

I R E M

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES
DES PAYS DE LA LOIRE



Activités numériques erreurs et modèles

Tome 1

dans les productions des élèves

Groupe L.P.

1987

Participaient au groupe IREM de L.P., à La Roche sur Yon:

J.C. CHAILLOT	L.P. OLONNE
Y. CHAILLOT	L.P. OLONNE
B. DEMONT	L.P. LES SABLES D'OLONNE
P. DINEL	L.P. LA ROCHE (GUITTON)
Y. GREAU	L.P. LES SABLES D'OLONNE
J.Y. HASCOET	L.P. CHALLANS
P. MAURY	L.P. CHALLANS
J. REGOURD	L.P. LA ROCHE (GUITTON), animateur
A. VERGER	L.P. LES SABLES D'OLONNE



PLAN DE LA BROCHURE

page

2	INTRODUCTION
	THEMES
4	PUISSANCES: 4° technologique ,modèles repérés
6	FRACTIONS:
7	Types d'erreurs dans un contrôle
8	"trois familles" quelques résultats...
9	"Evolution des types de prêts accordés par une banque"
	premier exercice proposé, commentaires
10	deuxième exercice, à partir du précédent
11	recherche de la période dans l'écriture décimale d'un
	rationnel.
12	EQUATIONS:
13	contrôles
14	proposition de types d'exercices à difficultés progressives
	repérage du "saut" de difficulté
	commentaires
15	SYSTEMES D'EQUATIONS
	contrôle et analyse
	commentaires sur la méthode de substitution
16	POURCENTAGES ET PROPORTIONNALITE
	texte et commentaires d'un exercice
17	CONTROLE DE SYNTHESE EN DEBUT DE 3° ANNEE DE CAP
	texte et commentaires
19	HOMOTHETIE
	Utilisation du graphisme d'ordinateurs en Nano-Réseau
24	TANGENTES ET RACCORDEMENTS
	texte et commentaires
26	CALCULS VECTORIELS EN BEP MECANIQUE
	centre de gravité d'un trapeze
28	coordonnées et rotation dans le plan

Activités numériques en Lycée Professionnel
Analyse des erreurs des élèves à travers leurs productions

INTRODUCTION.

L'objectif à atteindre est la prise en compte des erreurs commises par les élèves, positivement, dans les phases d'apprentissage. Pour cela, un repérage et une interprétation causale sont nécessaires; tâche bien sûr très difficile, et nous n'avons pas de "solution" à proposer. Mais, avec les modestes moyens de la pratique quotidienne, on peut envisager une approche de ce problème. En dehors d'une structure de recherche fondamentale, nous avons mis en oeuvre quelques étapes, et proposé quelques exercices. Ce travail peut constituer une bonne réflexion préalable pour aller plus loin.

La première étape consiste à collecter les erreurs, les dénombrer, les classer.

La deuxième doit les resituer dans le cadre d'une démarche de l'élève: modèles résultant d'une analyse théorique par exemple, obstacles non surmontés, ou contournés.

La troisième est la rédaction d'exercices destinés à les rectifier, notamment par les possibilités de vérification des résultats.

Les activités relatées dans cette brochure suivent ces trois temps. Il est bien sûr que d'autres étapes devraient exister: gestion des cas individuels notamment et interprétation approfondie par l'acquisition d'un cadre théorique important.

L'essentiel est d'observer nos élèves d'un regard intégrant cette dimension qui, en L.P., prend une place importante puisque c'est sur la base de leurs erreurs non résolues que nos élèves sont dans nos classes. Ceci ajoute d'ailleurs des obstacles d'interprétation bien plus grands pour nous dans la mesure où nous devons obtenir des réapprentissages à partir de situations individuelles quasiment inconnues.

Les thèmes et exercices proposés ici ne relèvent pas d'un choix spécifique à l'étude, mais sont issus directement de la pratique quotidienne.

Le stage (6 demi journées) a permis d'approfondir en commun la réflexion sur une activité qui reste extrêmement difficile à gérer tous les jours, dans toutes les classes. Il reste à trouver méthodes, savoirs, techniques pour réaliser cette intégration.

A cette première série sont adjointes des fiches d'activités demandant aux élèves de résoudre des problèmes, proposant des situations dans lesquelles des connaissances doivent fonctionner, tout en servant d'apprentissage de connaissances nouvelles, et en donnant si possible des moyens de vérification du résultat. Si l'élève observe de lui-même une contradiction, il doit pouvoir engager un raisonnement d'analyse et de correction.

BIBLIOGRAPHIE

PLOT N° 34 "Vive les erreurs" (J. LUBCZANSKI)

35 "En algèbre, les modèles erronés de nos élèves de collège, essai thérapeutique" (M. AUBREE)

PLOT est la revue des régionales APMEP dont celle de Nantes
Bulletin APMEP N°356 (déc.86) "Un essai d'évaluation au collège" avec une
fiche de relevé d'erreurs (A; GOUSSARD, J. FROMENTIN, J.P. BATY)

LA PRATIQUE DU PROBLEME OUVERT, IREM de Lyon

EQUATIONS AIRES ET PERIMETRES, IREM de POITIERS

"CONSTRUIRE" activités mathématiques en L.P., IREM de NANTES (G. CLAMENS)

Sur l'historique de "la règle des signes", extrait du "cours de didactique des mathématiques" G. GLAESER, IREM DE Strasbourg.

Puissances, écriture littérale. 4° techno industriels

TEXTE ET RELEVÉ DES ERREURS : voir ci-contre (p.5)
exercice IV:

en dehors d'une écriture correcte, on peut relever deux modèles principaux:

- 1) règle de calcul des puissances de dix
- 2) priorité des calculs dans $3,2 \times 10^5$ interprété comme $(3,2 \times 10)^5$
- 3) 160 et 12 sont compris comme $3,2 \times 10 \times 5$ et $0,3 \times 10 \times 4$
- 4) les autres résultats contiennent des erreurs supplémentaires dont $3,2^5$ est un modèle que l'on va retrouver dans l'exercice V
- 5) nous n'avons pu décoder 64 000 et 1 600

exercice V

La non maîtrise de l'écriture des exposants est encore plus flagrante. La plus grande variété des écritures montre la perte du sens: il faut écrire quelque chose ! Le modèle dominant est une attribution d'une place et d'un rôle au nombre 10, parce que c'est ce qui est demandé !

L'observation pourrait être conduite sur un exercice de ce type de la façon suivante:

- 1) en donnant le contrôle (ou le travail) on connaît les modèles possibles
- 2) On peut donc relever, pour un même élève, s'il fonctionne sur le même modèle dans toutes les situations (en effet IV permet 52 % de bonnes réponses, V ne donne que 32 %)
- 3) ensuite selon le modèle, proposer d'autres exercices, avec usage de la calculatrice pour vérifier; ou un échange entre deux ou trois élèves d'exercices créés par l'un, à résoudre par l'autre.

I) Compléter le tableau suivant

x	0	1	3
3+x			
3x			
x ³			

II) même exercice

	x=3 y=4	x=0 y=6
x+y		
(x+y) ²		
x ² +y ²		
x+y ²		

III) Ecrire sous forme d'une puissance d'un seul nombre.

$$x^2 \times x^4 = \dots \dots \dots x^2 \times x \times x^4 = \dots \dots \dots$$

$$x \times x^5 = \dots \dots \dots$$

$$(x^3)^2 = \dots \dots \dots$$

$$(x^2)^3 \times (x^2)^3 = \dots \dots \dots$$

IV) Ecrire les nombres suivants

$$3,2 \times 10^5 =$$

$$0,3 \times 10^4 =$$

V) Ecrire les nombres suivants en utilisant les puissances de dix

$$5000000 =$$

$$230000000 =$$

Prénom :

Classe :

Note

IV) Ecrire les nombres suivants : $3,2 \times 10^5$; $0,3 \times 10^4$ 10 types de résultats

bonne écriture : 23 50,3%
rien : 1

3200000 : 7 15,9%
30000

$32^5 = 33554432$: 2
 $3^4 = 81$: 1

64000 : 1
1600

160 : 1
12

3 résultats justes
3 résultats faux pour 3 copies

V) Ecrire les nombres suivants en utilisant les puissances de dix - 13 types de résultats

bonne écriture : 14 31,8%
rien : 6 12,6%

5^6 ou 50^6 ou 50^5 : 12 27,3%
 23^8 ou 23^7 ou 230^7

10^{50} : 1
 10^{23}

$5 \times 10^6 = 50^6$: 1
 $2,3 \times 10^9 = 239$

10^{500000} : 1
 $10^{230000000}$

1000000^5 : 1
 100000000^{23} : 1

10^6 : 3
 10^9 ou 10^8

$5^{1000000}$: 1
 $23^{100000000}$

5×10^5 : 1
 23×10^8

500000^{10} : 1
 230000000^{10}

5000000^1 : 1
 2300000000^1

$(10^{12})^{0,5}$: 1

FRACTIONS:

- 1) Observation et relevé des erreurs 2^o année de CAP (3^o préparatoire) (p.7)
 Les modèles relevés semblent bien correspondre à ceux cités dans PLOT N°35
 Le débat a porté sur les possibilités d'auto-vérification des résultats au moyen des écritures décimales, sachant que les élèves ne disposent pas de calculatrices possédant l'addition des fractions.
- 2) Dans le but de donner les moyens d'une auto-vérification a été proposé (p.9)
 en 1^o année de BEP ou CAP en 2 ans l'exercice "évolution des types de prêts consentis par une banque". En effet on peut retrouver les résultats soit par les fractions soit par les sommes, soit par les graduations, sauf dans la question 4, qui peut constituer le test.
 Dans cet exercice, il peut être utile de relever les erreurs individuellement, notamment pour la capacité à exprimer une fraction.
- 3) cet exercice, ayant été jugé trop difficile et la question 1) trop lourde, a été modifié; les fractions simplifiées sont directement accessibles par les graduations. (p.10)
- 4) "trois familles", en 4^o préparatoire et en 1^o année de BEP (p.8)
 C'est un exercice d'organisation des données. En 1^o année de BEP deux élèves divisent 894 par 13 (absence du sens de la division) en espérant corriger le résultat ultérieurement (mais quand? comment?).

classe : 2^e année de CAP
(mécanicien usinage)

OBJET : observation et relevé des erreurs

SUJET : Calculs de fractions

SUPPORT : 2 articles écrits

→ le premier (Toussaint) quelques semaines après le rappel de cours concernant les fractions
→ le 2^e en Février, un mois après un nouveau rappel de cours.

ERREURS RELEVÉES

additions de fractions

$$* 3 + \frac{9}{20} = \frac{12}{20}$$

$$* 3 + \frac{9}{20} = \frac{27}{20}$$

$$* 3 + \frac{9}{20} = \frac{3}{3} + \frac{9}{60} = \frac{60+9}{60}$$

$$* \frac{12}{20} + \frac{9}{5} = \frac{12}{20} + \frac{36}{20} = \frac{48}{20}$$

$$* \frac{3}{10} + \frac{5}{8} + \frac{4}{5} = \frac{3}{4} + \frac{5}{4} + \frac{4}{4} = \frac{12}{4}$$

$$* \frac{3}{10} + \frac{5}{8} + \frac{4}{5} = \frac{12}{23}$$

$$* \frac{5}{9} + \frac{3}{5} + \frac{3}{4} = \frac{5}{9} + \frac{3}{9} = \frac{8}{9}$$

$$* \frac{5}{9} + \frac{3}{5} + \frac{3}{4} = \frac{5+3+3}{180}$$

$$* -1 + \frac{1}{3} = \frac{-1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{-2}{3}$$

produits de fractions

$$* -\frac{5}{2} \times 8 = -\frac{10}{2} \times \frac{16}{2} = \frac{160}{2}$$

$$* -\frac{5}{2} \times 8 = \frac{-40}{-16}$$

$$* -\frac{5}{2} \times 8 = -\frac{5}{2} \times \frac{8}{1} = \frac{-40 \times 16}{16}$$

$$* -\frac{5}{2} \times \frac{8}{1} = \frac{-5}{-16}$$

$$* -\frac{3}{7} \times \frac{35}{4} = -\frac{12}{245}$$

$$* \frac{35}{50} \times \frac{14}{7} = \frac{700 + 245}{350} = \frac{945}{350}$$

$$* \frac{22}{12} \times \frac{12}{18} = \frac{60}{36} \times \frac{24}{36}$$

$$* \frac{7}{10} \times \frac{2}{1} = \frac{7}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{20}$$

Ces quelques exemples montrent bien la diversité des modes opératoires que les élèves mettent en œuvre.

L'observation des copies montre que beaucoup ne font qu'un seul type d'erreur qu'ils répètent tout au long des exercices → Une correction personnalisée et des exercices de soutien très particuliers seraient améliorer rapidement les résultats.

Trois familles décident d'organiser une fête et se mettent d'accord pour partager les frais selon la règle suivante:

- les adultes et les enfants de plus de 13 ans paient une part
- les enfants de 7 à 13 ans paient une demi part
- les enfants de moins de 7 ans paient un tiers de part.

Les D... sont cinq: deux adultes, trois enfants de 14,8 et 5ans

Les R... sont quatre: un adulte et trois enfants de 17, 12 et 5 ans

Les V... sont quatre: deux adultes, deux enfants de 18 et 4 ans.

La dépense est de 894 F.

Quelle est la part de chaque famille?

Exemple de test sur les connaissances des écritures possibles des rationnels

Entourer la bonne réponse:

$$0,5 \text{ F} = \frac{1}{2} \text{ F} \quad \text{V} \quad \text{F}$$

$$0,30 \text{ heure} = \frac{1}{2} \text{ heure} \quad \text{V} \quad \text{F}$$

$$\frac{1}{3} = 0,333 \quad \text{V} \quad \text{F}$$

$$\frac{1}{3} = 0,33333333 \quad \text{V} \quad \text{F}$$

$$\frac{2}{11} = 0,18181... \quad \text{V} \quad \text{F}$$

$$0,15 = \frac{9}{60} \quad \text{V} \quad \text{F}$$

Réponses obtenues sur 48 élèves de BEP

V 48 F 0

V 35 F 13

V 24 F 24

V 39 F 9

V 35 F 13

V 48 F 0

EXERCICE: FRACTIONS

Buts: faire fonctionner la notion de fraction en tant qu'expression d'un partage sur un thème rarement(?) vu dans les recueils d'exercices, et obtenir des opérations et leur vérification possible, enfin contraindre à l'addition.

Classes et progression:

3^e année de CAP et 1^o année de bep industriels. Pour ces derniers, un premier document comportant 18 exercices sur les quatre opérations, suivi d'un test vrai/faux sur les écritures différents d'un rationnel (ex: $1/3=0,333$ V/F ?) permettent une remise en route dans ce domaine. Après l'exercice proposé, on met en ordre les connaissances sur les nombres: décimaux, rationnels, réels et leurs écritures. Premier bilan: (dans l'ordre des questions)

- 1) la recherche des fractions est longue (1/2 hou plus)
- 2) la comparaison se fait (quand elle a lieu) uniquement par les écritures décimales
- 3) Les fractions demandées sont obtenues par une voie et ne sont pas vérifiées par l'autre (soit addition des fractions, soit addition des masses financières).
- 4) l'addition et la différence à 1 sont très rarement effectuées. Les élèves essaient retrouver la fraction à partir des masses, ce qui est impossible à leur niveau dans ce cas; par contre des essais en % sont tentés et mènent à un résultat en %. l'élève retrouve là le modèle de rapport adapté à la situation; une autre écriture des rationnels, un autre débat peut avoir lieu.

En stage IREM, un premier débat critique donne:

- 1) Le thème sort des sentiers battus (rubans, héritages...)
- 2) les fractions ne sont pas habituelles dans cette situation, sauf les plus simples $1/2, 1/3, 1/4...$
- 3) la question 1) est de lecture difficile.

d'où les propositions (à ajuster, à compléter):

- ne donner que la première question, simplifiée, modifiée
- ne donner que le diagramme (précautions à prendre dans les sections tertiaires)
- engager le débat: fractions écritures décimales, %, opérations
- construire l'exercice autour du diagramme
- ne donner qu'une année
- adapter le texte à des écritures différentes (% taux...)

Un deuxième débat est attendu, après que cet exercice, avec ses variantes, ait été tenté dans d'autres classes.

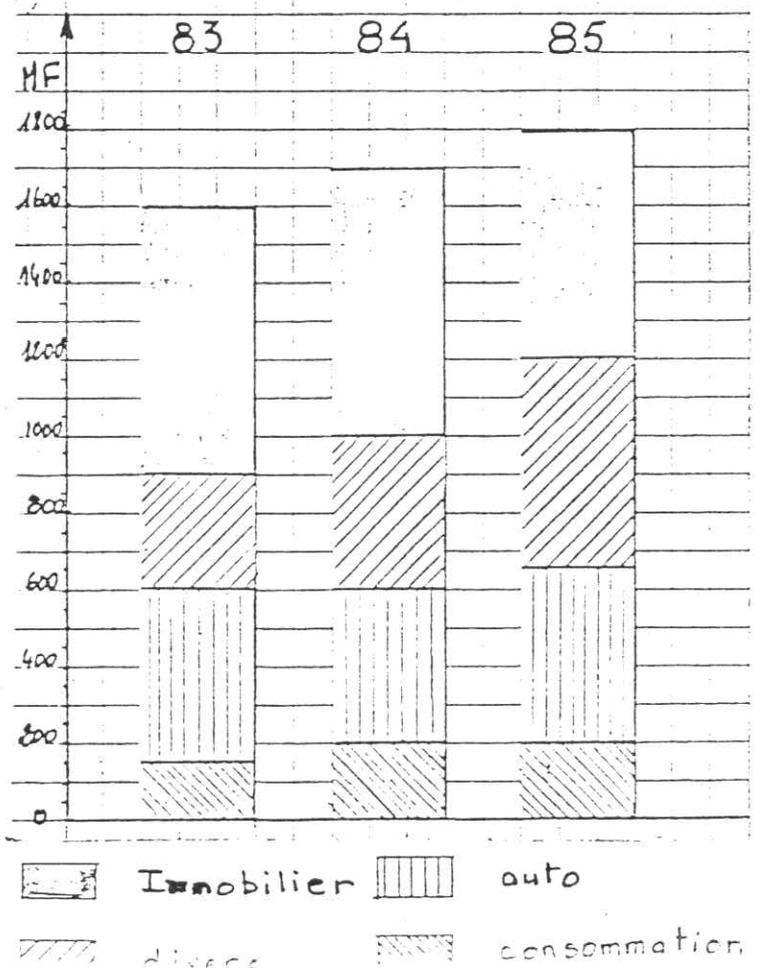
Le diagramme ci-contre représente l'évolution des types de prêts consentis par une banque.

1) Exprimer par une fraction irréductible la part de chaque type de prêt dans le total des prêts, pour chacune des années (dresser un tableau).

2) Comparer la part des prêts immobiliers pour les trois années.

3) quelle fraction représente l'ensemble des prêts consommation et divers, pour chacune des trois années?

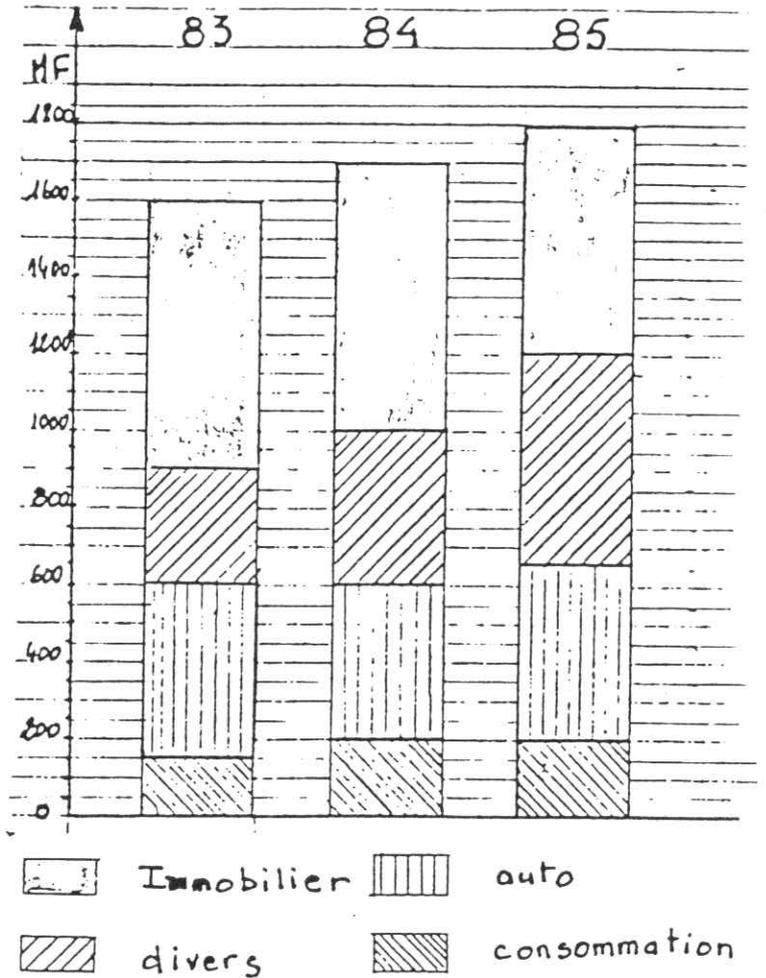
4) Une hypothèse pour 1986 serait consommation: $\frac{1}{8}$; divers: $\frac{1}{4}$; immobilier: $\frac{1}{8}$, pour un montant total de 1900 MF. Quelle est la fraction des prêts auto?



I REM LP LA ROCHE SUR YON 86/87

Le diagramme ci-contre représente l'évolution des types de prêts consentis par une banque.

Compléter le tableau ci-dessous



Nature du prêt en millions de francs \ années	1983	1984	1985
Consommation	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
auto	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Divers	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Immobilier	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Total	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

graduations

RECHERCHE DE LA PERIODE DANS L'ECRITURE DECIMALE D'UN RATIONNEL (1° BEP)

Dans l'exercice: "Evolution des types de prêts", les comparaisons (question 2) sont effectuées par quelques élèves au moyen des écritures décimales ou des %. Pour développer la réflexion sur l'écriture décimale et ses insuffisances dans les opérations, il est proposé de chercher la période de rationnels tels que $\frac{2}{17}$. C'est un cas un peu difficile d'entrée de jeu (période de 16 chiffres)¹⁷ mais le calcul à la main est facile, pas trop long. Aucune machine ne donne directement le résultat. Avec la division manuelle effectuée au tableau, on trouve un algorithme, à partir des calculs des restes des divisions, avec 6 chiffres au quotient.

Des variantes (non utilisées en classe) peuvent être sources d'activités:

- tableaux des inverses de nombres jusqu'à....
- opérations et comparaisons des résultats
- quels nombres ont des périodes contenues dans les capacités d'affichage des machines?
- programmation
- etc...

exemples: $\frac{1}{37} = 0,027\ 027\dots$

trouver les écritures décimales de $\frac{15}{37}$ $\frac{39}{37}$ $\frac{72}{37}$ $\frac{74}{37}$

dans ce dernier cas, comparer $0,027\ 027 \times 74$ et le résultat obtenu à la machine : $(\text{inverse de } 37) \times 74$ (le calcul mental n'est pas interdit !).

EQUATIONS

I) Sujet toujours source de nombreuses erreurs, nous proposons une série d'exercices où un seul élément varie à chaque cas. Il s'agit là d'une fiche d'apprentissage individuel suivi d'une comparaison en groupe des résultats. On a essayé de cerner les "sauts de difficulté": place de l'inconnue, signes, présence dans chaque membre de termes contenant l'inconnue, signe de ces termes, distributivité, coefficients décimaux. Ce type d'exercice doit-il être proposé avec les mêmes valeurs absolues à chaque étape? (lassitude, conséquences néfastes d'une pédagogie inductive?). (p. 14)

II) La résolution de systèmes, avec méthode imposée, correspond à des objectifs déterminés, avec une application de type professionnel, montre que certains retours sont nécessaires, et que pour certains élèves, il faut imaginer des exercices spécifiques portant sur la méthode (que faire en présence d'un dénominateur?) et sur le traitement d'opérations simples. (p. 15)

La méthode par substitution n'est pas spontanée. Elle relève tout d'abord d'un choix (calcul plus facile), donc d'une anticipation, donc d'une maîtrise acquise du calcul.

Contrôle de mathématiques. (3^e année de CAP)

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes

1°) $8x - 15 = 57$

2°) $6x - 30 = 10x - 12$

3°) $4(5x - 2) - 2(x + 6) = 36$

4°) $\frac{4x + 5}{2} = -8x + 7$

5°) $\frac{x+2}{3} + \frac{3-x}{5} = \frac{x}{2} - \frac{3+2x}{15}$

Texte d'un contrôle en 3^e année de CAP, au début de l'apprentissage de la résolution des équations, avec quelques commentaires sur les échecs (26 élèves, dont un manifeste une incompréhension totale)

Résoudre dans \mathbb{R} les équations:	Juste	Faux	Non réponse	erreurs
1) $2x + 5 = 17$	23	2	1	2 additions du type: $2x + 5 = 7x$
2) $3x - 7 = 20$	21	4	1	erreurs de signe sur 7
3) $8 - 3x = 5x$	10	12	4	5 additions entre termes \neq signes
4) $10 - 2x = 14$	6	18	2	signes: ex $2x = 14 - 10$
5) $8 - 3x = -16$	5	19	2	id.
6) $36 - 2x = 7x$	13	11	2	8 additions entre termes \neq
7) $39 - 6x = 19 + 4x$	10	9	5	1 seul calcul entre termes \neq signes.
8) $12(x - 3) = 5(2x + 6)$	1	6	16	10 commencent. distributivité non maîtrisée

Les ruptures de scores sont nettes : entre 2) et 3) • 3) et 6) sont du même modèle. 4) et 5) donnent ex: $2x = 14 - 10$

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes et vérifier le résultat.

I a) $x + 5 = 7$

b) $4x = 148$

II a) $x - 5 = 7$

b) $x + 5 = -7$

c) $x - 5 = -7$

d) $5 - x = 7$

e) $5 - x = -7$

f) $-5 - x = -7$

III a) $2x + 9 = 37$

b) $2x - 9 = 37$

c) $2x - 9 = -37$

d) $9 - 2x = 37$

e) $9 - 2x = -37$

f) $-9 - 2x = -37$

IV a) $3x = 5 - 2x$

b) $4x = 2x + 18$

c) $7x = -3x - 24$

d) $14 - 2x = 5x$

e) $7x + 5 = 2x$

f) $x - 3 = -2x$

V a) $2x + 2 = x + 5$

b) $2x - 3 = 7 - 3x$

c) $2x + 5 = 4x - 7$

d) $3 - 8x = 7 - 12x$

e) $2x + 3 = 7x - 9$

f) $8,6x - 19,1 = 17,3 - 5,4x$

VI Comparer les solutions de

$3x + 4 = 5x - 12$ et de $2x - 3 = 13$

VII Comparer les solutions de
et de

$3(x + 3) + 5 = 2(2x + 3) + 1$
 $5x - 2 = 4x + 5$

* THÈME : repérage des erreurs

Ⓐ résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système suivant par la méthode d'addition.

$$\begin{cases} 3x + 6y = 57 & (1) \\ 13x - 8y = 9 & (2) \end{cases}$$

$$S = \{ (\quad , \quad) \}$$

(6 pts)

- 24 bonnes réponses,
- 5 bonnes réponses pour x .
- 1
- 3 élèves n'ont rien fait de bon car pour eux $ax = b \Leftrightarrow x = a/b$.
- Autre négligence : pas de simplification de $\frac{255}{11}$.

$$* 3 \times 10 = 13. \quad (1 \text{ fois})$$

Ⓑ résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système suivant par la méthode de substitution.

$$\begin{cases} x - \frac{4y}{3} = +3 & (1) \\ 3x - 4y = 12 & (2) \end{cases}$$

$$S = \{ (\quad , \quad) \}$$

(6 pts)

- 13 bonnes réponses seulement.
- Analyse : tant que les nombres sont entiers, pas trop de difficultés. Dès qu'apparaît un nombre rationnel, certains élèves ne surmontent pas les difficultés (multiplication, addition, distributivité).
- * 3 confusion de méthode.

Ⓒ a) écrire la loi d'Ohm pour une pile.

b) Pour un circuit contenant la pile des mesures ont donné les résultats suivants :

	①	②
U_V	4,1	2,9
I_A	0,5	2

* écrire l'équation (1) entre la f.e.m. E et la résistance interne r pour le couple de mesures ①

* écrire l'équation (2) \rightarrow mesures ②

c) résoudre le système $\{(1), (2)\}$ permettant d'obtenir la f.e.m. E et la résistance interne de la pile r par la méthode de votre choix

d) cette pile alimente un moteur de joule [f.c.e.m. $E = 3V$
résistance interne $r = 0,6 \Omega$]

Quelle sera l'intensité délivrée par la pile.

(8 pts)

* Confusion de l'unité (Ω) avec la grandeur (résistance) -

* Passage $U = E - rI$ devient $E = U - rI$ pour 3 élèves.

* Erreur de calcul :
 $2 \times 4,1 + 2 \times 0,5 = 4,4$.

PROPORTIONNALITE , POURCENTAGES (1^o année de BEP).

EXERCICE: TABLEAU DE REMBOURSEMENTS MENSUELS EGAUX

Buts de l'exercice: sur un support non habituel, déclencher une réflexion et des calculs simples, notamment de proportionnalité. D'autre part, l'usage de la formule nécessite un décodage et provoque une réflexion sur les séquences possibles. (cf. contrôle continu: valeur dans un tableau, valeur numérique d'une expression littérale).

Classe, niveau: 1^o année de BEP, 3^o année de CAP industriels.

On donne bien sûr la formule $R = Cx \frac{t'}{1 - (1+t')^{-n}}$ avec les explications nécessaires

t': taux en écriture décimale (pour 1 F) et pour la période de remboursements, n: nombre de remboursements.

Bilan:

La lecture ne pose pas de problème; quelques difficultés se font jour quand on demande les remboursements pour 5 000 F, 75 000 F empruntés, et deviennent plus grandes quand on demande la somme que l'on peut emprunter avec un remboursement possible de 500 F ou de 1 000 F mensuels. Ceci peut-il être un indice de non maîtrise de la proportionnalité, ou du moins de l'un de ses aspects (fonctionnalité) ?

Un élément de renforcement est la possibilité de pouvoir vérifier les calculs par le tableau. Aucun élève n'a remarqué la non proportionnalité des remboursements, il est vrai que ce n'est pas immédiat, et cette remarque peut venir plus tard.

(Source: tableau CASDEN)

Montant des mensualités (hors assurance)
pour 10 000 F empruntés.

Taux	12	18	24	30	36	48	60	72	84	120	144	180	216	240
10,00 %	879,16	600,57	461,45	378,11	322,68	253,63	212,47	185,26	166,02	132,16	119,51	107,47	99,98	96,50
10,25 %	880,32	601,72	462,60	379,28	323,85	254,83	213,71	186,53	167,31	133,54	120,96	109,00	101,60	98,16
10,50 %	881,49	602,88	463,76	380,44	325,03	256,04	214,94	187,79	168,61	134,94	122,42	110,54	103,22	99,84
10,75 %	882,65	604,03	464,92	381,61	326,21	257,25	216,18	189,07	169,92	136,34	123,88	112,10	104,86	101,52
11,00 %	883,82	605,19	466,08	382,78	327,39	258,46	217,43	190,35	171,23	137,75	125,36	113,66	106,51	103,22
11,25 %	884,98	606,34	467,24	383,95	328,58	259,68	218,68	191,63	172,55	139,17	126,84	115,24	108,16	104,93
11,50 %	886,15	607,50	468,40	385,13	329,76	260,89	219,93	192,92	173,87	140,60	128,34	116,82	109,83	106,64
11,75 %	887,32	608,66	469,57	386,30	330,95	262,12	221,19	194,21	175,20	142,03	129,84	118,42	111,51	108,37
12,00 %	888,49	609,82	470,74	387,48	332,15	263,34	222,45	195,51	176,53	143,48	131,35	120,02	113,20	110,11
12,25 %	889,66	610,98	471,90	388,66	333,34	264,57	223,71	196,81	177,87	144,92	132,86	121,63	114,89	111,86
12,50 %	890,83	612,15	473,07	389,84	334,54	265,80	224,98	198,11	179,21	146,38	134,39	123,25	116,60	113,61
12,75 %	892,00	613,31	474,25	391,03	335,74	267,04	226,25	199,42	180,56	147,84	135,92	124,88	118,32	115,38
13,00 %	893,17	614,48	475,42	392,22	336,94	268,28	227,53	200,74	181,92	149,31	137,46	126,52	120,04	117,16
13,25 %	894,35	615,64	476,59	393,40	338,15	269,52	228,81	202,06	183,28	150,79	139,01	128,17	121,78	118,94
13,50 %	895,52	616,81	477,77	394,60	339,35	270,76	230,10	203,39	184,65	152,27	140,57	129,83	123,52	120,74
13,75 %	896,70	617,98	478,95	395,79	340,56	272,01	231,39	204,72	186,02	153,77	142,14	131,50	125,28	122,54
14,00 %	897,87	619,15	480,13	396,98	341,78	273,27	232,68	206,06	187,40	155,27	143,71	133,17	127,04	124,35
14,25 %	899,05	620,33	481,32	398,19	343,00	274,52	233,99	207,40	188,79	156,78	145,30	134,86	128,81	126,18
14,50 %	900,23	621,50	482,50	399,39	344,21	275,78	235,29	208,75	190,18	158,29	146,89	136,55	130,59	128,00
14,75 %	901,41	622,68	483,68	400,59	345,43	277,05	236,59	210,10	191,57	159,81	148,49	138,25	132,38	129,84
15,00 %	902,59	623,85	484,87	401,79	346,66	278,31	237,90	211,45	192,97	161,34	150,09	139,96	134,17	131,68
15,25 %	903,77	625,03	486,06	403,00	347,88	279,58	239,22	212,81	194,38	162,87	151,70	141,68	135,98	133,53
15,50 %	904,95	626,21	487,25	404,20	349,11	280,85	240,54	214,18	195,79	164,42	153,32	143,40	137,79	135,39
15,75 %	906,13	627,39	488,44	405,41	350,34	282,13	241,86	215,55	197,20	165,96	154,95	145,14	139,60	137,26
16,00 %	907,31	628,57	489,64	406,62	351,57	283,41	243,19	216,92	198,63	167,52	156,59	146,87	141,43	139,13
16,25 %	908,49	629,75	490,83	407,84	352,81	284,69	244,51	218,30	200,05	169,07	158,22	148,62	143,26	141,01
16,50 %	909,68	630,93	492,02	409,05	354,04	285,97	245,85	219,68	201,48	170,64	159,87	150,37	145,10	142,89
16,75 %	910,86	632,12	493,22	410,27	355,28	287,26	247,18	221,07	202,92	172,22	161,53	152,13	146,94	144,78
17,00 %	912,05	633,30	494,42	411,49	356,53	288,55	248,53	222,46	204,36	173,80	163,19	153,90	148,80	146,68
17,25 %	913,23	634,49	495,63	412,71	357,77	289,84	249,87	223,86	205,81	175,84	164,86	155,68	150,65	148,58
17,50 %	914,42	635,68	496,83	413,94	359,02	291,14	251,22	225,26	207,26	176,98	166,54	157,46	152,52	150,49
17,75 %	915,61	636,87	498,03	415,16	360,27	292,45	252,58	226,67	208,72	178,58	168,22	159,25	154,39	152,41
18,00 %	916,80	638,06	499,24	416,39	361,52	293,75	253,93	228,08	210,18	180,19	169,91	161,04	156,27	154,34

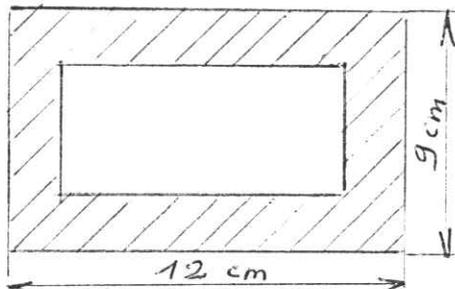
IREM L.P. LA ROCHE / YON 86/87

CONTROLE 3^oannée cap réparateur auto

I) Soit l'expression $A = \frac{B}{C} = \frac{\frac{1}{5} + 3}{\frac{3}{4} + \frac{2}{3}}$

- 1°) calculer B
- 2°) calculer C
- 3°) calculer A

II)



Les dimensions du rectangle intérieur sont les $\frac{2}{3}$ de celles du rectangle extérieur.
calculer l'aire de la surface hachurée.

III) Un rectangle, sur un dessin à l'échelle $\frac{1}{10}$ a pour dimensions 20 mm x 50 mm complétez le tableau.

	aire sur le dessin	aire dans la réalité
mm ²		
cm ²		
dm ²		
m ²		

IV) un réservoir est rempli aux $\frac{2}{3}$. On y ajoute 18 litres, il contient alors 144 l. Calculer la capacité du réservoir.

V) Le coût de la main d'œuvre dans la fabrication d'un objet revenant à 720 F. est le tiers du prix de revient. Quel serait le nouveau prix de revient si la main d'œuvre augmentait de 20% ?

VI) calculer deux nombres x et y connaissant leur différence 12 et leur rapport $\frac{4}{3}$

VII) La course d'un piston est égale à 77 mm.; calculer la vitesse moyenne de ce piston lorsque le moteur tourne à 3000 trs/mn (en mm/min puis en km/h).

VIII) Un artisan achète pour 864 F. de matériel. Combien devra-t-il le revendre

- 1°) pour réaliser un bénéfice de 25 % sur son prix d'achat ?
- 2°) pour réaliser un bénéfice de 25 % sur son prix de vente ?

Bilan du contrôle 3^e année CAP réparateur auto

Objectifs: contrôler les connaissances acquises après les révisions du premier trimestre (fractions, proportions, mouvement uniforme, aires...)

20 élèves dans une classe de niveau "moyen".

I) 1°) $B = \frac{16}{5}$ (20 bonnes réponses)

2°) $C = \frac{17}{12}$ (18 bonnes réponses)

3°) $A = \frac{192}{85}$ (2 bonnes réponses) ; $A = \frac{3,2}{1,41} = 2,26$ (12 réponses)

Les élèves n'ont pas d'eux-mêmes compris $\frac{B}{C}$ (irréductible)

II) 1°) 60 cm^2 : 11 réponses

2°) $\frac{108 \times 2}{3} = 36 \text{ cm}^2$: 7 réponses

III) 1 élève seulement a rempli correctement la totalité du tableau

12 ont bien répondu à la première moitié

5 ont calculé 1000 mm^2 et n'ont pas effectué correctement les conversions

2 n'ont rien fait

Une majorité sait donc convertir les unités d'aires, mais la plupart n'ont pas su utiliser l'échelle du dessin (problème des dimensions différentes des aires et des longueurs, de proportionnalité).

IV) 17 bonnes réponses provenant sans doute d'une grande répétition de modèles de cet exercice.

V) 9 élèves ont su calculer le prix de la main d'œuvre.

aucun n'a trouvé le nouveau prix de revient.

L'interprétation et deux types de difficultés posent tout de suite des obstacles importants.

VI) 2 bonnes réponses complètes, 5 bonnes réponses données sans explications.

VII) 7 réponses justes et 12 réponses ; $V = \frac{77}{60} = 1,223 \text{ mm/min}$ $\frac{77 \times 60}{77} = 77 \text{ km/h}$

VIII) 1°) 13 bonnes réponses, et 4 sous la forme $\frac{864 \times 100}{75}$

2°) aucune réponse correcte .

C'est pour ce type de contrôle que nous souhaitons établir une fiche de relevé d'erreurs. Les dénombrer et calculer leur fréquence permet de situer un niveau de difficulté pour une population donnée (mais ceci n'est pas un étalonnage!). Ce travail de relevé et de corrélation est fastidieux mais vraisemblablement utile; prévoir l'erreur, la codifier, la corréler (types d'exercices, influences diverses, "méthodes-élèves"...)

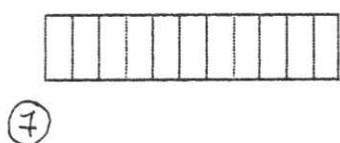
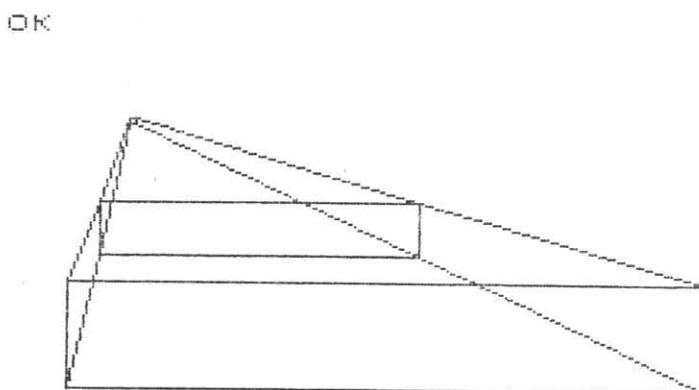
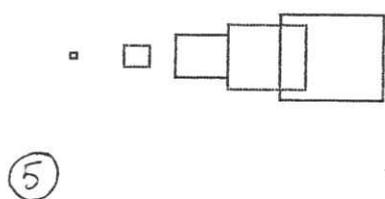
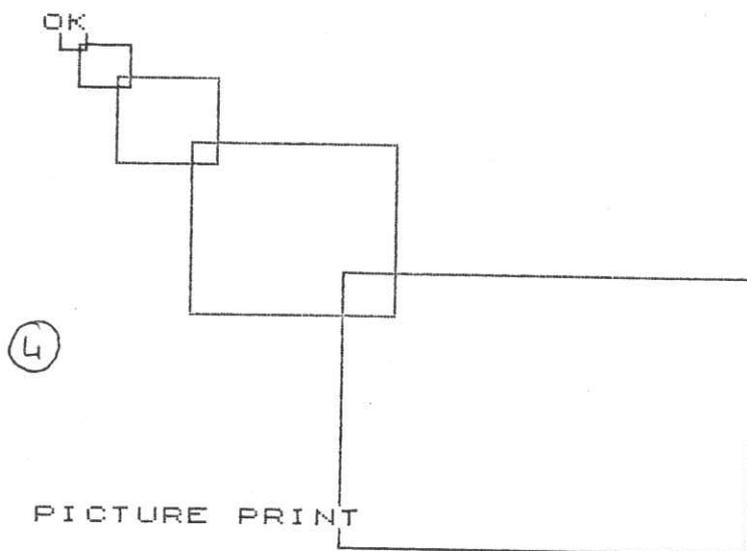
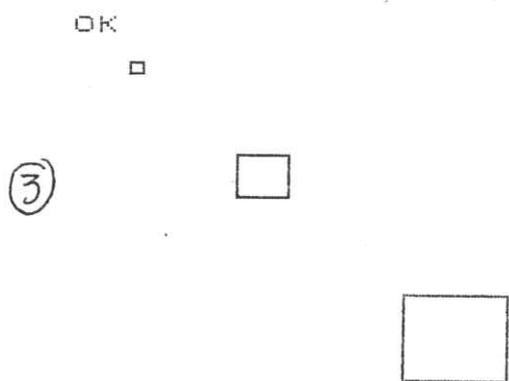
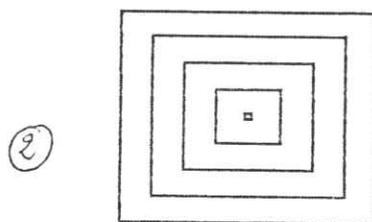
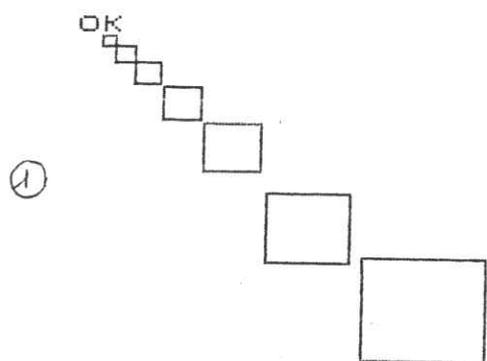
HOMOTHÉTIE (1^o année de BEP)

Cette activité a été conduite en s'appuyant sur les possibilités graphiques du BASIC Thomson NR. La démarche (1 h/ 15 j dans le 1^{er} trimestre) est la suivante:

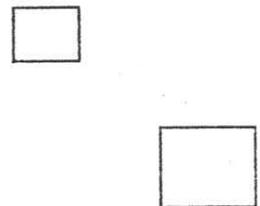
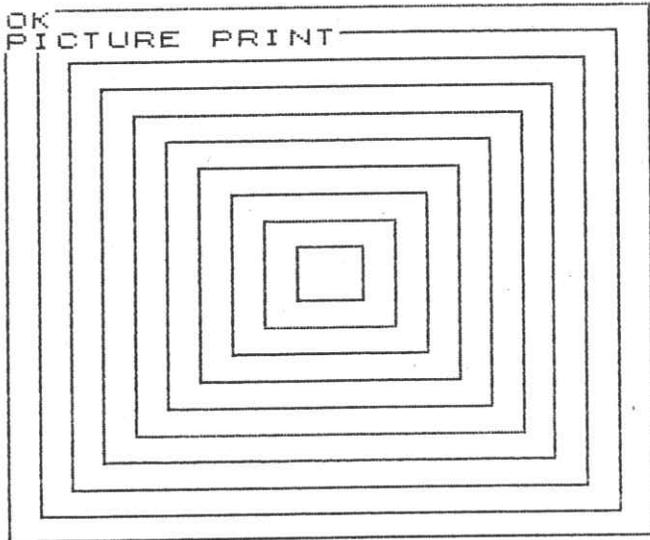
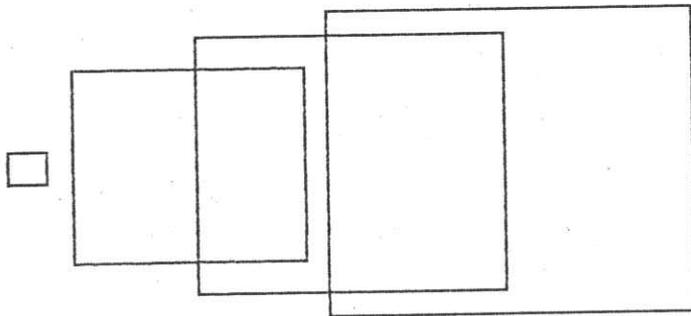
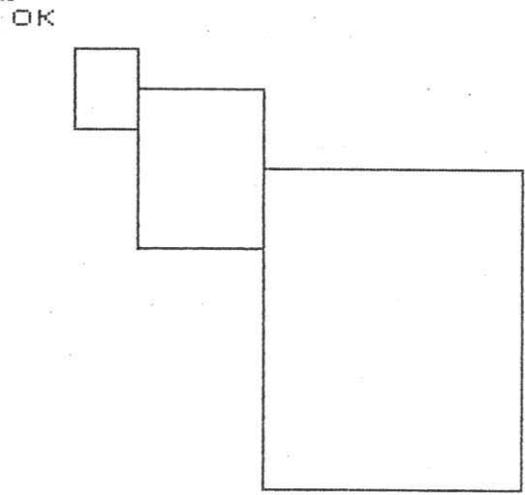
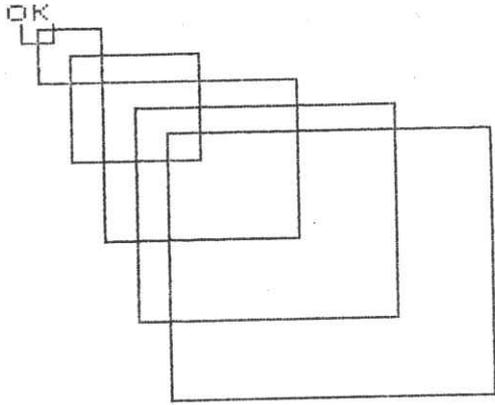
- 1^o) Les ordinateurs et les possibilités graphiques: tracer des axes, un rectangle, les diagonales.
- 2^o) Se donner un point de l'écran tel qu'il soit sur une diagonale du rectangle précédent (proportionnalité), un autre point, plusieurs autres, vérifier en traçant la ligne point-centre.
- 3^o) Comment construire un rectangle ? On a retenu: pour les abscisses des sommets: abscisse du centre \pm demi côté horizontal; pour les ordonnées: ordonnée du centre \pm demi côté vertical.
- 4^o) On demande de construire des rectangles dont les dimensions soient proportionnelles aux coordonnées de leurs centres par rapport au centre du "plus petit" (2x2) considéré comme origine; puis on a demandé de trouver quelles étaient les propriétés caractéristiques ainsi obtenues. (p. 20)
Les dimensions sont souvent calculées par addition d'un même nombre aux dimensions précédentes, ce qui est une utilisation partielle donc fautive des propriétés des suites proportionnelles. La visualisation sur l'écran puis sur l'imprimante, permet d'explicitier l'homothétie.
- 5^o) une utilisation: les plans de bateaux ou de maquettes. (p. 23)

Bilan: les élèves ont retrouvé une homothétie (trigo) et ont su en utiliser les propriétés.

Ces figures ont été obtenues en demandant que les rectangles aient des dimensions proportionnelles aux distances de leurs centres au centre du "plus petit" rectangle (2x2) considéré comme origine. Quelles figures répondent à la question? Écrivez au verso les remarques et les idées suggérées par ces figures.



⑥



RECT 1

```

1 CLS
10 INPUT "ABSCISSE DU CENTRE"; XCEN
20 INPUT "ORDONNEE DU CENTRE"; YCEN
30 INPUT "DEMI-COTE HORIZONTAL"; LX
35 IF LX > XCEN THEN 30
40 INPUT "DEMI-COTE VERTICAL"; LY
45 IF LY > YCEN THEN 40
50 CLS
60 XC=XCEN-LX
70 YA=YCEN-LY
80 YD=YCEN+LY
90 YF=YCEN-LY
100 XD=XCEN+LX
110 YC=YCEN+LY
120 YB=XCEN-LY
130 YE=YCEN+LY
140 LINE (XA, YA) - (XE, YE)
150 LINE (XC, YD)
160 LINE (XF, YB)
170 LINE (XA, YA)

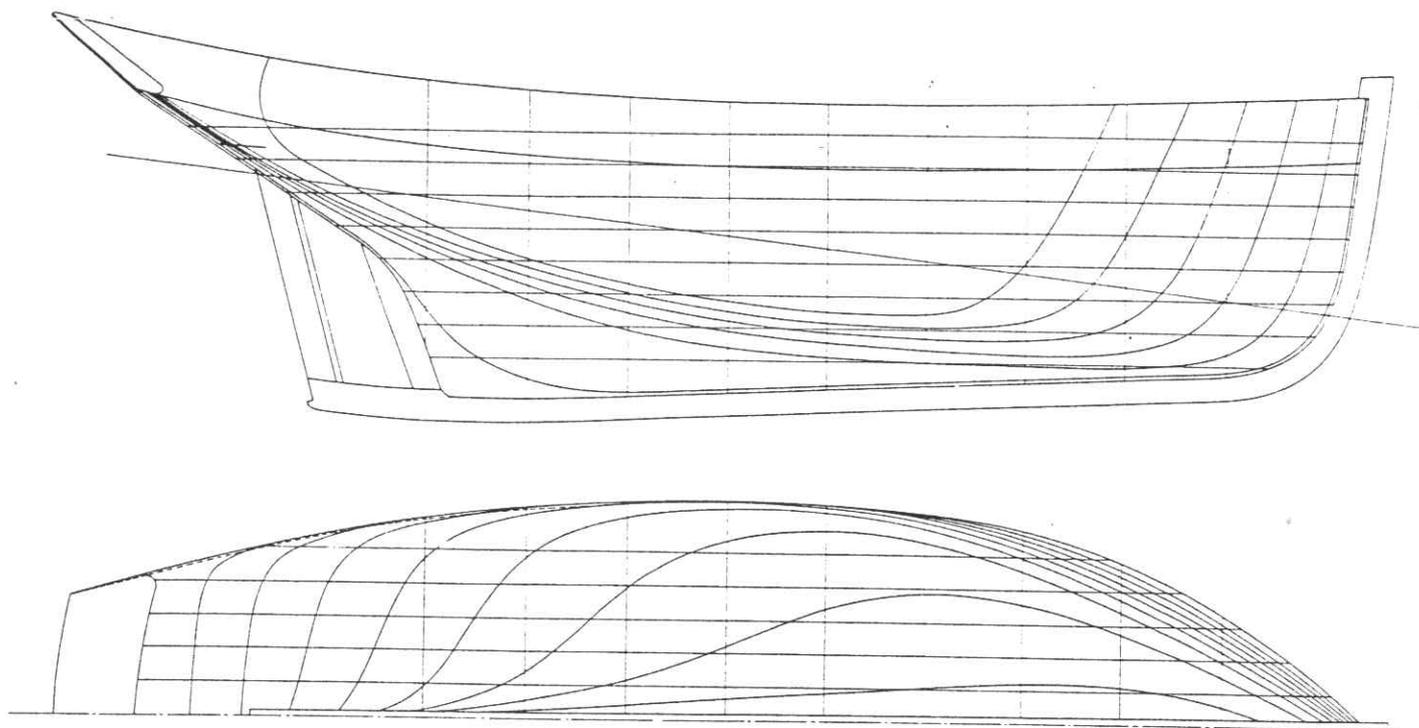
```

```

1 CLS
2 SCREEN 2,0,0
10 INPUT "NOMBRE DE RECTANGLE ", RECT
20 FOR I=1 TO RECT
25 PRINT "RECT NUMERO "; I
30 INPUT "ABSCISSE DU CENTRE ", XCEN(I)
40 INPUT "ORDONNEE DU CENTRE ", YCEN(I)
50 INPUT "DEMI COTE HOR ", LX(I)
60 IF LX(I) > XCEN(I) THEN 50
70 INPUT "DEMI COTE VERT ", LY(I)
80 IF LY(I) > YCEN(I) THEN 70
90 NEXT I
100 CLS
110 FOR I=1 TO RECT
120 XA(I)=XCEN(I)-LX(I)
130 YA(I)=YCEN(I)-LY(I)
140 XB(I)=XCEN(I)+LX(I)
150 YB(I)=YCEN(I)-LY(I)
160 YC(I)=XCEN(I)+LX(I)
170 YD(I)=YCEN(I)+LY(I)
180 YD(I)=XCEN(I)-LX(I)
190 YD(I)=YCEN(I)+LY(I)
195 COLOR I
200 LINE (XA(I), YA(I)) - (XB(I), YB(I))
210 LINE - (XC(I), YC(I))
220 LINE - (YD(I), YD(I))
230 LINE - (XD(I), YA(I))
240 NEXT I
250 END

```

DES PLANS DE MODÉLISME COMPLETS,



Un exemple : le plan du *Rêve*,
barque chalutière normande.



Bien qu'équipé d'un moteur auxiliaire, *Le Rêve* était avant tout un voilier. Sa quille était en orme; étambot, membrures, lisses, hiloires de cale et de chambre d'équipage, barrots de pont en chêne. Les deux cintres superposés (voir plan de charpente), le plat-bord, les serre-bauquières et les serres d'empâtage étaient en chêne également, comme les bordés du haut, jusqu'à la ventrière. En-dessous, ils sont en sapin rouge, comme le pont. Les principales dimensions du *Rêve* sont les suivantes :

Longueur hors tout	13,30 m
Longueur à la flottaison	10,90 m
Largeur au maître bau	4,40 m
Tirant d'eau	2,25 m

ce plan, extrait d'un numéro de la revue "Le chasse-marée", qui en publie régulièrement, permet de "mesurer", et de dessiner à l'échelle, à partir de la division d'un carré dont le côté représente un mètre, et en reportant au compas une dimension donnée, on a accès aux cotés, sans avoir effectué aucun calcul.

TANGENTES ET RACCORDEMENTS? 1° et 2° année de BEP .

Activité très intéressante permettant à beaucoup de connaissances de fonctionner. (p. 25)

Le problème est posé à partir de la nécessité de trouver les coordonnées des extrémités de segments et d'arcs constituant le contour d'une pièce. C'est le même problème (aux précisions demandées près) en dessin traçage sur table traçante pilotée par ordinateur, et commande numérique.

Méthode, rigueur , analyse, mais aussi possibilités d'essais par le dessin (méthode essais-erreurs-corrections).

Le traceur est un très bon outil, support d'activité mathématique répondant à des critères de travail précis:

hypothèse

calculs , codages

essais

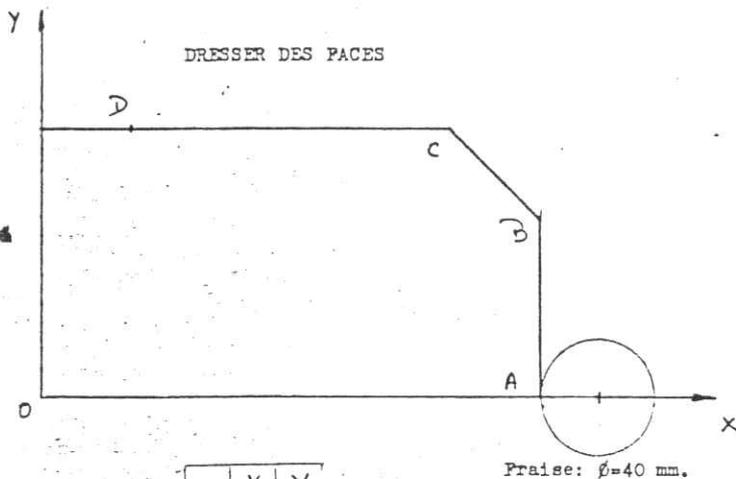
erreurs, correction, réessai

bilan: pour l'élève, qui veut mener son dessin à terme (ceci lui apparaît toujours possible au cours du travail), apparaît la nécessité de développer plus de méthode.

TANGENTES ET RACCORDEMENTS

- 1) Tracer un cercle de centre O et de rayon 4 cm. Par un point P à 10 cm de O tracer deux tangentes à ce cercle. Les points de contact sont A et B. Par un point M à 5 cm de O, tracer deux tangentes. Les points de contact sont C et D.
- 2) Décrire en quelques mots la construction.
- 3) Mesurer PA, PB, MC, MD, AB, CD. La précision est-elle satisfaisante? Proposer une incertitude sur les mesures.
- 4) quelle est la nature de (PAO) et de (PBO)?
- 5) Que représente (PO) pour le triangle (PAO)? Quelle propriété de (PAO) peut-on utiliser pour construire (PAO) et (PBO). Utiliser cette propriété pour obtenir A et B, de même C et D.
- 6) Calculer par une méthode au choix AP, BP, MD, MC, AB, CD; comparer avec les mesures.
- 7) De même, mesurer les angles, comparer avec les calculs.
- 8) Quelles propriétés du quadrilatère (PAOB) en déduit-on?
- 9) Indiquer les résultats de cette étude, en les classant par ordre d'importance.

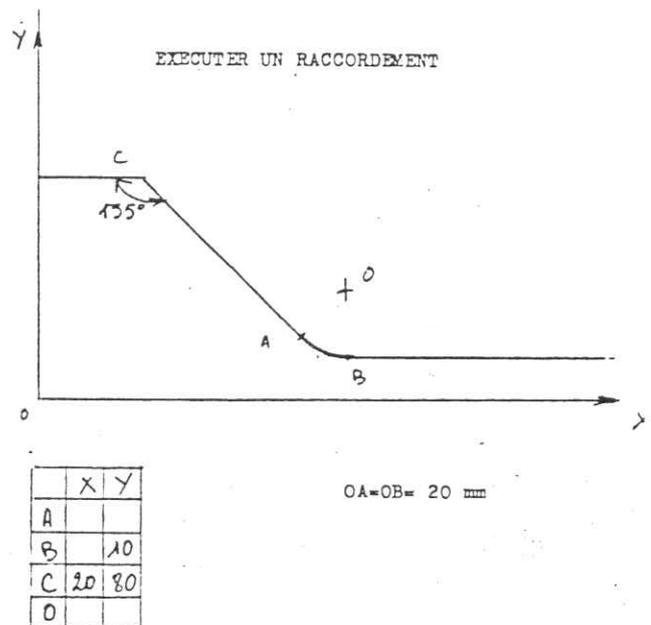
APPLICATIONS:



	X	Y
A	100	0
B	100	70
C	80	90
D	20	90

Calculer les coordonnées (en mm.) des positions successives du centre de la fraise, à indiquer dans un éventuel programme pour exécuter le dressage des faces AB, BC, CD.

AIDE: -dessiner la trajectoire du centre de la fraise au cours de l'exécution. Avec le compas, dessiner la fraise en diverses positions.



	X	Y
A		
B		10
C	20	80
O		

Pour exécuter le raccordement de l'arc \widehat{AB} , il faut les coordonnées de O, A, B, en n'utilisant que les données du tableau ci-dessus (en mm.)

AIDE: Sur un croquis à part, agrandissant le schéma, tracer OA, OB et chercher à faire apparaître des triangles rectangles contenant des longueurs et des angles utiles.

CALCUL VECTORIEL EN 1^o ANNEE DE BEP

Cette activité est en fait trop riche ! (c. f. p. 27)

- 1^o) Expérimentalement: cette partie permet de mettre en évidence des contradictions hypothèse-vérification: certains pensaient que G était au milieu du segment $[G_1 G_2]$.
- 2^o) L'utilisation des moments et des partages proportionnels aux inverses des poids est la partie la plus délicate. La fiche doit être revue sur ce point.
- 3^o) Calculs dans un repère orthonormé: Tout le programme de géométrie vectorielle de BEP est présent! L'évaluation se fait sur quelques vecteurs et distances servant de vérification à la construction au compas par exemple.
- 4^o) utilisation d'un ordinateur: les données sont rentrées sur le tableur "Colorcalc" (Thomson NR). ON obtient ainsi un modèle utilisable pour calculer les coordonnées du centre de gravité d'un quadrilatère quelconque (convexe), dont on connaît les coordonnées des sommets.
- 5^o) contrôle: calcul des distances de G aux sommets, vérification sur un bristol quadrillé, découpé, recherche expérimentale de G.
- 6^o) développements possibles: (non traités en classe)
 - Vérification de la formule donnée dans les formulaires techniques, ne nécessite que "Thalès" mais est très délicate à conduire.
 - Comparaison avec les résultats obtenus avec d'autres "découpages" du trapèze.

COMMENT DETERMINER LE CENTRE DE GRAVITE D'UN TRAPEZE ?

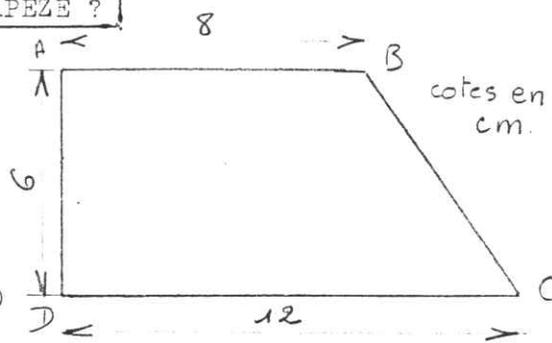
On peut le déterminer expérimentalement:

On le découpe dans du bristol ou du carton.

Essayer diverses méthodes pour trouver G_t .

On peut le partager en deux triangles ABD et BCD
DONT ON CHERCHE les centres de gravité G_1 et G_2 .

Formuler une hypothèse sur l'emplacement de G_t . Vérifier expérimentalement.



Ce trapèze est découpé dans une plaque homogène d'épaisseur constante. Utilisons l'aspect physique de cette situation.

G_t est-il sur le segment $[G_1G_2]$?

On réalise l'équilibre: trapèze

horizontal sur l'arête d'un objet.

Indiquer G_t . Comparer G_1G_t et G_2G_t .

Comment les calculer?

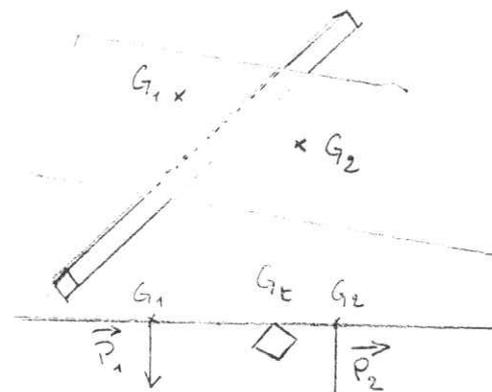
En G_1 agit le poids \vec{P}_1 de ABD

En G_2 agit le poids \vec{P}_2 de BCD

On a un équilibre bien connu! On utilise un résultat de Sciences concernant l'équilibre d'un solide sollicité à la rotation...

On ne connaît pas P_1 et P_2 , mais on peut les calculer. Ecrire comment les obtenir.

Mais alors, les mesures des poids sont proportionnelles à des dimensions connues du trapèze! Exprimer cette proportionnalité, en déduire $\frac{G_1G_t}{G_2G_t}$. EN mesurant G_1G_2 , déterminer la position de G_t . Vérifier avec les expériences précédentes.



Autre résolution

Dans un repère orthonormé ($OI=OJ=1\text{cm}$) dessiner le trapèze étudié. Quelles sont les coordonnées de M , milieu de $[BD]$, de G_1 , de G_2 ? d'après les résultats de l'étude précédente, quelles sont celles de G_t ?

Ce calcul n'étant pas facile à exécuter à chaque fois, on va chercher un programme qui l'exécute automatiquement. Préparer en Français les étapes nécessaires. La traduction dans un langage informatique se fera ultérieurement. Pourrait-il être utilisable pour un quadrilatère quelconque?

CALCUL VECTORIEL EN 2^o année de BEP mécanique d'usinage
(CLE POUR GOUJON)

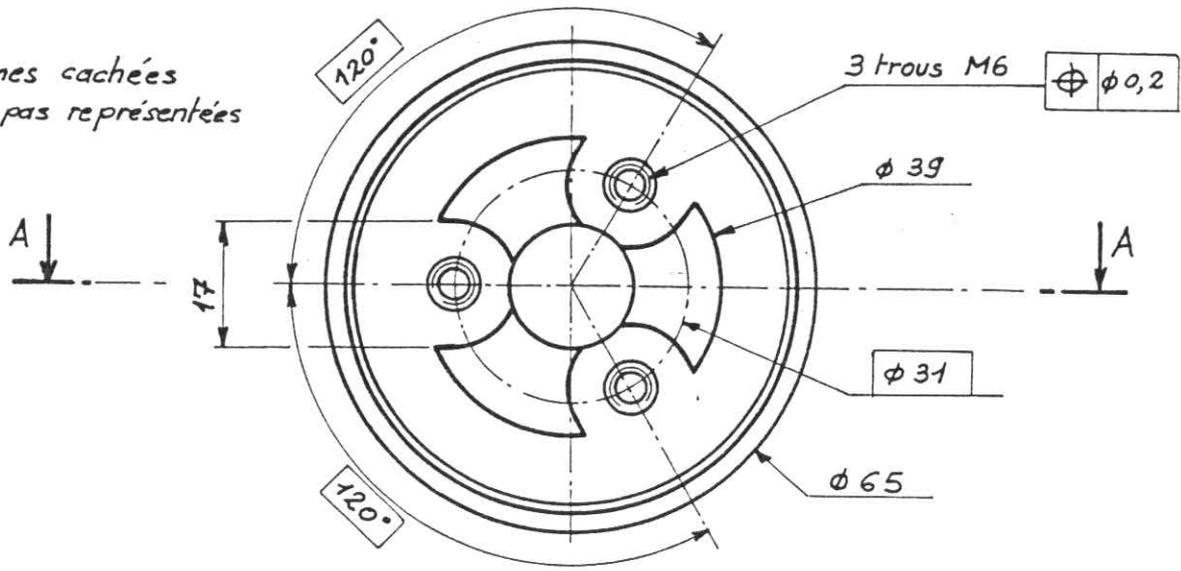
Toujours dans l'utilisation du traceur, il fallait réaliser les figures (du haut en bas) 1 et 3, par calcul des coordonnées des extrémités des arcs et segments dans le repère orthonormé du traceur. (p. 29)

L'hexagone de la figure 3 ne pose pas de problème. Mais la figure 1 en pose beaucoup notamment par le nombre de calculs trigonométriques à conduire!. Par contre s'apercevoir qu'elle est constituée de 3 ensembles déduits l'un de l'autre par des rotations de 120° permet de poser en préalable les quatre fiches suivantes. La fiche 3/4 sera considérée comme un outil présent sur la table pour résoudre les problèmes posés. Des puristes pourraient y voir un non respect des règles de calcul du produit de deux matrices. La disposition envisagée est tout simplement le résultat du calcul "direct" et rien n'empêche une rectification ultérieure par une fiche spécifique. Nos élèves maîtrisent-ils la distributivité ^{et la commutativité ?} ? A u nom de quoi (en l'état actuel de leurs connaissances) proposer telle ou telle disposition ? Il s'agit bien sûr là d'un débat en didactique des maths!

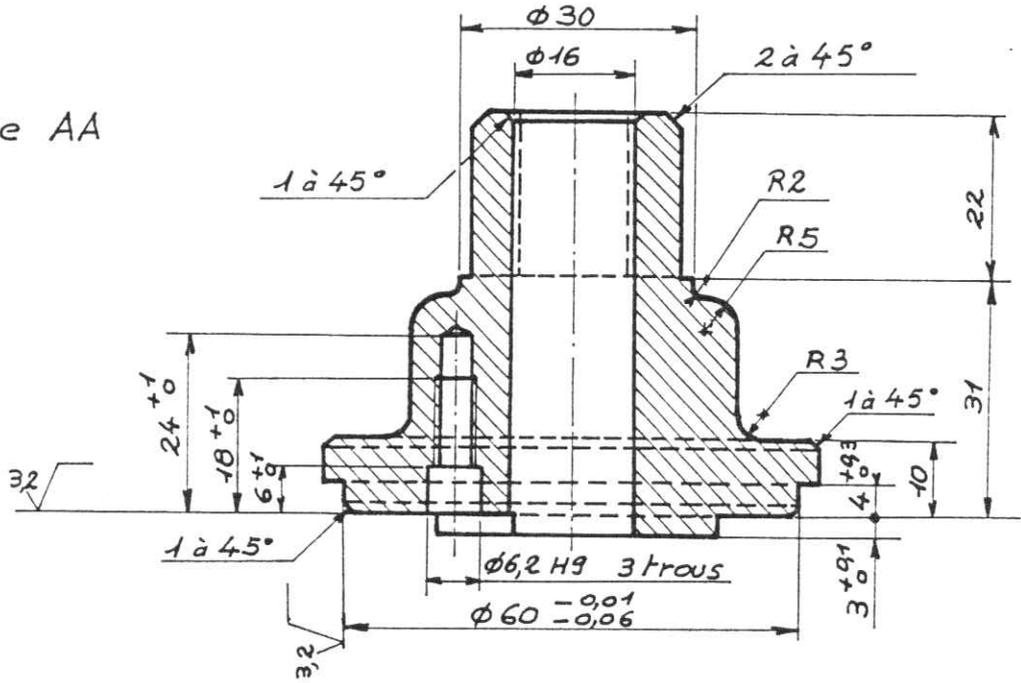
Il faut prévoir une difficulté à la fiche I/4 au II dans l'expression des coordonnées d'un vecteur en fonction de l'angle (prévoir une fiche d'aide, avec une sanction ou non selon le choix des objectifs).

Ce calcul , la disposition obtenue permettent une introduction facile aux formules d'addition, travail qui a été donné à faire "à la maison" et qui a donné de bons résultats.

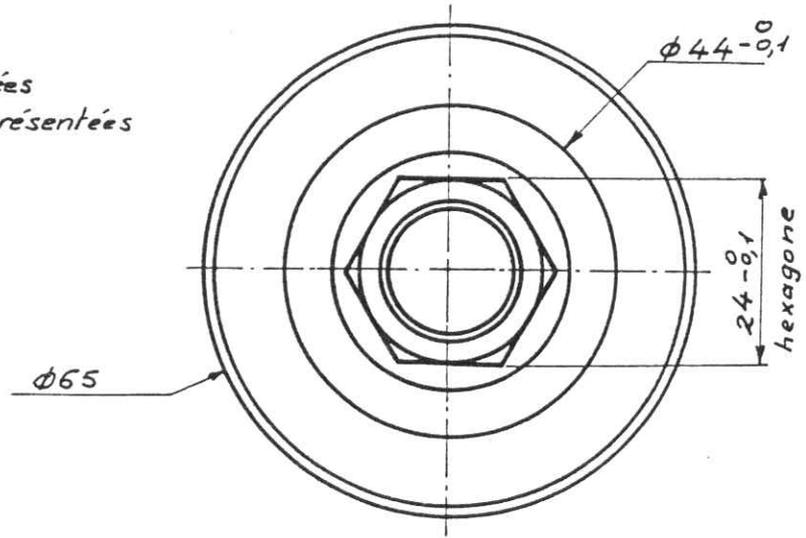
les formes cachées ne sont pas représentées



Coupe AA



les formes cachées ne sont pas représentées



Tolérances: $\pm 0,2$ et $\sqrt[6]{3}$, sauf indication contraire

CLE POUR GOUJON - CORPS ①



Echelle: 1

Calcul Vectoriel.

1/4

classe :

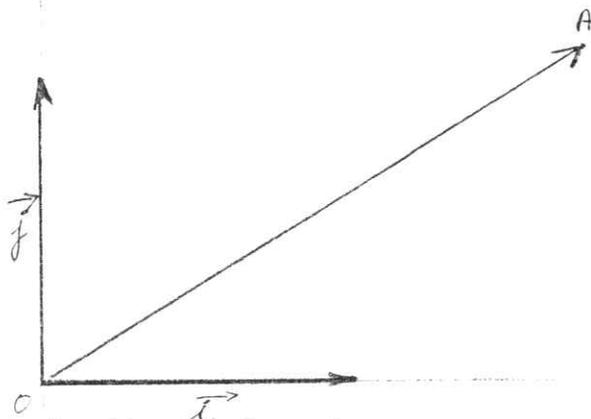
date :

NOM :

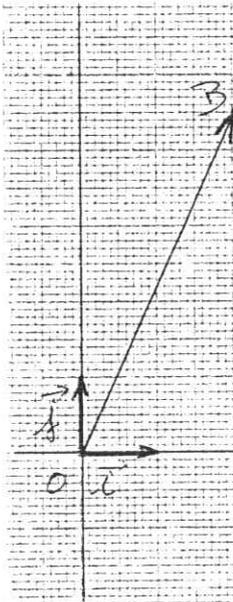
Prénom :

I Coordonnées d'un vecteur

(O, \vec{i}, \vec{j}) repère orthonormé
 $\vec{OA} = x\vec{i} + y\vec{j}$



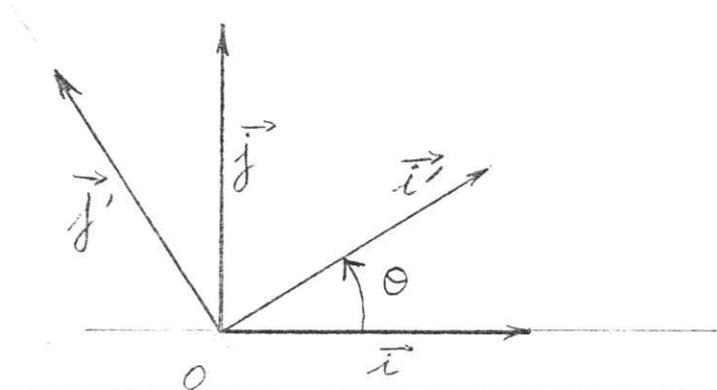
Effectuer les constructions nécessaires pour obtenir x et y



Exercices: donner les coordonnées de \vec{OB}

- Représenter $\vec{OC} = 5\vec{i} - 2\vec{j}$

II Une autre repère orthonormé (O, \vec{i}', \vec{j}') de même origine O est obtenu à partir de (O, \vec{i}, \vec{j}) par une rotation d'un angle de mesure θ .



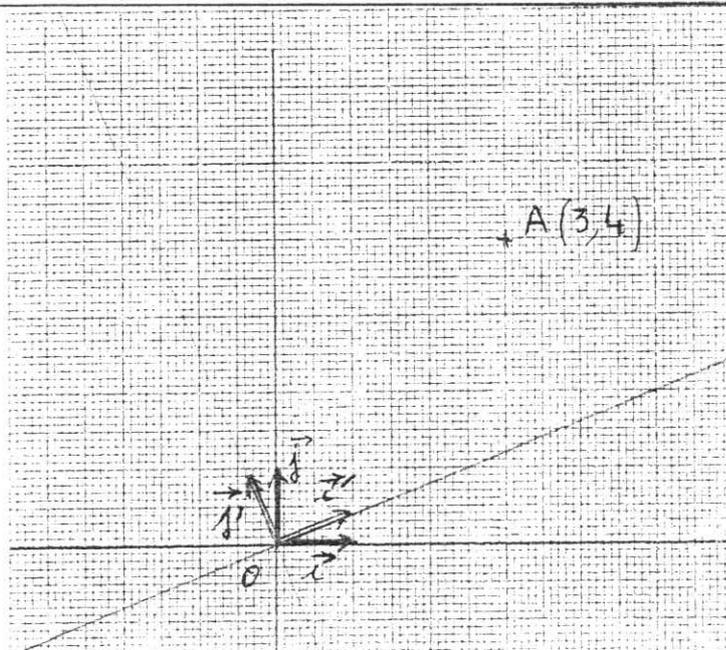
$\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = \|\vec{i}'\| = \|\vec{j}'\| = 1$

Exprimer \vec{i} dans le repère (O, \vec{i}', \vec{j}')
 Exprimer \vec{j} dans le repère (O, \vec{i}', \vec{j}')

$$\vec{i} = \cos\theta \vec{i}' + \sin\theta \vec{j}'$$

$$\vec{j} = -\sin\theta \vec{i}' + \cos\theta \vec{j}'$$

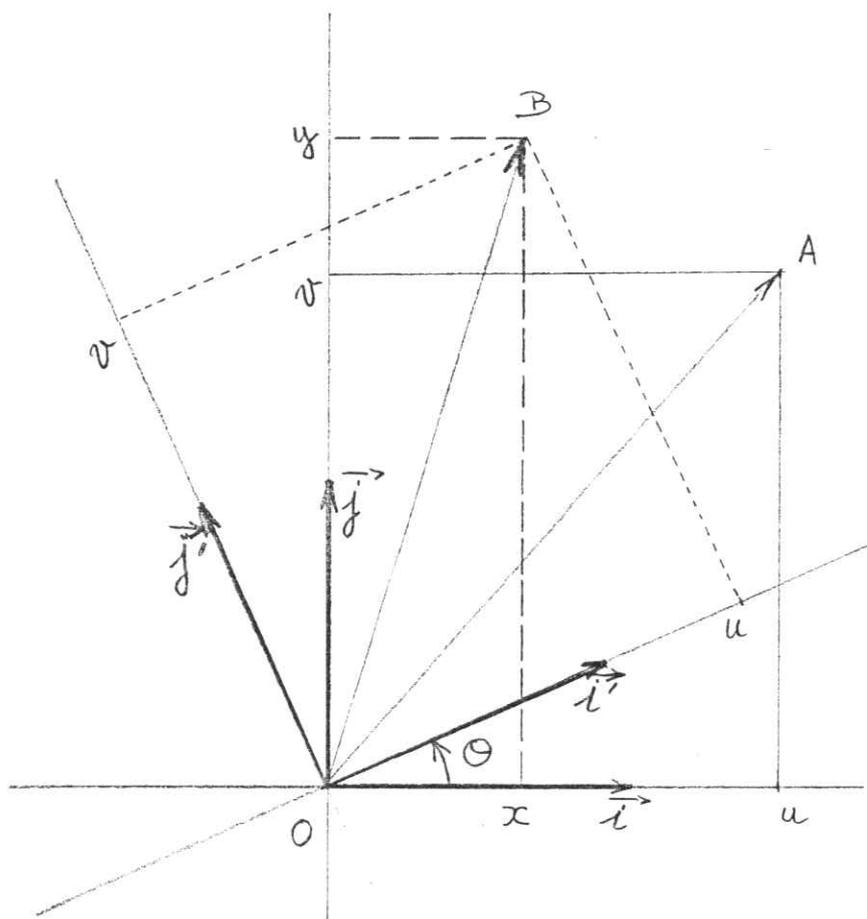
III



On donne $A(3, 4)$ dans (O, \vec{i}, \vec{j})
 Placer B dans (O, \vec{i}', \vec{j}') , B possédant des coordonnées égales à celles de A .

Par lecture, donner les coordonnées de B dans (O, \vec{i}, \vec{j})

$x_B =$
 $y_B =$



La figure constituée du repère (O, \vec{i}, \vec{j}) et du vecteur \vec{OA} a subi une **rotation** autour de O , d'angle θ ($\theta > 0$, dans le sens trigonométrique.)

On obtient ainsi le repère (O, \vec{i}', \vec{j}') avec le vecteur \vec{OB} , image de \vec{OA} .

Le but est d'obtenir les coordonnées (x, y) de B dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) à partir des coordonnées (u, v) de \vec{OB} dans (O, \vec{i}', \vec{j}') qui sont celles de \vec{OA} dans (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Les coordonnées de \vec{OB} dans les deux repères sont:

$$\vec{OB} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$$

$$\text{et } \vec{OB} = u \cdot \vec{i}' + v \cdot \vec{j}'$$

$$\text{or on sait que } \begin{cases} \vec{i}' = \cos \theta \cdot \vec{i} + \sin \theta \cdot \vec{j} \\ \vec{j}' = -\sin \theta \cdot \vec{i} + \cos \theta \cdot \vec{j} \end{cases}$$

On remplace \vec{i}' et \vec{j}' par leurs expressions.

$$\vec{OB} = u \left(\begin{matrix} \cos \theta \\ -\sin \theta \end{matrix} \right) + v \left(\begin{matrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{matrix} \right)$$

développer et regrouper les termes contenant \vec{i} et \vec{j} , puis factoriser

$$\vec{OB} = \left(u \cos \theta + v \sin \theta \right) \vec{i} + \left(-u \sin \theta + v \cos \theta \right) \vec{j}$$

$$\text{or } \vec{OB} = x \vec{i} + y \vec{j}$$

$$\text{donc } x =$$

$$y =$$

On a donc trouvé les coordonnées de \vec{OB} , image de \vec{OA} par une rotation d'angle θ

$$x =$$

$$y =$$

On peut obtenir rapidement ce résultat par une disposition pratique :

coordonnées de \vec{OB} dans (O, \vec{i}, \vec{j})	coordonnées de \vec{OA} dans (O, \vec{i}, \vec{j})	angle de rotation $\theta =$	
x	u	$\cos \theta$	$-\sin \theta$
y	v	$\sin \theta$	$\cos \theta$
\vec{OB} , image de \vec{OA} lequel on <u>cherche</u> .	\vec{OA} , vecteur <u>connu</u>	coord de \vec{i} dans (O, \vec{i}, \vec{j})	coord de \vec{j} dans (O, \vec{i}, \vec{j})

conseil: entourer x en rouge - relier d'un trait rouge les termes utilisés pour calculer x.

entourer y en bleu - relier d'un trait bleu les termes utilisés pour le calcul de y

Exercice.

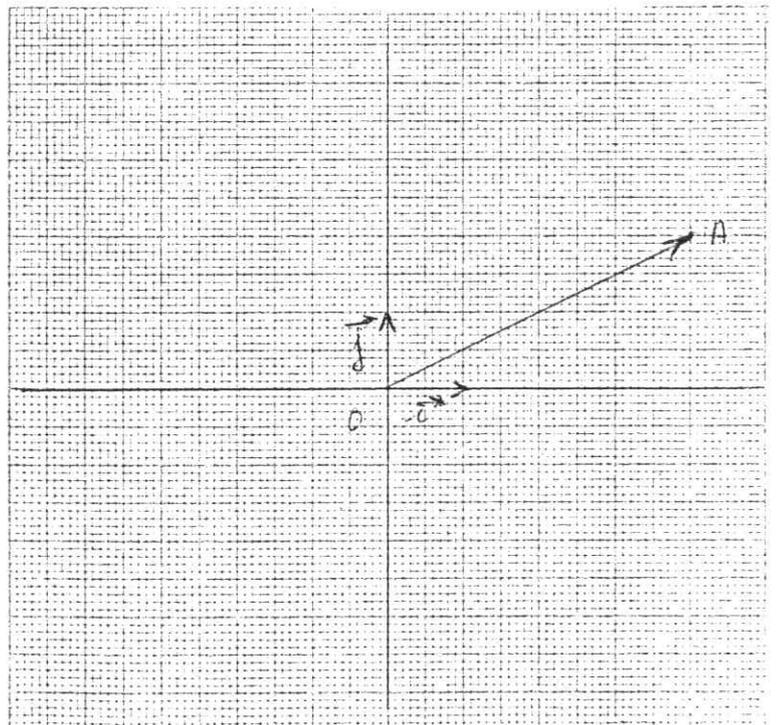
vecteur de départ

$$\vec{OA} (4, 2)$$

* Calculer les coordonnées de \vec{OB} , obtenu à partir de \vec{OA} par une rotation de 50° autour de O

* Calculer les coordonnées de \vec{OC} , obtenu à partir de \vec{OA} par une rotation de -130° autour de O

* Représenter ces deux vecteurs -



Exercices à effectuer sur une feuille quadrillée 5×5 (en mm) ou mieux sur du papier millimétré pour les figures.

1) Dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1 \text{ cm}$, orthonormé
On a le vecteur $\vec{OA} (3, 6)$.

Calculer les coordonnées des sommets B et C du triangle équilatéral ABC de centre O - vérifier par la construction.

2) Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1 \text{ cm}$,
On a le vecteur $\vec{OK} (0, 5)$ - Calculer les coordonnées des sommets L, M, N, P tels que KLMNP soit un pentagone régulier de centre O

3) Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1 \text{ cm}$
On a un vecteur \vec{OA} de norme $\|\vec{OA}\| = 1 \text{ cm}$
il fait un angle de mesure (en $^\circ$) a avec \vec{i}
On lui fait subir une rotation d'angle b - on obtient \vec{OB}

1) dessiner un croquis représentant le problème.

2) Quelles sont les coordonnées de \vec{OA} dans (O, \vec{i}, \vec{j}) ?
(ces coordonnées sont à calculer en fonction de a)

3) Calculer les coordonnées de \vec{OB} dans (O, \vec{i}, \vec{j})
- quel est l'angle entre \vec{i} et \vec{OB} ?
- Calculer ces coordonnées en fonction de cet angle.
- Calculer ces coordonnées par le moyen donné dans les exercices précédents.

4) Application: $a = 40^\circ$ $b = 20^\circ$