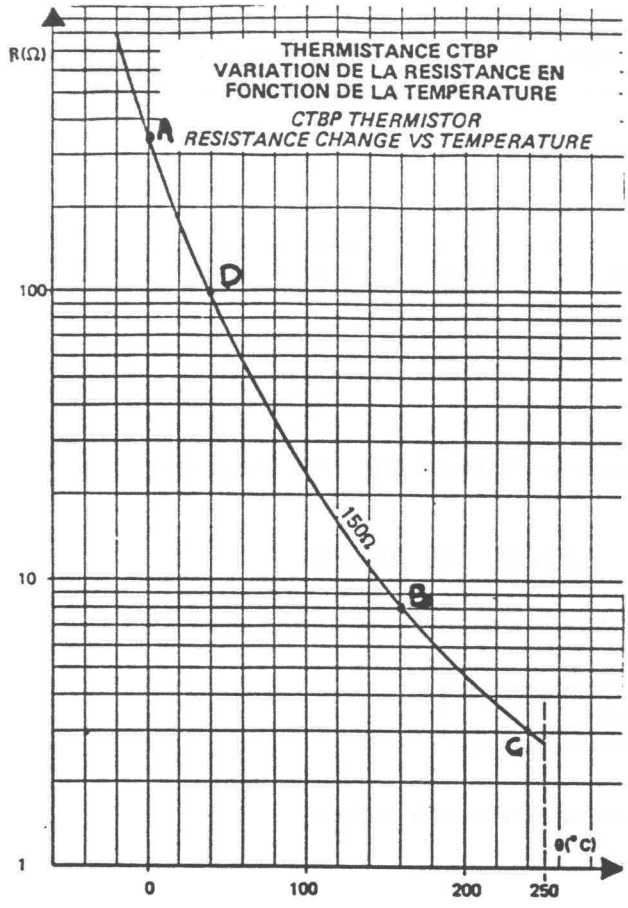
On demande de déterminer les constantes A et α

OBJECTIFS : Déterminer une fonction difficile, en utilisant les propriétés des logarithmes, le papier semi-log, après des mesures en physique.

PREREQUIS : Maîtrise des logarithmes, des systèmes.

DIFFICULTES : mise en forme du traitement, choix de l'intervalle pour les calculs, admettre une marge de tolérance .

ETUDE D'UNE THERMISTANCE



Une thermistance est un semi-conducteur résultant de la combinaison d'oxydes métal liques frittés à haute température

1) Lire la valeur de la résistance R nomina le sur la courbe .A quelle température(°C) est-elle mesurée ?

2) Compléter le tableau suivant

POINTS	A	B	C	D
θ (°C)				
T (K)				
R (ohm)				

3) la loi de variation de la courbe est

$$R = R_0 \cdot e^{b\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$$

Utiliser les coordonnées de A et B pour calculer le coefficient b du matériau céramique. Indiquer son unité

rappel : à R_∞ correspond T_∞ en kelvin (K)

à R correspond T

4) Calculer le coefficient de température nominal si $\alpha = -b/T^2$

OBJECTIFS: Traitement d'une formule pour déterminer des coefficients.

PREREQUIS: maîtrise des propriétés des logarithmes.

ACTIVITES ELEVES: calculatoire,

DIFFICULTES: aucune n'a été relevée.

Pour les sections des domaines de l'électricité:

5) Démontrer que le coefficient b peut se mettre sous la forme

$b = 4095 \log R(25°) / R(85°)$

6) La dissipation maximale thermique est P = 5 W à 25°C

Le facteur de dissipation thermique est de 25 mW/°C

Tracer la courbe $P = f(\theta)$ avec $0 < \theta < 225°C$

En déduire la dissipation maximale à 125°C et son pourcentage

DEPLACEMENTS D'UN OUTIL SUR UNE C.N.

Un outil de machine à commande numérique doit effectuer un circuit défini par six positions A,B,C,D,E,F, alignées, et telles que:

en A: vitesse nulle;
de A à B: accélération $a_1 = 2\ m.s^{-2}$, durée t_1 ;
de B à C: vitesse constante $v_2 = 0,5\ m.s^{-1}$, durée t_2 et AC = 300 mm;
de C à D: décélération a_3 ,durée t_3 et CD = 50mm;
de D à E: vitesse constante d'avance $v_4 = 0,002\ m.s^{-1}$, durée t_4 , distance DE = 150 mm;
de E à F: décélération $a_5 = -0,1\ m.s^{-2}$ de durée t_5 ;
en F vitesse nulle selon l'axe (AF), dégagement puis retour en A.

On demande de calculer: AB,
la décélération a_3 ,
le temps total de A à F.

Conseil: n'oubliez pas de commencer par identifier les mouvements effectués et d'écrire les équations correspondantes.

OBJECTIFS:analyse d'un problème, tenir compte des conditions initiales et finales.

PREREQUIS:notions de cinématique

DIFFICULTES: analyse des situations; anticipation des étapes, des raisonnements, calculs effectués sur tous les paramètres rencontrés.
TEMPS PASSE: 45 min
REMARQUES: problème assez classique. On le rencontre dans les épreuves technologiques en mécanique.

DETERMINER LES FORMULES DONNANT LE VOLUME DE SOLIDES DE REVOLUTION

VOLUME DE LA BOULE:

La boule est centrée en O, origine d'un repère orthonormal.
On utilise l'expression du volume élémentaire d'un disque perpendiculaire à l'axe x'Ox, centré sur ce dernier , "d'épaisseur" dx. L'intervalle d'intégration est [-R, R].
Exprimer le rayon de ce disque si son centre est à la distance x de O. Exprimer son volume, puis effectuer le calcul intégral conduisant au volume de la boule.

VOLUME D'UN CONE :

1) Le cône a pour axe x'Ox. Le sommet du cône est en O, origine d'un repère orthonormal.
La tangente de son demi angle au sommet a pour valeur **a**. On utilise l'expression du volume élémentaire d'un disque perpendiculaire à l'axe, d'épaisseur dx; on demande de calculer son rayon en fonction de x, puis son volume. Retrouver la formule du volume du cône par le calcul intégral.

2) Le cône a son sommet en O. Son axe est z'Oz. Exprimer le rayon du disque de base en fonction de la hauteur H du cône. On utilise l'expression du volume élémentaire d' un disque parallèle au disque de base, situé à la distance h du sommet, "d'épaisseur" dz.On demande de calculer son rayon en fonction de z, puis son volume. Calculer le volume du cône entre O et H.

OBJECTIFS :calcul intégral littéral, retrouver les formules à connaître de la géométrie. Envisager plusieurs voies d'accès à un même résultat.

DIFFICULTES : Ces calculs viennent après des exercices comme l'aire du disque, le volume d'un cylindre. Ils mettent en évidence une difficulté importante des élèves: quelle est la variable ? en effet, nous avons relevé des confusions entre les lettres présentes dans les relations à intégrer. Cette difficulté doit être mise en évidence .

TEMPS PASSE : 1h 1/2

PREREQUIS : Calcul intégral simple.

REMARQUES: Les manuels fournissent les croquis des situations évoquées. Il s'agit ici de traiter une difficulté importante

COMMANDE NUMERIQUE ET VECTEURS

La commande numérique (usinage, poinçonnage, découpe au laser ...) nécessite de déterminer les coordonnées des points de raccordements de droites et de cercles, voire d'autres courbes. Les ordres donnés aux machines à commande numérique consistent en effet à dire à l'outil :

"va en ligne droite jusqu'au point défini par ses coordonnées ...

ou bien

"va par un arc de cercle de sens positif (ou négatif) et de rayon donné jusqu'au point défini par ses coordonnées ...

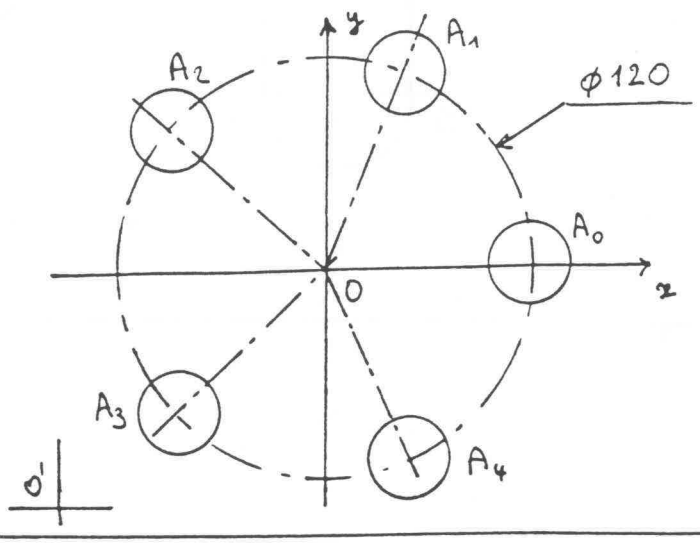
Bien entendu, il existe des logiciels de DAO qui calculent les points d'intersection ; il en existent même qui fabriquent directement le programme de commande numérique ! le programme est alors chargé directement sur les machines à partir des ordinateurs du bureau d'étude ... Dans ce cas, il n'y a plus de calculs à faire ; il est bien entendu que ce n'est pas dans cette hypothèse que nous nous plaçons.

Les activités présentées ci dessous peuvent être proposées aux élèves au titre du travail personnel par les professeurs de math et d'atelier, les élèves devant conduire le travail jusqu'au bout, c'est à dire qu'après avoir calculé les coordonnées des points d'intersections, ils doivent programmer la découpe de la pièce au simulateur. Nous proposons un petit programme LOGO qui peut remplacer éventuellement le simulateur. (Il sera bien utile au moins aux professeurs de math qui n'ont pas accès au simulateur et qui même s'ils y avaient accès ne sauraient pas s'en servir) Notre simulateur LOGO permet de vérifier nos calculs au fur et à mesure. Vous bénéficierez de l'éditeur LOGO grand confort pour apporter vos corrections.

On peut donc envisager de toute sorte de tracés; nous avons essayé de classer les difficultés et les différents outils de calcul utilisés.

1° Coordonnées polaires et coordonnées rectangulaires:

Déterminer les cordonnées des centres de chacun des trous:



Les coordonnées polaires sont évidentes, on en tire facilement à la calculatrice les coordonnées rectangulaires. On peut le présenter aussi comme une utilisation du cercle trigonométrique.

2° $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$

ou "coordonnées relatives et coordonnées absolues"
la suite de l'exercice précédent peut être de déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{A_0A_1}$, $\overrightarrow{A_1A_2}$, ...
Ces vecteurs correspondent aux déplacements <u>*relatifs*</u> de l'outil pour aller d'un trou à l'autre.

On fait vérifier que
$\overrightarrow{A_0A_1} + \overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_3A_4} + \overrightarrow{A_4A_0} = \overrightarrow{A_0A_0} = \vec{0}$

3° Changement d'origine:

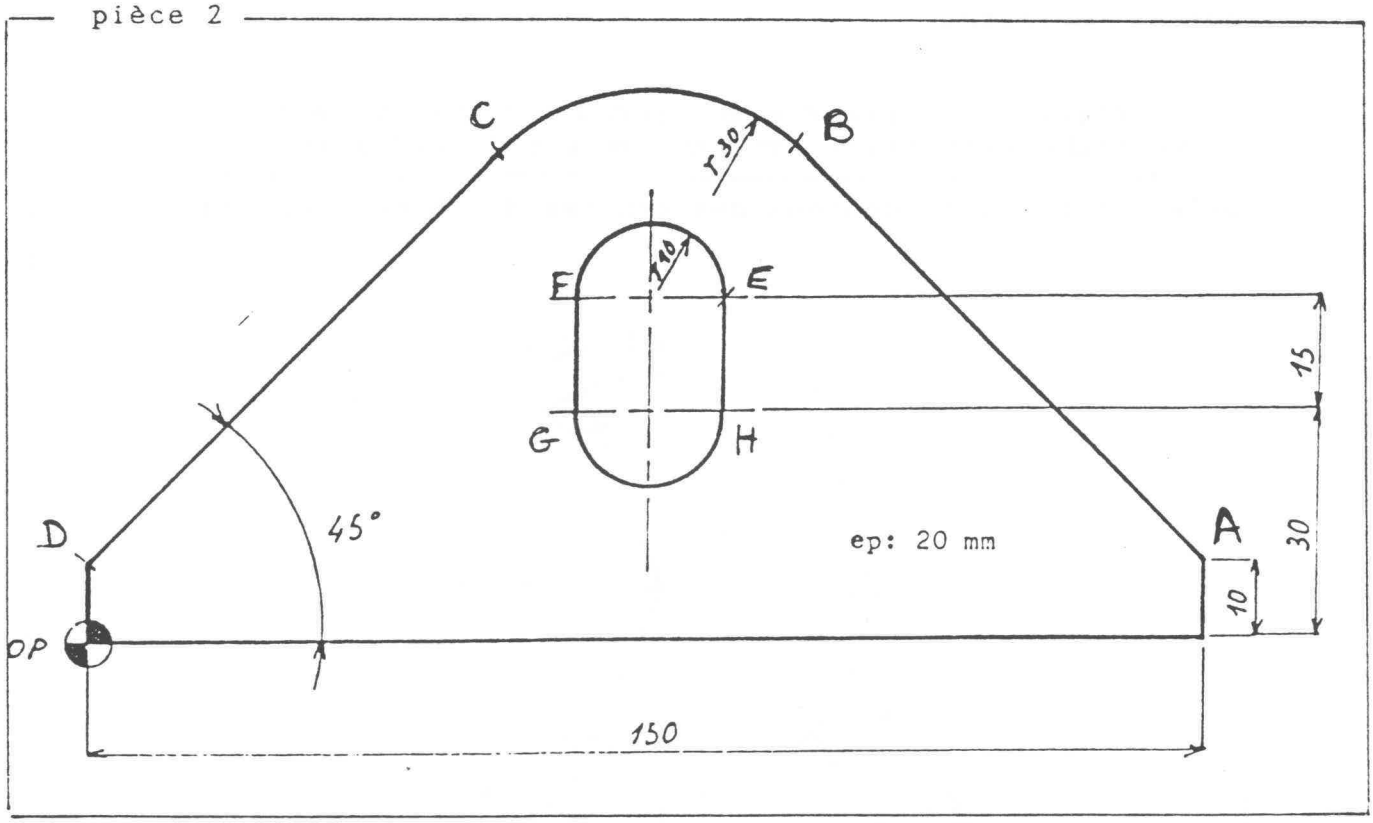
On peut demander d'exprimer les coordonnées des différents points à partir d'une origine différente de O (O' par exemple, ce qui rend toutes les coordonnées positives). O' représente la position de l'outil après l'usinage et il est souvent nécessaire qu'il soit en dehors de la pièce.

4° Raccordement de droites et de cercles :

Pour les pièces 2 et 3 il suffit de savoir faire les calculs dans le triangle rectangle et manipuler les additions de vecteurs:

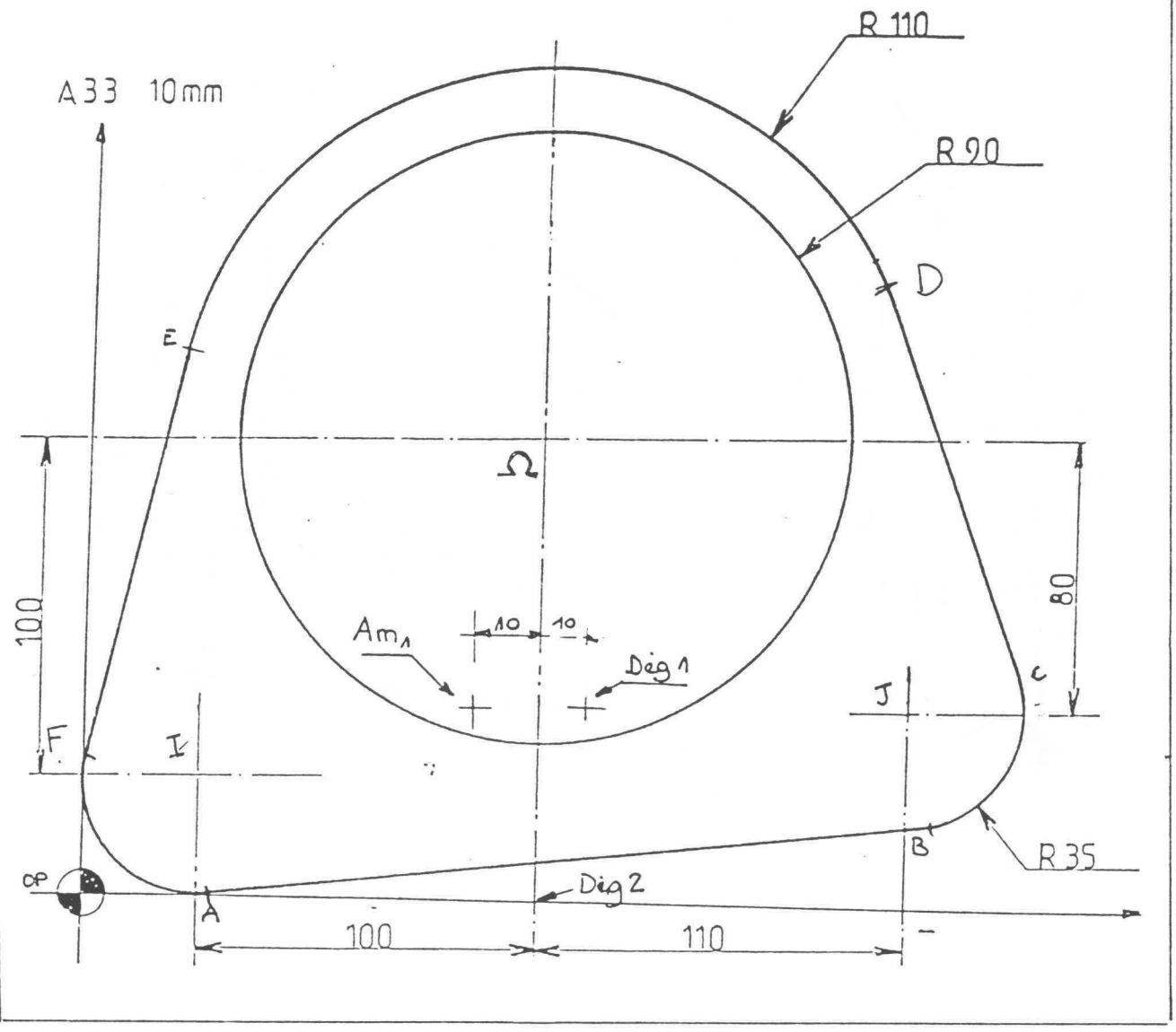
Trouver les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G, H

pièce 2



Si I est le centre du cercle de rayon 30, il est facile de trouver les coordonnées de IB et IC. Il faut donc chercher celles de OI . Les élèves les trouveront après qu'ils auront eu l'idée de prolonger AB et CD qui se coupent au point J (75 85). L'erreur serait de croire que le centre est confondu avec celui de la lumière. L'utilisation du calcul vectoriel permet de mettre de l'ordre dans les calculs qui sinon sont déjà assez longs.
La symétrie a ici simplifié le problème. Elle n'existe pas dans le problème suivant:

trouver les coordonnées des points A, B, C, D, E, F
de la pièce 3



On peut aider les élèves en leur donnant la figure suivante et en leur faisant remarquer que le problème se ramène à calculer les angles α, θ_1 et β_1 car ainsi on connaîtrait les vecteurs $\overrightarrow{IA}$ $\overrightarrow{JB}$ $\overrightarrow{JC}$ $\overrightarrow{\Omega D}$ $\overrightarrow{\Omega E}$ et $\overrightarrow{IF}$ dont on connait déjà le module

θ_1 se déduit de θ_2 et θ_3

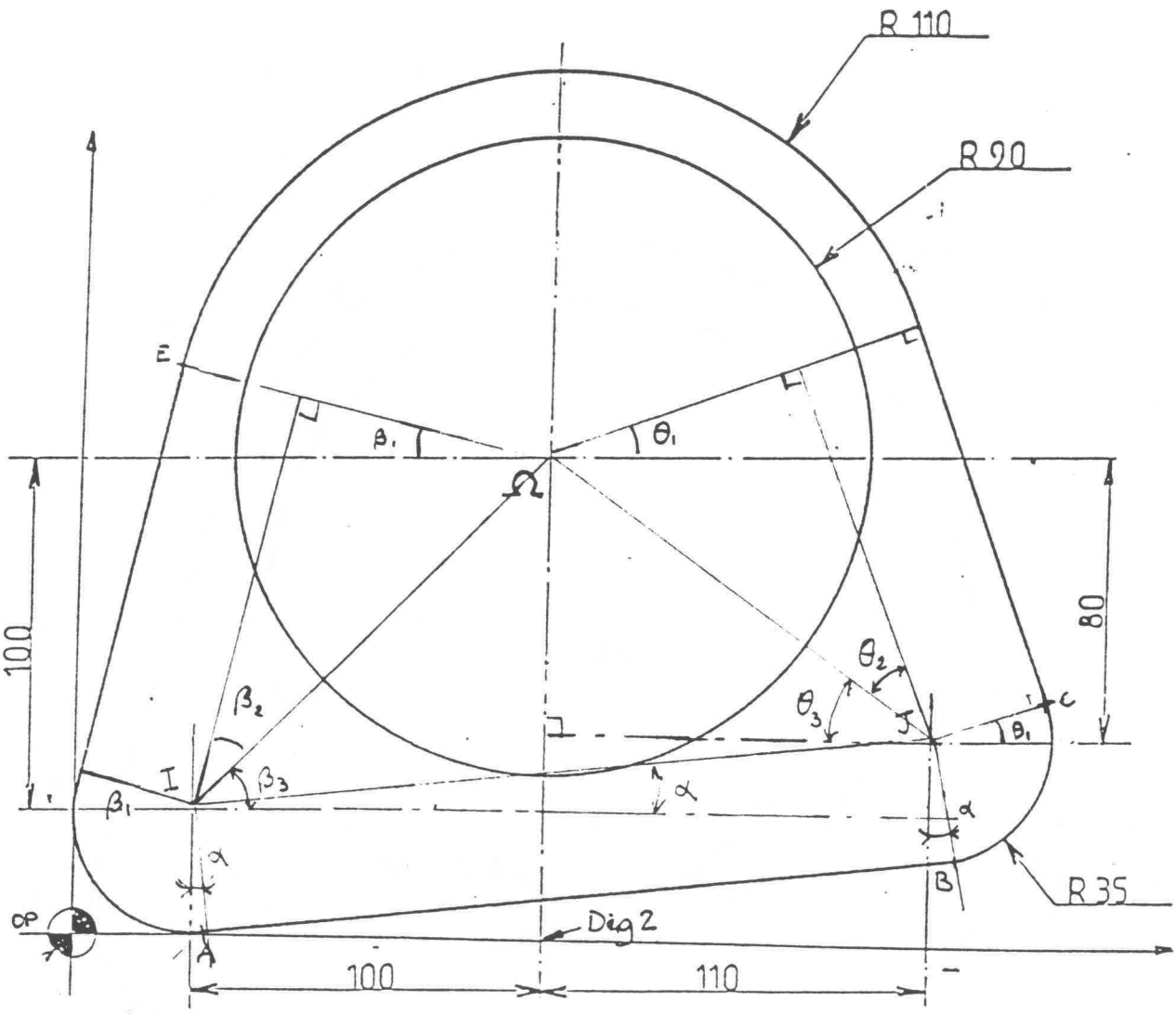
β_1 se déduit de β_2 et β_3

il est facile de trouver ensuite

$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IA}$

$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OJ} + \overrightarrow{JB}$

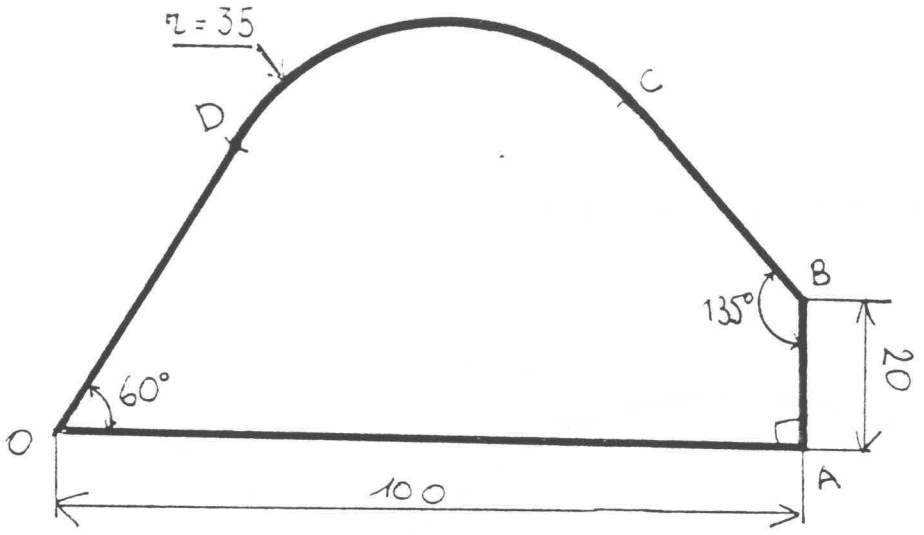
$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OJ} + \overrightarrow{JC}$ etc...



Remarque: *si les élèves donnent (35 , 0) comme coordonnées de A, la résolution des écrans ne permet pas de voir l'erreur, il faut un zoom pour la déceler.*

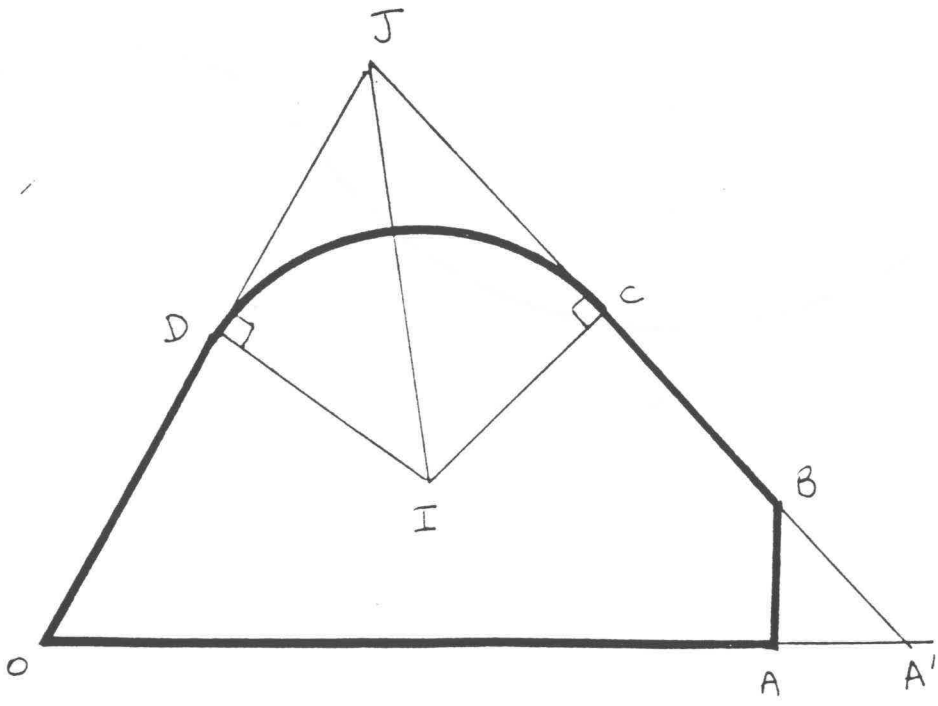
pour la pièce 4, il faut savoir résoudre un triangle quelconque.

trouver les coordonnées de $\vec{OA}$ $\vec{OB}$ $\vec{OC}$ $\vec{OD}$ dans la pièce 4



On peut aider les élèves en leur donnant la figure suivante et en leur demandant de noter tous les angles. On peut calculer OJ dans le triangle OA'J et IJ dans DIJ

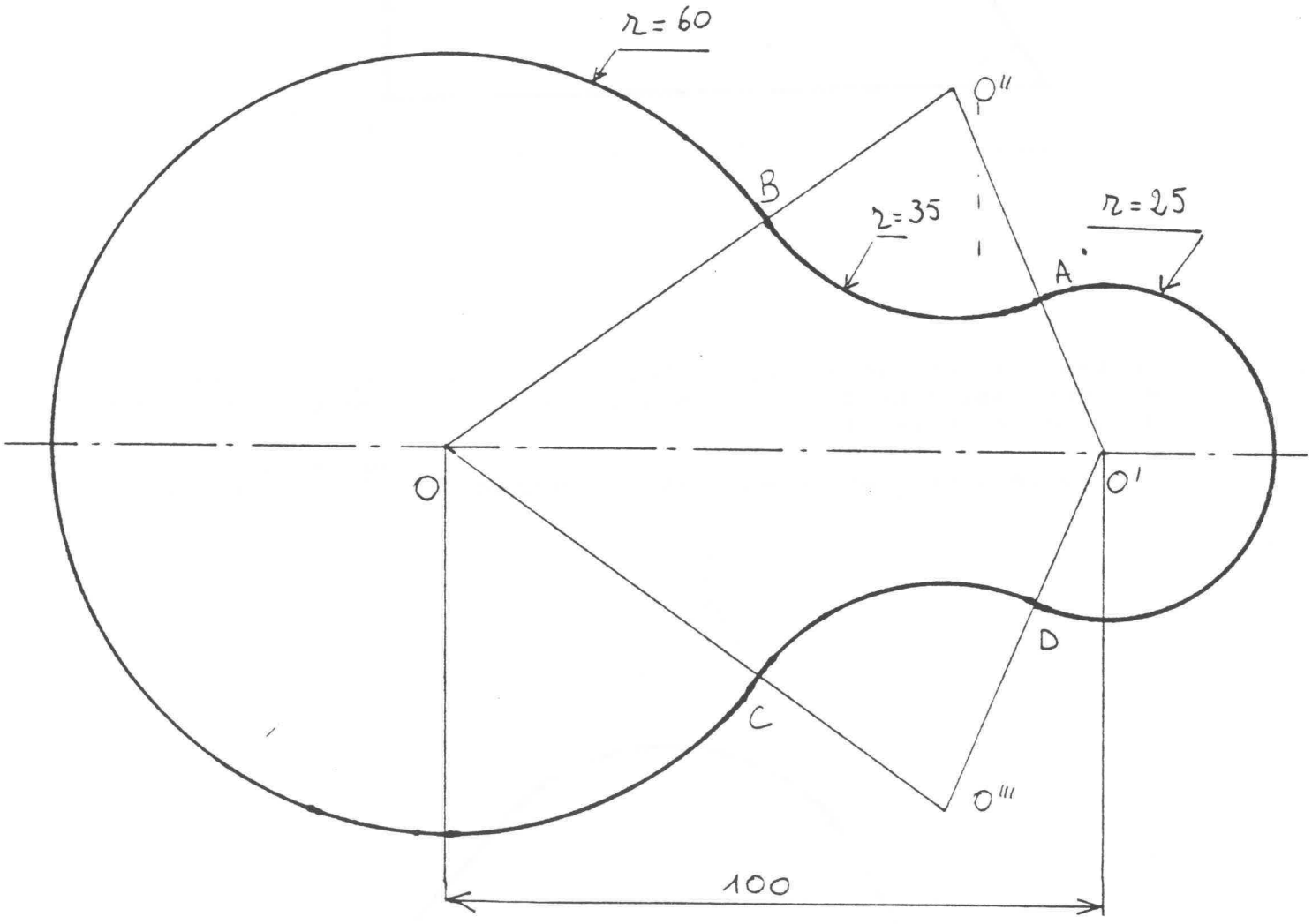
on trouve alors facilement les coordonnées de $\vec{OJ}$ $\vec{JI}$ $\vec{IC}$ et $\vec{ID}$



5° Raccordements de 3 cercles de rayons différents:

Trouver les coordonnées des points A B C D en prenant O comme origine.
piece 5

Il faut d'abord trouver les angles du triangle OO'O"



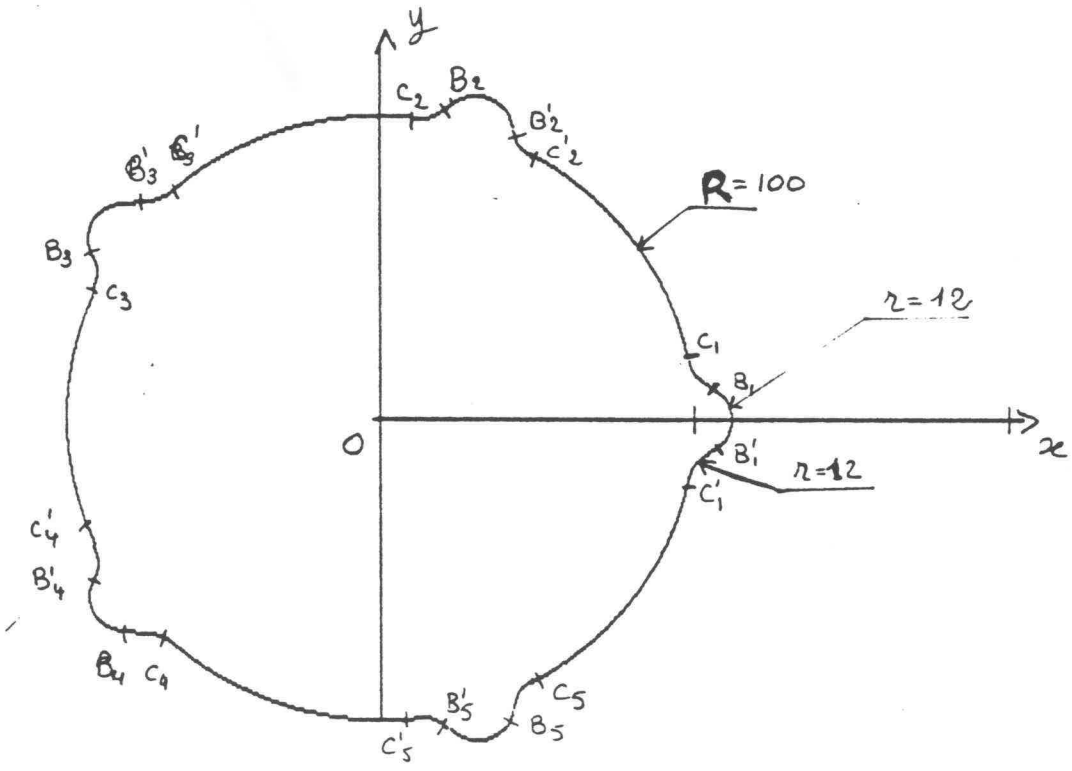
6° Des rotations

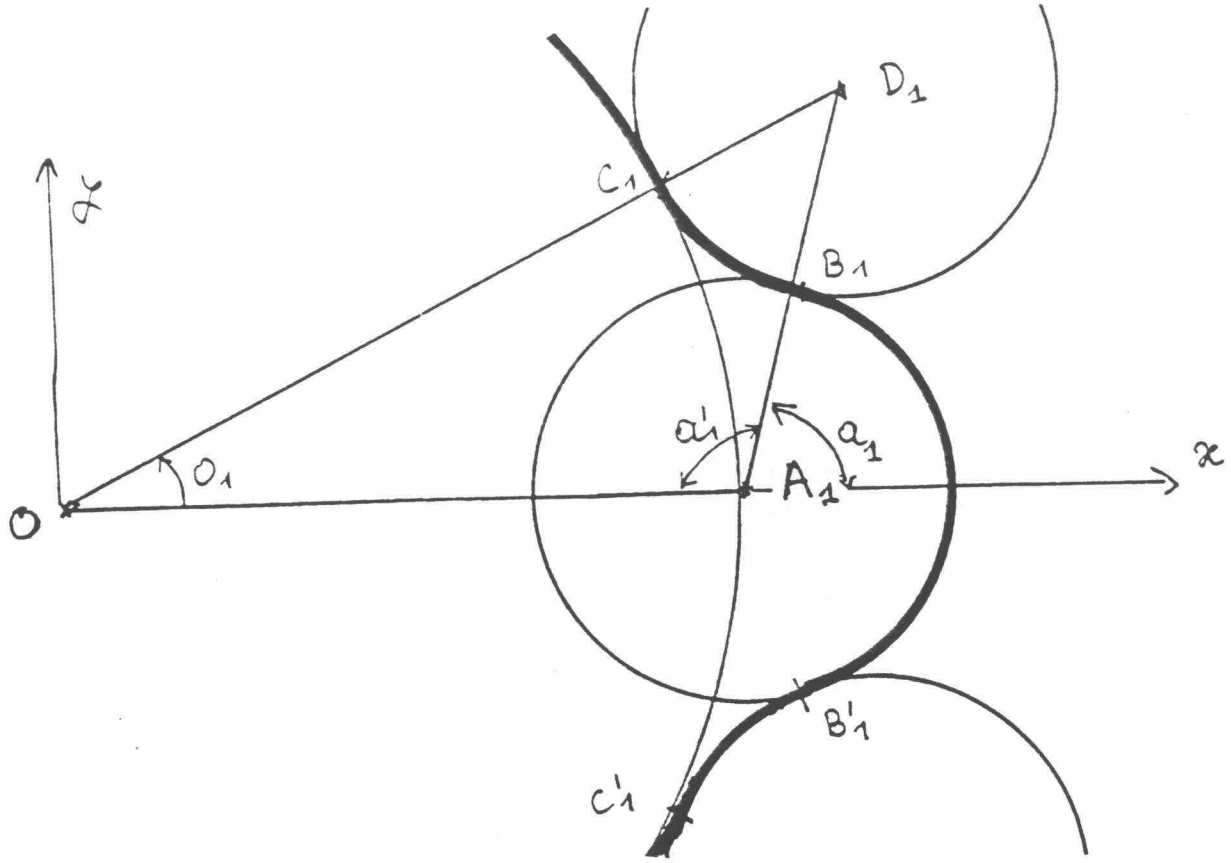
Les calculs que nous vous présentons ci dessous peuvent paraître longs et fastidieux. Mais nous avons constaté qu'à condition d'être bien guidés les élèves se sont intéressés à ce problème: ils aiment manipuler la calculatrice (il y a de quoi faire ...); ils découvrent qu'en réfléchissant un petit peu, on peut simplifier énormément un problème : il y a 20 points à chercher, mais dès qu'on en a trouvé 2 on peut trouver tous les autres.

Trouver les coordonnées de tous les points de raccordement en de la pièce 6 en prenant O comme origine.

On commence par chercher celles de B_1 et de C_1. Pour celà il faut d'abord cherher les angles O_1 et a_1.
Par symétrie on trouve les coordonnées de B'_1 et de C'_1

Pour pouvoir trouver les coordonnées des autres points, il est préférable d'utiliser les coordonnées polaires. La calculatrice permet ensuite de passer aux coordonnées rectangulaires.

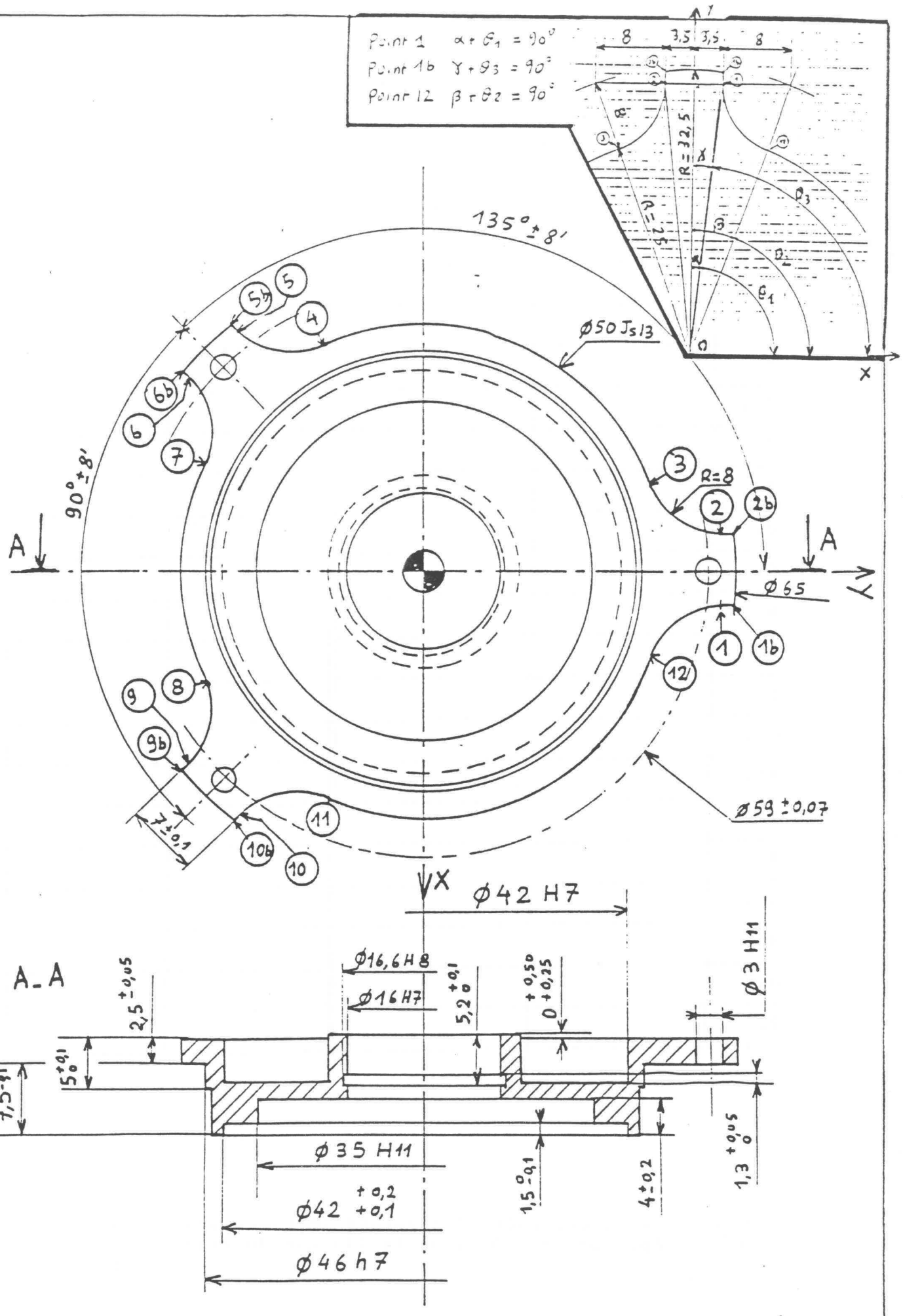



D1
C1
B1
y
a'1
a1
x
O1
O
A1
B'1
C'1

On peut proposer cette grille d'aide aux élèves:

	coordonnées polaires		coordonnées rectangulaires	
	rayon	angle	X	Y
C'_1				
B'_1				
B_1				
B_1				
C'_2				
B'_2				
B_2				
B_2				
C'_3				
B'_3				
B_3				
B_3				
C'_4				
B'_4				
B_4				
B_4				
C'_5				
B'_5				
B_5				
B_5				

Trouver les coordonnées des points de raccordement de tous les points répertoriés 1 à 12 de la flasque de frein →



FLASQUE DE FREIN

Ech 2:1

commande numérique

pièce 1

trou N°	R =	θ =	X =	Y =	coordonnée relatives	
0	60	0	60,000	0,000		
1	60	72	18,541	57,063	-41,459	57,063
2	60	144	-48,541	35,267	-67,082	-21,796
3	60	216	-48,541	-35,267	0,000	-70,534
4	60	288	18,541	-57,063	67,082	-21,796
5	60	360	60,000	0,000	41,459	57,063
					0,000	0,000

pièce 2

	X=	Y=
$\overrightarrow{OA}$	150,000	150,000
$\overrightarrow{OJ}$	75,000	85,000
$\overrightarrow{JI}$	0,000	-42,426
$\overrightarrow{OI}$	75,000	42,574
$\overrightarrow{IB}$	21,213	21,213
$\overrightarrow{OB}$	96,213	63,787
$\overrightarrow{IC}$	-21,213	21,213
$\overrightarrow{OC}$	53,787	63,787
$\overrightarrow{OD}$	0,000	10,000

pièce 3

α = 5,44 °
ΩJ = 136,015
θ2 = 33,464 °
θ3 = 36,02 °
θ1 = 20,52 °

IΩ = 141,421
β3 = 45 °
β2 = 32,03 °
β1 = 12,97 °

$\overrightarrow{OI}$	35,000	35,000
$\overrightarrow{IA}$	3,318	-34,842
$\overrightarrow{OA}$	38,318	0,158
$\overrightarrow{OJ}$	245,000	55,000
$\overrightarrow{JB}$	3,318	-34,842
$\overrightarrow{OB}$	248,318	20,158
$\overrightarrow{JC}$	32,779	12,268
$\overrightarrow{OC}$	277,779	67,268
$\overrightarrow{\Omega D}$	103,020	38,559
$\overrightarrow{OD}$	135,000	135,000
$\overrightarrow{OE}$	238,020	173,559
$\overrightarrow{\Omega E}$	-107,194	24,688
$\overrightarrow{OE}$	27,806	159,688
$\overrightarrow{IF}$	-34,107	7,855
$\overrightarrow{OF}$	0,893	42,855

flasque de frein 5-15-91 DYNACALC

A	B R	C θ	D X	E Y
1	31.129	83.5442	3.500042	30.93161
5	31.129	218.5442	-24.3469	-19.392
9	31.129	308.5442	19.39705	-24.3469
2	31.129	96.4557	-3.49999	30.93161
6	31.129	231.4557	-19.3971	-24.3468
10	31.129	321.4557	24.34682	-19.3971
12	25	69.6054	8.712093	23.43287
4	25	204.6054	-22.7299	-10.4092
8	25	294.6054	10.40916	-22.7299
3	25	110.3946	-8.71209	23.43287
7	25	245.3946	-10.4092	-22.7299
11	25	335.3946	22.72992	-10.4092
1b	32.5	83.8177	3.499998	32.31099
5B	32.5	218.8177	-25.3222	-20.3724
9b	32.5	308.8177	20.37245	-25.3222
2b	32.5	96.1823	-3.5	32.31099
6b	32.5	231.1823	-20.3724	-25.3222
10b	32.5	321.1823	25.32219	-20.3724

pièce 4

ΩJ =87,846097 JI =57,493787

	R =	θ =	X =	Y =
$\overrightarrow{\Omega J}$	87,846	60,000	43,923	76,077
$\overrightarrow{JI}$	57,494	-82,500	7,504	-57,002
$\overrightarrow{IC}$	35,000	45,000	24,749	24,749
$\overrightarrow{ID}$	35,000	150,000	-30,311	17,500
$\overrightarrow{\Omega C}$			76,176	43,824
$\overrightarrow{\Omega D}$			21,117	36,575
$\overrightarrow{\Omega A}$			100,000	0,000
$\overrightarrow{OB}$			100,000	120,000

pièce 5

R	60	35	25	
coté	95	60	100	
	O	O'	O''	
cos	0,8118421	0,38125	0,2302632	
rad	0,6234961	1,1796483	1,3384482	3,1415927
deg	35,723697	67,588868	76,687435	180

	R =	θ = radians	X =	Y =
$\overrightarrow{OO'}$	100	0	100,000	0,000
$\overrightarrow{O'I}$	25	1,9619444	-9,531	23,112
$\overrightarrow{OA}$			90,469	23,112
$\overrightarrow{OB}$	60	0,6234961	48,711	35,033
$\overrightarrow{OC}$			48,711	-35,033
$\overrightarrow{OD}$			90,469	-23,112

pièce 6

coté	112	24	100	
	O1	a'1	D1	
cos	0,9807143	-0,41	0,5803571	
rad	0,1967131	1,9932504	0,9516291	3,1415927
deg	11,270831	114,20483	54,524334	180

	R =	θ =	X =	Y =
$\overrightarrow{A1B1}$	12	65,795165	4,920	10,945
$\overrightarrow{OA1}$			100	0
$\overrightarrow{OB1}$	105,48934	5,9554307	104,92	10,945026
$\overrightarrow{OC1}$	100	11,270831	98,071	19,545
$\overrightarrow{OC'1}$	100,000	-11,271	98,071	-19,545
$\overrightarrow{OB'1}$	105,489	-5,955	104,920	-10,945
$\overrightarrow{OB1}$	105,489	5,955	104,920	10,945
$\overrightarrow{OC1}$	100,000	11,271	98,071	19,545
$\overrightarrow{OC'2}$	100,000	60,729	48,894	87,232
$\overrightarrow{OB'2}$	105,489	66,045	42,831	96,403
$\overrightarrow{OB2}$	105,489	77,955	22,013	103,167
$\overrightarrow{OC2}$	100,000	83,271	11,718	99,311
$\overrightarrow{OC'3}$	100,000	132,729	-67,853	73,457
$\overrightarrow{OB'3}$	105,489	138,045	-78,449	70,525
$\overrightarrow{OB3}$	105,489	149,955	-91,315	52,816
$\overrightarrow{OC3}$	100,000	155,271	-90,830	41,833
$\overrightarrow{OC'4}$	100,000	204,729	-90,830	-41,833
$\overrightarrow{OB'4}$	105,489	210,045	-91,315	-52,816
$\overrightarrow{OB4}$	105,489	221,955	-78,449	-70,525
$\overrightarrow{OC4}$	100,000	227,271	-67,853	-73,457
$\overrightarrow{OC'5}$	100,000	276,729	11,718	-99,311
$\overrightarrow{OB'5}$	105,489	282,045	22,013	-103,167
$\overrightarrow{OB5}$	105,489	293,955	42,831	-96,403
$\overrightarrow{OC5}$	100,000	299,271	48,894	-87,232
$\overrightarrow{OC'1}$	100,000	348,729	98,071	-19,545
$\overrightarrow{OB'1}$	105,489	354,045	104,920	-10,945
$\overrightarrow{OB1}$	105,489	365,955	104,920	10,945
$\overrightarrow{OC1}$	100,000	371,271	98,071	19,545

Quelques commentaires sur les procédures :

En LOGO, le plan a un repère dont l'origine se trouve au milieu de l'écran . On peut avoir intérêt à déplacer cette origine dans le coin inférieur de l'écran ou tout autre point:
La procédure CHANGEO transforme les coordonnées utilisateur en coordonnées du repère LOGO. :O contient les coordonnées de la nouvelle origine dans le repère LOGO.

La procédure POSO transforme les coordonnées du repère LOGO en coordonnées du repère choisi par vous.

CAPSUIVANT rends le CAP que va devoir prendre la tortue pour rejoindre le point :XY. Notons que ATN n'est pas l'arctang mais est un angle compris entre -180 et + 180, ce qui est bien pratique. ATN(x y) = Arctan(x/y) si cos(x) > 0
ATN(x y) = -Arctan(x/y) si cos(x) < 0

ANGLE est le demi angle au centre du cercle de rayon :R passant par le point courant et le point de coordonnées :XY

Avec DROITE, la tortue commence par viser le point à atteindre puis elle le rejoint

ARCG ARCD GRARCG GRARCD CERCLE dessinent des lignes polygonales régulières inscrites dans les cercles de rayon :R . (Pour un cercle complet, il y a 180 cotés; pour un petit arc de demi angle au centre A degrés, il y a A cotés; pour le grand arc il y a donc 180 - A cotés. La procédure met la tortue dans la bonne direction (tangente à l'arc de cercle) puis on décrit le nombre de cotés voulus de longueur 2Rsin 1° en tournant à chaque fois de 2°.
La dernière commande de ces procédures (FPOS CHANGEO :XY) permet de s'assurer que la tortue est bien arrivée à destination.

Il n'est pas besoin de connaitre le langage LOGO pour utiliser ces procédures et il est très facile de les faire utiliser aux élèves pour vérifier les calculs. Bien entendu, elles ne remplacent pas un véritable simulateur mais elles sont à notre avis suffisantes pour vérifier que nos calculs sont corrects. Elles vous permettront donc de valider en classe les résultats obtenus par les élèves (les simulateurs sont en effet en petit nombre et difficilement accessibles).

Si votre établissement ne possède pas de LOGO nous ne saurions trop vous conseiller de l'acheter: vous trouverez beaucoup d'applications pour les sections industrielles.

Si vous ne connaissez pas le LOGO, il suffit de recopier bien soigneusement les procédures après avoir chargé le LOGO+ dans votre compatible PC (faites-vous quand même expliquer le fonctionnement de l'éditeur et comment sauver votre travail...). Pour ceux que ça intéresse, nous commentons ces procédures à la page suivante et nous sommes intéressés par les améliorations que vous pourriez y apporter ou par les autres solutions que vous proposeriez.

Comment les utiliser ?

ces procédures permettent de déplacer la tortue LOGO à partir du point où elle se trouve jusqu'à un autre point défini par ses coordonnées données comme étant une liste de deux nombres mis entre crochet.
On peut se déplacer de 6 façons possibles :

ALLERA [25 100] : la tortue va au point de coordonnées (25 ; 100) sans laisser de trace.

DROITE [25 100] : la tortue va en ligne droite au point de coordonnées (25; 100)

ARCG [25 100] 30 : la tortue va au point de coordonnées (25 100) en tracant un petit arc de cercle de rayon 30 et en tournant vers la gauche, c'est à dire dans le sens trigonométrique.

ARCD [25 100] 30 : même chose mais la tortue tourne dans le sens inverse

GRARCD [25 100] 30 : la tortue trace le grand arc de cercle en tournant vers la droite

GRARCG [25 100] 30 : la tortue trace le grand arc de cercle en tournant vers la gauche.

CERCLE [40 65] 12 : la tortue trace un cercle de centre (40;65) et de rayon 12. A la fin de l'opération, elle est positionnée sur le cercle au point (40; 77).

Tout programme doit commencer par l'indication de l'origine et de l'échelle (du repère diraient les prof de math...)
Rappelons qu'en LOGO l'origine des axes est au milieu de l'écran. Si vous voulez mettre votre origine dans le coin en bas de votre écran et que vous avez une carte HERCULE, votre programme devra commencer par

```
DONNE "O [-360 -165]
```

ce qui peut se traduire par "donne le nom O au point (-350 -165) dans le repère LOGO "
ou "donne la valeur (-350 -165) au point O".

L'échelle est donnée par l'instruction du type

```
DONNE "ECH 4
```

donne la valeur 4 à l'échelle.

Attention ces procédures ne gèrent pas les erreurs, en particulier si vous demandez de joindre un point à une distance supérieure au diamètre de l' arc vous obtiendrez vraisemblablement le message d'erreur suivant

```
RC N'AIME PAS [ ...] COMME DONNEE
```

RC signifie Racine Carrée et l'expression entre crochets est négative...

UN PROGRAMME LOGO+ POUR SIMULER LA COMMANDE NUMERIQUE

12 procédures :

```
POUR CARRE :X
RENDS :X * :X
FIN


POUR CHANGEO :XY
RENDS PH (:ECH * (PREM :XY) + (PREM :O)) (:ECH * (DER :XY) + (DER :O))
FIN

POUR POSO
RENDS PH ((PREM POS) - (PREM :O)) / :ECH ((DER POS) - (DER :O)) / :ECH
FIN


POUR CAPSUIVANT :XY
RENDS ATN ((PREM :XY) - (PREM POSO)) ((DER :XY) - (DER POSO))
FIN


POUR ANGLE :XY :R
DONNE "C (CARRE ((PREM :XY) - PREM POSO)) + CARRE ((DER :XY) - DER POSO)
SI EGAL? 4*:R*:R :C [RENDS 90] [RENDS ATN (RC (:C / (4*:R*:R-:C)))]
FIN


POUR DROITE :XY
FCAP CAPSUIVANT :XY
FPOS CHANGEO :XY
FIN


POUR ALLERA :XY
LC
DROITE :XY
BC
FIN
```

```
POUR ARCD :XY :R
FCAP (CAPSUIVANT :XY) - ANGLE :XY :R
REPETE (ARRONDIS ANGLE :XY :R) [AV 2 * :ECH * :R * SIN 1 TD 2]
FPOS CHANGEO :XY
FIN

POUR ARCG :XY :R
FCAP ( CAPSUIVANT :XY ) + ANGLE :XY :R
REPETE ( ARRONDIS ANGLE :XY :R ) [AV 2 * :ECH * :R * SIN 1 TG 2]
FPOS CHANGEO :XY
FIN

POUR GRARCD :XY :R
FCAP ( CAPSUIVANT :XY ) + 180 + ANGLE :XY :R
REPETE ( 180 - ARRONDIS ANGLE :XY :R ) ) [AV 2 * :ECH * :R * SIN 1 TD 2]
FPOS CHANGEO :XY
FIN


POUR GRARCG :XY :R
FCAP (CAPSUIVANT :XY) + 180 - ANGLE :XY :R
REPETE (180 - (ARRONDIS ANGLE :XY :R)) [AV 2 * :ECH * :R * SIN 1 TG 2]
FPOS CHANGEO :XY
FIN



POUR CERCLE :XY :R
LC
FPOS CHANGEO :XY
BC
FCAP 0
AV 2
RE 4
AV 2
TD 90
AV 2 RE 4
AV 2
FCAP 0
LC AV :R * :ECH
BC
TD 90
REPETE 180 [AV 2 * :R * SIN 1 * :ECH TD 2]
FIN
```

CALCUL VECTORIEL DANS UN REPERE .
OUTILS : LIVRE, COURS, COURS BEP.

Dans une feuille de papier millimétré, en choisissant le cm comme unité de longueur, placer les demi-axes positifs d'un repère orthonormal .

Ce repère sera utilisé pour des vérifications approximatives des résultats, on effectuera les tracés avec un crayon à mine fine.

1) Placer les points A(0,6); B(8,6); C(12,0); D(0,0).

2) Vérifier la relation $\overrightarrow{AB} = k.\overrightarrow{DC}$. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

3) Les points R,S,P,Q sont les milieux respectifs de [AB], [BC], [CD], [DA]. (RP) et (QS) sont donc les médianes de ABCD. Elles se coupent en O. Calculer les coordonnées de O. (on vérifiera que O, milieu de [QS] est également le milieu de [RP] si on ne trouve aucune justification).

4) M et N sont les milieux de [BD] et [AC]; G_1 , G_2 , G_3 , G_4 sont les centres de gravité des triangles ABD, BCD, ABC, ADC. Exprimer les relations entre les vecteurs $\overrightarrow{DG_1}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{AM}$, et $\overrightarrow{AG_1}$. En déduire les coordonnées de G_1 .

5) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{OG_1}$ et $\overrightarrow{OC}$. Vérifier que $\overrightarrow{OG_1} = -1/3.\overrightarrow{OC}$.

6) On veut généraliser le résultat précédent.

a) Pour calculer les coordonnées de G_2 , écrire les relations semblables à celles utilisées pour G_1 .

b) Vérifier alors que $\overrightarrow{OG_2} = -1/3.\overrightarrow{OD}$. On admet que ce résultat est applicable à $\overrightarrow{OG_3}$ et $\overrightarrow{OA}$, et $\overrightarrow{OG_4}$ et $\overrightarrow{OB}$.

c) Donner le nom de la transformation géométrique qui, à partir du point O et d'un nombre, permet de faire correspondre A, B, C, D à G_3 , G_4 , G_1 , G_2 .

d) Exprimer cette même propriété pour les deux quadrilatères.

7) (G_1 G_3) et (G_2 G_4) sont les diagonales de G_1 G_2 G_3 G_4 . Elles se coupent en G_T . Que représente G_T pour ABCD ? En déduire une construction simple de G_T à partir de la seule connaissance de ABCD.

OBJECTIFS: calcul vectoriel dans un repère.
On rencontre plusieurs propriétés géométriques dans le trapèze, et il faut arriver à reconnaître une homothétie.

NOTIONS INTRODUITES: On peut, avec cet exercice, à la fois réviser des notions déjà vues, ou en introduire de nouvelles (transformations géométriques: homothétie, affinité).

DIFFICULTES: nombreuses: propriété du point O, coordonnées d'un vecteur, relations vectorielles diverses. C'est pour cela que ce problème est donné à faire en travail de recherche à la maison, avec étude en classe au début de chaque séquence. Il faut le relier à des éléments physiques connus comme la notion de moment, ce qui permet de donner un sens à cette recherche.

On utilise la notion d'isobarycentre des sommets du trapèze et de barycentre des centres d'inertie (de gravité) des différents triangles utilisés, éventuellement, pour justifier, à la fois le rôle du point O, et le rapport -1/3 de l'homothétie de centre O que l'on vérifie ici.

TEMPS PASSE: 15 min en début de cinq séquences.

REMARQUE: La propriété établie est vraie pour tout quadrilatère convexe, mais elle est très facilement conjecturée avec un logiciel comme "Le Géomètre" (Ed. NATHAN).

Une étude simple sur le centre de gravité du trapèze et des activités qui peuvent être élaborées sur ses propriétés, est publiée dans la brochure complémentaire. S'adresser à l'IREM des pays de Loire pour l'obtenir.

OPTIMISER UN TRANSPORT:

On veut organiser à moindre coût un pont aérien pour transporter 1600 personnes et 90 tonnes de bagages. Les avions disponibles sont de deux types: 12 du type A et 9 du type B. Un avion du type A peut, à pleine charge, transporter 200 personnes et 6 tonnes de bagages; un avion du type B peut transporter 100 personnes et 15 tonnes de bagages. La location d'un avion du type A coûte 4 millions de francs et celle d'un avion du type B coûte 1 million de francs.

On désigne par x le nombre d'avions du type A et par y le nombre d'avions du type B.

a) établir les inéquations des contraintes portant sur les deux types d'avions, les passagers et les bagages.

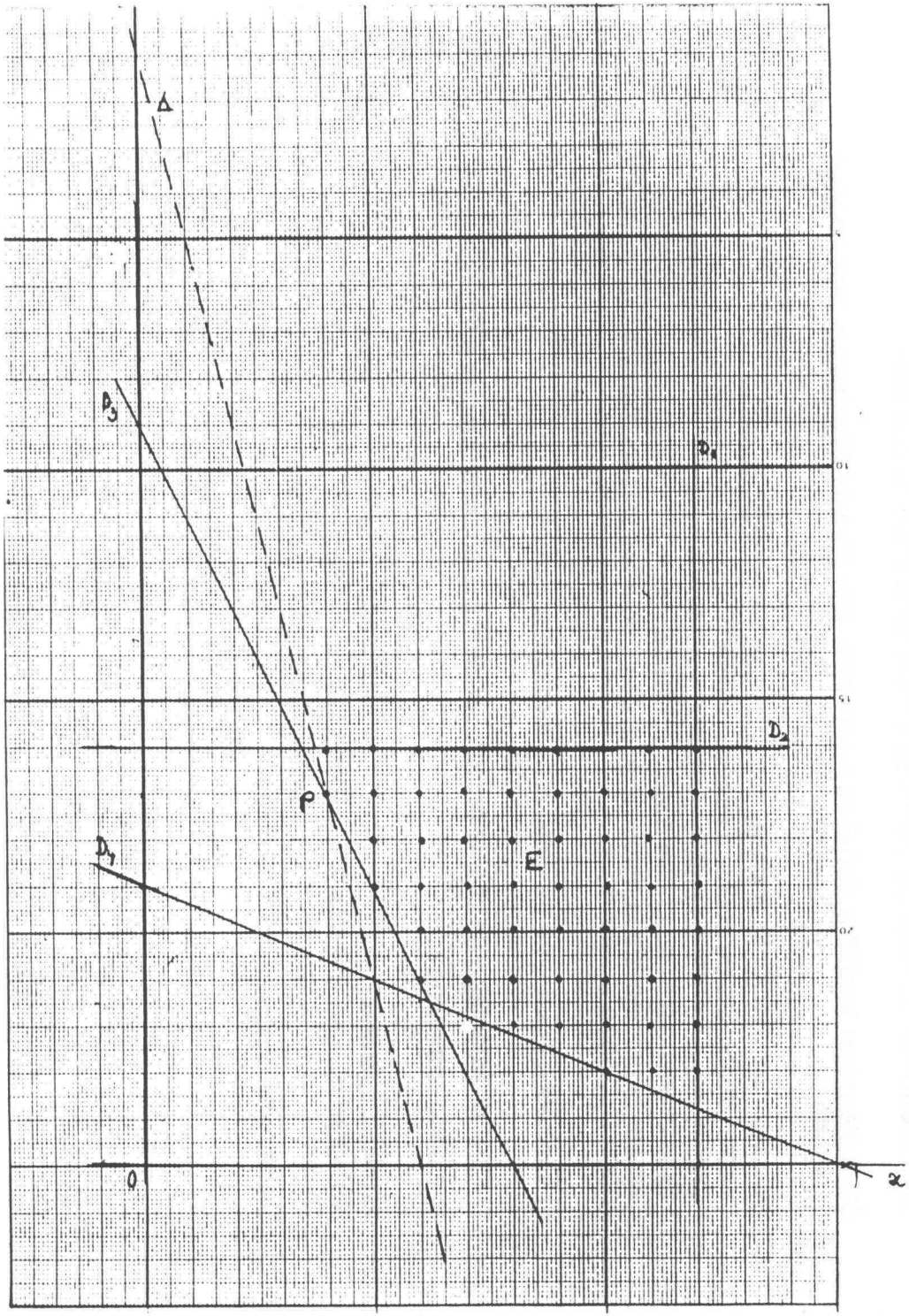
b) Représenter graphiquement l'ensemble des points de coordonnées (x;y) vérifiant les contraintes précédentes.

c) Exprimer le coût C en fonction de x et de y. Déterminer le nombre d'avions de type A et le nombre d'avions de type B qu'il faut louer pour obtenir un coût minimal.

(d' après Transmaths, 2°)

OBJECTIFS: Polygone de contraintes, exécution de calculs.

PREREQUIS: Droites, résolution graphique d'inéquations.



b. Tableau des données

	Passagers	Bagage	Nombre maximal	Coût
Avion A	200	6	12	4
Avion B	100	15	9	1
Contraintes	1600	90		

Inéquations des contraintes :

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 200x + 100y \geq 1600 \\ 6x + 15y \geq 90 \end{cases} \iff \begin{cases} 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 2x + y \geq 16 \\ 2x + 5y \geq 30 \end{cases}$$

b. Représentation graphique (résolution graphique du système)

On trace les droites d'équation :

$x = 12$	Droite D_1			
$y = 9$	Droite D_2			
$2x + y = 16$	Droite D_3	$A(0;16)$	$B(8;0)$	
$2x + 5y = 30$	Droite D_4	$A'(0;6)$	$B'(15;0)$	

Le domaine E défini par D_1, D_2, D_3, D_4 frontières incluses détermine le polygone des contraintes. Tout point de E de coordonnées (x, y) où x et y sont des naturels correspond à un programme réalisable.

Exemple : le point de coordonnées $(10;4)$ donne 10 avions de type A et 4 avions de type B, soit : $200 \times 10 + 100 \times 4 = 2400$ places

$6 \times 10 + 15 \times 4 = 120$ tonnes

c. Recherche du coût minimal.

Coût $= 4x + y$. A chaque coût C est associé l'ensemble des points $M(x, y)$ tel que $C = 4x + y$ c'est à dire une droite d'équation $y = -4x + C$.

Parmi toutes ces droites, celle qui correspond au coût minimal est la droite qui rencontre E et coupe l'axe des ordonnées le plus bas possible. C'est donc celle qui passe par $P(4;8)$ pour laquelle l'ordonnée à l'origine est minimum.

Donc il faut louer 4 avions de type et 8 de type B. (Droite Δ)

CONTROLE DE STATISTIQUES:

Le chiffre d'affaires d'une entreprise peut se décomposer ainsi:

Chiffre d'affaires	Nombre de clients
0 à 5000 F	10
5000 à 15000 F	66
15000 à 30000 F	171
30000 à 35000 F	140
35000 à 45000 f	136
45000 à 50000 F	37

1) Tracer l'histogramme des effectifs de cette série statistique.

2) Présenter le tableau des effectifs cumulés croissants et décroissants.

3) Déterminer graphiquement la médiane. Indiquer la signification de votre résultat.

4) Calculer le chiffre d'affaires moyen.

5) La clientèle est ainsi classée par le chef d'entreprise:
* Petits clients: premier quart de la clientèle ayant réalisé le chiffre d'affaires le plus bas.
* Gros clients: dernier quart de la clientèle ayant réalisé le chiffre d'affaires le plus élevé.
* Clients moyens: le reste de la clientèle.

51- Déterminer combien de clients se situent dans chacune des catégories.

52- Déterminer le chiffre d'affaires nécessaire pour pouvoir être classé dans chaque catégorie.

53- Une ristourne de fin d'année est accordée de la façon suivante:
* Petits clients: 3% du chiffre d'affaires réalisé,
* Clients moyens: 6% du chiffre d'affaires réalisé,
* Gros clients: 10 % du chiffre d'affaires réalisé.

Calculer le montant de la ristourne à un client pour les chiffres d'affaires suivants: 20000 F, 30000 F, 40000 F.

6) Calculer L'écart-type de cette série statistique.

7) Quel pourcentage de clients procure un chiffre d 'affaires compris entre $\overline{x} - \sigma$ et $\overline{x} + \sigma$ à cette entreprise?

Echelles à utiliser:

Histogramme des effectifs: abscisse 2 cm → 5000 F,
ordonnée 1cm → 10 clients.

Histogramme des effectifs cumulés:
abscisse 2 cm → 5000 F,
ordonnée 3 mm → 10 clients.

Commentaires:

Objectifs:	Compréhension des grandeurs statistiques
Prérequis:	Calcul d'un pourcentage Grandeurs proportionnelles
Activité des élèves:	Activités graphiques. Calcul littéral
Difficultés des élèves:	Calcul des quartiles Q_1 et Q_3. Signification concrète de Q_1 et Q_3.
Place dans la progression:	Bilan final sur les statistiques
Temps passé:	2 h
Evaluation	Exercice de contrôle. Voir barème

Résultats de l'évaluation dans un classe de Bac Pro M.S.M.A:

		Elèves											
Questions	**Barème**	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1													
Calculs préliminaires	**1**	0,5	1	1		1	0,5						
Histogramme	**1**	1	1	1	1	1	1	1	0,5	0,5	1	0,5	0,5
2													
Effectifs croissants	**1**	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Effectifs décroissants	**1**	1	1	1	1	0,5	1	1	1	1	1	1	1
3													
Histogrammes													
Lecture médiane	**1,5**	1	1	1	1,5	1,5	1	0,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1
Signification médiane	**1**	1	1	0,5	0,5	1		0,5	1	0,5			
4													
Chiffre moyen	**2**	2	2	1,5	1	2	2	2	2	1,5	2	1	1,5
5 1													
Petits	**0,5**	0,5		0,5	0,5	0,5					0,5	0,5	
Gros	**0,5**	0,5		0,5	0,5	0,5						0,5	
Moyens	**0,5**	0,5		0,5	0,5	0,5					0,5	0,5	
5 2													
Petits	**1**	0,5		1									
Moyens	**1**	0,5		1									
Gros	**1**	0,5		1									
5 3													
3%	**1**	1	1	0,5	0,5								
6%	**1**	1	1	0,5	1	0,5	1	1					
10%	**1**	1	1	0,5	1	0,5	1	1					
6	**1**	1	1	0,5	0,5	0,5	1	0,5	1	0,5	1	0,5	1
7	**3**	3	3	1,5	3	1	3	3	3	3	1	1	2
Total:	**20**	17,5	15,0	15,0	13,5	12,0	12,5	11,5	11,0	9,5	9,5	8,0	8,0

Remarque: Les résultats de l'évaluation peuvent donner lieu à l'élaboration d'un autre exercice sur les statistiques.

CHOISIR UNE LOI DE REPARTITION:

Une série de 250 cotes donne les résultats suivants:

cote mini	:	51,82 mm
cote maxi	:	52,32 mm
moyenne	:	52,07 mm
écart-type	:	0,12 mm
médiane	:	52,09 mm

Préciser la nature de ces paramètres.
On trouve que 68 % des cotes relevées sont dans l'intervalle [51,95 ; 52,19], quelle loi semble suivre cette série?

OBJECTIFS:Lier des connaissances du cours de satistiques, choisir en fonction de critères simples.

PREREQUIS:notions du cours.

DIFFICULTES:discuter les éléments donnés, la pertinence des critères.

TEMPS PASSE: vingt minutes.

DIAGRAMMES DE PARETO

Le diagramme de Pareto est un diagramme à colonnes (genre "histogramme").Chacune de ces colonnes (qui ont toutes la meme largeur represente un critère particulier (exemple un défaut);ces criteres sont classés par ordre de quantités décroissantes en allant de la gauche vers la droite.
Son utilité est de faciliter la prise de décision: en effet,il met en évidence le ou les défauts principaux, qu'il faut examiner en premier. (amelioration de la qualité)

1) exemple de la ROBE "LIMA" (voir fiche de controle ci-jointe)

Remarques:

en abscisse:
les différents critères de qualité sont classés par ordre décroissant de non-qualité;
(le 1er est le plus mauvais,c'est le critère intitulé "régularité de la piqure de placage" le dernier est le critère le mieux fait, c'est le n°20 "respect du montage de biais").

en ordonnée:
l'effectif représente les points de non-qualites (autrement dit le nombre de défauts) constatés lors d'un controle portant sur 10 articles)

pour le critère "repassage" (classé numéro 13) pour le 1er produit controlé, il y a 3 points de qualité sur 5; pour le 2e ,il y en a aussi 3 sur 5; pour le 3e, il y en a 4 ..etc.. (se reporter au tableau du controle).

2) exemple:CIRCUITS INTEGRES

Les données:tableau statistique:

A:défaut électrique statique	25 187
B:défaut électrique dynamique	22 281
C:défaut d'étanchéité	4 844
D:défaut d'aspect	79 436
E:défaut de marquage	969
F:défaut d'emballage	484
G:mauvais libellé de l'étiquetage	1 937

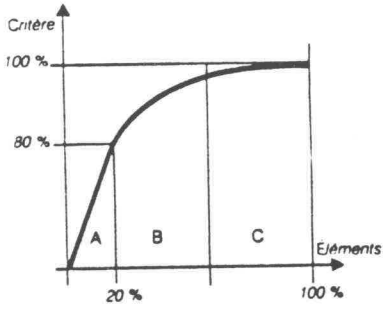
Remarques:

en abscisse:
Les différents critères sont aussi CLASSES PAR ORDRE DECROISSANT du nombre de défauts;

en ordonnée:
on représente la quantité de défauts trouvés dans chaque catègorie;(1er diagramme en rectangles; ce qui ne correspond pas non plus à un histogramme puisque le caractère étudié est qualitatif)
Il a dans ce cas été construit en plus, la "courbe cumulée" puis l'échelle des fréquences cumulées (avec le maximum à 100% placé en premier ;aux élèves à déduire la construction de la 2eme echelle).

La loi des "80/20" découle du fait que, très souvent,
80% des difficultés sont imputables à seulement
20% des choses ou des personnes.

zone A : droite
zone C : droite
zone B : raccordement entre A et B



DEUX EXEMPLES DE DIAGRAMMES DE PARETO

FICHE EXERCICE:

OBJECTIFS:(introduire une notion ou vérifier,appliquer ou évaluer)

* Utiliser des connaissances de statistiques
* les Appliquer au domaine professionnel(illustrer la loi de Pareto ou moi des "15-85")
* Illustrer le cours de statistiques;faire le lien avec l'enseignement professionnel.

PRE-REQUIS:
* L'ordre, l'addition, choix de l'échelle dans le graphique;
* Effectifs cumulés, fréquences

PLACE DANS LA PROGRESSION: Après les statistiques

DEROULEMENT: -temps passé de 0h30 à 1H30 suivant qu'on exploite les diagrammes tout faits ou qu'on les fait construire (en totalité ou en partie)
- autonomie complète (ou travail dirigé)

ACTIVITES DES ELEVES:
calculatrice
moyens à leur disposition /
ordinateur : tableur;grapheur

DIFFICULTES DES ELEVES: (théoriques ou sur le terrain)

théorique: choix de l'échelle
le VOCABULAIRE utilisé en professionnel est différent du vocabulaire mathématique
la représentation en rectangles n'est pas rigoureuse non plus (caractère qualitatif)

LIMITES DE L'EXERCICE:

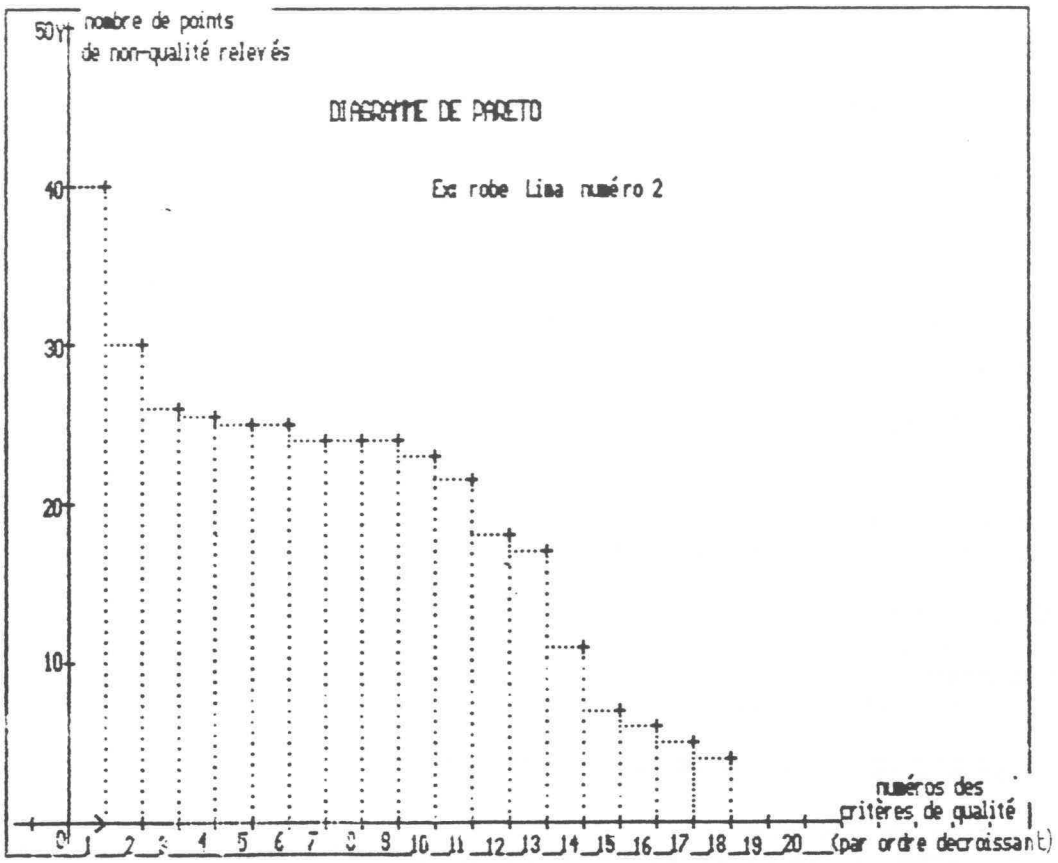
Dans le tracé des droites (une fois le diagramme de Paréto fait) pour déterminer les zones A,B;C , il faut prévoir une tolérance dans ces zones, liée à l'appréciation de chacun.

FICHE DE CONTROLE ROBE LIMA:

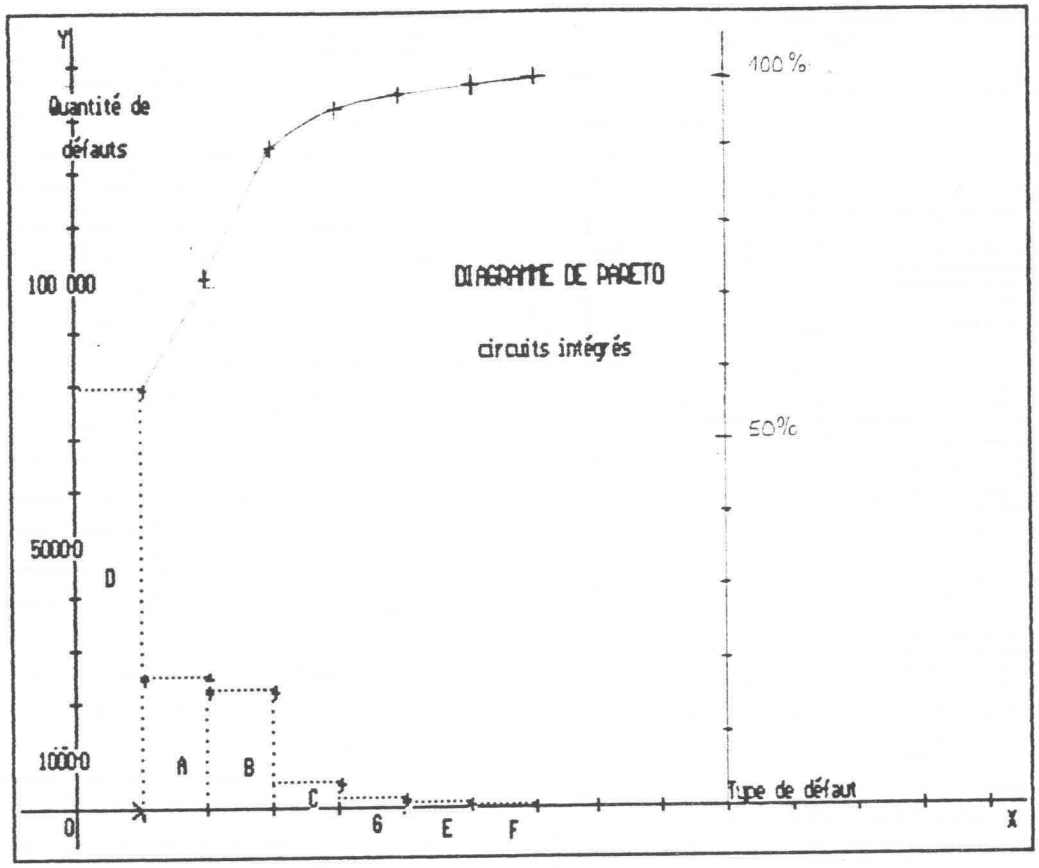
PRODUIT: ROBE "LIMA" CONTROLE N° 2			PRODUITS CONTROLÉS										QUALITE			
CRITERES DE QUALITE	Tol	Points		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	totale	réelle	non-qualité	
-Repassage		5		3	3	4	4	3	3	3	3	4	3	50	33	17	13
DEVANT																	
-Respect de la position de la bande	±0,2	5		1	2	0	3	0	2	2	3	4	3	50	20	30	2
-Netteté des secteurs angulaires de la bande	0	5		0	2	5	5	3	5	0	3	5	4	50	32	18	12
-Régularité des piqûres de placage de la bande Ext. Int.	+0,1	5		2,5	3	5	4	2	4	3	0	1	4	50	28,5	21,5	11
-Netteté de la pointe de l'empiècement	0	5		1	5	3	4	3	4	5	5	5	4	50	39	11	14
-Répartition des fronces devant et dos		5		1	5	3	2	2	3	2	2	2	4	50	26	24	7
DOS																	
-Respect du sens de l'ouverture	0	5		5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	50	50	0	19
-Respect de la finition de la parementure à l'empiècement et à l'encolure	0	5		4	4	4	4	3	5	4	5	5	5	50	43	7	15
-Ajusté des empiècements (coutures face à face)	±0,2	5		5	0	5	5	5	5	5	5	5	5	50	45	5	17
-Ajusté de l'ouverture dos à l'encolure	±0,1	5		5	0	5	5	5	5	5	5	5	4	50	44	6	16
-Respect du montage du biais		5		5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	50	50	0	20
-Régularité de la piqûre de placage	0	5		0	0	0	0	0	5	5	0	0	0	50	10	40	1
-Respect de la largeur du biais	±0,1	5		1	3	2	2	2	3	3	2	4	2	50	24	26	3
-Régularité des ourlets de manches: piqûre	+0,1	5		0	2	5	3	0	2	5	3	1	4	50	25	25	5
-Régularité des ourlets de manches : valeur	±0,1	5		0	0	5	4	0	3	5	4	0	4	50	25	25	6
-Régularité de l'ourlet du bas : piqûre	+0,1	5		1	2	5	3	2	1	3	1	4	4	50	26	24	8
-Régularité de l'ourlet du bas : valeur	±0,1	5		2	1	3	3	3	3	2,5	3	0	4	50	24,5	25,5	4
SUR O—O																	
-Régularité et respect de la valeur de l'assemblage du dos	±0,2	5		5	3	4	5	5	4	5	5	5	5	50	46	4	18
-Régularité et respect de la valeur des autres assemblages	±0,1	5		1	2	4	3	3	3	3	2	2	3	50	26	24	9
-Epluchage		5		1	3	3	5	4	1	3	4	1	2	50	27	23	10

Pour 50 moyenne 32,2

n°1


50Y
nombre de points
de non-qualité relevés
DIAGRAMME DE PARETO
Ex: robe Lina numéro 2
40
30
20
10
0
numéros des
critères de qualité
(par ordre decroissant)

n°2


Y
Quantité de
défauts
100 000
50000
10000
0
DIAGRAMME DE PARETO
circuits intégrés
100 %
50%
A
B
C
D
E
F
G
Type de défaut
X

PRODUIT: ROBE "LIMA" CONTROLE N° 2

CRITERES DE QUALITE	Tol	Points	PRODUITS CONTROLÉS										QUALITE			
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	totale	réelle	non-qualité	
-Repassage		5		3	3	4	4	3	3	3	3	4	3	50	33	17	13
DEVANT																	
-Respect de la position de la bande	±0,2	5		1	2	0	3	0	2	2	3	4	3	50	20	30	2
-Netteté des secteurs angulaires de la bande	0	5		0	2	5	5	3	5	0	3	5	4	50	32	18	12
-Régularité des piqûres de placage de la bande Ext. Int.	+0,1	5		2,5	3	5	4	2	4	3	0	1	4	50	28,5	21,5	11
-Netteté de la pointe de l'empiècement	0	5		1	5	3	4	3	4	5	5	5	4	50	39	11	14
-Répartition des fronces devant et dos		5		1	5	3	2	2	3	2	2	2	4	50	26	24	7
DOS																	
-Respect du sens de l'ouverture	0	5		5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	50	50	0	19
-Respect de la finition de la paramenture à l'empiècement et à l'encolure	0	5		4	4	4	4	3	5	4	5	5	5	50	43	7	15
-Ajusté des empiècements (coutures face à face)	±0,2	5		5	0	5	5	5	5	5	5	5	5	50	45	5	17
-Ajusté de l'ouverture dos à l'encolure	±0,1	5		5	0	5	5	5	5	5	5	5	4	50	44	6	16
-Respect du montage du biais		5		5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	50	50	0	20
-Régularité de la piqûre de placage	0	5		0	0	0	0	0	5	5	0	0	0	50	10	40	1
-Respect de la largeur du biais	±0,1	5		1	3	2	2	2	3	3	2	4	2	50	24	26	3
-Régularité des ourlets de manches: piqûre	+0,1	5		0	2	5	3	0	2	5	3	1	4	50	25	25	5
-Régularité des ourlets de manches : valeur	±0,1	5		0	0	5	4	0	3	5	4	0	4	50	25	25	6
-Régularité de l'ourlet du bas : piqûre	+0,1	5		1	2	5	3	2	1	3	1	4	4	50	26	24	8
-Régularité de l'ourlet du bas : valeur	±0,1	5		2	1	3	3	3	3	2,5	3	0	4	50	24,5	25,5	4
SUR O—O																	
-Régularité et respect de la valeur de l'assemblage du dos	±0,2	5		5	3	4	5	5	4	5	5	5	5	50	46	4	18
-Régularité et respect de la valeur des autres assemblages	±0,1	5		1	2	4	3	3	3	3	2	2	3	50	26	24	9
-Epluchage		5		1	3	3	5	4	1	3	4	1	2	50	27	23	10

APPROCHER UNE COURBE PAR SA TANGENTE EN UN POINT

Pour introduire le nombre dérivé, on propose aux élèves de chercher le coefficient directeur d'une tangente en un point. Nous avons constaté que les élèves ne comprennnent pas cette démarche qui leur apparait plaquée. Les deux exercices suivant (un pour le tertiaire l'autre de caractère plus industriel) se proposent de faire trouver aux élèves que si on veut approcher une courbe par une droite, la tangente en un point est la meilleure approximation à condition de ne pas aller trop loin du point.

L'inflation qui galope ou pas

Un produit coûte 100 F en 1990. Il augmente de 10% chaque année. De combien a-t-il augmenté au bout de 2 ans, 3 ans ... n ans ? (donnez votre réponse au franc près)

Dans la suite de l'exercice, au lieu d'être 10% , le taux d'augmentation est de 1% .
Montrez que

au bout de 2 ans le produit a augmenté de 2 F
au bout de 3 ans le produit a augmenté de 3 F
au bout de 4 ans le produit a augmenté de 4 F

Ce résultat vous semble-t-il contradictoire avec le précédent ?

Pour quelles valeurs de n peut-on dire qu'avec 1% d'augmentation, le produit augmente de n francs en n ans.
Établir que pour ces valeurs de n, si on appelle $y_2(n)$ le coût du produit au bout de n ans:

$$y_2(n) = 100 + n$$

Établir la formule qui permet de calculer le coût exact du produit $y_1(n)$

Sur le même graphique tracer les représentations graphiques des deux fonctions

$n \in [0 ; 50]$

$n \dashrightarrow y_1$

$n \dashrightarrow y_2$

que peut-on dire de ces deux courbe ?

On peut faire établir une règle qui pourrait être formulée de la façon suivante:

" si le taux d'augmentation n'est pas trop grand et si on ne fait pas des calculs sur un trop grand nombre d'années, l'augmentation est à peu près proportionnelle au nombre d'année. Plus le taux est petit, plus le nombre d'année où l'on peut se permettre d'appliquer cette règle est grand"

Distance de freinage

L'IREM de Paris Nord propose cet exercice dans un recueil d'exercice à support concret. Nous essayons de l'adapter à des bac pro :

L'article "freinage" du Quid 87 donne l'information suivante:

vitesse (km/h)	v	40	50	60	70	80	90	100	110	120
distance de freinage (mètres)	d	29	42	57	75	94	115	150	166	193

on voudrait établir une formule qui permette de calculer y à partir de x.

Commençons par placer les couples (v ; d) sur un graphique. 1 cm pour 10 km/h et 1cm pour 10 m. Faire attention de bien mettre les nombres de départ en abscisse.

Faites passer une droite le plus près possible de tous ces points. (on l'appelle droite de régression).
En déduire une formule approchée du type

$$d = \alpha v + \beta$$

Expliquez pourquoi cette formule ne convient pas pour les vitesses lentes (en particulier pour v = 0)

On va essayer de trouver une meilleure formule:

Traçons une courbe la plus régulière possible passant le plus près possible des points du tableau et par le point (0 ; 0).
Traçons la tangente à la courbe passant par O
Ecrire l'équation de la tangente qui est du type

$$d = a v$$

Cette formule convient mieux pour v petit. Mais lorsque v devient plus grand on fait une erreur en l'utilisant. Appelons e cette erreur. Elle est fonction de v et peut se lire sur le graphique.

Complétons le tableau:

v	0	50	100	120
e				

et traçons le graphique de la fonction

$v \in [0;120]$ $\qquad\qquad$ v -------> e

calculons pour chacune des valeurs e/v^2
en déduire que

$$e = b v^2$$

et donner la valeur de b.

En conclusion établir la formule qui permet de calculer d à partir de v . Vérifier que cette formule convient pour toutes les données.

APPLICATION DES FONCTIONS : ''LE PORTAIL''

Le contour supérieur d'un portail est donné par l'expression suivante :

$y = f(x) = 2{,}25 - 2{,}25\ x^4$. (x et y en mètres)

1- Calculer les valeurs x_1 et x_2 de x pour lesquelles y = 0. En déduire l'intervalle d'étude de la fonction f. y ne pouvant être que positif ou nul.

2- Exprimer la dérivée f'(x) de f(x).
   a) Calculer la valeur x qui annule la dérivée f'(x) et la valeur correspondante y = f(x) .
   b) Calculer les valeurs $f'(x_1)$ et $f'(x_2)$ où y = 0.
   c) Compléter le tableau de variation de la fonction f.

x	-1		+1
f'(x)			
f(x)			

3- Représenter cette fonction *f* sur l'intervalle [-1 ; +1]

4- Calcul de l'aire de ce portail : A
   a) Donner une primitive F(x) de $f(x) = 2{,}25 - 2{,}25\ x^2$
   b) Calculer l'intégrale suivante :

$$A = F(1) - F(-1) = \int_{-1}^{+1} f(x)\ dx$$

OBJECTIFS :

Evaluation en classe de terminale "bac. pro."

PRE-REQUIS :

* *Résolution d'une équation du second degré.*
* *Calcul d'une dérivée.*
* *Relation entre signe de la dérivée et sens de variation d'une fonction.*
* *Représentation graphique d'une fonction.*
* *Recherche de primitives et calcul d'une intégrale.*

ACTIVITES ELEVES :

Analyse du travail demandé et réponse aux questions sur feuilles.

DIFFICULTES :

Maîtrise des savoirs et savoir-faires donnés en pré-requis.

TEMPS PASSE :

1 heure.

REMARQUES :

Les questions peuvent être traitées dans le désordre.

CORRIGE :

1.

$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2,25 - 2,25x^2 = 2,25\,(1 - x^2) = 2,25\,(1-x)(1+x)$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow 1-x = 0$ ou $1+x = 0$ soit $x = 1$ ou $x = -1$.

Les valeurs x_1 et x_2 qui annulent f(x) sont $\underline{-1 \text{ et } 1}$.

f(0) = 2,25 donc positif. y = f(x) est positif ou nul dans l'intervalle $\underline{[-1 ; 1]}$.

2. $\underline{f'(x) = -4,5x}$ est la dérivée de f(x)

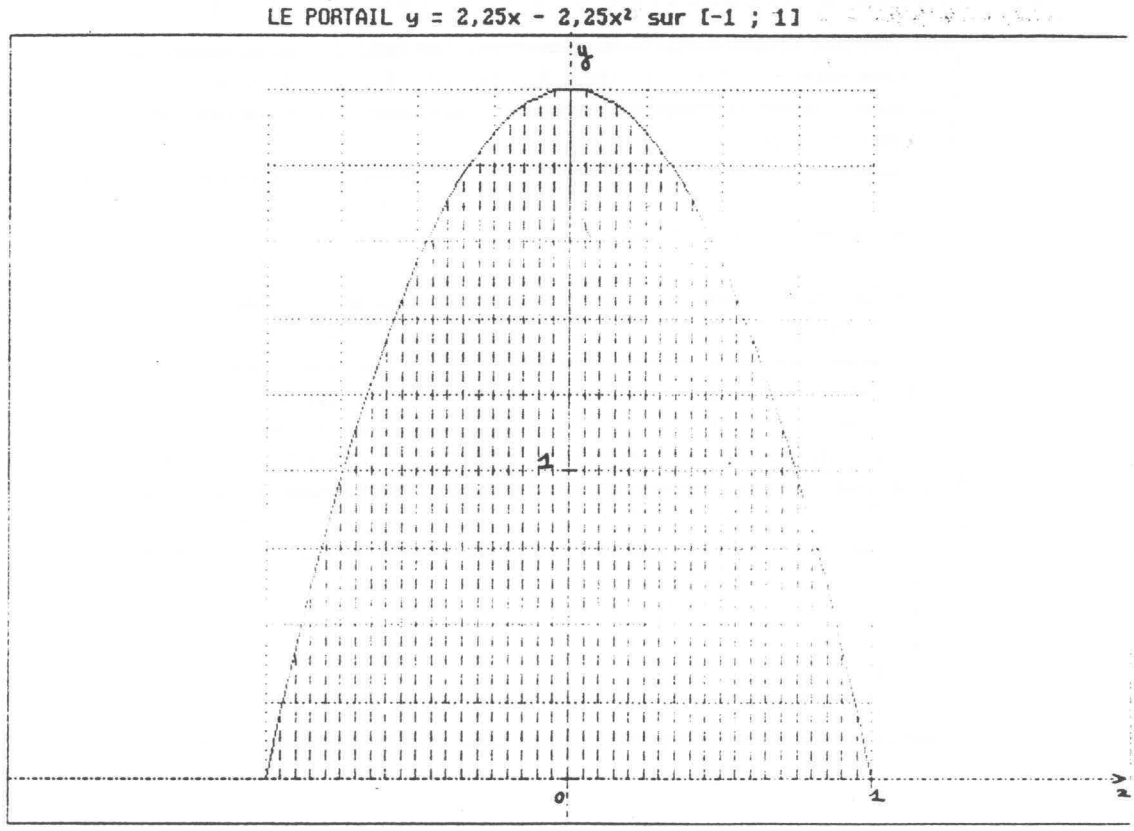
a) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -4,5x = 0$ soit $\underline{x = 0}$. La valeur correspondante de y est $\underline{f(0) = 2,25}$

b) $\underline{f'(-1) = 4,5 ; f'(1) = -4,5}$

c) <u>tableau de variation</u> :

x	-1		0		+1
f'(x)	4,5	+	0	-	-4,5
f(x)	0	↗	2,25	↘	0

3. <u>Représentation graphique de y = f(x)</u>



$2,25x - (2,25/3)x^3 + \text{constante} = \underline{2,25x - 0,75x^3 + \text{constante}}$

b) $A = F(1) - F(-1) = 2,25 - 0,75 - (-2,25 + 0,75) = 4.5 - 1.5$
$\underline{A = 3 \text{ (m}^2\text{)}}$

UTILISATION DE GRAPHIX pour représenter LE PORTAIL

I. LE PORTAIL SEUL

1. La parabole $y = 2,25 - 2,25x^2$ sur [-1 ; 1]

Courbe numéro: 1 || N/B || 18/26 || Insertion || Coordonnees Cartesiennes
Ensemble d'étude : [-1;1]
y(t)= 2.25*(1-t²)
unités (cm) Ox:7 Oy:7 trait:1 couleur:1 hachure:3 pas:0.05
Position de l'origine en cm à partir du coin en bas à gauche: xo= 13 yo= 1
Longueur des axes en cm: xpositif= 13 xnégatif= 13 ypositif= 17 ynégatif= 1

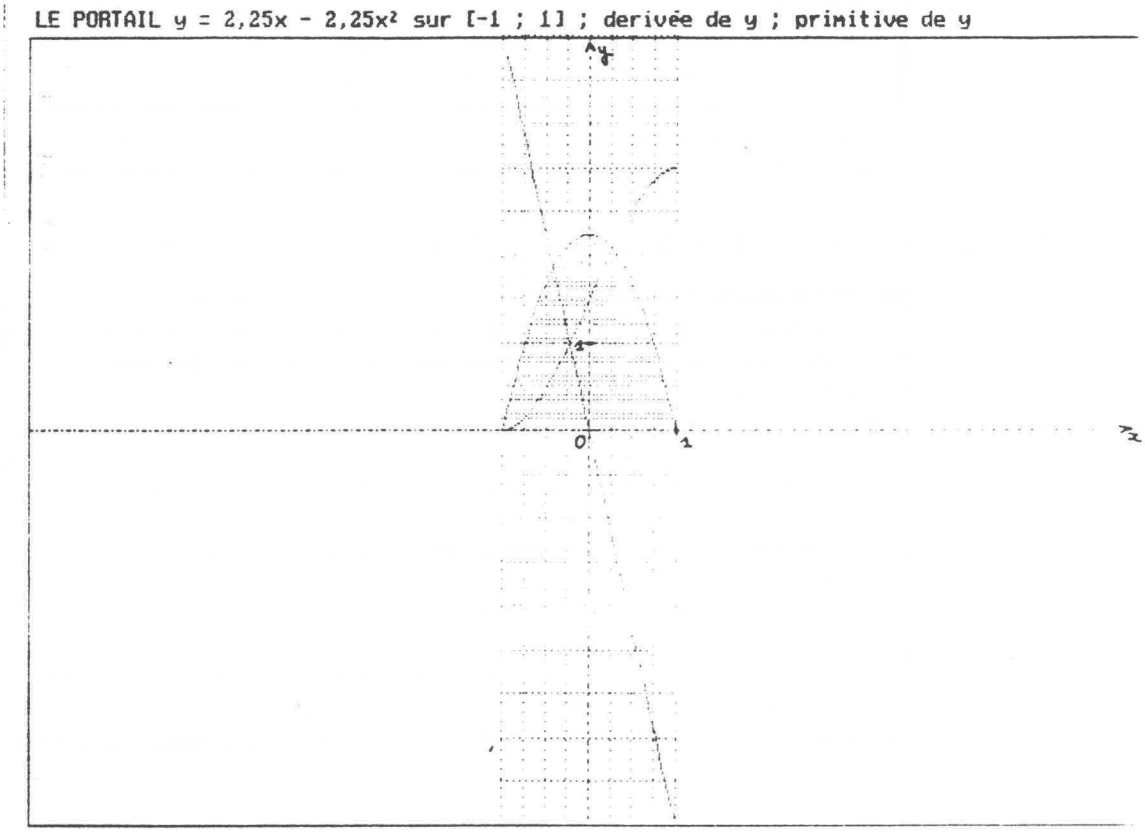
2. Les lignes horizontales : y = k sur [-1 ; 1]

Courbe numéro: 2 || N/B || 18/26 || Insertion || Coordonnées Cartésiennes				
Ensemble d'étude : [-1;1]				
y(t)= k				
unités (cm) Ox:7 Oy:7 trait:2 couleur:1 hachure:0 pas:1				
Position de l'origine en cm à partir du coin en bas à gauche: xo= 13 yo= 1				
Longueur des axes en cm: xpositif= 13 xnégatif= 13 ypositif= 17 ynégatif= 1				
CTRL K bas d'écran		CTRL N annule paramètres		CTRL I paramètres auto
k 0= 0.25	k 5= 1.5	k10=	k15=	k20=
k 1= 0.5	k 6= 1.75	k11=	k16=	k21=
k 2= 0.75	k 7= 2	k12=	k17=	k22=
k 3= 1	k 8= 2.25	k13=	k18=	k23=
k 4= 1.25	k 9=	k14=	k19=	k24=

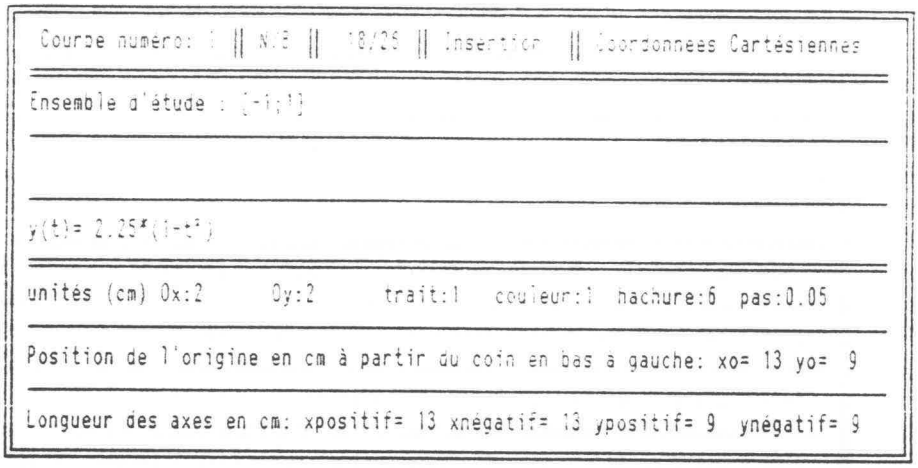
3. Les lignes verticales x = k et y = t sur [0 ; 2,25]

Courbe numéro: 3 || N/6 || 18/25 || Insertion || Coordonnees Parametriques				
Ensemble d'étude : [0;2.25]				
x(t)= k				
y(t)= t				
unités (cm) Ox:7 Oy:7 trait:2 couleur:1 hachure:0 pas:1				
Position de l'origine en cm à partir du coin en bas à gauche: xo= 13 yo= 1				
Longueur des axes en cm: xpositif= 13 xnégatif= 13 ypositif= 17 ynegatif= 1				
CTRL K bas d'écran		CTRL N annule paramètres		CTRL I paramètres auto
k 0= -1	k 5= 0.5	k10=	k15=	k20=
k 1= -0.75	k 6= 0.75	k11=	k16=	k21=
k 2= -0.5	k 7= 1	k12=	k17=	k22=
k 3= -0.25	k 8=	k13=	k18=	k23=
k 4= 0.25	k 9=	k14=	k19=	k24=

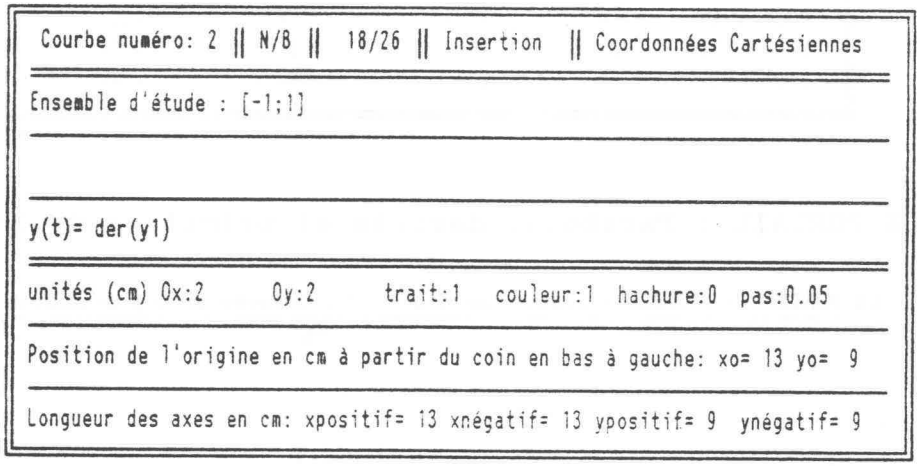
II. LE PORTAIL : Parabole, dérivée et primitive de la fonction



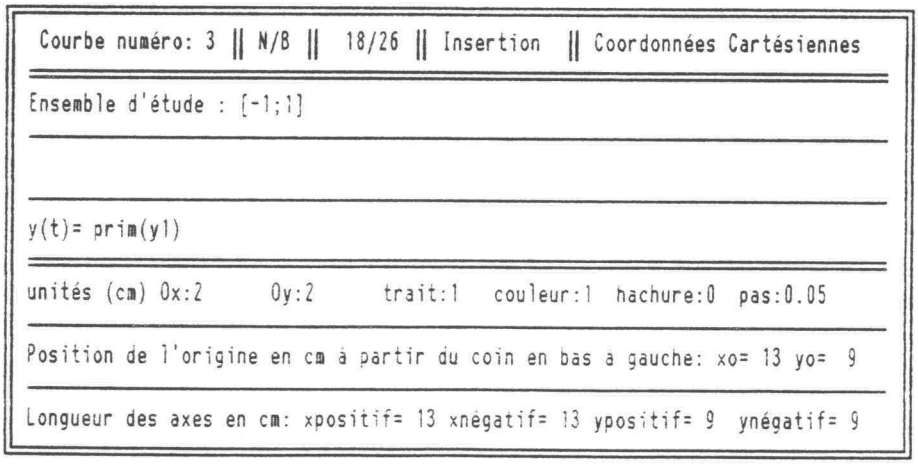
1. La parabole $y = 2,25 - 2,25x^2$ sur [-1 ; 1]



2. La dérivée $y' = -4,5x$ sur [-1 ; 1]



3. La primitive $Y = 2,25x - 0,75x^3$ sur [-1 ; 1]



4. Les lignes horizontales : y = k sur [-1 : 1]

Courbe numero: 4 || N/B || 18/26 || Insertion || Coordonnées Cartésiennes

Ensemble d'étude : [-1;1]

y(t)= k

unités (cm) Ox:2 Oy:2 trait:2 couleur:1 hachure:0 pas:1

Position de l'origine en cm à partir du coin en bas à gauche: xo= 13 yo= 9

Longueur des axes en cm: xpositif= 13 xnégatif= 13 ypositif= 9 ynégatif= 5

CTRL K bas d'écran CTRL N annule paramètres CTRL I paramètres auto

k 0= -4.5	k 5= -2	k10= 1	k15= 3.5	k20=
k 1= -4	k 6= -1.5	k11= 1.5	k16= 4	k21=
k 2= -3.5	k 7= -1	k12= 2	k17= 4.5	k22=
k 3= -3	k 8= -0.5	k13= 2.5	k18=	k23=
k 4= -2.5	k 9= 0.5	k14= 3	k19=	k24=

5. Les lignes verticales x = k et y = t sur [-4,5 ; 4,5]

Courbe numéro: 5 || N/B || 18/26 || Insertion || Coordonnées Paramétriques

Ensemble d'étude : [-4.5;4.5]

x(t)= k

y(t)= t

unités (cm) Ox:2 Oy:2 trait:2 couleur:1 hachure:0 pas:1

Position de l'origine en cm à partir du coin en bas à gauche: xo= 13 yo= 9

Longueur des axes en cm: xpositif= 13 xnégatif= 13 ypositif= 9 ynégatif= 9

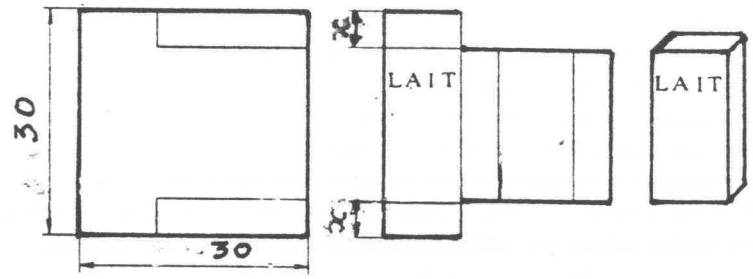
CTRL K bas d'écran CTRL N annule paramètres CTRL I paramètres auto

k 0= -1	k 5= 0.5	k10=	k15=	k20=
k 1= -0.75	k 6= 0.75	k11=	k16=	k21=
k 2= -0.5	k 7= 1	k12=	k17=	k22=
k 3= -0.25	k 8=	k13=	k18=	k23=
k 4= 0.25	k 9=	k14=	k19=	k24=

D'autres activités ont été développées sous GRAPHIX. Un document complet reprenant la documentation du logiciel et des exercices a été écrit (29 pages en tout). Pour la recevoir, me contacter :

FABRICATION D'UNE BOITE

Un fabricant envisage la production de boites obtenues en découpant deux bandes de même largeur dans une feuille carrée.



Le côté de la feuille mesure 30 cm. et on désigne par x la mesure en cm. de la largeur des bandes découpées.

I) a)Calculer les dimensions de la boîte, puis son volume, lorsque x=10 cm.

b) On suppose que $0 < x < 15$. Exprimer en fonction de x , et en cm^3 ,la mesure V(x) du molume de la boîte.
Vérifier que $V(x) = 2x^3 - 60x^2 + 450x$

II) a) Pour quelle valeur de x le volume V(x) est-il maximal?
Calculer ce volume maximal.

b) le fabriquant veut obtenir des boîtes de 500 cm^3 . Quelle valeur doit-il donner à x ?

OBJECTIFS: calcul d'extremum. Exprimer la fonction correctement.

PREREQUIS: notion de dérivée et connaissances des propriétés.

TEMPS PASSE: 45 min.

REMARQUES: Un exemple de problème classique au niveau du Bac Pro.

VARIATION DE LA RESISTANCE D'UN CONDUCTEUR EN FONCTION DE SA SECTION

$R = \rho l/S$ permet de calculer la résistance R d'un conducteur

1) Calculer la résistance d'un fil de cuivre

données : l= 10 m ; $\rho = 1.6*10^{-8}$ Ωm ; S= 2.5 mm²

2) La section du fil est maintenant variable .Exprimer sous la forme R = f (S) la relation de départ

3) Calculer sa dérivée R'(S)

4) Tracer la courbe représentative de la fonction $R = f(S)$ si la section varie de 1 à 12 mm² ; nommer cette courbe

objectifs : calcul numérique ; unités ; ordre de grandeur

prérequis :

activités élèves : utilisation de la calculatrice ;tracé de courbe

difficultés : utilisation des puissances ; tracé limité

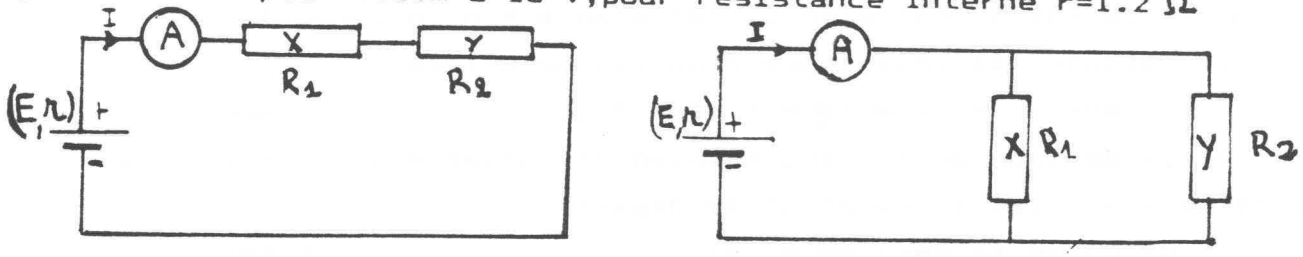
temps passé : 1/2 h

remarque : même genre de problème avec la résistance d'une cellule photo-conductrice fonction de l'éclairement $R = 2*10^5/E$

ETUDE DE MONTAGES SERIE/PARALLELE DE RESISTANCES.

x et y sont les mesures en ohms de deux résistances R_1 et R_2

Le générateur a pour f.e.m E=18 V,pour résistance interne r=1.2 Ω



1) Les résistances sont en série ;L'ampèremètre indique 1.4 A

Déterminer la fonction f : x -----> y

Quelles valeurs peut prendre x ?

2) Les résistances x et y sont en parallèle ;L'ampèremètre indique 5 A

Montrer que la fonction g: x ----->y s'écrit g(x) =12x/5x-12

3) Représenter graphiquement les fonctions f et g

4) Déterminer graphiquement les mesures x et y des résistances

5) Retrouver par le calcul les résultats précédents

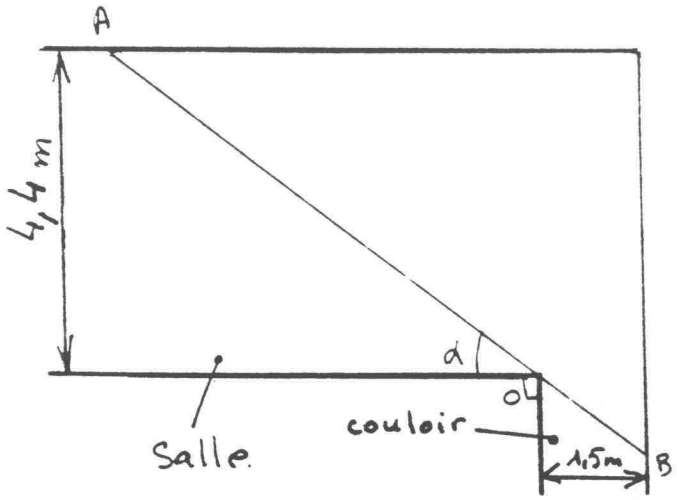
Objectifs: lien math- physique ; graphe de fonctions ;recherche de points de fonctionnement

Pré-requis : loi de Pouillet, loi d'Ohm , manipulation de formules , calculs littéraux

Activités des élèves : compréhension du texte ,modélisation , recherche de fonctions , traçage et interprétation d'un graphe

Difficultés supposées : conduite des calculs, nombre de points à utiliser pour tracer la droite , limites du graphe

Temps passé : 3/4 d'heure à 1 heure suivant le niveau



On veut déplacer des tableaux dans un musée et les placer sans la salle, en passant par le couloir. Leurs longueurs sont les suivantes: 5m ;6m ;7m ;8m ; 8,4m ; 9,5m ;10,2m . On veut savoir lesquels pourront ainsi être déplacés.

On veut étudier le problème mathématiquement. On appelle A et B les extrémités d'un tableau. Soit la droite variable (AB). On étudie les variations de la longueur AB en fonction de l'angle **α**.

1) calculer les valeurs de OA et OB pour **α = 25°**

2) Exprimer OA, OB, et AB en fonction de **α**.

3) Si on écrit que AB = f(α) on obtient $f(\alpha) = \frac{4,4}{\sin \alpha} + \frac{1,5}{\cos \alpha}$

Compléter le tableau:

α(°)	20	30	40	50	60	70	80
f(α)							

Construire la courbe représentative: ordonnées 1cm -> 1 m
abscisses 1cm -> 5°

Peut-on répondre maintenant à la question posée pour le transport des tableaux ?

4) On veut améliorer la précision des résultats.
Calculer f'(α)
(rappel: si $f(x) = \frac{1}{u(x)}$, alors $f'(x) = -\frac{u'(x)}{u^2(x)}$)

5)Pour quelle valeur de **α** f'(α) s'annule-t-elle ?

OBJECTIFS : Mettre un problème sous forme d'une fonction, calcul littéral, dérivées de fonctions trigonométriques.
PREREQUIS : maîtrise du calcul algébrique , de la notion de fonction.
DIFFICULTES : Importantes, les élèves doivent être bien guidés pour les différentes étapes, mais l'activité est intense.

TEMPS PASSE : une séquence d'une heure.

REMARQUES : sources: Inter IREM LT.et Maths T F (Ed. DIDIER)

UN DECOR MATHEMATIQUE:

Un décorateur doit illustrer un mur par des courbes mathématiques: Il choisit les fonctions:

$$f(x) = -\frac{5x^2}{8} + \frac{7x}{2} + \frac{1}{8}$$

$$g(x) = \frac{3x^2}{8} - \frac{5x}{2} + \frac{41}{8}$$

1) Après avoir calculé les coordonnées de leurs sommets, représenter ces courbes dans un repère orthonormé sur l'intervalle [0;6],

2) calculer les coordonnées de leurs intersections,

3) si l'unité du repère correspond à une longueur de 1 mètre du mur, calculer l'aire du domaine fermé limité par les deux courbes sur le mur.

4)Calculer les pentes des tangentes aux deux courbes en leurs points d'intersection. En déduire les angles (tangente à f(x); tangente à g(x)).

5)Retrouver le résultat précédent en utilisant le produit scalaire.

OBJECTIFS:Synthèse rapide sur les fonctions polynôme du 2nd degré

PREREQUIS:Dérivées, calculs d'aires par intégration,

ACTIVITE DES ELEVES: exécution de calculs, utilisatiopn des connaissances.
DIFFICULTES: la question 5°) renvoie à des notions en dehors du module "fonctions" et impose des calculs un peu longs. Elle est donée en exercice complémentaire.
TEMPS PASSE: 45 min.
REMARQUES: il n'est pas facile de trouver un thème "concret" pour ce genre d'exercice.

ETUDE DES INTERSECTIONS DE DIFFERENTES FONCTIONS.

I) Représenter dans un même repère orthonormal sur l'intervalle [-5;5] les fonctions suivantes:

$h(x) = \frac{1}{x-1}$ représentée par H

$p(x) = x^2$ représentée par P,

$d(x) = \frac{x}{2} + \frac{5}{4}$ représentée par D.

II) Quelles sont les coordonnées de H et D obtenues par un calcul approprié?

III) Ce point est-il également l'intersection de H et de P?
Quelle méthode employer pour justifier la réponse ?
Proposer une méthode pour calculer à 0,001 près, par exemple, les coordonnées de cette dernière intersection.

OBJECTIFS:En début de 1ère, conforter les notions sur les fonctions et leurs représentations. Donner une activité de recherche à la calculatrice pour la résolution numérique d'équations.

PREREQUIS:notions sur les fonctions.

DIFFICULTES: Oser chercher.

TEMPS PASSE: 30 min.

CALCUL DE TANGENTES A DEUX COURBES.

SOIT LES FONCTIONS:

$f(x) = \frac{5}{x}$ et $g(x) = -x^2 + \frac{11}{4}x + 1$ sur $[-5;5]$

Exprimer les équations de leurs tangentes au point d'abscisse x = 2.

EXERCICE DE RECHERCHE:

soit la fonction $f(x) = \frac{5}{x}$.

Exprimer l'équation de sa tangente au point d'abscisse x= 2.
Donner l'équation d'une Parabole également tangente à la droite en ce même point.