LA TRAJECTOIRE DES PROJECTILES
DE TARTAGLIA A GALILEE

Evelyne BARBIN
Université du Maine

Michèle CHOLIERE
Lycée de Porto-Novo, Benin

La principale motivation des travaux scientifiques du XVIIème siècle est l'étude des mouvements. Les spéculations des doctes scolastiques du Moyen-Age sur les causes du mouvement laissent place aux recherches de mathématiciens-ingénieurs intéressés par les phénomènes et les proportions des mouvements. Comme l'écrit Voltaire au siècle suivant, "Il nous est donné de calculer, de peser, de mesurer, d'observer (...), la véritable physique consiste à déterminer tous les effets. Nous connaîtrons les causes premières quand nous serons les dieux"(1). Plusieurs problèmes auxquels s'attaquent les scientifiques les amènent à déterminer les trajectoires de corps en mouvement. Le problème des longitudes -connaître la longitude d'un bateau en mer- conduit à étudier la trajectoire de la lune afin d'élaborer des tables précises, utiles aux navigateurs. La question majeure de la science balistique est de définir la trajectoire des projectiles en vue de calculer les portées des boulets selon l'angle d'inclinaison du canon. Au XVIIème siècle, étudier les mouvements terrestres ou célestes signifie établir des lois ou des règles qui mettent en relation distances, temps et vitesses, et les mathématiques apparaissent comme l'instrument privilégié pour cette étude.

La confrontation des mathématiques à ces nouveaux problèmes va imposer de nouvelles conceptions et provoquer des transformations des concepts et des théories mathématiques. Dans l'Antiquité, les

(1) VOLTAIRE, Dictionnaire philosophique, article cartésianisme.

courbes de la géométrie grecque sont des objets statiques, tandis que les courbes résultant de mouvements -la spirale ou la quadratrice- sont rejetées du domaine strictement mathématique. Au XVIIème siècle, la tendance se renverse. Avec l'étude des mouvements, les mathématiciens considèrent que toute courbe est la trajectoire d'un point en mouvement. Descartes, lui-même, examine dans La Géométrie, selon une subtile distinction, les courbes décrites par des mouvements qui se règlent mutuellement. Puisque les courbes sont décrites par des mouvements et que les mouvements sont conçus comme relations entre distances, vitesses et temps, il devient nécessaire d'associer à l'idée de courbe celle de relation entre quantités. Ainsi s'ouvre la voie d'accès au concept de fluxion introduit par Newton. Les problèmes et les concepts mathématiques se modifient. Roberval définit la tangente en un point d'une courbe comme la direction du mouvement en ce point, et en déduit une méthode générale pour calculer les tangentes. Newton ramène les deux principaux problèmes sur les courbes, celui des tangentes et celui des quadratures, à deux questions sur les mouvements : calculer la vitesse à un moment donné connaissant la distance parcourue, et sa réciproque. Ceci lui permet de considérer les deux problèmes comme inverses l'un de l'autre et de définir les principes du calcul infinitésimal.

L'étude des trajectoires des projectiles aux XVIème et XVIIème siècles est soutenue par la demande des canonniers qui désirent perfectionner leur art. Aussi est-ce à travers des traités d'artillerie et des traités scientifiques que nous tracerons l'histoire des tentatives, des résultats, des questions et des rebondissements qui ont accompagné les premiers pas de cette nouvelle science, la balistique.

S O M M A I R E

I. Du mouvement des projectiles à la trajectoire du boulet de canon

1. Les mouvements dans la Physique d'Aristote
2. Le mouvement des projectiles chez les scolastiques
3. La mécanique de la Renaissance
4. Bombes et mortiers
5. La nouvelle science

II. La balistique de Nicolas Tartaglia

1. La trajectoire du boulet de canon dans la Nova Scientia
2. La trajectoire curviligne du boulet de canon
3. La portée du canon
4. Le mouvement des projectiles de Tartaglia à Galilée

III. Les traités d'artillerie du début du XVIIème siècle

1. L'équerre de Tartaglia
2. Les éléments de l'artillerie de Rivault
3. L'artillerie d'Ufano
4. Les expériences de tir

IV. L'étude des mouvements par Galilée

1. La mesure et la connaissance des phénomènes
2. L'appel à l'expérience
3. La loi des espaces dans les Discours
4. Chute des graves et rotation de la terre

V. La trajectoire parabolique du boulet de canon

1. La parabole
2. Le problème de la résistance de l'air
3. Le calcul des portées
4. De la parabole statique à la parabolique dynamique

VI. Galilée et les hommes de l'art

1. La règle des sinus et l'équerre de Torricelli
2. Les tribulations de Torricelli
3. Les traités d'artillerie de la fin du siècle

I. Du mouvement des projectiles à la trajectoire du boulet de canon

En 1537, Tartaglia publie la Nova Scientia dans laquelle il s'interroge sur la trajectoire du boulet de canon. L'intérêt pour le mouvement des projectiles n'est pas nouveau. Mais, jusque-là, le mouvement des projectiles n'était qu'un argument, intervenant dans un contexte large, celui de l'étude des mouvements, et même très large dans la tradition aristotélicienne, celui de l'étude des changements. Il est nécessaire de replacer les travaux des XVIème et XVIIème siècles dans ce contexte aristotélicien et scolastique. Nous ne pouvons, en effet, les estimer et les comprendre que si nous considérons le climat intellectuel dans lequel leurs auteurs se sont formés et contre lequel ils ont dû affuter leurs arguments. Nous ne pouvons, par ailleurs, interpréter les différentes étapes de la connaissance qu'en nous attachant, pour chacune d'elles, à bien définir l'objet des recherches. Or, entre Aristote et Tartaglia, cet objet va d'un général à un très particulier, qui n'est même plus le mouvement des projectiles mais le mouvement du boulet de canon, et même, la trajectoire de ce boulet. Nous chercherons, à travers un historique schématisé, à saisir les motivations et les difficultés qui accompagnent ce passage de l'un à l'autre objet. Ce qui peut sembler, a priori, un simple rétrécissement du champ des investigations, correspond en fait à un nouveau mode de questionnement et de vision du monde, riche en développements futurs.

1. Les mouvements dans la Physique d'Aristote

La Physique d'Aristote veut rendre intelligible tout ce qui, dans la nature, bouge et se modifie. Elle distingue quatre sortes de changement : la mort ou la naissance, le changement de qualité, le changement de quantité et le changement de lieu dit "mouvement local" (1).

Pour Aristote, l'idée de mouvement est intimement liée à celle de force ou de puissance. Par ailleurs, tout mouvement suppose l'existence d'un moteur : aucune chose ne se meut de soi-même. Il existe une proportion entre la force motrice, le poids du mobile,

(1). DEGANDT Les mathématiques grecques dans leur contexte philosophique

la distance parcourue et le temps de parcours : "Si le moteur est α, le mobile β, la longueur parcourue γ et le temps employé à la parcourir δ, alors une même puissance, savoir la puissance α, mouvra dans le même temps la moitié de β le long d'un parcours double de γ ; elle la mouvra de la longueur γ en un temps moitié moindre que δ : car les proportions seront ainsi sauvegardées"(1).

Selon cette loi, tout mouvement implique une résistance du milieu. Ceci permet à Aristote d'expliquer la non existence du vide : dans le vide l'absence de résistance signifierait un mouvement infini, ce qui est inconcevable dans un univers fini. L'impossibilité de concevoir le mouvement sans résistance constitue un premier verrou qu'il sera nécessaire de faire sauter pour entreprendre une étude quantitative du mouvement. Car la Physique constitue, à quelques exceptions près comme la loi précédente, une approche qualitative du mouvement s'appuyant sur des observations très immédiates(2).

Aristote distingue deux sortes de mouvements : le mouvement naturel et le mouvement violent. Dans le monde céleste, les étoiles et les astres sont animés d'un mouvement naturel et circulaire autour du centre de la terre. Dans le monde sublunaire, tendre vers le centre de la terre et s'en éloigner sont des mouvements naturels. En effet, à tout élément correspond un lieu naturel vers lequel il tend à revenir. Ainsi, la chute des corps pesants -la chute des graves- est un mouvement naturel car le lieu naturel des graves est le centre du monde, et la montée de la flamme également car le lieu naturel des corps légers est l'orbe de la lune. Dans la chute des graves, plus le grave s'approche de son lieu naturel, plus la vitesse augmente. Aristote énonce dans le Traité du Ciel que le rapport des temps de chute de deux graves est inversement proportionnel à leurs poids(3).

Par contre, le lancer d'un projectile est un mouvement violent: il arrache un grave à son lieu naturel. Une fois le projectile lancé, le moteur qui permet la poursuite du mouvement réside dans l'air ébranlé. Que l'air conserve l'impulsion du mouvement et joue ainsi

(1). ARISTOTE, Physique , livre VII, Chapître V.
(2). DUGAS, La mécanique au XVIIème siècle.
(3). Livre I.

le rôle de moteur peut sembler contradictoire avec l'existence d'une résistance du milieu(1). Les continuateurs auront à assumer cette contradiction ou à proposer une autre explication à la poursuite du mouvement.

Aristote sait composer les mouvements selon la règle du parallélogramme : "Si un mobile se meut à la fois de deux mouvements tels que les espaces parcourus en un même temps soient dans un rapport invariable, ce mobile se meut suivant la diagonale d'un parallélogramme qui a pour côtés deux lignes dont les longueurs sont dans ce rapport". Mais la distinction entre mouvement naturel et mouvement violent peut empêcher d'appliquer cette règle dans toute sa généralité. Elle va constituer un second verrou qui empêche une étude quantitative du mouvement des projectiles car peut-on composer librement un mouvement naturel et un mouvement violent ?

Aristote utilise surtout ses raisonnements sur le mouvement pour spéculer à propos de questions très générales et purement abstraites ; par exemple, l'analyse du continu, l'existence du vide, l'existence d'un corps infini(2). Ceci explique sans doute qu'il s'en tienne à une étude sur la nature et l'essence du mouvement : existence d'un moteur, distinction entre mouvement naturel et violent. Mentionnons qu'Aristote observe, contre la doctrine pythagoricienne du mouvement de la terre, qu'une boule lancée verticalement retombe à son point de départ, car cet argument aura, nous le verrons, une histoire intéressante.

La plupart des héritiers scolastiques d'Aristote ont sensiblement les mêmes motivations que leur maître, aimé ou contesté(3). Ils s'intéressent à la nature du mouvement et s'efforcent de justifier leurs explications en les appliquant aux différentes sortes de mouvement ; essentiellement, les mouvements célestes, la chute des graves et le mouvement des projectiles. Cet intérêt pour l'étude des mouvements se situant souvent dans des préoccupations plus larges sur les changements des qualités.

(1). DUGAS, Histoire de la Mécanique
(2). DEGANDT, Les mathématiques grecques dans leur contexte philosophique
(3). sur la réaction contre la Physique d'Aristote au Moyen-Age, voir Histoire Générale des Sciences, tome I

2. Le mouvement des projectiles chez les scolastiques

Aux XIIIème et XIVème siècles, les écoles d'Oxford et de Paris remettent en cause un certain nombre de préceptes aristotéliciens et introduisent des outils mathématiques de la cinématique. Nous mentionnons ici quelques travaux des XIVème et XVème siècles dans lesquels des conceptions originales concernant le mouvement s'accompagnent de nouvelles considérations sur le mouvement des projectiles(1).

A Oxford, Guillaume d'Ockham s'appuie sur une "connaissance intuitive" acquise à partir de l'observation pour rejeter toute idée de finalité. Concernant le mouvement des projectiles, il considère que le moteur ne peut être ni l'appareil de lancement -celui-ci peut être détruit sans que l'objet s'arrête-, ni l'air -l'air ébranlé par deux flèches venant se heurter ne peut être mû dans deux mouvements contraires-, ni une vertu motrice communiquée au projectile. Il rejette ainsi la thèse d'Aristote aussi bien que la doctrine de l'impetus qui règne à Paris.

La scolastique oxfordienne met en place, avec les travaux de William Heitesbury et de Richard Swineshead, un calcul des grandeurs et des qualités susceptibles d'augmentation ou de diminution. Ce calcul permet d'étudier la cinématique des mouvements uniformes, uniformément difformes -translation uniformément accélérée- et difformément difformes. Ainsi, le théorème de Merton ramène le mouvement uniformément difforme à un mouvement uniforme. Il énonce que le mouvement uniformément difforme est équivalent, par rapport à la distance parcourue en temps donné, à un mouvement uniforme dont la vitesse est la vitesse moyenne du mouvement uniformément difforme. Le Detribus praedicamentis d'Heystesbury distingue l'accélération de la vitesse : la première se comporte par rapport à la deuxième, comme celle-ci se comporte par rapport à l'espace parcouru. Le Liber calculationum de Swineshead affirme qu'un mobile partant du repos et animé d'un mouvement uniformément accéléré parcourt dans la deuxième moitié du temps trois fois plus de chemin qu'en la première moitié. Malheureusement, la cinématique développée par les oxfordiens est purement abstraite, ils continuent par ailleurs à étudier de manière qualitative la chute des graves.

(1). pour plus de détails sur les travaux des XIIIème, XIVème et XVème siècles, on pourra se reporter à DUGAS, Histoire de la Mécanique.

La doctrine de l'impetus est introduite par Jean Buridan, recteur de l'Université de Paris, pour traiter correctement le mouvement des projectiles. Il s'insurge contre l'opinion d'Aristote, selon laquelle le projectile est poussé ou mû par l'air ambiant, en s'appuyant sur des observations : une toupie séparée de l'air par un chiffon continue à tourner, l'air ne peut soutenir une pierre lourde. Buridan explique que : "Le moteur imprime au mobile un certain impetus, une certaine puissance motrice dans la direction même où le moteur se mouvait lui-même, soit vers le haut, soit vers le bas, soit de côté, soit circulairement ; et plus rapidement le moteur meut le mobile, plus il lui imprime d'impetus. Et c'est cet impetus qui meut le projectile lorsque le projiciens a cessé de le mouvoir. Mais du fait de la résistance de l'air, et du fait de la gravité du projectile qui l'incline à se mouvoir en un sens contraire à celui où l'impetus a puissance de mouvoir, cet impetus s'affaiblit continuellement. Par suite le mouvement du projectile se ralentit sans cesse, et ainsi diminue et se corrompt l'impetus, du fait que la gravité le domine et meut le projectile vers son lieu naturel".

La doctrine de l'impetus permet à Buridan d'expliquer la permanence des mouvements des corps célestes -les corps célestes n'ont "aucune inclination vers d'autres mouvements"- et l'accélération de la chute des graves -le grave est soumis à "l'effet simultané de la gravité naturelle et de l'impetus acquis"-. Buridan se pose la question de la nature de l'impetus : il estime que l'impetus est distinct du mouvement et qu'il est une chose permanente qui ne se corrompt que du fait d'une résistance ou d'une action contraire, comme celle de la gravité dans le cas des projectiles.

Nicole Oresme utilise également la notion d'impetus dans le cas des mouvements terrestres accélérés : "Par l'accroissement de la vitesse est acquise et causée en la chose mue une qualité motive nouvelle, laquelle nous pouvons nommer force ou raideur ; et cette qualité ou raideur fait aide au mouvement naturel, et meut la chose mue violemment quand elle est séparée du premier moteur".

Dans le Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum, Oresme substitue aux calculs des oxfordiens une représentation géométrique des qualités et des mouvements : "Toute intensité qui peut être acquise progressivement doit être représentée par une ligne

droite élevée perpendiculairement en un point de l'espace ou du sujet de la chose intensive, par exemple d'une qualité.(...) Ainsi toute qualité uniforme est représentée par un rectangle et toute qualité uniformément difforme se terminant à un degré nul est représentable par un triangle rectangle. De plus, toute qualité uniformément difforme se terminant à ses deux extrémités avec des degrés non nuls doit être représentée par un quadrangle ayant deux angles droits à sa base et les deux autres angles inégaux. Toute autre qualité linéaire est dite difformément difforme et est représentée par des figures disposées autrement, selon de multiples variations, dont on considèrera certains modes plus loin". Ainsi, les différents mouvements peuvent être représentés par des figures géométriques (Fig.1). Le théorème de Merton est démontré géométriquement. Le mouvement uniformément difforme représenté par le triangle ACB est équivalent, par rapport à la distance parcourue en un temps donné,

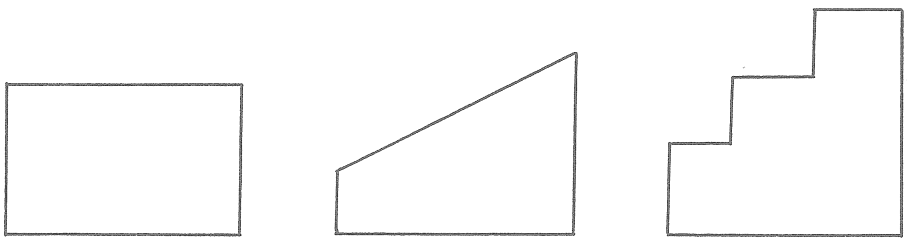

Fig.1

au mouvement uniforme représenté par le rectangle AFGB tel que AF = FC (Fig.2). En effet, les aires du triangle et du rectangle étant égales, "les qualités" qu'elles représentent sont égales. Il reste à expliquer pourquoi ces aires représentent les distances parcourues(1).

(1). sur les travaux d'Oresme, voir Cahiers du Séminaire de Nice n°18 et n° 19.

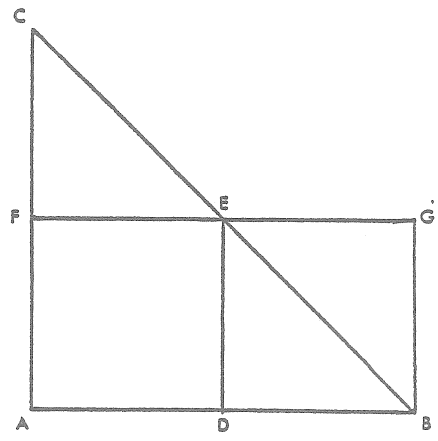

Fig.2

La doctrine de l'impetus de Buridan connaît des variantes dans les travaux d'Albert de Saxe, de Marsile d'Inghen et de Nicolas de Cues. Albert de Saxe examine deux possibilités concernant la croissance de la vitesse des graves, elle est proportionnelle à la distance parcourue ou au temps écoulé, et les rejette toutes deux car elles conduisent à une vitesse infinie. Marsile d'Inghen distingue deux sortes d'impetus : celui du mouvement rectiligne et celui du mouvement circulaire. Nicolas de Cues compare l'impression de l'impetus sur un mobile à la création de l'âme en un corps.

La théorie du mouvement des scolastiques garde un esprit très aristotélicien. La notion d'impetus, plus probante que celle de moteur, est une innovation : mais les préoccupations et les modes d'explication changent peu. Les scolastiques spéculent sur la nature du mouvement, s'en tiennent à des aspects qualitatifs et s'appuyent sur des observations directes. Cependant, les scolastiques ont introduit, avec le calcul des grandeurs des oxfordiens et la représentation géométrique des formes d'Oresme, des outils mathématiques de la cinématique capables de mesurer et de quantifier les mouvements. Mais le contexte dans lequel sont construits ces outils est trop

large : la représentation d'Oresme est destinée à mesurer la distance, la blancheur aussi bien que la charité, c'est à dire à mesurer le mesurable et le non mesurable, à traiter l'expérimentable et le non-expérimentable.

Par rapport aux savants scolastiques, Léonard de Vinci et Copernic apparaissent comme des savants d'un type nouveau vivant dans un monde neuf, celui de la Renaissance. Ils innovent déjà en trouvant dans l'Antiquité d'autres sources de connaissance : Léonard de Vinci se rapporte à Archimède, Copernic renoue avec Aristarque de Samos. Leurs recherches mécaniques ont des motivations ciblées : celles de Léonard de Vinci traitent des machines, celles de Copernic portent sur le Cosmos.

3. La mécanique de la Renaissance

L'Italie du XVème siècle connait des bouleversements sociaux : le développement des affaires et du commerce met au pouvoir une bourgeoisie enrichie, l'essor des beaux arts et des techniques valorise les métiers d'artistes et de techniciens. Les ingénieurs se trouvent autorisés, par leur compétence et la variété de leurs connaissances, à rivaliser avec les savants(1). Les liens qui se nouent entre la fonction de savant et celle d'artisan permettent la confrontation d'une théorie spéculative des mouvements aux questions sur les phénomènes des mouvements soulevées par les arts.

Léonard de Vinci est passionné par les machines, il en dessine de toutes sortes dans ses carnets : engrenages, soufflets, écluses, bateaux, moulins, métiers à filer, laminoirs, foreuses ou machines de guerre(2). Il renoue ainsi avec les travaux mécaniques de l'Antiquité qui ont été assez négligés par le Moyen-Age occidental.

La mécanique est née dans la science grecque au contact de l'art des machines construites par des générations d'artisans inconnus : le levier, la roue, la balance, la poulie. Les Questions mécaniques, ouvrage grec anonyme, traite de la balance, du levier et du davier du dentiste. Euclide aurait écrit, selon la tradition arabe, plusieurs traités dont un Livre sur la balance. Archimède est l'auteur d'un traité de statique, Le traité de l'équilibre des

(1). voir GILLE, Les ingénieurs de la Renaissance
(2). LABARTHE et SALOMON, Léonard de Vinci le savant : visionnaire ou homme de science.

plans, et d'un traité d'hydrostatique, Les corps flottants. Les mécaniques d'Héron d'Alexandrie (IIème siècle) traite du levier, de la moufle, du coin et des vis. Le VIIIème livre des Collections de Pappus (Vème siècle) s'intéresse au problème du mouvement et de l'équilibre d'un corps pesant sur un plan incliné. Les savants arabes prennent la suite, ainsi le géomètre Thabit ibn Kurrah (Xème siècle) dont les travaux sur la balance romaine sont traduits en latin dans le Liber Charastonis. Le Moyen-Age occidental eut connaissance de ces travaux mais ignora les traités d'Archimède, de Héron et de Pappus(1). La statique de Jordanus de Nemore (XIIIème siècle) fait un peu exception, elle présente l'originalité de ramener l'étude d'un poids placé à l'extrémité d'un levier à l'étude du mouvement des graves. Un traité anonyme du XIIIème siècle, le Liber Jordani de ratione ponderis, utilise une notion de moment pour résoudre le problème de l'équilibre d'un corps pesant sur un plan incliné.

Léonard de Vinci connaît, outre les travaux d'Archimède, ceux de Richard Swineshead et ceux de Buridan, par l'intermédiaire d'Albert de Saxe et de Nicolas de Cues(2). Ses travaux sur les mouvements sont guidés par l'étude de phénomènes particuliers du mouvement ; en particulier, la chute d'un grave sur un plan incliné, la toupie, le jeu de quilles et le vol des oiseaux. Parmi les engins qu'il a imaginés se trouve un "architonnerre", sorte de bombarde uilisant la vapeur d'une chaudière pour pousser le boulet placé dans le fût. Son croquis de l'architonnerre représente des trajectoires de boulet parfaitement curvilignes (Fig.3).

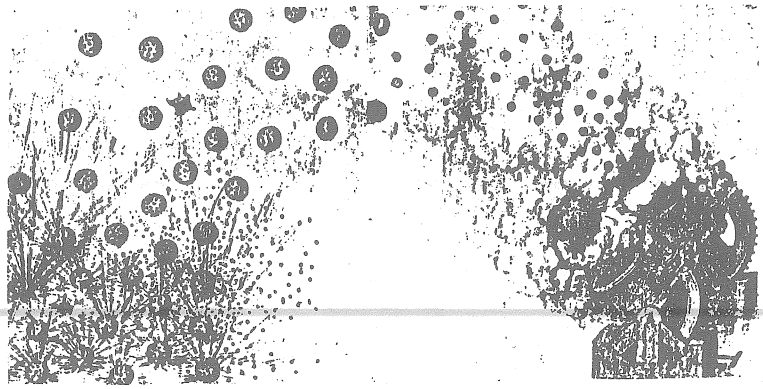

Fig. 3

(1). DUGAS, Histoire de la Mécanique.
(2). DUGAS, op.cit.

L'un des problèmes qui retient le plus son attention est celui du mouvement d'un grave sur un plan incliné, il énonce que "tout corps pesant désire tomber au centre et l'opposition qui est la plus oblique lui fait le moins de résistance" et n'est pas loin d'énoncer la loi exacte.

Pour étudier le mouvement des projectiles, Léonard de Vinci accomode la doctrine de Buridan en définissant l'impeto comme "une vertu créée par le mouvement et transmise par le moteur au mobile, mobile qui a de mouvement ce que l'impeto a de vie" ou comme "impression de mouvement transmise par le moteur au mobile". La contribution la plus intéressante de Léonard de Vinci consiste, contre la tradition aristotélicienne, à composer le mouvement naturel et le mouvement violent, et à définir un mouvement mixte. Il décompose le mouvement d'un projectile en trois parties : dans la première le mouvement est "purement violent" soumis uniquement à l'impeto initial, dans la troisième le mouvement est "purement naturel" soumis uniquement à l'influence de la gravité, dans la partie intermédiaire le mouvement est mixte soumis à l'impeto composé. Léonard de Vinci introduit la notion d'impeto composé à propos de son étude du mouvement de la toupie : "quand la puissance de l'inégalité (de la pesanteur) se fait égale à la puissance de l'impeto, alors la toupie s'infléchit obliquement, et les deux puissances combattent avec mouvement composé". L'impeto composé est défini ainsi : "On nomme mouvement composé celui qui participe de l'impeto du moteur et de l'impeto du mobile"(1).

Léonard de Vinci s'est également intéressé à la chute des graves. Après avoir hésité entre les deux possibilités proposées par Albert de Saxe, il décide que la vitesse est proportionnelle au temps. Mais il considère quand même que le mouvement est proportionnel à la vitesse. Léonard de Vinci recherche une loi mathématique qui s'applique à la chute des graves, conformément à sa doctrine selon laquelle "il n'y a point de certitude là où on ne peut appliquer aucune des sciences mathématiques ni aucune de celles qui sont fondées sur les mathématiques". Car la mécanique de Léonard de Vinci, statique et dynamique, est à la fois une science des machines sur lesquelles portent des observations et des expériences fructueuses, mais aussi

(1). DUGAS, op. cit.

"le paradis des sciences mathématiques"(1). Les travaux de Léonard de Vinci semblent avoir été quasiment inconnus à son époque et dans les deux siècles suivants.

Les travaux de Copernic ont un objet très différent de ceux de Léonard de Vinci. Sa vie durant, Copernic cherche à développer son système du monde, à étayer ses idées sur l'attraction et à défendre sa conception du mouvement de la terre. Il a des précurseurs : Aristarque de Samos dans l'Antiquité attribue à la terre un mouvement diurne et un mouvement annuel, Guillaume d'Ockham, Buridan et Albert de Saxe admettent que la terre puisse être animée d'un mouvement de rotation, Nicole Oresme défend la thèse du mouvement diurne de la terre.

Les idées de Copernic sur la rotation de la terre le conduisent à contester certaines conceptions aristotéliciennes. Il définit la gravité comme la tendance naturelle des parties de la terre à s'unir en un tout. La rotation de la terre est un mouvement naturel. Pour Copernic il n'y a donc pas lieu de distinguer, comme le fait Aristote, entre monde céleste et monde sublunaire. En effet, les objets terrestres qui tournent avec la terre sont animés d'une rotation tout aussi naturelle que celle des astres.

Copernic est amené à s'intéresser à la chute des graves de manière différente de celle de ses prédécesseurs. En effet, puisque la terre tourne, il admet qu'un corps qui tombe verticalement est animé d'un double mouvement, rectiligne et circulaire(2). Les successeurs, ennemis ou partisans de la conception copernicienne, ne manqueront pas dans l'avenir de poser le problème du point de chute de ce corps et de s'interroger sur la trajectoire de ce corps soumis à deux mouvements. Tartaglia est lui aussi conduit à étudier la trajectoire d'un corps soumis à deux mouvements, mais dans un contexte bien différent : celui de l'artillerie.

4. Mortiers et bombes

"L'artillerie est née de la conjonction de deux courants très anciens : le développement des armes de jet et l'usage de la poudre"(3). La légende raconte que les premiers canons utilisés

(1). LABARTHE & SALOMON, op.cit.
(2). DUGAS, La mécanique au XVIIème siècle
(3). article Artillerie, Encyclopedia Universalis.

dans une bataille furent les trois canons anglais de Crécy (1346) qui mirent à mal Français et Génois. Dans la seconde moitié du XIVème siècle, l'emploi de l'artillerie à feu se répand : Venise s'en sert contre Gênes en 1378, les Maures contre l'Espagne à Algésiras en 1343, les Anglais contre les Ecossais en 1338, les Teutons contre les Polonais en 1410. Il semble cependant que Duguesclin préfère à l'artillerie la démolition à coups de grosses pierres.

Au cours des XVème et XVIème siècles, plusieurs perfectionnements techniques sont apportés aux engins primitifs destinés à augmenter leur puissance et leur portée. Les principales innovations concernent les projectiles. A partir de 1450 ils sont fabriqués en fer forgé, dès 1500 ils sont calibrés par leur poids. Leurs formes restent assez irrégulières jusqu'à la fin du XVème siècle, ils deviennent ensuite plus homogènes et mieux calibrés. Les premières bombes -le projectile est chargé de poudre- apparaissent en 1452 au siège de Bordeaux. Les premières fusées -le projectile est un cylindre de bois rempli de pulvérin- sont utilisées à la fin du XVIème siècle.

Au début du XVème siècle, seul le tir tendu est employé et il n'y a aucun mécanisme de pointage en hauteur. Il est vrai que tant qu'aucune étude de balistique n'aura été entreprise, tout autre tir serait imprudent. Blondel raconte dans son Art de jeter les bombes de 1699, les malheurs du sieur Malthus, ingénieur anglais, que le Roi fît venir de Hollande en 1634 pour introduire les fusées dans son armée : "Il n'avait aucune connaissance des mathématiques, ni d'aucune science qui pût lui faire savoir la nature du mouvement des bombes, et de la ligne courbe qu'elles décrivent dans l'air par leur passage, ou de la différence de leurs portées suivant les différences de leurs élévations (...). Et l'on venait se plaindre à tous moments que les bombes qu'il pensait jeter dans la place, passaient par-dessus et allaient tuer du monde dans la tranchée aux attaques de Monsieur de Candale et de Monsieur de la Meilleraye qui étaient aux autres côtés de la ville"(1).

Depuis des siècles, les savants se sont penchés sur l'étude du mouvement, mais toutes leurs spéculations ne servent absolument à rien pour les artilleurs, comme l'explique Blondel dans son ouvrage :

(1). BLONDEL, L'art de jeter les bombes, p. 4-5.

"Tous les philosophes anciens ont fort bien su que les mouvements des corps qui tombent et qu'ils ont appelé le mouvement naturel, s'augmentaient incessamment à mesure qu'ils s'éloignent du commencement de leur chute : mais personne n'a su dire par quelle proportion se fait cette augmentation de vitesse. Ils ont bien connu que les corps jetés en l'air, par un mouvement qu'ils ont appelé violent, y décrivent en passant une ligne courbe ; mais ils n'ont jamais dit de quelle nature est cette ligne, et quelles en sont les propriétés"(1). Les artilleurs ont besoin, pour déterminer la portée en fonction de l'angle de tir, de connaitre la trajectoire du boulet de canon, sa forme et sa mesure. Blondel est un homme de la fin du XVIIème siècle et son jugement envers les "philosophes anciens" est sévère : toutes leurs considérations sur la nature des mouvements, mouvement naturel ou mouvement violent, ne nous disent absolument rien sur ce qu'est finalement l'effet du mouvement, c'est à dire la trajectoire du projectile. Blondel poursuit : "Nicolas Tartaglia est le premier qui a recherché l'un et l'autre (proportion et courbe), et qui en a voulu faire l'application au mouvement des boulets tirés par le canon ou le mortier".

5. La nouvelle science

En 1537, Tartaglia publie un ouvrage intitulé Nova Scientia ; par ce titre, l'auteur veut annoncer l'invention d'une nouvelle science, celle de la balistique. Cette science a pour but de répondre aux nouvelles préoccupations nées de l'usage de l'artillerie sur de grandes distances et avec des angles de tir variés. Elle doit, par conséquent, résoudre une question délicate, celle de la forme de la trajectoire du boulet de canon. Tartaglia remplira ainsi parfaitement la fonction de mathématicien ingénieur, qui apparaît en Italie en liaison avec les arsenaux, et que favorisent les princes soucieux d'efficacité militaire(2). Ces ingénieurs ont une obligation pressante, "celle de résoudre les problèmes de leur profession, d'améliorer leur art d'inventer, afin d'assurer leur subsistance ou leur gloire" (3).

La tâche à accomplir montre que l'objet des recherches de

(1). BLONDEL, op.cit.
(2). Article Histoire de la mécanique, Encyclopedia Universalis.
(3). MOSCOVICI, Essai sur l'histoire humaine de la nature.

Tartaglia est complétement différent de celui des doctes scolastiques du Moyen-Age, ce en quoi la Nova Scientia est déjà nouvelle. Ce n'est pas un traité "de motu", sur la nature des mouvements ; au contraire, Tartaglia semble vouloir éviter toute discussion philosophique concernant les causes des phénomènes qu'il est en train d'étudier (1). L'objet de son étude n'est pas la nature ou l'essence du mouvement, mais un phénomène particulier de mouvement. Par conséquent, il ne s'occupe que des corps également graves, c'est à dire ceux qui "par suite de la gravité de leur matière et par suite de leur forme ne sont pas susceptibles d'éprouver une opposition sensible de l'air à leur mouvement"(2). Il fait abstraction de la résistance du milieu, ce qui était nécessaire dans un premier temps à l'étude de la trajectoire des projectiles.

Cependant, on donne une image incorrecte des travaux de Tartaglia en affirmant qu'il "se veut empiriste -les canons sont des faits, les boulets volent et tombent- et qu'il s'adresse plus au praticien qu'au philosophe"(3). En effet, alors que les constructeurs de canons ne fournissent que des recettes et s'efforcent de dégager les principes de leur art sans les rapporter à une conception plus générale du réel, Tartaglia veut élaborer une théorie, ce en quoi la Nova Scientia est une science. Sa définition des corps "également graves" s'applique certes aux boulets de canon sphériques -mais ils ne l'étaient pas tous- en plomb, fer ou pierre, mais elle est surtout réponse théorique à une question de même ordre. Le corps sphérique a l'avantage d'occuper, quel que soit le mouvement, la même situation dans l'air ambiant et la pesanteur a toujours le même effet sur lui, il est "également grave" et peut servir d'élément à la science des projectiles(4). Par ailleurs, le traité de Tartaglia est élaboré sur le mode euclidien, "modo geometrico" : une série de définitions, puis des suppositions et des sentences communes, desquelles sont déduits les théorèmes de la nouvelle science. Enfin, s'il fournit un moyen pratique d'évaluer l'angle de tir -l'équerre-, il ne donne pas la méthode pour calculer effectivement la portée selon l'angle de tir, méthode que Tartaglia promet pourtant dans

(1). KOYRE, La dynamique de Nicolo Tartaglia.
(2). Livre I, définition I.
(3). KOYRE, op.cit.
(4). COSTABEL, Observations et théorie du mouvement au XVIème siècle.

sa préface au duc d'Urbino.

Les définitions de la Nova Scientia utilisent les termes traditionnels -mouvement, mouvement naturel, mouvement violent- mais elles leur assignent un sens très étroit. Le mouvement est "transmutation qu'un corps fait d'un lieu dans un autre lieu"(1), c'est à dire qu'il est restreint à la catégorie aristotélicienne du changement de lieu. Le mouvement naturel des corps également graves est "celui qu'ils font, sans violence aucune, d'un lieu supérieur à un lieu inférieur"(2), c'est à dire que le mouvement naturel correspond strictement à la chute des graves. Le mouvement violent des corps également graves est celui qu'ils font "en y étant forcés, de bas en haut, de haut en bas, de ça de là, en vertu de quelque puissance mouvante"(3) et cette puissance mouvante est définie comme "n'importe quelle machine artificielle qui soit capable de lancer ou de tirer violemment par l'air un corps également grave"(4). Ce mouvement violent est conforme à l'étude à laquelle se limite la Nova Scientia, le mouvement des projectiles lancés par un canon. Les définitions de Tartaglia n'ont pas pour but d'expliquer ce qu'est l'essence du mouvement, de distinguer le mouvement naturel du mouvement violent par leurs finalités. Tout comme les définitions des Eléments de géométrie d'Euclide, elles ont pour statut de mettre en place un langage sur lequel chacun pourra s'accorder ; le mouvement naturel est la chute des graves, le mouvement violent est le lancer.

Que le mouvement violent soit défini à partir de la donnée d'une puissance mouvante, elle même obtenue par la présence d'une machine artificielle, mérite attention. Pour un savant scolastique, l'action d'une machine ne saurait être le point d'ancrage d'une théorie, elle ne peut être traitée que comme un exemple, sur lequel éventuellement appliquer une conception générale du mouvement. Au contraire, Tartaglia propose de prendre une machine artificielle comme moyen d'analyser scientifiquement le mouvement(5). Par là, il inaugure un nouveau courant de pensée qui cherche à établir les principes de la nature à partir d'artifices mécaniques et qui trouvera

(1). Livre I, définition IV.
(2). Livre I, définition VI.
(3). Livre I, définition VII.
(4). Livre I, définition XIII.
(5). MOSCOVICI, op.cit.

dans le monde des machines un mode de connaissance de l'univers et une nouvelle vision du monde.

Alors, Tartaglia s'adresse-t-il au praticien ou au philosophe ? La question n'est presque plus de mise, car avec la Nova Scientia, l'alternative est en train de perdre son sens, le philosophe mécanicien va remplacer le philosophe naturaliste.

II. La balistique de Nicolas Tartaglia

Dans la Nova Scientia, Tartaglia donne une réponse fausse à la question de la trajectoire du boulet de canon. Il propose une trajectoire semi-rectiligne, semi-circulaire car il ne peut se résoudre à composer les mouvements. Lui-même ne se satisfait pas de son résultat, et il présente en 1546, dans les Quesiti et Inventioni diverse, une trajectoire entièrement curviligne. Ni dans l'un ni dans l'autre traité, Tartaglia ne trouve les moyens de mesurer la trajectoire, donc de calculer les portées, comme le réclament les artilleurs. Cependant, sa balistique constitue une étape décisive dans l'étude des phénomènes du mouvement.

1. La trajectoire du boulet de canon dans la Nova Scientia

Dans la première supposition, Tartaglia admet que si un corps en mouvement produit un effet plus grand, c'est qu'il va plus vite. Il s'appuie sur cette conception pour énoncer dans la première sentence commune, qu'un corps également grave fait un effet d'autant plus grand sur un autre corps qu'il vient de plus haut par un mouvement naturel, et dans la quatrième sentence commune, qu'un corps également grave animé d'un mouvement violent, fera un effet d'autant plus grand sur un autre corps que celui-ci sera plus proche du point de départ de ce mouvement(1). Il déduit des suppositions et sentences communes les propriétés du mouvement naturel et du mouvement violent. L'aspect dynamique des sentences communes disparaît alors pour ne laisser place qu'à des considérations de nature cinématique.

"Dans le mouvement naturel tout corps également grave va d'autant plus vite qu'il s'éloigne du point de départ ou s'approche du point d'arrivée de son mouvement"(2). En conséquence, le corps également grave va plus lentement au début de son mouvement qu'à la fin, et la vitesse d'un corps grave varie constamment. Tartaglia démontre que "tous les corps également graves semblables et égaux, partent du principe de leur mouvement naturel avec une vitesse égale, mais augmentent leurs vitesses de façon telle que celui qui traversera un espace plus grand ira plus vite"(3). La croissance de la vitesse

(1). KOYRE, op.cit.
(2). Livre I, proposition I.
(3). Livre I, proposition II.

est-elle proportionnelle à la distance ou au temps ? En comparant le mouvement relatif de deux corps, Tartaglia évite de répondre à cette question difficile.

Le mouvement violent a des propriétés symétriques à celles du mouvement naturel : "Plus un corps également grave, s'éloigne du principe ou s'approche de la fin du mouvement violent, plus il va lentement"(1). Il découle "qu'un corps également grave a, au commencement de son mouvement violent, la vitesse la plus grande et, à la fin, la plus petite qu'à aucun endroit de sa course ; et que, plus grand est l'espace qu'il a à parcourir, plus il ira vite au principe de son mouvement". En conséquence, la vitesse d'un corps mû d'un mouvement violent varie constamment, et deux corps également graves et égaux ont au bout de leur mouvement la même vitesse, quelle que soit leur vitesse initiale.

Pour traiter de la trajectoire d'un corps également grave lancé obliquement, Tartaglia doit maintenant aborder le problème de la composition des mouvements et se situer par rapport aux deux préceptes de la tradition aristotélicienne du Moyen-Age qui stipulent que deux mouvements contraires ne peuvent se succéder que lorsque le premier s'est éteint et après une pause intermédiaire, le "media quies"(2). Tartaglia ne se prononce pas sur le second, mais suit le premier et énonce : "Aucun corps également grave ne peut pendant aucun espace de temps ni de lieu naturel marcher d'un mouvement composé à la fois de mouvement violent et de mouvement naturel"(3). La symétrie des propriétés des mouvements naturels et violents semble être une entrave à la composition des mouvements. En effet, un corps peut-il se mouvoir en diminuant et en augmentant à la fois sa vitesse? Il y a une façon de répondre positivement à cette question, en envisageant les directions des mouvements considérés. C'est la démarche qu'emprunte Léonard de Vinci, lorsqu'il explique le fléchissement de la toupie par l'existence d'un mouvement composé.

En toute logique, Tartaglia devrait proposer une trajectoire en deux parties : une droite oblique jusqu'à ce que le mouvement violent s'épuise, puis une droite verticale, lorsque le mouvement naturel agit (Fig.4). Pourtant, Tartaglia affirme que la trajectoire

(1). Livre I, proposition III.
(2). COSTABEL, op.cit.
(3). Livre I, proposition V.

du projectile est composée de trois parties : tant que le mouvement violent n'est pas contrarié le mouvement est rectiligne, quand il s'épuise le mouvement naturel entre en conflit et le mouvement est alors circulaire, enfin seul demeure le mouvement naturel qui provoque une chute rectiligne et verticale (Fig. 5). Tartaglia précise qu'au point de raccordement, les deuxièmes et troisièmes parties de la

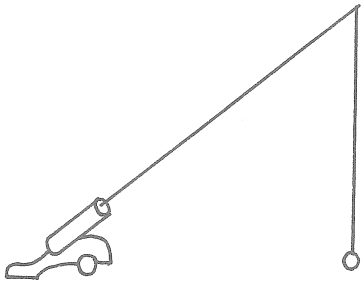

Fig. 4

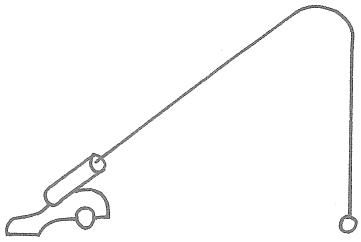

Fig. 5

trajectoire sont "contingentes" -c'est à dire tangentes-, c'est à dire qu'il admet que dans la deuxième partie le mouvement naturel agit(1). Mais les mouvements ne se composent pas, ils sont en conflit. Tartaglia admet également qu'un mouvement violent puisse être courbe, et qu'au point de raccordement le mouvement violent s'éteint, tout en conservant un "minimum naturel" -un minimum de vitesse-.

Ces infractions lui permettent d'exclure une trajectoire anguleuse, inacceptable, même pour un piètre observateur. Il reste que la courbe proposée ne correspond pas à ce que voit un observateur un peu attentif. D'ailleurs, le frontiscipe de la Nova Scientia (Fig. 6) présente deux obusiers, l'un qui tire sur un très grand angle et l'autre horizontalement, les deux trajectoires sont courbes, la première est une magnifique parabole. Est-ce un hasard ou Tartaglia a-t-il voulu signaler ainsi les limites de sa théorie ? Il démontre, neuf ans plus tard, dans les Quesiti et inventioni diverse que la trajectoire d'un boulet de canon en tir tendu n'est nulle part rectiligne.

(1). COSTABEL, op.cit.

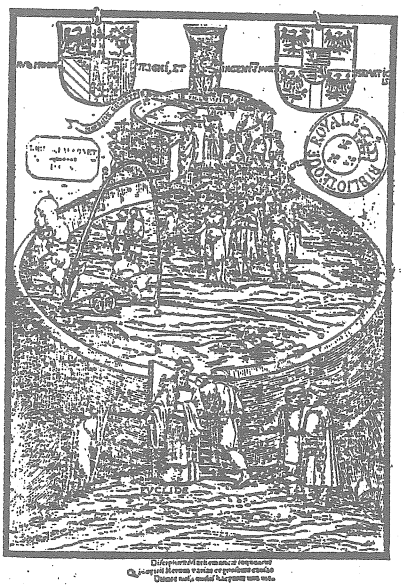

Fig. 6

2. La trajectoire curviligne du boulet de canon

Les arguments sur lesquels se fonde la trajectoire de la Nova Scientia sont trop conflictuels, le résultat obtenu est trop peu conforme à l'observation pour que ne s'opère pas une rupture dans la théorie de Tartaglia. La symétrie des propriétés du mouvement naturel et du mouvement violent joue à l'encontre de la composition des mouvements, mais elle va aussi dans le sens d'une conception commune de ces deux mouvements, qui devrait permettre d'associer leurs actions sur le projectile. Par ailleurs, la deuxième partie de la trajectoire pose plus de problèmes qu'elle n'en résout. Si on admet que le mouvement naturel agit lorsque le mouvement violent ne s'est pas encore éteint, alors il faut supposer que son influence s'exerce pendant tout le parcours ou bien expliquer la "propriété étrange"(1) du point à partir duquel il peut incurver la trajectoire rectiligne due au mouvement violent. En s'interrogeant sur le lieu de ce point, Tartaglia va conclure dans les Quesiti et Inventioni diverse, publié en 1546, que la trajectoire du boulet de canon est entièrement curviligne. Sa démontration repose sur un raisonnement par dichotomie, mais elle est renforcée par des considérations

(1). Article Histoire de la mécanique, Encyclopedia Universalis.

pratiques -le sursaut de la pièce d'artillerie au moment du tir(1)- et par des observations directes -une expérience de tir faite à Vérone en 1531(2).

Les Quesiti et Inventioni diverse se présentent sous la forme d'un dialogue entre l'illustrissime Duc D'Urbino et Nicolas Tartaglia lui-même. L'examen de la trajectoire d'un boulet tiré horizontalement fait l'objet du troisième dialogue. Tartaglia annonce d'emblée que "non seulement on ne le tirera pas (le boulet) 50 pas en ligne parfaitement droite, mais on ne le tirera pas un seul". Dans la Nova Scientia, il s'agissait de construire une théorie explicative de la trajectoire du boulet de canon, alors que dans les Quesiti et inventioni diverse, il s'agit de réfuter l'existence d'une portion rectiligne sur cette même trajectoire. La forme du dialogue est bien adaptée à ce nouveau propos : le but n'est pas de mettre en place une science hypothético-déductive, mais d'établir un argument contradictoire. Tartaglia réplique au duc qui s'insurge : "L'opinion de votre Excellence est que le boulet tiré d'une couleuvrine dans le point de mire doit parcourir une partie de sa trajectoire, où agit le mouvement violent, en ligne droite et ce qui reste en ligne courbe. Mettons que ce soit vrai, je voudrais savoir suivant cette opinion, quelle est la raison pour laquelle le boulet parcourt une ligne droite dans la partie où l'opinion dit qu'il se meut ainsi, et quelle est la raison pour laquelle il se meut en ligne courbe dans la partie où votre Excellence suppose qu'il se meut ainsi"(3). Tartaglia met en demeure le Duc d'expliquer pourquoi la trajectoire serait ici rectiligne et ailleurs curviligne : si en un point la trajectoire s'incurve, il faut expliquer pourquoi ce point est ici et pas ailleurs.

Tartaglia commence par examiner la manière dont les deux mouvements agissent conflictuellement et continuellement sur le boulet : "plus il y a de vitesse dans le boulet tiré violemment, moins il y a de gravité, et inversement, moins il y a de vitesse, plus il y a de gravité". Le mouvement naturel agit constamment et de plus en plus intensément, de sorte que "pour celui où la gravité

(1). COSTABEL, op.cit.
(2). Quesiti et inventioni diverse, p. 5.
(3). idem, p. 11

est plus grande, la tendance est plus grande à tirer le dit boulet vers le centre du monde, c'est à dire vers la terre". Ainsi, plus la vitesse due au mouvement violent est grande, plus le projectile est léger et plus le mouvement est rectiligne. Tandis que moins il ira vite, plus il sera lourd et plus la courbe s'incurvera vers le bas. Ces résultats étant admis par le Duc, Tartaglia démontre par l'absurde que la trajectoire n'est nulle part "parfaitement droite" :

"Or, pour conclure notre propos, nous supposerons que tout le trajet, ou voyage, que doit faire ou qu'a fait le boulet tiré du canon soit toute la ligne ABCD. S'il est possible qu'en ce trajet il y ait quelque partie qui soit parfaitement droite, posons que ce soit toute la partie AB, laquelle soit divisée en 2 parties égales au point E. Le boulet parcourra plus vite l'espace AE (selon la 3° proposition du livre I de notre science nouvelle) que l'espace EB, donc le dit boulet ira plus droit, pour les raisons mentionnées ci-dessus, dans l'espace AE que dans l'espace EB ; d'où la ligne AE serait plus droite que la ligne EB. Chose impossible, car si toute la ligne AB est supposée parfaitement droite, l'une de ses moitiés ne peut être ni plus ni moins droite que l'autre. Et si pourtant l'une des moitiés est plus droite que l'autre, il s'ensuit nécessairement que l'autre n'est pas droite, et il s'ensuit nécessairement que la partie EB n'est pas parfaitement droite (Fig.7).

Fig. 7

Mais si pourtant quelqu'un a encore l'opinion que la partie AE est parfaitement droite, on peut trouver la fausseté d'une telle opinion par les mêmes moyens : c'est-à-dire en divisant la dite partie AE en 2 parties égales au point F. Pour les mêmes raisons que celles invoquées précédemment, il sera manifeste que la partie AF sera

plus droite que la partie FE, donc la dite partie FE, nécessairement, ne sera pas parfaitement droite. De même que si l'on divise encore AF en 2 parties égales, pour les mêmes raisons, il apparaît que la moitié du côté de A est plus droite que la moitié vers F. Celui qui diviserait encore cette moitié en 2 autres parties égales atteindrait le même résultat, c'est-à-dire que la partie se terminant en A serait plus droite que l'autre. Et parce que ce procédé est infini, il s'ensuit nécessairement que non seulement toute la ligne AB n'est pas parfaitement droite, mais qu'il n'y a aucune minime partie de celle-ci qui le soit, ce qui est la proposition à démontrer. On voit donc comment le boulet tiré du canon dans une telle situation ne va dans aucune partie de son mouvement selon une ligne parfaitement droite (quand bien même il sortirait avec une vitesse aussi grande qu'on voudrait) parce que la vitesse (aussi grande soit-elle) n'est jamais suffisante, en de telles situations, pour le faire aller en ligne droite. Il est vrai que plus il va vite, plus il s'approche du mouvement rectiligne, c'est-à-dire du mouvement selon une ligne droite, mais cependant il ne peut jamais arriver à ce point. Il convient mieux de dire, en pareils cas, que plus le boulet va vite, moins son mouvement est courbe"(1).

Le Duc admet la valeur du raisonnement, mais le résultat obtenu lui paraît étrange : lors d'un tir oblique, la trajectoire comporte nécessairement une partie rectiligne. Tartaglia maintient sa position : la balle ne va en ligne droite que si elle est tirée verticalement, vers le haut ou vers la terre ; pour toute autre inclinaison, la balle décrit une courbe. Plus l'élévation du tir est grande, moins la gravité agit et plus l'incurvation est faible, mais elle n'est pas nulle. Jamais le boulet ne va en ligne droite "dans aucune partie, si minime soit-elle, de son mouvement". Il est vrai que, si la trajectoire de la Nova Scientia contredit l'observation, celle des Quesiti et inventioni diverse se heurte à notre perception du mouvement et gêne notre bon sens. Il reste à examiner dans quelle mesure, les trajectoires proposées par Tartaglia répondent aux problèmes des artilleurs concernant la portée du canon.

(1). Quesiti et inventioni diverse, p. 12, traduction A. Gelé.

3. La portée du canon

Dans le livre II de la Nova Scientia, Tartaglia aborde le problème de la portée du canon(1). Puisque la troisième partie de la trajectoire est verticale, la portée du canon est donnée par la distance entre le point de départ et le point où commence la retombée verticale. Tartaglia énonce deux résultats. D'une part, la portée du canon varie avec l'élévation du canon et dépend autant de la partie rectiligne du parcours que de celle de la partie circulaire. D'autre part, la partie circulaire est d'autant plus grande que l'angle de tir est plus grand. Il en déduit que "Les trajectoires des mouvements violents des corps également graves, projetés au-dessus de l'horizon avec une inclinaison égale, seront sembables et, par conséquent, proportionnelles ainsi que les distances parcourues"(2). Par conséquent, les portées sont proportionnelles à la vitesse initiale.

En ce qui concerne les angles de tir, Tartaglia démontre que deux élévations différentes du canon peuvent donner des portées égales. Considérant les résultats obtenus pour des portées de 0° et 90°, il en conclut que la position médiane -le tir à 45°- correspond à la portée maximale. Il estime que cette portée est dix fois supérieure à celle obtenue pour un tir horizontal. Blondel écrit que Tartaglia est le premier à avoir énoncé que la portée la plus grande est obtenue pour un angle de 45°, et que les canonniers ont longtemps pensé que ceux qui étaient au-dessous de 45° allaient plus loin(3).

Les Quesiti et Inventioni diverse nous ont appris que la trajectoire du boulet de canon n'est une courbe nulle part rectiligne, mais ne disent rien de la nature de cette courbe. Cependant, les considérations sur l'allègement du boulet en fonction de la rapidité du mouvement et de l'élévation du tir permettent à Tartaglia d'énoncer un certain nombre de nouveaux résultats, utiles aux artilleurs. Tartaglia montre que l'allongement de la partie quasi-rectiligne de la trajectoire augmente avec l'accroissement de la vitesse du boulet et avec l'élévation du canon(4). L'allongement du parcours

(1). KOYRE, La dynamique de Nicolo Tartaglia.
(2). Livre II, Proposition VII.
(3). BLONDEL, L'art de jeter les bombes, p. 14.
(4). KOYRE, op.cit.

quasi-rectiligne en fonction de la vitesse initiale est une conséquence de la proposition VII du Livre II de la Nova Scientia. Pour démontrer l'allongement du parcours selon l'angle de visée, Tartaglia utilise les travaux statiques sur la balance de Jordanus qu'il fit éditer(1). Comme d'autres, avant ou après lui, il essaie d'étendre les schémas fructueux de la statique à la dynamique. Tartaglia considère qu'un corps pesant équilibré partant de la position horizontale du fléau de la balance devient plus léger en s'éloignant de cette position, et ce d'autant qu'il s'en éloigne davantage. Par analogie, il en déduit qu'un boulet qui part de la position horizontale est plus pesant qu'il ne l'est pour une autre position. Ainsi, un boulet tiré horizontalement est plus lourd et commence sa descente plus tôt qu'il ne le ferait pour un autre angle de tir. Par contre, le boulet tiré obliquement est plus léger et, plus l'obliquité est grande, plus il est léger et plus la distance parcourue d'un mouvement quasi-rectiligne est grande. Tartaglia note qu'une élévation de 45° donne une distance quatre fois plus grande qu'un tir horizontal.

En conséquence, l'artilleur ne doit pas pratiquer le tir horizontal, il est le moins efficace. En effet, si la longueur de la partie quasi-rectiligne de la trajectoire est de 200 pas pour un tir horizontal, elle est de 800 pas pour un tir à 45°. Supposons que le but à atteindre soit à 60 pas en ligne horizontale. Le boulet tiré horizontalement frappera avec une vitesse capable de lui faire parcourir 140 pas ; tandis que le boulet tiré en contre bas à 45°, même s'il parcourt 100 pas avant d'atteindre le but, frappera avec une vitesse capable de lui faire parcourir 700 pas, donc beaucoup plus fort(2). Même si le raisonnement est fruste, il est préférable à celui qui conduit Tartaglia à concevoir une vitesse minimale sur la trajectoire du boulet, conclusion fort gênante pour les artilleurs.

Les traités de Tartaglia constituent une première tentative pour mesurer la portée du canon ; ils fournissent un certain nombre de paramètres pour estimer cette portée, mais ils ne produisent en aucun cas une méthode pour calculer la portée selon l'angle de tir.

L'originalité de l'oeuvre de Tartaglia réside dans l'unicité

(1). DUGAS, Histoire de la mécanique au XVIIème siècle.
(2). KOYRE, op.cit.

de l'objet de ses études sur le mouvement, la trajectoire des projectiles . La Nova Scientia eut un succès considérable. Ecrite en italien, dans la langue de la vallée du Pô, elle connut sept éditions jusqu'en 1583(1) et fut traduite dans toutes les langues européennes(2). La trajectoire tripartite rencontra un important succès, aussi bien auprès des artilleurs -les hommes de l'art- qu'auprès des savants. Par contre, la trajectoire curviligne des Quesiti et Inventioni diverse n'en eut aucun, et la tentative de Tartaglia d'établir une science de la balistique resta sans suite pendant près d'un siècle.

4. Le mouvement des projectiles de Tartaglia à Galilée

Les successeurs de Tartaglia ne s'intéressent pas à la science balistique et ils ne cherchent pas à prolonger les avancées de la nouvelle science. L'école italienne, de Cardan à Baldi, ne propose que des variations autour de la notion d'impetus, sans rien apporter de nouveau. Les réflexions sur le mouvement des projectiles retrouvent le cadre scolastique des spéculations sur le mouvement. Un mathématicien comme Cardan qui aurait dû être séduit par la trajectoire curviligne des Quesiti et Inventioni diverse, ne l'adopte, ni ne la discute. En Espagne, Soto essaie de réconcilier la thèse de l'impetus avec la doctrine d'Aristote, mais il accomplit un pas important en ramenant le mouvement des graves -en chute ou en projection- au mouvement uniformément accéléré. Par contre, les travaux de l'italien Benedetti vont se détacher de la tradition aristotélicienne et aller plus loin que ceux de Tartaglia dans le sens d'une mathématisation de la science. Très opposé aux conceptions d'Aristote, il essaie d'ériger sur les bases de la statique d'Archimède une "philosophie mathématique de la nature". Mais Benedetti ne se préoccupe pas de la trajectoire des projectiles, aussi quand il critique les opinions de Tartaglia, ne se réfère-t-il jamais à la théorie générale qui les soutient(3).

Dans le célèbre De subtilitate, publié en 1550, Cardan professe la thèse de l'impetus : ce qui meut le projectile est un "impetus acquisitus" semblable à la chaleur qui brûle la main même lorsque le feu s'est éloigné(4). Il donne un long exposé de la théorie

(1). Histoire générale des sciences, tome I.
(2). COSTABEL, op.cit.
(3). KOYRE, op.cit..
(4). DUGAS, La mécanique au XVIIème siècle.

d'Aristote et adopte les critiques traditionnelles adressées à cette théorie. En ce qui concerne la trajectoire des projectiles, Cardan fait sienne la conception tripartite en considérant la succession des trois mouvements : purement violent, mixte et purement naturel. Cependant, il ne pense pas que la partie curviligne soit un arc de cercle, et il ne raccorde pas tangentiellement les parties curvilignes et verticales de la trajectoire. Très aristotélicien, il admet que le maximum de la vitesse est atteint au milieu de la course, puis que l'action de l'impetus s'ajoute à la réaction du milieu. Dans un second traité, l'Opus Novum de proportionibus de 1570, Cardan explique que le mouvement naturel est uniforme et que le mouvement violent est constament ralenti, aussi le mouvement violent est-il plus lent au sommet de la courbe(1).

Piccolimini dans son In Mechanicas questiones Aristotelis de 1547 se montre partisan d'un impetus pur. Scaliger dans De subtilitate ad Hieronymum Cardamum de 1557, s'avère un farouche disciple d'Aristote et des grands scolastiques, il reproche à Cardan de leur préférer ce simple artisan que fut Archimède. Très proche de Buridan, il écrit que "Les corps pesants, une pierre par exemple, n'ont rien qui favorise la mise en mouvement ; ils y sont au contraire tout à fait opposés (...). Pourquoi donc la pierre se meut-elle plus aisément alors que le mouvement a commencé ? Parce que la pierre a déjà reçu l'impression du mouvement"(2). Bento Pereira dans la De communibus omnium rerum naturalium principiis de 1562 s'en tient à la doctrine même d'Aristote sur le mouvement des projectiles. Baldi dans ses Exercitationes in mechanica problemata considère que le mouvement produit le mouvement. Pour lui, "Les projectiles cessent de se mouvoir, car l'impression dont la vertu et l'impétuosité les entraînent n'est point naturelle, mais purement accidentelle et violente ; or rien de ce qui est violent n'est perpétuel (...). Tant que la violence prédomine, le mouvement violent est tout semblable au mouvement naturel ; il est plus lent à son début, puis, par le fait même du mouvement, il devient plus rapide ; et ensuite comme la violence imprimée s'affaiblit peu à peu, il se ralentit ; enfin

(1). Histoire générale des sciences.
(2). DUGAS, Histoire de la mécanique.

le mouvement s'évanouit en même temps que l'impetus et le mobile tombe au repos"(1). Cette thèse, qui fut fort répandue, a l'avantage d'attribuer les mêmes propriétés aux mouvements naturel et violent.

Le scolastique espagnol Dominique Soto se réclame de Saint Thomas d'Aquin ; il soutient que le projectile ne saurait être mû effectivement par l'impetus une fois éloigné le moteur : le projectile est soumis à une action distincte de lui(2). Cependant, il affirme dans le cadre de cette physique très aristotélicienne, que le mouvement des graves est un mouvement uniformément difforme -c'est à dire uniformément accéléré. Il écrit dans les Quaestiones super octo libri Physicorum Aristotelis de 1572 : "Cet espèce de mouvement (le mouvement uniformément difforme) est celle qui est propre aux corps qui se meuvent de mouvement naturel et aux projectiles. Toutes les fois, en effet, qu'une masse tombe d'une certaine hauteur au sein d'un milieu homogène elle se meut à la fin plus vite qu'au commencement. Mais le mouvement des projectiles est plus lent à la fin qu'au commencement et ainsi le premier s'intensifie, et le second s'affaiblit uniformément"(3). Comment Soto en est-il arrivé à assimiler le mouvement des graves au mouvement uniformément difforme des Ecoles d'Oxford et de Paris ? S'il le fait avec tant d'aisance, est-ce parce qu'il s'agit là d'une opinion banale chez les scolastiques parisiens du XVIème siècle que Soto a fréquentés ? Pourquoi ne trouve-t-on pas cette opinion ailleurs ? Soto est une énigme.

Elève de Tartaglia, précurseur de Galilée sur lequel il eut une grande influence, Benedetti joue un rôle historique important. Ses travaux rompent nettement et explicitement avec la science aristotélicienne et scolastique. Ils n'envisagent que le mouvement local et sont marqués d'un double sceau : celui de la mécanique et celui des mathématiques. Avant lui, Léonard de Vinci renoue avec la mécanique d'Archimède et se consacre à l'étude des machines, Tartaglia diffuse les travaux mécaniques de Jordanus de Nemore. Dans une époque plus récente, Cardan s'intéresse à la balance, aux moufles, aux vis et au vérin, Ubaldo travaille sur l'équilibre du levier, la balance et le plan incliné, Baldi s'occupe du levier, du trépied

(1). DUGAS, Histoire de la mécanique.
(2). DUGAS, La mécanique au XVIIème siècle.
(3). Histoire générale des sciences, tome I.

et du plan incliné. Cependant, les études mécaniques ont peu d'influence sur les réflexions concernant les mouvements, que les mêmes hommes engagent par ailleurs. Il faut excepter l'étude de la toupie, à partir de laquelle Léonard de Vinci conçoit le mouvement composé, et l'étude de la balance, qui permet à Tartaglia de démontrer l'augmentation de la portée du canon avec l'angle de visée. La position de Benedetti est nouvelle et intéressante, il cherche à substituer dans l'étude des mouvements le schéma archimédien au schéma aristotélicien(1). Le modèle toujours très présent de la science archimédienne lui permet de rejeter les idées d'Aristote et de proposer de nouvelles conceptions, en ce qui concerne aussi bien la chute des graves que le mouvement dans le vide. Ce faisant, Benedetti va plus loin que Tartaglia en présentant une "philosophie mathématique" de la nature et en développant de nouveaux liens entre l'observation des phénomènes du mouvement et l'étude des mouvements.

Benedetti explique les carences de la physique aristotélicienne par le fait qu'Aristote n'a pas compris le rôle des mathématiques dans la science physique. C'est en partant de la philosophie mathématique -des travaux d'Archimède et des idées de Platon- que l'on pourra substituer à la physique d'Aristote une physique "fondée sur des vérités que l'intellect humain connaît de soi". Dans le Diversarum speculationum mathematicarum et physicarumliber de 1585 ; il revendique l'importance philosophique des mathématiques : "Je m'étonne que toi, qui est versé dans Aristote, tu sépares dans tes écrits le philosophe du mathématicien, comme si le mathématicien n'était pas tellement philosophe naturel et métaphysique qu'il mériterait bien plus que celui-là le nom de philosophe si nous considérons la vérité de ses conclusions". Dans ce traité, Benedetti se présente avant tout comme mathématicien et ingénieur et il ne s'empresse pas de présenter sa philosophie. L'ouvrage est un recueil de questions d'ordre mathématique et mécanique(2).

Les réflexions de Benedetti sur le mouvement se développent sur le fond des acquisitions techniques du XVIème siècle : la régulation des machines pour l'usage des volants, la transformation d'un mouvement de va et vient en un mouvement de rotation dans la meule

(1). Histoire générale des sciences, tome I.
(2). MOSCOVICI, Essai sur l'histoire humaine de la nature.

à aiguiser(1). L'étude de phénomènes particuliers du mouvement fondée sur l'observation de certaines machines conduit Benedetti à écarter de vieilles conceptions. Il explique qu'une toupie poursuit longtemps sa rotation en observant que l'impetus violent de rotation et l'impetus naturel de rotation, qui est perpendiculaire au premier, ne se gênent pas. L'impetus de rotation agit comme une force sur un levier, ce n'est que lorsqu'il s'affaiblit que l'axe de la toupie s'incline. Par ailleurs, il abandonne la doctrine du "media quies" en observant les volants qui permettent de franchir les points morts. Il conçoit que deux mouvements peuvent se succéder avec annulation de vitesse, sans que cette annulation ait une durée(2).

Dans le Demonstration proportionum motuum localum contra Aristotelem de 1554, Benedetti énonce, à l'encontre d'une tradition millénaire, que deux corps de même nature ou de même densité tombent avec la même vitesse, quel que soit leur poids. La doctrine d'Aristote, selon laquelle les corps lourds tombent plus vite que les légers, est fausse. En s'appuyant sur des considérations fondées sur l'hydrostatique d'Archimède, Benedetti démontre que ce n'est pas le poids qui détermine la chute mais la différence de poids entre celui du mobile et celui d'un volume égal du milieu ambiant. Il démontre que ce n'est pas le poids qui intervient en comparant la chute d'un boulet de 4 livres, celle d'un boulet d'une livre et celle de 4 boules d'une livre mises ensemble : les vitesses sont identiques(3).

Dans le Diversarum speculationum mathematicarum et physicarum liber, Benedetti estime qu'Aristote n'a rien compris au mouvement et il repousse sa doctrine. Partisan de l'impetus, il considère que le milieu n'est jamais un moteur mais toujours un obstacle. En ce qui concerne le mouvement naturel, Aristote s'est trompé : "Aristote n'aurait pas dû déclarer qu'un corps est d'autant plus prompt qu'il s'éloigne davantage de son point de départ. Car l'impresso croît au fur et à mesure que le mouvement naturel se prolonge, le corps recevant continuellement un nouvel impetus"(4). Aristote a également eut tort de nier le vide sous prétexte que l'absence de résistance impliquerait un mouvement à une vitesse infinie. Benedetti

(1). COSTABEL, Observations et théories du mouvement au XVIème siècle.
(2). idem
(3). Histoire générale des sciences, tome I.
(4). DUGAS, Histoire de la mécanique.

montre, par un argument de type mathématique, que deux corps composés de la même matière auront dans le vide la même vitesse, quel que soit leurs poids(1).

En se fondant sur l'exemple d'une pierre lancée par une fronde, Benedetti est le premier à soutenir que l'impetus se conserve uniquement en ligne droite. Il en est de même pour le mouvement de rotation d'une toupie ou d'une meule : "Considérons chacune des parties corporelles que se meut elle-même à l'aide de l'impetus qui lui a été imprimé par une vertu mouvant extrinsèque ; cette partie a une inclinaison naturelle au mouvement rectiligne, et non pas au mouvement curviligne ; si une particule prise à la circonférence de la dite roue était disjointe de ce corps, il n'est point douteux que, pendant un certain temps, cette partie détachée se mouvrait en ligne droite au travers de l'air ; nous pouvons le reconnaitre en un exemple tiré des frondes à l'aide desquelles on jette des pierres ; en ces frondes, l'impetus du mouvement, qui a été imprimé au projectile, décrit par une sorte de propension naturelle, un chemin rectiligne"(2). Ici, Benedetti apporte une précision intéressante : "la pierre lancée commence un chemin rectiligne suivant la droite qui est tangente au cercle qu'elle décrivait tout d'abord et qui le touche au point où la pierre se trouvait lorsqu'elle a été abandonnée, comme il est raisonnable de l'admettre". Cette remarque permet de relier, peut être pour la première fois, la tangente d'une courbe à la direction du mouvement du point qui décrit cette courbe.

(1). Histoire générale des sciences, tome I.
(2). DUGAS, Histoire de la mécanique.

III. Les traités d'artillerie du début du XVIIème siècle

La balistique de la Nova Scientia, qui n'exige pas des artilleurs des connaissances très étendues et qui reste fidèle aux préceptes traditionnels de la scolastique, fut rapidement populaire auprès des hommes de l'art et le resta jusqu'à la moitié du siècle suivant. Traduite dans toutes les langues européennes, elle est reprise dans tous les traités d'artillerie édités au début du XVIIème siècle en cette Europe guerrière : l'El perfeto Capitan instruido en la disciplina Militar y nueva cienca de la Artilleria de Diego de Alaba publié en 1590 à Madrid, le Praticca Manuale dell'Artigliera de l'espagnol Luis Collado publié en 1606 à Milan, les Eléments d'Artillerie de Rivault de Fleurance publié en 1608 à Paris, le Tratado de Artilleria de Diego Ufano publié en 1613 à Bruxelles, The gunner, shewing the whole practise of Artillerie de Robert Norton publié en 1628 à Londres, Le corona et palma militare di artieglira d'Alessandro Capo publié en 1643 à Venise, Le Grand Art de l'artillerie de Casimir Simienovski paru en 1650 en Pologne.

Les auteurs de ces traités sont des ingénieurs du Roi ou des militaires, capitaines ou lieutenants d'artillerie -Rivault se présente comme précepteur du Roi Louis XIII. Ils y traitent de tous les sujets qui intéressent un bon officier d'artillerie : les ingrédients de la bonne poudre, la description de la fonte, la manière de loger l'artillerie et de faire une batterie, la conduite d'une mine et la construction d'un pont, les obligations des officiers, etc..., et les problèmes de balistique. Les hommes de l'art veulent prolonger les travaux de Tartaglia en répondant à l'exigence des artilleurs, c'est à dire en leur apportant le moyen de calculer la portée du canon selon l'angle de tir. Diego de Albala professe que les portées sont proportionnelles aux sinus des angles de tir et Collado étudie des formules empiriques rattachant les portées à des progressions arithmétiques(1). Nous verrons que Ufano fournit une règle et imprime des tables de tir, tandis que Rivault ramène la mesure de la portée à un calcul géométrique. Pour obtenir ces

(1). DUGAS, La mécanique au XVIIème siècle.

formules de calcul, les hommes de l'art s'appuient sur la trajectoire tripartite de Tartaglia ; mais comme il s'agit de mesurer des portées, ils recourent nécessairement à des expériences. Le problème de la balistique constitue un terrain propice pour ces expériences primitives : il s'agit de mesurer la portée selon l'angle de tir. Pour évaluer les distances, les artilleurs utilisent les instruments de Biringuccio(1), et pour évaluer les angles de tir, ils se servent de la célèbre équerre que Tartaglia leur a léguée.

1. L'équerre de Tartaglia

Lorsque Tartaglia s'interroge sur la portée du canon, il ne néglige pas d'apporter certaines considérations techniques. Lorsque dans les Quesiti et inventioni diverse, le Prieur de Barletta lui demande si deux tirs effectués coup sur coup, avec la même pièce d'artillerie, vers le même but et une charge égale, sont égaux, il lui est répondu que "sans aucun doute ils seront inégaux : le second coup partira plus loin que le premier". Tartaglia avance deux raisons. D'une part, lors du premier tir le boulet a trouvé l'air en repos alors que dans le second il trouve l'air déjà ébranlé, donc plus facile à mouvoir et à pénétrer. D'autre part, lors du premier tir le canon est plein d'humidité alors que dans le second il est parfaitement sec(2). Dans le livre III de la Nova Scientia, Tartaglia aborde aussi des problèmes pratiques et décrit un instrument pour mesurer les angles de tir. Tartaglia consacre également le premier dialogue de ses Quesiti et inventioni diverse à la description et à l'usage de cet objet, qui à lui seul aurait fait la renommée de son inventeur(3).

L'instrument de mesure de Tartaglia est une équerre composée d'une partie fixe et d'une partie mobile, ainsi que d'un fil à plomb se déplaçant devant un quadrant divisé en 12 parties égales qui marquent les 12 points de l'équerre (Fig. 8). Pour utiliser l'équerre, l'artilleur fait pénétrer la partie fixe dans "l'âme" du canon, puis déplace la partie mobile jusqu'à ce qu'elle coïncide avec le fil à plomb. Le quadrant permet alors de mesurer l'angle de tir ;

(1). DUGAS, La mécanique au XVIIème siècle.
(2). KOYRE, op.cit.
(3). TARTAGLIA, Quesiti et inventioni diverse, p.5-6.

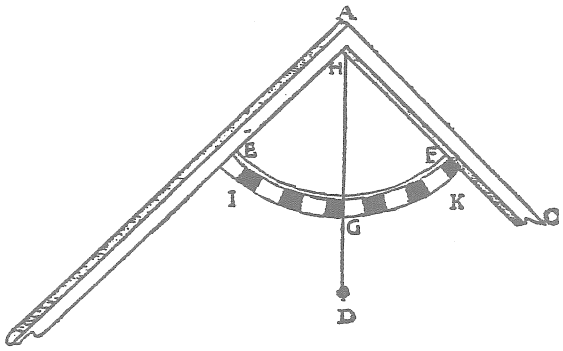

Fig. 8

ainsi, le sixième point de l'équerre correspond à un tir de 45° (Fig. 9).

Un artilleur, même peu versé dans la science balistique, peut toujours se servir de l'équerre pour ajuster empiriquement ses tirs. Blondel ironise sur l'usage qu'en fait l'ignorant sieur Malthus : "Il ne pointa jamais son mortier que par hasard et en tatônnant, ou pour mieux dire par l'estime qu'il faisait de l'éloignement du lieu où il voulait jeter la bombe, suivant lequel il lui donnait plus ou moins d'élévation ; prenant garde si les premiers coups étaient justes ou non, afin de baisser son mortier, si sa portée était courte ; ou le hausser si elle allait au-delà de son but ; se servant à cet effet d'une équerre dont il faisait parade"(1). Blondel imagine que les artilleurs, et même Tartaglia,

(1). BLONDEL, L'art de jeter les bombes, p. 5-6.

Fig. 9

ont pu croire "que les différentes étendues des coups de canon (...) croissaient et décroissaient à proportion des points de l'équerre. C'est à dire qu'un coup d'une pièce pointée au quatrième point allait quatre fois plus loin". Il n'en est probablement rien, les auteurs des traités d'artillerie s'acharnent, au contraire, à déterminer la façon de faire correspondre une portée à chaque point de l'équerre, et leurs solutions sont parfois très sophistiquées. Nous allons examiner celles de Rivault et d'Ufano.

2. Les éléments de l'artillerie de Rivault

Rivault de Fleurance est un érudit qui a donné une traduction latine des ouvrages grecs d'Archimède avec quelques commentaires. Il se dit précepteur du Roi Louis XIII, auquel il aurait enseigné les mathématiques. Le titre complet de son traité est Les Eléments de l'artillerie concernant tant la théorie que la pratique du canon. Dans sa préface à Messire Maximilien de Béthune, Rivault présente son oeuvre en précisant : "De sorte que si elle n'était marquée de théorie et pratique, de contemplation et d'action, elle ne serait nullement acceptable devant vous et ne ferait qu'indignement paraître la différence qu'on doit faire du grand Maître d'avec le commun officier". L'étrangeté du traité résulte peut être de sa double vocation, théorique et pratique. L'organisation de l'ouvrage est euclidienne -d'où, sans doute, le choix du mot "Eléments"- avec des définitions, des maximes et des théorèmes. Les conceptions du mouvement se situent dans une lignée aristotélicienne très orthodoxe. Les définitions du premier livre portent sur les termes quantités, figure ou vitesse, tandis que celles de deux autres livres ont pour objet l'âme du canon, l'émerillon ou la couleuvrine. Les théorèmes se préoccupent de l'existence du vide, de la résistance du mobile aussi bien que de l'inflammation de la poudre et du recul du canon.

Les définitions et les maximes du premier livre se rapportent au mouvement dans une conception aristotélicienne. Le verbe mouvoir signifie "transporter de lieu en autre", "tourner en un même lieu" et aussi "changer de qualité"(1). Le verbe monter veut dire s'approcher du ciel, et le verbe descendre s'en éloigner et approcher du centre du monde. La deuxième maxime énonce que "tout mouvement se fait sur quelque quantité", mais Rivault appelle quantité "le soutien et le sujet de tout mouvement" : une quantité bouge, change de couleur ou change de nature. La quatrième maxime rappelle que "chaque chose meuve pour se porter en son lieu naturel" et la cinquième que les corps rares montent, le feu plus que l'air, et que les épais descendent,

(1). Définition VIII, p. 8.

la terre plus que l'eau.

Rivault donne une définition de la vitesse -ce qui est rare- dont l'usage permet de comprendre toutes les difficultés qu'il y avait à analyser les mouvements dans un contexte dynamique. Il appelle vitesse "force qui fait beaucoup en peu de temps"(1). Deux théorèmes du livre I concernent le mouvement des projectiles. Rivault a défini les mots pousser, "mouvoir sans quitter", et chasser, "mouvoir en quittant". Il énonce que "En la chasse des corps, il part quelque force du mouvant qui touche toujours le mobile et le meut tant qu'il dure" et que "La résistance du mobile proportionnée aux forces du mouvement raidit le mouvement : et plus longtemps le mouvement touche en poussant, plus la force mouvante reste de temps vive"(2). Malheureusement, dans le cas d'un boulet tiré par un canon, le mouvement n'est pas le résultat d'un simple contact mais la suite d'une explosion. De plus, "il ne peut se faire mouvement ni action plus violente que celle du canon". De tout ceci, Rivault ne peut rien conclure sur les trajectoires du boulet et les portées du canon. Il adopte sans explication la trajectoire tripartite de Tartaglia. Quant à sa méthode de calcul des portées, il la donne après avoir avoué que "D'autant que la différente longueur du canon et la variété de la poudre apportent de la différence à la force et la véhémence du coup : il est impossible de donner une règle certaine du port du canon"(3).

Dans le deuxième livre, Rivault définit la portée du point en blanc, la portée moyenne et la portée morte du canon(4).La portée du canon de point en blanc est "la droite ligne que décrit la balle jusqu'à ce que la pesanteur d'icelle commence à vaincre la force mouvante et décliner en l'arc de chute". La portée moyenne du canon est "la ligne de la portée de point en blanc conduite droit jusqu'à ce qu'elle rencontre la perpendiculaire qui serait élevée sur l'horizon du point où tombe la balle". La portée morte est "la distance du canon et du lieu où tombe la balle en terre" (Fig.10). Ainsi AK est la portée de point en blanc, AC la portée moyenne et AD la portée morte. Rivault introduit alors la trajectoire du boulet de canon:

(1). Définition XI, p.10.
(2). Théorème XIV et XV, p. 83.
(3). Problème XV, p. 183.
(4). Définitions VIII, IX, X, p. 86.

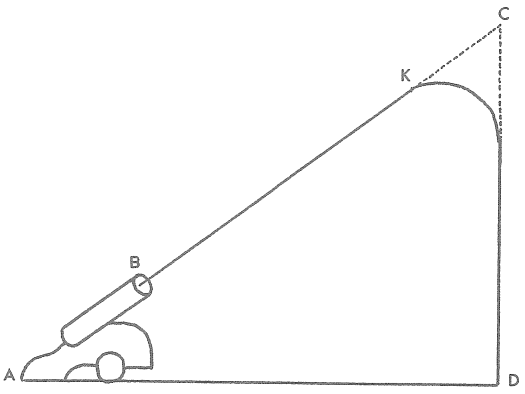

Fig.10

"Imaginons que le canon AB soit braqué en l'angle BAI. Premièrement la balle est poussée tout droit comme aux points K et L, puis la force qui pousse imprimée par la violence de la machine, vient à s'affaiblir peu à peu tellement que la balle la vainc de sa pesanteur et fait premièrement un arc tel que font KO et LN et enfin elle tombe en terre comme en D ou en E" (Fig.11).

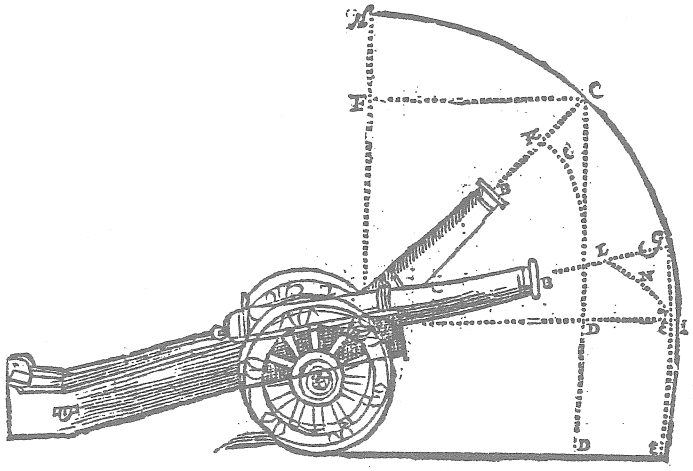

Fig.11

Le calcul de portée repose entièrement sur la cinquième demande du livre II : "Qu'il soit permis de faire les portées moyennes d'un canon toujours égales, en quelque angle qu'il soit braqué". D'après cette conception un tir horizontal devrait avoir une portée plus grande que celle d'un tir à 45° (Fig.11), ce qui est contraire à l'observation. Rivault cite l'expérience de Girolamo Rucelli où un tir à 45° donna une portée de 2 683 pas et un tir horizontal une portée de 900 pas. La raison en est, explique-t-il, que le boulet tiré à 45° a pu s'élever librement, tandis que le boulet tiré horizontalement a vu sa chute écourtée en rencontrant le sol : "Puis ce n'est pas tant la différence de la force du coup, qui fait varier les portées mortes, que l'empêchement et la rencontre de terre où donne la balle quand le canon est braqué bas". Par conséquent, Rivault suppose en sa demande "que la portée soit libre et sans empêchement". C'est ici que la traité de Rivault est le plus étrange, la nature très théorique de cette demande -il faut supposer qu'il n'y a pas de sol- ne l'empêche pas de l'utiliser pour des calculs pratiques.

Grâce à cette demande, le calcul des portées se ramène à un calcul métrique élémentaire du triangle. Rivault montre d'abord comment "connaître par la portée morte, la portée moyenne du canon pointé de bas en haut"(1). Supposons que le canon AB soit braqué à l'angle 50° et que la balle soit tombée à 1000 pas au-delà du canon. Il est possible de construire le triangle ADC et donc de calculer AC, qui est égal à la portée moyenne du canon (Fig.12).

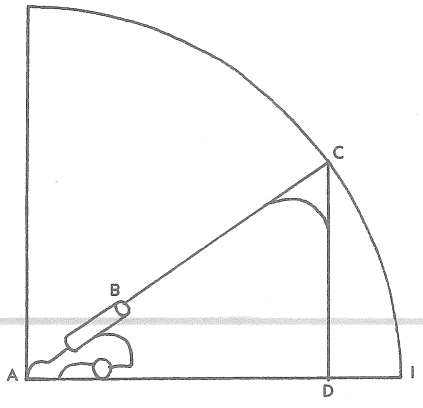

Fig. 12

(1). Problème XVI, p. 183.

Il montre ensuite comment "pointer le canon en tel angle que la balle vienne à tomber en un point donné"(1). La distance AD est connue et il faut calculer l'angle de tir. Il est possible de construire le quart de cercle de centre A et ayant pour rayon la portée moyenne du canon, supposée connue. En menant de D la perpendiculaire à AI, on obtient le point C et le calcul de l'angle CAD est immédiat. Est-ce que Rivault croit vraiment à cette théorie basée sur une demande farfelue ? Il est justifié de se poser la question puisqu'il nous avertit par ailleurs que toute règle certaine est impossible et que "la seule expérience en peut donner avis". La manière dont Rivault utilise les portées moyenne et morte du canon, fait que tout se passe comme si la trajectoire du canon ne comportait pas de partie curviligne, se réduisant aux droites AC et AD, en toute conformité aristotélicienne (fig.12).

3. L'artillerie d'Ufano

Diego Ufano est un capitaine espagnol qui a longtemps servi dans l'artillerie pendant les guerres de Flandres, et particulièrement au siège d'Ostende en 1611(2). Il publie en 1613 à Bruxelles un Tratado de Artilleria, dans lequel sont données pour la première fois des tables de tir(3). Ce traité est traduit en plusieurs langues, il paraît en français en 1621 sous le titre Artillerie.

L'ouvrage d'Ufano est un manuel à usage professionnel qui contient "vraie instruction de l'artillerie et de toutes ses appartenances et déclaration de tout ce qui est de l'office d'un général d'icelle assiégé". Toutes les questions, aussi bien techniques que stratégiques, qui intéressent un officier d'artillerie sont abordées. Les livres I et III, découpés en chapitres, concernent la fabrication, la description et le maniement du matériel d'artillerie. Le livre II, consacré à l'art de la guerre, se présente sous forme de dialogues entre un capitaine -Ufano lui-même- et un général. Les problèmes balistiques sont abordés, parmi les autres, en réponse à des questions précises, tactiques ou pratiques. L'Artillerie n'est pas un ouvrage théorique : ni traité sur le mouvement, ni même exposé de balistique. Il présente très exactement les demandes d'un corps de métier, demandes

(1). Problème XVII, p. 188-189.
(2). BLONDEL, L'art de jeter les bombes.
(3). DUGAS, La mécanique au XVIIème siècle.

qu'Ufano s'efforce de satisfaire.

Un chapitre du livre III donne "La forme et proportion du quadrant avec l'instruction comment on doit en user tant en grandes pièces qu'au mortier"(1). Ufano décrit l'équerre de Tartaglia, avec les douze divisions du quadrant, et explique comment s'en servir en s'appuyant sur une figure (Fig.13) : "Voici donc la structure du quadrant, voyons maintenant quand et comment on en usera et ce en l'exemple suivant (...). En quoi lui servira de beaucoup la figure d'un mortier qui au niveau de l'âme, noté A au quadrant, a la portée de 200 pas, où est la balle A. Mais étant élevée au point B, il fait 487 pas. Au second C, 755 pas. Au troisième D, 937 pas. Au quatrième E, 1065 pas. Au cinquième F, 1132 pas. Au sixième G, qui est le point du milieu du quadrant et de la plus haute élévation, il fera 1170". Il donne ensuite les portées pour les angles en degrés.

La figure qui sert de référence indique que la portée maximale du canon est obtenue pour un angle de 45°, point G du quadrant, et que des angles symétriques par rapport à 45° donnent des portées égales. Ufano n'explique pas comment ont été obtenues les propriétés des angles de tir et les mesures portées sur la figure. Il décrit les trois mouvements auxquels est soumis le boulet : "Tous ces tirs se font premièrement par le mouvement violent ou droit, puis par le mouvement mêlé la balle déclinant de la ligne droite, dont elle est sortie du mortier et faisant un arc ou une courbée, et finalement par le naturel, ayant perdu toute sa force, et cherchant son centre de haut en bas ; comme on en voit les traces en la dite figure". Cependant, les trajectoires représentées sur cette figure n'ont pas la forme orthodoxe de la Nova Scientia, elles ne sont vraiment rectilignes que dans la première partie du parcours. Même si l'explication de Tartaglia est encore présente, elle n'est plus acceptée dans les faits ; les vrais boulets de canon ne suivent pas la trajectoire tripartite. Plusieurs figures de l'Artillerie représentent des trajectoires quasi-curvilignes (Fig.14). Par ailleurs, les trajectoires réprésentées ne sont pas conformes aux mesures indiquées, puisque les portées dessinées sont en progression arithmétique.

(1). Chapitre XIII, p. 115-117.

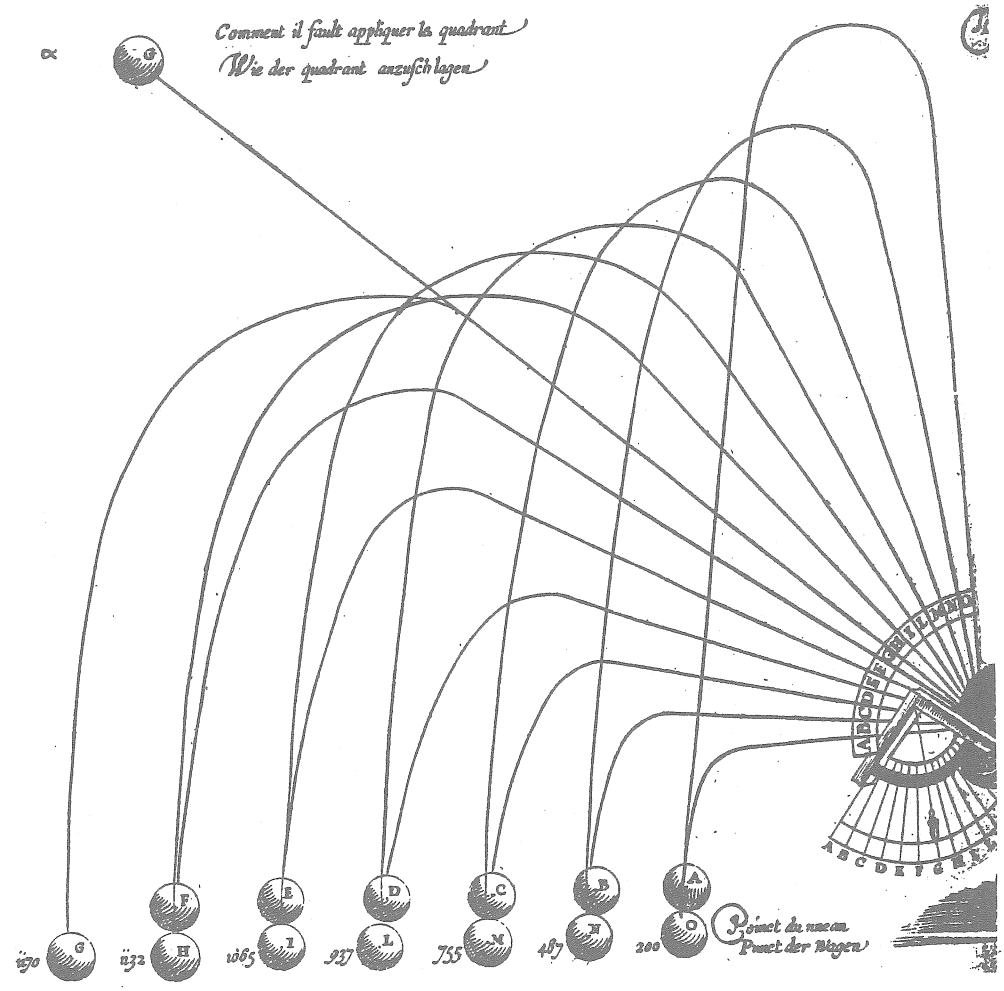
Comment il fault appliquer le quadrant
Wie der quadrant anzuschlagen
α
G
F
E
D
C
B
A
G
H
I
L
M
N
O
1132
1065
937
755
487
200
Poinct du nneau
Punct der Wagen

Fig. 13

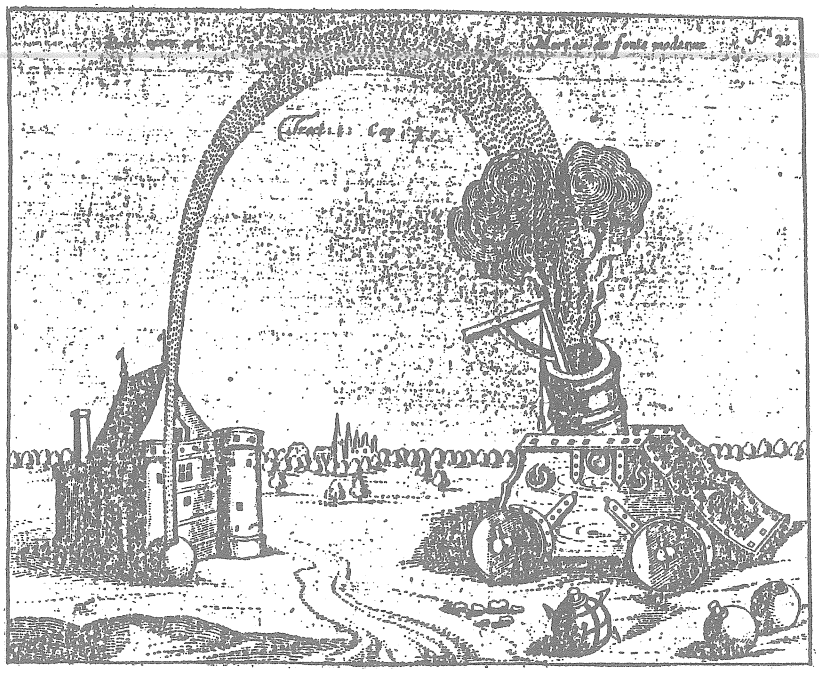

Fig.14

Pour expliquer l'utilisation du quadrant, Ufano a commencé par donner un exemple numérique. Il poursuit en donnant une règle pratique pour calculer la portée selon l'angle de tir exprimé en degré : "La règle commune par laquelle l'artilleur connaîtra quelle sera la portée de la pièce et de degré à degré de l'élévation d'icelle est : qu'il regarde de combien de pas elle sera selon la mire commune. Lesquels il divisera par 50, et multipliera le quotient par 11, qui sera le nombre de la plus grande digression, lequel il divisera derechef par 44, dont le quotient sera justement le nombre de pas; que la balle perdra les autres digressions, degré à degré. Pour exemple. Le canon tire par la pointera de riz les métaux 1000 pas, qui divisés par 50, donnent le quotient de 20, lesquels multipliés par 11 font 220 pas, qui est le nombre de la plus grande digression, qui se fait au second degré du quadrant, ou le premier après le niveau. Mais toutes les autres digressions vont toujours diminuant, jusques au quarante cinquième degré. Pour savoir donc de combien sera cette diminution de degré en degré jusques au 45, qui est la plus haute élévation, il prendra le nombre de degrés dès le premier jusques au dit 45, qui feront 44 et divisant par iceux le nombre

précédent de 220, il trouvera le quotient de 5, qui est le nombre qui ira toujours décroissant dès la première jusques à la dernière digression". Si pour un degré la portée est de 1000 pas, alors pour deux degrés la digression sera de 220 pas et la portée sera de 1220 pas, pour trois degrés la digression sera de 215 pas et la portée sera de 1435 pas, etc... Autrement dit, si u_n désigne la portée correspondant à n degrés, les portées sont calculées à partir de u_1 et de la formule de récurrence :

$$u_n = u_{n-1} + a - (n - 2)b$$

avec $a = (u_1 : 50) \times 11$, la plus grande digression, et $b = a : 44$. Ufano effectue les calculs des portées pour tous les angles de tir jusqu'à 45°, il trouve alors 5950 pas. Il fournit ainsi une table que les artilleurs peuvent utiliser pour calculer la portée de leur engin en effectuant un seul tir et en appliquant une règle de trois. En effet, la formule de récurrence implique que u_n est proportionnelle à u_1 et à une fonction de n. En cherchant et en trouvant cette règle, Ufano a satisfait la demande des artilleurs. Comment l'a-t-il obtenue ? Les mesures données sur la figure de référence sont déduites elles aussi de cette mystérieuse règle.

Dans ce chapitre du livre III, consacré à l'ajustement du tir, Ufano cherche surtout à définir une règle et ne s'intéresse pas à la trajectoire du boulet de canon. Blondel le lui reproche : sa règle est "à la fois subtile et ingénieuse ; mais elle n'est point véritable, parce que cet officier n'a pas connu la nature de la ligne courbe que le boulet décrit en passant par l'air"(1). Par contre, dans un dialogue du livre II, à propos d'une question plus stratégique, Ufano se trouve obligé d'envisager cette trajectoire. La question du général est la suivante : "Des pièces égales, quelle poussera la balle plus loin, celle qui est logée au haut d'une tour ou celle qui est logée au pied d'icelle ?"(2). Pour répondre à cette question, il est nécessaire de comparer les trajectoires des boulets lancés en haut et en bas de la tour. Aussi, le général demande-t-il plus loin : "Quelle différence de mouvement a la balle, dès la première

(1). BLONDEL, L'art de jeter les bombes, p. 18.
(2). Dialogue 9, p. 54-55.

sortie de sa pièce jusques à son repos ?" Le capitaine Ufano explique : "Il y a trois mouvements divers. Le premier à son commencement incontinent dès la sortie de la bouche de la pièce, comprenant en une ligne droite toute la force et vigueur d'icelle : dont il est appelé mouvement violent. L'autre commence quand après la droiture la ligne se va courbant en un arc. Lequel d'autant qu'il participe encore de la violence, mais en décadence, est appelé motus mixtus ou mouvement mêlé. Mais le troisième qui commence dès la dernière pointe de son arc où la balle de son mouvement naturel, cherchant, selon sa propre pesanteur, son centre et repos, en ligne droite et perpendiculaire, est appelé mouvement pur et naturel. Tous trois, montrés en la dite figure dès le commencement du violent jusqu'à la fin du naturel". En suivant cette conception, le capitaine estime que le canon placé en haut de la tour devrait lancer la balle plus loin que celui placé en bas (Fig.15). Mais il n'ose pas l'affirmer ne l'ayant pas lui-même

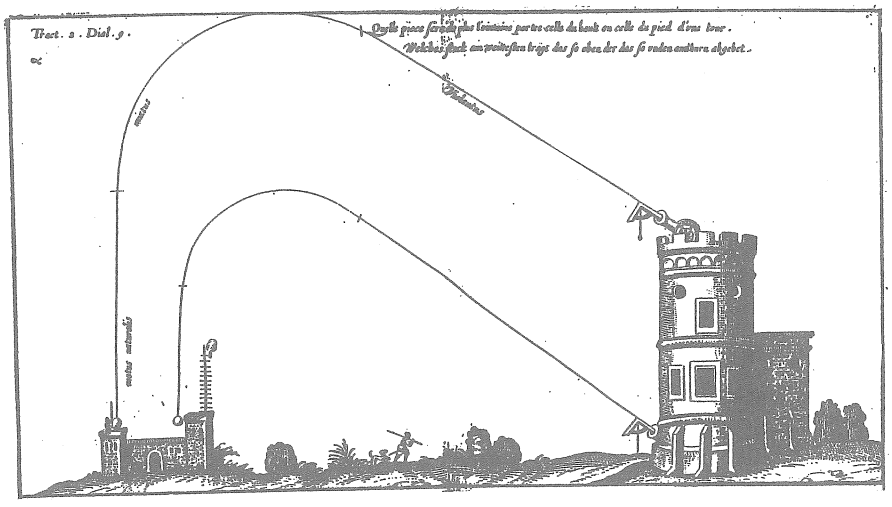

Fig. 15

observé ou expérimenté : "Je n'en pourrai aussi donner plus entière résolution, recommandant et remettant le reste aux esprits curieux et vifs jusqu'à ce que l'expérience nous enseigne plus clairement".

Une fois de plus, Ufano se montre peu empressé de suivre à la lettre la théorie de la Nova Scientia, à laquelle il préférerait

la certitude d'une expérience. Il est vrai que la trajectoire tripartite ne permet pas vraiment de conclure. Quant à la trajectoire curviligne, non mentionnée par les artilleurs, elle serait ici comme ailleurs parfaitement inutile. Effectivement, l'argument final du capitaine se réfère à une expérience : "Au surplus j'ai entendu d'un qui longuement avait pratiqué l'artillerie au siège de certaine ville étant contraint de loger l'artillerie quelque peu plus loin d'icelle qu'on fait coutumièrement on lui commande d'essayer si d'un demi-canon il pourrait mettre la balle en ladite ville. Et voyant qu'il ne pouvait atteindre que les remparts il s'avisa d'élever en hâte la plate-forme sur laquelle la pièce avait été logée de six pieds : et la y remettant et retournant à l'essai il trouva que sa balle pénétra de 800 pas d'avantage en la ville, qu'elle n'avait fait auparavant, donc il apparaît que tant plus que la pièce est élevée, tant est la portée plus lointaine".

Ce dialogue réaffirme l'importance pour les artilleurs de connaître la véritable trajectoire du boulet de canon. De plus, la nécessité de recourir à l'observation et à l'expérience est clairement affirmée.

4. Les expériences de tir

Il semble que les premières expériences que les artilleurs aient effectuées concernent la doctrine de Tartaglia, selon laquelle la portée maximale est obtenue pour un angle de tir de 45°. Blondel rapporte que, dès 1532, des canonniers désireux de la vérifier en firent l'expérience à Vérone "où l'on tira deux coups de couleuvrine de vingt livres chargés également de poudre et de balle, l'un sur l'élévation du sixième point, et l'autre sur celle de deux points au-dessous"(1). Le premier coup alla à 1972 perches et le second à 1872 perches, ce qui confirma le bien fondé de la doctrine. Lorsque Rivault note la contradiction entre cette même doctrine et l'égalité des portées moyennes, il fait également référence à l'expérience d'un certain Girolamo Rucelli : "On a bien observé d'un canon portant balle de cent livres à douze onces le livre, et chargé de 66 livres de poudre (...) s'il est pointé à l'angle de demi-droit sur l'horizon que la balle meurt à 2683 pas loin, et que s'il est pointé à niveau,

(1). BLONDEL, op.cit., p. 14.

elle ne va qu'à huit ou neuf cent pas"(1).

Des expériences plus élaborées sont relatées dans l'Artillerie d'Ufano. Le dialogue 21 narre l'"épreuve d'un canon tirant 24 livres de fer contre une colubrine de 13 livres faite au château d'Anvers par le châtelain Augustin de Mexia et le maître de camp Jérôme Monroy, en l'an 1601"(2). Le demi-canon, élevé à 22°, tira à 300 pas et la colubrine, élevée à 18°, tira seulement à 150 pas. Le capitaine Ufano juge probablement les paramètres trop nombreux et peu pertinents: "Croyez-moi Monseigneur, que si la colubrine n'eut été que de 32 calibres, elle eut porté la balle beaucoup plus loin". Il rapporte alors plusieurs expériences où les canonniers ont fait varier le calibre du canon, c'est à dire sa longueur, et observer les résultats obtenus : "Donc il est certain que la colubrine étant de 32 livres, la balle acquiert toute la vigueur, comme on s'en peut apercevoir qu'au sortir elle fait plus grand tonnerre et la pièce en reculer plus rudement chose qui selon le témoignage de Louis Collade a été éprouvée au Royaume de Naples, en un colubrine faite à Gênes tirant 48 livres de fer et longue de 47 calibres mais qui en sa plus haute élévation, n'égalait la portée d'une demi-colubrine de 32 calibres et de 16 livres de fer. Donc les officiers en firent ôter 8 calibres ; et voyant que la portée en fut meilleure, en firent couper encore 7 dont la dite pièce venant à la juste proportion de 32 calibres fît sa portée de 1500 pas plus avant, qu'elle n'avait au commencement. De même nous dit le sergent de Holmedo qui étant soldat au Rocher de Vélez de Gomera (...) il s'y trouve une demi-colubrine de 45 calibres et de 12 livres de balle, qui ne pouvait mettre la balle au fort d'Alcenlareio auquel un demi-canon pouvait aisément mettre la sienne : donc les officiers Jean de Moline et Andrieu de Sepulvead lui firent rogner 12 calibres, laissant la pièce de 33 calibres, qui ainsi raccourcie poussa la balle non seulement aussi fort, mais aussi environ 800 pas plus avant".

Pour perfectionner leur art, les canonniers doivent essayer de connaître et de maîtriser les paramètres qui interviennent sur

(1). RIVAULT, op.cit., p. 92.
(2). UFANO, op.cit., p. 78.

la portée de leur engin. Ils sont ainsi conduits à effectuer des mesures, à comparer les mesures obtenues en faisant varier les paramètres, puis à isoler certains paramètres. Ces essais font partie du métier d'artilleur, mais ils constituent aussi un premier pas vers la réalisation d'expériences physiques. Ils viennent aussi pallier la principale lacune des travaux de Tartaglia : il est clair que les problèmes d'artillerie exigent des résultats quantitatifs. La trajectoire peut être rectiligne ou curviligne, mais quelle est sa mesure ? Le boulet va plus ou moins vite, mais dans quelle proportion ? Galilée va répondre précisément à ces deux questions.

IV. L'étude des mouvements par Galilée

Les recherches de Galilée sont celles d'un ingénieur mathématicien intéressé par les inventions, par l'étude et le perfectionnement des machines et des instruments. Elles visent à une connaissance quantitative de certains phénomènes. Ainsi, pour perfectionner l'usage des canons, Galilée sait qu'il est nécessaire de mesurer les effets de ces machines : "la pratique des canons est relative à leurs différences, mesures et proportions"(1). Lorsque Galilée se préoccupe du mouvement sur un plan incliné, de la chute des graves ou du mouvement des projectiles, il a en vue de mesurer ces phénomènes et de trouver des lois. La volonté de mesurer conduit à expérimenter. L'intention de produire des lois quantitatives nécessite de décrire les phénomènes dans la "langue mathématique", qui s'avère l'instrument indispensable de la connaissance de la nature.

La synthèse des travaux de Galilée sur les mouvements fait l'objet des deux dernières parties du Discours concernant deux sciences nouvelles, publié en 1637, et constitue la seconde des deux sciences en question, la première étant la résistance des matériaux. Dans cet ouvrage, Galilée calcule la trajectoire et la vitesse des projectiles. Pour cela, il lui est nécessaire de connaître la loi de la chute des graves et de composer les deux mouvements auxquels sont soumis les projectiles. Galilée s'intéresse à la chute des graves dès les années 1590, époque où il écrit un De motu. Cet intérêt se renouvelle lorsqu'il défend ses idées sur la rotation de la terre dans les Dialogues sur les deux systèmes du monde, publiés en 1632.

1. La mesure et la connaissance des phénomènes

Pour Galilée, la connaissance des objets ne passe pas par la considération de leurs qualités sensorielles, mais par l'examen de leurs propriétés mesurables : "En vérité, je me sens poussé par la nécessité, aussitôt que je conçois un morceau de matière ou substance corporelle, de l'imaginer doué d'étendue ou de figure, de sorte qu'à l'égard des autres corps il soit grand ou petit, occupe telle telle place, à tel ou tel instant ; qu'il soit au repos ou en mouvement,

(1). GALILEE, Opere, tomme II, p.607, cité par MOSCOVICI, op.cit.

qu'il touche ou non d'autres corps, qu'il soit simple ou multiple(...). Mais que ce morceau de matière soit blanc ou rouge, doux ou amer, sonore ou non, odorant ou non, rien n'oblige mon esprit à le doter de semblables qualités"(1). Cette conception est la base de la philosophie mécaniste du XVIIème siècle. Comme l'écrit Descartes : "Ma philosophie (...) ne considère que des grandeurs, des figures et des mouvements comme fait la mécanique"(2). Avec la philosophie mécaniste surgit une nouvelle conception de la nature, considérée comme un "ensemble coordonné de phénomènes quantitatifs"(3).

L'analyse spéculative du mouvement ne tient aucune place dans les travaux de Galilée. Il ne s'intéresse pas à la qualité, la cause ou la finalité du mouvement mais à des machines, à des mécanismes, à la mesure de phénomènes réels. L'objet de ses recherches est très différent de celui d'Aristote ou des doctes scolastiques, comme il le fait dire à Simplicio(4) : "Les Philosophes s'occupent essentiellement d'objets universaux ; ils donnent des définitions et des règles générales. Ils abandonnent aux Mathématiciens l'étude de certaines subtilités ou de certains détails. Aristote lui-même a défini d'une façon remarquable le mouvement de l'univers, et les attributs essentiels du mouvement local, en distinguant le mouvement naturel du mouvement violent, le mouvement simple du mouvement composé, le mouvement uniforme du mouvement accéléré ; pour le mouvement accéléré, il s'est borné à donner la raison de cette accélération, et quant à la recherche des proportions précises de cette accélération, il l'a abandonnée au mécanicien, c'est à dire à un artisan mineur". Le savant est un homme libre, alors que l'artisan est un esclave dans l'Antiquité et un manant au Moyen-Age. Avec Galilée, l'ingénieur conquiert la dignité de savant ; dans ses ouvrages, l'étude des mouvements est l'objet de dialogues entre ingénieurs réunis dans l'Arsenal de Venise(5).

(1). GALILEE, Il Saggiatore, in Opere, tome VI, p. 341.
(2). DESCARTES, lettre à Pempluis du 3 Octobre 1637, Oeuvres, tome I, p. 411.
(3). LENOBLE, La révolution scientifique du XVIIème siècle, in Histoire générale des Sciences.
(4). personnage des dialogues de Galilée, cité par DUGAS, La mécanique au XVIIème siècle.
(5). LENOBLE, Histoire de l'idée de nature.

Lorsque Galilée aborde le problème de l'accélération des graves, il précise clairement que son intention n'est pas d'en rechercher la cause : "L'occasion ne me semble pas favorable pour rechercher la cause de l'accélération du mouvement naturel, problème sur lequel différents philosophes ont formulé différentes opinions, certains l'expliquant par le rapprochement vis à vis du centre, d'autre par la réduction progressive des parties du milieu ambiant dont les parties, en venant se réunir dans le dos du mobile, le presseraient et le repousseraient continuellement ; il nous faudrait examiner toutes ces imaginations, avec bien d'autres, et sans grand profit"(1). Il faut se contenter de connaître les lois des mouvements : son but sera donc de trouver celle de la chute des graves. Cette attitude n'est pas universelle au XVIIème siècle : Descartes écrit, après avoir lu les Discours concernant deux sciences nouvelles, que Galilée "sans avoir considéré les premières causes de la nature, a seulement cherché les raisons de quelques effets particuliers, et ainsi qu'il a bâti sans fondement"(2). La consistance des résultats de Galilée n'est pas, comme chez Descartes, le fruit de l'édification d'un système ; ce sont les mathématiques qui ont le rôle de donner aux théories une cohérence parfaite.

Dans un célèbre passage du Saggiatore, Galilée explique que la compréhension de l'univers passe par la connaissance des mathématiques : "la philosophie est écrite dans ce livre immense perpétuellement ouvert devant nos yeux (l'univers), mais on ne peut le comprendre si l'on n'apprend pas d'abord à connaître la langue et les caractères dans lesquels il est écrit. Il est écrit en langue mathématique et ses caractères sont des triangles, des cercles, et d'autres figures géométriques, sans l'intermédiaire desquels il est humainement impossible d'en comprendre un seul mot". Cette référence aux mathématiques ne signifie pas que Galilée ait une conception platonicienne de la nature, c'est plutôt le disciple et le continuateur d'Archimède qui s'exprime. Galilée étend l'emploi des mathématiques de l'étude des phénomènes statiques à celle des phénomènes du mouvement, nous verrons que les mathématiques sont

(1). GALILEE, Discours concernant deux sciences nouvelles, traduction traduction Clavelin, p. 135.
(2). DESCARTES, lettre à Mersenne du 11 Octobre 1638, Oeuvres, tome II, p. 91.

pour lui un instrument efficace pour quantifier ces phénomènes. Par ailleurs, les mathématiques apportent une certitude aux théories, elles permettent de savoir si elles sont vraies ou fausses. Dans le Saggiatore, Galilée insiste sur ce rôle des mathématiques : "de même que dans la réalité il n'y a pas de milieu entre le vrai et le faux, de même dans les démonstrations mathématiques ou bien on arrive à une conclusion incontestablement vraie, ou bien on tombe inévitablement dans des paralogismes". Pour obtenir des théories cohérentes, il faut faire appel non seulement à la logique, comme le fait Aristote, mais surtout aux mathématiques : "la logique, bien qu'elle soit un instrument très utile à la conduite de notre raisonnement, n'arrive jamais à la subtilité de la géométrie". Les mathématiques sont un instrument qui permet de rendre rigoureux les raisonnements et de donner à la connaissance une solidité à toute épreuve. Elles servent enfin à décrire précisément les expériences(1).

Galilée considère que l'homme possède deux moyens de connaissance : la démonstration certaine et l'expérience des sens. Pour produire les lois quantitatives des mouvements, il fait appel aux deux. Les mathématiques servent à définir les mouvements et à démontrer leurs propriétés en termes de rapports entre distances, vitesses et temps, à représenter des vitesses, à décrire des trajectoires. Les expériences servent à interroger la nature et à confronter les lois hypothétiques à la réalité.

2. L'appel à l'expérience

Galilée est un inventeur comme l'exige sa fonction de mathématicien ingénieur, il écrit à son "illustrissime Seigneur et très honoré patron" Belisaria Vinta : "je voudrais que mes livres, toujours dédiés à notre sérénissime seigneur, me permissent de gagner mon pain, sans me dispenser d'ailleurs de faire hommage à S.A. d'inventions telles et si nombreuses qu'aucun autre prince peut-être n'en a de comparables, inventions dont beaucoup déjà ont été par moi mises en pratique, et dont je fais fort de trouver beaucoup d'autres à l'avenir, quand les occasions s'en présenteront"(2). Par exemple,

(1). sur le rôle instrumental des mathématiques chez Galilée, lire GEYMONAT, La vérité scientifique selon Galilée.

(2). lettre du 7 mai 1610, in GALILEE, Dialogues et lettres choisies.

en ce qui concerne la balistique, Galilée ne peut se contenter d'examiner et de critiquer les conceptions d'un Tartaglia, ou de fonder une théorie en se référant aux expériences de tir des artilleurs, il doit lui-même procéder à des expériences pour mesurer les trajectoires des projectiles afin d'améliorer les pratiques de tir et aboutir à des inventions.

Le recours à l'expérience permet également de lutter contre les arguments d'autorité. Dans le Saggiatore, Galilée critique son adversaire : "Il me semble déceler, chez Sarsi, l'idée bien arrêtée qu'il est nécessaire, en philosophie, de s'appuyer sur l'autorité de quelque penseur célèbre. Il croit sans doute que la philosophie est l'oeuvre de la fantaisie d'un homme". Galilée oppose ceux qui se réfèrent uniquement aux livres à ceux qui prennent en compte la réalité des faits. Dans les dialogues, le personnage de Simplicio, grand lecteur des anciens, contraste avec celui de Sagredo, homme curieux et ouvert aux résultats expérimentaux. L'expérience est un moyen de juger les doctrines des anciens. Pourtant les anciens faisaient appel à des observations. C'est que plusieurs conditions différencient les observations des traités aristotéliciens, ou scolastiques, des expériences galiléennes.

En premier lieu, la physique aristotélicienne collectionne toutes les observations et les exemples possibles pour les ordonner en un inventaire, auquel se réfère une théorie générale(1). A l'accumulation des observations, Galilée préfère l'assurance de la reproductibilité de l'expérience. Dans L'Essayeur, Galilée pourfend son adversaire Sarsi au nom de cette condition : "Si Sarsi désire que je croie sur la foi de Suidas, que les Babyloniens faisaient cuire les oeufs en les faisant tournoyer rapidement dans une fronde, je le croirais volontiers, mais je dirai que la cause d'un tel effet est éloignée de celle à laquelle on l'attribue et, pour découvrir la vraie cause, je raisonnerai comme suit : si un effet qui a réussi chez d'autres, à une époque, ne se produit pas chez nous, il s'ensuit nécessairement qu'à notre expérience il manque quelque chose qui était la cause du succès dans la tentative précédente ; et s'il ne nous manque qu'unechose, cette chose unique est la vraie cause ; nous ne manquons

(1). MOSCOVICI, Essai sur l'histoire humaine de la nature.

aujourd'hui ni d'oeufs, ni de frondes, ni de gens robustes pour les faire tournoyer, et pourtant ils ne veulent cuire ; et puisqu'il ne nous manque rien -sauf d'être Babyloniens- il s'ensuit que le fait d'être Babyloniens et non le frottement de l'air, est la cause de la cuisson des oeufs -ce que je voulais démontrer"(1). Dans les Discours concernant deux sciences nouvelles, Salviati, qui représente les idées de Galilée, persuade Simplicio que la chute des graves est un mouvement uniformément accéléré en relatant une seule expérience. Les conditions d'exécution de l'expérience doivent être parfaitement précisées, car la reproductibilité de l'expérience assure son universalité. Salviati raconte : "Dans une règle, ou plus exactement un chevron de bois, long d'environ 12 coudées, large d'une demi-coudée et épais de 3 doigts, nous creusions un petit canal d'une largeur à peine supérieure à un doigt ; et parfaitement rectiligne ; après l'avoir garnie d'une feuille de parchemin bien lustrée pour le rendre aussi glissant que possible, nous y laissions rouler une boule de bronze très dure, parfaitement arrondie et polie". Les détails prouvent que Galilée est conscient que des frottements ne doivent pas gêner la course de la boule.

En second lieu, les observations se rapportent à des faits appartenant à la vie quotidienne et elles servent à conforter une théorie, tandis que les expériences supposent la construction d'un dispositif mis en place tout exprès pour découvrir, contredire ou prouver la loi à laquelle est soumis un phénomène. Le montage d'un dispositif expérimental correspond au travail banal de l'ingénieur chargé de construire une machine capable de répondre à certains problèmes, avec une certaine efficacité et dans des conditions données. L'étude des manuscrits de Galilée montre que pour calculer la trajectoire des boulets de canon, c'est à dire celle des projectiles jetés en l'air, il aurait inventé un dispositif expérimental destiné à remplacer des tirs irréalisables ou des lancers malaisés. Galilée fait rouler une boule sur un plan incliné posé au bord d'une table et terminé par une partie horizontale. La boule décrit en tombant de la table une trajectoire facilement observable et on mesure la distance qui sépare la table du point de chute. En faisant varier

(1). cité par MOSCOVICI, op.cit.

l'angle du plan incliné, il est possible de chercher ou de tester la loi qui exprime le rapport entre cet angle et la distance mesurée (Fig. 16)(1).

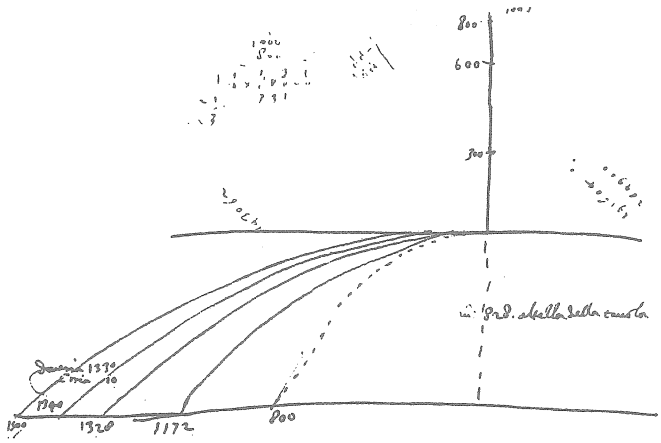

Fig. 16

En troisième lieu, l'observation ne repose que sur les sens alors que l'expérience utilise des instruments de mesure. L'exemple de la lunette astronomique, que plusieurs savants de l'époque condamnent "car on ne peut faire de la science qu'au moyen de la vue", montre que le passage du sens à l'instrument n'était pas évident. Galilée partage avec les ingénieurs l'habitude d'utiliser des instruments et des mécanismes. Il est même spécialiste des instruments de mesure, il a inventé un compas géométrique et militaire, et il travaille avec des artisans expérimentés. La mesure du temps pose un problème difficile, Galilée précise comment procéder dans l'expérience concernant la loi de la chute des graves : "Pour mesurer le temps, nous prenions un grand seau rempli d'eau que nous attachions assez haut ; par un orifice étroit pratiqué dans son fond s'échappait un mince filet d'eau que l'on recueillait dans un petit récipient, tout le temps que la boule roulait sur le canal. Les quantités d'eau étant recueillies étaient à chaque fois pesées à l'aide d'une balance très sensible, et les différences et proportions entre les poids nous donnaient les différences et proportions entre les temps"(2).

(1). sur les expériences de Galilée, voir les travaux de DRAKE.
(2). GALILEE, Discours concernant deux sciences nouvelles, p.144.

Enfin, l'observation et l'expérience ne jouent pas le même rôle par rapport à la théorie. Galilée entretient une certaine dialectique entre la construction théorique et la pratique expérimentale, déjà perceptible dans la forme de ses ouvrages. Les Discours concernant deux sciences nouvelles mélangent deux styles : c'est en partie un traité sur le mode euclidien avec des définitions, des propositions et des corollaires, et en partie un dialogue entre trois personnages avec des objections réfutées par la raison ou par l'expérience. Les éléments théoriques et les expériences sont confrontées et se perfectionnent mutuellement. Les expériences peuvent faire avancer la théorie de telle sorte que celle-ci puisse se passer de nouvelle expérience : "les conclusions que l'on peut tirer d'un nombre limité d'expériences vont souvent au-delà de celles-ci, car la connaissance d'un seul fait par la découverte de ses causes prépare notre esprit à concevoir et à affirmer d'autres faits sans nouveau recours à l'expérience"(1). Inversement, Galilée se méfie des arguments purement mathématiques qui ne peuvent être corroborées physiquement(2).

De ce point de vue, la démarche de Galilée dans l'appréhension de la loi de la chute des graves est intéressante. Il a d'abord cru, comme ses contemporains, que la vitesse augmentait pour devenir proportionnelle au poids du grave. Puis il a cru que la vitesse était proportionnelle à la distance parcourue. Enfin, dans les années 1604, il a fini par admettre que la vitesse est proportionnelle au temps de chute. Les manuscrits de Galilée datant de cette époque indiquent qu'il a fait de nombreuses expériences qui lui ont permis de conclure que la vitesse était proportionnelle au temps, et non à la distance(3). Entre les deux possibilités déjà examinées par Albert de Saxe, la théorie ne pouvait décider et l'expérience a permis de trancher. Dans une lettre à Baliani(4), Galilée explique sa démarche : "Et pour revenir à mon traité du mouvement, je raisonne à partir d'hypothèses que je fais sur le mouvement, tel que je le définis ; de sorte que quand bien même les conséquences déduites

(1). GALILEE, Dialogues sur les deux systèmes du monde, cité par DUGAS, op.cit.
(2). DRAKE, Galileo at work.
(3). DRAKE, op.cit.
(4). lettre du 7 janvier 1639, citée par GEYMONAT, op.cit.

ne correspondraient pas aux mouvements qui se produisent effectivement dans la nature, cela importerait peu, pas plus que dans le cas des démonstrations d'Archimède qui ne peuvent être infirmées bien qu'il n'existe dans la nature aucun mobile qui se meuve selon des lignes spirales. Et, en cette affaire, j'aurais été, pour ainsi dire, chanceux, car le mouvement des graves et ses accidents, répondent, point par point, à ce qui a été déduit par moi à partir de ma définition des mouvements". La loi hypothétique a été étudiée, les propriétés démontrées ont été confrontées avec l'expérience et -nous pouvons comprendre la joie et l'émotion de Galilée- elles se sont trouvées conformes à la réalité.

Il existe une controverse chez les historiens des sciences sur le point suivant : Galilée a-t-il vraiment réalisé les expériences relatées dans ses ouvrages ? Les enjeux de cette controverse rappellent qu'il existe une épistémologie sous-jacente à toute recherche historique. En effet, pourquoi mettre en doute les dires de Galilée sur ce point ? C'est que, selon que l'on veut faire de Galilée un platonicien, un kantien, un positiviste, etc..., on sera tenté de prendre plus ou moins en compte la pratique expérimentale de Galilée. Aux thèses très dogmatiques, selon lesquelles les expériences de Galilée n'étaient qu'imaginaires(1), certains historiens anglo-saxons ont récemment répliqué en répétant les expériences décrites et en retrouvant les résultats numériques contenus dans des manuscrits inédits de la Bibliothèque nationale de Florence(2).

3. La loi des espaces dans les Discours

Galilée écrit son premier traité sur les mouvements à l'âge de vingt cinq ans, il s'agit d'un De motu publié en 1591. L'examen de cet ouvrage permet d'apprécier le chemin qu'a dû parcourir Galilée avant de composer, quelque cinquante ans plus tard, les Discours concernant deux sciences nouvelles. Dans son ouvrage de jeunesse, les idées de Galilée sont encore toutes imprégnées de l'esprit scolastique, il adopte une variante du concept d'impetus et se lance dans

(1). voir KOYRE, Etudes galiléennes.
(2). sur la controverse lire l'article de THUILLIER dans La Recherche, n° 143.

de grandes spéculations sur les accélérations des chutes de corps lourds et légers(1). Galilée considère que, dans la chute des graves, la vitesse augmente au début, puis atteint une valeur limite proportionnelle au poids du grave. Treize ans plus tard, ses conceptions ont changé. Dans une lettre à Scarpi de 1604, il donne la loi des espaces, en pensant toutefois que la vitesse croît proportionnellement avec la distance parcourue. La loi des espaces n'est publiée qu'en 1632 dans les Dialogues sur les deux systèmes du monde. Avec cet ouvrage, Galilée sort du monde des qualités et des spéculations aristotéliciennes, l'impetus n'est plus que le mouvement lui-même.

Les troisièmes et quatrièmes journées des Discours concernant deux sciences nouvelles sont consacrées à l'étude des mouvements, mais Galilée a déjà abordé le problème de la chute des corps, dans la première journée, à propos de la réfutation du vide d'Aristote. Il nie les deux suppositions sur lesquelles s'appuie la démonstration aristotélicienne, à savoir que des mobiles se meuvent dans un même milieu avec des vitesses proportionnelles à leurs poids, et qu'un mobile se meut dans des milieux différents avec des vitesses proportionnelles aux densités des milieux. Il montre d'abord, en reprenant l'argument de Benedetti, que deux graves de poids différents tombent avec la même vitesse dans le même milieu. Puis il examine la chute d'un grave dans divers milieux, air, eau douce ou salée, eau chaude ou froide, vif argent, et en conclut que "si l'on supprimait totalement la résistance du milieu, tous les corps descendraient avec la même vitesse"(2). Dans la suite de l'ouvrage, Galilée néglige la résistance de l'air. Il considère que les effets de la résistance sont insignifiants et, par conséquent, que les résultats obtenus peuvent être considérés comme "absolument vrais" puisque l'erreur est négligeable.

La troisième journée s'intitule Du mouvement local, elle traite du mouvement uniforme et du mouvement naturellement accéléré. Le mouvement uniforme est défini comme "celui où les espaces parcourus par un mobile en des temps égaux quelconques, sont égaux entre eux". Galilée énonce quatre axiomes, le mot vitesse apparaît dans le troisième sans indication préalable : "pour un même intervalle de temps, l'espace franchi avec une vitesse plus grande est supérieur à l'espace

(1). DUGAS, La mécanique au 17ème siècle.
(2). GALILEE, Discours concernant deux sciences nouvelles, traduction Clavelin, p.61.

franchi avec une vitesse moins grande". La suite permet de mieux comprendre l'absence d'une définition de la vitesse. Galilée a besoin de trois énoncés pour exprimer les relations entre vitesse, temps et distance dans un mouvement uniforme, car il ne conçoit pas de faire un rapport entre deux grandeurs hétérogènes. Ainsi, le théorème I énonce que "si un mobile animé d'un mouvement uniforme parcourt, avec une même vitesse, deux distances, les temps des mouvements seront entre eux comme les distances parcourues". L'interdit d'un rapport entre grandeurs hétérogènes sera tenace, d'Alembert écrit au XVIIIème siècle que "la vitesse d'un corps qui meut uniformément, est égale, disent-ils (les mécaniciens), à l'espace divisé par le temps ; ou, comme s'expriment d'autres mathématiciens, le résultat de cette division est la mesure de la vitesse. Cette manière de s'exprimer, prise à la rigueur, ne présente point d'idée nette ; car on ne saurait diviser l'espace par le temps ; on ne divise point une quantité par une autre de nature différente"(1) et il propose comme définition du mouvement uniforme l'égalité des rapports entre vitesses, distances et temps. Les théorèmes IV, V et VI sont consacrés à la comparaison de deux mouvements uniformes. Ainsi, le théorème VI établit que : "Si deux mobiles sont animés d'un mouvement uniforme, le rapport de leurs vitesses sera composé (égale au produit) du rapport des espaces parcourus et du rapport inverse des temps".

Après avoir démontré les propriétés du mouvement uniforme, Galilée en vient au mouvement naturellement accéléré. Toute cette partie est animée par la volonté et l'obsession de Galilée de convaincre son lecteur que le mouvement naturel de la chute des graves est un mouvement uniformément accéléré. Sa démarche et ses arguments sont entièrement guidés par cette motivation. La démarche de Galilée est originale. Salviati commence par aborder le mouvement uniformément accéléré comme on le ferait pour n'importe quel mouvement défini a priori. Mais, au fur et à mesure qu'il précise la définition, il accumule les arguments prouvant l'identité de la chute des corps à ce mouvement et réfute chacune des contradictions de ses interlocuteurs. Ensuite, il démontre mathématiquement la loi des espaces, avant de présenter l'argument décisif, l'expérience qui prouve que la loi des espaces

(1). D'ALEMBERT, Eclaircissements sur les éléments de philosophie, in Mélanges, tome V, p.271.

est conforme à la réalité. Galilée avertit d'emblée son lecteur que "notre conviction s'appuie avant tout sur la correspondance et l'accord rigoureux qui semblent exister entre les propriétés que nous avons successivement démontrées et les résultats de l'expérience".

Par définition, "un mouvement est également ou uniformément accéléré quand, partant du repos, il reçoit en des temps égaux des moments égaux de vitesse". Galilée utilise le terme de moment qu'il a introduit, dans le sens du produit de la force par la vitesse, dans son Discours sur l'hydrostatique de 1612(1). Dans les Discours concernant deux sciences nouvelles, le terme degré est parfois préféré à celui de moment. Les hésitations de langage recouvrent les difficultés à saisir quantitativement le concept de vitesse. Galilée écrit que "l'intensification de la vitesse est proportionnelle à l'extension du temps", c'est à dire qu'il ne conçoit pas que l'on puisse additionner des degrés de vitesse comme on additionne des intervalles de temps, mais il additionne volontiers des moments de vitesse(2). Galilée introduit aussi le terme impeto, dans un sens dynamique qui évolue au cours de l'ouvrage ; il l'utilise largement dans la quatrième journée en association avec le mot vitesse : "la vitesse et l'impeto acquis".

Galilée prétend qu'il a été conduit à cette étude du mouvement naturellement accéléré "comme par la main en observant la règle que suit habituellement la nature dans toutes ses autres opérations où elle a coutume d'agir en employant les moyens les plus ordinaires, les plus simples, les plus faciles"(3). Nous savons pourtant qu'il a hésité pendant quelques années et, qu'avant lui seul De Soto semble avoir été séduit par la même simplicité. Galilée, alias Salviati, veut convaincre ses interlocuteurs que le mouvement uniformément accéléré convient à la chute des graves, aussi leur demande-t-il de façon très didactique de présenter leurs objections : "Il est bien que vous même (Sagredo) et le sieur Simplicio souleviez des difficultés". Dans la première objection Sagredo note que selon

(1). DUGAS, op.cit.
(2). DEGANDT, De la vitesse de Galilée aux fluxions de Newton.
(3). GALILEE, op.cit., p.131.

cette conception le grave devrait passer par tous les degrés de vitesse et qu'"il faut alors convenir que dans les instants les plus proches du point de départ il se mouvait si lentement qu'en continuant au même taux il n'aurait pas franchi un mille en une heure, ni en un jour, ni en une année, ni même en un millier, et qu'il n'aurait pas davantage parcouru une seule palme en un temps encore plus long ; conséquence qui (...) déconcerte l'imagination, quand l'expérience sensible nous montre des corps tombant immédiatement avec une grande vitesse". Cet argument pose un problème délicat, celui d'apprécier une vitesse infiniment petite. Pour cela, Galilée se rapporte à l'effet de la percussion d'un grave sur une matière molle : il est certain que si la chute est courte alors l'effet sera imperceptible. Par conséquent, "l'impeto d'un corps qui tombe, fut-il très pesant, est au début insensible et très lent", le mot impeto est ici utilisé dans un contexte très dynamique. Galilée argumente aussi en inversant le mouvement : "je ne vois pas comment la pierre, dont la vitesse diminue et se consume en totalité au cours de son ascension, pourrait atteindre l'état de repos sans être passée par tous les degrés successifs de lenteur". Lors de la seconde objection, Sagredo estime qu'il aurait été plus clair de dire "qu'un mouvement uniformément accéléré est un mouvement où la vitesse croît en proportion de l'espace traversé". Galilée avoue que lui-même a "partagé la même erreur pendant un certain temps" et veut montrer la fausseté de cette proposition. Mais la démonstration n'est pas claire, il semble qu'il confonde la vitesse acquise en un instant avec la vitesse moyenne. Mersenne, dans sa traduction commentée de l'ouvrage publié en septembre 1638(1) et intitulé Les nouvelles pensées de Galilée, ne comprend pas l'argument (2). Il n'empêche qu'au terme de ces explications, Sagredo est fort satisfait : "Vous nous révélez ces conclusions si cachées avec trop d'évidence et de limpidité ; cette extrême facilité les rend moins précieuses que dans leur état de confusion antérieur".

(1). les Discours concernant deux sciences nouvelles sont publiés en juillet 1638.
(2). MERSENNE, Les nouvelles pensées de Galilée, p.184.

Pour démontrer la loi des espaces, Galilée doit établir le théorème de Merton qui permet de calculer géométriquement le mouvement uniformément accéléré en le ramenant au mouvement uniforme. Il l'énonce ainsi : "Le temps pendant lequel un espace quelconque est franchi par un mobile, partant du repos, avec un mouvement uniformément accéléré, est égal au temps pendant lequel le même espace serait franchi par le même mobile avec un mouvement uniforme, dont le degré de vitesse serait la moitié du plus grand et dernier degré de vitesse atteint au cours du mouvement uniformément accéléré"(1). Galilée ne le démontre pas tout à fait comme Oresme, il utilise les indivisibles des figures : "la somme des moments de vitesse, telle que l'expriment d'une part les parallèles croissantes du triangle AEB, et d'autre part les parallèles égales du parallélogramme GB, est la même dans le mouvement accéléré et dans le mouvement uniforme (...). Il est donc clair que des distances égales seront traversées en des temps égaux par les deux mobiles" (Fig. 17). Il semble que l'usage des indivisibles -qui ne s'impose pas pour démontrer l'égalité des aires des deux figures- permette à Galilée de s'assurer que, AB figurant le temps, les aires représentent bien les distances parcourues par les deux mobiles.

La preuve de la loi des espaces est plus délicate, il s'agit de montrer que : "si un mobile partant du repos, tombe avec un mouvement uniformément accéléré, les espaces parcourus en des temps quel-

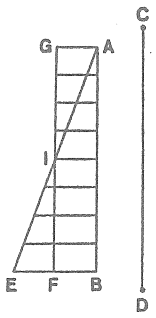

Fig. 17

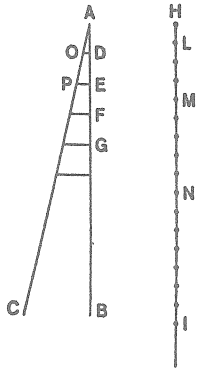

Fig. 18

(1). GALILEE, op.cit., p.139.

conques par ce même mobile sont entre eux en raison double des temps, c'est à dire comme les carrés de ces mêmes temps". La lecture de la démonstration montre la difficulté d'opérer sans aucun formalisme algébrique et l'importance de choisir une bonne représentation géométrique. Ici, la ligne AB représente le temps, la ligne HI l'espace franchi, les segments HL et HM les espaces parcourus pendant des intervalles de temps quelconques AD et AE, les segments OD et PE les degrés de vitesse acquis au bout des temps AD et AE (Fig. 18). D'après le théorème de Merton, HM et HL sont aussi les distances parcourues dans deux mouvements uniformes de vitesses respectives 1/2 EP et 1/2 OD pendant les temps respectifs AE et AD. D'après le théorème IV sur le mouvement uniforme, le rapport des distances HM et HL est égal au produit du rapport des vitesses par le rapport des temps. Par conséquent, avec nos notations :

$$\frac{HM}{HL} = \frac{1/2\ EP}{1/2\ OD} \times \frac{AE}{AD} = \frac{AE^2}{AD^2}$$

Pour prouver sans conteste que la chute des graves est un mouvement uniformément accéléré, Galilée fait appel à l'expérience minutieusement relatée qui confirme que les rapports des espaces parcourus par la boule sont bien entre eux comme les carrés des temps : "la précision de l'expérience était telle que, comme je l'ai dit, aucune discordance significative n'apparut jamais entre les expériences, maintes et maintes fois répétées". Mersenne, expérimentateur averti, confirme dans ses commentaires des Nouveaux dialogues de Galilée : "j'ai trouvé les mêmes proportions en laissant tomber des boules de plomb, et de toute autre sorte de matière, en toutes sortes de hauteurs depuis un pied jusques à cent quarante sept pieds de haut"(1). Les résultats sont, dit-il, moins bons pour les corps légers, mais cela est dû au "grand empêchement de l'air" que Galilée ne veut pas considérer dans son traité.

Galilée donne ensuite un corollaire de la loi des espaces fort utile dans l'étude du mouvement des projectiles : "si l'on prend, à partir d'un point initial, deux distances quelconques parcourues dans des intervalles de temps quelconques, ces temps auront entre eux même rapport que l'une des distances, à la moyenne propor-

(1). MERSENNE, op.cit., p.188.

tionnelle des deux distances". Si ST et SV sont les distances parcourues et SX la moyenne proportionnelle de ST et SV, alors le rapport des temps mis pour parcourir ST et SV est égal au rapport de ST par SX. La troisième journée se termine par l'étude du mouvement sur un plan incliné.

Les résultats de la troisième journée des Discours concernant deux sciences nouvelles ne reçurent pas un accueil unanimement favorable, mais ne rencontrèrent pas non plus l'indifférence. Descartes s'y oppose : "il suppose que la vitesse des poids qui descendent, s'augmente toujours également, ce que j'ai autrefois cru comme lui ; mais je crois maintenant savoir par démonstration qu'il n'est pas vrai"(1). Casrée, un jésuite, propose de nouvelles expériences pour contredire les affirmations de Galilée, expériences que Gassendi repousse en montrant qu'elles ne prouvent rien contre Galilée. Fermat défend Galilée, il développe l'argument contre l'hypothèse de la vitesse proportionnelle à la distance. Les Pères Riccioli et Grimaldi répètent l'expérience de Galilée en mesurant le temps avec un pendule, ils obtiennent des résultats peu concluants. Mersenne, défenseur de Galilée, jette des balles de plomb du dôme de St Pierre de Rome et Desaguliers de celui de St Paul de Londres(2). Il est vrai que la chute des graves intervient aussi dans un débat brûlant, celui sur la rotation de la terre.

4. Chute des graves et rotation de la terre

Nous avons vu qu'Aristote, pour réfuter la doctrine pythagoricienne du mouvement de la terre, fait observer qu'une boule lancée verticalement retombe sur son point de départ. Tous les partisans de la rotation de la terre, de Copernic à Newton, auront à répondre à cet argument qui oblige, comme le fait déjà Copernic, à considérer qu'un corps qui tombe est soumis à deux mouvements, l'un rectiligne et l'autre circulaire. La question se transforme avec les nouveaux intérêts des scientifiques du XVIIème siècle en celle de savoir quelle est la trajectoire du corps. Par ailleurs, plusieurs variantes de l'argument d'Aristote sont proposées ; elles sont destinées à

(1). DESCARTES, lettre à Mersenne du 11 octobre 1638, in Oeuvres, tome II, p. 96.
(2). MONTUCLA, Histoire des mathématiques, tome II.

mieux appréhender ou même à expérimenter le phénomène.

Dans la seconde moitié du XVIème siècle, Giordano Bruno, métaphysicien partisan des idées de Copernic, considère que l'objection d'Aristote ne prouve rien contre le mouvement de la terre car toutes les choses qui sont sur la terre se meuvent avec celles-ci. Il imagine l'exemple suivant : deux hommes, l'un sur un navire et l'autre sur la rive, lâchent ensemble une pierre sur le pont du navire à un moment où leurs mains se touchent, la pierre du second tombe en arrière. A la même époque, Tycho Brahé s'oppose à Képler sur la question du mouvement de la terre. Il met l'argument d'Aristote au goût du jour en concevant un canon tirant un boulet vers l'est puis, du même lieu et avec la même inclinaison, vers l'ouest. Si Képler a raison, alors le boulet tiré vers l'est doit aller moins loin que l'autre, car le mouvement naturel de la terre entrave le mouvement violent du boulet. Puisqu'en réalité les portées sont égales, la terre ne tourne pas. Képler réplique à Tycho Brahé, "qui combat le mouvement de la terre à coup de canon", que les deux mouvements du boulet, celui qui provient de la terre et celui du canon, se combinent sans se gêner. Le boulet tiré vers l'est parcourt plus de chemin que l'autre par rapport à l'univers, mais non sur la surface de la terre(1).

Dans la 2ème journée des Dialogues sur les deux systèmes du monde, Galilée défend la réalité de la rotation de la terre. Il explique que la pierre jetée du haut du mât du navire tombe à son pied parce que l'impeto qui permet à la pierre de ne pas s'écarter du mât du navire est égal au mouvement de celui-ci. Galilée considère que le temps de chute de la pierre est le même, que le navire soit au repos ou en mouvement, et quelle que soit sa vitesse. Il prétend que la même chose est vraie pour les tirs d'artillerie. Une couleuvrine située sur une tour qui effectue des tirs parallèles à l'horizon envoie le boulet à n'importe quelle distance, selon la charge utilisée, mais toujours dans le même temps. Galilée multiplie les exemples : balle lâchée par un cavalier, balle roulant sur un plan incliné fixé au flanc d'un carrosse, tir d'arbalète à bord d'une charrette, etc... Dans tous les cas, il combine librement les mouvements rectili-

(1). DUGAS, La mécanique au XVIIème siècle.

gnes et circulaires.

Galilée se demande également quelle est la trajectoire que suit effectivement une pierre qui tombe d'une tour. Comme il l'a expliqué dans la 1ère journée, les corps se dirigent vers le centre de la terre, "leur mère commune". Si a désigne le centre de la terre, on considère BI la surface terrestre, CB une tour du sommet de laquelle on laisse tomber une pierre, et CD la circonférence décrite par le sommet de la tour pendant la rotation de la terre (Fig. 19). Le mouvement de rotation et le mouvement rectiligne se composent pour former la trajectoire de la pierre. Galilée écrit qu'il est probable que le demi-cercle de diamètre CA soit la trajectoire que le grave suivrait du sommet de la tour vers le centre de la terre. Cette assertion s'appuie sur le fait que les points par lesquels passe la pierre, à savoir les intersections du demi-cercle avec les segments AF, AG, AH, AL, AD, s'éloignent de plus en plus du haut de la tour, ce pourquoi le mouvement de la pierre est accéléré. Galilée se montre ici incapable de composer géométriquement un mouvement circulaire uniforme et un mouvement radial accéléré.

Lorsque Mersenne, fidèle lecteur de Galilée, prend connaissance des Dialogues sur les deux systèmes du monde, il approuve aussitôt la loi des espaces mais refuse la trajectoire en demi-cercle de la pierre. Il propose une autre trajectoire dans son traité Des

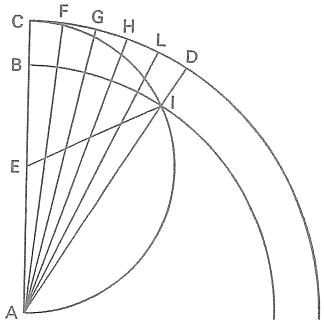

Fig. 19

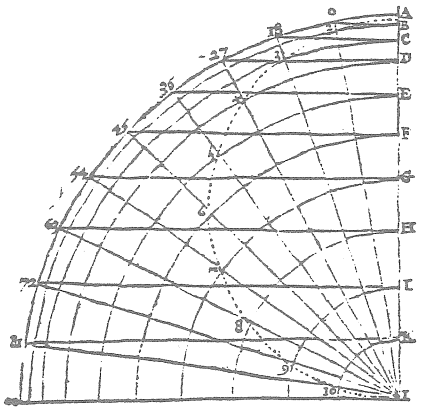

Fig. 20

mouvements de toutes sortes de corps qui constitue le livre II de son Harmonie Universelle publié en 1633. La loi des espaces fait l'objet de la proposition I du traité, elle est corroborée par plusieurs récits d'expériences et accompagnée d'une table. Mersenne ne semble pas avoir été étonné par la loi de Galilée(1), que l'expérience lui a fait préférer à celle plus mathématique et plus sophistiquée du "docte Wendelin"(2). Dans la proposition III, Mersenne décrit la trajectoire en demi-cercle proposée par Galilée pour la chute de la pierre (Fig. 20) pour, dans la proposition suivante, "montrer qu'il est impossible que les corps pesants descendant jusques au centre de la terre décrivent le demi-cercle précédent et donner la ligne par laquelle ils descendraient si la terre tournait en 24 heures autour de son essieu"(3). Ses calculs lui prouvent que Galilée s'est trompé, "il s'est contenté d'avoir une proportion de chute qui lui semblait accordé avec les apparences, et que pensant davantage aux belles correspondances et conséquences qu'il en tirait, il n'a pas approfondi cette matière". Mersenne démontre que la trajectoire est la ligne courbe ABDEFC qui est "grandement différente" d'un demi-cercle (Fig. 21). Sur la figure, C est le centre de la terre, AC est le demi-diamètre de la terre divisé en segments de longueurs proportionnelles à 1, 3, 5, 7, 9 et AOC est un angle de valeur 22' 2/3 divisé en cinq parties égales. Les points

(1). LENOBLE, Mersenne et la naissance du mécanisme.
(2). MERSENNE, Harmonie Universelle, p.125.
(3). MERSENNE, op.cit., p.96.

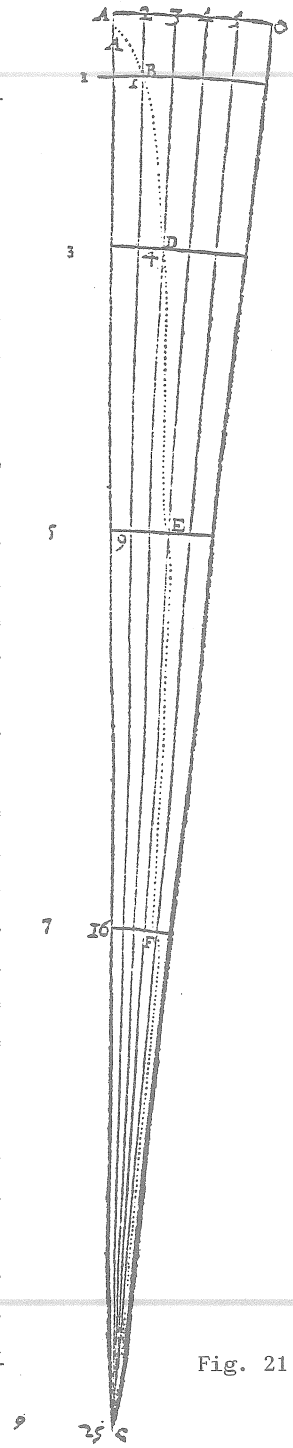

Fig. 21

par lesquels passe le grave sont les points d'intersection B, D, E, F, C. Mersenne, partisan déclaré des idées coperniciennes depuis 1625 et adepte de celles de Galilée, conclut cependant en corollaire que "toutes les pensées et les expériences de Galilée ne favorisent nullement le mouvement journalier de la terre". La solution de Mersenne est correcte géométriquement mais ne l'est pas mécaniquement. En 1668, Borelli donne une solution convenable et annonce la dérivation des graves vers l'est(1). La première expérience utilisant cette dérivation pour démontrer la rotation de la terre est imaginée par Newton et réalisée par Hooke en 1679(2).

Avant Galilée, Mersenne compose un mouvement rectiligne uniformément accéléré et un mouvement circulaire uniforme. Il semble même qu'il ait connu dès 1633 la trajectoire parabolique des projectiles, peut être grâce à l'ingénieur Galée ou au mathématicien Mydorge(3). Cependant, il n'y fait pas référence dans son traité Des mouvements de toutes sortes de corps, lorsqu'il contredit Galilée en montrant que "le boulet d'une artillerie tiré horizontalement du haut d'une tour n'arrive pas aussitôt à terre qu'un boulet égal qui tombe perpendiculairement du haut de la même tour"(4). De toute façon, il est clair que deux conditions suffisent pour obtenir la trajectoire parabolique : la loi des graves et la composition géométrique des mouvements. C'est pour cette raison, qu'en Italie même, Galilée se voit devancer par le mathématicien Cavalieri. Dans son traité Lo Specchio Ustorio overe Trattato delle Setioni Coniche, publié en 1632, Cavalieri démontre que la trajectoire décrite par un projectile est une parabole, en rapportant le mouvement à des axes rectangulaires et en calculant les distances parcourues pendant des intervalles égaux de temps(5). Galilée est désespéré de se voir dépossédé du fruit de son long labeur. Il écrit à Cesare Marsili : "Je ne puis dissimuler à Votre Illustrissime Seigneurie que cette information ne m'a guère fait plaisir, voyant que d'une étude de plus de 40 années dont j'avais révélé une bonne partie au dit Père (Cavalieri) avec une grande confiance, devaient m'être

(1). CLAVELIN, La philosophie naturelle de Galilée.
(2). KOYRE, La révolution copernicienne.
(3). d'après les notes de COSTABEL et LERNER, in Les nouvelles pensées de Galilée de MERSENNE.
(4). proposition XXII, p. 155.
(5). DUGAS, op.cit.

enlevées les prémices et déflorée cette gloire que je désirais si avidement et me promettais de si longs efforts ; car vraiment ma première intention, qui m'incite à méditer sur le mouvement, fut de trouver cette ligne"(1). Cavalieri s'excusa très humblement, proposant de cesser la vente de son ouvrage ou même de le brûler. Galilée accepta de bonne grâce ces excuses, et lorsqu'il énonce le résultat dans la quatrième journée des Discours concernant deux sciences nouvelles, il fait tout comme s'il était inédit.

(1). lettre du 11 septembre 1632, Opere, t. XIV, p. 386 cité par DUGAS, op.cit.

V. La trajectoire parabolique du boulet de canon

Dans la lettre à Cesare Marsili, Galilée écrit que la première intention qui l'incita à méditer sur le mouvement fut de trouver la trajectoire des projectiles. Cette affirmation n'est pas uniquement dictée par le désespoir de s'être vu devancé par Cavalieri ; Galilée semble s'intéresser depuis longtemps à la trajectoire des projectiles, et même à celle des boulets de canon. Dans une lettre de 1610 destinée à son "très honoré patron" Belisario Vinta, Galilée appuie sa demande de subsides en établissant un véritable programme de recherche, programme dans lequel l'art militaire vient en bonne place. Il écrit : "Je songe également à écrire quelques livres relatifs à l'art militaire où je traiterai non seulement de la formation idéale du soldat, mais où j'enseignerai par des règles très précises les connaissances relevant des mathématiques qu'il lui convient d'acquérir : castramétations, ordres de bataille, fortifications, sièges, levées de plan, évaluation des distances, notions d'artillerie, usage de divers instruments, etc"(1).

Dans la quatrième journée des Discours concernant deux sciences nouvelles, consacrée au mouvement des projectiles, Galilée ne manque pas de formuler les conséquences de ses calculs pour la pratique des canons et il établit les tables de portée réclamées depuis fort longtemps par les hommes de l'art. Ces résultats ne furent pas reçus avec tout l'enthousiasme qu'aurait souhaité Galilée. Les scientifiques lui reprochent d'avoir négligé la résistance de l'air, que certains commencent à étudier sérieusement. La quatrième journée ne constitue qu'une étape, certes nécessaire, dans la résolution du difficile problème de la trajectoire d'un projectile en milieu résistant. Galilée n'exclut-il pas lui-même, à un moment, l'artillerie du champ d'application de ses travaux pour cette raison ?

Galilée montre que la trajectoire suivie par les projectiles est une parabole, courbe étudiée par les géomètres depuis l'Antiquité. Ce faisant, il opère une transformation de la parabole : elle était courbe statique et géométrique, elle devient courbe dynamique et mécanique. Il inaugure ainsi de nouvelles conceptions sur lesquelles

(1) GALILEE, Dialogues et lettres choisies, p.359-60

vont pouvoir se fonder de nouvelles mathématiques.

1. La parabole

Galilée a décrit par une relation mathématique, entre distances et temps, le mouvement de chute des graves. A la condition d'accepter de composer les deux mouvements auxquels sont soumis les projectiles, il est en mesure de donner leur trajectoire, non par la forme mais par les proportions, c'est à dire de leur associer une courbe mathématique. Galilée compose les deux mouvements sans aucune hésitation, ni aucun commentaire. Quarante ans ont passé depuis le De motu dans lequel il prenait la peine de réfuter l'existence d'un "media quies". En 1637, la question de la composition des mouvements n'est plus à l'ordre du jour. D'autres interrogations, d'autres sujets de réflexion, d'autres conceptions sont venus ébranler et anéantir l'interdit scolastique. Depuis Copernic et Képler, l'étude des mouvements célestes et, en premier lieu, celui de la terre a induit un nouveau regard sur l'univers : on ne différencie plus le monde céleste du monde sublunaire et on accorde moins de singularité au mouvement naturel. Avec Benedetti, l'étude des machines dans lesquels les mouvements se combinent et se transmettent a conduit à un changement d'attitude : on ne cherche plus à ordonner les mouvements, à les séparer selon certaines propriétés, on se préoccupe de les composer, de les unifier pour comprendre leurs effets conjugués(1). Par ailleurs, la composition des forces est appliquée avec succès en statique grâce à la loi du parallélogramme dont Roberval donne une démonstration satisfaisante dans son Traité de Mécanique de 1636. Enfin, depuis une vingtaine d'années, tous les géomètres travaillent avec acharnement et passion sur une courbe qui s'obtient par combinaison d'un mouvement circulaire et d'un mouvement rectiligne, la cycloïde(2). Dans la décade 1630-1640, l'idée de composition est dans toutes les têtes.

Galilée commence la quatrième journée, intitulée Du mouvement des projectiles, en décrivant le mouvement précis qu'il va étudier : "J'imagine qu'un mobile a été lancé sur un plan horizontal d'où l'on a écarté tout obstacle ; il est déjà certain, d'après ce qu'on a dit ailleurs plus longuement, que son mouvement se poursuivra

(1). MOSCOVICI, Essai sur l'histoire humaine de la nature
(2). CLERO et LE REST, La naissance du calcul infinitésimal

uniformément et éternellement sur ce même plan, pourvu qu'on le prolonge à l'infini. Supposons en revanche qu'il soit limité et situé à une certaine hauteur : le mobile que j'imagine doué de gravité, parvenu à l'extrémité du plan et continuant sa course, ajoutera à son précédent mouvement uniforme et indélébile la tendance vers le bas que lui confère sa gravité : le résultat sera ce mouvement composé d'un mouvement horizontal uniforme et d'un mouvement naturellement accéléré vers le bas que j'appelle projection"(1). D'après des manuscrits récemment analysés, il semble que le mouvement ici proposé corresponde à un dispositif expérimental qui aurait permis à Galilée d'être mis sur la voie de la trajectoire parabolique dès 1608. Les dessins et les calculs figurant sur certains manuscrits laissent supposer que Galilée aurait établi une démonstration mathématique en 1609 et l'aurait confrontée à des résultats expérimentaux. En particulier, il aurait pu tester l'idée que le mobile poursuit uniformément et éternellement le mouvement horizontal si rien ne l'en empêche(2).

Pour démontrer les propriétés du mouvement des projectiles, Galilée a besoin de deux résultats mathématiques concernant la parabole. Il les énonce au début de la journée, en dehors du contexte de l'étude des mouvements, et se réfère au Traité des sections coniques écrit par Appolonius vers 200 avant J.C., où la parabole est définie comme l'intersection d'un cône droit de sommet l et d'un plan parallèle au côté lk. Le premier résultat exprime une propriété que Galilée utilise comme caractéristique des points de la parabole : "entre le carré de bd et le carré de fe existe le même rapport qu'entre l'axe da et sa partie se" (Fig. 22). Le deuxième résultat concerne la tangente en b, si c est le pied de la perpendiculaire de b menée à l'axe, alors da = ac (Fig. 23).

Le théorème I de la quatrième journée énonce qu'"un projectile qu'entraîne un mouvement composé d'un mouvement horizontal et d'un mouvement naturellement accéléré vers le bas, décrit au cours de son déplacement une trajectoire semi-parabolique". La démonstration repose sur une figure où ab représente le plan que quitte le mobile

(1). GALILEE, Discours concernant deux sciences nouvelles, traduction CLAVELIN, p. 205.
(2). travaux de DRAKE.

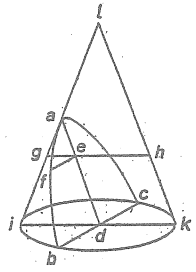

Fig. 22

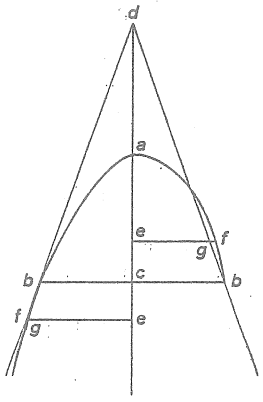

Fig. 23

et be représente l'écoulement ou la mesure du temps. Chaque démonstration de la quatrième journée repose sur une figure dans laquelle le temps est représenté, c'est à dire que les représentations géométriques, bien que statiques, permettent de percevoir le mouvement instant par instant, comme dans un film passé au ralenti. Ici, bc, cd, de, etc... réprésentent un nombre quelconque d'intervalles égaux de temps, au bout desquels on examine la position du projectile (Fig. 24).

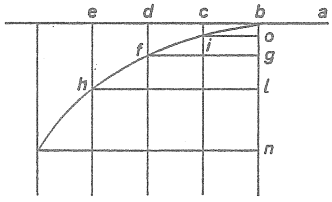

Fig. 24

Les segments df, eh, etc... sont définis à partir d'un segment quelconque ci de sorte que leurs rapports à ci soient 4, 9, etc... Galilée explique : "si nous supposons qu'un mobile entraîné d'un mouvement uniforme de b vers c subit en même temps une descente perpendiculaire égale à ci, à la fin de l'intervalle bc il se trouvera en i. Le mouvement continuant, à la fin de l'intervalle de temps db, double de bc, la distance parcourue vers le bas sera le quadruple de la première distance ci ; on a en effet démontré, dans le traité précédent, que les espaces parcourues par un corps grave animé d'un mouvement accéléré, sont comme les carrés des temps". Par conséquent, à la fin de l'intervalle de temps db, le mobile se trouvera en f et il sera en h à la fin de l'intervalle de temps eb. Galilée conclut en accélérant le rythme du film : "on démontrera de la même façon, en prenant un nombre quelconque d'intervalles égaux et d'une grandeur arbitraire, que les points par lesquels passe un mobile animé d'un mouvement semblablement composé pendant ces mêmes intervalles de temps se trouvent sur une même ligne parabolique".

Sagredo s'exclame qu'"on ne peut nier que le raisonnement soit nouveau, ingénieux et concluant" avant de lui reprocher de s'appuyer sur des hypothèses a priori : il suppose que le mouvement horizontal est uniforme et que les deux mouvements "en se combinant, ne s'altèrent ni ne se gênent". Sagredo objecte également que, la parabole s'éloignant sans cesse de son axe, aucun projectile n'atteindra le centre de la terre, contrairement à la thèse de Galilée. En effet, la démonstration suppose les droites eh, df, ci parallèles alors qu'elles se rencontrent au centre de la terre. Simplicio formule immédiatement après Sagredo deux autres objections. D'une part, le plan horizontal n'est pas en tous ses points équidistant de la terre ; puisqu'il s'éloigne du centre de la terre, le mouvement horizontal n'est pas uniforme, au contraire il s'affaiblit. D'autre part, il lui semble "impossible de supprimer la résistance du milieu, au point qu'elle n'altère plus l'uniformité du mouvement transversal et la loi de l'accélération dans la chute libre". Ces critiques mettent en cause, non pas la cohérence de la démonstration qui repose sur les mathématiques, mais la valeur des hypothèses sur lesquelles on raisonne. Si Galilée prétend que la parabole est la trajectoire

réellement suivie par les projectiles, il doit les justifier car, comme le dit Simplicio, "toutes ces difficultés rendent ainsi très improbable que des résultats établis sur des suppositions aussi fragiles puissent dans la pratique se révéler exacts".

La réponse de Galilée est claire : "j'accorde que les conclusions établies dans l'abstrait se modifient dans la réalité, et se montrent à ce point inexactes que ni le mouvement transversal ne peut être uniforme, ni l'accélération naturelle s'effectuer selon la proportion admise, ni la trajectoire d'un projectile avoir la forme d'une parabole". Cette réponse mérite attention. Pour Galilée, la parabole n'est qu'une approximation, en raison des "difficultés" qu'il a fait exposer par Sagredo et Simplicio. Il s'agit maintenant d'évaluer l'importance de cette approximation, et c'est dans cet esprit que les arguments vont être examinés. Galilée néglige de répondre à l'un deux -par trop irrecevable-, celui de la composition des mouvements. L'attitude faillibiliste de Galilée ne semble pas comprise par Descartes, il écrit à Mersenne : "il (Galilée) ajoute une autre supposition aux précédentes, laquelle n'est pas plus vraie, à savoir, que les corps jetés en l'air vont également vite suivant l'horizon ; mais qu'en descendant leur vitesse s'augmente en proportion double de l'espace. Or cela posé, il est très aisé de conclure que le mouvement des corps jetés devrait suivre une ligne parabolique ; mais ses positions étant fausses, sa conclusion peut aussi être fort éloignée de la vérité"(1).

La justification de l'uniformité du mouvement horizontal est faite du point de vue géométrique soulevé par Simplicio, à savoir que le plan horizontal n'est pas équidistant du centre de la terre. Galilée répond à cette objection, comme à celle de Sagredo concernant le parallélisme des lignes de chute, qu'il s'agit là de détails "car les instruments et les longueurs mis en cause sont si petits en comparaison de la distance considérable qui nous sépare du centre du globe, que nous pouvons, à bon droit assimiler une minute de degré prise sur un très grand cercle à une ligne droite, et deux perpendiculaires, abaissés par ses extrémités, à deux parallèles".

(1) lettre du 11 octobre 1638, Oeuvres, tome II, p. 91.

Là n'est pas l'essentiel. Dans ses commentaires des Nouvelles pensées de Galilée, Mersenne attaque le principe de l'uniformité du mouvement horizontal, non du point de vue géométrique mais d'un point de vue dynamique : "l'air empêche l'égalité du mouvement horizontal"(1). La question de la résistance de l'air a été soulevée par Simplicio. C'est sans aucun doute aux yeux de Galilée la "difficulté" la plus importante, il y répond par de nombreux développements.

2. Le problème de la résistance de l'air

Galilée sait qu'en négligeant la résistance de l'air, il met en cause le fait que la trajectoire du projectile soit dans la réalité une parabole ; aussi prend-il soin de justifier longuement cette hypothèse. Son explication est motivée par une volonté scientifique. La résistance de l'air ne peut-être étudiée scientifiquement, car elle varie selon des paramètres eux-mêmes trop variables -forme, poids et vitesse du projectile- pour que l'on puisse établir des lois. Par conséquent, Galilée propose d'étudier le mouvement des projectiles en deux temps. Dans un premier temps, on obtient des résultats en négligeant la résistance de l'air. Dans un second temps, on évalue l'exactitude de ces résultats et on les rectifie en s'appuyant sur un certain nombre de données dictées par l'expérience. Il explique : "Ces propriétés de gravité, de vitesse et même de formes sont susceptibles de varier de tant et tant de manières qu'il est impossible d'en donner une science rigoureuse : c'est pourquoi, si l'on veut traiter scientifiquement du problème du mouvement, il convient d'en faire abstraction, et après avoir découvert et démontré les lois, en supprimant toute résistance, de les compléter, au moment de les utiliser concrètement, par ces limitations que l'expérience nous enseignera"(2).

En suivant cette démarche, Galilée montre, au moyen de deux expériences, que "la faiblesse de nos moyens techniques rend très peu sensible" la résistance du milieu. La référence à la limite des moyens techniques semble indiquer une certaine méfiance, inhabituelle chez Galilée : il ne dit pas que la résistance de l'air est

(1) MERSENNE, Nouvelles pensées de Galilée, p. 231.
(2) GALILEE, ibid, p. 212.

peu sensible, mais qu'elle l'est vis à vis de ses moyens d'observation. Les deux expériences concernent la variation de la résistance de l'air selon deux paramètres : le poids et la vitesse des projectiles. Le troisième paramètre, la forme, n'est pas examiné car il apparaît acquis que les mouvements étudiés sont ceux de projectiles de forme arrondie ou cylindrique, sur lesquels la résistance est faible. La résistance de l'air agit de façon plus importante sur le mouvement d'un corps léger que sur celui d'un corps lourd. Pourtant, deux boules de même grandeur, dont l'une est dix fois plus pesante que l'autre, tombent dans le même temps d'une hauteur de 200 coudées(1). Le résultat de cette expérience peut se généraliser à d'autres mouvements où la vitesse acquise atteint des proportions semblables, et montre que "nous pouvons sans erreur notable établir et regarder comme absolument vraies les proportions qui se démontreront sans tenir compte de l'effet du milieu". Mais Galilée ne peut appliquer ce raisonnement aux projectiles envoyés par une arme à feu car, comme il est dit plus loin, ces jets sont d'une "violence extrême". Par ailleurs, la résistance de l'air augmente avec la vitesse du mobile. Pourtant, si on considère deux pendules, l'un où la boule parcourt avec une grande vitesse de grandes oscillations et l'autre où la boule parcourt avec une vitesse moindre de petites oscillations, alors on observe que "les oscillations, les plus grandes comme les plus petites, ont lieu simultanément en des temps égaux, et que la résistance de l'air ne ralentit pas davantage les mouvements les plus rapides que les plus lents". Galilée en déduit que "nous pouvons par conséquent, dans ce deuxième cas également, conclure que les erreurs susceptibles d'apparaître dans les conclusions établies, hors de tout accident externe, seront de peu d'importance avec nos machines, tant en raison de la grande vitesse des mouvements généralement considérés, que des distances, en réalité très petites, si on les compare au rayon du globe terrestre ou à l'un de ses grands cercles".

Cependant, les projectiles lancés par une arme à feu ont été écartés du domaine de validation de cette conclusion. Simplicio demande des explications à Salviati : "j'écouterais volontiers la

(1) une coudée vaut environ 50 cm.

raison pour laquelle vous distinguez les projectiles mus par la puissance du feu, c'est à dire par la force de la poudre, et les autres projectiles tirés par les frondes, les arcs ou les arbalètes, en prétendant qu'ils ne rencontrent pas de la même façon altération et résistance de la part de l'air". Il lui est répondu que la vitesse avec laquelle un boulet est projeté par une pièce d'artillerie est "surnaturelle", en ce sens qu'elle dépasse très largement la vitesse qui peut être acquise dans une chute, quelle que soit la hauteur de cette chute. Pour comparer ces vitesses, Galilée compare l'écrasement d'une balle qui s'écrase au sol après une chute, aussi grande soit-elle, à celui d'une balle tirée par une arquebuse qui s'écrase sur un mur très proche : la puissance du choc sera bien plus importante dans le deuxième cas. Par conséquent, il faut admettre que "l'énorme impeto qui caractérise des tirs aussi puissants peut entraîner une certaine déformation de la trajectoire du projectile, en rendant le début de la parabole moins incliné et moins incurvé que sa fin". Les résultats ne sont valables que pour des tirs au mortier où "l'impeto mis en jeu n'a rien de surnaturel et les projectiles suivent très exactement leurs trajectoires". Galilée élimine ici l'artillerie à feu du champ d'application de sa théorie mais, plus loin, cette restriction est oubliée et les résultats sont étendus aux "tirs courbes accomplis par une pièce d'artillerie ou un mortier". Dans sa lettre à Mersenne d'octobre 1638, Descartes dénonce cette faute : "De plus il est à remarquer qu'en proposant ses suppositions, il en a excepté l'artillerie, afin de les faire plus aisément recevoir ; et que toutefois, vers la fin, c'est à l'artillerie principalement qu'il applique ses conclusions. C'est à dire, en un mot, qu'il a tout bâti en l'air"(1).

L'attitude de Mersenne vis à vis de la démarche galiléenne est différente. Dans les Nouvelles pensées de Galilée, il explique que les mouvements étudiés dans les Discours concernant deux sciences nouvelles s'effectuent dans le vide. Il écrit, à propos de l'uniformité du mouvement horizontal, que "Galilée suppose qu'il n'y ait point d'air, ni autre chose qui puisse empêcher l'égalité horizontale de ce mouvement", et plus loin, à propos de la trajectoire parabolique,

(1) DESCARTES, Oeuvres philosophiques, tome II, p. 98.

que "le mobile pesant considéré dans le vide sans aucun empêchement (comme Galilée le considère) étant jeté par quelque force que soit, décrit la moitié d'une parabole"(1). Mersenne déforme ici considérablement la pensée de Galilée. Nous avons vu que celui-ci, non seulement ne suppose pas les mouvements effectués dans le vide, mais que les considérant dans l'air il s'attache à évaluer la résistance de ce milieu. Il considère même la trajectoire parabolique comme une approximation par rapport à la trajectoire réellement suivie, approximation jugée très bonne dans la plupart des cas. Pourquoi Mersenne n'a-t-il pas respecté la pensée de Galilée ? Ce n'est pas que, comme Descartes, il soit insensible à l'idée de loi limite ; en effet, il formule dans l'Harmonie Universelle l'idée que les lois ne s'appliquent pas sans correction à tous les ordres de grandeur. La raison pour laquelle Mersenne refuse d'admettre la trajectoire parabolique dans l'air est ailleurs : "il est certain que les missiles ne font pas des paraboles parfaites par leurs mouvements, comme l'on s'imagine dans le vide, à raison de l'empêchement de l'air". Il connaît les travaux de Beeckman qui montrent que la résistance de l'air entrave sérieusement le mouvement des projectiles et indiquent que ce phénomène est susceptible d'être étudié scientifiquement. Aussi préfère-t-il donner aux résultats galiléens le contexte dans lequel ils s'appliquent complètement et rigoureusement, celui du vide.

En 1618, Beeckman a montré par un raisonnement ingénieux, qu'en raison de la résistance de l'air, la chute d'un grave se termine au-delà d'un certain point -appelé point d'égalité- par un mouvement uniforme ; à partir de ce point, la gravité se trouve balancée par la résistance de l'air(2). Il propose plusieurs dispositifs pour vérifier expérimentalement le fait, trouver le point d'égalité et déterminer les impetus. Ces travaux furent connus de Descartes en 1629, grâce à Mersenne, et le point d'égalité devint l'objet de discussions entre les deux savants. Indépendamment de Beeckman, Florimond Debeaune justifie l'existence d'une vitesse limite en milieu résistant, ce qui lui permet de relativiser les résultats de Galilée sur la trajectoire parabolique des projectiles. Il écrit à Mersenne en novembre 1638 : "Je reviens à Galilée. Vous avez à

(1) MERSENNE, Nouvelles pensées de Galilée, p. 227 et p. 230.
(2) DUGAS, La mécanique au XVIIème siècle.

considérer que, quoique les expériences ne répondent pas à ses propositions, on ne peut pas l'accuser, d'autant qu'il fait abstraction des empêchements extérieurs, dont le milieu en est un. Il est vrai qu'il en fait trop peu compte, quoiqu'il soit extrêmement considérable, et altère, de beaucoup plus qu'il ne pense, les proportions de ses propositions, si on le considère. Et même il en a de la crainte, lorsqu'il a voulu séparer, dans les projections, celle de l'artillerie (...). Si le mobile part d'un canon avec une plus grande vélocité que celle qu'il peut acquérir en descendant par sa propre gravité, cette vélocité sera bien restreinte par deux causes, savoir l'action de la gravité et la résistance de l'air. Mais lorsqu'il descendra, son mouvement ne sera pas semblable à celui par lequel il est monté ; et pour bien vous éclaircir ce point, lorsqu'il part du canon et monte avec une vélocité plus grande que celle qu'il peut acquérir par sa gravité, puisque cette vélocité va diminuant, il parvient à une vélocité égale à celle-ci. Ce qui arrive lorsqu'il est à certaine hauteur, et lors il continue à diminuer sa vélocité et, en descendant, il la requiert derechef, lorsqu'il est descendu un peu plus bas que la hauteur précédente ; mais d'autant qu'il a, pour lors rencontré son point d'égalité, il ne descend pas le reste si vite qu'il l'a monté"(1). Dans sa Ballistica et Aconstomologia, publié en 1640, Mersenne présente plusieurs expériences qui indiquent les limites de la théorie galiléenne.

Trente ans après les Discours concernant deux sciences nouvelles, le mouvement d'un grave dans un milieu résistant fait l'objet des recherches de Huygens. En 1668, il étudie le cas où la résistance du milieu est proportionnelle à la vitesse et analyse le mouvement vertical, ascendant et descendant, puis la courbe du jet d'un boulet lancé en l'air sous un angle quelconque. Parallèlement à ses expériences sur la résistance des fluides, il étudie vers 1669 le cas où la résistance du milieu est proportionnelle au carré de la vitesse et calcule la durée d'un mouvement vertical ascendant(2). A ce point de ses travaux, Huygens se heurte à des difficultés d'ordre mathématique car il ne possède pas les outils du calcul différentiel. Vers

(1) DESCARTES, Oeuvres, tome V, p. 528 cité par DUGAS, op.cit.
(2) HUYGENS, Oeuvres complètes, tome XIX, p. 144-157.

la même époque, les anglais Boyle et Brouncker et le français Mariotte font des expériences concernant la résistance de l'air. Le problème balistique fut ensuite traité par Newton en 1674. Dans les Principia, il calcule la trajectoire d'un projectile tiré obliquement dans le cas où la résistance du milieu est proportionnelle à la vitesse (Fig. 25) (1). Mais comme il le note, cette hypothèse est plus

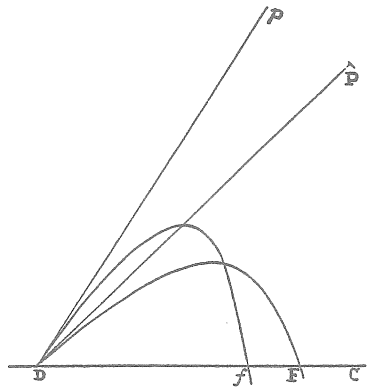

Fig. 25

mathématique que physique, car la résistance de l'air est proportionnelle au carré de la vitesse. Il étudie, sous cette hypothèse, le mouvement vertical mais ne résout pas le problème balistique. A la fin du XVIIème siècle, le problème balistique fut également l'objet de discussions entre Leibniz et Huygens. Il fut résolu dans un mémoire de Jean Bernouilli publié en 1714(2).

3. Le calcul des portées

Pour mesurer les trajectoires des projectiles, Galilée doit déterminer "l'impeto d'un mobile alors qu'il se meut d'un mouvement composé de deux mouvements, l'un horizontal et l'autre perpendiculaire", et pour cela composer les deux impeto des mouvements considérés. Dans un premier temps, il examine le cas où les deux mouvements sont uniformes et établit qu'alors "l'impeto produit par la composition de l'un et l'autre mouvement sera égal en puissance aux deux moments des mouvements primitifs"(3). Puisque ac est égal en puissance à ab et bc, "le mouvement produit par la composition des deux mouvements

(1) NEWTON, Principia, livre II, proposition IV, p. 239-243.
(2) voir DUGAS, op.cit.
(3) GALILEE, op.cit., proposition II, p. 215.

ab et bc est égal en puissance à ceux-ci pris ensemble" (Fig. 26). Pour étudier le cas où le mouvement perpendiculaire est naturellement accéléré, Galilée doit résoudre deux problèmes.

D'une part, il faut mesurer -c'est à dire représenter géométriquement- l'impeto en chaque point d'une chute. A cet effet, Galilée introduit un référentiel qui lui permet de représenter commodément temps, distances et vitesses : il suppose que le segment ac représente

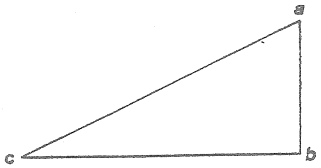

Fig. 26

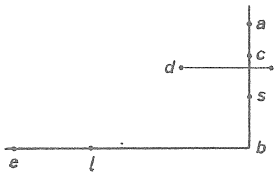

Fig. 27

à la fois une longueur de chute et le temps pour effectuer cette chute. Il montre alors que, si b est un point quelconque, le rapport de l'impeto acquis en b à l'impeto acquis en c est égal au rapport de as à ac, avec as moyenne proportionnelle entre ab et ac (Fig. 27). En effet, il a déjà été montré dans la troisième journée que le rapport des temps de chute le long de ab et de ac est égal au rapport de as à ac. Pour conclure, Galilée est obligé de se ramener, par le théorème de Merton, à des mouvements uniformes. Il considère cd = 2ac la distance parcourue uniformément pendant le temps ac avec l'impeto acquis en c, be = 2ab la distance parcourue uniformément pendant le temps as avec l'impeto acquis en b, et bl la distance parcourue uniformément pendant le temps ac avec l'impeto acquis en b(1).

Puisque $\frac{bl}{be} = \frac{ac}{as} = \frac{as}{ab}$, on a $\frac{\text{impeto en b}}{\text{impeto en c}} = \frac{bl}{cd} = \frac{bl}{be} \times \frac{be}{cd} = \frac{as}{ab} \times \frac{ab}{ac} = \frac{as}{ac}$.

Lorsque "pour aller plus vite", Galilée suppose que l'impeto en c est représenté par ac, il obtient que l'impeto acquis en b est as.

D'autre part, il faut définir une commune mesure aux impeto

(1) proposition III, p. 216.

des deux mouvements à composer, et déterminer l'impeto du mouvement uniforme en définissant parfaitement son degré de vitesse parmi les "innombrables degrés de vitesse" que peuvent prendre les mouvements uniformes. "Pour parler avec précision des mouvements et de leurs vitesses ou impeto (qu'il s'agisse de mouvements uniformes ou naturellement accélérés) nous devons avant toute chose déterminer quel moyen nous utiliserons pour mesurer ces vitesses ainsi que le temps". Pour le "montrer du doigt" Galilée ramène le mouvement uniforme au mouvement uniformément accéléré, qui joue le rôle de mouvement universel : "pour déterminer et représenter cet impeto et cette vitesse particulière, notre Auteur (Galilée) n'a pas trouvé de meilleur moyen que de recourir à l'impeto qu'acquiert un mobile au cours d'un mouvement naturellement accéléré". L'impeto du mouvement uniforme sera représenté par la sublimité ac, c'est à dire par la hauteur de chute nécessaire à un mobile partant de e pour qu'il acquiert en a cet impeto (Fig. 28). Ainsi, tous les impeto possibles du mouvement uniforme peuvent être représentés et composés avec l'impeto du mouvement accéléré. Galilée appelle bc l'amplitude et ac la hauteur de la demi-parabole ab.

La proposition IV détermine l'impeto en chacun des points d'une demi-parabole décrite par un projectile. Galilée suppose que la hauteur bd est égale à la moitié de l'amplitude cd, la tangente en c à la parabole est telle que ad = cd et ib = ab = bd. Le référentiel distance-vitesse-temps est le suivant : ab représente à la fois le temps de chute le long de ab et l'impeto acquis en b dans

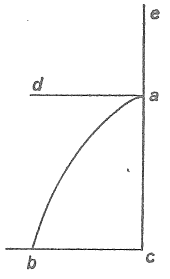

Fig. 28

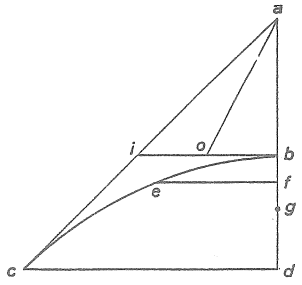

Fig. 29

une chute à partir de a (Fig. 29). Pour calculer l'impeto au point c de la parabole, il faut composer l'impeto du mouvement uniforme,

ab, avec l'impeto du mouvement naturellement accéléré au point d, qui est égal à bi. En effet, puisque ab = bd, l'impeto acquis en d dans une chute à partir de b est égal à l'impeto acquis en b dans une chute à partir de a. Par conséquent, l'impeto au point c est égal à ai. Pour calculer l'impeto en un point e quelconque de la parabole, il faut composer l'impeto du mouvement uniforme, ab, avec l'impeto du mouvement naturellement accéléré en f, qui est égal à la moyenne proportionnelle bg entre bf et bd. Si on considère o le point tel que bg = bo, alors l'impeto au point e est ao.

Dans cette proposition, Galilée ne compose pas seulement des mouvements, il compose des impeto. Salviati justifie ce procédé auprès de ses interlocuteurs, en ramenant les mouvements aux effets de percussion des mobiles. "C'est donc une règle ferme et certaine que pour déterminer la grandeur de l'impeto résultant de deux impeto donnés, l'un étant horizontal et l'autre perpendiculaire, mais tous les deux uniformes, il convient de prendre leurs carrés, de les additionner, puis d'extraire la racine de leur somme, ce qui donnera la grandeur de l'impeto produit par la composition des deux impeto. Ainsi, dans l'exemple choisi, le mobile sous l'effet de son mouvement perpendiculaire aurait heurté la ligne d'horizon avec une force de trois degrés, et par son mouvement horizontal il aurait frappé avec une force de quatre degrés : une fois les deux impeto composés, le choc sera celui d'un corps animé d'une vitesse et d'une force de cinq degrés"(1). Le même raisonnement s'applique au calcul de l'impeto sur la trajectoire parabolique : "quand on a déterminé plus haut la grandeur de l'impeto du projectile à l'extrémité de la parabole, on doit comprendre qu'il s'agissait du choc produit sur une ligne perpendiculaire à cette même parabole ou du moins à la tangente en ce point précis ; bien que le mouvement soit composé de deux impeto,ni celui qui a lieu le long de l'horizontale, ni celui qui a lieu perpendiculairement à l'horizon ne sont en effet à leur maximum, étant reçus tous deux obliquement"(2).

La proposition V démontre que la sublimité ae qui permet de décrire une demi-parabole donnée est égale à la troisième proportionnelle de la hauteur ah et de la demi-amplitude ag de la demi-

(1) GALILEE, op.cit., p.223.
(2) GALILEE, op.cit., p.225.

parabole, c'est à dire que ag^2 = ae x af. La proposition VI établit la réciproque, elle détermine l'amplitude de la parabole connaissant la hauteur et la sublimité (Fig. 30).

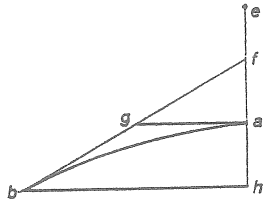

Fig. 30

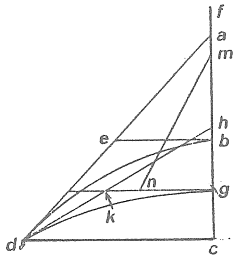

Fig. 31

Dans la proposition VII, Galilée montre que "parmi les projectiles qui décrivent des demi-paraboles de même amplitude, un impeto plus petit est requis pour celui dont la trajectoire a une amplitude double de la hauteur, que pour tout autre". Puis, en corollaire, il inverse le mouvement étudié jusqu'ici. "D'où il apparaît, par la converse, qu'un impeto plus petit est requis pour lancer un projectile à partir du point d, le long de la demi-parabole db, que le long de toute autre parabole dont l'élévation serait plus grande ou plus petite que celle de la demi-parabole bd, représentée par la tangente ad et dont l'angle avec la ligne d'horizon est de 45 degrés. Dans ces conditions il est clair que pour des projections effectuées avec le même impeto, depuis le point d, selon des élévations différentes, la plus grande portée, c'est à dire la plus grande amplitude de la demi-parabole ou de la parabole entière, sera obtenue pour une élévation de 45 degrés" (Fig. 31). Dans la lettre à Mersenne d'octobre 1638, Descartes conteste la démarche de Galilée : "Il est à remarquer qu'il prend la converse de sa proposition, sans la prouver ni l'expliquer (...). Mais il semble n'avoir osé l'expliquer, de peur que leur fausseté parût trop évidemment"(1). Galilée a retrouvé mathématiquement le résultat bien connu des artilleurs et Sagredo s'extasie : "Merveilleuse et profondément satisfaisante est la force de ces démonstrations nécessaires que les mathématiques sont seules à posséder. Je savais déjà, sur la foi des récits de plusieurs canon-

(1) DESCARTES, Oeuvres philosophiques, tome II, p. 97.

niers, que parmi tous les tirs courbes accomplis avec une pièce d'artillerie ou un mortier, le plus grand, c'est à dire celui qui projette le boulet le plus loin, est obtenu pour l'élévation de 45 degrés -pour le sixième point de l'équerre, comme ils disent ; mais d'en apprendre ainsi la raison, l'emporte infiniment sur la simple connaissance due aux rappors d'autrui et même à une expérience maintes fois répétée"(1). La proposition VIII démontre un autre résultat connu des artilleurs : "Les amplitudes des paraboles décrites par des projectiles animés du même impeto, et tirés selon des élévations inférieures ou supérieures d'une même quantité à l'angle de 45°, sont égales entre elles".

Dans la proposition XII, Galilée montre comment "calculer et disposer sous forme de table les amplitudes de toutes les demi-paraboles que décrivent des projectiles lancés avec un même impeto". A cet effet, il a démontré dans la proposition X que l'impeto acquis au terme d'une parabole quelconque est égal à celui d'un grave tombé en chute libre d'une hauteur égale à la somme de la sublimité et de la hauteur de la demi-parabole. Par la converse, les paraboles décrites par des projectiles, lancés avec le même impeto selon des angles de tir différents, sont telles que la somme de leur hauteur et de leur sublimité est une constante, ici égale à ab (Fig. 32). Si on considère la parabole cd telle que ab soit la moitié de cb, alors l'impeto au point c de la parabole est égal à l'impeto acquis en b dans une chute à partir de a. Puisque l'angle acb vaut 45°, il suffit de calculer les amplitudes pour des angles inférieures ou supérieures. Prenons ecb un angle plus grand que acb, f le milieu de eb et i le milieu de cb. Selon la proposition V, la sublimité

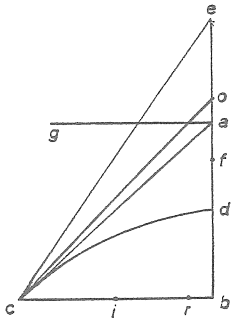

Fig. 32

(1). GALILEE, op.cit., p. 229.

of qui permet de décrire la parabole d'amplitude de cb et de hauteur bf est la troisième proportionnelle de bf et de bi. La somme bo de la hauteur et de la sublimité de cette parabole est supérieure à ab, contrairement à l'hypothèse. Par conséquent, "si nous désirons qu'à la fois la parabole cherchée et la parabole dc soient décrites par des projectiles tirés de c avec le même impeto (...), il nous faudra trouver une autre parabole, semblable à dc, dont la sublimité ajoutée à la hauteur soit égale à ba". Cette parabole aura pour amplitude cr telle que :

$$\frac{bc}{cr} = \frac{bo}{ab} .$$

Si ab, tangente de l'angle acb, vaut 10 000, il est possible de calculer l'amplitude correspondante à chaque angle compris entre 45° et 90°. Ainsi, pour un angle ecb de 50°, la tangente eb = 11 918, bf = 5 959 et bi = 5 000. Par conséquent, la troisième proportionnelle of de bf et de bi vaut 4 195, d'où bo = 10 159 et cr = 9 848.

Galilée établit une table donnant l'amplitude pour chaque angle, degré par degré. Une autre table donne les hauteurs des demi-paraboles, décrites par le même impeto, selon les amplitudes. Une dernière table donne, pour chaque degré d'élévation, la hauteur et la sublimité des demi-paraboles dont l'amplitude vaut 10 000.

4. De la parabole statique à la parabole dynamique

Entre le début et la fin de la quatrième journée, la parabole a changé. Au début, lorsque Galilée fait référence aux propriétés géométriques énoncées par Appolonius, la parabole est une courbe statique obtenue par intersection d'un cône et d'un plan (Fig. 22). A la fin, la parabole est devenue une courbe dynamique, elle est la trajectoire d'un point soumis à deux mouvements, un mouvement horizontal uniforme et un mouvement vertical uniformément accéléré. La parabole a changé sans que Galilée en prenne conscience et en tire conséquence. Ainsi, lorsque dans la proposition IV il calcule l'impeto en un point e de la parabole décrite par le projectile, il obtient ao en composant l'impeto ob du mouvement vertical et l'impeto ab du mouvement vertical. Il aurait suffi que chaque impeto soit représenté par un segment ayant la direction du mouvement correspondant pour que l'impeto composé en donne la direction de

la tangente au point e, sur la figure ep = ab et pr = ob (Fig. 33). En effet, nous avons :

$$bf = \frac{1}{4ab}\,ef^2 \quad \text{et} \quad \frac{pr}{ep} = \frac{ob}{ab} = \frac{1}{2ab}\,ef.$$

Mais le propos de Galilée n'est pas de calculer des tangentes. Par contre, Torricelli obtient une méthode générale pour déterminer les tangentes aux courbes, en s'appuyant sur la conception dynamique des courbes et des tangentes contenue en filigrane dans la quatrième journée. Ainsi, une rupture s'établit vis à vis des mathématiques grecques d'Euclide.

Le troisième livre des Eléments d'Euclide détermine la tangente au cercle, après que celle-ci a été définie comme "une droite, qui touche un cercle, et qui étant prolongée ne le coupe point"(1). Cette définition géométrique correspond à celle, géométrique et statique, du cercle. "Un cercle est une figure plane, comprise par une seule ligne qu'on nomme circonférence ; toutes les droites, menées à la circonférence d'un des points placés dans cette figure, étant égales entre elles"(2). Euclide montre qu'"une perpendiculaire

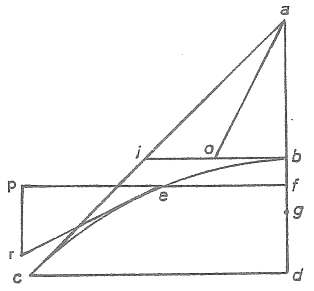

Fig. 33

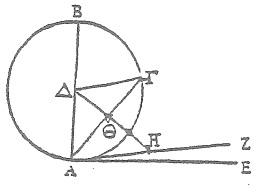

Fig. 34

au diamètre d'un cercle et menée de l'une de ses extrémités, tombe hors de ce cercle"(3). La démonstration s'appuie sur des arguments géométriques et sur un raisonnement par l'absurde : "Je dis que la perpendiculaire menée du point A à la droite AB, tombe hors de ce cercle. Car que cela ne soit point, mais s'il est possible, qu'elle

(1) EUCLIDE, Eléments, livre III, définition II, p. 57.
(2) livre I, définition XV, p. 1.
(3) EUCLIDE, Eléments, livre III, proposition XVI, p. 73.

tombe en-dedans comme ΓA, et joignons ΔΓ (...)" (Fig. 34). La méthode indirecte suppose que le résultat à établir soit connu par d'autres voies : c'est une méthode justificative et non une méthode heuristique. De plus, cette méthode indirecte ne permet pas d'envisager un procédé général qui rende possible la résolution des tangentes à toutes les courbes.

Dans le De Motu Gravium naturaliter descendentium publié en 1644, Torricelli reprend l'argument de la quatrième journée des discours de son maître Galilée, en quelque sorte à l'envers. Il explique : "En un point quelconque de la parabole se trouvent deux impetus. L'un horizontal, l'autre vertical, qui n'est jamais le même, mais augmente toujours. Je dis que l'impetus horizontal est toujours comme l'ordonnée menée à partir du foyer, et l'impetus perpendiculaire comme l'ordonnée menée à partir du point considéré"(1). Si F est le foyer de la parabole et si B est le point de la parabole situé sur la perpendiculaire en F à l'axe de la parabole, alors en un point quelconque A de la parabole, l'impetus horizontal est comme BF et l'impetus vertical est comme AD (Fig. 35). Ceci lui permet de déterminer, de manière directe, la tangente à la parabole.

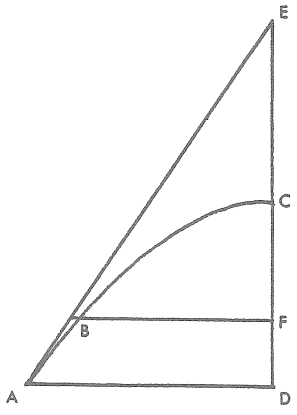

Fig. 35

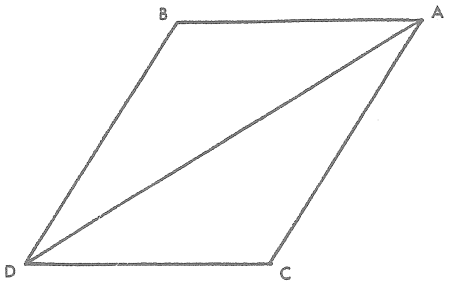

Fig. 36

"On pourrait ainsi montrer par une démonstration directe la propriété de la tangente à la parabole, sous forme de théorème ou de problème,

(1) TORRICELLI, Opere, vol II, p.122 cité par DEGANDT, Les indivisibles de Torricelli.

comme on préfèrera, et après avoir posé le principe suivant : "Si un mobile A, sur la première figure, est transporté à partir de l'angle d'un parallélogramme ou à partir de n'importe quel point du diamètre, d'un double mouvement uniforme. C'est-à-dire simultanément d'un mouvement vers l'avant selon la ligne AC et d'un mouvement sur le côté selon la ligne AB, inclinée d'une manière quelconque, et que la proportion des deux vitesses soit la même que celle des deux côtés AC et AB pris de manière homologue. Je dis que le mobile se déplacera selon le diamètre AD, c'est-à-dire le long de ce diamètre" (Fig. 36). Le principe, appliqué à la parabole, permet d'obtenir la tangente en un point quelconque de la parabole : "soit maintenant, sur la seconde figure, un point quelconque A sur la courbe parabolique ABC, d'appliquée AD ; et si l'on prend EC égal à CD, et que l'on trace AE, je dis que AE est la tangente" (Fig. 36). En effet, le rapport des impetus auxquels est soumis le point A est tel que :

$$\frac{AD}{BF} = \frac{ED}{AD} .$$

"Par conséquent le mobile, tant qu'il est au point A, sera transporté selon le diamètre AE ; mais il est transporté aussi selon la ligne parabolique qu'il décrit dans son parcours ; donc la droite AE et la ligne parabolique ne se coupent pas au point E, mais sont tangentes".

Un texte manuscrit, contenant la construction de la tangente à la spirale, indique que Torricelli a saisi toute la généralité du principe : "Nous demandons que, si un mobile est transporté avec un certain impetus le long d'une ligne courbe quelconque, et qu'il est libéré du lien qui l'oblige à cheminer le long de la courbe, il poursuive son mouvement le long d'une ligne droite, n'ayant aucune occasion nouvelle de courber son trajet vers aucun côté. Nous demandons aussi que la droite en question soit tangente à la ligne courbe au point où le mobile aura été libéré de la courbure précédente. La vérité de ces demandes a déjà été prouvée par les discours pénétrants du Signor Galilée"(1). En suivant ce principe, il est possible de déduire une méthode directe pour déterminer les tangentes "à toutes les courbes", comme le montre la règle de Roberval.

(1) TORRICELLI, Opere, p.377 cité par DEGANDT, op.cit.

Il semble que Roberval ait inventé sa méthode pour rechercher les tangentes vers 1635, à l'époque où il travaille sur la cycloïde(1). Elle est publiée en 1693 dans un traité intitulé Observations sur la composition des mouvements et sur le moyen de trouver les touchantes des lignes courbes. La paternité de l'invention fut l'objet de disputes entre Roberval et Torricelli. Dans son traité, Roberval considère une courbe comme la trajectoire d'un point en mouvement. Son "principe d'invention" est le suivant : "la direction du mouvement d'un point qui décrit une ligne courbe, est la touchante de la ligne courbe en chaque position de ce point là"(2). D'où il déduit la règle générale pour trouver de manière directe la tangente en un point d'une courbe: "par les propriétés spécifiques de la courbe (qui vous seront données) examinez les divers mouvements qu'a le point qui la décrit à l'endroit où vous voulez mener la touchante ; de tous ces mouvements composez en un seul, tirez la ligne de direction du mouvement composé, vous aurez la touchante de ligne courbe". Roberval applique avec succès ce principe à treize courbes, celles connues des anciens et celles introduites par les géomètres du XVIIème siècle. Ainsi pour la parabole, le mouvement du point E qui décrit cette courbe "est composé de deux mouvements droits égaux, dont l'un est la ligne AE, et l'autre est la ligne AH", avec A le foyer de la parabole (Fig. 37). Les

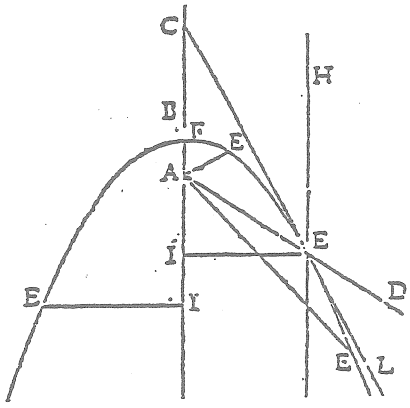

Fig. 37

deux mouvements sont égaux car AE est toujours égal à BI, avec B

(1) lettre à Fermat du 4 août 1640, FERMAT, Oeuvres, tome II, p. 200.
(2) ROBERVAL, Observations..., recueil de l'Académie, tome VI, p. 24.

le point de l'axe tel que BF égale FA. Par conséquent, "si vous divisiez l'angle AEH en deux également par la ligne LEC (...), la ligne LEC sera la touchante".

Les principes du calcul infinitésimal introduits par Newton en 1671 dans La méthode des fluxions et des suites infinies héritent de cet esprit mécaniste et dynamique. Newton définit les fluentes comme des quantités "produites par une augmentation continuelle à la manière de l'espace que décrit un corps en mouvement" et les fluxions comme "les vitesses dont les fluentes sont augmentées par le mouvement qui les produit"(1).

(1) NEWTON, Méthode des fluxions et des suites infinies, p. 21.

VI. Galilée et les hommes de l'art

Il est clair que les tables dressées dans la Quatrième journée des Discours concernant deux sciences nouvelles sont destinées à perfectionner la pratique des hommes de l'art. Poursuivant dans la voie tracée par son maître, Torricelli publie en 1644 un De motu Gravium naturaliter descendentium dont le second livre est consacré à l'usage "des projectiles, et des mines de guerre, et des engins de forteresse, fruit suprême des travaux de Galilée, et sa suprême gloire"(1). Une partie de l'ouvrage, écrite en Italien, s'adresse manifestement aux artilleurs. Torricelli y simplifie le calcul des amplitudes en remarquant qu'elles s'obtiennent par une règle en sinus, et il décrit des instruments destinés à appliquer aisément cette règle. Malgré ces efforts, la trajectoire parabolique du boulet de canon ne rencontre guère de succès auprès des hommes de l'art. Des artilleurs génois vérifient les portées théoriques et s'aperçoivent, avec déception, qu'elles ne correspondent pas à la réalité(2). Ces difficultés obligent Torricelli à admettre que les résultats de Galilée ne sont satisfaisants que d'un point de vue géométrique. Jusqu'à la fin du siècle, la plupart des traités d'artillerie se fondent sur la trajectoire tripartite de Galilée. Mais en 1683, Blondel, Maréchal de camp aux armées du Roy et membre de l'Académie Royale des sciences, publie un Art de jeter les bombes, destiné à populariser les travaux de Galilée, de Torricelli et de Mersenne auprès des artilleurs.

1. La règle des sinus et l'équerre de Torricelli

Il est possible de déduire du calcul des amplitudes de Galilée une formule permettant de calculer facilement la portée selon l'angle de tir. En effet, si α désigne l'angle bce (Fig. 32) alors on vérifie que :

$$bf = \frac{1}{2}\ ab\ \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\quad bo = \frac{1}{2}\ ab\ \frac{1}{\cos\alpha\ \sin\alpha}\ \text{et}\ cr = 2ab\ \sin\alpha\cos\alpha.$$

Par conséquent, si p désigne la portée maximale obtenue pour un angle de tir de 45°, alors la portée correspondant à un angle de tir α est égale à $2p\ \sin\alpha\ \cos\alpha$, ou encore $p\ \sin 2\alpha$. Dans la

(1) TORRICELLI, Opere, vol. II, p. 103, cité par DUGAS, op.cit.
(2) DUGAS, op.cit.

troisième partie de son ouvrage consacrée à "la théorie du jet des bombes", Blondel calcule "la proportion des amplitudes des paraboles et des sinus du double des angles de leurs touchantes"(1). Si l'amplitude AL correspondant à un angle de tir DAL de 45° vaut 4CD alors l'amplitude AO correspondant à un angle de tir quelconque GAL -ou à son symétrique HAL- vaut 4EG, avec EG hauteur du triangle rectangle BGA inscrit dans le demi-cercle de rayon CD. Si α désigne l'angle GAL, il est aisé de montrer que EG = 2CD $\cos\alpha \sin\alpha$, d'où la règle des sinus (Fig. 38). Ainsi, la portée du canon AL, AO, etc... correspond à un angle de tir DAL, GAL, etc... est proportionnelle à la hauteur CD, EG, etc... du triangle rectangle inscrit dans le demi-cercle de diamètre AB dont l'un des angles aigus est l'angle de tir.

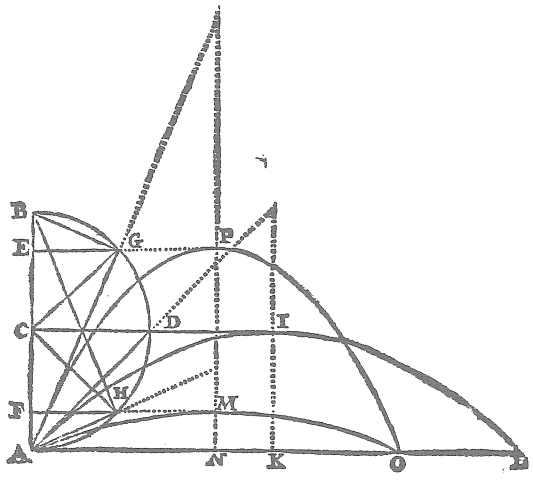

Fig. 38

En appliquant cette propriété, Torricelli conçoit une équerre décrite par Blondel sous le nom d'"équerre des canonniers rectifiée par Torricelli" : elle est conçue selon le même principe que celle de Tartaglia, mais les points du quadrant n'ont plus la même fonction. "Il faut couper AG en six parties égales comme aux points G, H, etc... ; d'où il faut laisser tomber les droites parallèles au côté AB qui coupent le demi-cercle chacune en deux points comme HK aux points I et K, etc... ; enfin du point A, par les points où le demi-

(1) BLONDEL, L'art de jeter les bombes, p. 195.

cercle est coupé par ces parallèles, il faut mener des droites jusqu'au quart de cercle BDC, qui le couperont en douze parties inégales qui seront les douze points de l'équerre (Fig. 39). Cette équerre permet de doubler, tripler, quadrupler, etc... les portées. Comme l'écrit Blondel, "l'usage de cette équerre est très facile : car les points y ont entre eux la même proportion que les portées d'une pièce élevée suivant les angles qu'ils font sur l'équerre ; c'est à dire que la portée d'une pièce élevée au quatrième point est double de la même pièce élevée au second point, et quadruple de la portée au premier point, comme le nombre 4 est double du nombre 2, et quadruple du nombre 1, etc..."(1). Blondel présente également le "demi-cercle de Torricelli" qui permet d'obtenir les portées sans recourir à la table des sinus.

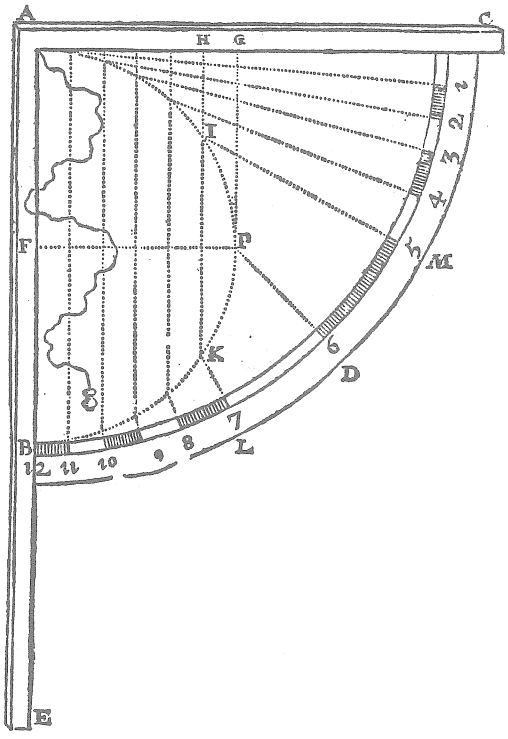

Fig. 39

(1) BLONDEL, op.cit., p.80.

2. Les tribulations de Torricelli

Malgré toutes les inventions ingénieuses de Torricelli, les artilleurs n'adoptent pas la théorie galiléenne. A la lecture de son ouvrage, des génois décident de tester les tables de Galilée, transcrites dans le De Motu Gravium naturaliter descendentium, (Fig. 40) et constatent que les portées horizontales sont bien plus grandes que celles qui étaient promises. Toricelli se trouve mis en demeure

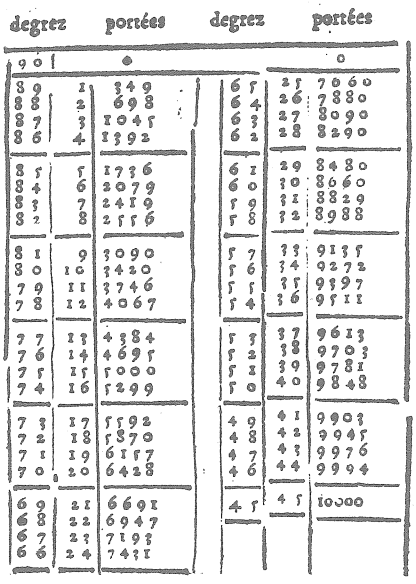

Fig. 40

d'expliquer pourquoi les expériences ne confirment pas la théorie. Sa réponse est celle d'un mathématicien : puisque les résultats des Discours concernant deux sciences nouvelles sont déduits mathématiquement à partir essentiellement de deux hypothèses, l'uniformité du mouvement horizontal et la loi de chute des graves, il suffit pour les certifier de valider les hypothèses en question. Il écrit à Renieri, un détracteur : "si ces deux fondements sont vrais, alors toutes les autres choses adoptées par Galilée et par moi qui s'imposeront à quiconque raisonnera géométriquement seront vraies de nécessité inéluctable, et lorsque les expériences apparaîtront discordantes, il conviendra de se demander de quelle cause peut naître la discordance"(1). Les résultats se fondent sur une troisième hypothèse,

(1) lettre d'août 1647, TORRICELLI, Opere, vol.III, p.461 cité par par DUGAS, op.cit.

le parallélisme des verticales, et Torricelli persiste : "or si on admet ces trois hypothèses, il est nécessaire d'admettre que le mobile suit une parabole, et que toutes les autres choses de Galilée et de moi sont vraies, comme elles sont absolument vraies, et absolument certaines dans l'abstrait". Mais il n'ignore pas que la théorie galiléenne suppose également une autre hypothèse, la résistance de l'air, qui donne -de l'aveu même de son auteur- un caractère approximatif à la trajectoire parabolique. Sur ce point, Toricelli cède sur toute la ligne, allant jusqu'à prétendre que son ouvrage n'a jamais été destiné à la pratique : "De plus, pour éviter les controverses, j'ai à dessein déclaré plusieurs fois fort clairement dans mes Livres sur le mouvement que j'écrivais pour les Philosophes plutôt que pour les Bombardiers"(1).

Dans une lettre du 1er janvier 1646, Roberval écrit à Torricelli que, du fait de la résistance de l'air, le mouvement horizontal n'est pas uniforme et la chute des graves n'est pas un mouvement uniformément accéléré ; par conséquent, la trajectoire parabolique n'est valable que pour des corps denses lancés à de petites hauteurs. Torricelli répond en déniant à l'ouvrage de Galilée toute portée physique -et donc pratique- et en le réduisant à un traité géométrique, au même titre que le traité des spirales d'Archimède. Il note : "Rejetons donc tout ce qu'il y a de Physique dans ce livre, c'est à dire avant tout les termes de projectiles, graves, balistes, etc... et que demeure ce qu'il y a de Géométrique, c'est à dire un ensemble de propositions abstraites. Pour le surplus, les apologues, les instruments, et toutes choses de ce genre, ne doivent point s'entendre de la mesure du jet des projectiles, mais de la détermination de certaines lignes géométriques, et de tout ce qui rapporte à des paraboles géométriques"(2). Malgré ce qu'en dit Torricelli, la théorie de Galilée est reprise à la fin du siècle dans le traité d'artillerie de Blondel, lequel rend hommage au "premier qui ait raisonné justement sur cette matière et qui ait découvert la véritable nature du mouvement".

(1) lettre à Renieri de septembre 1647, ibid p. 479.
(2) lettre du 7 juillet 1646, ibid p. 384.

3. Les traités d'artillerie de la fin du siècle

Presque quarante ans après la parution du De Motu Gravium naturaliter descendentium, Blondel n'hésite pas à relever le gant : par tous les moyens, il veut persuader artilleurs et scientifiques, que la conception galilénne est bonne, en théorie comme en pratique. L'art de jeter les bombes, écrit en 1675 par temps de guerre et paru en 1683 en période de paix, présente d'abord les moyens de mettre en application les règles de la nouvelle science de Galilée. Il s'attache à montrer que les instruments de Torricelli permettent des "pratiques faciles et assurées", il indique comment user du compas de proportion pour les tirs horizontaux et construit un instrument universel "pour toutes sortes de jets". Dans la suite du traité, il justifie l'utilisation de ces instruments en exposant "la théorie du jet des bombes" selon la "doctrine de Galilée sur le mouvement", en répondant aux "objections faites à la théorie" et en établissant "la confirmation de la même doctrine par les expériences". Les six objections examinées par Blondel concernent respectivement le parallélisme des verticales, l'uniformité de la vitesse horizontale, la résistance de l'air, la composition des mouvements, la loi des espaces et la contradiction de la théorie avec l'expérience.

La résistance de l'air fait l'objet d'un examen attentif. Blondel connaît les expériences de Mersenne contre Galilée décrites dans la Ballistica et Aconstomologia, mais il les déclare non appropriées au sujet : "car quoi qu'il soit vrai que chaque corps, suivant son poids, sa figure et sa grandeur, doive avoir dans chaque milieu un degré borné de vitesse, qu'il est capable d'acquérir en tombant d'une hauteur déterminée (...) et que toute autre vitesse plus grande, imprimée par quelque cause externe au mobile lui est en quelque façon surnaturelle : l'on ne peut néanmoins nier que les corps solides, ronds et pesants comme sont nos bombes et nos boulets de canon, ne soient ceux (...) sur qui l'effet de la résistance doit moins paraître dans les petites hauteurs comme sont celles de nos projections". Fidèle à Galilée, il estime que le changement apporté au mouvement par la résistance de l'air est peu sensible, mais il apporte un argument nouveau. "Pour regarder la chose de plus près, il faut considérer que la résistance de l'air agissant sur la projection d'un mobile en deux manières savoir, en retardant l'effet du mouvement

uniformément accéléré que la pesanteur lui imprime suivant les perpendiculaires, et en retardant par celui du mouvement égal qui lui a été donné la force de dehors selon la ligne direction : Par la première cette résistance agrandit l'étendue de la portée du jet et par l'autre au contraire elle la diminue ; Ainsi l'on peut raisonnablement conjecturer que ces deux empêchements se détruisent réciproquement l'un de l'autre, et que le dernier ôtant de l'étendue ce que le premier lui ajoute, elle demeure par une espèce de compensation dans sa légitime grandeur et telle à peu près qu'elle serait dans un milieu sans résistance"(1).

Après avoir écarté les cinq premières objections, Blondel en arrive à "enfin ce qui peut le plus embarrasser dans ce système, c'est qu'en plusieurs cas il est fort contraire à l'expérience". Là aussi, il reste très proche de l'argumentation galiléenne "en exceptant des règles de notre théorie les effets prodigieux que le feu de la poudre imprime aux balles d'artillerie ; dont la vitesse est, dit-il (Galilée), surnaturelle ; et avouant comme lui, que la ligne que décrit la balle d'un mousquet est, au moins dans son commencement, plus droite qu'il ne faut pour être parabolique, et qu'elle ne serait en effet si l'impression n'était aussi violente"(2). Blondel relate les nombreuses expériences sur la résistance de l'air qui ont été effectuées dans la seconde moitié du siècle, mais aucune d'elles ne lui semble contredire la trajectoire parabolique(3). L'expérience du jet d'eau tiré des Hydrauliques de Mersenne "pour montrer que la résistance de l'air altère beaucoup la ligne parabolique que l'eau devrait décrire par sa chute" prouve, au contraire, que "le jet d'eau suit exactement la ligne de notre hypothèse, c'est à dire la parabolique". Les expériences à l'Académie Royale des sciences de Mariotte "ne permettent pas que l'on puisse douter davantage de la vérité de notre supposition, à laquelle elles se sont trouvées conformes en tous les cas avec autant de précision et de justesse que l'on saurait attendre des expériences humaines". Les expériences par la "machine de Monsieur Perrault" et celles par le moyen du vif argent réalisées à l'Académie Royale des sciences

(1) BLONDEL, op.cit., p. 353-56.
(2) ibid, p. 409.
(3) ibid, p. 413 et suivantes.

ne laissent, elles aussi, aucun doute.

L'argumentation de l'Art de jeter les bombes suit de près celle des Discours concernant deux sciences nouvelles, mais Blondel aborde une question négligée par Galilée et Torricelli. En effet, les hommes de l'art ont surtout besoin en pratique de résoudre le problème inverse de celui réglé par Torricelli, à savoir de connaître l'élévation du canon selon le lieu à atteindre. Blondel propose ce problème à l'Académie Royale des sciences en 1677 car : "on ne se soucie pas tant de savoir où ira le coup que de le faire aller où l'on veut, sur une tour par exemple, sur un bastion, et il faut connaître sous quel angle on doit pointer pour y tirer juste"(1). Dans son ouvrage, il présente les solutions apportées par Buot, Roemer, La Hire et Cassini devant l'Académie des Sciences.

La quatrième partie de l'Art de jeter les bombes, intitulée "Résolution des difficultés qui se trouvent dans la doctrine du jet de bombes, s'adresse à deux sortes de détracteurs : ceux qui combattent la théorie galiléenne et ceux qui sont contre sa mise en pratique. Après avoir répondu aux premiers, Blondel en vient aux seconds -essentiellement les artilleurs- et propose la "résolution des difficultés de la pratique du jet de bombes". Il examine deux objections. La première -"la théorie n'est point nécessaire pour les pratiques de guerre"- lui donne l'occasion de pourfendre les charlatans et de glorifier "les personnes de qualité (qui) travaillent présentement à cette partie des mathématiques qui sert principalement à la guerre"(2). A la seconde -"les inégalités de la matière empêchent dans la pratique les effets des règles de la théorie"- il précise toutes les précautions que doit prendre le bombardier pour charger son engin. Blondel doit convaincre les hommes de l'art et il sait que la tâche n'est pas aisée. La plupart des officiers sont des adeptes de la Pratique de la guerre de l'ignare Maltus, rééditée quatre fois de 1646 à 1672, qui professe une pratique empirique et hasardeuse : "votre premier coup étant trop loin par l'élévation donc élevez le mortier pour le second et si la seconde portée est trop courte, vous serez assuré d'arriver à votre désir : par la

(1) Mémoires de l'Académie des Sciences, cité par BLAY, Le développement de la balistique et la pratique du jet des bombes en France à la mort de Colbert.

(2) BLONDEL, op.cit., p. 431.

moyenne portée, ou élévation entre les deux précédents"(1). Par ailleurs, la plupart des traités jusqu'à la fin du siècle s'appuyent encore sur la trajectoire tripartite de Tartaglia.

La position de Gautier dans son Traité de l'Artillerie de 1690 est intéressante. Dans le premier livre de son ouvrage, il décompose l'effet du canon en trois mouvements. "Le premier est le violent qui est produit par l'agent, ou par la cause qui le pousse qui le fait aller plutôt en haut qu'en bas, ou plutôt à droite qu'à gauche (...). Le second est celui de la chute qui est produit par la propre pesanteur du corps (...). Enfin le troisième mouvement qui arrive au corps jeté, ou bien au boulet de canon est celui de tourner autour de son centre"(2). Il prétend même à un moment que "plus le canon est élevé sur l'horizon ; plus ses coups sont faibles et plus il agit avec force". Ceci ne l'empêche pas, dans le troisième livre, de rendre hommage à Galilée, Torricelli et Blondel : "Monsieur Blondel est le seul après Galilée et Torricelli qui se soit laissé conduire par les règles de la géométrie et qui ait parlé savamment de cette matière, il a donné une table de ces savants hommes, par le moyen de laquelle on trouve facilement la distance que le mortier chassera après un coup d'essai sur la même pièce l'élevant à tel angle qu'il vous plaira"(3). Il donne ensuite les tables de Galilée, transcrites par Blondel, et montre comment les utiliser en effectuant une règle de trois : "ceux qui n'en auront aucune connaissance (des sinus) comme il arrive à la plupart des canonniers et des bombardiers d'à présent ne laisseront pas de comprendre tout ce qui leur sera nécessaire pour leurs projections pourvu qu'ils sachent la règle de proportion". Il justifie même la trajectoire parabolique en se référant à des expériences réalisées avec un jet d'eau : "il m'a été possible suivant le sentiment de Galilée et de Torricelli, et suivant les expériences que j'ai faites sur un jet d'eau, dont le robinet s'élevait en tournant à toute sorte de degré pour pousser l'eau, et former toutes les lignes paraboliques possibles"(4). Il prétend aussi avoir vérifié la table des sinus avec des jets de

(1) MALTUS, Pratique de la guerre, p. 147 cité par BLAY, op.cit.
(2) GAUTIER, Traité de l'artillerie, p. 34-35.
(3) ibid, p. 109.
(4) ibid, p. 122-123.

bombes. "Mais avec toutes ces difficultés et ces différences que je me suis proposé, je n'ai pas laissé de jeter les tombes dans l'endroit où je voulais (...) à quelques toises de différence tantôt plus proche, et tantôt plus loin, me conduisant toujours par les tables des sinus"(1). Ainsi, dans le traité de Gautier coexistent, à quelques pages d'intervalle, la conception tripartite de Tartaglia et la trajectoire parabolique de Galilée. Ceci indique la persistance d'un schéma qui s'était accompagné, malgré tout, de résultats satisfaisants. En effet, les artilleurs demandent avant tout des tables de portée satisfaisantes et pratiques. Or la règle empirique d'Ufano ne s'écartait pas trop de l'expérience, comme le prouve une étude expérimentale réalisée au siècle dernier(2). Par contre la table des sinus était loin d'être vérifiée dans les conditions réelles de tir, comme le notent les auteurs de traité d'artillerie de la fin du XVIIème siècle.

Les artilleurs auraient pourtant tort de croire que "la théorie est d'une très petite utilité" dans la pratique de leur art. L'année même où Gautier publie son Traité d'Artillerie, Huygens écrit à Leibniz pour l'informer des résultats prodigieux que vient d'obtenir Newton sur la trajectoire d'un corps pesant en milieu résistant(3). Newton est parvenu à ces résultats grâce à de puissants raisonnements mathématiques, raisonnements qui n'auraient sans doute pas été possibles si d'autres avant lui ne s'étaient pas interrogés sur la trajectoire des projectiles.

(1) ibid, p. 138.
(2) RIEFFEL, La balistique de Nicolas Tartaglia, 1845, voir BLAY, op.cit.
(3) Lettre du 6 février 1690, HUYGENS, Oeuvres complètes, tome IX, p. 367

BIBLIOGRAPHIE

1. SOURCES

ALEMBERT d', Mélanges de littérature, d'histoire, de philosophie, tome V, 1766.

BLONDEL, L'art de jeter les bombes, Mortier, Amsterdam, 1699.

DESCARTES, Oeuvres philosophiques, Garnier, Paris, 1967.

EUCLIDE, Les Eléments, traduction Peyrard, Blanchard, Paris, 1966.

FERMAT, Oeuvres, publication Tannery et Henry, Gauthiers Villars, Paris, 1896.

GALILEE, Opere, édition nationale, Florence, 1890-1906.

GALILEE, Dialogues et lettres choisies, Hermann, Paris, 1966.

GALILLE, Discours concernant deux sciences nouvelles, traduction Clavelin Armand Colin, Paris, 1970.

GAUTIER, Traité de l'artillerie, Almaury, Lyon, 1690.

HUYGENS, Oeuvres complètes, publication Nijhoff, La Haye, 1888-1950.

MERSENNE, Les nouvelles pensées de Galilée, édition de Costabel et Lerner, Vrin, Paris, 1973.

MERSENNE, Harmonie Universelle, Cramoisy, Paris, 1636.

MERSENNE, Questions physiques et mathématiques de Galilée, Ganon, Paris, 1634.

MOLTZHEIM de, Esquisse historique de l'artillerie française depuis le moyen âge jusqu'à nos jours, Simon, Strasbourg, 1868.

NEWTON, Principia, édition Cajori, University of California Press, 1966.

NEWTON, La méthode des fluxions et des suites infinies, traduction Buffon Blanchard, Paris, 1966.

RIVAULT, Les éléments de l'artillerie concernant tant la théorie que la pratique du canon, Beys, Paris, 1608.

TARTAGLIA, Nova Scientia, Venise, 1537.

TARTAGLIA, Quesiti et inventioni diverse, Brisciano, Venise, 1546.

TORRICELLI, Opere, Faenza, 1919-1944.

UFANO, Artillerie, Aelst, Zutphen, 1621.

2. ORIENTATIONS BIBLIOGRAPHIQUES

BEAUJOUAN, La science dans l'occident médiéval chrétien, en Histoire générale des sciences, tome I, P.U.F., Paris, 1957.

BLAY, Le développement de la balistique et la pratique du jet des bombes en France à la mort de Colbert, Actes du 14ème colloque du Centre Méridional de Rencontres sur le XVIIème siècle de Marseille, 1984.

CLAVELIN, La philosophie naturelle de Galilée, Armand Colin, Paris, 1968.

CLERO & LE REST, La naissance du calcul infinitésimal au XVIIème siècle, Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences, n°16, Belin, 1980.

COSTABEL, Observations et théories du mouvement au XVIème siècle, in Cahiers du Séminaire d'Epistémologie et d'histoire des sciences, Université de Nice, n° 7/8, 1980.

DEGANDT, De la vitesse de Galilée aux fluxions de Newton, in Penser les mathématiques, Le Seuil, Paris, 1982.

DEGANDT, Les indivisibles de Torricelli, in Cahiers du Séminaire d'Epistémologie et d'histoire des sciences, n° 17, 1983.

DEGANDT, Les mathématiques grecques dans leur contexte philosophique, in Actes de l'Université d'eté sur l'histoire des mathématiques, Université du Maine, 1984.

DRAKE, Galileo at work, The University of Chicago press, 1978.

DUGAS, Histoire de la mécanique, Dunod, Paris, 1950.

DUGAS, La mécanique du XVIIème siècle, Editions du griffon, Neufchâtel, 1954.

GILLE, Les ingénieurs de la Renaissance, Hermann, Paris, 1964.

GEYMONAT, La vérité scientifique selon Galilée, in Cahiers du Séminaire d'Epistémologie et d'histoire des sciences, Université de Nice, n° 6, 1980.

GUISTI, Aspetti matematici della cinematia galileina, in Bolletino di Storia delle Scienze matematiche, n° 2, 1981.

KLINE, Mathematical thought from ancient to modern times, Oxford University Press, New York, 1972.

KOYRE, La révolution astronomique, Hermann, Paris, 1961.

KOYRE, Etudes galiléennes, Hermann, Paris, 1966.

KOYRE, La dynamique de Nicolas Tartaglia, in La science au XVIème siècle, Actes du colloque de Royaumont, Hermann, Paris, 1960.

LABARTHE & SALOMON, Le savant : visionnaire ou homme de science, in Léonard de Vinci, Hachette, Paris, 1959.

LENOBLE, Mersenne et la naissance du mécanisme, Vrin, Paris, 1943.

LENOBLE, La révolution scientifique du XVIIème siècle, in Histoire générale des sciences, tome II, P.U.F., Paris, 1957.

LENOBLE, Histoire de l'idée de nature, Albin Michel, Paris, 1969.

LE REST, Le concept de tangente d'Euclide à Newton et Leibniz, Université de Rouen, 1980.

MONTUCLA, Histoire des mathématiques, tome II, Blanchard, Paris, 1968.

MOSCOVICI, Essai sur l'histoire humaine de la nature, Flammarion, Paris, 1977.

TATON, Histoire générale des sciences, tomes I et II, P.U.F., 1957.