

L'HYDROSTATIQUE DE SIMON STEVIN

Eliane BONNEFON

Collège Les Sources Le Mans

Quand on s'intéresse aux rapports qui existent au XVII^{ème} siècle entre sciences et techniques, Simon Stevin est incontournable : ses domaines d'étude, très variés, montrent une corrélation constante entre le travail théorique du savant qu'il est, et celui, plus pragmatique, de l'ingénieur qu'il est aussi.

I. Stevin : mathématicien et ingénieur

L'ouvrage qui a rendu Stevin célèbre, La disme, publié sous le titre De Thiende en 1585 comprend deux parties. Stevin met d'abord en place le système décimal et ses règles de calcul, d'un intérêt fondamental pour les Mathématiques, mais déjà pressenti par Viète (1579) et même probablement inventé par Al Kasi (1429)(1). L'appendice qui suit immédiatement l'exposé mathématique s'adresse aux "Astrologues, Arpenteurs, mesureurs de tapisserie, Gavieurs (2), Stéréometriens en général, Maîtres de monnaie, et à tous Marchands"(3) : cet appendice cherche à appliquer le système décimal qui vient d'être mis en place pour unifier tous les systèmes de mesure en cours à cette époque. On n'y parviendra qu'à la fin du XVIII^{ème} siècle.

Les ouvrages de statique et d'hydrostatique sont aussi construits avec ce double souci : une partie théorique - Les principes de la Statique - suivie immédiatement d'un appendice - La Pratique de la Statique -.

(1) ABDELJAOUAD Vers une épistémologie des décimaux.

(2) ceux qui mesurent des capacités

(3) extrait du titre de La disme.

Cette première observation amène deux questions : Comment est organisée, à travers la vie et les ouvrages de Stevin, la liaison entre problèmes techniques et problèmes scientifiques ? Quelle place accorde-t-il aux Mathématiques dans son ouvrage d'hydrostatique, domaine pratiquement abandonné depuis Archimède ?

Sa biographie, au moins en ce qui concerne le début de son existence est obscure(1). C'est un enfant naturel. Vers 1571, il se met à voyager en Prusse, en Pologne, Norvège, Suède puis dans les Provinces du Nord. En 1577, il débute une carrière de clerc dans un bureau des impôts au Franc de Bruges(2) puis va s'installer définitivement à Leyde (Pays Bas du Nord). Les motifs de ces voyages et de cet "exil" dans le Nord sont mystérieux : simple goût du voyage ou fuite devant l'Inquisition et l'oppression espagnole ? Il semble tout de même que les problèmes religieux et la situation politique ne soient pas étrangers à ces départs.

Stevin débute à Leyde sa carrière d'ingénieur et, parallèlement, la publication des ouvrages qui le rendront célèbre. En 1584, il entreprend des négociations avec la ville de Delft pour mettre en oeuvre ses inventions dans le domaine du drainage. Les problèmes d'écluses, de moulins et de drainage se posent avec acuité dans les Pays Bas, envahis par l'eau : ce sont les catalyseurs et le centre de toute une part des travaux de Stevin. En 1586, il obtient un brevet pour un moulin à vent qui permettait de pomper l'eau(3). En même temps, dès 1583 semble-t-il, il enseigne les Mathématiques à l'université de Leyde. Il lit Diophante -dont il traduit l'Algèbre dans l'Arithmétique (1585)- et surtout Archimède : il en est l'un des premiers disciples en Occident et rompt ainsi avec la tradition aristotélicienne. Stevin fait de la mécanique mathématique et expérimentale, à la manière d'Archimède, et s'intéresse aux mêmes questions que le géomètre de Syracuse : statique et hydrostatique. C'est aussi à la même époque que sont publiés ses ouvrages de Mathématiques les plus importants.

(1) DEPAU, Simon Stevin.

(2) nom d'un territoire regroupant Ostende, Newport...

(3) The Principal works of Simon Stevin Edited by E.J. Dijksterhuis.

1582 : Tafelen von Interest (tables d'intérêts)

1585 : L'arithmétique

1586 : De Beghinselen der weeghconst (Principes de la Statique)

De weeghdaet (La Pratique de la Statique)

De Beghinselen des waterwichts (Les Eléments d'hydrostatique)

De Waterwichtdaet (La Pratique de l'hydrostatique).

Comme les titres des ouvrages l'indiquent, l'intérêt de Stevin pour les mathématiques est lié à des problèmes techniques. Mais sa fonction d'enseignant et son goût pour la recherche l'empêchent de rester ingénieur : A propos d'un problème d'équilibre: "Comme on voulait appareiller des petits bateaux avec des échelles élevées dedans iceux d'environ 20 pieds de haut, pour y faire monter des soldats (...) il pourrait advenir que le bateau renverserait et partant celui qui serait monté en haut viendrait à tomber dans l'eau", (1) Stevin explique clairement sa méthode de travail : il cherche à résoudre un problème pratique, pour cela il utilise ou affine ou même crée un outil mathématique théorique, même si cela dépasse largement le cadre de son problème. Il se peut même que l'outil ainsi mis en place soit alors trop sophistiqué et impossible à utiliser pour le problème de départ : "à cette fin pour en être plus certain (de la chute) on en fît l'épreuve d'un. Ce qui me convia à rechercher s'il ne serait pas possible de le savoir par calculations mathématiques, devant que d'en venir à l'expérience en grand volume, supposant figure et pesanteur, et puis venir de là à la pratique"(...) (2)... mais en conclusion du traité on peut lire : "Si les deux centres de gravité, du bateau et du creux de l'eau, étaient faciles à trouver, il est certain qu'on pourrait savoir devant l'expérience par le moyen de la construction mathématique quelle disposition un bateau, navire ou autre vaisseau tiendrait sur l'eau (...) il ne semble pas que ce soit (le résultat qu'il vient de démontrer) chose propre pour s'en pouvoir servir en tel exemple, ainsi servira seulement pour en savoir la raison et la propriété" (3).

(1) Troisième partie de l'Adjonction de la Statique p. 512.

(2) Troisième partie de l'Adjonction de la Statique p. 512.

(3) Troisième partie de l'Adjonction de la Statique p. 513.

A cette époque enfin débute l'amitié entre Stevin et Maurice de Nassau : Maurice de Nassau était le fils de Guillaume Ier et les quelques provinces flamandes encore libres du joug espagnol l'avaient choisi comme stathouder(1) afin de libérer toutes les provinces -ce qu'il parviendra à faire-. Maurice de Nassau était donc un homme politique de la plus haute importance. Il demanda d'abord à Simon Stevin d'être son professeur : ce qui conduira Stevin à produire des traités "pédagogiques", le stimulera à ajouter sa touche personnelle même aux traductions (traduction -paraphrase de l'Algèbre de Diophante) et le conduira à éditer un immense volume de tous ses traités importants : Wisconstighe Ghedachtenissen (1608) traduits en français sous le titre Mémoires Mathématiques par Jean Tuning (1608) puis en latin sous le titre Hypomnemata Mathematica par Willebrord Snellius (1608) et enfin à nouveau en français par Albert Girard en 1634. Ensuite, la position sociale de Stevin ira en s'élevant sans qu'il abandonne jamais son statut d'ingénieur. En 1589, les Etats Généraux lui délivrent de nombreux brevets pour des moulins à eau, pour des procédés d'extraction du sable et de l'argile. Il devient en 1592 inspecteur des digues, castramétateur en 1593(2), superintendant des Pays Bas en matière financière et créateur en 1600 d'une école d'ingénieur à Leyde -en langue flamande-.

Le flamand a joué un rôle important dans la vie de Stevin : cette langue n'était pratiquement plus connue des Flamands. Les mots français, latinisés, envahissaient le flamand. Stevin voudra y remédier et créera la majeure partie du vocabulaire scientifique flamand. Ainsi dans ses ouvrages, il est obligé d'adjoindre un dictionnaire latin-flamand. Sa motivation est à la fois nationaliste -il cherche à remettre en vigueur une langue purifiée- et vulgarisatrice -il pense que la langue vulgaire permet à un plus grand nombre de personnes d'accéder à la Science. Son objectif à long terme est de faire participer un maximum de personnes aux recherches scientifiques pour accélérer les progrès. Il défend longuement le flamand dans la préface De Beghinselen der Weegconst. Ses arguments principaux sont le grand nombre de monosyllabes (plus qu'en Grec et en latin, dit-il), la faculté de composer dès lors de nombreux mots, la précision

(1) chef des armées.

(2) intendant des armées.

du vocabulaire qui en résulte.

Après la publication de l'Arithmétique, Stevin publiera tous ses ouvrages en flamand. Ceci rendra plus difficile la diffusion de ses idées dans les autres pays. Peut être est-ce aussi l'une des raisons, ajoutée au fait que Stevin quitta définitivement Bruges pour Leyde, qui font qu'au XIXème siècle, une cabale dirigée contre lui essaya de lui refuser le titre de "gloire nationale". Sa statue fut tout de même érigée à Bruges en 1830.

II. Conception de la Statique chez Stevin

Depuis les Questions mécaniques d'Aristote, l'opinion généralement répandue jusqu'au Moyen-Age était que les lois d'équilibre devaient se déduire des lois du mouvement : la Statique était une étude des non-mouvements, une branche de la dynamique. Cette conception avait fait ses preuves, Tartaglia, Cardan perpétuaient cette tradition. Depuis la diffusion des oeuvres d'Archimède, quelques savants italiens -Maurolico, Benedetti- avaient opté pour les méthodes archimédiennes, au moins en ce qui concerne la recherche des centres de gravité.

Stevin s'oppose ouvertement à cette conception dynamiste : pour lui, il est absurde d'étudier le repos, l'absence de mouvement, à partir des lois du mouvement. Il fait de la Statique, une "science libérale particulière de Mathématique" ; en la comparant avec l'Arithmétique et la Géométrie, il ajoute : "(...) il en est de même de la Statique, en partie parce que sa matière est diverse des deux autres, à savoir des nombres et des grandeurs ; en partie aussi qu'elle ne leur cède en rien en subtilité, car entre autres arguments, elle est venue des dernières en lumière. Finalement consistant du commencement jusques à la fin, en démonstration si manifeste, elle peut être dite par même droit une des Sciences libérales particulières"(1).

Pourtant Stevin tentera quelques expériences de dynamique. Avec son ami Grotius, à Delft, il étudie la loi de la chute des corps mais conclut "que l'esmeu et les empêchements n'existent en aucune proportion"(2).

Stevin -expérimentateur- prend en compte la résistance du milieu et ne parvient pas à établir une loi pour la chute libre : trop de paramètres difficiles à isoler entrent en jeu. "Aristote, au quatrième livre de la Nature, au chapitre du vuide et les sectateurs veulent, que deux corps semblables(3), parigraves, tombant par l'air, comme la pesanteur de l'un à celle de l'autre, ainsi vitesse à vitesse, à savoir ainsi empêchement à empêchement (...) Jean Taisnier de Haynaut a écrit contre Aristote de cette matière là, voulant aussi qu'il y subsiste une proportion, toutefois ainsi que les corps

(1) Appendice à la Statique, p. 502.

(2) Appendice à la Statique p. 501.

(3) veulent que deux corps semblables...

mentionnés passent en même temps, chemin égal ; de laquelle opinion a été aussi Cardan lib.5 de Proportionibus, prop. 110 (...). L'expérience qui réfute Aristote est telle : qu'on prenne deux balles de plomb (comme le très docte Jean Grotius), grand chercheur des secrets de Nature, et moi, avons fait) l'une décuple à l'autre en grandeur et pesanteur, les laissant choir ensemble d'environ 30 pieds de haut, sur une planche ou sur quelque autre chose où on puisse aisément entendre la chute ; là on pourra voir manifestement que le plus léger ne demeurera pas 10 fois plus longtemps en chemin que le plus pesant, mais qu'ils tomberont si également sur la planche qu'il semble que ce ne soit qu'un seul coup (...). Semblablement aussi quant à l'élévation des légèretés, on démontrera contre Taisnier qu'il n'y a nulle proportion, comme en un verre long et clair plein d'eau, laquelle étant émus jusques à ce qu'il y ait beaucoup de bouteilles(1) d'air dedant, puis le tenant coit, les grandes bouteilles s'élèveront vite, mais les petites, comme grains de sable, très lentement, à la manière des limaçons, ce qui est loin de temps égaux"(2).

Galilée parviendra à obtenir une loi idéale valable dans le vide : "les espaces traversés sont en proportion double des temps, c'est-à-dire comme les carrés de ces temps". Des expériences, cent fois répétées dit-il (3) lui en donnent l'idée. Stevin en avait fait aussi mais il n'avait pas su dégager la part de la résistance de l'air dans le phénomène, ni créer les conditions pour la minimiser afin de voir apparaître la relation fondamentale.

Après cet échec, il arrête ses recherches en dynamique.

(1) bulles.

(2) Appendice à la Statique, p. 501 à 502.

(3) GALILÉE, Discours concernant deux sciences nouvelles, p. 142, troisième journée.

III. Le quatrième livre de la Statique, Des Eléments hydrostatiques(1)

Les Eléments d'hydrostatique, traduits par Albert Girard dans les Oeuvres Mathématiques de Simon Stevin en 1634 constituent le premier ouvrage complet sur le sujet depuis les Corps Flottants d'Archimède. Benedetti (1530-1590) avait cependant, avant Stevin, découvert le principe d'équilibre hydrostatique (vases communicants) mais il semble bien que Stevin n'ait pas connu les travaux de Benedetti(2) et son oeuvre est donc originale.

Stevin consigne en tête de son livre quatorze définitions et six pétitions : ceci indique l'importance accordée par Stevin à la rigueur, à la précision du langage et à la structure hypothético-déductive de son travail. Le vocabulaire employé est assez lourd : il faut garder en mémoire que Stevin a créé son propre vocabulaire scientifique flamand.

La suite de l'ouvrage peut se décomposer en quatre parties. Les propositions I à IX portent sur les propriétés des corps dans l'eau dont la principale est "le principe d'Archimède". La proposition X et ses cinq corollaires étudient la pression exercée sur le fond d'un vase : c'est le "paradoxe hydrostatique" que l'on retrouvera plus loin. Les propositions XI à XVII donnent des résultats tout à fait nouveaux concernant la pression exercée sur les parois d'un vase et les problèmes que l'on peut résoudre avec ces connaissances. Les propositions XVII à XXII traitent divers problèmes pratiques : entre autres, des recherches de centre de gravité de "pressement" de l'eau. Après les Eléments hydrostatiques vient un cinquième livre de la Statique, Commençant la Pratique de l'Hydrostatique, suivi d'un Appendice à la Statique dans lequel Stevin précise ses idées, approfondit et donne de nouvelles utilisations des théorèmes précédant, et enfin une Adjonction à la Statique traitant de problèmes très concrets -étude des cordages, des poulies, compression des freins, etc...

(1) Les trois premiers livres de la Statique sont : I Les Eléments de Statique. II Recherche de centres de gravité. III Pratique de la Statique.

(2) Histoire générale des Sciences : La Science Moderne p. 103.

IV. Le poids de l'air chez Stevin

Plusieurs définitions et précisions apportées par Stevin montrent que pour lui l'air est pesant.

"définition X : Vuide, est un lieu où il n'y a nul corps.

définition XI : Vuidé, est un vase où il n'y a que de l'air dedans (...).

déclaration : Demeurer vuidé, n'est pas à dire vuide selon la dixième définition mais bien selon l'onzième car alors le poids de l'air y défaudroit".

Ce n'est pas la conception qui domine à l'époque : beaucoup de phénomènes dûs au poids de l'air sont expliqués par "l'horreur du vide". Quelques précurseurs comme Nicolas de Cues (1401-1464), Isaac Beeckman (1588-1637)(1) et Stevin affirmeront, sans toutefois le prouver, que l'air est pesant. Galilée parlera encore de l'horreur du vide (en y voyant cependant des limites). Ce n'est qu'après la "grande expérience" de Blaise Pascal au Puy de Dôme en 1648 et son Traité sur la Pesanteur de la masse de l'air (1663) que la pesanteur de l'air sera calculée et totalement admise.

La position de Stevin, dans ce cadre, est donc particulière : il considère l'air comme un milieu ayant le même rôle que l'huile, l'eau, l'argent-vif, etc... "prenant que les deux moyens argent-vif et eau soient en la place des autres, qui sont l'eau et l'air"(2). Stevin aurait fait paraître(3) un chapitre particulier dans l'Adjonction à la Statique, Vant Lochtwicht -De l'Aérostatique, ou poids de l'Air-, malheureusement ce chapitre n'apparaît pas dans Les Mémoires Mathématiques.

(1) Histoire générale des Sciences : La science Moderne p. 256.

(2) Appendice de la Statique : chapitre V p. 503.

(3) The principal works of Simon Stevin p. 30.

V. Le Principe d'Archimède vu par Stevin

Dans les Corps Flottants d'Archimède, l'énoncé du "Principe d'Archimède" tient en cinq propositions, suivant que les grandeurs immergées sont de même densité (propositions III et IV) moins denses (propositions V et VI) ou plus denses que le liquide (proposition VII). Archimède suppose que les verticales convergent au centre de la terre et propose des résultats valables à l'échelle de la terre(1).

Stevin, au contraire, énonce une seule proposition (proposition VIII) ; il étudiera sous forme d'exemples les cas où le corps solide est minugrave (i.e moins dense) ou multigrave (i.e plus dense) à l'eau. Ainsi, Stevin ne se contente pas de vulgariser les textes d'Archimède, mais en tente une synthèse.

L'époque est différente, les objectifs aussi. Archimède travaille avec des surfaces sphériques car il vient de démontrer mathématiquement que "la surface de tout liquide en état de repos aura la forme d'une sphère ayant le même centre que la terre"(2). Stevin, qui a des problèmes pratiques à l'échelle humaine à résoudre -faire flotter des bateaux, construire des moulins- annonce clairement qu'"on sait que toute la superficie de l'eau est sphérique, ou à peu près, et aussi une partie d'icelle, mais parce que si on prenait ci-après telle superficie être sphérique, les démonstrations en seraient plus difficiles, et ne serviraient pas pourtant d'avantage en la pratique(...) "(3).

Pour comprendre le raisonnement mathématique de la proposition VIII, il est important d'avoir lu auparavant le texte de la proposition I, fondement de plusieurs de ses démonstrations. Il appelle vasiforme "celui qui a seulement la superficie extérieure du corps qu'il contient et duquel il peut être séparé par imagination"(4).

Le raisonnement de Stevin tient dans l'hypothèse suivante : un mouvement perpétuel est impossible. C'est le même raisonnement que Stevin utilise dans le livre I de La Statique pour démontrer que les pesanteurs apparentes des corps placés sur des plans inclinés sont inversement proportionnelles aux longueurs de ces plans. Cette

(1) lire les propositions V et VI en annexe.

(2) Les Corps Flottants, proposition II.

(3) déclaration, p. 485.

(4) définition VII, p. 485.

THEOREME I. PROPOSITION I.

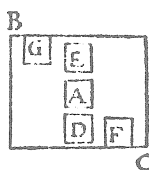
L'Eau proposée, tient telle position qu'on voudra dans l'eau.

Le donné. Soit dans le vase forme A, l'eau proposée, mise dans l'eau B C.

Le requis. Il faut démontrer que l'eau A demeurera là.

DEMONSTRATION.

Si on pouvoit faire autrement, savoir que A ne demeurât là, mais qu'il descendît ou D est; alors l'eau qui suit vient en son lieu, descendra plus bas, pour la même raison, & ainsi du reste; tellement que cette eau sera en perpétuel mouvement, à cause de A; ce qui est absurde. Et on démontrera pareillement que A ne montoit, ny se mouvoit vers aucun côté; & qu'elle demeurera où on la mettra, soit en D, E, F, ou G, ou en autre lieu dans l'eau B C.



Conclusion. L'eau donc proposée, se peut tenir dans l'eau où on voudra; ce qu'il falloit démontrer.

idée fondamentale de Stevin est sans doute à mettre en rapport avec le rejet de la dynamique qui a déjà été signalé.

Ce résultat est important pour la démonstration de la proposition VIII. La présentation hypothético-déductive du traité est rigoureuse : les propositions s'enchaînent parfaitement. La proposition I pourrait sembler superflue, ou en tout cas d'un intérêt secondaire. En réalité, il n'en est rien, son énoncé a valeur de fondement.

La démonstration doit s'interpréter de manière statique. Les exemples qui suivent -sortes d'applications numériques- sont illustrés de schémas contenant des poulies : c'est sans doute bien ainsi qu'a été conçue la démonstration du résultat général. Les schémas de la page suivante permettent une meilleure compréhension.

Deux points importants de la démonstration sont à souligner. Le premier est l'importance du milieu de référence. Il faut imaginer qu'il reste de l'air dans le lieu D parce que le corps A a été pesé dans l'air ; si on le supposait "vuidé" et non "vuidé", "le poids de l'air y défaudrait"(1). Dans l'Appendice à la Statique, Stevin

(1) déclaration des Eléments hydrostatiques, p. 485.

THEOREME VII. PROPOSITION VIII.

Tout corps solide, est plus léger dans l'eau, qu'en l'air, de la pesanteur de l'eau, égale en grandeur à iceluy.

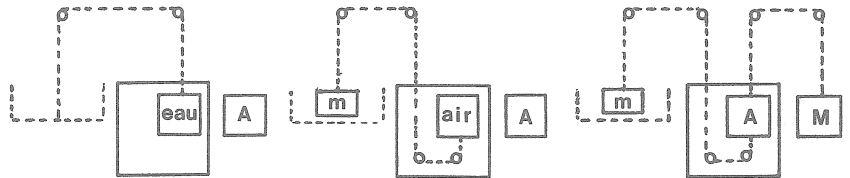
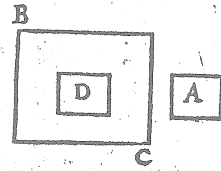
Le donné. Soit A un corps solide, & B C l'eau.

Le requis. Il faut démontrer que A mis dans l'eau B C, y sera plus léger qu'en l'air, de la pesanteur de l'eau, égale à iceluy A en grandeur.

Preparation. Soit D un vasiforme pareil à A.

DEMONSTRATION.

Le vasiforme D plein d'eau, n'est dans l'eau B C, pesant ny léger, veu qu'il se peut tenir où l'on le met, par la proposition : parquoy vidant l'eau D, & y mettant le corps A, qui y conviendra, il se trouvera estre de la legereté mentionnée, savoir la pesanteur A moins la pesanteur de l'eau vidée ; mais telle eau est égale à A en grandeur ; A donc en l'eau B C se trouvera estre plus léger, qu'en l'air de la pesanteur de l'eau égale en grandeur à iceluy ; ce qu'il falloit démontrer.



Lieu D	eau	air	corps A
Poids pour équilibrer	0	- m	M - m
étapes	1 : D est plein d'eau il y a l'équilibre d'après la proposition I.	2 : D est "vidé" : l'eau et le corps A étant pesés dans l'air milieu de référence, il reste de l'air dans le vasiforme. Si m désigne la pesanteur de l'eau contenue dans D à l'étape 1, alors D pèse maintenant (- m).	3 : On place le corps A, de poids M dans l'air, dans le lieu D. Alors, le vasiforme D pèse M - m.

insiste sur ce point qui lui permet de généraliser le "Principe d'Archimède" à tout autre couple de milieux que l'eau et l'air : "d'où quelqu'un voudrait tirer en conséquence que "tout corps solide est d'autant plus léger dans l'argent-vif qu'en l'eau, qu'emporte la pesanteur de l'argent vif égal à icelui"(...) lesquelles conséquences nécessaires sembleraient au commencement être contre l'expérience(...). Toutefois, regardant de plus près le tout se trouvera être de son extrême perfection. Car il faut remarquer qu'en la première pétition(...)(1) on requiert que la pesanteur des corps en l'air soit dite être leur propre. Et en la cinquième(2) que le vasiforme plein d'eau étant icelle otée demeure vidé, c'est-à-dire plein d'air selon la onzième définition ; partant prenant que les deux moyens argent-vif et eau soient en la place des autres, qui sont l'eau et l'air(...) on pourra faire de telles pétitions : "que la propre pesanteur des corps soit celle qu'ils ont en l'eau. Aussi, le vasiforme plein d'argent-vif étant vidé demeure plein d'eau". Alors les propositions susdites au commencement seront véritables"(3).

Le second point important se retrouvera dans les exemples qui suivent l'énoncé de la proposition VIII : il s'agit de l'usage par Stevin des nombres négatifs, fait suffisamment exceptionnel à l'époque pour qu'il mérite qu'on s'y arrête plus particulièrement.

- (1) pétition 1 : "La pesanteur propre d'un corps soit celle de laquelle il est trouvé être pesant en l'air ; mais dans l'eau qu'elle soit dite sa constitution en icelle" p. 485.
- (2) pétition 5 : "que le vasiforme plein d'eau puisse demeuré vidé, ayant versé son eau" p. 485.
- (3) Appendice de la Statique, p. 503.

VI. L'utilisation des nombres négatifs chez Stevin

Jusqu'alors, le statut du nombre négatif est assez primaire. Stiffel (1487-1567) les utilise dans le cadre d'exposants négatifs (Arithmetica integra). Cardan (1501-1576) les utilise pour résoudre des équations du 3ème degré (Ars Magna) : il effectue un calcul avec des racines de nombres négatifs (nos nombres imaginaires). Bombelli († 1572) résout le "cas irréductible" des équations du troisième degré en acceptant l'existence des imaginaires (Algebra) (1); curieusement, il accepte $R/\sqrt[3]{0.m1}$, piu di meno, abrégé en p. di m et correspondant à $\sqrt[3]{0-1}$, soit i. La notation montre que (-1) lui-même n'est pas accepté. Aucun des trois d'ailleurs, n'accepte franchement les nombres négatifs : ce sont des nombres "absurdes" (2).

Stevin en a une conception tout autre : il accepte et utilise les nombres négatifs en leur donnant une interprétation physique fort audacieuse : il parle en effet clairement dans l'exemple 1 qui suit de poids négatif.

PROBLEME II. PROPOSITION IX.

Etant donné la quantigravité de l'eau, & du corps solide, aussi la pesanteur dudit corps : Trouver sa constitution dans l'eau.

1 Exemple, d'un corps solide minugrave à l'eau.

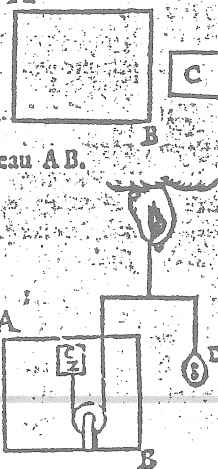
Le donné. Soit A B l'eau, C un corps solide pesant 2 lb, & la quantigravité de l'eau & du corps solide soit de 5 à 1.

Le requis. Il faut trouver la constitution de C dans l'eau.

OPERATION.

On verra combien un corps, A d'eau égal à C pesera ; & se trouvera peser 5 fois 2 lb, qui sont 10 lb, le mesme soustrait de 2 lb (du corps solide) reste moins 8 lb, c'est à dire léger ou eleuant 8 lb, pour C en l'eau A B.

Ce qui se pourroit declarer plus apertement, prenant que C soit mis en l'eau B A, & D un poids de 8 lb, comme icy joignant, lesquels seront en equilibre.



(1) Histoire générale des Sciences : Science moderne, p. 37-39.
 (2) expression de Stiffel

*2 Exemple, là où le corps solide est multi-grave
à l'eau, dont l'opération est comme devant.*

Le donné. Soit la quantigravité de l'eau A B, au corps solide C, comme 1 à 4; & C pèse 12 lb.

Le requis. Il faut trouver la constitution dans l'eau A B.

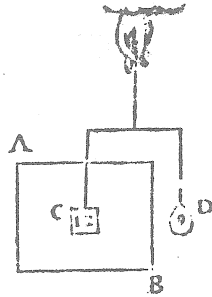
O P E R A T I O N.

On verra combien un corps d'eau pesera pareil à C, & le trouvera le $\frac{1}{4}$ de C 12 lb, ce sont 3 lb, lesquelles ôtées de 12 lb de C, resteront 9 lb pour la pesanteur de C dans l'eau.

Ce qu'on pourra entendre ainsi, posant D 9 lb, lequel est en équilibre avec C 12 lb dans l'eau, comme la figure cy-jointe.

Nous pourrions mettre encore un tiers exemple là où l'eau & le corps solide sont parigraves, mais il est manifeste qu'un tel corps n'aura ny pesanteur ny légèreté dans l'eau, par la 8 prop.

Conclusion. Étant donnée la quantigravité de l'eau, & du corps solide, aussi la pesanteur dudit corps; nous avons donc trouvé la constitution dans l'eau; ce qu'il falloit faire.



Ce n'est sans doute pas un hasard que le même Stevin expose le premier dans l'Arithmétique (1585), une méthode unique donnant toutes les solutions de l'équation du second degré. En effet, au cours du problème 68, il donne une solution identique pour les trois cas classiques de l'équation du second degré(1). Cette unicité de méthode suppose l'utilisation de nombres négatifs, ce que fait Stevin, mais les solutions finales, elles, sont positives. C'est au cours de la résolution d'équations du 3ème degré, qu'il écrit : "Aucun des précédents problèmes de la proportion des nombres algébriques, reçoivent par-dessus les solutions ci-devant données, encore d'autre

(1) Stevin note ① : les constantes, ② : x, ③ : x² etc... les 3 cas s'écrivent alors

$$\begin{aligned} \textcircled{2} &= \textcircled{1} + \textcircled{0} \\ &= -\textcircled{1} + \textcircled{0} \\ &= \textcircled{1} - \textcircled{0} \end{aligned}$$

solution par - ; et combien les mêmes ne semblent que solutions songées, toutefois elles sont utiles, pour venir par les mêmes aux vraies solutions des problèmes suivants par + (...). Etant ② égale à ① + ①, la solution se peut faire par - ; Par exemple I ② vaut 4 ① + 21, combien I ① ?(1)(...). Nous dirons que la solution est -3"(2).

Le saut épistémologique est clair : les solutions négatives "semblent songées" -et non plus absurdes-. Leur sens réside dans leur utilité, leur efficacité, à trouver les "vraies" solutions des équations ou... à expliquer les forces qui s'exercent sur un corps plongé dans un liquide. La démonstration précédente -principe d'Archimède- est donc d'une nature originale : ni géométrique, ni complètement arithmétique, elle traduit les préoccupations d'ingénieur de Stevin, qui n'hésite pas à introduire des poids négatifs, des systèmes de poulies très mécaniques pour éclairer les résultats théoriques.

(1) Avec les notations précédentes, l'équation est donc $x^2 = 4x + 21$.
(2) L'Arithmétique : Des équations, p. 77.

VII Le "paradoxe hydrostatique" : validité de la démonstration

La proposition X qui est l'un des apports nouveaux de Stevin en hydrostatique étudie la pression -bien que le mot ne soit ni prononcé ni bien sûr défini- qui s'exerce sur le fond d'un vase. Archimède admettait "comme principe que le liquide a une nature telle que (...) chacune de ses parties est comprimée par le liquide placé verticalement au dessus d'elle"(1). Stevin précise les variables qui entrent en jeu dans cette pression : il ne s'agit pas du poids de l'eau située au-dessus, mais du poids de la colonne potentielle.

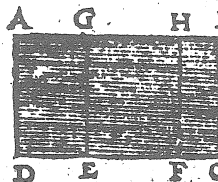
THEOREME VIII. PROPOSITION X.
Sur le fond de l'eau, parallèle à l'horizon, repose un poids, égal à la pesanteur de l'eau, qui est égal à la colonne, dont la base est le fond susdit ; & la hauteur, la perpendiculaire sur l'horizon entre le fond & la fleur de l'eau.

Le donné. Soit ABCD une eau, en figure de parallélipède rectangle, la fleur AB, & EF un fond à niveau. EG la perpendiculaire entre le fond EF & la fleur d'eau ; la colonne soit celle qui est comprise entre le fond pour la base EF, & G B hauteur, à savoir la colonne GEFH.

Le requis. Il faut démontrer que sur le fond EF repose un poids égal à la pesanteur de l'eau de la colonne GEFH.

DEMONSTRATION.

Si sur le fond EF repose un poids plus grand que GEFH, cela viendra à cause de l'eau prochaine : Soit, s'il est possible, de l'eau ADEG, & HFCB, & de même pourra-on dire que

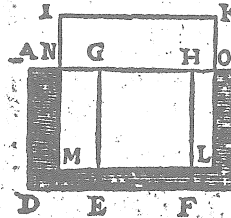


sur le fond DE repose plus que l'eau ADEG, & sur FC plus que l'eau HFCB ; tellement que sur DC reposera plus que l'eau ADCB ; ce qui est absurde, étant iceluy un parallélipède rectangle. Semblablement on démontrera que sur EF ne repose pas moins que GEFH, & par conséquent sur EF reposera précisément un poids égal à la colonne d'eau GEFH.

(1) Des corps flottants I, p. 6.

COROLLAIRE I.

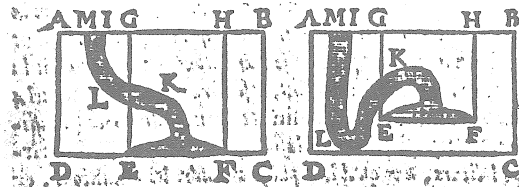
En l'eau ABCD de la 10 proposition, mettons IL un corps solide minugrave à l'eau, c'est à dire flottant sur l'eau, NL dedans, & NK dehors, comme cy-



joignant; alors le solide IL, sera equiponderant à l'eau NO LM, par la 5 proposition, d'où s'ensuit que le corps IL, avec le reste de l'eau d'alentour, est equiponderant à un corps d'eau, égal à ABCD; parquoy nous dirons encore selon la proposition, que sur le fond EF, repose un poids égal à la pesanteur de l'eau d'une telle colonne que GE FH, de laquelle EF est la base, & GE perpendiculaire, entre le fond & la fleur de l'eau pour la hauteur d'icelle: D'où l'on peut conclurre que quand quelque matiere flotte sur l'eau, qu'elle n'apporte aucun changement au poids que le fond soutient lors que l'eau demeure en la mesme hauteur.

COROLLAIRE II.

Soit encore en l'eau ABCD, un ou plusieurs corps solides parigraves à l'eau, tellement qu'il n'y aye place que pour l'eau IKFELM, alors ce corps ne surcharge,

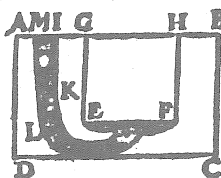


ny n'allege le fond EF pas plus que devant: Et partant selon la proposition, sur le fond EF, repose un poids égal à la pesanteur de l'eau, laquelle est égale à la colonne, ayant ledit fond pour base, & la hauteur égale à la perpendiculaire sur l'horizon, qui est entre le fond & fleur d'eau.

COROLLAIRE III.

Soit derechef ABCD entierement eau, EF un fond en icelle parallele à l'horizon; alors l'eau poussera autant par dessous, en elevant que par dessus en abaissant;

Autrement le plus fort emporteroit le plus faible : ce qui n'arrive pas ainsi, d'autant que nous tiens la disposition qu'on luy donne, par la



1. proposition. Soyent maintenant dedans l'eau quelques corps solides parigrares à icelle, & tellement disposez que l'eau I K E F L M pousse par dessous E F, à l'avoir contre le

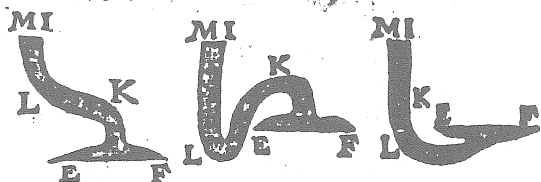
corps solide, comme devant contre l'eau, mais l'un contre-poussoit également l'autre : donc contre E F y a un effort qui le pousse en haut, de même que la colonne d'eau G E F H pousse le même fond E F en bas, selon la proposition ; car la hauteur G E est la perpendiculaire interceptée entre la fleur de l'eau & le fond E F.

COROLLAIRE IV.

Que si on mettoit les corps solides des deuxiesme & troisieme corollaires en leurs lieux, & l'eau vidée, y ayant une place voidie I K F E L M ; alors le fond E F ne portera aucune pesanteur ; que si on remply le lieu voidé, avec de l'eau, le fond paiera autant d'effort, que lors que le vaisseau estoit entierement plein d'eau (ayant ôté les corps solides.)

COROLLAIRE V.

Mais si on ôtoit la matiere inutile des corps solides, & s'il n'y en demeueroit pas d'avantage que pour tenir l'eau en ceste figure ; alors le fond E F paiera autant d'effort,



que s'il y avoit dessus une colonne d'eau, comprise sur le même fond comme base, dont la hauteur soit la perpendiculaire entre ledit fond & la fleur d'eau.

Conclusion. Sur le fond de l'eau parallele à l'horizon, repose donc un poids, &c.

Lisez les espreuves deduites en l'Appendice de la pratique de l'Hydrostatique.

Le raisonnement par l'absurde est rapide mais manque de rigueur : la colonne GEFH(1) a des parois purement imaginaires et il n'est pas difficile d'admettre que ces parois ne modifient pas la pression sur EF. Par contre, les colonnes ADEG et HFCB ont chacune une paroi bien réelle. Peut-on éluder cette différence aussi rapidement pour leur faire jouer le même rôle qu'à la colonne GEFH ? Il semble bien que Stevin ait négligé la démonstration générale au profit des nombreux exemples qui constituent les corollaires I à V.

Le corollaire V montre particulièrement bien où réside ce que nous appelons "paradoxe hydrostatique". Le fond EF subit la même pression dans les trois cas indiqués parce que le fond est identique et la différence de hauteurs entre ce fond et la fleur d'eau égale. Cette pression ne dépend pas du poids d'eau situé au dessus de EF.

Stevin, à travers ce résultat et encore plus le suivant, a des objectifs techniques précis : l'étude des écluses. "Quant à la onzième proposition, "dit-il", par laquelle entre autres, est notoire quel effort l'eau fait contre les portes des écluses ; aussi que l'eau d'un côté, n'ayant qu'un brin de largeur pressera autant à l'encontre que le grand océan de l'autre côté, moyennant que les eaux soient de même hauteur, ce qui étant assez clair, sera omis"(2).

(1) figure de la proposition 10.

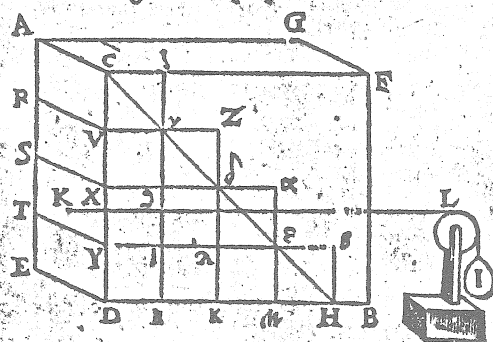
(2) Pratique de l'hydrostatique, p. 500.

THEOREME IX. PROPOSITION XI.

Sur un fond convenant, duquel le plus haut point est à fleur d'eau, repose un poids égal à la demi-colonne d'eau, de laquelle la base est pareille au dit fond, & sa hauteur égale à la perpendiculaire comprise entre les niveaux qui passent par le plus haut & plus bas point dudit fond.

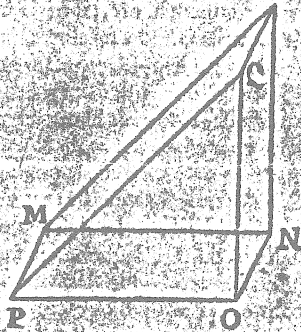
1 Exemple.

Le donné. Soit AB un vaisseau plein d'eau, & le fond ACDE soit premierement un parallelogramme, non parallele à l'horizon, comme devant, mais perpendiculaire à iceluy; duquel le plus haut costé AC est à fleur d'eau, & AE soit la perpendiculaire comprise entre les deux niveaux qui passent par les extremités plus haute & plus basse dudit fond: & soit marquée H dans DB, parallele à l'horizon, tellement que DH soit égale à DC, & menée CH, tellement que par ACHDE soit denotée la demi-colonne, ayant ACDE pour base, & DH hauteur égale à AE perpendiculaire.



Le requis. Il faut demonstrier que le poids qui repose contre le fond ACDE est égal à la demi-colonne ACHDE: C'est à dire (pour declarer le tout plus amplement) que si l estoit un poids oblique, equiponderant ACHDE, & KL corde soit parallele à DH, & K centre de gravité de l'effort du poussement congrege à l'encontre du fond (lequel centre de gravité se trouvera par la 18 proposition suivante) le poids l equiponderant à l'effort de l'eau tient le fond (posant qu'il soit mobile) en ceste disposition.

Ou bien pour donner à entendre ce que dessus autrement, Soit $MNOP$ un fond, pareil à $ACDE$, assavoir MP homologue à AC ; MN à AE , sur lequel fond $MNOP$ repose un corps solide $MNOPQ$ pareil & equiponderant à $ACHDE$, & QQ (egale à DH) soit perpendiculaire à l'horizon: je dis que le pressent que $MNOPQ$ fait sur le fond $MNOP$, assavoir pressant plus vers NO , que vers MP , pource qu'il est là plus épais & pesant qu'icy) P



est le même que l'eau contre le fond $ACDE$, (assavoir poussant plus vers ED , que vers AC .)

Proposition. Soit divisée AE en 4 parties égales par R, S, T , & menées RV, SX, TY parallèles à AC , & $VZ, X\alpha, Y\beta$ parallèles à DH , coupant CH en γ, δ, ϵ , & tellement que chacune des lignes $\gamma Z, \delta\alpha, \epsilon\beta$, soient égales à $Y\gamma$. Soit aussi menée par γ la ligne $\zeta\eta$, parallèle à CD , coupant $X\alpha$ en θ , & $Y\beta$ en ι ; de même la ligne $Z\pi$ par δ , coupant $Y\beta$ en λ , & ainsi la ligne $\alpha\mu$ par ϵ , & finalement βH .

DEMONSTRATION.

Contre le fond $ACVR$ repose plus que rien, car si ledit fond estoit tout à fleur d'eau, rien ne reposeroit à l'encontre, mais il vient plus bas, donc il repose plus que rien à l'encontre d'iceluy. D'avantage je dis qu'à l'encontre d'iceluy repose moins que le corps d'eau $AC\zeta\gamma VR$, car s'il estoit parallèle à l'horizon par RV , alors ledit corps y reposeroit, par la 10 proposition; mais il est plus haut, & par conséquent il y repose moins à l'encontre. Je dis semblablement que contre le fond $RVXS$ repose plus que le corps d'eau $AC\zeta\gamma VR$,

veu qu'il vient plus bas que $V\gamma$, mais ledit corps d'eau est égal à $R V \gamma \delta X S$: D'avantage je dis que contre iceluy repose moins que le corps d'eau $A C \zeta \delta X S$, veu que le fond $R X$ est plus haut que le fond $S X \delta$; or ledit corps d'eau $A C \zeta \delta X S$ est égal à $R V Z \delta X S$; parquoy contre le fond $R X$ repose moins que $R V Z \delta X S$. De mesme contre le fond $S Y$, repose plus que $A C \zeta \delta X S$; car il vient plus bas que le fond $S X \delta$, lequel corps est égal à $S X \delta \lambda Y T$; parquoy contre $S Y$ repose plus que $S X \delta \lambda Y T$. D'avantage je dis qu'il y repose moins que $A C \zeta \delta Y T$, car il est plus haut que le fond $T Y$; or ledit corps $A C \zeta \delta Y T$ est égal à $S X \alpha \epsilon Y T$, donc contre le fond $S Y$ repose moins que $S X \alpha \epsilon Y T$. Pareillement contre le fond $T D$ repose plus que $A C \zeta \delta Y T$, car il vient plus bas que le fond $T Y$; iceluy corps est égal à $T Y \epsilon \mu D E$; parquoy contre le fond $T D$ repose plus que $T Y \epsilon \mu D E$. D'avantage il y repose moins que le corps $A \eta$, car il vient plus haut que le fond $E D \eta$; mais ledit corps $A \eta$ est égal à $T Y \beta H D E$; donc contre le fond $T D$, repose moins à l'encontre que $T Y \beta H D E$. Or veu que contre

Le $\left\{ \begin{array}{l} A V \\ R X \\ S Y \\ T D \end{array} \right\}$ repose $\left\{ \begin{array}{l} \text{rien} \\ R V \gamma \delta X S \\ S X \delta \lambda Y T \\ T Y \epsilon \mu D E \end{array} \right\}$ & moins $\left\{ \begin{array}{l} A C \zeta \gamma V R. \\ R \delta Z. \\ S \epsilon \alpha. \\ T H \beta. \end{array} \right\}$
 fond $\left\{ \begin{array}{l} R X \\ S Y \\ T D \end{array} \right\}$ plus $\left\{ \begin{array}{l} R V \gamma \delta X S \\ S X \delta \lambda Y T \\ T Y \epsilon \mu D E \end{array} \right\}$ que

Il s'ensuit que contre le fond entier $A C D E$ reposera plus que les corps susdits ensemble, qui font le corps inscrit $R V \gamma \delta \lambda \epsilon \mu D E$ dans la demi-colonne $A C H D E$, & que contre ledit fond $A C D E$ entier reposeront moins que les corps circonscrits ensemble, qui font le corps $A C \zeta \gamma Z \alpha \epsilon \beta H D E$, lequel est circonscrit à la demi-colonne $A C H D E$.

Que si on divisoit le fond $A C D E$ en plus de 4 parties egales, soit en 8 ; il appert que les corps inscrits & circonscrits ne differeroient que de la moitié de la difference precedente ; & est manifeste qu'on pourroit partir le fond en tant de parties egales que la difference des corps inscrits & circonscrits à la demi-colonne, differeroient moins qu'aucun corps donné, si petit puisse-il estre, d'où j'argumente ainsi.

A. Toute pesanteur qui differe moins du poids reposant contre le fond $A C D E$, qu'on ne sçauroit donner, est egale au poids reposant contre le fond $A C D E$.

I. Le poids de la demi-colonne $A C H D E$, est une pesanteur differant moins du poids, qui repose contre le fond $A C D E$, qu'on sçauroit donner.

I. Le poids donc de la demi-colonne $A C H D E$ est egal au poids qui repose contre le fond $A C D E$.

VIII. Pression contre les parois : un beau "passage à la limite"

La onzième proposition donne l'énoncé général et synthétique du calcul de la pression exercée sur les parois d'un vase -verticales ou obliques-. Ceci constitue en hydrostatique un résultat entièrement nouveau.

La démonstration rappelle sans nul doute la duplication des côtés des polygones inscrits et circonscrits au cercle, dans la Mesure du cercle d'Archimède. Stevin établit son raisonnement pour un partage de la paroi en quatre parties égales puis le termine rapidement, par analogie, pour un partage en huit et un "passage à la limite". Mais Stevin n'imité pas Archimède, il rompt ici très nettement avec la méthode d'exhaustion. En effet, Archimède aurait eu recours à un double raisonnement par l'absurde : prouver, d'une part, qu'il est absurde que la pression soit supérieure à la "demi colonne", prouver, d'autre part, qu'elle ne peut lui être inférieure. D'où il concluerait par l'égalité.

Stevin utilise une subdivision régulière de la paroi verticale et construit deux volumes majorant et minorant la "demi colonne". Quand on affine cette subdivision par duplication, la différence entre les deux volumes peut être rendue aussi petite que l'on veut -"différerait moins qu'aucun corps donné, si petit puisse-t-il être" dit-il. Ce raisonnement audacieux s'achève par un syllogisme. Il semble que ce soit pour Stevin le moyen de souligner l'importance du résultat qu'il vient de démontrer. Ces syllogismes se retrouvent en effet à d'autres endroits de ses écrits(1), essentiellement pour les démonstrations importantes ou originales. Il se pourrait bien aussi que Stevin éprouve le besoin, pour être convaincant, d'appuyer son raisonnement sur une forme classique reconnue.

La proposition XI est suivie de deux exemples -extensions du théorème à des parois obliques ou elliptiques- puis vient, toujours sous forme d'exemple, une autre démonstration.

(1) Propositions VIII et XXIV du livre I : Eléments de Statique.
Propositions II, X, XV, XVI, XVIII et XXII du livre II : Recherche des centres de gravité.

IX. La démonstration numérique de la onzième proposition

Prenant une paroi perpendiculaire à l'horizon et carrée, Stevin évalue facilement les volumes d'eau à calculer. Contre AI "repose plus que 0" et "moins à l'encontre que $\frac{1}{16}$ pied"(1) : il n'y aurait aucune pression si AI était horizontal, $\frac{1}{16}$ à fleur d'eau; il y aurait une pression due à un volume de $\frac{1}{16}$ pied cubes si AI était horizontal sur le plan passant par HI, etc... Le raisonnement est analogue au raisonnement géométrique précédent mais il est mené "par nombres". Stevin semble avoir trouvé là l'occasion de se servir des fractions décimales dont il a préconisé l'usage dans La Disme. En effet, au lieu de poursuivre, comme précédemment, sa démonstration par duplication (4, 8, etc... parts égales), Stevin partage en 10. Ainsi, les volumes deviennent des fractions décimales et il peut ainsi donner un sens plus précis au "(Il) est manifeste qu'on pourrait partir le fond en tant de parties égales que la différence des corps inscrits et circonscrits à la demi-colonne différerait moins qu'aucun corps donné, si petit puisse-t-il être"(2). Pour préciser cette idée, Stevin suppose que le volume qui repose contre la paroi est $\frac{1}{2} + \frac{1}{1000}$ et construit numériquement une subdivision suffisamment fine pour contredire cette hypothèse : le volume sera donc $\frac{1}{2}$ pied cube.

Stevin a pris soin de placer cette démonstration en "exemple". Il n'a, en effet, traité qu'un exemple numérique pour une paroi de 1 pied carré d'aire, mais cet exemple est assez général pour qu'on puisse aisément admettre qu'il en sera toujours ainsi.

(1) pied cube, bien sûr.

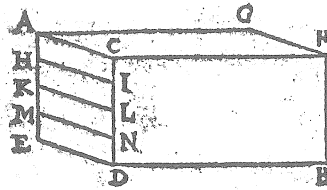
(2) proposition XI démonstration géométrique.

4 Exemple.

Nous avons donné cy-dessus trois exemples, par démonstrations Mathématiques, & ainsi le fondement est tant mieux déclaré; toutefois nous ferons encore cette démonstration par nombres, laquelle n'apporte aucun désavantage à la chose.

Le donné. Soit A B un vase plein d'eau, & A D un fond perpendiculaire à l'horizon, étant un carré, & C D un pied de hauteur, comme aussi A C, lequel est à fleur d'eau, & A F soit aussi long qu'on voudra.

Le requi. Il faut démontrer que l'eau reposant contre le fond A D, est égale à la demi-colonne d'eau, ayant A D pour base & A E perpendiculaire pour sa hauteur. Or cette demi-colonne sera demi-pied cubique.



Préparation. Soit divisé le fond en 4 parties égales par les lignes H I, K L, M N, parallèles à A C.

DEMONSTRATION.

Il appert que contre le fond A I repose plus que 0, car il est plus bas que tout à fleur d'eau: D'avantage il repose moins à l'encontre que $\frac{1}{16}$ pied; car il est plus haut que le fond par H I à niveau: De même contre H L repose plus que $\frac{1}{16}$, & moins que $\frac{2}{16}$; & contre le fond K N plus que $\frac{1}{16}$, & moins que $\frac{3}{16}$; finalement contre M D, repose plus que $\frac{3}{16}$, & moins que $\frac{4}{16}$. Adjoignant les poids qui sont plus légers, à savoir 0, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{16}$, font ensemble $\frac{3}{16}$. De même les poids plus légers $\frac{1}{16}$, $\frac{2}{16}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{4}{16}$, font ensemble $\frac{10}{16}$. Donc contre A D repose plus que $\frac{6}{16}$, & moins que $\frac{13}{16}$, entre lesquels est $\frac{1}{2}$ pied, lequel doit être démontré reposer contre A D.

Or comme le fond a esté divisé cy-dessus en 4 parties égales ; il se pourroit aussi diviser en tant qu'on voudroit, & soit en 10 ; alors par les raisons susdites, les poids trop legers seront $0, \frac{1}{100}, \frac{2}{100}, \frac{3}{100}, \frac{4}{100}, \text{ \&c.}$ le dernier $\frac{9}{100}$ ensemble font $\frac{45}{100}$. Et les poids trop pesants sont $\frac{1}{100}, \frac{2}{100}, \frac{3}{100}, \frac{4}{100}, \text{ \&c.}$ le dernier $\frac{9}{100}$ font ensemble $\frac{45}{100}$ contre A D donc repose un poids plus que $\frac{45}{100}$ & moins que $\frac{55}{100}$; Or $\frac{1}{2}$ est entre deux ; & ces termes sont plus approchans que les susdits, tellement que si on composit encore le fond en plus de parties, on approcheroit plus pres de $\frac{1}{2}$.

Pôsons donc qu'il repose contre A D $\frac{1}{1000}$ pied plus, ou moins, que $\frac{1}{2}$, s'il estoit possible ; & paraissons le fond en 1000 parties égales, alors les poids trop legers seront $0, \frac{1}{1000}, \frac{2}{1000}, \frac{3}{1000}, \frac{4}{1000}, \text{ \&c.}$ le dernier $\frac{999}{1000}$ lesquels sont tous ensemble $\frac{499500}{1000000}$. De mesme les poids trop pesants seront $\frac{1}{1000}, \frac{2}{1000}, \frac{3}{1000}, \frac{4}{1000}, \text{ \&c.}$ le dernier $\frac{999}{1000}$ leur somme $\frac{499500}{1000000}$ il repose donc plus contre A D, que $\frac{499500}{1000000}$ & moins que $\frac{500500}{1000000}$; mais l'un & l'autre est moins ou plus que $\frac{1}{2}$ de $\frac{500}{1000000}$; il n'y avoit donc pas tant de difference que le $\frac{1}{1000}$ susdit ; Et ainsi on démontrera toujours, qu'il y a moins de difference entre le corps qui repose contre A D, & $\frac{1}{2}$ pied, qu'aucune quantité qu'on scauroit donner, d'où j'argumente ainsi.

A. Entre un poids quelconque & $\frac{1}{2}$ pied d'eau, s'ils sont différens, se peut trouver un poids moindre que leur différence.

Q. Or entre le poids qui repose contre le fond A D, & $\frac{1}{2}$ pied d'eau, on ne peut donner aucun poids moindre que leur différence.

Q. Le poids donc qui repose contre le fond A D, n'est en rien différent de $\frac{1}{2}$ pied d'eau.

Conclusion. Sur un fond donc convenant, duquel, &c.

La raison pourquoy le $\frac{1}{2}$ demeure toujours également distant des deux termes, lesquels en approchent toujours, sans que jamais ils y puissent parvenir, est contenue en ce theoreme.

THEOREME.

En une progression naturelle commençant par l'unité, & augmentant de l'unité progressivement ; la moitié du quarré du dernier, qui est le majeur, est (1) la somme de tous les nombres, mais (2) la somme de tous les nombres sans le dernier.

(1) § "moins que", ff "plus que".

X. L'importance du nombre chez Stevin

Les précautions prises par Stevin dans cette partie -"toutefois, nous ferons encore cette démonstration par nombres laquelle n'apporte aucun désavantage à la chose"- témoigne des problèmes de statut qu'ont, à l'époque, les démonstrations par nombres. Stevin consacre dans l'Appendice à la Statique un chapitre particulier à ce problème de validité.

"Chapitre IV : Que quelques propositions démontrées ci-devant par les nombres, le sont aussi Mathématiquement(1).

Les démonstrations sont distinguées par les Doctes en Mathématiques et Mécaniques, et ce non sans raison ; car celles-là sont générales, et donnent raison tout à fait, pourquoi la chose qu'on veut démontrer est telle ; mais celles-ci ne démontrent seulement que la figure dont est question, et spécialement par les nombres. Comme si voulant démontrer qu'au triangle rectangle, l'hypoténuse peut autant que les deux autres côtés, on ne prenne que le triangle de 3, 4, 5, en montrant qu'il est rectangle et que 25 (carré de l'hypoténuse) est égal à 16 et à 9. Ainsi faisant, on n'a démontré la vérité qu'en cette figure là seulement et pour en avoir la vraie certitude, il en faudrait démontrer autant de tous les triangles rectangles, chacun en particulier, et encore que ce ne serait jamais fait, on n'aurait pas entendu pourquoi cela doit être ainsi en tout, par quoi telle démonstration s'appelle Mécanique : mais celle qu'Euclide fait en la XLVII proposition du premier livre, est générale et suffit pour tout, et par bonne raison est appelée Mathématique. Or là-dessus, on me pourrait objecter, pourquoi j'ai démontré les IV, XI, XII, XVIII propositions du 2ème livre des Eléments Statiques par nombres ? La réponse est qu'il y a deux manières de démontrer par nombres ; dont l'une, comme termes, déclare seulement les raisons et proportions des parties de la figure proposée, laquelle est la manière Mathématique, car elle s'étend sur toutes les espèces, et en montre la cause ; mais l'autre manière non, celle qui ne touche que la quantité(...). Quand à ce que quelques-uns ne trouveraient pas être selon la manière des démonstrations Mathématiques, aucune du 1er livre des Eléments Statiques et Hydrostatiques, à cause que que les pesanteurs sont exprimées par nombres, mais les prendraient

(1) Appendice de la Statique.

pour Mécaniques, ils sauront qu'elles peuvent vraiment être telles, mais que c'est pour plus ample déclaration vu qu'elles ont été auparavant démontrées telles Mathématiquement".

L'opposition entre démonstrations mathématiques (géométriques) et démonstration mécanique ("spécialement par les nombres") rappelle la lettre à Eratosthène du Discours de la méthode d'Archimède : "J'ai jugé à propos de te décrire et de développer dans ce même livre, les propriétés caractéristiques d'une méthode qui te permettra d'aborder certaines propositions mathématiques par le biais de la mécanique. Mais je suis persuadé que cet outillage peut servir même pour la démonstration des théorèmes ; certaines propriétés, en effet, qui m'étaient d'abord apparues comme évidentes par la mécanique, ont été démontrées plus tard par la géométrie, parce qu'une étude faite par cette méthode n'est pas susceptible de démonstrations ; car il est plus aisé d'édifier la démonstration après avoir acquis préalablement quelque connaissance des objets de la recherche au moyen de cette méthode que de chercher sans la moindre connaissance"(1).

Dans ces lignes, Archimède évoque ses recherches, notamment sur la quadrature de la parabole : un procédé basé sur des considérations "mécaniques" de leviers et d'équilibre donne à Archimède la conviction du résultat(2). Il établit dans la seconde partie du traité sur la Quadrature de la Parabole une démonstration mathématique fondée uniquement sur des considérations géométriques -inscription de triangles dans l'arc de Parabole-(2). Même si Archimède tient à la rigueur de cette démonstration(3), il apprécie aussi la puissance de la démonstration mécanique pour la recherche d'un résultat.

Rien ne permet d'affirmer que Stevin ait obtenu son résultat au sujet de la pression sur une paroi oblique, grâce à la méthode par nombres. Contrairement à Archimède, Stevin n'attribue pas une valeur de recherche à cette méthode. Par contre, la classification faite entre démonstrations mathématiques et démonstrations mécaniques -"et spécialement par les nombres"- montre qu'au XVIème siècle encore

(1) ARCHIMEDE, Discours de la méthode, p. 83.

(2) DEDRON et ITARD, Mathématiques et Mathématiciens.

(3) Entre la démonstration mécanique décrite dans la Méthode et la démonstration de la seconde partie du traité sur la quadrature, Archimède en rédige une autre qui ne le satisfait pas, car elle fait encore appel à la mécanique.

(siècle qui voit pourtant l'éveil de l'Algèbre), l'usage des nombres dans les démonstrations ne correspond pas aux critères de validité.

Ainsi, tout en s'assurant la crédibilité de son ouvrage par une démonstration géométrique, Stevin crée une brèche dans le cadre euclidien très strict du raisonnement : il amorce le renversement important de la géométrie vers le nombre qui aura lieu dans la géométrie algébrique de Descartes.

Ce goût privilégié pour les nombres - qu'ils soient décimaux dans la Disme ou la deuxième démonstration de la proposition XI, qu'ils soient négatifs dans l'Arithmétique ou la proposition VIII - est sans doute lié à ses préoccupations d'ingénieur. Les nécessités techniques l'amènent à une fréquentation constante avec les nombres, donc à une connaissance plus large. Il a ainsi simplifié l'écriture et les calculs avec les décimaux, élargi le concept de nombre négatif en lui donnant un sens de nombre utile, accru l'usage de méthodes numériques dans les démonstrations.

ANNEXE 1

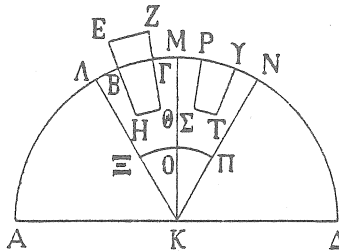
"Le Principe d'Archimède" extrait de
Les Corps Flottants

Traduction Paul Ver Eecke

PROPOSITION V

Une grandeur solide, moins dense qu'un fluide, abandonnée dans ce fluide, sera immergée jusqu'au point où un volume de fluide, tel que le volume de la partie immergée, ait le même poids que la grandeur entière.

Faisons les mêmes constructions que précédemment ; que le fluide soit sans mouvement, et soit $EZH\Theta$ une grandeur moins dense que le fluide. Dès lors, puisque le fluide est sans mouvement, ses parties uniformément disposées sont pressées semblablement ; par conséquent, le fluide situé dans la surface qui règne suivant les arcs ΞO , ΠO est pressé semblablement ; en sorte que le poids qui les presse est le même. Or, le poids du fluide contenu dans la première pyramide, exception faite du solide $BH\Theta\Gamma$, est égal au poids du fluide contenu dans l'autre pyramide, exception faite du fluide $P\Sigma TY$. Dès lors, il est évident que le poids de la grandeur $EZH\Theta$ est égal au poids du fluide $P\Sigma TY$. Il est donc clair qu'un volume de fluide, tel que celui de la partie immergée de la grandeur solide, a le même poids que la grandeur entière.

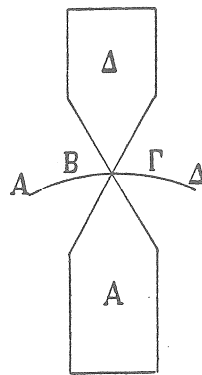


PROPOSITION VI

Les solides moins denses qu'un fluide, introduits forcément dans ce fluide, sont renvoyés vers le haut avec une force telle que celle du poids dont le volume de fluide, égal au volume de la grandeur solide, l'emporte sur le poids de cette grandeur.

Soit A une certaine grandeur moins dense qu'un fluide ; soit B le poids de la grandeur A, et $B\Gamma$ celui du fluide ayant même volume que la grandeur A. On doit démontrer que la grandeur A, introduite forcément dans le fluide, sera renvoyée vers le haut par une force représentée par le poids Γ .

En effet, prenons une certaine grandeur Δ ayant un poids égal au poids Γ . Dès lors, la grandeur formée de l'ensemble des deux grandeurs A, Δ est moins dense que le fluide ; car le poids de la grandeur formée de ces deux grandeurs



est $B\Gamma$, et celui du fluide ayant même volume que cette grandeur est plus grand que $B\Gamma$, parce que $B\Gamma$ est le poids du fluide ayant même volume que la grandeur A. Donc, si la grandeur formée de l'ensemble des deux grandeurs A, Δ est abandonnée dans le fluide, elle sera immergée jusqu'au point où un volume de fluide, tel que celui de la partie immergée de la grandeur, ait le même poids que la grandeur entière ; car cela a été démontré . Que

l'arc $AB\Gamma\Delta$ soit la surface d'un certain fluide. Dès lors, puisqu'un volume de fluide, tel que celui de la grandeur A, a même poids que l'ensemble des grandeurs A, Δ , il est évident que la partie immergée de cet ensemble sera la grandeur A, et que son reste Δ sera entièrement au-dessus de la surface du fluide ; car si le solide était immergé d'une autre manière, ce serait en opposition avec ce qui a été démontré antérieurement . Il est donc évident que la grandeur A est renvoyée vers le haut avec une force telle que celle avec laquelle la grandeur Δ , située au-dessus, presse vers le bas, puisque l'une ne l'emporte pas sur l'autre . Or, la grandeur Δ presse vers le bas d'un poids tel que Γ , vu qu'on a supposé le poids de la grandeur Δ égal au poids Γ ; par conséquent, ce qui devait être démontré est évident.

BIBLIOGRAPHIE

- ABDELJAOUAD, Vers une épistémologie des décimaux, in Fragments d'histoire des mathématiques, A.P.M.E.P. n° 41, 1981.
- ARCHIMEDE, Oeuvres complètes, traduction P. Ver Eecke, tome I et II, Vaillant - Carmanne, 1960.
- DEDRON-ITARD, Mathématiques et Mathématiciens, Magnard, Paris, 1959.
- DEPAU, Simon Stevin, Office de Publicité, Bruxelles, 1942.
- DIJKSTERHUIS, The principal Works of Simon STEVIN, volume 1, Mechanics, Amsterdam, 1955.
- GALILEE, Discours concernant deux sciences nouvelles, 1632.
- PASCAL, Oeuvres, Traité de l'Equilibre des liqueurs, 1663.
- SCHUBRING, Histoire des nombres négatifs - Ruptures dans leur statut mathématique, in Actes du colloque Inter-I.R.E.M. de Montpellier, 1985.
- Simon STEVIN, Les Oeuvres Mathématiques, traduction d'Albert GIRARD, Leyde, 1634.
- TATON, Histoire générale des Sciences, tome I et II, P.U.F., 1957.