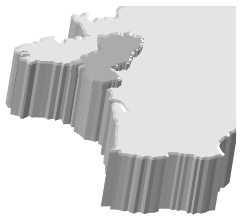
IREM

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES
DES PAYS DE LA LOIRE



À propos de fractions

1987

INTRODUCTION

En septembre 1986, le programme de Mathématiques change en classes de sixième.

La Direction des collèges a demandé à l'ADIREM (Assemblée des Directeurs d'IREM) de mettre en place des équipes afin d'expérimenter quelques points de ce programme.

A l'IREM de Nantes, plusieurs équipes ont travaillé dans ce cadre.

En LOIRE-ATLANTIQUE :

Collège de COUERON
Collège de CHANTENAY à NANTES
Collège E. RENAN à SAINT-HERBLAIN
Collège LA REINETIERE à SAINTE-LUCE sur LOIRE.

Au cours de l'année scolaire 85-86, ces équipes se sont réunies périodiquement (en moyenne 3 heures par semaine) et ont participé aux quatre réunions-regroupements organisées par l'IREM de Nantes et l'Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques.

Ce travail a concerné seize classes de 6ème.

Les travaux présentés dans cette brochure se situent autour d'activités numériques, sur le thème :

FRACTIONS

thème nouveau dans le programme de sixième, et riche tant au niveau des approches que des prolongements.

Ce document ne devra en aucun cas être perçu comme un manuel scolaire ; il est un compte-rendu qui ne saurait être un modèle.

Au sein de l'IREM de NANTES, des groupes de recherche et de mise en place d'activités mathématiques en classes de sixième fonctionneront au cours de l'année 86-87 et permettront d'approfondir l'organisation d'activités numériques pour la première année du collège.

Juillet 1986

Le travail qui suit a été réalisé dans 7 classes de 6è au collège **LA REINETIERE à SAINTE LUCE SUR LOIRE** par les professeurs dont les noms suivent :

Jean-Luc	BAUDRY
Jacqueline	CHINIER
Cécile	GIRAUD
Anne-Marie	LETOURNEUX
Annick	MASSOT (animateur IREM)
Christian	MASSOT (animateur IREM)
Fabrice	PARCHEMIN
Christiane	ROCHE
Tong	TRAN VAN

SOMMAIRE

§

Introduction..... P. 7

Analyse du problème posé..... P. 8

Objectifs de travail et gestion en classe..... P. 9

Test..... P. 11

Activité A..... P. 15

Activité B..... P. 23

Activité C..... P. 25

Activité D..... P. 27

Activité E..... P. 31

Activité F..... P. 33

Résumé donné sur les fractions..... P. 35

Bilan des activités..... P. 37

Commentaires des neuf enseignants du collège..... P. 39

Annexes..... P. 41

- Utilisation de micropoche..... P. 43
- Extrait du programme..... P. 47

INTRODUCTION

Pré-requis :

A partir des connaissances des élèves, il a été défini que
2 ; 25 ; 24 888... sont des nombres entiers,
2 ; 25 ; 24 888 ; 4,3 ; 0,87... sont des nombres décimaux,
mais que $\frac{2}{3}$ ou 2:3 ou 0,66... n'est pas un décimal.

- rangement des décimaux, valeur approchée par défaut, par excès, au plus proche d'un nombre donné à l'unité près, à un dixième près...
- activités de consolidation de la technique d'exécution et du sens de l'addition, de la soustraction et de la multiplication des nombres décimaux naturels et de la division dans **N** ; multiplication par calcul mental ou division par 10, 100, 1000... conversions.
- recherche d'un nombre manquant dans une équation faisant intervenir une addition, une soustraction, une multiplication ou une division.
- produit d'un nombre par une somme ou une différence ; factorisation,

application au calcul mental : multiplication par 11, 9, 101, 99.

- priorité des opérations - parenthèses.
- bilan des règles de calcul mental : x ou : par 5 ; 50 ; 2,5 ; 25.

reconnaître un multiple de 2, 3 ou 5.

Démarche-objectifs

Notre démarche a été de partir de fractions de grandeur (concret) pour aboutir à une étude sur les nombres fractionnaires (abstrait). Pour aborder les notions de :

- simplification de fractions,
- fractions d'un nombre,
- somme, différence, produit de fractions à dénominateurs puissances de 10.

Cet article comporte :

- notre analyse du problème et nos objectifs de travail,
- un test et ses résultats,
- des activités expérimentées dans nos classes.

I) ANALYSE DU PROBLEME POSE

En fait d'analyse, nous avons passé au moins deux séances à réfléchir sur les textes des programmes :

Comment démarrer ?
Quelle progression suivre ?
Quels buts viser ?

Après la réunion inter-académique (7 et 8 janvier 86) et l'apport des commentaires, il nous a semblé que l'étude des fractions pouvait s'articuler en trois moments :

* étude fractionnaire des décimaux,

* quotient de deux décimaux $a/b_{b\neq 0}$ qui est un nombre tel que $a/b \times b = a$

* multiplication d'un décimal par a/b avec $a \in \mathbb{N}$
  $b \in \mathbb{N}^*$

II) OBJECTIFS DE TRAVAIL ET GESTION EN CLASSE

OBJECTIFS	EN CLASSE
① Savoir où en est chaque élève par rapport aux fractions : a) Savent-ils écrire une fraction ? b) Savent-ils utiliser une fraction dans une phrase ? c) Savent-ils représenter une part d'une grandeur donnée ? d) Savent-ils analyser une phrase utilisant des fractions ? e) Un gâteau étant partagé en parts égales, sont-ils capables de donner une fraction du gâteau ? Pour le cas où les parts sont inégales, y-a-t-il encore fraction ? f) Savent-ils comparer deux fractions de numérateur 1 et de dénominateurs différents ? g) Connaissent-ils l'écriture décimale de 2/5 ; 3/7 ?	passage d'un test préalable à toute étude et bilan du test
② Acquérir, pour le maximum d'élèves, le sens de la notion de fraction lorsque le numérateur est inférieur au dénominateur.	Activité C Activité A : I, II, III Activité B
③ Etendre la notion de fraction à celles dont le numérateur est supérieur au dénominateur.	point d'appui pédagogige : passer d'une écriture déc décimale à une écriture fractionnaire et réciproquement. Activité A Activité D : IV, V
④ Consolidification de la simplification $\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$ pratique des caractères de divisibilité par 2, 3, 5 ou 9.	* mise au point à partir des activités rencontrées ; si nécessaire activité complémentaire. * calcul mental division par 0,1 ; 0,01... * divisions à diviseurs à virgule. * programme micropoche Activité E

⑤ Savoir comparer une fraction à l'unité	Activité D5
⑥ Savoir additionner et multiplier des fractions de dénominateurs 10 ; 100 ; 1000...	lancé en devoir maison
⑦ Fraction d'une grandeur	Activités B,C, D IV
⑧ $\frac{a}{b} \times b = a$	rencontré dans le calcul
⑨ a) Savoir multiplier un décimal par $\frac{a}{b}$ $a \in \mathbb{N}$ $b \in \mathbb{N}^*$	* calcul de la 4ème proportionnelle par le passage par l'unité.
b) Savoir prendre une fraction d'un nombre c) Savoir trouver le multiplicateur qui permet de passer d'un nombre à l'autre	* pourcentage (micropoche).

TEST

a) Conditions de passage du test

* test passé aux 160 enfants concernés par l'expérimentation.
* durée : environ une demi-heure (en laissant aux élèves plus lents le temps de terminer).
* les questions ① et ② ont été traitées sur une feuille à part sans que les élèves aient eu connaissance du texte du test, afin qu'ils ne voient pas d'autres fractions avant de répondre aux questions ① et ②.

b) amélioration possible du test après analyse
(voir § c) et d)).

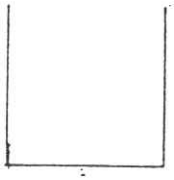
* demander de représenter les 3/4 d'une grandeur.
* passer de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale :
par exemple :
donner l'écriture décimale de 2/5, de 3/7
* pour la question n°6, demander de justifier par un dessin la comparaison entre 1/3 et 1/4 afin d'évaluer mieux l'idée qu'en ont les enfants.

TEST 6ème - FRACTIONS

① Ecrire trois fractions

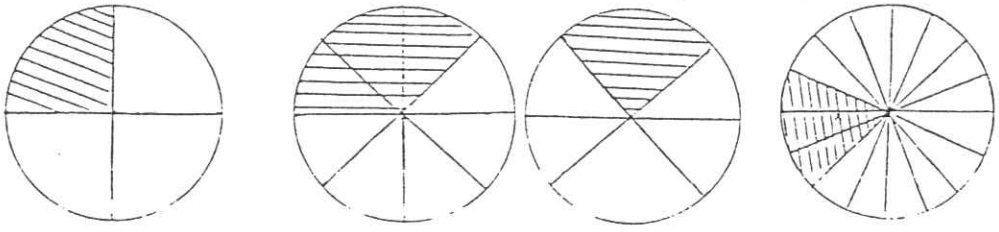
② Trouver une phrase dans laquelle tu utiliseras une fraction.

③ Voici un bécher de capacité 1l, on verse 1/3 l de jus d'orange.
Indiquer le niveau.



④ Voici un extrait de "Marius" de M. Pagnol :
César explique la fabrication du picon-citron-curaçao :
"tu mets d'abord un tiers de curaçao. Fais attention : un tout petit tiers. Bon. Maintenant, un tiers de citron. Un peu plus gros. Bon. Ensuite un BON tiers de Picon. Regarde la couleur. Regarde comme c'est joli. Et à la fin, un GRAND tiers d'eau, voilà".
Que penses-tu de tous ces tiers ?

⑤ Indique par une fraction, la partie du gâteau représentée par la partie hachurée.



⑥ Préfères-tu manger (si tu aimes le chocolat !) 1/3 de tablette ou 1/4 de tablette (justifie ta réponse):

c) Tableau des résultats du test

classes de 6ème : 6èA 6èB 6èC 6èD 6èE 6èG 6èI

effectif total 21 22 23 24 23 22 29 soit 164 élèves

questions / Classes et réponses		question ①	question ②	question ③	question ④	question ⑤				question ⑥ avec justification	question ⑥ sans justification
6ème A	juste	7	1	7	3	17	7	1	8	4	
	faux					4					
6ème B	juste	14	2	15	1	22	11	6	14	6	
	faux										
6ème C	juste	14	10	14	0	2	15	19	13	3	7
	faux										
6ème D	juste	24	16	8	13	21	14	9	13	13	
	faux										
6ème E	juste	23	10	18	10	17	16	4	16	10	
	faux										
6ème G	juste	22	21	15	7	21	16	4	17	11	
	faux										
6ème I	juste	19	8	14	—	27	19	1	21	19	
	faux					2	10				
total de réponses justes		103	68	91	33	127	98	53	102	66	
% de ces réponses		62,8	41,5	55,5	20,1	77,4	59,8	32,3	62,2	40,2	

d) Remarques des professeurs en bilan collectif

question 1 : R.A.S.

question 2 : une réponse "Maman a acheté un quart de farine" a mis le doigt sur la nécessité de préciser la grandeur dont on prend une partie.

question 3 : réponses acceptées à 1 mm près.

Les élèves ont bien compris le sens : numérateur égal à 1 et partage en parts égales. Ils savent lire et représenter cette fraction (pour 55 %).

question 4 : * difficultés liées à la phrase : 20% ont trouvé une des deux, certains n'ont pas pu répondre.

* intérêt : phrase riche pour une exploitation ultérieure. Elle a permis de montrer aux enfants que le tiers d'une grandeur est définie de façon unique pour une grandeur donnée et... plus de trois tiers... ça déborde !

question 5 : erreurs faites : au lieu de 1/4 on a eu 4/1 ; au lieu de 3/8 on a eu 3/5 parts inégales : le sens du partage semble acquis mais le fait que les parts soient égales n'apparaît pas comme une nécessité pour fractionner une grandeur (30% de réussite).

question 6 : on attendait 1/3 > 1/4 et on a trouvé (pour 10%) 1/3 = 1/4.
De plus une question d'enfant : "et si on changeait de tablette... pour une plus grande tablette ?"

$\frac{1}{3}$ de petite tablette est-il la même chose que $\frac{1}{3}$ de grande tablette ?

ACTIVITE A FRACTIONS en 6è

Après le test : correction en classe.

Puis

1ère activité : Fraction d'une grandeur

1°) Fraction d'un gâteau (en forme de disque)

Colorier 1/2 gâteau

Sur d'autres disques, colorier
1/4 du gâteau
3/4 du gâteau
1/6 du gâteau
4/6 du gâteau
1/3 du gâteau
2/3 du gâteau.

Le partage du disque en 2, en 4 parties égales pour pouvoir colorier 1/2, 1/4, 3/4 du gâteau, n'a posé aucun problème.

Le partage en 6, en 3 parties égales :
Un élève ayant suggéré de reporter le rayon six fois sur le cercle, les élèves ont ainsi fait le partage en six, puis en trois, sans difficulté pour eux.

* La notion de "fraction du gâteau" semble être comprise.

Mais pas de remarque par les élèves sur 4/6 et 2/3.

2°) activité géométrique prévue pour le partage d'un disque en 6, en 5... parties égales :

Utilisation du rapporteur.

ACTIVITE A FRACTIONS 6è II

2ème activité

1°) Fraction d'une longueur

a) Dessiner des segments de 12 cm de longueur.
Colorier 1/4, 1/2, 3/4, 1/3, 1/6, 3/6, 5/12... du segment.

b) Dessiner des segments de 20 cm de longueur.
Colorier 1/4, 3/5, 3/4, 1/10, 3/10, 7/20... du segment.

* Pas de difficulté : les élèves divisent la longueur par le dénominateur et multiplient par le numérateur (sans employer ces mots).

c) Dessiner 6 segments :
Colorier 1/4 du premier, 1/10 du deuxième, 3/4 du troisième, 4/10 du quatrième, 5/8 du cinquième, 2/5 du sixième segment.

* Difficultés rencontrées pour les deux derniers : partage en 5 (pour les 5/8) et en 2 (pour les 2/5) par quelques élèves.

2°) activité géométrique : partage d'un segment par construction géométrique - tracé de parallèles.

ACTIVITE A FRACTIONS 6è III

3è activité

Fraction d'une surface

a) 1 tablette de chocolat comprend 20 carreaux (5 dans la longueur, 4 dans la largeur).
Je mange 3/4 de la tablette, combien de carreaux ai-je mangés ?

Je mange 3/10 de la tablette, combien de carreaux ai-je mangés ?

Je mange 1/20 de la tablette, combien de carreaux ai-je mangés ?

Faire un dessin à chaque fois et colorier la fraction de tablette.

b) Il s'agit de la même tablette de chocolat :
J'en mange 4 carreaux, quelle fraction de la tablette ai-je mangée ?
Mêmes questions pour 5 carreaux, 10 carreaux, 8 carreaux, 7 carreaux. Faire des dessins et colorier.

* Ici les réponses ont été 4/20 ou 1/5 ; 5/20 ou 1/4 ; 10/20 ou 1/2 ; 8/20 ou 2/5.

1ère idée que des fractions écrites différemment peuvent représenter la même "part".

c) Dessiner un carré, en colorier 1/2
Dessiner un carré, en colorier les 3/4
Dessiner un carré, en colorier 1/9.

* Résultats obtenus par quadrillage ou coloriage d'une bande - pas de difficultés.

1er bilan avec la classe

Pour prendre une fraction d'une grandeur, on partage cette grandeur en parties égales. (Combien ? cela dépend du 2è nombre : c'est le dénominateur de la fraction) et on en prend tant (c'est indiqué par le 1er nombre : le numérateur).

ACTIVITE A FRACTIONS 6è IV

4ème activité

Nombres décimaux et fractions

1) lire et écrire les nombres suivants, sans utiliser le mot virgule ou le mot unité :

0,5 ; 0,08 ; 0,75 ; 0,091 ; 0,185 ; 0,003 ; 0,50 ; 0,080.

* Aucune difficulté.
Peut-on écrire ces nombres d'une autre façon ?
0,5 = 5/10 etc.

Pour 0,50 les élèves ont trouvé 50/100 ou 5/10
Pour 0,080 les élèves ont trouvé 80/1000 ou 8/100.

* 2è rencontre avec fractions "égales".

2) Dessiner un bécher de contenance 1 l
mettre un trait pour représenter 1/2 l.
Sur d'autres béchers, tous de contenance 1 l, représenter 1/4 l; 1/8 l ; 1/10 l ; 1/20 l.

Ces mesures : 1/2 l ; 1/4 l ; 1/8 l ; 1/10 l ; 1/20 l, sont les graduations d'un verre "doseur" utilisé à la cuisine.

Dire, pour chaque mesure, à quel nombre décimal, elle correspond
exemple : 1/2 l = 0,5 l

* Sans difficulté.

ACTIVITE A FRACTIONS 6è V

5ème activité

Nombres décimaux et fractions

$$\frac{a}{b} = \frac{ka}{kb}$$

PREREQUIS : conversions unités de capacité, en liaison avec la physique.

1°) Compléter :

1/2 l = 0,5 l → 5... → 50... → 500...

réponses obtenues

0,5 l = 5 dl = 50 cl = 500 ml

0,5 l = 5/10 l = 50/100 l = 500/1000 l

même chose pour 1/4, 1/8, 1/10, 1/20...

D'où les remarques :

1/2 ; 0,5 ; 5/10 ; 50/100 ; 500/1000 sont des écritures d'un même nombre

1/4 ; 0,25 ; 25/100 ; 250/1000 sont des écritures d'un même nombre.

Autres remarques :

5/10 = 50/100 = 500/1000 : on a multiplié le numérateur et le dénominateur par 10, par 100

1/2 = 5/10 : on a multiplié les 2 termes par 5.

2°) Quelle fraction du litre représente 1 dl ? 1 cl ? 1 ml ? 20 cl? 75 cl ? 3 dl ? 25 ml ?

Peut-on écrire plusieurs fractions ? Etudier chaque cas.

* aucune difficulté

Remarques : on peut écrire une infinité de fractions égales : il suffit de multiplier le numérateur et le dénominateur par un même nombre entier.

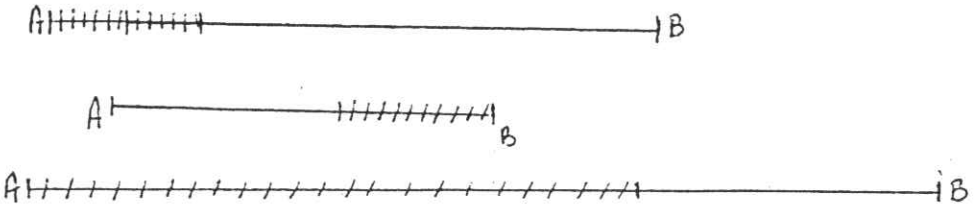
ACTIVITE A FRACTIONS 6è VI

TEST DE CONTROLE

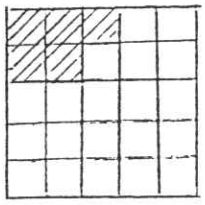
I) Représente les fractions suivantes par un dessin :

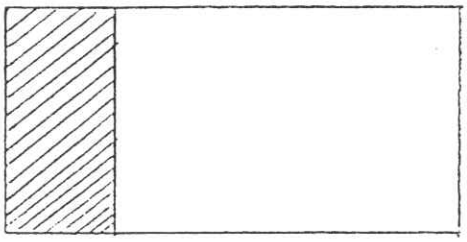
3/4 ; 7/10 : 2/7

II) - 1) Pour chacun des dessins suivants, dis quelle fraction du segment [AB] a été hachurée.



2) Quelles fractions du carré et du rectangle représentent les parties hachurées ?





III) Dessine un segment [AB] de 10 cm de longueur et un segment [CD] dont la longueur est les 3/4 de celle de [AB].

IV) Les fractions suivantes représentent des nombres que l'on peut écrire autrement.

Ecris ces nombres :

1°) sous forme d'un nombre à virgule,
2°) sous forme d'autres fractions égales à la première.

1/4 ; 1/10 ; 4/10 ; 80/100 ; 3/5 ; 20/100 ; 450/1000.

ACTIVITE A BILAN DE CONTROLE VII

I) 3/4 : 100% de bonnes réponses ; 7/10 et 2/7 : 84 % de réponses exactes.
erreurs : - dessins de béchers : partage faux
- rectangle 7 x 2 : confusion entre 7/20 et 7/10
2/7 et 2/14.

II) Segments :
1/4 ; 1 seule erreur (1/8) 94 % de réussite
2/5 ; 3 réponses : 3/5 (partie non hachurée) ; 4 élèves n'ont pas trouvé ; 63 % de réussite.
8/12 ; 2 élèves n'ont pas trouvé ; 1 réponse 5/3 et une 1/27 !
78 % de réussite.

III) 3 élèves ont colorié 1/4 de [AB]
2 élèves ont dessiné [CD] de 3,5 cm de longueur
1 élève a dessiné [CD] de 3 cm de longueur 68 % de réussite
1 élève a dessiné [CD] de 10 cm de longueur.

IV) 3 élèves n'ont pas terminé l'exercice, mais les réponses données étaient justes.

Pour l'écriture à virgule : les erreurs rencontrées sont :

1/4 = 0,5 ; 1/4 = 0,8 ; 1/4 = 0,2 ; 4/10 = 2,5 ; 80/100 = 0,08 ; 20/100 = 0,5 et 1/10 = 0,05.

10 élèves sur 19 ont tout juste.

V) Remarque :

Des contrôles semblables ont été donnés dans les autres sixièmes et donnent des résultats comparables.

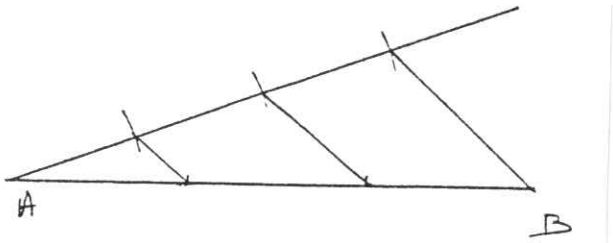
ACTIVITE B

But de l'activité : sens d'une fraction et valeur de la fraction d'une grandeur.

CONNAISSANCES NECESSAIRES :

1) savoir partager un segment en n parts égales par :

a)



la méthode vue au début de l'année pour traçage de parallèles avec la règle et l'équerre. Méthode oubliée par les enfants qui l'ont recherchée pour le cours suivant.

b) la construction de la médiatrice d'un segment dans certains cas.

c) calcul de la longueur d'une part et report au compas de longueurs égales.

2) Division et valeur arrondie.

ACTIVITES

1) Activité 1

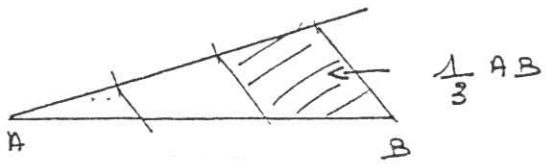
Soit un segment [AB] de 12 cm, représente 1/2, 1/4 ; 3/4 ; 1/6 ; 1/3 ; 1/10 ; 3/10 du segment [AB] et donne la longueur correspondante

* Pour cette activité il y a eu :

- 1/2 h de recherche en cours,
- poursuite à la maison des constructions (mise au propre, ou poursuite),
- 1 h de mise au point pour construction et calculs de longueur avec rétroprojecteur (gain de temps, on travaille avec un segment de base et les enfants "voient" leur camarade manipuler "à plat").

* Les constructions ne posent pas de gros problèmes, le sens est acquis (maladresses de traçage surtout).

Fautes vues :



- par quelques élèves :
- par 1 élève

Il a partagé en 3 puis ?

* Calcul des longueurs

Résultats et écriture donnés au bilan par les élèves (...seulement...)

1/2 AB = AB : 2

1/4 AB = AB : 4

3/4 AB = 1) 4/4 AB - 1/4 AB

2) 1/2 AB + 1/4 AB (1/2 + 1/4 = 2/4 + 1/4)

3) (AB : 4) x 3 (ordre chronologique)

* Remarques

- Les élèves constatent très vite qu'il n'est pas nécessaire, par la construction a), de tracer toutes les parallèles pour obtenir les 3/10 d'un segment par exemple.

- Ils constatent aussi qu'il y a des écarts entre longueurs obtenues par construction et par calcul, nécessité de dessins soignés pour représenter au mieux (mais au mieux seulement).

2) Activité 2

Représenter 2/5 d'un segment [AB] tel que AB = 20 cm

2/3 d'un segment [AB] tel que AB = 20 cm

et donner leur longueur.

* Pour cette activité

- 1/4 h de recherche en classe
- poursuite à la maison
- 1/4 h de mise au point.

* Pas de problème pour les constructions, un peu de maladresse dans les écritures des calculs.

2/5 AB = (AB : 5) x 2 Question (en vue de la suite) : pourrait-on faire ce calcul autrement ?

ou 2/5 AB = (AB x 2) : 5

et on remarque que :

2/3 AB = (20 : 3) x 2 ≃ 6,6 x 2 = 13,2

= (20 x 2) : 3 = 40 : 3 ≃ 13,3 (moins d'erreur par cette méthode).

Faire remarquer sur dessin (avec d'autres nombres) que

(AB : 5) x 2 = (AB x 2) : 5.

ACTIVITE C

*__But de l'activité__

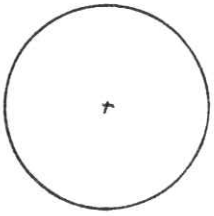
Vérifier le sens d'une fraction quand le numérateur est inférieur au dénominateur. Insister sur la notion de parts égales.

* ACTIVITE

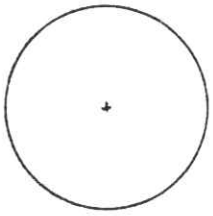
a) Recherche individuelle au brouillon
b) Mise en commun des propositions
c) Etude mathématique des solutions
d) Réalisation au propre du partage en parts égales, puis du coloriage demandé

Colorie :

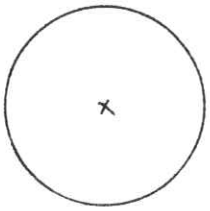
a) 3/4 du disque :



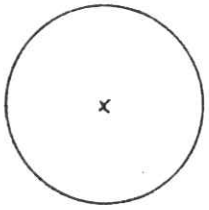
b) 1/8 du disque



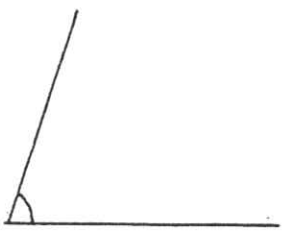
c) 1/6 du disque



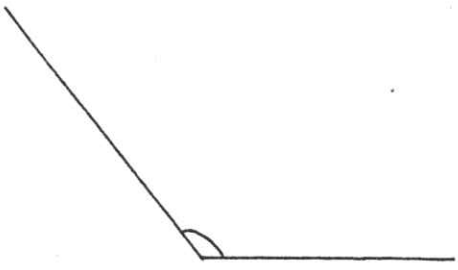
d) 2/5 du disque :



e) 1/7 du secteur angulaire



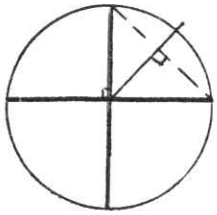
f) 2/9 du secteur angulaire

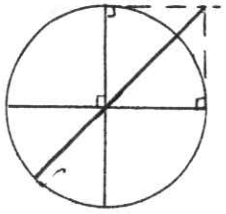


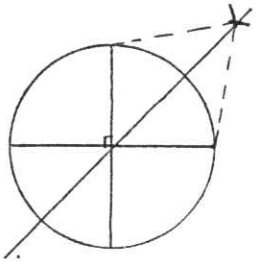
* BILAN :

a) ne pose pas de problème

b) la recherche sur du papier quadrillé amène plusieurs solutions







c) des élèves proposent le report de la longueur du rayon

d) - e) - f) : des essais de partage par construction n'aboutissent pas.

Des élèves réclament l'usage du rapporteur qui est alors étudié, puis utilisé.

Le 1/7, les 2/5, les 2/9 de x° sont trouvés facilement.

ACTIVITE D

L'activité "Etude fractionnaire des décimaux" a pour but :

1) de reconnaître les nombres décimaux parmi les fractions,

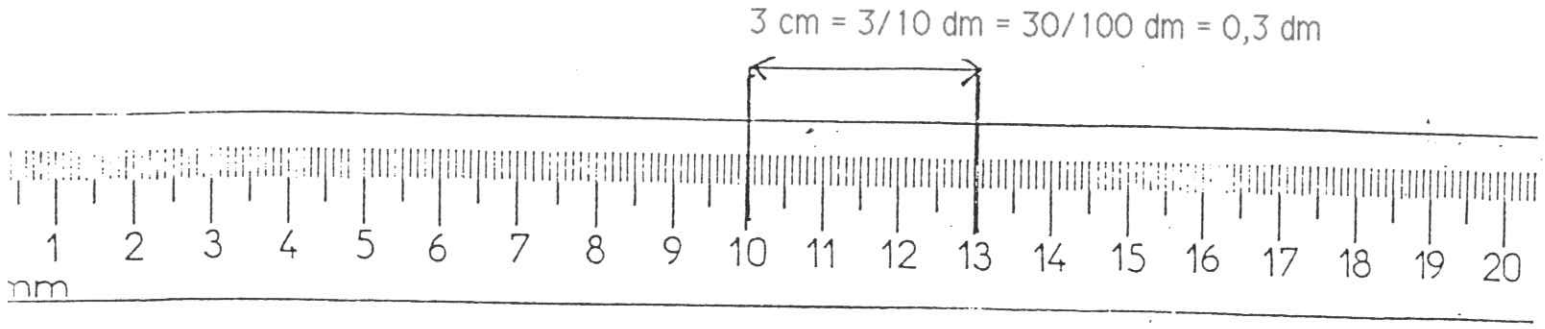
2) de passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire d'un nombre et inversement,

3) de faire intervenir des fractions dont le numérateur est supérieur au dénominateur (cas qui n'avait pas été envisagé dans les activités précédentes).

Cette activité est basée sur les mesures de longueur, ce qui suppose, bien entendu, que les unités de mesure aient été revues. La connaissance de la notion de quotient et de valeur approchée est aussi nécessaire à la bonne compréhension de l'activité par les élèves.

ACTIVITE D

Etude fractionnaire des décimaux



Rappel : 30/100 = 3/10 = 3 : 10 = 0,3

I) Complète :

1cm représente ./10 dm
4 cm représente dm
6 cm représente dm
10 cm représente dm
11 cm représente dm
15 cm représente dm

II) Quelle fraction d'un mètre représente

1dm	1 cm	1 mm
5 dm	8 cm	624 mm
15 dm	350 cm	1280 mm

III) Transforme en centièmes de mètre

2/10 m 8/10 m 17/10 m

IV) a) Soit [AB] un segment de longueur 10 cm.
Dessine un segment [CD] tel que CD = 3/2 AB.

b) Soit [AB] un segment de longueur 6 cm.
Dessine un segment [CD] tel que CD = 9/4 AB.

V) Ecris sous-forme de nombres décimaux les fractions suivantes :

Fractions de dénominateur 10 ; 100	$\frac{2}{10}$	$\frac{375}{1000}$	$\frac{61}{100}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{185}{100}$	$\frac{294}{100}$	$\frac{6}{1000}$	$\frac{25}{1000}$
nombres décimaux								

VI) Ecris sous forme de fractions de dénominateur 10, 100,... les nombres suivants :

nombres décimaux	0,48	0,7	0,283	0,04	0,098	0,062
Fractions de denominateur 10, 100, ...						

VII) Ecris les fractions suivantes avec le dénominateur 100 puis avec le dénominateur 1000.

	$\frac{65}{100}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{8700}{10000}$	$\frac{9300}{10000}$
Fraction dont le dénominateur est 100				
Fraction dont le dénominateur est 1000				

VIII) Complète le tableau suivant

Fraction	Nombre décimal égal à la fraction donnée	Fraction de denominateur 10, 100 ou 1000 égale à la fraction donnée
$\frac{5}{8}$		
$\frac{15}{4}$		
$\frac{2}{2}$		
$\frac{5}{4}$		
$\frac{100}{4}$		
$\frac{10}{4}$		
$\frac{1}{8}$		
$\frac{48}{16}$		
$\frac{3}{40}$		
$\frac{79}{80}$		

IX) Classe les fractions suivantes dans le tableau ci-dessous
7/4 ; 3/6 ; 9/2 ; 1/3 ; 1/9 ; 7/12 ; 6/9 ; 8/16 ; 17/14 ; 3/7 ; 4/4 ; 7/10 ; 2/3 ; 5/2 ; 14/7 ; 21/3 ; 12/6 ; 10/9 ; 8/5 ; 0/2.

Fractions égales à un nombre entier	Fractions égales à un nombre décimal non entier.	Fractions qui ne sont pas égales à un nombre décimal
$\frac{20}{5} = 4$	$\frac{3}{4} = 0,75$	$\frac{3}{11} = 0,2727....$

ACTIVITE E

But de l'activité : simplification de 10 fractions aléatoires avec numérateurs et dénominateurs multiples de 2, 3 ou 5 sur micropoche Pb 700 Casio (programmes conservés en mémoire). Voir annexe.

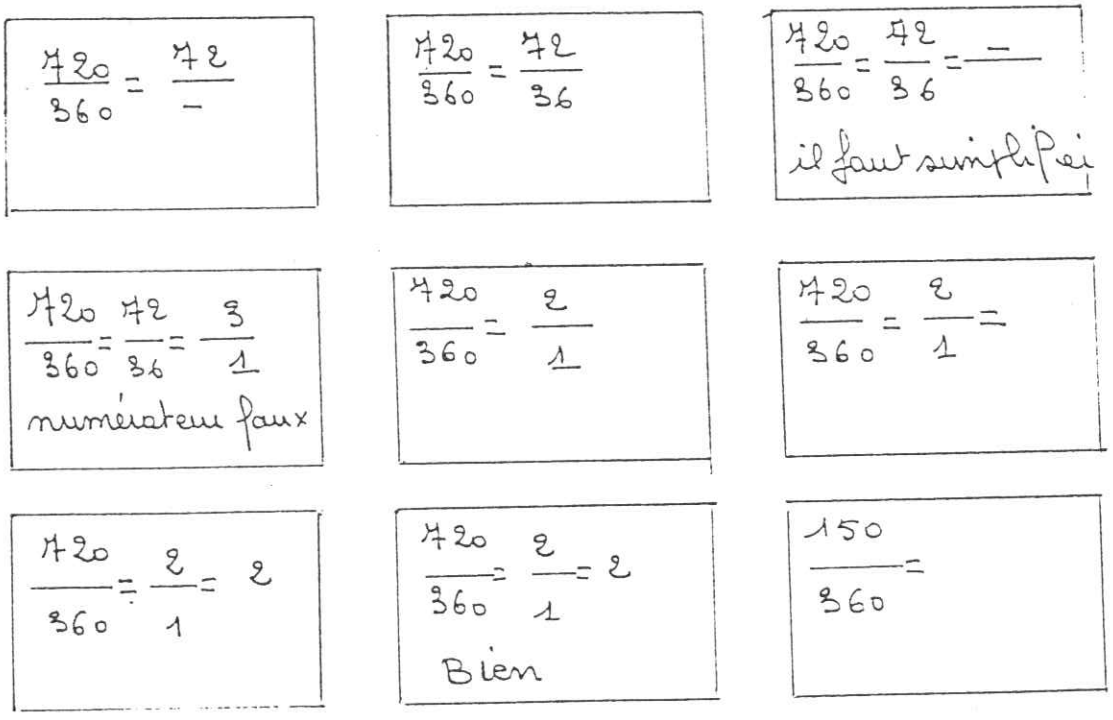
CONNAISSANCES NECESSAIRES : savoir reconnaître les multiples de 2, 3 ou 5.

ACTIVITE : 1er temps : prise de contact à deux avec l'exercice.
2ème temps : travail individuel avec note à la fin de l'exercice (si une réponse est fausse, l'exercice est à refaire, un point est enlevé et la réponse est donnée au bout de la 3ème faute).

Présentation

$\frac{720}{360} = \frac{-}{-}$ (- : curseur)

Réponses possibles



Remarques : - les élèves qui dominaient bien les caractères de divisibilité ont réussi, les autres ont demandé de l'aide,
- on peut facilement modifier le programme pour n'avoir que des multiples de 2, 3 ou 5.

ACTIVITE F

But de l'activité

Savoir additionner, soustraire, multiplier des fractions à dénominateur 10, 100...

ACTIVITE (introduite en devoir maison)

On verse dans un récipient

ⓐ 2/10 l et 3/10 l ⓑ 2/10 l et 3/100 l

Combien a-t-on versé dans chacun des cas ?

* pour ⓐ 2/10 + 3/10 = 5/10
ou 0,2 + 0,3 = 0,5 Méthodes données par les élèves

* pour ⓑ 2/10 + 3/100 = 0,2 + 0,03 = 0,23 = 23/100

Question : "et si on n'utilisait que des fractions ?"
alors les élèves trouvent facilement que 2/10 = 20/100 et que
2/10 + 3/100 = 20/100 + 3/100 = 23/100

Question : "et si on multipliait ces fractions ?"

$$\frac{2}{10} \times \frac{3}{10} = 0,2 \times 0,3 = 0,06 = \frac{6}{100} = \frac{2\times3}{10\times10}$$

$$\frac{2}{10} \times \frac{3}{100} \text{ et } = 0,2 \times 0,03 = 0,006 = \frac{6}{1000} = \frac{2\times3}{10\times100}$$

plusieurs exercices ont été faits pour vérification à la demande des élèves. Le passage du concret à l'abstrait s'est très bien fait.

De même, le calcul d'une fraction d'un nombre s'est facilement fait. Là encore les élèves étaient gênés par le calcul à cause de la notion de diviseurs et de multiples en cours d'acquisition.

RESUME DONNE SUR LES FRACTIONS

a et b étant deux entiers naturels ($b \neq 0$)
a/b est une fraction où
a est le numérateur
b est le dénominateur
a/b est le quotient de a par b

① 5/10 est une fraction où 5 est le numérateur et 10 le dénominateur
5/10 est le quotient de 5 par 10 ;
5/10 = **0,5**

---

② $\frac{8}{20} = \frac{4 \times 2}{10 \times 2} = \frac{4}{10}$

$\frac{c \times a}{c \times b} = \frac{a}{b}$

---

quand on remplace 8/20 par 4/10 on a simplifié la fraction par 2, car 8 et 20 sont des multiples de 2
$\frac{8}{20} = \frac{4 \times 2}{4 \times 5} = \frac{2}{5}$ On ne peut pas obtenir plus simple ; 2/5 est la forme irréductible de 8/20.

Passer de $\frac{c \times a}{c \times b}$ à $\frac{a}{b}$

C'est simplifier la fraction par c $(c \neq 0)$

---

③ 5/5 = 1

2/5 = 0,4

8/5 = 1,6

$\frac{a}{b} = 1$ signifie que a = b

$\frac{a}{b} < 1$ signifie que a < b

$\frac{a}{b} > 1$ signifie que a > b

---

④ $\frac{2}{15} \times 12 = \frac{2 \times 12}{15}$; $\frac{2}{5} \times 1{,}2 = \frac{2 \times 1{,}2}{5}$

$\frac{2}{3} \times 3 = 2$

$\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$

$\frac{a}{b} \times b = a$

---

⑤ $\frac{2{,}3}{5{,}8} = \frac{2{,}3 \times 10}{5{,}8 \times 10} = \frac{23}{58}$

le quotient de deux décimaux peut s'écrire sous la forme d'une fraction.
Application au calcul mental
$\frac{3{,}8}{0{,}1} = 38$; $\frac{4{,}8}{0{,}01} = 480$

a et b étant deux décimaux $(b \neq 0)$ $\frac{a}{b}$ est le quotient de a par b).
Diviser par 0,1, c'est multiplier par 10.
Diviser par 0,01, c'est multiplier par 100.

⑥ 3/10 + 4/10 = 0,3+0,4=0,7
donc 3/10 + 4/10 = 7/10
2/10 + 5/100 = 0,2+0,05 = 0,25 = 25/100
2/10 + 5/10 = 20/100 +5/100 = 25/100.

$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$

⑦ 84/100 - 2/10 = 84/100 - 20/100 = 64/100

$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$ $(a \geq b)$

⑧ 2/10 x 3/10 = 0,2x0,3=0,06=6/100

2/10 x 3/100 =0,2x0,03=0,006= 6/1000

$\frac{a}{c} \times \frac{b}{d} = \frac{a \times b}{c \times d}$

c et d : 10, 100, 1000,...

§

Bilan des activités

Les fractions n'ont été introduites que fort timidement à la rentrée et au cours de l'année. Nous nous sommes aperçus que :

- la manipulation des fractions à dénominateur 10, 100... a permis à certains enfants de saisir le sens des chiffres derrière la virgule de comparer plus facilement 0, 34 et 0,5 en passant par $\frac{34}{100}$ et $\frac{50}{100}$.

Aussi l'outil fraction sera beaucoup plus utilisé dès la rentrée prochaine.

De plus on étalera davantage les approches et les exercices sur le sens des fractions et fraction d'une grandeur pour réinvestir et ainsi diminuer l'oubli.

L'introduction des fractions en 6ème a, entre autres,

- apporté un plus haut niveau des simplifications dans les calculs (en cours d'acquisition, les enfants n'étant pas toujours à l'aise avec les notions de diviseurs et de multiples, à approfondir en début d'année). L'écriture d'un quotient a évolué de a : b vers $\frac{a}{b}$ (on voit mieux les simplifications éventuelles).

- permis de faire plus de problèmes avec les fractions,
- permis de calculer plus rapidement un pourcentage.

COMMENTAIRES DES NEUF ENSEIGNANTS DU COLLEGE LA REINETIERE
ayant participé au Suivi Scientifique

L'équipe a travaillé dans une bonne ambiance, même si parfois on discutait fort ! Les échanges entre les collègues sont devenus plus nets, plus directs. On se remet davantage en question.

Même si certains travaillaient déjà ensemble, on constate maintenant une cohésion de toute l'équipe. Par rapport aux questions qu'on se pose, le travail en équipe a accéléré le processus de la réflexion.

On s'est donné le temps d'approfondir les programmes et les méthodes.

Cette concertation nous a amené à avoir plus de rigueur dans notre organisation :

- Quel est le matériel demandé aux élèves qui convient le mieux en fonction des nouvelles méthodes ? (pour les activités, les synthèses, les règles de calcul mental rencontrées tout au long de l'année...)

- Que fait-on écrire sur le cahier de cours ? Que polycopie-t-on ? Quel est le minimum indispensable ? Faut-il ne mettre qu'une généralisation ? Des exemples ? Cela dépend peut être de la réaction de la classe face à l'activité proposée ou de l'activité.

- Elle a eu des incidences sur les autres niveaux (en particulier à propos des synthèses),

cependant,

- Les recherches d'activités n'ont pas toujours été assez approfondies.

- Dominant mal le programme, on a mal géré le temps entre les activités numériques et géométriques (on a tendance à approfondir les activités que le groupe est en train de travailler).

- Il aurait fallu prendre et avoir le temps de faire un bilan sur les activités ce qui n'a pas toujours été suffisamment fait.

- On travaillait de 17 h à 20 h, non idéal (conseil de classe, fatigue, raisons personnelles...), l'équipe n'était pas complète à toutes les séances.

- Le groupe était un peu important pour être efficace (digressions).

- Les évaluations n'ont pas toujours été suffisamment recherchées.

Malgré tout, les méthodes et les contenus de ces nouveaux programmes ont fait que tous nos élèves (faibles ou non) ont été actifs en classe, mais nous n'avons pas assez de recul pour savoir s'il y a un plus dans les acquisitions. Cette année, nous n'avons pas eu de reproches sur "les math modernes" seulement un peu de surprise de voir arriver sur le cahier de cours les définitions assez tard parfois.

On a expliqué qu'en cours d'activité on est en cours d'apprentissage et que la notion visée ne sera mise au point qu'au bilan. Mais certains de nos élèves ont réclamé des définitions en cours de travail d'où la nécessité d'un livre bien structuré ce qui a fait défaut à nos élèves cette année.

Pour mieux fonctionner l'an prochain :

Le groupe se réunira le jeudi 3 h et se partagera pendant 2 h.

- 1 groupe 6ème de collègues qui n'ont pas eu de 6èmes en 85-86 et qui en auront en 86-87 (mise au point, critiques d'activités, nouvelles activités, recherche de contrôle pour les 5èmes en fonction des objectifs fixés par le groupe de 5ème).

- 1 groupe 5ème de collègues qui suivent leurs 6èmes en 5ème (recherche d'activités (5è), de contrôles pour les 6èmes en fonctions des objectifs fixés par le groupe de 6ème).

puis 1 h de synthèse où l'équipe se réunira pour confronter les recherches et les critiquer.

ANNEXES

I - POURQUOI LE MICROPOCHE AU COLLEGE DE SAINTE-LUCE ?

En 1983, grâce à un prêt de casio FX FO2P par l'IREM de Nantes, des enseignants de mathématiques et physique du collège expérimentent le micropoche comme outil pédagogique dans leur enseignement en utilisant des programmes écrits par eux-mêmes.

Depuis, l'expérience se poursuit et le soutien de l'administration et des parents d'élèves a permis une dotation d'une mallette pour la classe de 15 PB 700, de 3 PB 770 pour le CDI et de 2 interfaces cassette-imprimante pour le chargement des programmes par magnétophone.

II - LE CASIO PB 700

Le Casio PB 700 est un petit ordinateur individuel de type micropoche

- qui possède 2,8 kilo-octets avec extension possible jusqu'à 16 kilo-octets,
- qui permet d'utiliser 10 programmes différents,
- qui possède 4 lignes d'écran. (On peut écrire correctement les puissances),
- qui possède les minuscules et les majuscules (on peut écrire correctement "dm", par exemple).

III - LE MICROPOCHE DANS NOTRE ENSEIGNEMENT

Nous l'utilisons :

Pour des activités : - d'acquisition de notions .
- de contrôle .
- d'entretien .

1) Les types d'organisation le plus souvent utilisés

1/4 H ou 1/2 H dans le cours	ou	1 Heure banalisée

-Explication orale .

-Travail à deux pour prendre connaissance du type d'exercice .

- Phase d'acquisition à deux de la notion avec correction mutuelle et aide éventuelle de l'enseignant .

-Explication orale .

- Classe partagée en deux .

G(1)	G(2)
-Travail individuel avec exercices programmés.	-Autre exercice . (ex: correction devoir manipulations en physique , tracés en géométrie ...)

- Inversion des groupes durant l'heure .

2) Remarques

a) Dans le cas d'acquisition de notions

Toute notion qui est l'objet d'un exercice programmé est au préalable introduite .(le micropoche est un outil) .

Le travail peut-être simplement mental . Dans ce cas l'utilisation de papier , crayon ... est supprimée, seul le résultat est pris en compte .

Le travail peut être demandé avec support écrit :

- soit à titre de brouillon pour poser certains calculs ,
- soit pour être relevé à la fin de la séquence afin de cerner les difficultés de chaque élève ou pour vérifier les méthodes de travail .

b) Dans le cas d'activité de contrôle

Les consignes sont données oralement et écrites au tableau (en particulier si le second groupe ne doit les utiliser qu'en cours de séance) .

La note (prévue dans le programme) est relevée à la fin de la séquence .

c) Dans le cas d'activité d'entretien

A l'occasion d'une acquisition qui fait appel aux mêmes notions de base .

Ex : multiplier ou diviser par 10, 100, 1000 pour les conversions d'unités de longueur, de capacité, de masse .

Rappels de notions .

Reprise d'un exercice programmé mal assimilé ou à titre de révision .

⑧- AUTRE UTILISATION

Les micropoches peuvent être utilisés en CDI en libre service par les élèves qui veulent reprendre une notion mal comprise.

IV - CONCLUSION

L'utilisation du micropoche permet :

. Pour l'élève : une activité autonome, efficace, qu'il fait avec plaisir et qui respecte ses rythmes de travail et d'acquisition.

. Pour l'enseignant : une plus grande disponibilité auprès des élèves en difficulté et un moyen supplémentaire d'évaluation des résultats de nos élèves.

Aussi le micropoche nous paraît un moyen pédagogique supplémentaire non négligeable dans notre enseignement.

Annick MARTIN,
Annick et Christian MASSOT
IREM de Nantes.

EXTRAIT DU PROGRAMME (sixième)

2. Travaux numériques

En dehors du paragraphe 7, les nombres utilisés sont *positifs*.

1. Techniques opératoires (mentales ou écrites) sur les nombres entiers et décimaux. Procédés de calcul approché : troncature et arrondi ; ordre de grandeur d'un résultat.
2. Écriture fractionnaire de décimaux et opérations +, −, ×. Critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9.
3. Quotient de deux décimaux, écriture $\frac{a}{b}$; approximations de ce quotient.
   Multiplication d'un décimal par $\frac{a}{b}$, avec a et b entiers ($b \neq 0$).
4. Initiation aux écritures littérales (exemples : formules d'aires...).
5. Rangement de nombres.
6. Équations du type
   $$23 \times \square = 471{,}5 \text{ ou } \frac{2{,}05}{\square} = 8{,}2.$$
7. Exemples introduisant les nombres relatifs à partir de problèmes variés.
   Somme et différence de deux entiers relatifs simples. Exercices concernant le repérage d'un point sur une droite orientée munie d'une origine et régulièrement graduée.
   Coordonnées d'un point du plan, en repère orthogonal.

2.2. ÉCRITURE FRACTIONNAIRE DE DÉCIMAUX

Les travaux conduiront à l'écriture d'un nombre décimal sous diverses formes fractionnaires : initiation à la manipulation des fractions. Les techniques des opérations +, -, x ne seront exposées que dans le cas d'écritures fractionnaires : ayant pour dénominateurs des puissances de dix, et cela en liaison étroite avec les techniques opératoires en écriture décimale.

Les critères de divisibilité, que l'on ne justifiera pas, s'appliqueront à la simplification d'écritures fractionnaires et à des exercices de calcul mental.

2.3. QUOTIENT DE DEUX DÉCIMAUX

Il s'agit ici d'un simple jalon vers un élargissement des opérations. Dans ce paragraphe, on travaille uniquement sur des exemples numériques et au travers de problèmes. Ces travaux dégagent et utilisent les deux idées suivantes :

- le quotient $\frac{a}{b}$ de deux nombres décimaux est un nombre qui multiplié par b donne a ;
- on ne change pas le quotient quand on multiplie a et b par un même nombre non nul.

La multiplication d'un nombre décimal par un quotient intervient, en particulier, dans des problèmes de proportionnalité.

COMPETENCES EXIGIBLES DES ELEVES

- Sur des nombres décimaux courants :
  - passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire et vice-versa ;
  - effectuer des opérations techniquement simples en écriture fractionnaire, les dénominateurs étant des puissances de dix.

- Avec une calculatrice : donner une approximation décimale d'un quotient de deux décimaux.
- Sans calculatrice : multiplier un décimal par $\frac{a}{b}$ (a et b entiers) dans le cas d'une opération techniquement simple.
- Avec une calculatrice : donner des approximations décimales du produit d'un décimal par $\frac{a}{b}$ (a et b entiers).

AUTRES PUBLICATIONS DISPONIBLES A L'IREM DE NANTES:

1- SUIVI SCIENTIFIQUE 1985-1986

Bulletin Inter-IREM 1er cycle.
Nouveaux programmes de 6è.

Format : A5 , 270 pages , 35 F

Thèmes abordés :
Repérage, reproduction de figures planes simples, symétrie orthogonale, les aires, représentation et organisation des données, nombres et calculs, éléments pour une réflexion (conception de l'apprentissage, problème de l'évaluation).

2 - A PROPOS DE LA SYMETRIE ORTHOGONALE

IREM de Nantes - Centre de Nantes
Réf : Nanta IREMICA N° 30

Format : A4 , 137 pages , 35 F

Compte-rendu du Suivi Scientifique décrivant diverses présentations et utilisations de la symétrie orthogonale.

3 - A PROPOS DE GESTION DE DONNEES

IREM de Nantes - Centre de Nantes
Réf: Nanta IREMICA N° 32

Format A4 , 50 pages , 15 F

Compte-rendu du Suivi Scientifique 6è,présentant des travaux autour d'activités .

4 - L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES PAR SITUATIONS PROBLEMES AU COLLEGE

IREM de Nantes - Centre du Mans

Format A4 , 113 pages , 30 F

Document réalisé à partir des recherches effectuées par l'équipe collège du Centre du Mans.

Contenu : l'enseignement par situations-problèmes, les nouveaux programmes, l'inégalité triangulaire, champ de problèmes champ de concepts, repérages, logo et géométrie.

Nt 34 CALCULATRICES ET ACTIVITES MATHEMATIQUES EN COLLEGE

D. Avedissian, R. Torrent
Format A4, 113 pages, 35 F

Cette brochure rassemble les travaux réalisés dans le cadre de deux expériences menées en collège,sur l'introduction de matériel de calcul en cours de mathématiques (TI 57 et PC 1211).

Nt 50 GEOMETRIE EN COLLEGE

Format A4, 32 pages, 12 F

Nt 29 MATHEMATIQUES COMPAREES:Angleterre,Allemagne Fédérale,Québec,Chine

A. Bigard
Format A4, 91 pages, 20 F

Nt 45 PYTHAGORE,PUZZLES,AIRES ET PROBLEMES DE DECOUVERTES

R. Torrent
Format A4, 40 pages, 12 F

Nt 46 REFLEXION SUR LES ELEVES EN DIFFICULTE DE LECTURE EN 6ème ET 5 ème ET APPROCHE PEDAGOGIQUE

Format A4, 118 pages, 40 F

NOUVEAU CATALOGUE DES PUBLICATIONS DES IREM (oct 86)

Format A5, 243 pages, 35 F

Achevé d'imprimer sur les presses de l'Université de NANTES :
Dépot légal 4ème Trimestre 1987