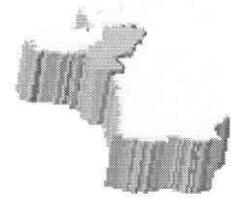


# IREM

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES  
DES PAYS DE LA LOIRE



NANTA IREMICA N° 30

# À propos de la symétrie orthogonales

Compte-rendu du suivi scientifique  
en classe de 6<sup>e</sup>

Annie PLANTIVEAU

1986

ISBN 2-86300-017-9

## SOMMAIRE

INTRODUCTION	P	1
COLLEGE de COUERON	P	5
COLLEGE CHANTENAY de NANTES	P	13
COLLEGE RENAN de SAINT-HERBLAIN	P	91
COLLEGE LA REINETIERE de SAINTE-LUCE SUR LOIRE	P	101
ANNEXES	P	133

## INTRODUCTION

En Septembre 1986 ,le programme de Mathématiques change en classes de Sixième .

La Direction des Collèges a demandé à l'ADIREM (Assemblée des Directeurs d'IREM) de mettre en place des équipes afin d'expérimenter quelques points de ce programme .

A l'IREM de NANTES, plusieurs équipes ont travaillé dans ce cadre .

En LOIRE-ATLANTIQUE :

Collège de COUERON

Collège CHANTENAY à NANTES

Collège E.RENAN à SAINT-HERBLAIN

Collège LA REINETIERE à SAINTE-LUCE SUR LOIRE

Au cours de l'année scolaire 1985-86, ces équipes se sont réunies périodiquement (en moyenne 3 heures par semaine) et ont participé aux quatre réunions-regroupements organisées par l'IREM de NANTES et l'Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques .

Ce travail a concerné seize classes de Sixième .

Les travaux présentés dans cette brochure se situent autour de la SYMETRIE ORTHOGONALE, thème nouveau dans le programme de sixième et riche tant au niveau des approches que des prolongements .

La diversité des méthodes a été conservée dans ce compte-rendu qui ne saurait être un modèle .

Au sein de l'IREM de NANTES, des groupes de recherche et de mise en place d'activités mathématiques en classes de Sixième fonctionneront au cours de l'année 86-87 et permettront d'approfondir l'organisation d'activités géométriques pour la première année du collège .

Juillet 1986

Colette LE LAY (animateur IREM)

Deux classes de Sixième  
COLLEGE de COUERON

1 - L'idée de départ : Je souhaite partir des acquis, même ponctuels des enfants. Cette année, je ne ferai pas une "leçon" d'introduction sur "droites, demi-droites, segments, parallèles..."

2 - La symétrie orthogonale

- a) objectifs - savoir construire le symétrique d'une figure simple  
 - énoncer une règle de construction du symétrique d'un point  
 - vérifier la conservation des distances.

b) déroulement

- Chaque élève reçoit les deux dessins (annexe 1). La consigne est : "colorier d'une même couleur tous les motifs élémentaires qui se présentent de la même façon".

Ensuite un débat s'engage sur la façon dont on passe d'une couleur à l'autre. Les mots "pliages" et même "symétrie" apparaissent.

- Je projette le film "Effet miroir 1" du CNDP ; les élèves collectent et affichent des photos, papiers peints, dessins où apparaissent des symétries orthogonales.

- Après un débat sur les instruments qui permettent de construire un symétrique, je distribue l'annexe 2. Les élèves construisent les symétriques proposés avec le calque, puis le quadrillage. Nous faisons ensuite le point sur les procédés employés puis ils construisent les derniers symétriques sans calque, ni quadrillage. Des difficultés dans le maniement de l'équerre amènent des rappels sur le tracé d'une perpendiculaire.

- Je projette le film "Effet miroir 2" avec nombreux arrêts sur image dans la partie animation.

- Nous élaborons une règle de construction du symétrique d'un point. Nous vérifions la conservation des distances sur les dessins réalisés aux différentes étapes.

- Les élèves reçoivent des exercices individuels de construction tirés de manuels de cours moyen.

c) évaluation

En devoir en classe, je teste l'aptitude à construire le symétrique d'un point à la règle, au compas et à l'équerre.

d) remarque

Je n'ai pas réussi à faire ressentir aux élèves la nécessité de la précision des tracés : ils devinent, en gros, l'aspect du symétrique et le construisent approximativement.

### 3 - Axes de symétrie

#### a) objectifs - définir la médiatrice du segment

- classer triangles et quadrilatères suivant le nombre d'axes de symétrie

- savoir construire ces triangles et quadrilatères et connaître leurs propriétés.

#### b) déroulement

- j'explique ce qu'est un axe de symétrie et j'invite les élèves à en chercher sur des sigles publicitaires (annexe 3)

- nous recherchons l'axe de symétrie d'un segment ; j'en donne le nom (inconnu de tous) ; nous élaborons une définition ; nous construisons la médiatrice à la règle et à l'équerre.

- chaque élève recherche tous les triangles et quadrilatères qu'il connaît et qui présentent un ou plusieurs axes de symétrie. Nous faisons le point : toutes les figures recherchées sont ainsi trouvées.

Pour chaque figure, les élèves proposent un ou plusieurs procédés de construction. Certains utilisent les axes, d'autres non : exemple : le trapèze isocèle construit à partir de sa "moitié".

Nous donnons les propriétés d'angles droits et de longueurs de côtés et de diagonales ; certaines sont justifiées par symétrie.

#### c) évaluation

En devoir, je teste l'aptitude à construire la médiatrice d'un segment et les triangles et quadrilatères rencontrés.

#### d) remarque

Le cerf-volant (1 axe) apparaît dans l'étude ; les élèves comprennent mal qu'on le délaisse par la suite et qu'on ne lui accorde pas l'importance du trapèze isocèle.

Toujours les problèmes de précision de tracés mais quelle diversité dans les procédés de construction proposés par les élèves !

#### 4 - Angles

a) objectifs - définir et construire la bissectrice d'un angle  
- découvrir et connaître les propriétés d'angles sur les triangles et quadrilatères présentant des axes de symétrie.

#### b) déroulement

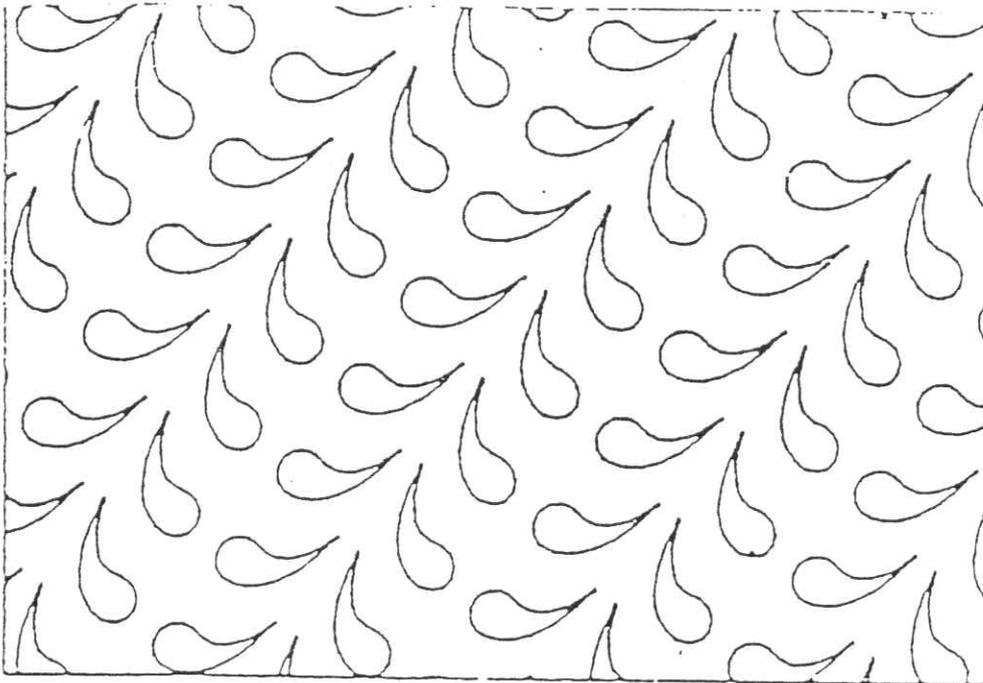
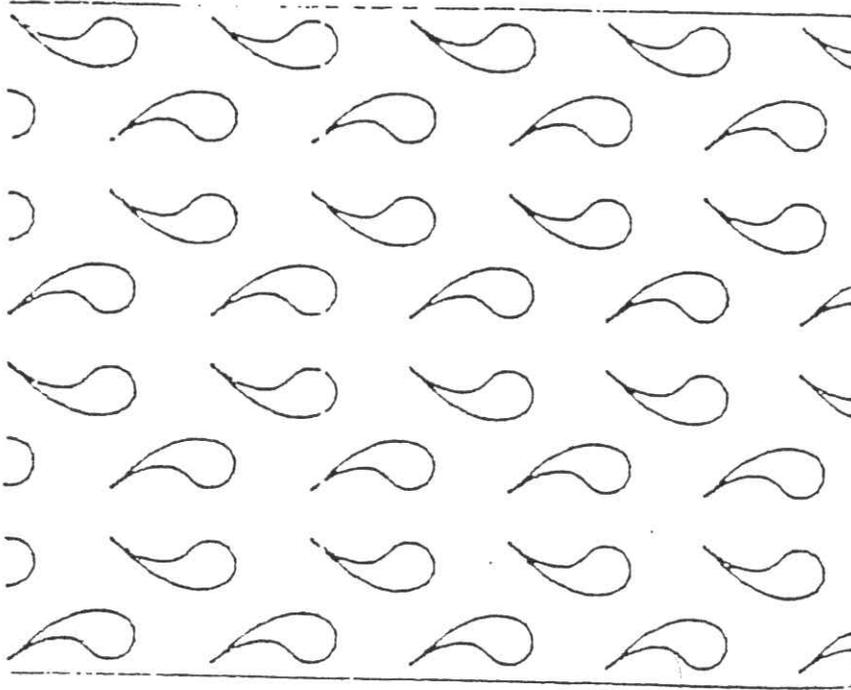
- l'angle n'a pas été introduit à l'aide de la symétrie : il s'agit seulement de réinvestir la symétrie dans des situations nouvelles. Nous recherchons l'axe de symétrie d'un angle par pliage. Pour le construire, des élèves proposent de "compléter" l'angle en losange et de tracer la diagonale.

- nous retrouvons les angles égaux dans les triangles et quadrilatères (angles superposables par pliage).

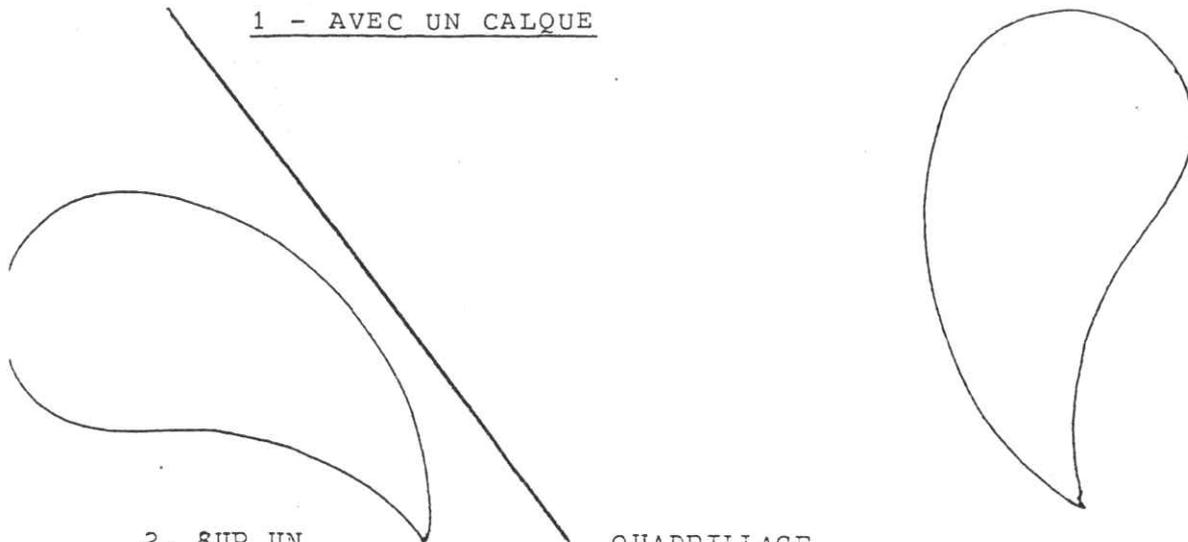
- la propriété "somme des angles d'un triangle" ayant été vérifiée, nous déduisons la mesure des angles du triangle équilatéral...

#### c) évaluation

Aptitude à construire la bissectrice d'un angle à la règle et au compas.

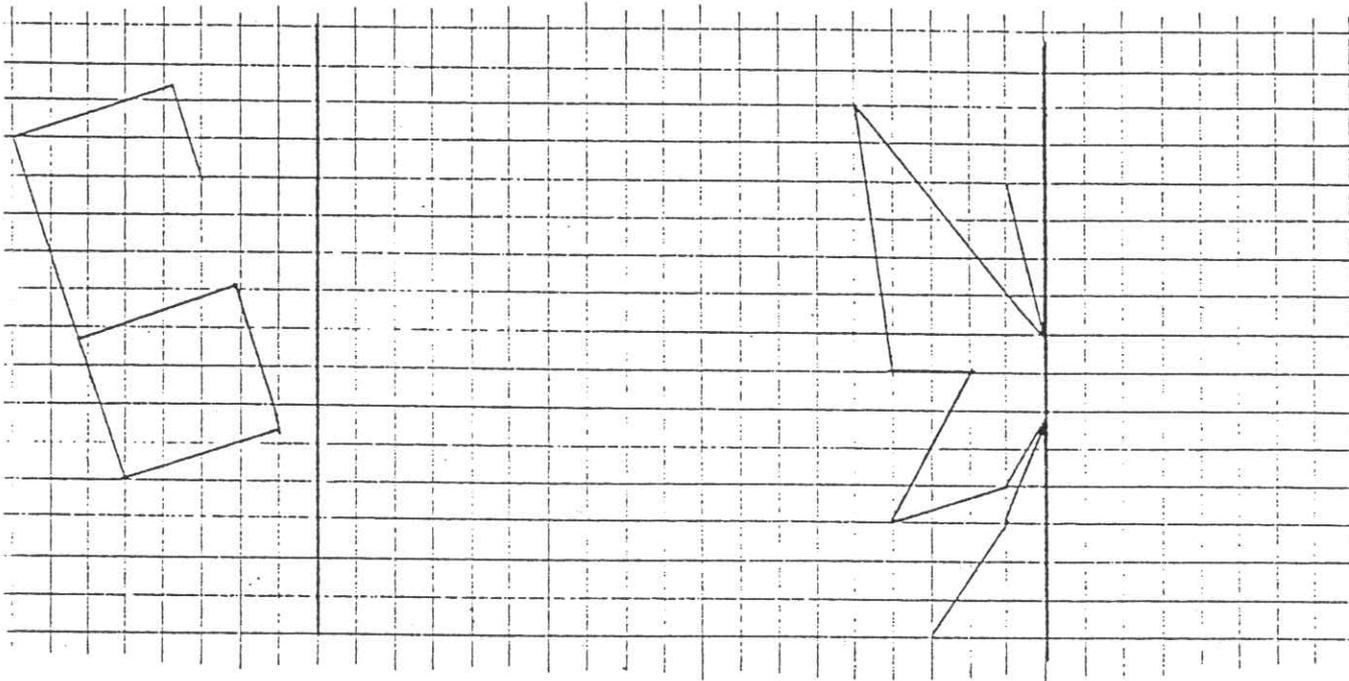


1 - AVEC UN CALQUE

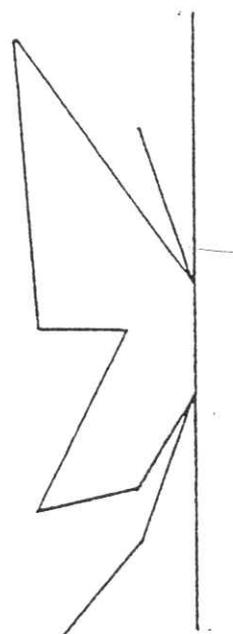
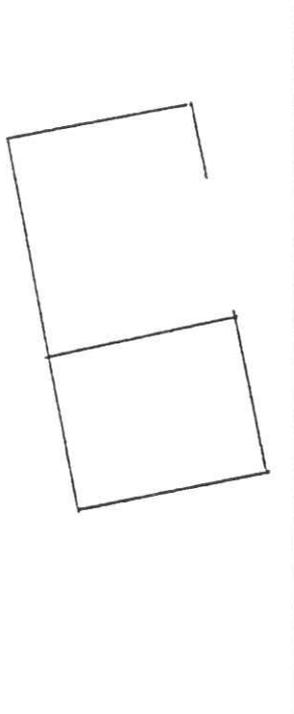


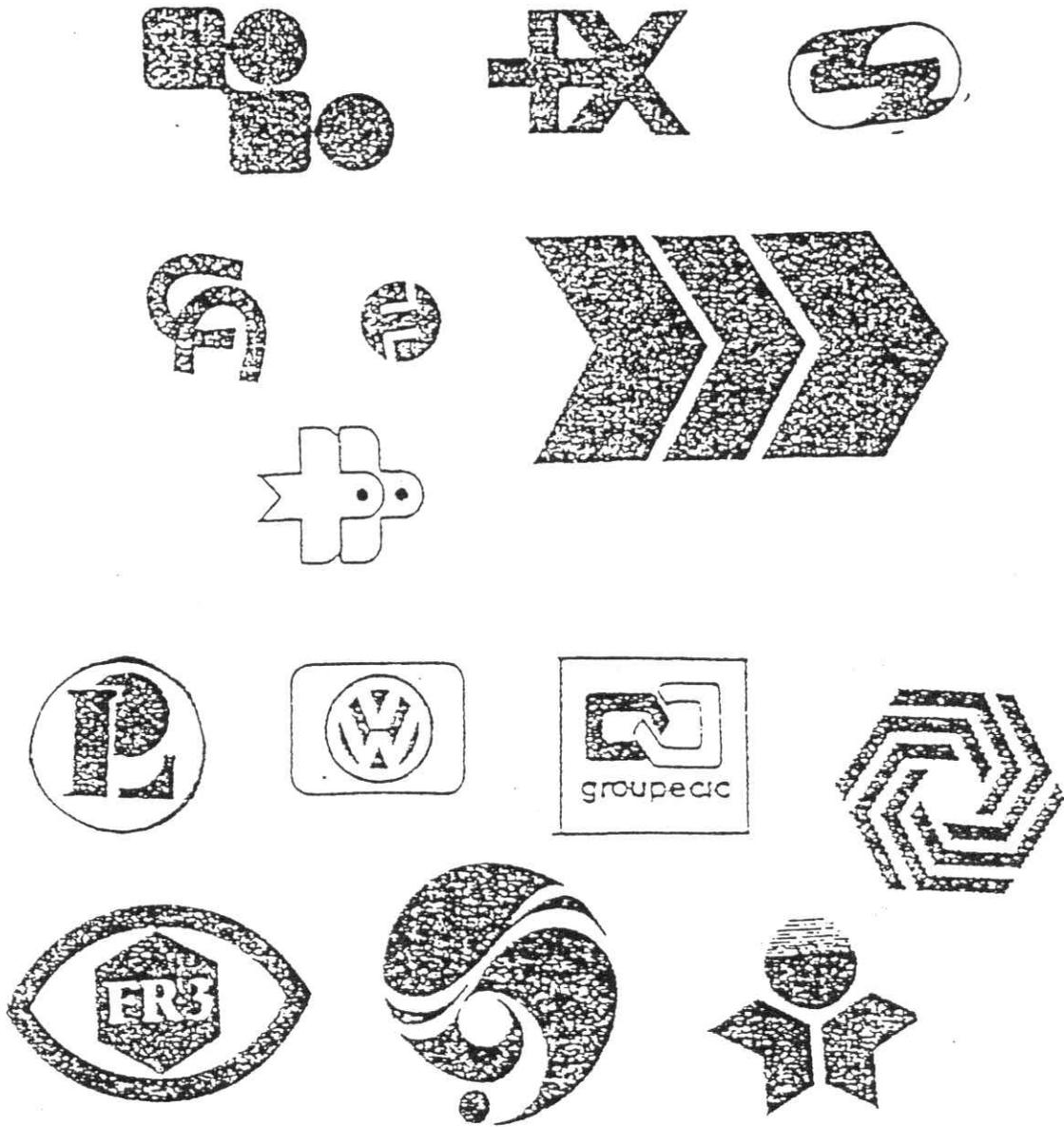
2- SUR UN

QUADRILLAGE



3- SANS CALQUE, NI QUADRILLAGE





Georges CHOUKROUN  
Jean-Paul GAUDIN  
Michèle JACOLOT  
Annie PLANTIVEAU (animateur IREM)  
Marie-Christine TRUCY

*Six classes de Sixième*

COLLEGE CHANTENAY  
NANTES

PLAN

<i>Matériel utilisé</i>	p 9
 1 - APPROCHE DE LA SYMETRIE ORTHOGONALE	p10
1-A- Dessins sur papier quadrillé	
1-B- Test-contrôle	
1-C- Film "EFFET MIROIR N°1"	
1-D- Première synthèse	
1-E- Dessins sur papier blanc uni	
1-F- Frise	
1-G- Retour au quadrillage	
1-H- Film "EFFET MIROIR N°2"	
1-I- Quadrillage . Demi-dessins	
1-J- Papier blanc . Demi-dessins	
1-K- Recherche d'axes de symétrie	
 2 - SYNTHESE	p36
2-A- Une définition de la médiatrice d'un segment	
2-B- Une propriété de la médiatrice	
2-C- Points à égale distance des extrémités d'un segment	
2-D- Constructions diverses	
2-E- Travaux sur micro-ordinateurs	
 3 - FIGURES DITES USUELLES	p50
 ANNEXE	p56
ANNEXE 1 : Après "Effet miroir n°1"	
ANNEXE 2 : Après "Effet miroir n°2"	
ANNEXE 3 : Logotypes	
ANNEXE 4 : Travaux d'élèves après Logotypes .	

MATERIEL UTILISE :

Le matériel utilisé est constitué ainsi :

- cahier de dessin à fond quadrillé (un par élève)
- papier dessin à fond blanc uni
- bloc de papier à lettres à fond blanc uni (un par élève)
- papier calque
- instruments de dessin et de mesure
- miroir
- un rétroprojecteur
- films de géométrie du CNDP (magnétoscope)
- diapositives de l'IREM de POITIERS (logotypes)  
(projecteur de diapositives)
- divers logiciels existant au Collège, qui possède une salle  
équipée de huit micro-ordinateurs de type THOMSON T07, qui  
peuvent être reliés par un coupleur .

## 1 - APPROCHE DE LA SYMETRIE ORTHOGONALE

---

### 1-A- DESSINS SUR PAPIER QUADRILLE

---

Les élèves travaillent sur un cahier de dessin à feuilles quadrillées (carrés de 1 cm sur 1 cm )

#### 1-A-1- "REFLET DANS L'EAU"

##### DESSIN N° 1

Consignes données aux élèves :

- reproduire le dessin projeté au tableau (ou dessiné préalablement)
- en dessiner le " reflet dans l'eau " (sans déformation).

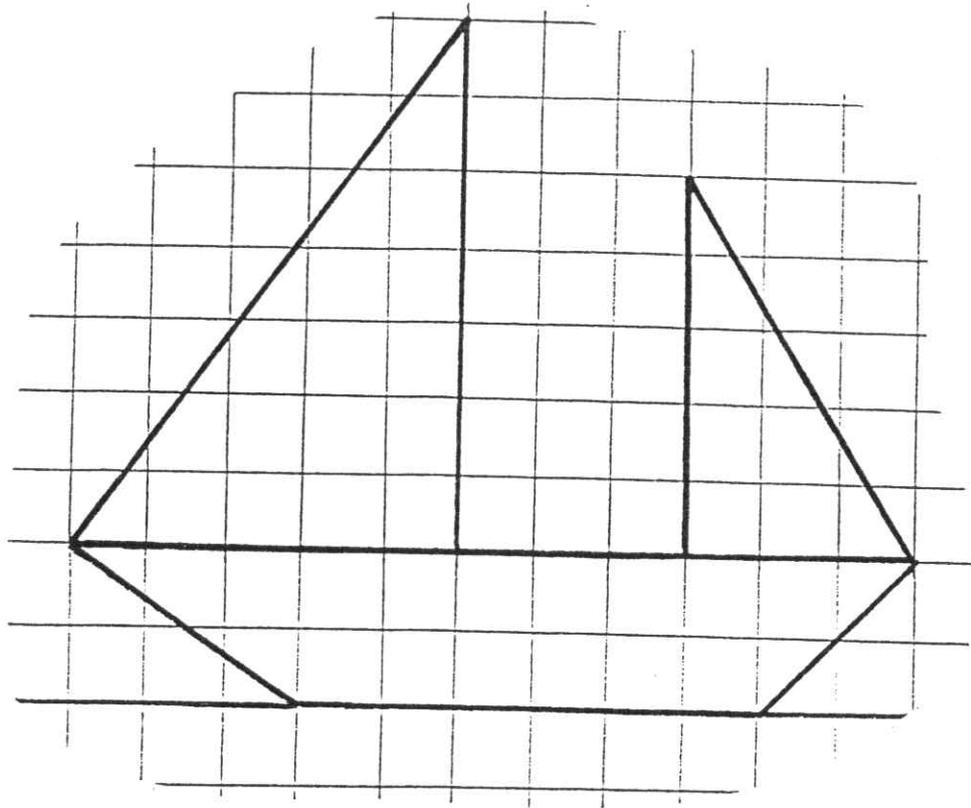
##### REMARQUES

- plusieurs élèves ont des difficultés à reproduire le bateau.
- reflet dans l'eau généralement bien vu.
- quelques erreurs dans la longueur des mâts.

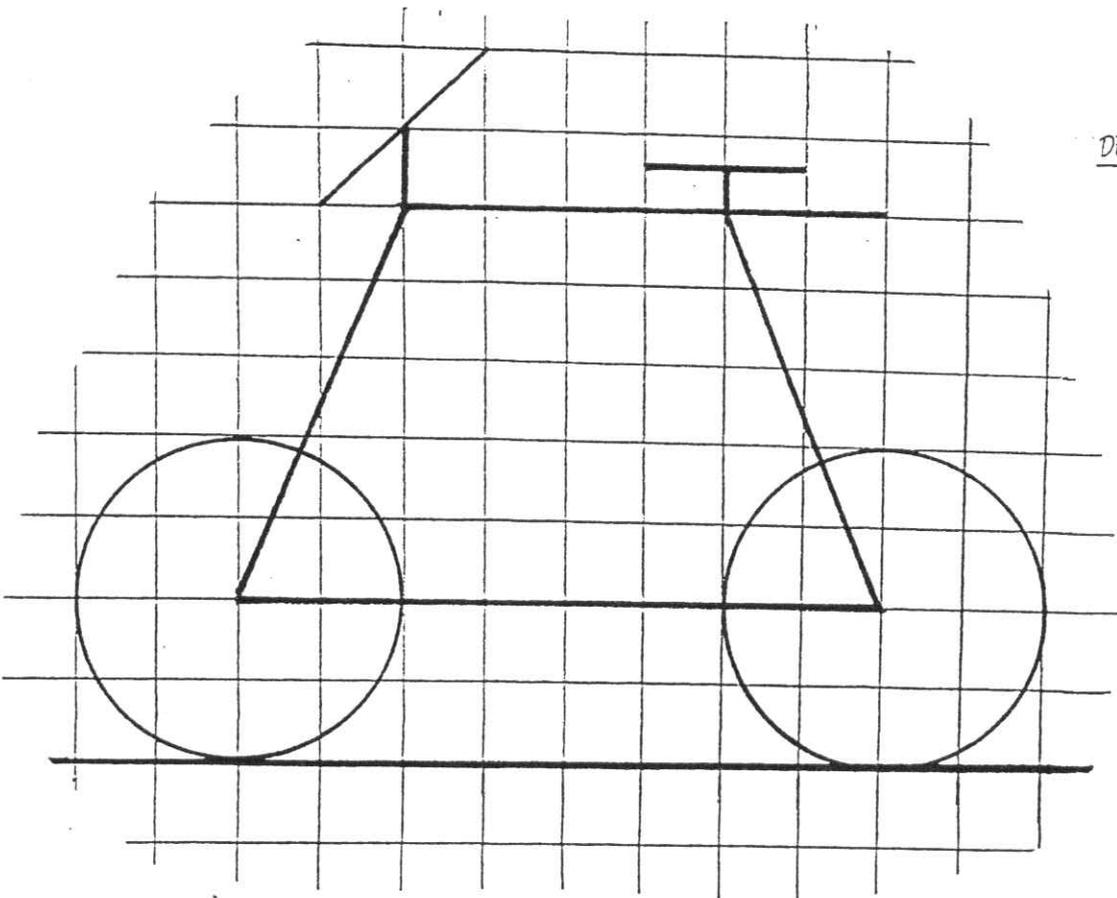
##### DESSIN N° 2

Mêmes consignes que précédemment

- difficultés à reproduire le dessin plus nombreuses, en particulier le rayon des roues n'a pas toujours été bien choisi.
- reflet dans l'eau moyennement réussi; les erreurs se situent au niveau du guidon, et au niveau des roues qui deviennent parfois plus petites dans le reflet.



DESSIN N° 1



DESSIN N° 2

DESSIN LIBRE

Seules demandes faites: le dessin doit comporter des segments et des cercles.

Les consignes sont les mêmes que précédemment.

- dessins souvent assez "pauvres"
- les premières translations apparaissent.
- quelques dessins sont faits en présentant déjà un axe de symétrie; nous avons troublé cette symétrie par un motif ajouté sur les dessins concernés.

A NOTER:

\* Nous souhaitons laisser les élèves s'organiser seuls pour ces premiers travaux. Dans de nombreux cas, c'est ce qui s'est passé. Cependant, plusieurs élèves ont eu dès le départ, des difficultés à reproduire le dessin projeté au tableau (sur fond quadrillé) ou dessiné préalablement sur le tableau présentant un quadrillage gravé ou peint. Une aide individualisée a été alors nécessaire sous deux formes essentiellement: - comptage carreau par carreau,

- utilisation d'un logiciel de copie de dessin simple sur fond quadrillé par déplacement du curseur.

\* La majorité des élèves a procédé par comptage de carreaux dans un sens, puis dans l'autre. Toutefois certains élèves (environ 5%) ont pris leur cahier à l'envers et ont reproduit le dessin laissé au tableau ! Lors du dessin libre, il leur a fallu procéder autrement!

\* Les élèves (rares) ayant réalisé des translations ont aussi nécessité une aide individualisée de notre part. Un miroir placé perpendiculairement à la table, sur l'axe, a permis à certains de corriger eux-mêmes leurs erreurs.

Le fait que ce travail ait eu lieu en tout début d'année, alors que les élèves ne se connaissaient pas encore, n'a sans doute pas permis aux élèves d'échanger leurs impressions et remarques de façon fructueuse, chacun s'occupant exclusivement de son dessin. Seuls les élèves qui ont travaillé avec le miroir ont - à ce stade - vu que le miroir leur servait.

\* Aucun élève n'a mentionné avoir déjà travaillé sur ce genre de sujet.

1-A-2- " REFLET DANS LE MIROIR "DESSIN N° 3

Consignes données aux élèves :

- reproduire le dessin projeté au tableau (ou dessiné préalablement)
- en dessiner le " reflet dans le miroir " (sans déformation)

REMARQUES

- Un assez grand nombre de translations (plus que dans les cas précédents, chez d'autres élèves que ceux qui s'étaient trompés lors du dessin libre précédent).
- Difficultés et erreurs (environ 30 %) au niveau des ailes de l'oiseau, de hauteurs différentes

DESSIN N° 4

Mêmes consignes que précédemment

- nombreuses difficultés de reproduction. (seule une moitié des élèves y parvient au premier jet. 2 élèves sur 23 n'y parviendront pas malgré les aides.)
- toujours des translations (chez les élèves ayant fait des translations au dessin n°3; pas chez les autres)

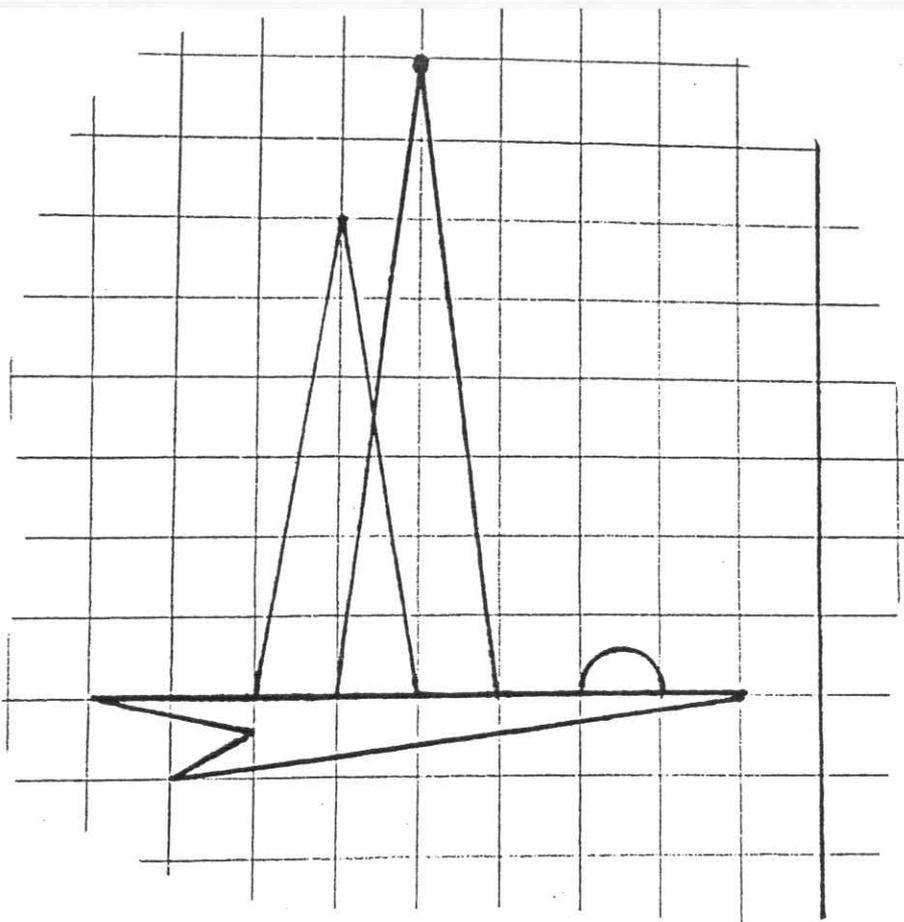
A NOTER :

\* Le nombre relativement important de translations observées pour ces deux dessins nous a surpris. Malgré la correction individuelle apportée pour le dessin n°3, nous retrouvons pratiquement tous les élèves en échec au dessin n°3, en échec au dessin n°4. La différence réside dans l'attitude de l'élève lorsque nous lui signalons son absence de réussite dans le dessin n°4; la réaction est immédiate :

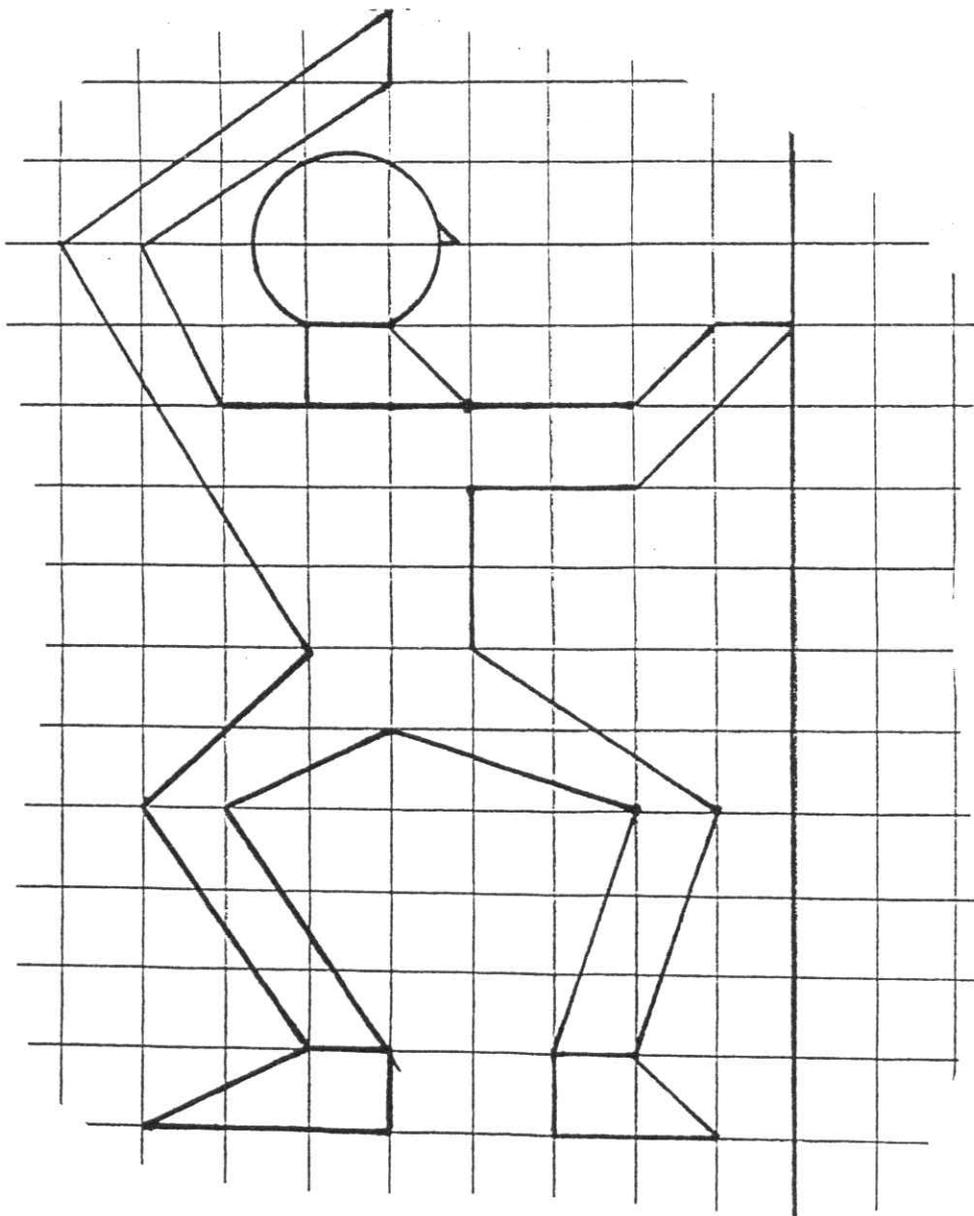
"Je me suis trompé(e) de côté !"

\* Un élève a fait une translation décalée d'un carreau vers le bas.

\* Aucun élève ne mentionne avoir déjà travaillé sur ce genre de sujet dans cinq classes (sur six). Dans une classe, plusieurs élèves parlent de dessins symétriques.



DESSIN N° 3



DESSIN N° 4

DESSIN LIBRE

Ce qui est demandé :

- faire un dessin sur fond quadrillé
- chercher son "reflet dans le miroir"

- les élèves qui avaient bien réussi jusque là n'ont pas hésité à faire des dessins très élaborés.
- les élèves ayant peu réussi auparavant, peu sûrs d'eux, ont réalisé des dessins souvent bien simples.
- parmi ces derniers dessins : plusieurs comportaient un axe de symétrie que nous avons volontairement rompue
- très peu de translations dans ces dessins libres.

A NOTER :

\* Ces six dessins ont été réalisés au cours de cinq ou six-voire sept- séquences, sans toutefois utiliser la totalité de l'heure, loin s'en faut. Les autres minutes étaient utilisées à des travaux numériques, écrits, à du calcul mental (quotidien).

\* Ils ont été aussi l'occasion de rappeler ce qu'était un segment, de rappeler comment tracer un cercle, de rappeler quelles étaient les données nécessaires pour tracer l'un et l'autre.

\* Les cahiers des élèves n'ont pas quitté le collège.

1-B TEST-CONTROLEDESSIN N° 5

Consigne : Tracer le "reflet dans l'eau" du dessin proposé.

- REMARQUES
- 80 % environ de réussite
  - échecs dûs à des translations totales ou partielles (la moitié de ces élèves ne s'était pas trompée auparavant)

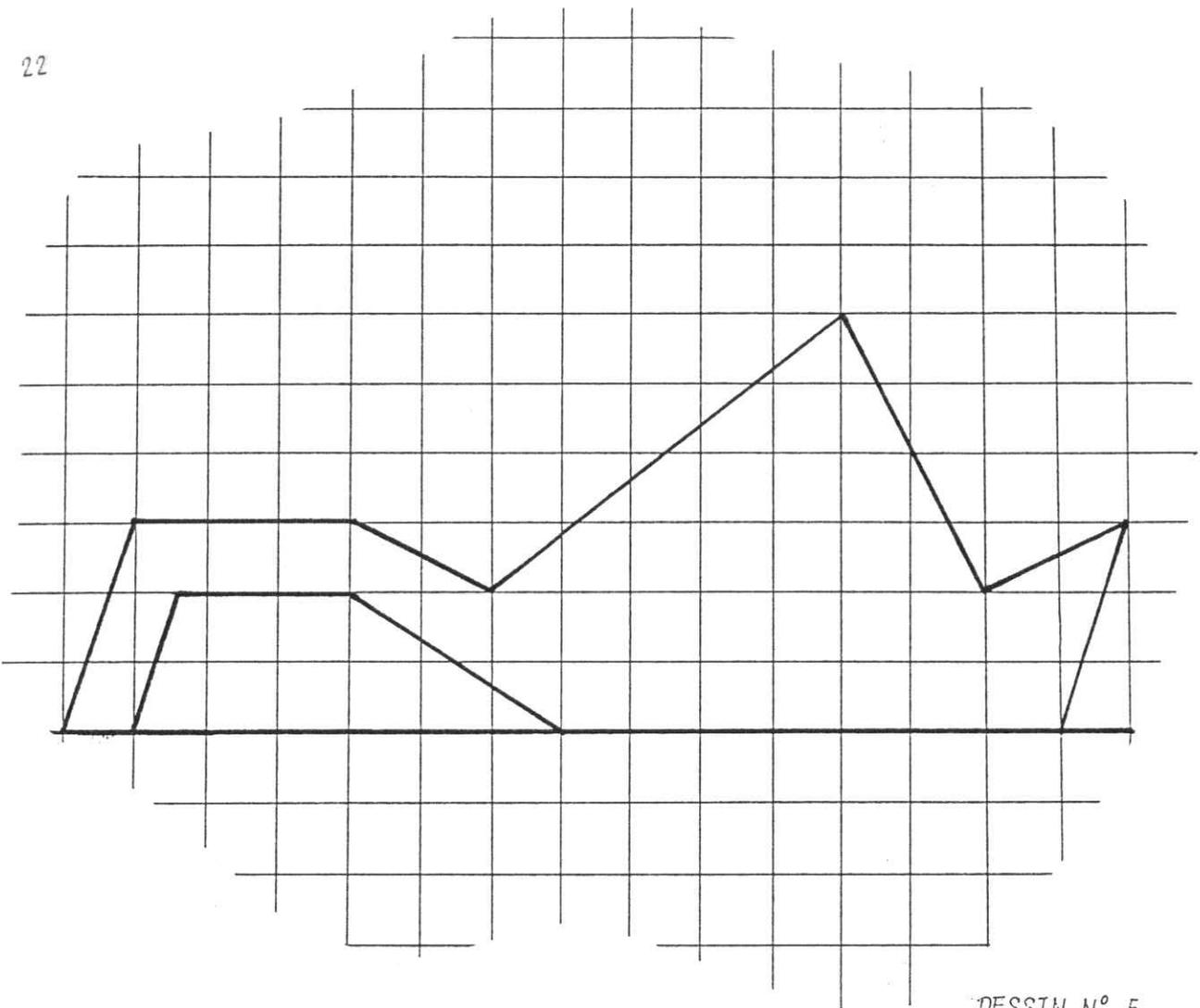
DESSIN N° 6

Consigne: Tracer le " reflet dans le miroir " du dessin proposé.

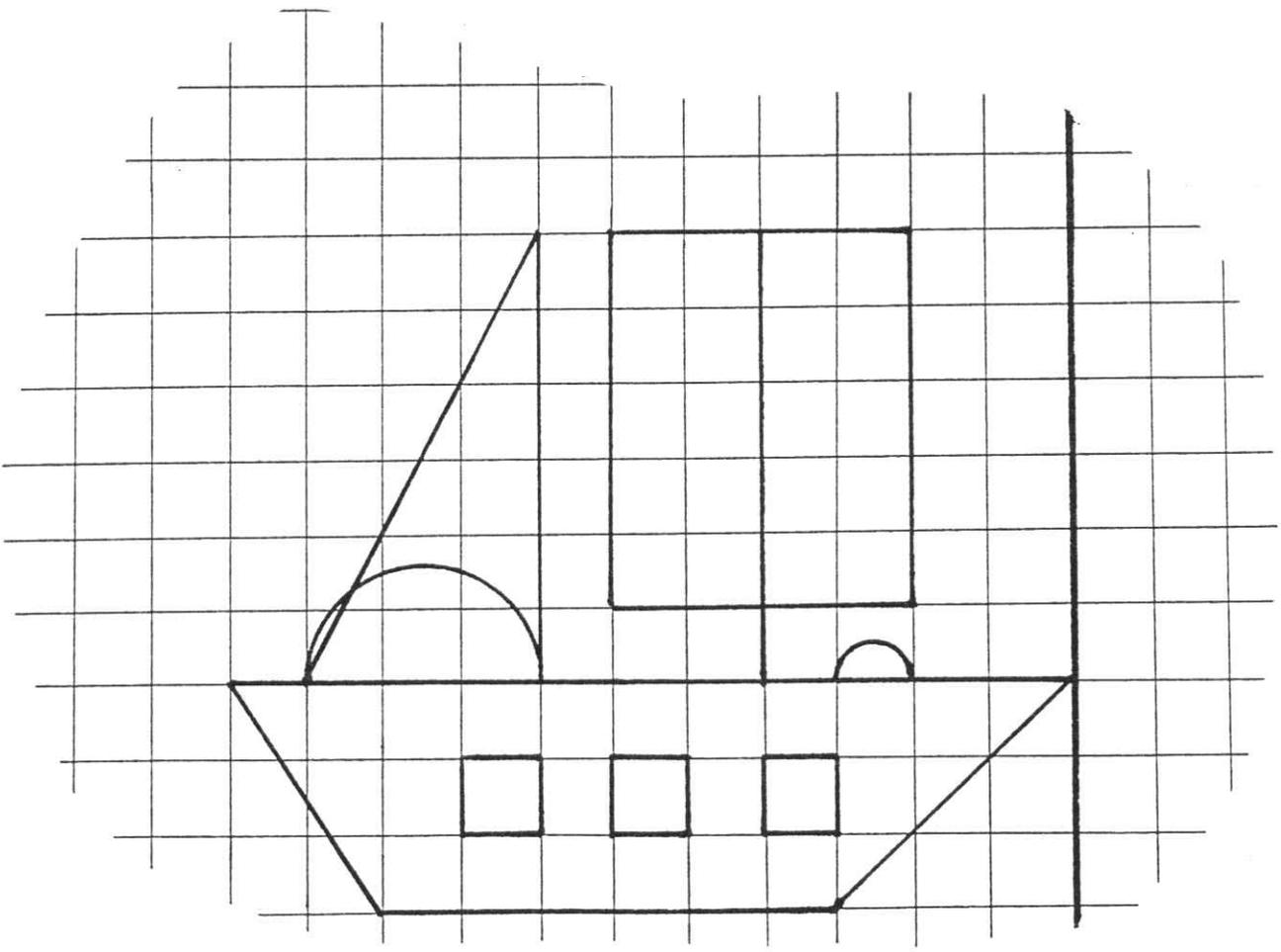
- 60 % environ de réussite
- échecs dûs à des translations totales,
- quelques élèves n'ont pas fait le dessin:
  - par manque de temps
  - "je ne savais plus comment faire "

A NOTER :

- \* Le plus grand nombre d'erreurs dans le dessin n°5 que lors des dessins N° 1 et 2.
- \* Nous avons besoin d'une autre approche pour essayer de chasser les translations.



DESSIN N° 5



DESSIN N° 6

### 1-C- VISIONNEMENT DU FILM "EFFET MIROIR N°1 "(CNDP)

Voici comment s'est déroulée cette séquence dans une des classes :

- Je projette le film en entier .Les élèves sont très attentifs.
- Je laisse volontairement apparaître le titre en fin de film.
- Je demande à chaque élève de rédiger sur une feuille de classeur un texte en réponse à la question suivante:
  - Raconte ce que tu as vu dans ce film.
  - Est-ce qu'il y a un lien, une relation, avec ce qui a été réalisé en classe les jours précédents ?
- Après une dizaine de minutes-qu'ils utilisent bien, je repasse le film en entier, et leur demande de compléter ce qu'ils ont écrit s'ils en ont envie. Certains le font.
- Je repasse le film en entier, puis je leur demande de réaliser un dessin extrait du film (un dessin qui les a frappés). Chacun réalise son dessin sur le recto de la feuille de classeur.
- Les dernières minutes sont utilisées à une discussion collective, à propos de ce qu'ils ont écrit et dessiné .Beaucoup d'entre eux n'ont vu dans le film que l'histoire d'une princesse et d'un clown amoureux, et ont noté certains détails anachroniques qui les ont choqués , d'autres ont noté des détails qui les ont amusés. Mais ceux-là ont dessiné un bateau et son reflet dans l'eau, ou encore un dessin admettant un axe de symétrie ,etc. (voir en annexe certains écrits et dessins).

C'est seulement à l'occasion de cette discussion qu'apparaissent les mots "symétriques" et "axe de symétrie" dans les propos des élèves. Certains en ont parlé dans leur récit. Une question se pose : pourquoi ces expressions n'étaient-elles pas apparues auparavant ? En ce qui nous concerne, nous n'avions pas souhaité en parler si les enfants ne l'évoquaient pas. Si ce n'avait pas été dit à cette étape, nous l'aurions un peu "provoqué" . Le moment nous paraissait opportun.

Une deuxième séquence a eu lieu le lendemain, toujours sur et avec ce film, mais cette fois avec passage du film par morceaux, avec arrêts sur image, à la demande de tel ou tel élève qui évoque une situation vue dans le film. Le mot "symétrique" est utilisé, naturellement par certains élèves (ceux qui le connaissaient, ceux qui s'en sont emparés-peut-être ne s'agissait-il que d'un oubli ?-), d'une façon demandée par moi pour les autres.

1-D- Une séance de correction et de synthèse collectives à propos des dessins réalisés précédemment était prévue, mais elle n'a pu avoir lieu, les conditions d'éclairage d'un épiscopes n'étant pas satisfaisantes .

Seule une synthèse collective a pu avoir lieu en réexaminant les dessins N°1 à 6 et en utilisant le mot " symétrique" . Un nom a été donné à la droite qui a permis de dessiner le symétrique du dessin donné.

1-E- DESSINS SUR PAPIER BLANC UNIREMARQUESDESSIN N° 7

Consigne donnée: dessine le symétrique du poisson par rapport à la droite.

- première apparition du pliage chez un grand nombre d'élèves.
- certains élèves dessinent des parties de quadrillage sur le poisson pour s'aider.
- première utilisation de l'équerre.

DESSIN N° 8

Consigne donnée:

- dessine le symétrique de la tête de clown par rapport à la droite.
- utilise l'équerre, la règle et le compas.

- l'utilisation de l'équerre n'est pas acquise; certains lui préfèrent une graduation de la règle graduée.
- aucun élève n'utilise le compas pour reporter les longueurs.
- tracer le symétrique du cercle ne pose aucun problème!
- de nombreux élèves plient leur papier pour vérifier (et non plus pour faire)
- la réussite est totale à la fin de la séquence.

A NOTER:

\* Deux élèves seulement réalisent une translation lors du dessin N° 7. Ils corrigent d'eux-mêmes en utilisant le pliage.

\* Même remarque pour le dessin N° 8. Les élèves ne considèrent leur dessin comme terminé que lorsqu'ils ont vérifié par le pliage. Ils le présentent seulement alors.

\* Les élèves qui utilisaient volontiers une graduation de leur règle graduée sont déçu(e)s du résultat. Peut-être qu'avec l'équerre ce serait plus juste !

Encore faut-il savoir poser l'équerre !

\* Les élèves qui ne savent pas se servir de l'équerre apprennent. Les élèves, se connaissant mieux maintenant, n'hésitent pas à s'aider mutuellement, l'un posant l'équerre, l'autre traçant.

### DESSIN LIBRE

Choix du dessin et de la droite par chaque élève, qui doit ensuite dessiner le symétrique de son dessin par rapport à sa droite.

- l'équerre est de plus en plus souvent utilisée.
- aucun élève ne choisit un dessin situé de part et d'autre de la droite.
- bonne réussite.

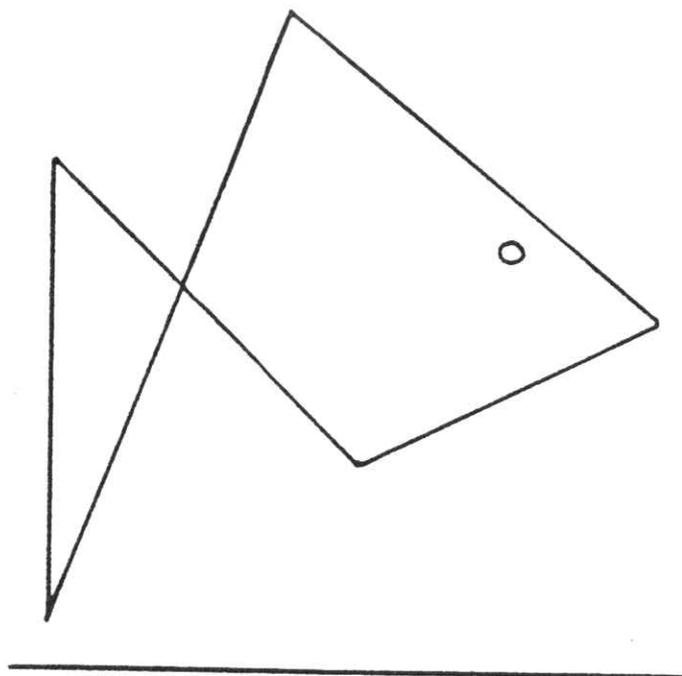
### DESSIN N° 9 (TEST-CONTROLE)

Chaque élève doit dessiner le symétrique de la tête par rapport à la droite (D), en utilisant les instruments de dessin.

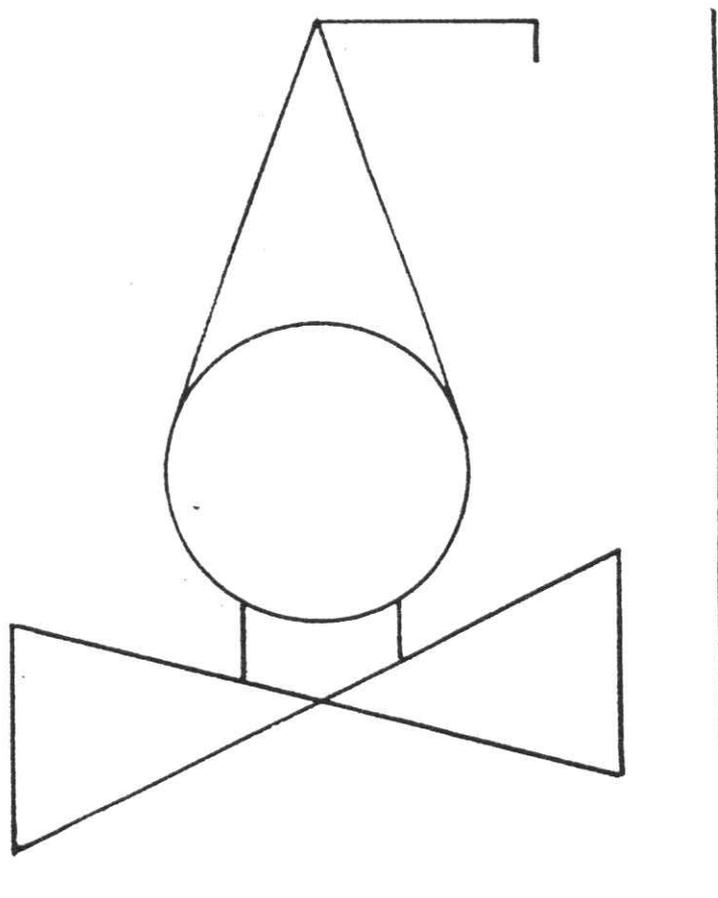
- Sur 23 dessins réalisés:
- 20 sont corrects
  - 1 présente une translation
  - 2 présentent une symétrie avec déformation (une tête écrasée, une tête allongée)
  - aucun élève n'a fait de pliage (matériellement, il pouvait être fait). Pourquoi?

### A NOTER :

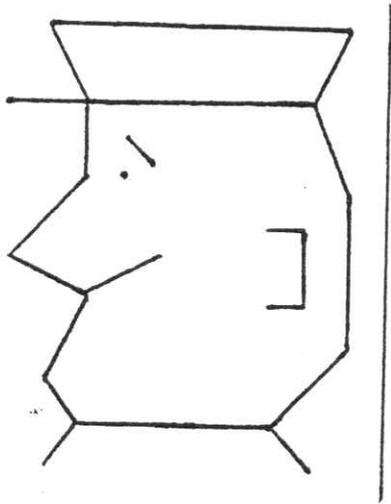
- \* La qualité des dessins s'améliore au fur et à mesure des séances.
- \* L'équerre ne quitte plus le cartable, de peur d'être oubliée.
- \* L'utilisation de l'équerre est encore difficile pour certains élèves, qui ne savent par quel bout la prendre (cela change tout le temps!). Il apparaît que l'équerre dite à 45° est plus facile à utiliser.
- \* Les élèves sont parfois gênés par leur taille par rapport à la hauteur de la table. Certains n'hésitent plus à se lever pour mieux voir. Leur objectif: réaliser un beau dessin.



DESSIN N° 7



DESSIN N° 8



DESSIN N° 9

1-F- REALISATION D'UNE FRISE SIMPLE SUR PAPIER BLANC UNI , PAR SYMETRIES SUCCESSIVES PAR RAPPORT A DES DROITES PARALLELES.

Chaque élève prépare une bande de papier dessin rectangulaire de dimensions 5cm et 28 cm, qu'il partage en quatre rectangles superposables, de largeur 5cm.

Dans le rectangle situé le plus à gauche, chaque élève dessine un dessin plus ou moins complexe (des exemples sont proposés aux élèves n'ayant pas d'idée; l'un d'eux est le dessin N° 10 ).

Il colorie chaque figure formée ainsi d'une couleur.

Il dessine le symétrique de son dessin par rapport à la droite "qui sépare le premier rectangle du second".

Il colorie son deuxième dessin de façon symétrique par rapport au premier.

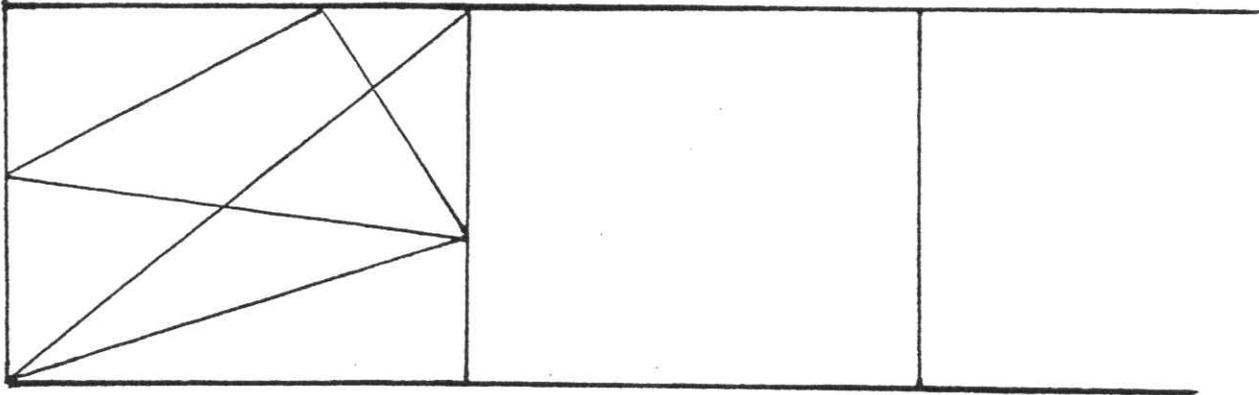
Il dessine le symétrique de son deuxième dessin, dans le troisième rectangle.

Il colorie de façon symétrique, etc..

A NOTER:

\* La moitié des élèves réussissent cette frise, coloriée. Les frises réalisées seront affichées (et recueilleront de nombreuses questions à leurs auteurs).

\* Certains élèves achèvent ou refont leur frise chez eux. C'est la première fois qu'un travail sur la symétrie n'est pas entièrement réalisé en classe.



DESSIN N° 10

1-G- RETOUR AU QUADRILLAGE1-G-1- PRENOM

Chaque élève écrit son prénom en lettres majuscules sur une page de gauche de son cahier à fond quadrillé. Il doit utiliser au maximum les lignes du quadrillage et les sommets des carreaux.

Ensuite, il cherche le symétrique de son prénom par rapport à une droite du quadrillage verticale.

Enfin il cherche le symétrique de ce reflet par rapport à une droite du quadrillage horizontale.

REMARQUES

- sur 23 travaux:
- un échec complet (l'élève n'a pas su écrire son prénom)
- 12 réussites
- 3 translations lors du "reflet dans le miroir" suivies de symétriques "corrects" dans l'eau.
- 7 erreurs sur le N.

1-G-2- PRENOM "ANDRE" (TEST-CONTROLE)

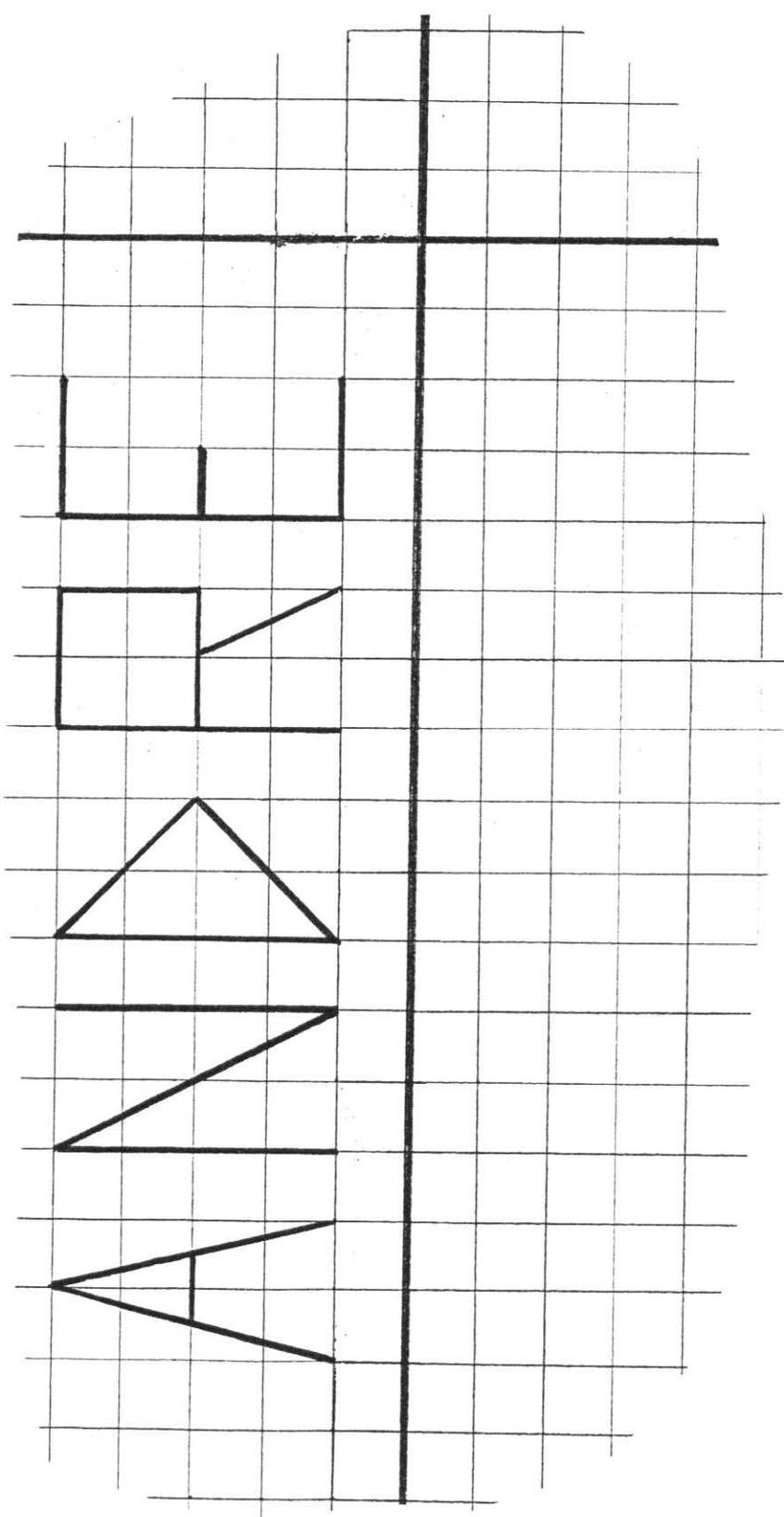
Même travail que précédemment.

- sur 23 travaux:
- un échec complet (le même)
- 19 réussites.
- une translation lors du reflet dans le miroir.
- deux erreurs sur le N.

A la question posée :

"Que remarques-tu une fois ton dessin terminé ?"

la moitié des élèves écrivent que s'ils tournaient la feuille, ils liraient le prénom ANDRE à l'endroit.



1-H- VISIONNEMENT DU FILM "EFFET MIROIR N° 2" (CNDP)

La séquence s'est déroulée, dans une des classes, selon le même schéma que lors de la première partie de ce film.

Si certains élèves se sont encore intéressés de très près à l'histoire, tous ont eu envie de parler de symétriques dans leurs récits, certains même n'ayant écrit qu'à ce sujet. (voir en annexe certains écrits et dessins réalisés)

La partie DESSIN ANIME du film les a intéressés fortement, plusieurs dessins ont été faits à ce propos spontanément.

C'est d'ailleurs sur cette partie du film qu'a commencé la discussion collective, beaucoup plus riche que lors du film N° 1. Les élèves, plus à l'aise avec le vocabulaire géométrique revu au fur et à mesure des heures précédentes, ont pu expliquer comment se fabriquait la canne; ils ont pu aussi expliquer comment se formait la droite à partir des différents points symétriques (rond de fumée, ballon, etc.). Le symétriseur a retenu aussi leur attention. (un symétriseur en plexi leur permit de réaliser des poissons symétriques et autres dessins symétriques.)

Lors de la discussion sur le patron du vêtement, deux idées sont apparues:

- l'utilisation du papier calque
- le retournement pour réaliser le second demi-patron est le même geste que celui qui consiste à faire disparaître le bonhomme et sa canne, mais à l'envers.

Une utilisation de ceci fut faite au rétroprojecteur, sur les dessins qu'ils avaient déjà réalisés, sur quadrillage et sur fond uni, par animation d'un transparent mobile, fixé par du scotch sur l'axe de symétrie.

Une synthèse est faite à partir de ce film, pour expliquer comment construire le symétrique d'un point par rapport à une droite. A ce stade, elle indique:

Je choisis un point. Je place l'équerre pour que l'angle droit soit sur la droite. Je trace (légèrement) un trait (un segment disent quelques-uns) jusqu'à la droite, je le prolonge de l'autre côté, je mesure la même longueur de chaque côté. Je recommence avec un autre point.

A ce stade, nous n'avons pas encore isolé un point, mais nous avons privilégié le dessin dans son ensemble, et les enfants avaient naturellement privilégié dans leurs dessins, les points qui leur permettaient de construire rapidement leurs symétriques.

1-1- RETOUR AU QUADRILLAGE - DEMI-DESSINS

Différents dessins sont proposés :

DESSIN N° 11-DESSIN N° 12

Puis chaque élève réalise un demi-dessin et le propose à son voisin, qui doit le compléter.

REMARQUES

Tous les dessins sont bien complétés.

Réussite totale également.

A NOTER:

- \* Ce travail a été très rapidement réalisé.
- \* Les élèves ont dit qu'ils avaient déjà fait cela en primaire.



1-J- REALISATION DE DEMI-DESSINS A COMPLETER SUR PAPIER BLANC.

Les dessins sur quadrillage ayant été bien réussis, nous sommes passés directement à la réalisation de dessins libres sur papier blanc uni.

REMARQUES

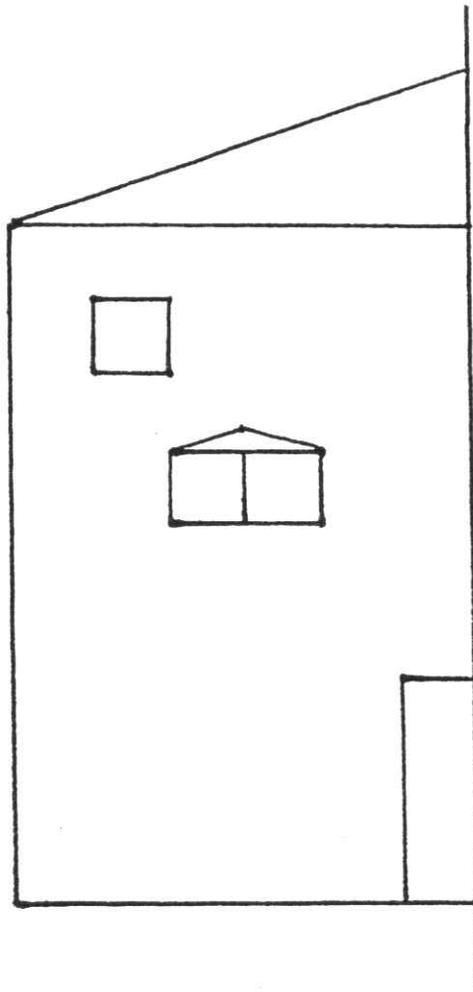
Chaque élève a réalisé un dessin libre (demi-dessin) qu'il a complété lui-même.

Chaque élève a fait un demi-dessin pour un camarade.

- bonne réussite dans l'ensemble.
- quelques dessins manquent de précision (équerre mal placée)
- les élèves se rendent mieux compte de leurs erreurs qu'en 1-E-.
- apparaît le besoin d'utiliser le compas pour "mieux reporter la longueur", car "ça ne tombe pas toujours sur une graduation"

DESSIN N° 13 TEST-CONTROLE

- bonne réussite.



DESSIN N° 13

1-K- RECHERCHE D'AXES DE SYMETRIE1-K-1- LETTRES ECRITES EN CARACTERES D'IMPRIMERIE

Recherche systématique des lettres présentant un axe de symétrie (et un seul horizontal, puis de celles présentant un axe de symétrie (et un seul) vertical.

Recherche ensuite des lettres présentant plusieurs axes de symétrie (avec mise en évidence) et de celles qui n'ont aucun axe de symétrie.

Synthèse (travail à faire à la maison)

REMARQUES

- activité ayant eu un franc succès.
- quelques élèves n'ont pas hésité à faire des parties de lettres coloriées pour mieux montrer ce qui se passait.
- d'autres ont fabriqué des lettres découpées et ont fait de pliages. Ceci a permis de mieux faire percevoir à certains leurs erreurs (sur le N le S, par exemple.)

TEST-CONTROLE

Question posée : dessine une lettre de l'alphabet écrite en majuscule ayant un axe de symétrie horizontal, une autre ayant un axe de symétrie vertical, une autre ayant deux axes de symétrie. Connais-tu des lettres n'ayant aucun axe de symétrie? indiques-en au moins deux. Connais-tu des lettres ayant plus de deux axes de symétrie? dis celle (ou celles) que tu connais.

- pour les premières questions, les élèves m'ont demandé s'ils pouvaient en donner plus d'une
- mon texte n'était pas assez précis; aussi j'ai trouvé des lettres présentant certes un axe de symétrie horizontal, par exemple, mais également un autre. Pour eux, un ne veut pas dire un seul.

## 1-K-2- LOGOTYPES (diapositives de l'IREM de POITIERS)

La séquence s'est déroulée en deux temps :

- en classe, projection des logotypes sur le tableau.  
(un tri préalable avait été fait; nous avons choisi ceux présentant un ou plusieurs axes de symétrie, quelques "pièges", et enfin quelques logos concernés par une autre transformation, dans un certain désordre.)  
Les élèves regardaient de leur place, et allaient au tableau à tour de rôle indiquer l'axe de symétrie qu'il avait trouvé. Le fait de projeter sur le tableau a permis de vérifier certains dires en traçant effectivement.
- à la maison, réalisation de six dessins extraits de ces diapositives, avec mise en évidence de l'axe ou des axes de symétrie.

On trouvera en annexe le document d'accompagnement de ces diapositives .

### A NOTER :

- \* Cette activité a eu également beaucoup de succès, en classe.
- \* La qualité des dessins à faire à la maison a été très variable, certains ne se souvenaient plus des logotypes vus.
- \* Une initiative personnelle d'un élève : il a dessiné et expliqué à ses camarades les axes de symétrie des panneaux de signalisation routière.

## 2- SYNTHÈSE

### 2-A- UNE DEFINITION DE LA MEDIATRICE D'UN SEGMENT

A partir des dessins réalisés auparavant, une synthèse est faite; des noms sont donnés à des points et à leurs symétriques.

Sur un dessin fait sur papier blanc, les élèves repassent en couleur tous les segments d'extrémités un point et son symétrique.

S'ils remarquent rapidement que tous leurs segments sont parallèles, la notion de segments perpendiculaires à la droite n'apparaît pas naturellement. Il a fallu revenir à la façon de tracer le symétrique d'un point (je prends l'équerre, etc.), et formuler différemment (je trace la perpendiculaire.. Ouf! une élève se souvenait!)

Les élèves sont donc passés à une autre étape que la description pure ; cela a donné: "je choisis un point, je trace la perpendiculaire à la droite (avec l'équerre), je prolonge le trait de l'autre côté, je reporte la même longueur de chaque côté"

Retour au dessin avec les segments tracés; cette fois, ils sont perpendiculaire à la droite, tous. Cette constance dans la position de la droite surprend beaucoup d'élèves. Certains réagissent "c'est pour cela qu'il fallait bien poser l'équerre!"

Le lien est ensuite fait entre "reporter la même longueur de chaque côté" et la notion de milieu d'un segment. Cette notion avait déjà été utilisée mais dans ce cas précis, les élèves n'en parlaient pas.

La médiatrice d'un segment est alors définie comme étant la droite perpendiculaire, passant par le milieu d'un segment.

#### A NOTER :

\* l'expression "médiatrice d'un segment" ne semblait pas connue des élèves.

## 2-B- UNE PROPRIETE CARACTERISTIQUE DE LA MEDIATRICE D'UN SEGMENT

### 2-B-1- QU'EST - CE QUE LE SYMETRIQUE D'UN POINT PAR RAPPORT A UNE DROITE ?

Plusieurs segments sont proposés aux élèves.

Ils construisent la médiatrice de chacun d'eux à l'aide de la règle graduée et de l'équerre.

Un retour à la notion de points symétriques est fait, à partir de pliage.

Le symétrique d'un point par rapport à une droite est alors défini comme étant le point placé de telle sorte que la droite soit la médiatrice du segment.

### 2-B-2- LES POINTS DE LA MEDIATRICE D'UN SEGMENT SONT SITUES A EGALE DISTANCE DE CHAQUE EXTREMITE DE CE SEGMENT.

A partir d'un dessin précédent obtenu par pliage, chaque élève place sur la droite un certain nombre de points et mesure les distances de chacun de ces points à un point et à son symétrique.

Il apparaît rapidement que chaque point de la droite est situé à égale distance d'un point et de son symétrique, puis que chaque point de la médiatrice d'un segment est situé à égale distance des extrémités de ce segment.

D'autres mesures faites avec des points placés hors de la droite font apparaître que cette particularité n'est valable que pour les points de la droite.

2-C- ET SI ON PARTAIT D'UN SEGMENT EN CHERCHANT A PLACER DES POINTS QUI SOIENT A EGALE DISTANCE DES DEUX EXTREMITES DU SEGMENT ?

Les élèves essaient avec la règle graduée, mais elle n'est guère pratique... le compas semble plus performant (on trouve deux points d'un seul coup !).

Une dizaine, une vingtaine de points sont ainsi obtenus. Ils sont alignés...

On trace la droite.

Elle est perpendiculaire au segment....

Elle passe par le milieu du segment.....

Mais alors c'est la médiatrice du segment !

Très vite est adoptée la construction traditionnelle de la médiatrice à l'aide du compas, que les élèves trouvent plus pratique que l'utilisation de l'équerre (en particulier, ils n'ont plus besoin de se lever au-dessus de la table pour bien poser l'équerre.)

2-D- CONSTRUCTIONS DIVERSES2-D-1- POINTS ALIGNÉS ET LEURS SYMÉTRIQUES

Les élèves dessinent sur papier blanc des points alignés et leurs symétriques par rapport à une droite qu'ils choisissent également.

Ils constatent l'alignement des symétriques.

2-D-2- SEGMENT ET SON SYMÉTRIQUE

Chaque élève reçoit une feuille (voir page suivante) et dessine le symétrique de chaque segment par rapport à la droite.

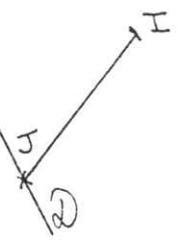
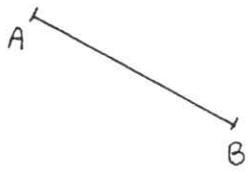
Il mesure chaque segment et le segment symétrique et constate qu'ils ont la même longueur (rappel sur le pliage et la superposition des dessins.)

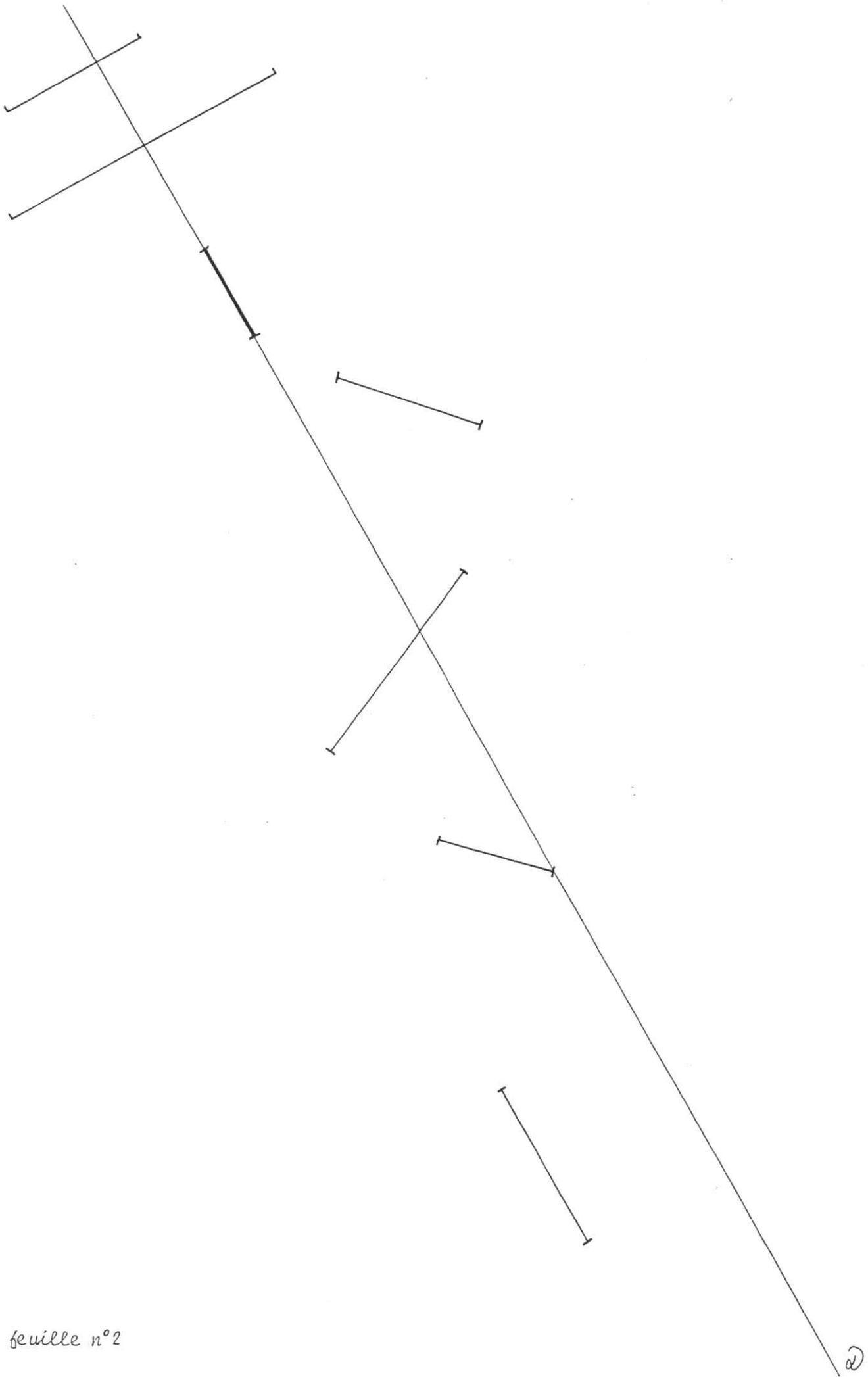
Chaque élève ensuite a pour consigne de tracer une droite sur une feuille de papier blanc, de placer plusieurs segments, et de construire les symétriques de chacun de ces segments.

Une certaine émulation intervient alors entre les enfants, qui n'ont pas tous placé de la même façon leurs segments par rapport à la droite, et qui ont donc des résultats différents.

Une synthèse est alors faite, après qu'ils aient essayé de dresser une liste de toutes les situations différentes possibles.

La deuxième feuille fait état de cette synthèse.



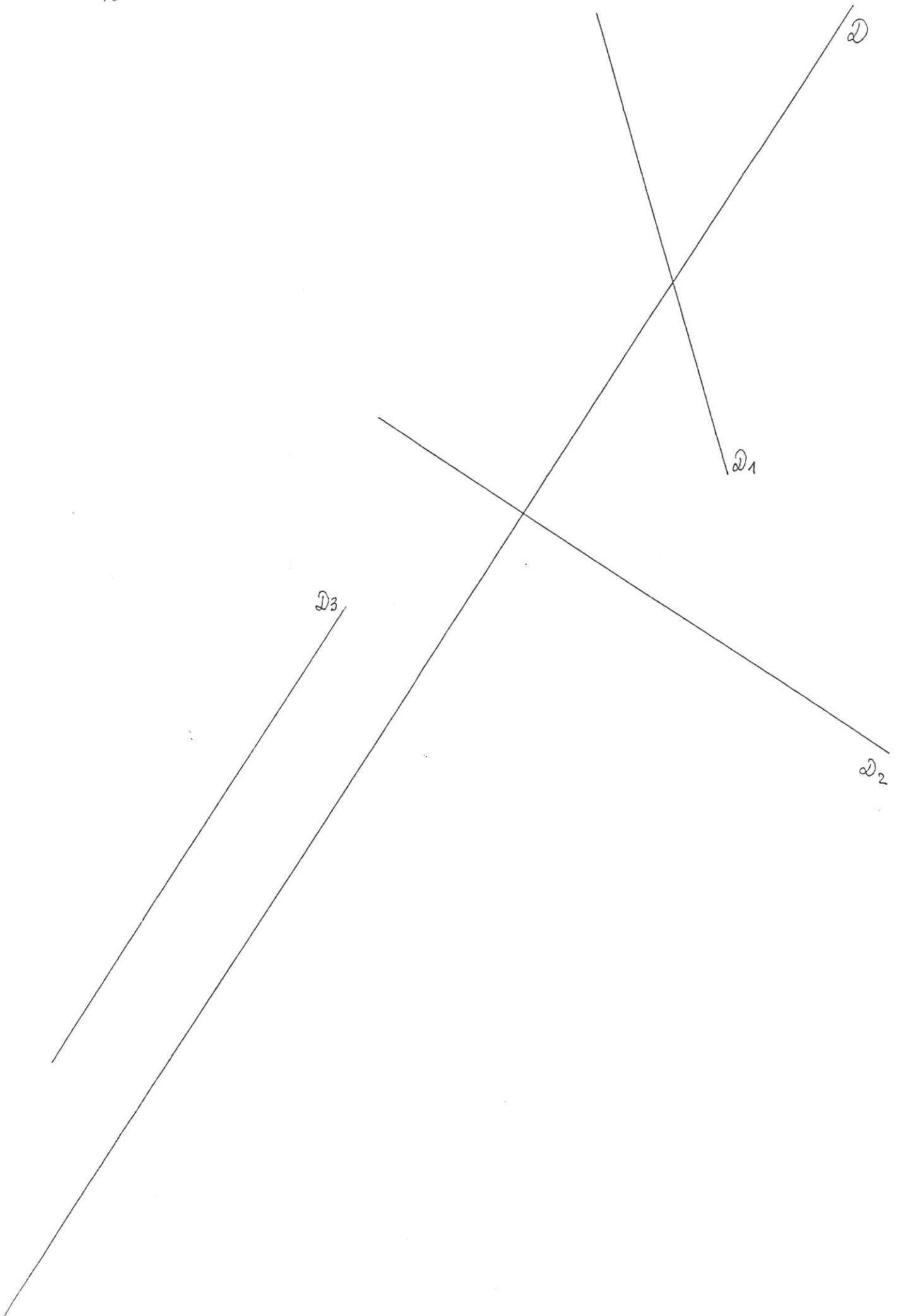


### 2-D-3- DROITE ET SA SYMETRIQUE

Après un rappel sur le nombre de points nécessaires pour tracer et désigner une droite, chaque élève dessine sur une feuille de papier blanc une droite  $D$  qui sera l'axe de symétrie et il dessine ensuite d'autres droites dont il construit les symétriques par rapport à la droite  $D$ .

Une fois les premiers dessins faits, les enfants s'aperçoivent que selon la position de la droite par rapport à la droite  $D$ , ils n'auront pas le même résultat. Là encore c'est à qui trouvera le plus de solutions. Mais elles ne sont pas toutes différentes en réalité. Une synthèse est nécessaire, et l'on distingue donc les cas suivants:

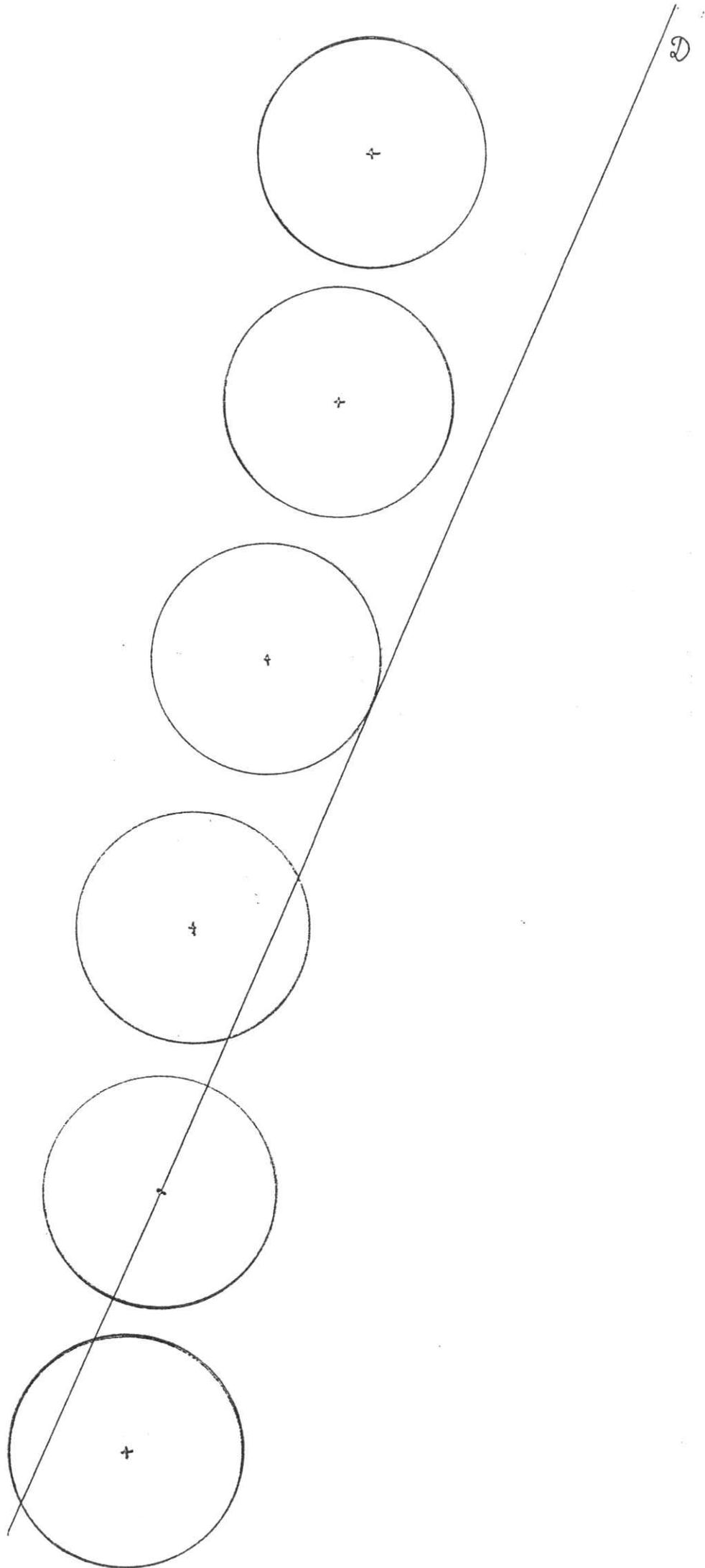
- la droite coupe la droite  $D$  non perpendiculairement  
dans ce cas, la droite symétrique coupe la droite  $D$  au même point (rappel sur la canne du film "EFFET MIROIR N°2")
- la droite est perpendiculaire à la droite  $D$   
dans ce cas, la droite est sa propre symétrique (mais un point de la droite a son symétrique sur la droite mais de l'autre côté)
- la droite est parallèle à la droite  $D$   
dans ce cas, la droite symétrique est aussi parallèle à  $D$ .
- la droite  $D$  est sa propre symétrique.



2-D-4- CERCLE ET SON SYMETRIQUE

Ici aussi , un inventaire de toutes les situations possibles est fait par les élèves.

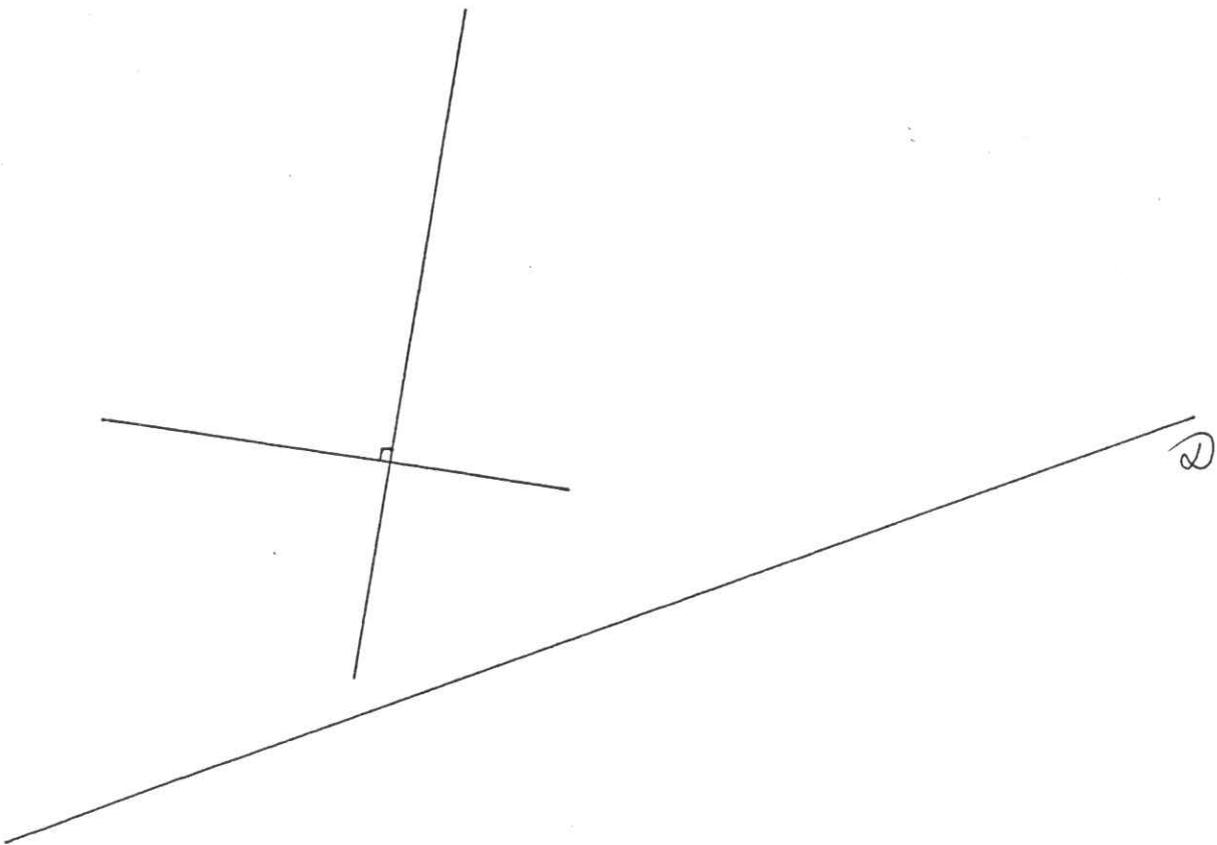
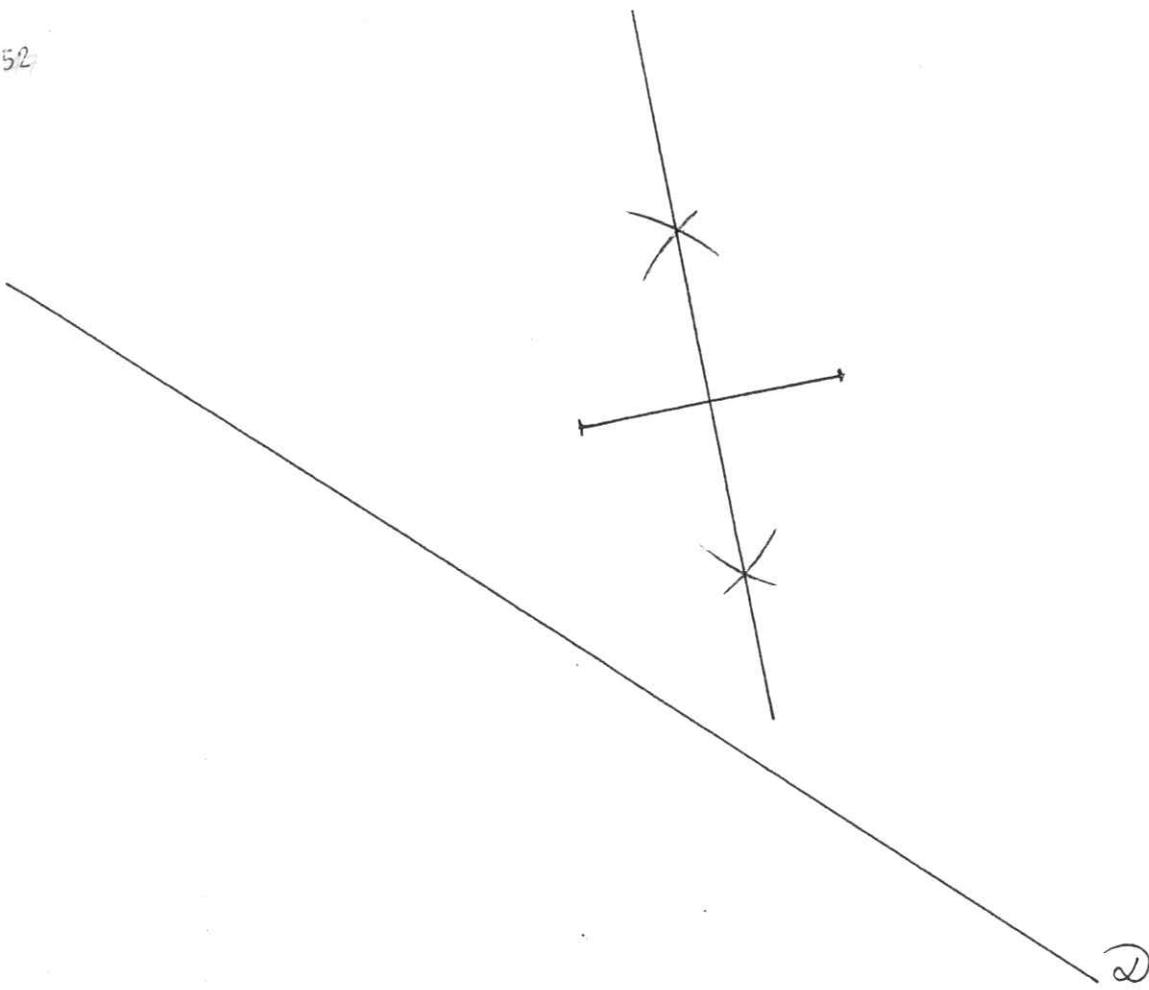
Une synthèse est faite et donne lieu aux dessins de la feuille suivante.



2-D-5- SEGMENT ET SA MEDIATRICE ET LEURS SYMETRIQUES

2-D-6- DROITES PERPENDICULAIRES ET LEURS SYMETRIQUES

*Voir page suivante*



## 2-E- TRAVAUX SUR MICRO-ORDINATEURS .

Au cours de ces semaines, les élèves ont travaillé sur trois logiciels :

- un faisant intervenir les quadrillages.

La page-écran présente un quadrillage, un axe de symétrie qui est soit horizontal, soit vertical, et un motif coloré formé par des carreaux du quadrillage. L'élève doit, grâce au crayon optique, reconstituer le symétrique de ce motif par rapport à l'axe.

Les motifs sont obtenus de façon aléatoire, la position de l'axe également.

- un faisant intervenir une page-écran semblable à une feuille de papier blanc, avec un axe toujours vertical, et une figure géométrique qui peut être un segment, un triangle, un quadrilatère, etc..

L'élève doit, grâce au crayon optique, placer le symétrique de chaque extrémité de segment, ou de chaque sommet. En fin de travail, le symétrique apparaît, et un message d'exercice réussi apparaît, sinon c'est un message d'exercice non réussi, avec demande de recherche d'une propriété non vérifiée.

Au cours du travail sur ce logiciel, les élèves sont très actifs. Ils travaillent par groupes de trois. Généralement l'un place l'équerre sur l'écran, un autre place une règle graduée le long de l'équerre (un triple ou quadruple décimètre), et le troisième appuie à l'aide du crayon optique à la place du symétrique. La zone d'acceptation est un carré de 8 points de côté. Le travail demandé aux élèves est donc d'une grande précision.

A NOTER :

\* Les élèves de sixième ont sensiblement mieux réussi que ceux de quatrième, face au même logiciel. Je pense qu'ils faisaient preuve d'une plus grande application dans la recherche du symétrique de chaque point.

- un faisant intervenir des symétries successives par rapport à trois droites, deux verticales, une horizontale.

Plusieurs possibilités d'utilisation de ce logiciel, la partie la plus intéressante étant de trouver par quelle suite de symétries on peut obtenir un motif (ici une cocotte) en partant d'une autre cocotte elle aussi visible sur l'écran.

Les élèves y réussissent à plus de 50 % de succès pour chaque groupe; il ne s'agit cependant pas d'un travail facile; de plus le fait que les symétries intermédiaires n'apparaissent pas à l'écran au fur et à mesure de ce que font les enfants nous avait semblé constituer un handicap. Cela ne fut pas le cas pour les élèves qui posent leurs doigts sur l'écran au fur et à mesure du déplacement de leur cocotte initiale.

A NOTER :

\* L'utilisation de la salle de micro-ordinateurs du Collège a été planifiée de sorte que chacune des classes de sixième participant à l'expérimentation ait accès à cette salle une heure régulière par semaine.

3- FIGURES DITES USUELLES

Nous avons ensuite revu de façon systématique chacune de ces figures, et à chaque fois nous avons profité des remarques des élèves pour utiliser la notion de symétrie orthogonale, avec deux idées directrices:

- recherche éventuelle de l'axe ou des axes de symétrie
- construction de symétrique de la figure par rapport à une droite (choix de la droite facilitateur ou non)

Les dessins qui suivent sont extraits de travaux donnés aux élèves.

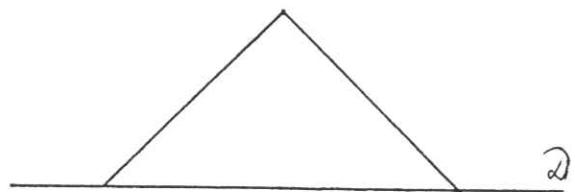
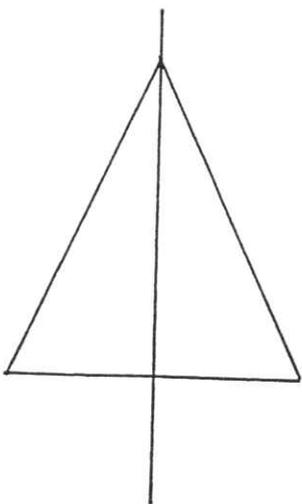
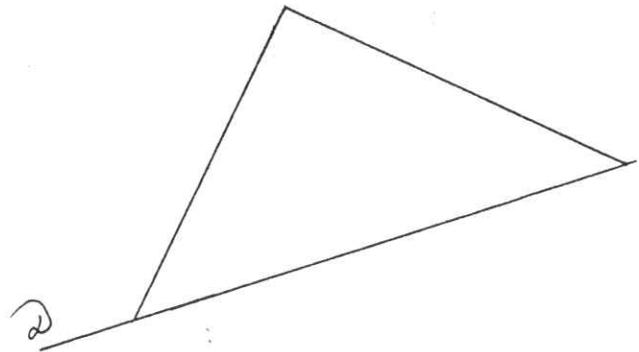
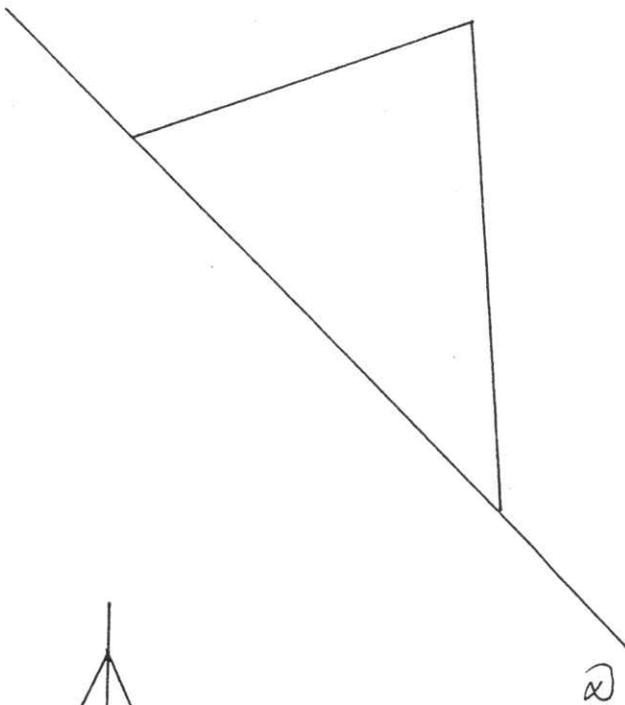
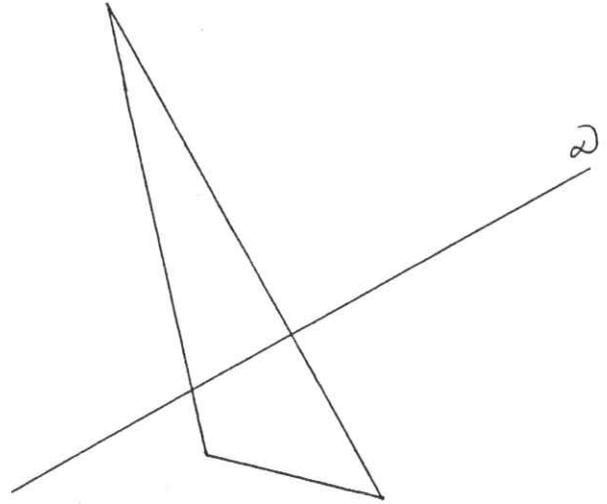
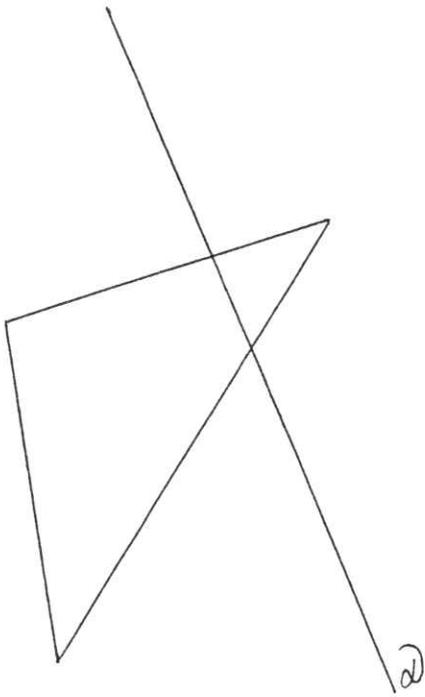
A NOTER:

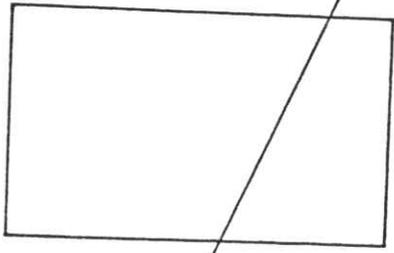
\* Lors des premiers dessins sur le triangle isocèle et son axe de symétrie, si les élèves ont dit immédiatement qu'un des sommets était son propre symétrique, ils voulaient donner un nom au symétrique d'un des deux autres sommets; en fait ils n'étaient sans doute pas persuadés que le deuxième sommet était le symétrique du troisième...

Cependant, quelques jours plus tard, ils ne se trompaient à propos du losange.

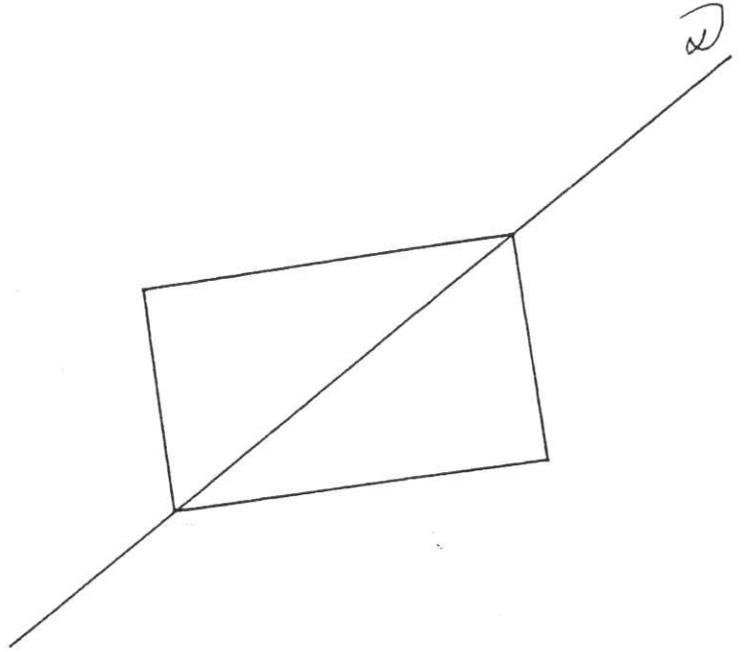
\*. Toujours à propos du triangle isocèle, je ne pense pas qu'ils mémoriseront en priorité qu'il s'agit du triangle ayant un axe de symétrie; la notion de triangle ayant deux côtés de même longueur est celle qui leur vient en premier .

\* Le triangle équilatéral plusieurs fois isocèle a été mieux compris par les enfants cette année.

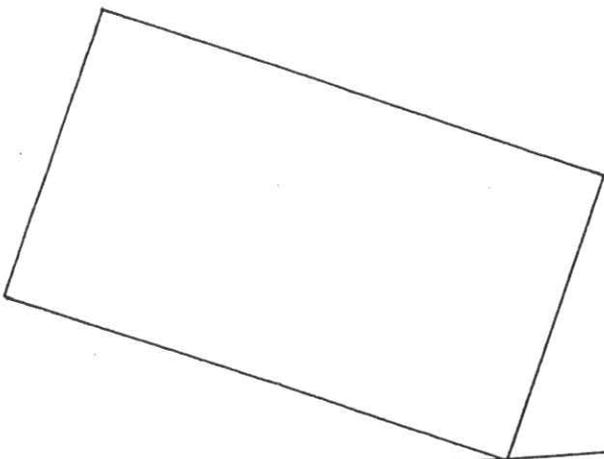




2



2



2

EXERCICE ECRIT

1- Construis un carré ABCD dont chaque côté mesure 7,5 cm .

2- Construis les médiatrices des côtés de ce carré.

Que remarques-tu ?

3- Calcule le périmètre de ce carré.

4- Trace la droite (AC) .Colorie ton trait .

Complète les phrases suivantes:

Par la symétrie d'axe (AC) :

- le symétrique de A est .....

- le symétrique de B est .....

- le symétrique du segment [B,C] est .....

- le symétrique du triangle ABC est .....

- le symétrique de la droite (BD) est .....

- le symétrique du carré ABCD est .....

5- Calcule l'aire du carré ABCD .

## UNE CONCLUSION ....PROVISOIRE

Nous constatons un gros effort de la part des élèves au niveau de la réalisation des dessins .

Les élèves en échec dans les calculs ont souvent trouvé là matière à réussite, et leur intérêt s'est développé ; certains élèves, redoublant leur sixième, et particulièrement passifs l'an dernier, se sont révélés totalement cette année.

D'avoir débuté cette partie dès le début de l'année nous semble une bonne chose les élèves ayant été tous intéressés , tant par le contenu que par la forme.

Lors des activités concernant l'approche de la symétrie orthogonale, nous avons éprouvé une certaine appréhension, car les élèves travaillaient très lentement. En réalité la précision des dessins était sans doute à ce prix, et les dessins réalisés ensuite l'ont été à un rythme satisfaisant, avec une bonne précision.

Nous avons aussi constaté , comparativement aux années précédentes, que rares étaient les compas ou équerres oubliés à la maison.

Les élèves, qui avaient l'habitude de travailler de façon solitaire, ont commencé à s'intéresser aux réalisations de leurs camarades de classe pour comparer, pour s'assurer qu'ils n'avaient rien oublié, pour indiquer à d'autres ce qu'ils avaient peut-être oublié, pour demander des explications, etc..

Les travaux sur ordinateur (par groupes de trois) ont été l'occasion pour certains de faire aussi bien que les autres du groupe; les travaux qui ont suivi ont été faits souvent avec une plus grande précision.

ANNEXE

APRES LE FILM " EFFET MIROIR N° 1 "

chéries c'est un film man parant  
 qui montre un monsieur qui  
 se déguise en clown pour  
 séduire la femme, il a fait  
 ça parce qu'elle avait aimé  
 ses clowns

Virginie : Ce qui m'a marqué le plus c'est le conte  
 qui avait un nez rouge et il était  
 marqué comme les clowns et, aussi, c'est  
 quand il a comparé dans le ciel et que  
 ça m'excitait pas en ce temps là et  
 quand il a écrit sur la potasse  
 et le monsieur qui faisait de la banque  
 et quand on voyait la chausse-souci

Peter 6<sup>e</sup>

c'était un clown qui se déguise est il arrive  
 dans un château il regarde et voit dans  
 le château une dame elle rentre dans le château  
 il monte sur une tour et voit un petit  
 palais avec des jardins et ~~des~~ une rivière  
 il voit la dame il parle

MAIS AUSSI .....

Sandrine	On voyait quelques reflets dans l'eau et c'était beau. Il y avait un avion et
6 <sup>o</sup>	après un chape-samis. Il y avait
	toujours des clowns.

C'est un clown qui se maquille  
 EMMANUEL il visite un château il rencontre une dame  
 il a tout perdu et il tombe amoureux  
 le jardin et le château et la maison <sup>sont</sup>  
 symétrique <sub>sont</sub>

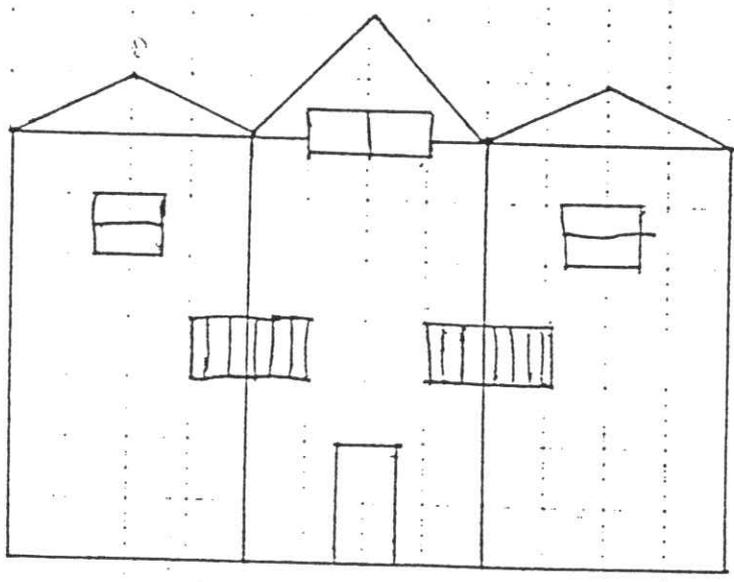
Virginie. Les ~~7~~ chacs sont symétrique par  
 rapport à un axe ou un miroir.  
 par exemple. Le gloss, la fillette au bord  
 de l'eau, l'arion, la chaise sous, les  
 fenêtre, la maison,

Philippe on a vu ~~un~~ un clown déguisé en  
 en ancien temps qui cherchait  
 dame dans une sorte  
 de miroir. Il y avait des décor  
 qui se reflète comme dans un miroir ~~en~~ et q  
 on pouvait ~~voir~~ voir d'un trait en deux parties  
 que le décor. Mais pas tous

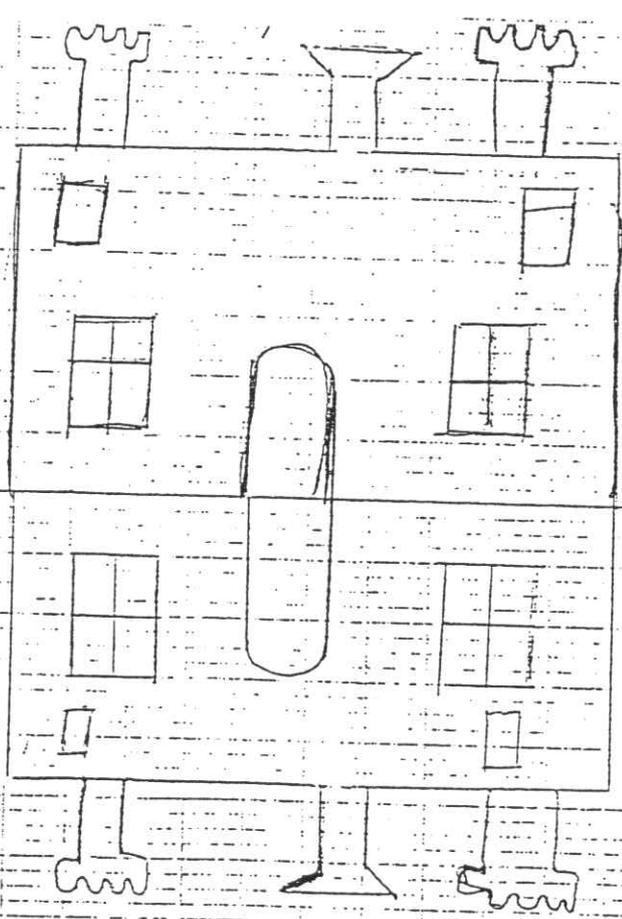
J'ai vu ~~un~~ un sac, des personnages,  
 Christophe une maison, un dame au bord de l'eau avec  
 son reflet, des maisons avec leurs reflets  
 dans l'eau, un barque

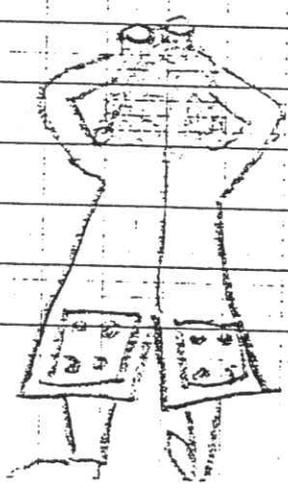
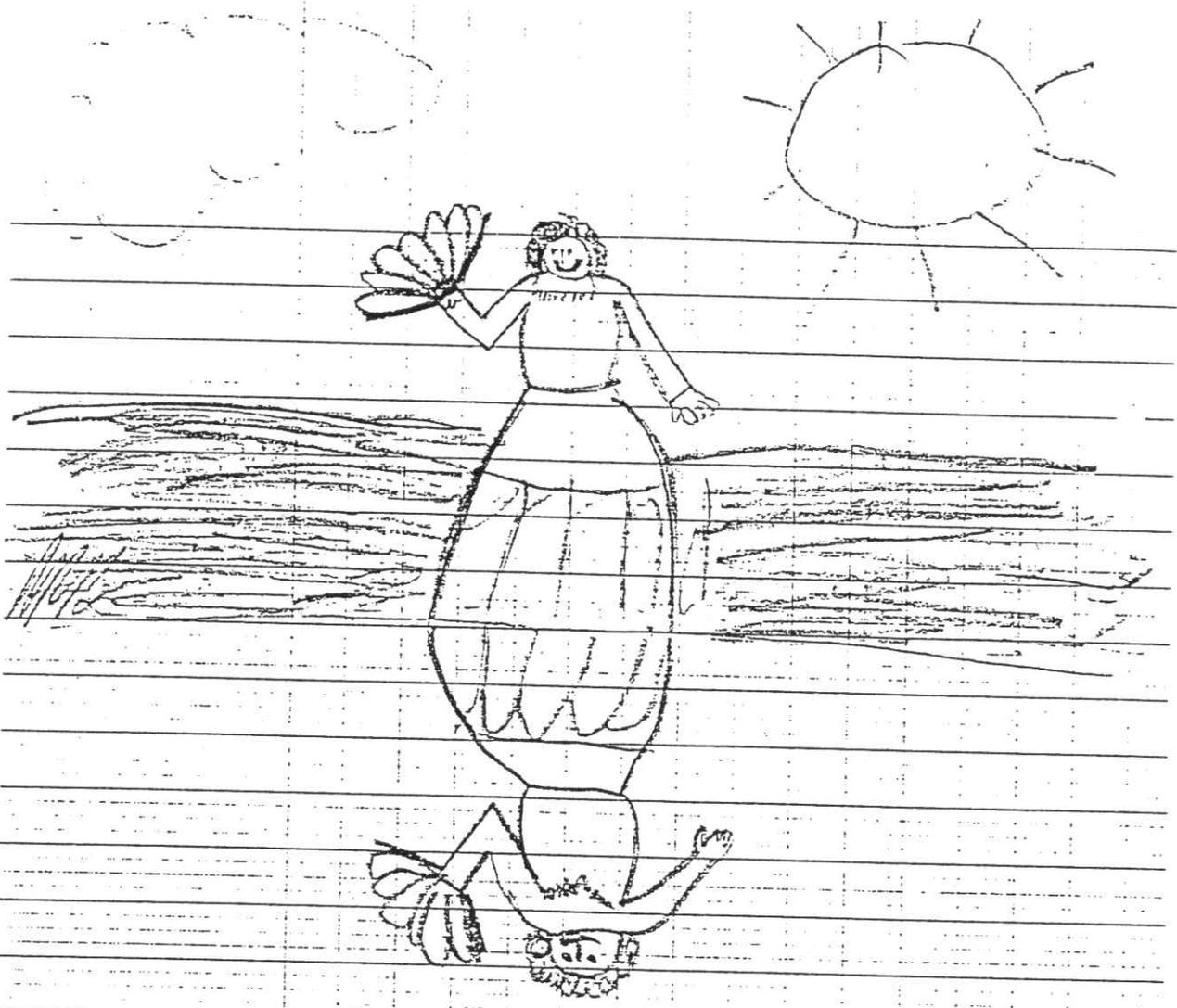
ce film parlait de reflet dans, j'ai  
 Cyrille vu un palais qui se reflète dans  
 62 l'eau, une dame qui vivait dans un  
 grand château et rencontre un clown  
 qui l'observait. Il vont passer des  
 vacances dans une grande maison, on a  
 vu un arion. Le clown est déguisé en  
 marquis

EMMANUEL



Christoph



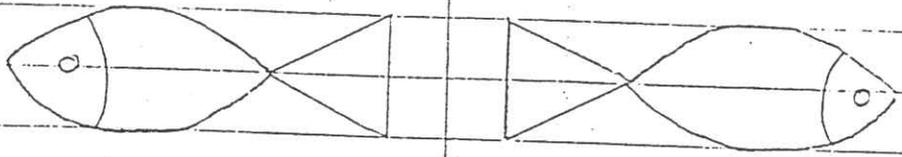


Johan

APRES LE FILM " EFFET MIROIR N° 2 "

Paola

Ce qui me marque<sup>ses</sup> que les  
 reflets sont pas du même  
 genre dans la même partie.  
 Ce qui me beaucoup étonner  
 ses la vie qu'on donne de  
 la princesse et le clown.  
 Le reflet dans le miroir  
 sa exprime la même  
 chose des deux côtés.



Le deuxième reflet est  
 fait à partir de terre.

Philippe

Le monsieur en dessin animé  
 faisait tout presque que l'autre.  
 Le petit garçon avait quatre reflet.  
 Il n'y avait pas de son.  
 Sur la porte de la vitrine était  
 marqué glace maison à l'envers et  
 sur la glace c'était à l'endroit.  
 La moitié du gilet était égale  
 à l'autre moitié.

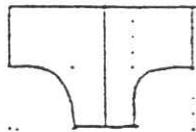
emmanuel

Le bonhomme est symétrique tout le temps.  
 Quand on voit marqué GLACES MAISON  
 à l'envers on regardant dans une  
 glace ça paraît normal. Si on le voit  
 comme dehors, la piscine et la maison sont  
 symétriques. Le dessin est symétrique.  
 avec une machine qui part de deux côtés.  
 le dessin est le même. Les cornes sont  
 symétriques. Les pieds, les mains, la  
 pipe, le chapeau sont symétriques.  
 Le deuxième cornu se construit avec les points.  
 on prend un bout de papier on le découpe et on le  
 pose sur une feuille comme ça.



GLACES

MAISON



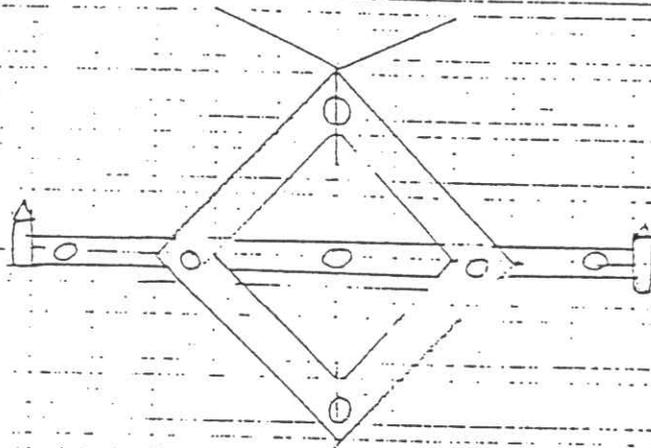
GLACES

MAISON



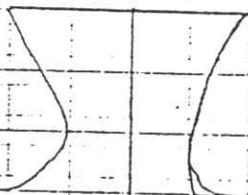
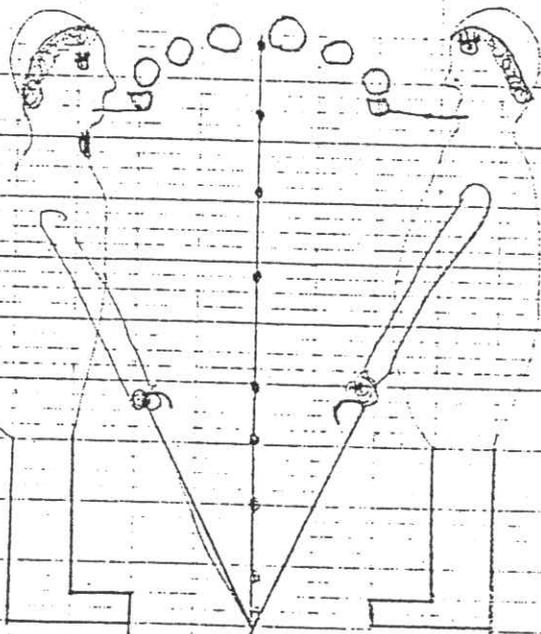
visage

Le bonhomme est symétrique par rapport  
à un miroir, c'est comme le poisson.  
quand ils sont au verre dans la glace  
ils étaient inversés. Le dou était près de la  
porte et dans la glace et n'est plus  
près de la porte était la femme  
Pendant était entouré de joues, on le  
voyait dans plusieurs miroirs, on le voyait  
de face de côté et de l'autre côté et de dos.  
quand elle s'est mir à dessin s'était sym-  
par rapport à un axe  
le poisson aussi.

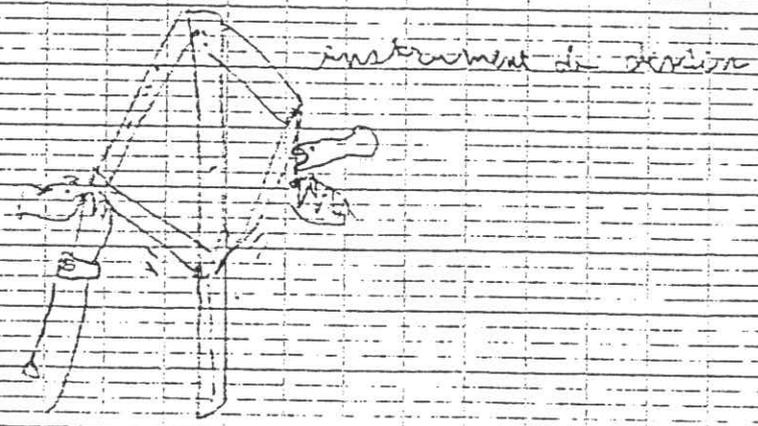


Françoise

Quand le journal était dans le  
 miroir et bien on biser en verbe,  
 la dame voulait fabriquer un  
 vêtement avec le tissu et elle a fait  
 la même forme des deux côtés. Dans  
 la 4<sup>er</sup> image nous voyons un bateau  
 se jeter dans l'eau ensuite nous  
 voyons un homme se regarder dans  
 un miroir nous voyons l'enfant qui  
 est devant à gauche à la fois. La nuit  
 grâce ma chère quand le Bonhomme  
 entre.

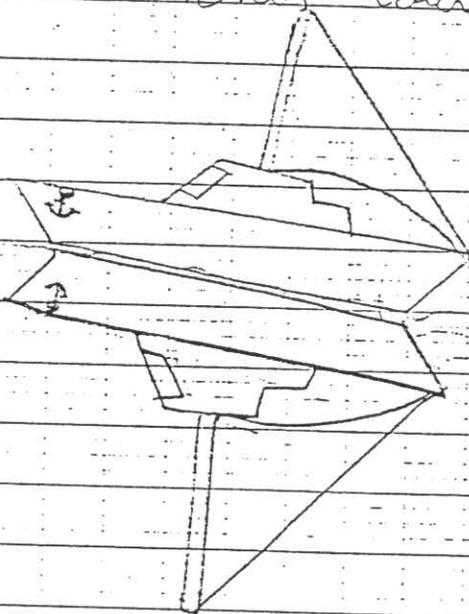


Philippe j'ai vu que le décor est symétrique  
 et les hommes aussi.  
 et il y avait reflet dans le miroir  
 et dans l'eau aussi mais elle était  
 trouble. quand on plie l'affaire dans  
 le miroir cela ne fait plus qu'un  
 homme. il se croit un instrument à  
 dessin qui le même en l'air. l'écriture  
 de la partie se ris normalement  
 dans la glace la copie de construction  
 partir au point symétrique à la première  
 puis on mesure à part de trait du milieu.



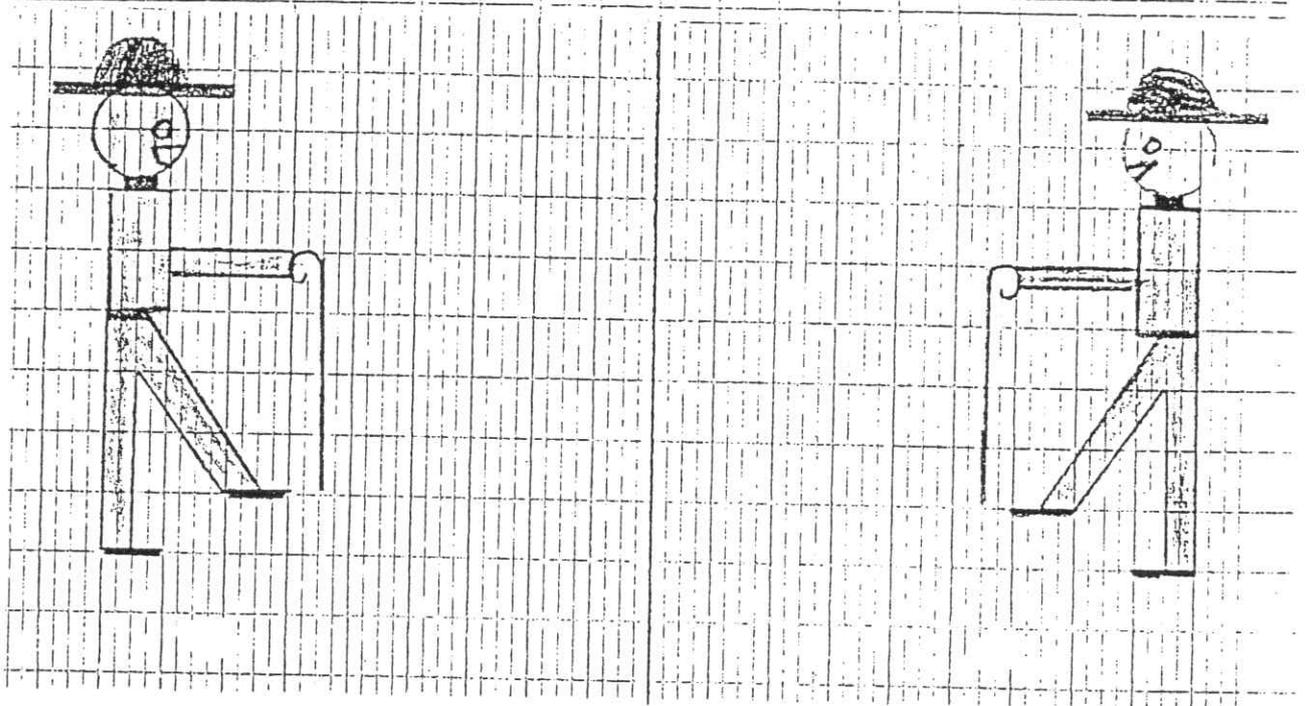
Yahom

Plateau reflet dans l'eau  
 Le schema du manteau pour le bébé  
 Les poupons reflet dans le miroir  
 Le garçon avec les grenouilles reflet dans  
 le miroir  
 La porte du café reflet dans le miroir  
 La maison du château reflet du miroir  
 Les fleurs reflet dans le miroir  
 Les bonhommes reflet dans le miroir  
 Les cannes tournées en même temps



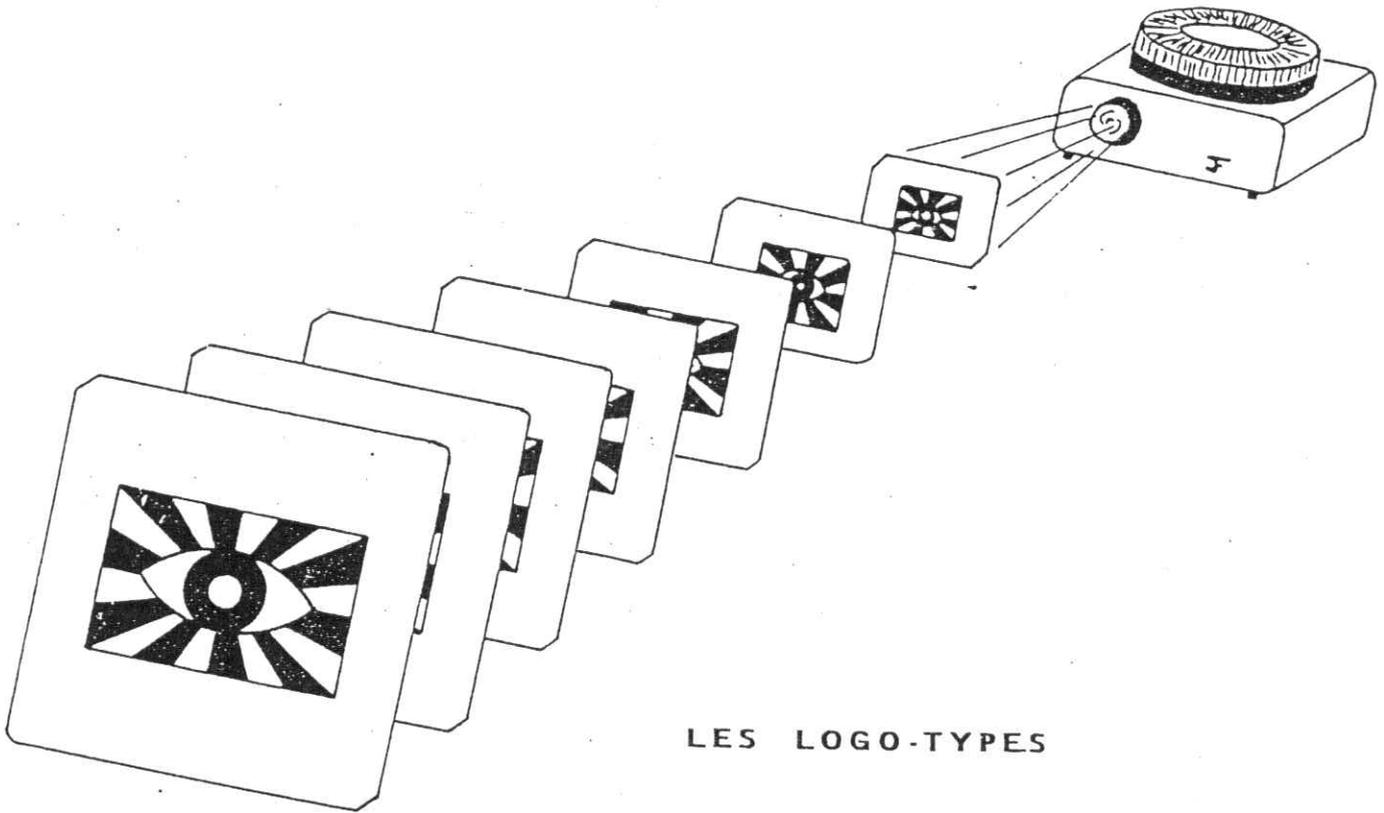
Anthony 6<sup>02</sup>

J'ai vu deux monsieurs qui étaiet face à face. et aussi  
il y en avais un qui me faisait pas par si que ~~est~~  
l'autre. en avais dit que un monsieur se reg-  
ardait dans un miroir. aussi il y avais aussi une  
mactime qui se fais marche' par la main et qu-  
and on faisait un passon de chaque côté



Mai 1983

DES IMAGES ...  
en MATHÉMATIQUES



LES LOGO-TYPES

G. BORION - J. FROMENTIN

## L E S   L O G O - T Y P E S

### Symétries centrales, symétries axiales, rotations, translations

Les logotypes sont ces dessins qui donnent l'image d'une marque avant de devenir, peut-être, une «image de marque». Ce sont souvent des dessins géométriques, très stylisés, et faciles à mémoriser. Ils sont omniprésents dans notre environnement ; et les introduire en classe, peut contribuer à faire sortir les mathématiques de la classe.

### OBJECTIFS

L'activité consiste, à la vue de ces documents :

- soit de repérer les logotypes qui restent invariants par symétrie centrale ou axiale, par rotation (on peut évaluer l'angle de rotation en degrés ou en tiers, quart... de tours). - les élèves remarquent très vite qu'une symétrie centrale correspond à une rotation d'un demi-tour -
- soit de remarquer qu'une partie du dessin est obtenue à partir d'une autre par rotation, translation ou symétrie, ou une composée de ces transformations.

Il s'agit donc, à travers ces documents :

- de faire découvrir aux élèves le type d'image correspondant à chaque transformation
- de «mettre à l'épreuve» l'image qu'ils se sont faits de chacune de ces transformations par la présentation de documents «pièges».

On peut penser qu'à la suite de cette activité, les élèves porteront un regard «mathématique» sur les logotypes qu'ils rencontreront sur les panneaux publicitaires ou dans des revues. Faut-il l'espérer ? Pourquoi pas ! A chacun sa réponse.

## PRÉSENTATION DES DOCUMENTS

Nous avons regroupé les documents par thème. Cette présentation nous a semblé plus intéressante dans un premier temps pour qui en prend connaissance. Mais il est bien évident que leur présentation en classe est fonction des objectifs que chacun s'est fixé.

## Carte Bleue



Axe de symétrie «horizontal». (il est presque dessiné !)

## Europ-Assistance



Centre de symétrie. (on peut faire remarquer le e bleu et le a rouge, initiales de europ et assistance, imbriqués l'un dans l'autre ; c'est une bonne idée !)

## Crédit du Nord



Axe de symétrie «diagonal». (ça change des axes «horizontaux» ou «verticaux».)

## Société Générale



L'axe de symétrie horizontal n'est pas immédiat pour un grand nombre d'élèves.

## Banque Populaire



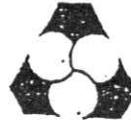
Axe de symétrie horizontal.

## Mutuelle du Mans



Beaucoup d'élèves voient dans un premier temps un axe de symétrie horizontal. C'est donc ce que nous appellerons un document «piège». Ils découvrent vite leur erreur et situent très bien alors le centre de symétrie.

## Crédit Mutuel



Les élèves croient voir trois axes de symétrie ! Ce document peut nous permettre de parler de la rotation qui malheureusement n'est pas strictement au programme. Ils voient bien le centre de rotation et comprennent que le dessin reste invariant dans une rotation d'un tiers ou de deux tiers de tours.

## Crédit Agricole



Ni axe, ni centre de symétrie mais s'ils ont vu la rotation, ils voient assez rapidement qu'une partie du dessin est obtenue à partir de l'autre dans une rotation d'un quart de tour ; problème : où est le centre de rotation ?

## Crédit Foncier



Axe de symétrie vertical «manqué» ; la cheminée est de trop !

## Shell



Axe de symétrie vertical

## Elf



Centre de symétrie. (comme pour Europ-Assistance, on peut peut-être y voir un e et un a très stylisés, initiales de Elf-Aquitaine). Certains élèves croient voir deux axes de symétrie obliques ; ils n'ont pas tout à fait tort ! ; le problème du changement de couleur par la symétrie (centrale ou axiale) intervient à propos de ce document. Ils se rendent compte aussi qu'une symétrie centrale est aussi une rotation d'un demi-tour !

## Antar



Ni axe, ni centre de symétrie («on aurait bien cru qu'il y avait quelque chose!»)

## Citroën



Axe de symétrie - une partie du dessin se déduit de l'autre par translation

## Renault



(un bel anneau de Moëbius ! dû à Vasarely). Beaucoup d'élèves y voient deux axes de symétrie ! Le centre de symétrie n'est pas évident pour beaucoup d'entre eux.

## Volkswagen - Motobécane



Axe de symétrie

## Opel - PointS - Sernam



Centre de symétrie ou rotation d'un demi-tour

## Chrysler



Cinq axes de symétrie, et rotations d'un, deux, trois ou quatre cinquièmes de tour.

## Petit Bateau



Motif répété par translation.

## Phildar



Dessin invariant par rotation d'un, deux, ...cinq sixièmes de tour. Les simplifications de fractions peuvent être pratiquées à propos de ce document : deux sixièmes donnent un tiers de tour, quatre sixièmes donnent deux tiers de tour, trois sixièmes donnent un demi tour et donc une symétrie centrale, que les élèves ne voient pas immédiatement !

## Woolmark



Rotations d'un ou deux tiers de tour

## New-Man



Un «beau» centre de symétrie ! Il fallait y penser ! Le deuxième document montrant deux auto-collants est là pour convaincre, si c'est utile, que les deux mots se déduisent bien l'un de l'autre par une symétrie centrale.

## Codec



Un axe de symétrie, mais pas de translation.

## Beghin-Say



Ce document «soulève les passions» !  
- le haut du B et le haut du S se déduisent l'un de l'autre par une symétrie axiale.  
- le S admet un centre de symétrie.  
- le haut du B et le bas du S se déduisent donc l'un de l'autre par une symétrie axiale suivie d'une symétrie centrale, ou bien par une translation suivie d'une symétrie axiale. Bon exercice de composition de transformations ainsi que de décomposition en deux symétries axiales d'une translation et d'une symétrie centrale.

## Téléphone



Axe de symétrie «manqué» ; il faut faire tourner le cadran pour l'obtenir ! Mais au fait, peut-on former n'importe quel numéro avec un tel téléphone ?

## Lévitan



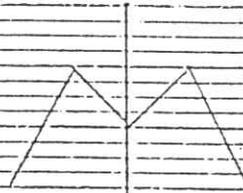
Axe de symétrie oblique «manqué»

## Elf - Europ-Assistance - Citroën

Changement de couleur par symétrie centrale ou symétrie axiale.

Mourad

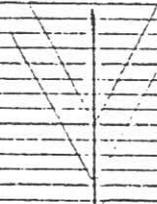
# Axe de Symétrie



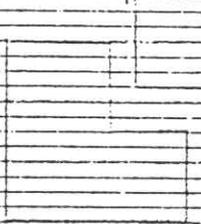
axe de symétrie



axe de symétrie



axe de symétrie

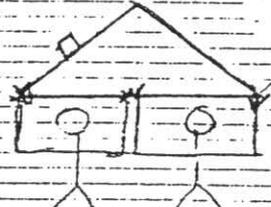


pas d'axe

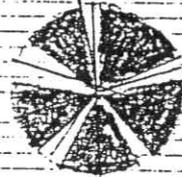


axe de symétrie  
sans péroune,

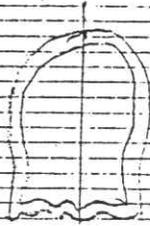
Virginité



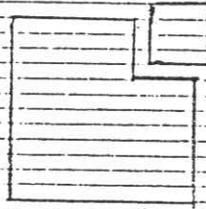
il y a pas d'axe  
de symétrie



Il y a des  
axes de symétrie



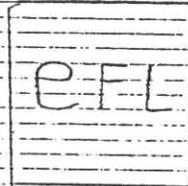
Il y a un axe  
de symétrie



Il n'est pas symétrique



il y a un  
axe de symétrie



Il n'y a pas d'axe  
de symétrie

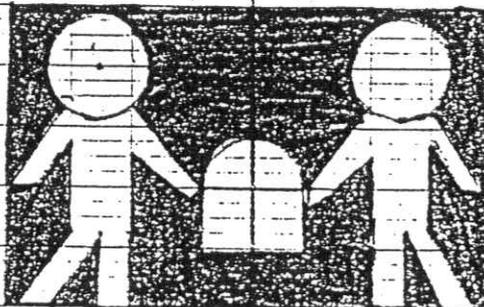
Yohan



motorbécane



shel



Kodak

Paola



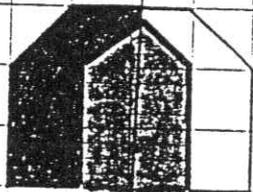
Il est possible de couper ce signe horizontalement



Il est impossible de couper ce signe verticalement



Il est possible de couper ce signe verticalement ou horizontalement.



Il est possible de couper ce signe verticalement.

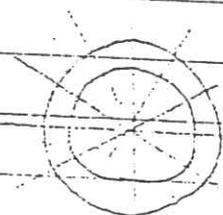
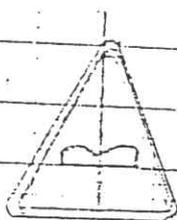
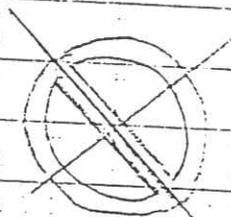
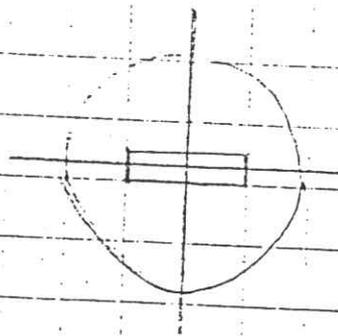
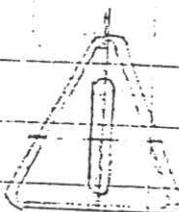


Il est possible de couper ce signe horizontalement



Il n'est pas possible de couper ce signe.

Philippe 5<sup>o</sup>  
Mathématique



Danielle AVEDISSIAN (animateur IREM)

*Une classe de Sixième*

COLLEGE E. RENAN

SAINT-HERBLAIN

1)

Travail effectué par les élèves en mathématique de Septembre 85 à Janvier 86

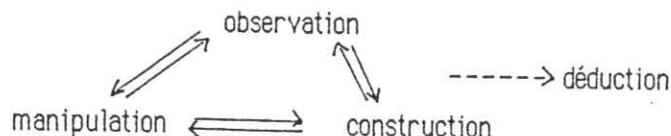
- 1) Les techniques opératoires sur nombres entiers et décimaux. Vérifications des acquis, rappels et compléments : résolution de problèmes concrets, calcul mental, utilisation rationnelle d'une calculatrice (ordre de grandeur, valeur approchée, calculs approchés).
- 2) Le langage géométrique usuel  
Homogénéisation des connaissances, compléments (notations, représentations, construction avec les instruments de dessin), point, droite, polygones, droites parallèles, perpendiculaires.
- 3) Repérage dans un plan quadrillé
  - . Utilisation des couples de coordonnées, le repérage se faisant à partir des noeuds du quadrillage.
  - . Reproduction de dessins géométriques (faits sur feuille quadrillée) sur l'écran d'un ordinateur T07 (initiation à la programmation).
- 4) Longueur de segments - leurs mesures
  - . Comparaison des longueurs de segments, notion de milieu.
  - . Activité de mesurage : mesure entière, approchée (notion qui sera réutilisée au moment de l'introduction des fractions).
  - . Utilisation du système métrique et des instruments de mesure usuels (en liaison avec l'EMT).
- 5) La symétrie orthogonale par rapport à une droite  
Cette partie est détaillée par la suite.

II)

**1 ANALYSE**

1-1 : notion mathématique : la symétrie orthogonale par rapport à une droite.

1-2 : les contenus d'enseignement : l'enseignement est entièrement orienté suivant les pôles :



- . Transformation de figure par symétrie orthogonale.
- . Construction de l'image d'un point, d'une figure.
- . Les invariants dans une symétrie orthogonale.
- . Axe de symétrie, construction de figures possédant un ou plusieurs axe de symétrie.

1-3 : prérequis : langage géométrique usuel, notation, représentation, construction, longueur de segments-milieu.

**2 OBJECTIFS POUR LES ELEVES**

2-1 : savoir construire à l'aide des instruments de mesure et de dessin le symétrique d'un point, d'un ensemble de points (vus individuellement).

2-2 : savoir tracer la médiatrice d'un segment.

2-3 : connaître les propriétés de la symétrie orthogonale.

2-4 : savoir utiliser ces propriétés pour des constructions ou des raisonnements déductifs simples.

2-5 : savoir reconnaître les éléments de symétrie d'une figure, trouver les axes de symétrie, identifier une symétrie.

### 3 CHOIX DES SITUATIONS

La symétrie orthogonale n'est pas uniquement un concept abstrait de géométrie. On en trouve maintes illustrations, soit dans la nature (botanique, physique) soit dans la création humaine (dessin, architecture)... Malgré cela, il n'y a pas, chez les élèves, réinvestissement ou reconnaissance automatique lors du passage bidirectionnel : théorie, application pratique.

Pour lever ce handicap, j'ai choisi de travailler en interdisciplinarité : en dessin, les élèves ont effectué des découpages et des collages, conduisant à une sensibilisation de la symétrie orthogonale, et en EMT ils ont utilisé des quadrillages pour construire des frises, des figures symétriques par rapport à un axe et des figures reproduites à une échelle donnée ( $\neq 1$ ).

3-1 : à partir d'une partie du dessin (1) les enfants choisissent plusieurs points sur la partie noire et cherchent leur "correspondant" sur la partie blanche. Les élèves de 6ème ont une vision globale (mais non formulée) de la symétrie orthogonale. Elle leur permet, sans que le mot "symétrique" n'ait été prononcé de mener à bien ce travail sans utiliser ni papier calque, ni règle graduée. Une auto-corrrection par pliage est immédiate. Chaque point est alors relié à son "correspondant" par un segment. L'observation permet de conduire à la notion de médiatrice ("perpendiculaire au milieu..."), de symétrie d'un point par rapport à une droite : définitions et constructions.

3-2 : utilisation de dessins d'EMT pour l'observation : retrouver l'image d'une droite donnée, de 2 droites sécantes, perpendiculaires, parallèles, d'un segment etc... puis constructions

- a) de l'image de 5 points alignés et,
- b) de l'image de droites parallèles, perpendiculaires (à l'axe ou entre-elles), en utilisant le minimum de points (réinvestissement de la propriété vérifiée en a)).

3-3 : conservation des distances :

Observation, comparaison de longueurs de segments sur les dessins d'EMT, dans le cas de figures symétriques et dans le cas de figures reproduites à une échelle différente de 1.

A ce stade, un premier raisonnement déductif peut être demandé.

Après avoir construit les images de plusieurs points d'un cercle, expliquer pourquoi l'image d'un cercle est un cercle, puis trouver la propriété des

points de la médiatrice d'un segment ("points équidistants"...).

3-4 : projection de diapositives sur les logotypes :

a) Recherche d'axes de symétrie (droite visible ou non, suivant laquelle il suffirait de "plier" le dessin pour que les 2 parties ainsi formées se superposent exactement).

Les élèves, dans cette situation, doivent identifier "à vue" la symétrie et se représenter mentalement le résultat d'un éventuel pliage ou d'une éventuelle construction, ce qui exige un réinvestissement des connaissances sur la symétrie orthogonale.

b) Recherche d'axes de symétrie d'un ensemble de 2 points, 3 points, 4 points.

Cette recherche conduit à la redécouverte de triangles isocèles, équilatéraux, de rectangle, losange, carré, trapèze isocèle, "cerf-volant".

c) Introduction au raisonnement déductif conduisant aux différentes propriétés des polygones.

#### 4 GESTION DE LA SITUATION

4-1 : Travail individuel : les élèves décalquent une partie précise du dessin sur papier canson. Certains, bien que ne sachant pas encore quelle utilisation il en sera faite, s'apercevant alors qu'il n'est pas parfait, s'exclament : "ça ne va pas aller, il n'est pas pareil des 2 côtés !".

Par groupes de 2 : une fois les points et leur correspondant reliés, étude des dessins, rédaction des remarques (aucune directive n'est donnée).

Avec toute la classe : lecture à haute voix, chaque remarque est vérifiée, discutée. Les mots "symétriques", "médiatrice", "axe", apparaissent sans qu'il en ait été question auparavant.

Ce travail a eu lieu pendant 3 séquences de cours (55 minutes).

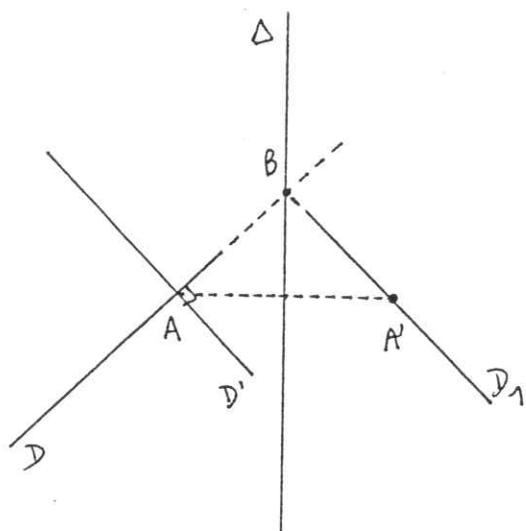
Une synthèse est alors faite et notée (définition de la médiatrice, du symétrique d'un point par rapport à une droite, axe de symétrie, points invariants), pendant une séquence.

Les élèves reprennent ensuite le dessin complet et tracent les axes de symétrie apparents : c'est alors qu'il constatent les erreurs de collage supprimant certains axes. La moitié d'une séquence est nécessaire.

#### 4-2 : Découverte de l'image d'une droite :

Ayant tracé les images de 5 points alignés, les enfants ont relié ces images par une droite : que "l'image d'une droite soit une droite" leur est apparue comme une évidence. La séance suivante s'est donc passée à vérifier que dans certaines transformations (miroir courbe) l'image d'une droite n'est pas "droite" et à discuter de la nécessité de vérifier (ou même de prouver) une conjecture.

Un réinvestissement de la propriété a été nécessaire lors de la construction des images de droites parallèles, perpendiculaires avec le minimum de points. (2 élèves ont pensé à utiliser le point d'intersection d'une droite et de l'axe).



Dans le cas de construction des images de 2 droites perpendiculaires, une majorité d'élèves construisent l'image  $D_1$  de  $D$  à l'aide des points  $A$  et  $B$  et l'image de  $D'$  en traçant la perpendiculaire à  $D_1$  en  $A'$ .

Le même phénomène se produit pour l'image de 2 droites parallèles.

Une discussion s'ensuit : est-on sûr que la symétrie orthogonale conserve la perpendicularité ? le parallélisme ? une vérification (par construction complète) s'avère nécessaire.

Ce travail, suivi d'une synthèse (image d'une droite, conservation du parallélisme, de la perpendicularité) a nécessité 4 séquences.

#### 4-3 : Conservation des distances :

Que  $[A'B']$  ait la même longueur que  $[AB]$  apparaît comme une évidence chez ces élèves de 6<sup>e</sup>. Aussi cette propriété a été surtout vérifiée à l'aide de contre-exemples : reproduction de dessins à échelle réduite, agrandissement, homothétie, (à ce sujet, je devais projeter un film sur l'homothétie, mais le magnétoscope était en panne).

synthèse : conservation des longueurs, image d'un cercle, propriété de la médiatrice.

2 séquences.

#### 4-4 : Les axes de symétrie :

1er temps : projection de différents logotypes : individuel, chaque élève écrit l'existence ou la non-existence d'un axe.

2ème temps : correction collective, discussion, matérialisation éventuelle de l'axe par un élève.

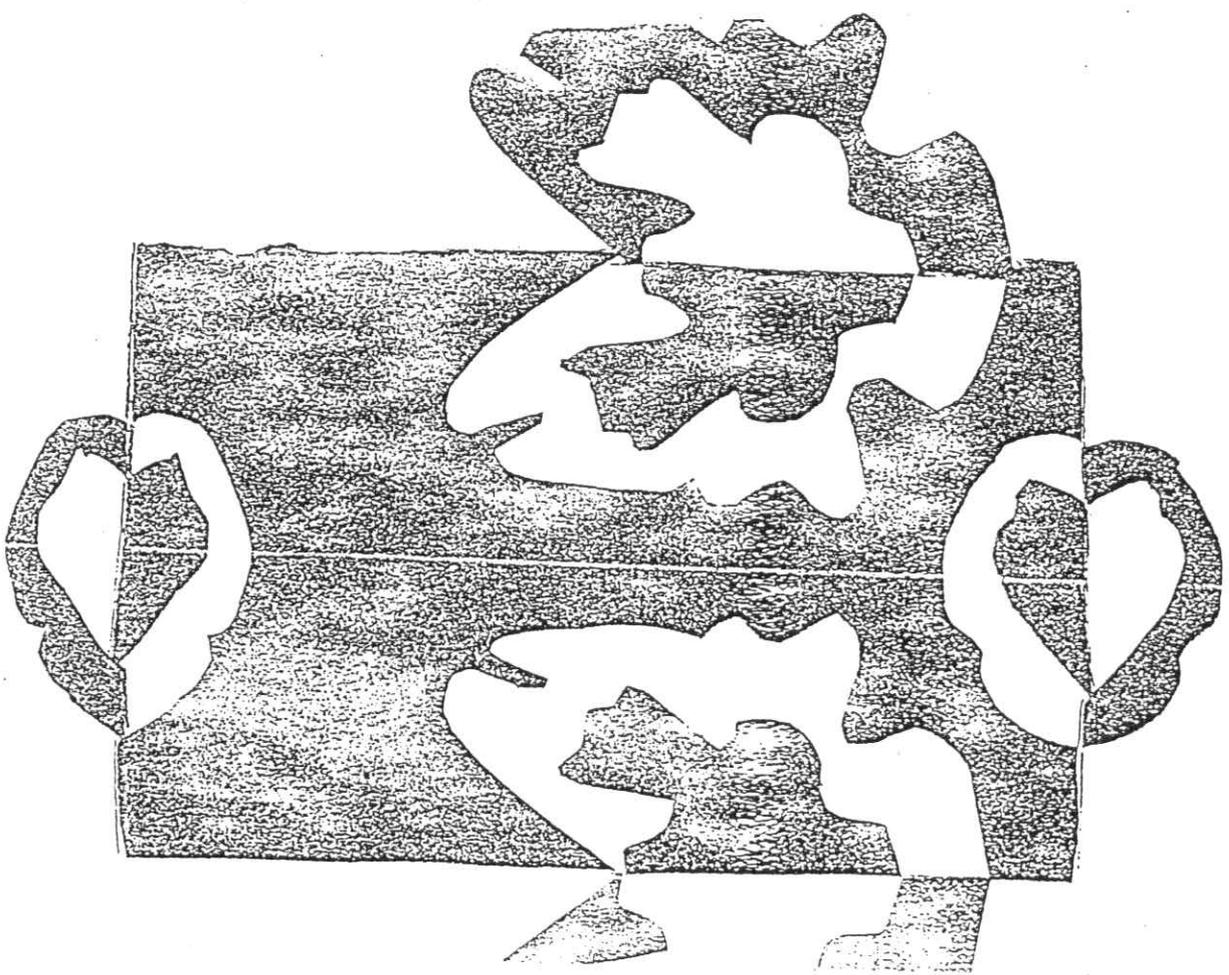
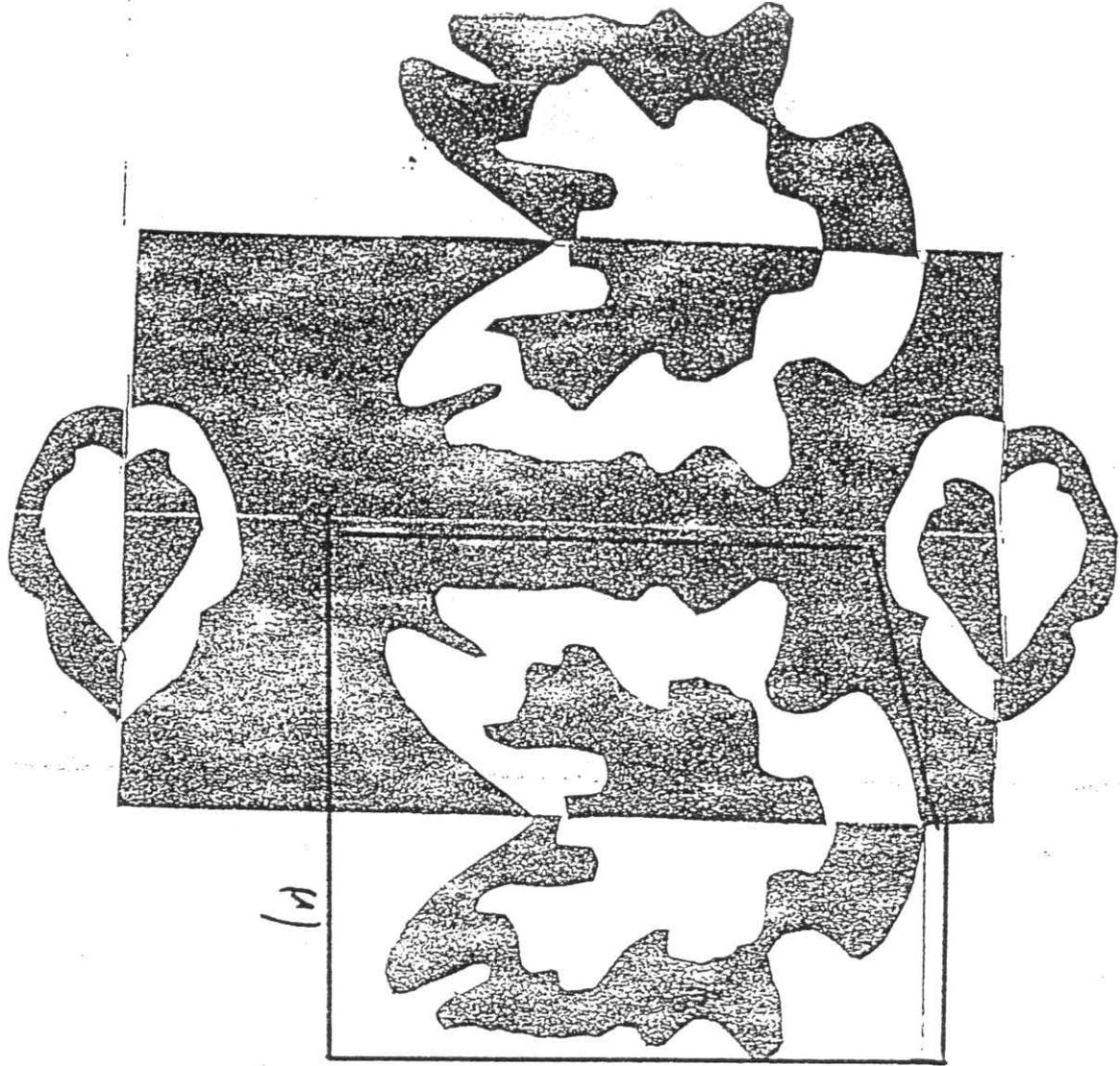
3ème temps : question : quand une figure a un axe de symétrie, quelle est son image par rapport à cet axe ? les réponses mettent en évidence la difficulté.

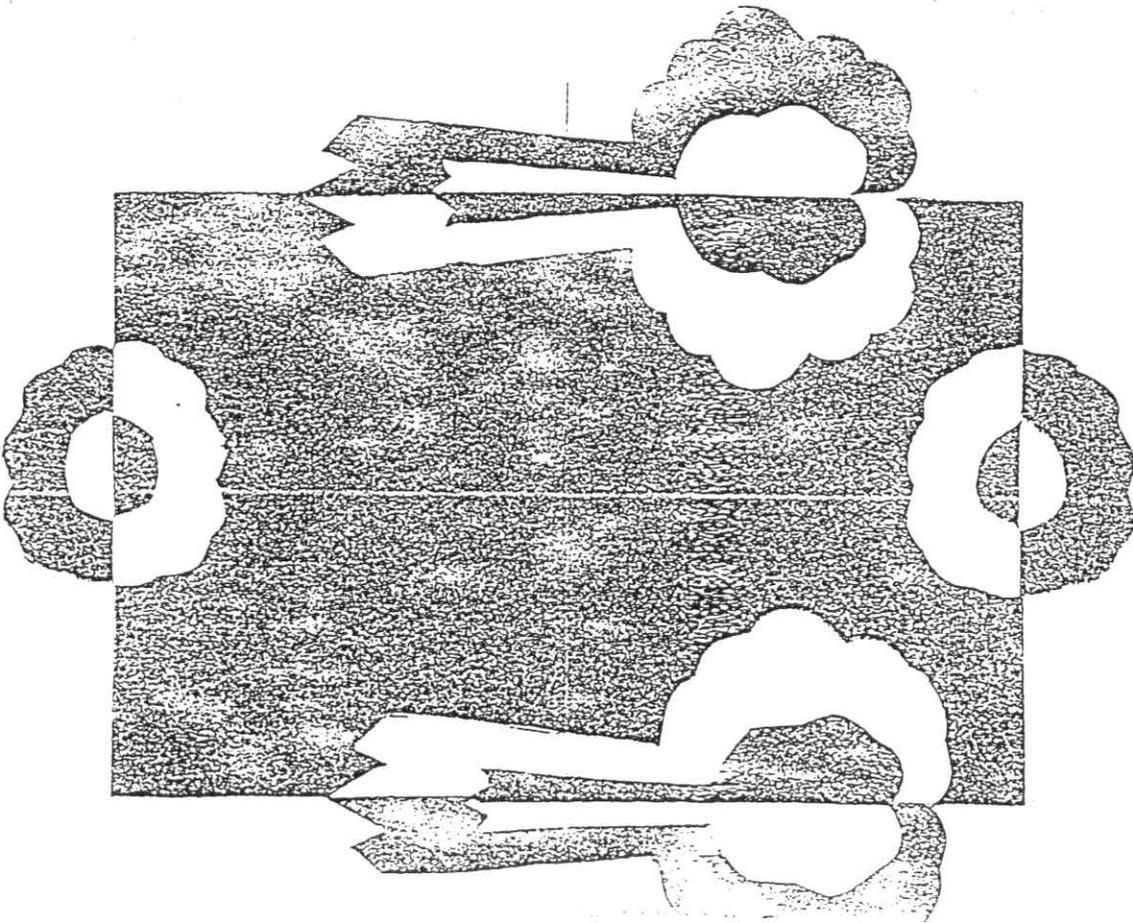
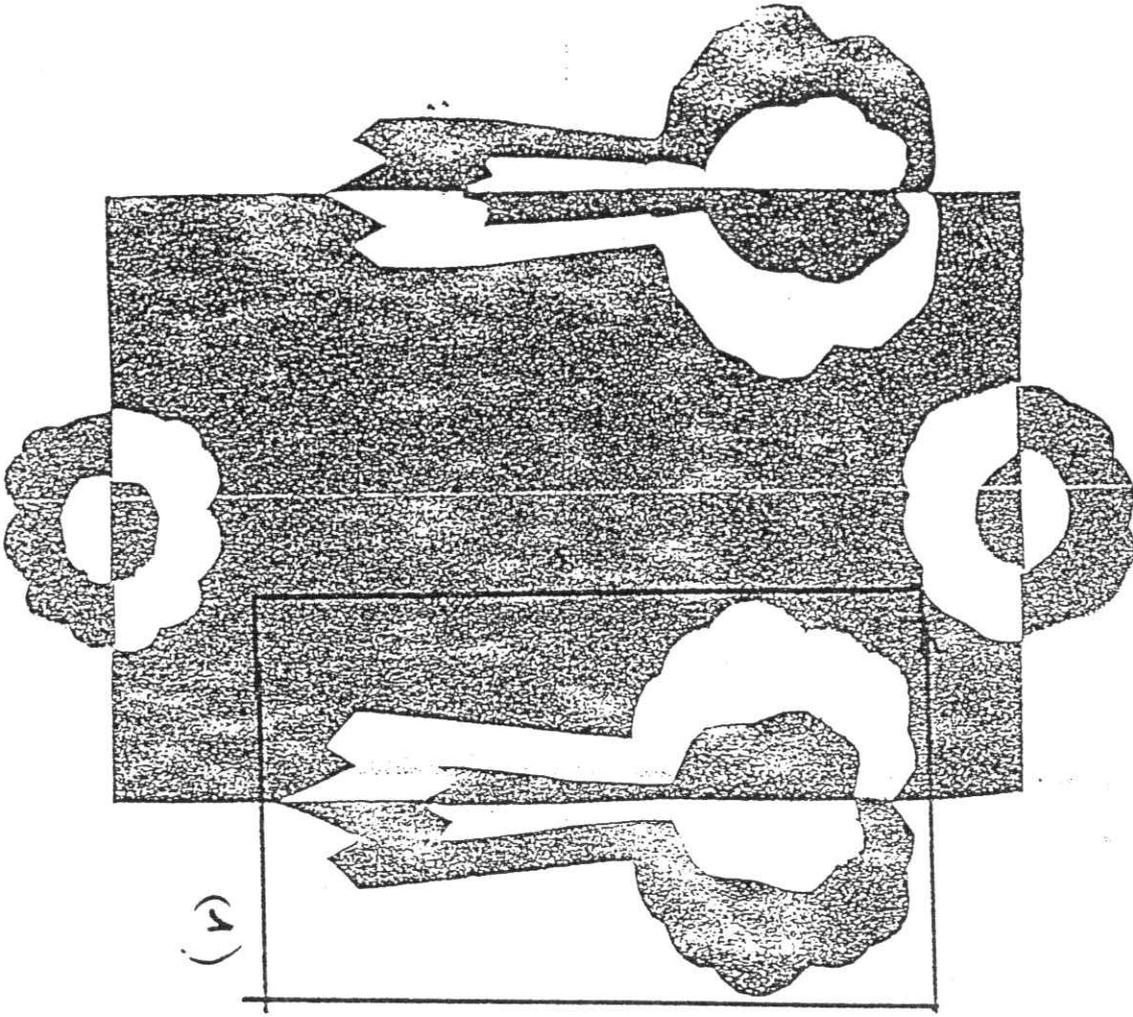
4ème temps : la recherche d'axes pour un ensemble de 2 points, 3 points, 4 points a permis d'obtenir, dans l'ensemble de la classe, tous les cas de figure : médiatrice, points invariants (sur l'axe), triangle isocèle, équilatéral, le rectangle, le losange, le carré en une séquence.

La séquence suivante a été utilisée pour la synthèse. Ces polygones sont des ensembles de points possédant 1 (ou 2) axes de symétrie (dont la position est définie avec précision).

4-5 : Recherche des propriétés des polygones par des raisonnements déductifs.

## 5 EVALUATION





Jean-Luc	BAUDRY	
Jacqueline	CHINIER	
Cécile	GIRAUD	
Anne-Marie	LETOURNEUX	
Annick	MASSOT	(animateur IREM)
Christian	MASSOT	(animateur IREM)
Fabrice	PARCHEMIN	
Christiane	ROCHE	
Tong	TRAN VAN	

*Sept classes de Sixième*

COLLEGE LA REINETIERE  
SAINTE-LUCE SUR LOIRE

Après une recherche de quelques séances pour démarrer les activités géométriques, le groupe a trouvé utile de donner des outils aux élèves avant d'étudier la symétrie orthogonale.

D'où l'étude, à partir des connaissances des élèves et non comme un catalogue, de :

1) Plan, droite, segment, demi-droite

Nous avons conservé intersection qui permet d'insister sur la notion de segment (les enfants confondent le segment, ses extrémités et sa longueur).

Les notations sont rappelées. Leur usage a été introduit en primaire à la suite d'un travail commun entre les instituteurs du district et les professeurs du collège. Les élèves les utilisent assez facilement.

2) Secteur angulaire

Défini à partir de demi-droites de même origine, a permis de réinvestir la notion de demi-droite et de se donner un outil.

3) Position de deux droites

Les élèves donnent : (a) droites perpendiculaires

(b) droites parallèles

(c) droites qui se coupent (!), sécantes.

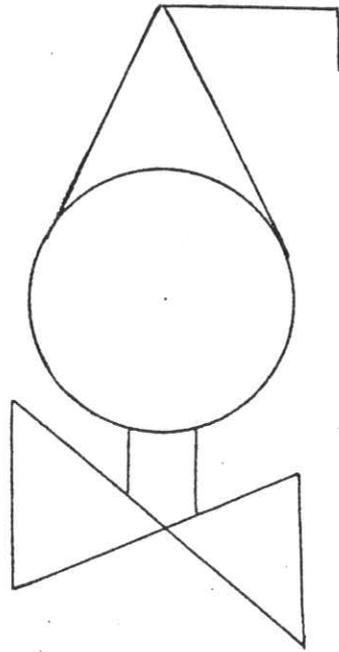
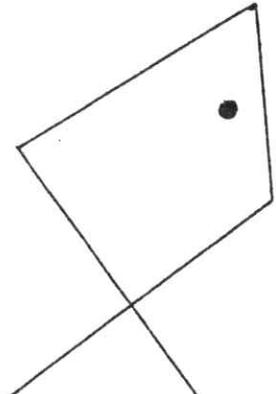
prolongement : tracé à l'équerre de droites perpendiculaires, de droites parallèles (en vue de la symétrie).

4) Milieu d'un segment - mesures de longueur - conversion - Report de longueurs égales.

prolongement :

- construction de M tel que A et B donnés, B soit le milieu de  $[AM]$
- partage d'un segment en parts égales (Thalès) en vue des fractions.

Consigne : Trace le reflet dans l'eau des dessins de la feuille  
par la méthode que tu veux (temps donné : 1h)



M E R C I

Réaction d'une classe :

Les enfants ne sont visiblement pas dépaysés.

Certains font un quadrillage, d'autres utilisent l'équerre et le compas, d'autres pensent au pliage (la méthode se propage, le professeur demande de faire autrement), d'autres font un repère avec le bord de la feuille, d'autres utilisent le double décimètre.

Puis questions

"Pourquoi avez-vous plié ? Pourquoi un quadrillage ?"

Réponse

"Ben, on connaît c'est la symétrie ; on l'étudie depuis le CE2" (voir feuilles 4 et 5, travaux effectués en CM2 par des élèves de la classe).

Question

"Alors, la droite de pliage ?"

Réponse

"C'est l'axe !"

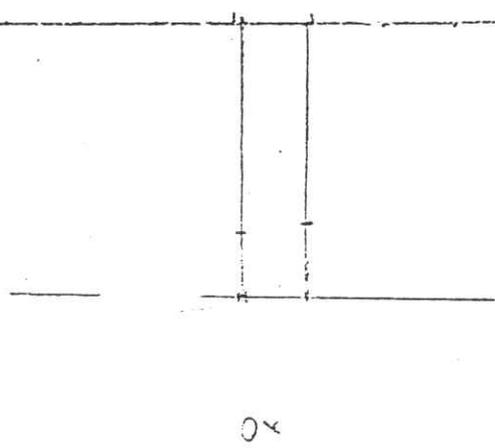
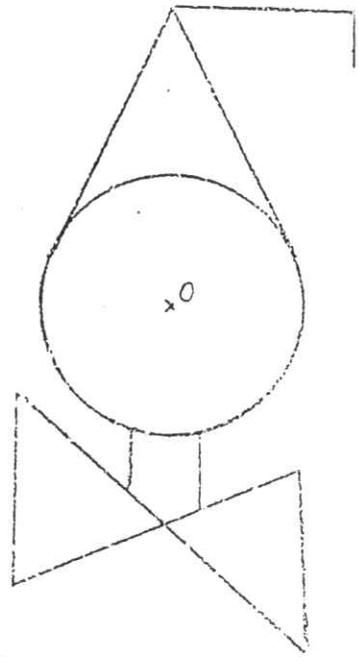
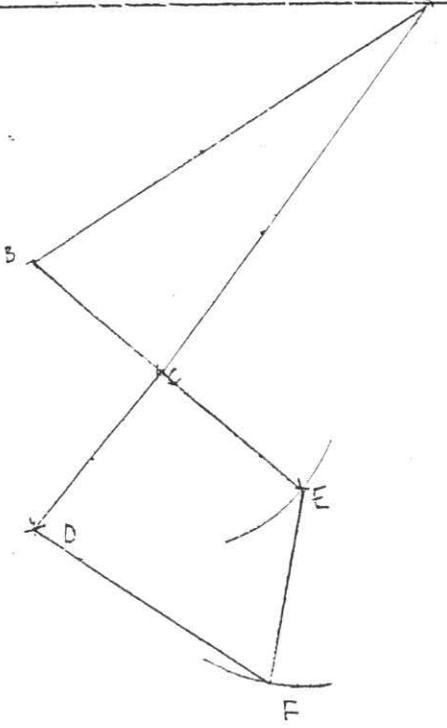
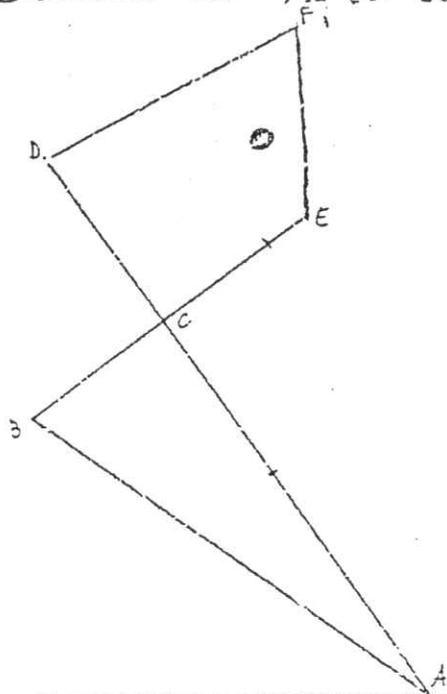
L'équipe pensait introduire le mot "axe" beaucoup plus tard pour ne pas embarrasser les élèves avec des mots nouveaux...!

Analyse des dessins

Certains sont très bien réussis, pour d'autres il y a confusion avec symétrie centrale, mais surtout des inattentions : on connaît la figure attendue par pliage et on ne vérifie pas que celle obtenue par traçage est la même.

Très peu d'élèves ont fini l'exercice en 1 h.

Dessins de rapport dans l'eau de:

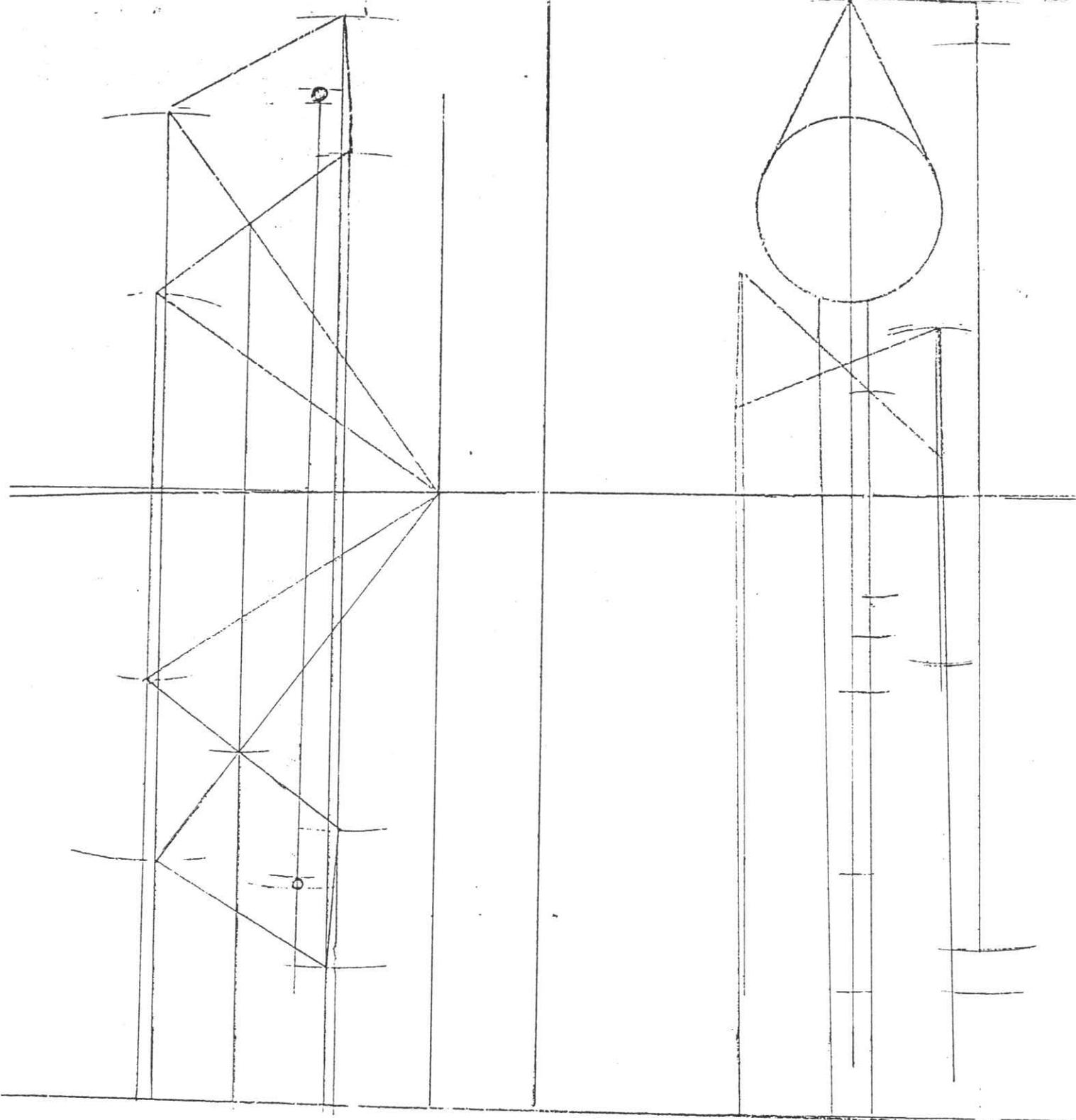


MERCI

Florence J. Garnier

Dessine le reflet dans

l'eau de:

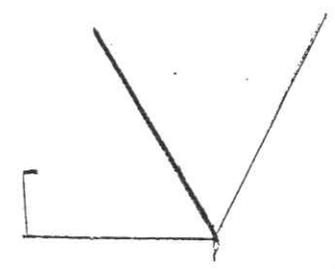
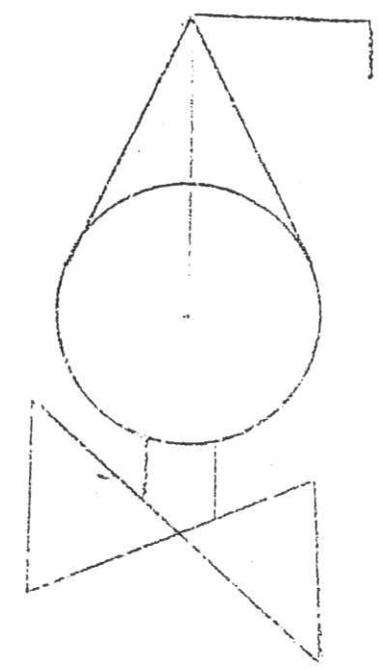
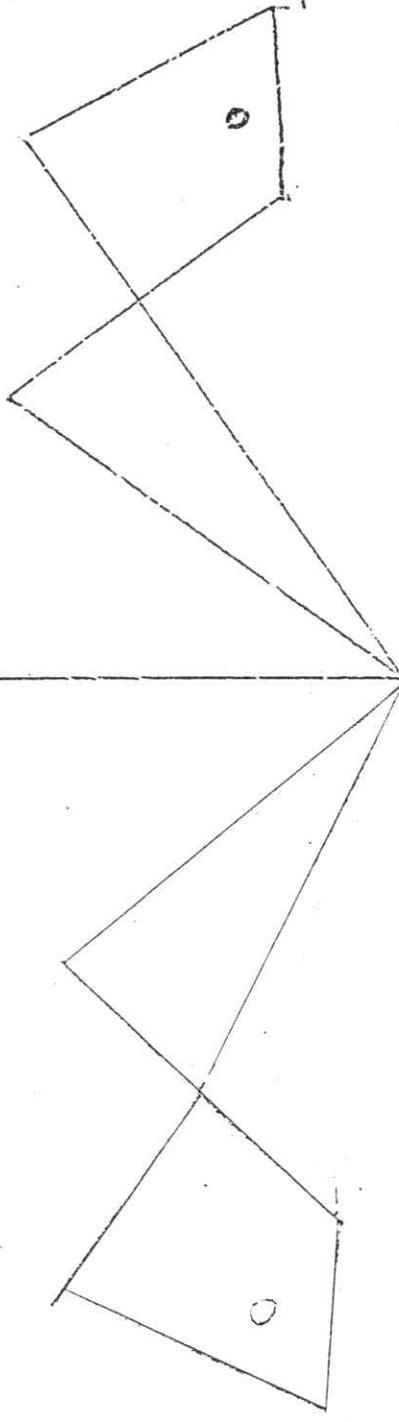


MERCI

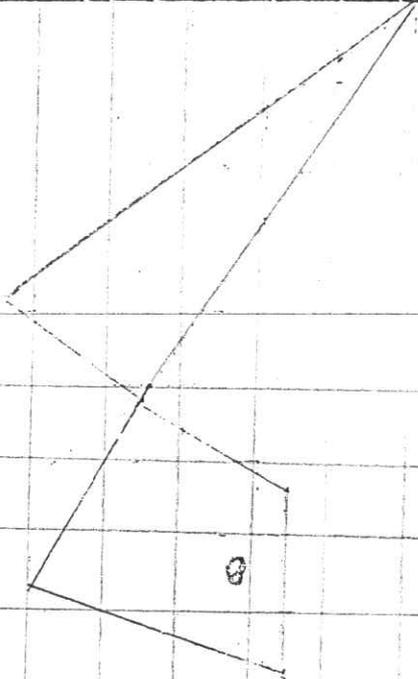
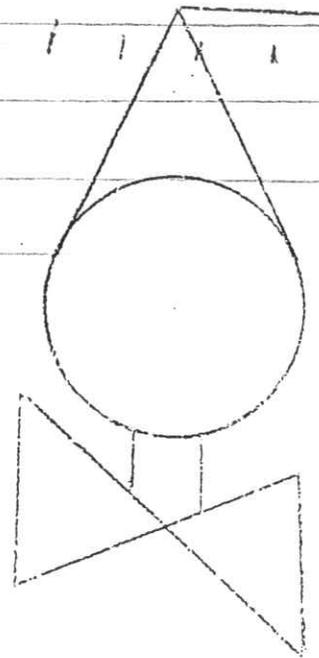
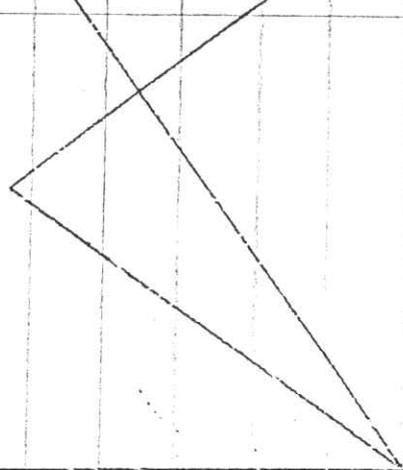
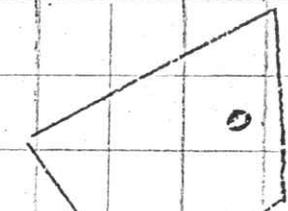
Dessine le reflet dans

l'eau de:

... camera 67E



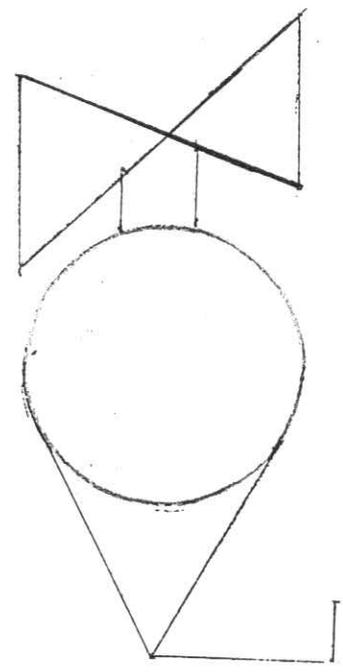
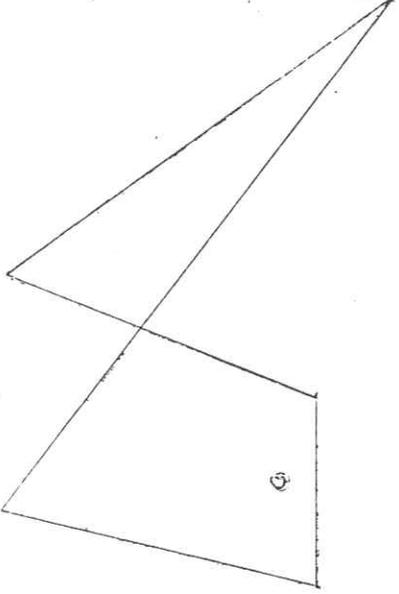
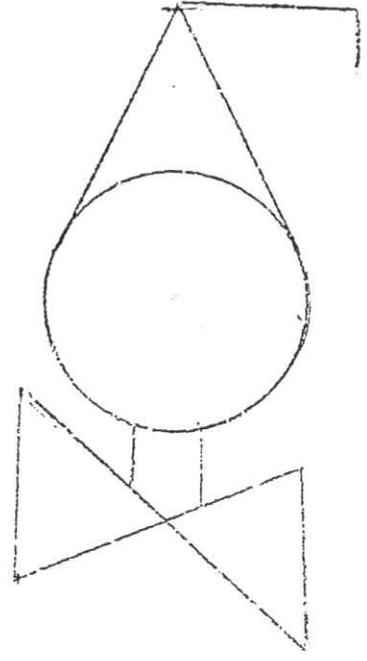
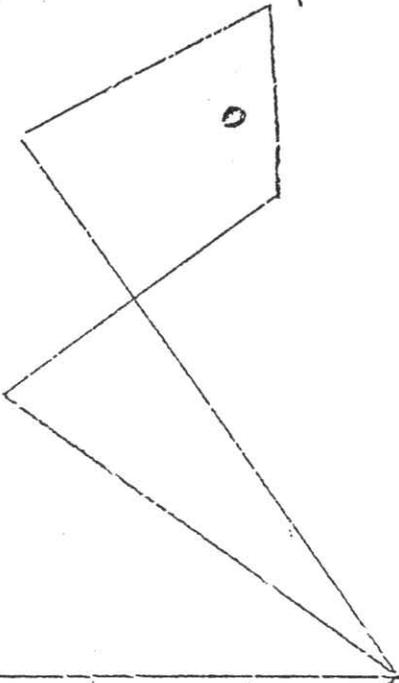
MERCI



MERCI

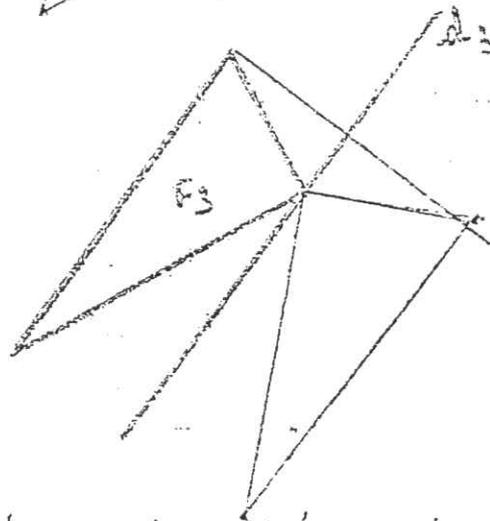
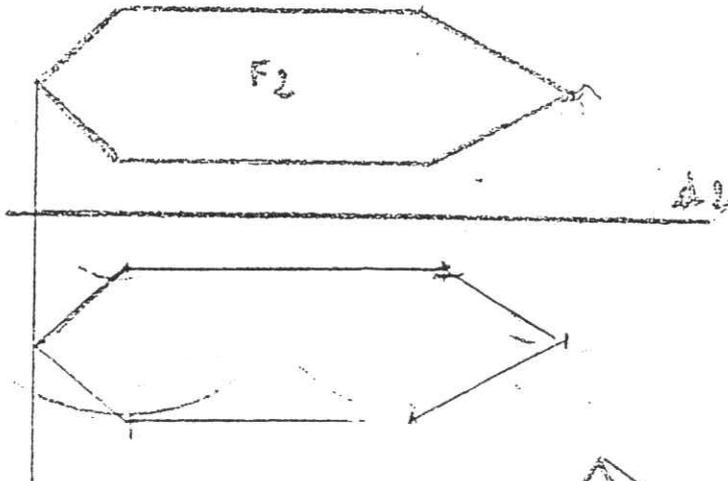
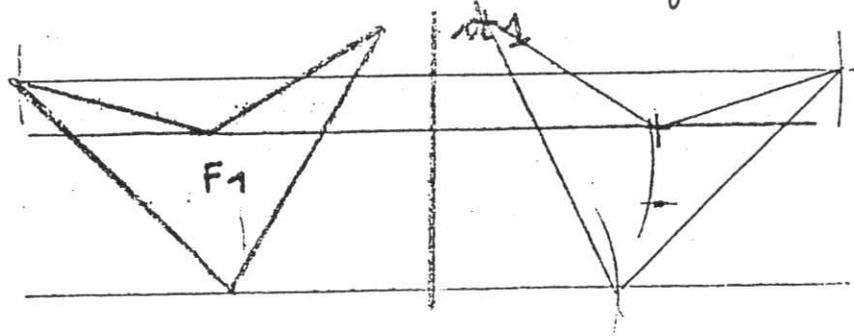
WEY

Dessine le reflet dans l'eau de:



M E R C I

W E R C I

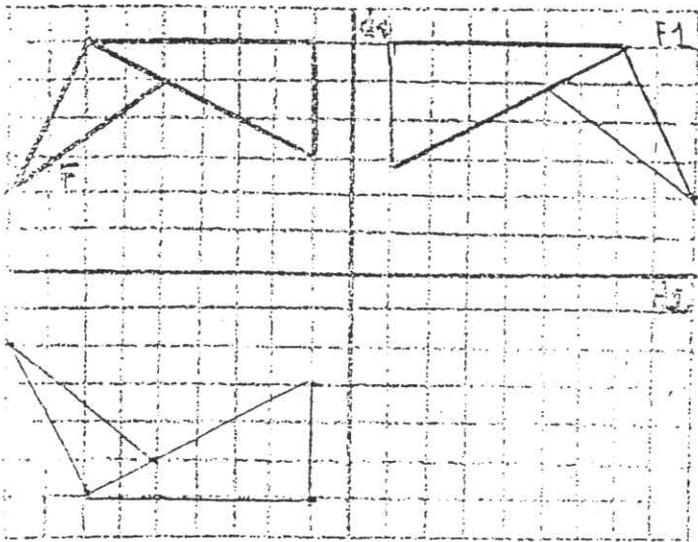


Construis la figure symétrique de :

- $F_1$  par rapport à  $d_1$  ;
- $F_2$  par rapport à  $d_2$  ;
- $F_3$  par rapport à  $d_3$  ;

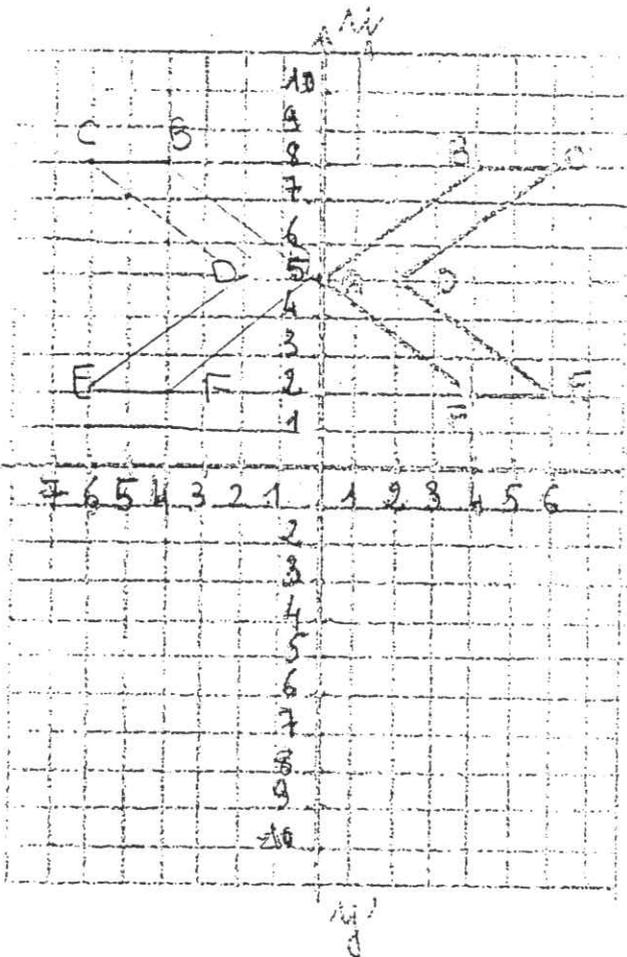
(tu utiliseras la règle, l'équerre et le compas pour le report des distances.)

Symétrie par rapport à une droite



a) construis la figure  $F_1$  symétrique de  $F$  par rapport à  $d_1$

b) construis la figure  $F_2$  symétrique de  $F$  par rapport à  $d_2$



• Complète le tableau

Points	A	B	C	D	E	F
Couples	0;5	4;8	6;8	2;5	6;2	4;2

• Construis le polygone  $A_1, B_1, C_1,$

$D_1, E_1, F_1$  symétrique du polygone donné par rapport à  $xy'$  et complète le tableau.

Points	$A_1$	$B_1$	$C_1$	$D_1$	$E_1$	$F_1$
Couples	0;5	4;8	6;8	2;5	6;2	4;2

• Compare les couples au deuxième tableau avec des couples du premier tableau

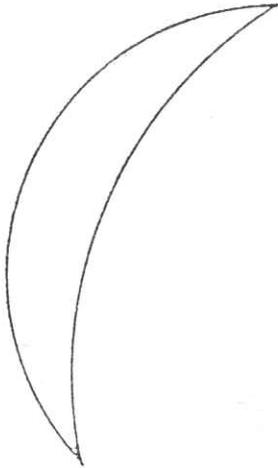
Ce sont les mêmes couples sur les deux figures

## SYMETRIQUE D'UN POINT

### I - INTRODUCTION

Consignes :

- Reproduire le dessin de la lunule en n'utilisant que la pointe sèche du compas.
- Mettre dans une même couleur des points qui se correspondent.
- Joindre les points qui se correspondent.
- Remarques ?



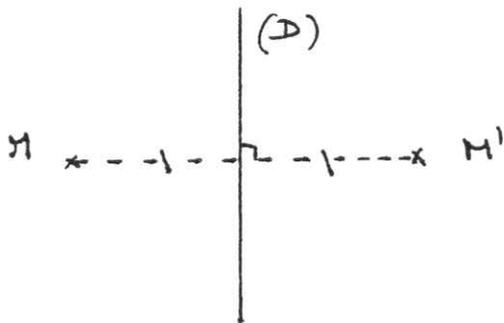
### Bilan de l'activité

Les enfants utilisent le pliage et donnent comme remarques dans l'ordre suivant :

- 1) Les segments obtenus sont parallèles
- 2) La droite de pliage est perpendiculaire aux segments
- 3) Elle passe par le milieu des segments.

### II - POUR CONSTRUIRE LE SYMETRIQUE D'UN POINT

Méthode trouvée par les élèves :



- Par M on trace la perpendiculaire à (D)
  - Sur cette perpendiculaire on place  $M'$  tel que (D) passe par le milieu de  $[MM']$
- $M'$  est le symétrique de M par rapport à (D).

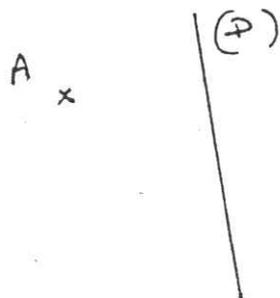
## SYMETRIQUE D'UN SEGMENT

L'équipe a préféré commencer par l'étude du symétrique d'un segment plutôt que par l'étude du symétrique d'une droite car :

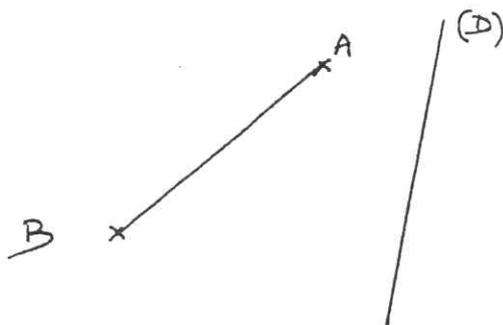
- 1) Un segment est un ensemble fini
- 2) Un cas particulier (segment globalement invariant) amène la médiatrice!

### Activité proposée

I - Construis le symétrique  $A'$  de  $A$  par rapport à  $(D)$

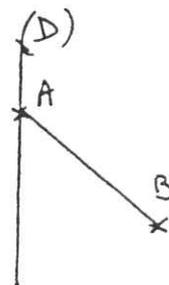
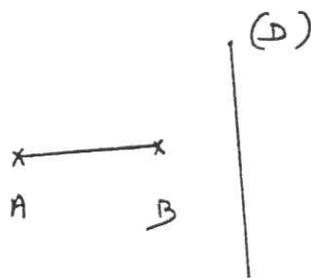
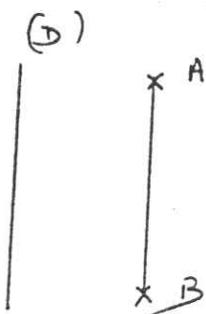


II - Construis les symétriques  $A'$  et  $B'$  de  $A$  et  $B$  par rapport à  $(D)$



Place trois points  $C$ ,  $D$  et  $E$  de  $[AB]$ . Construis leurs symétriques par rapport à  $(D)$ . Construis le symétrique  $M'$  du milieu  $M$  de  $[AB]$ . Remarques ?

III - Construis les symétriques des segments ci-dessous. Remarques ?

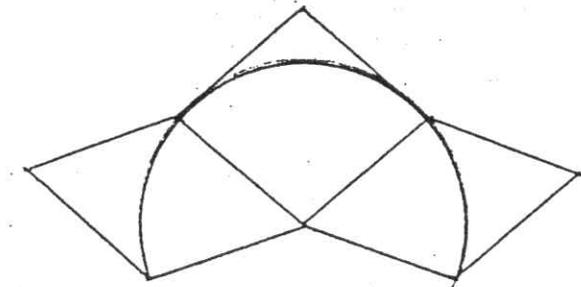


Trouve d'autres cas particuliers.

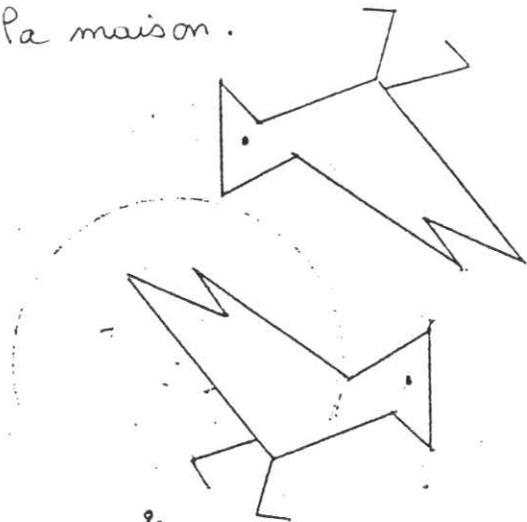
Bilan de l'activité donné par les élèves

- 1) Le symétrique d'un segment est un segment de même longueur.
- 2) Le milieu d'un segment a pour symétrique le milieu du symétrique du segment.
- 3) Le symétrique d'un point de l'axe est lui-même, il est invariant.
- 4) Un segment qui est une partie de l'axe a pour symétrique lui-même : il est invariant et ses points sont invariants (les élèves ont tenu à mettre cette remarque qu'ils avaient trouvée).
- 5) Quand l'axe de symétrie est perpendiculaire à un segment en son milieu, le segment est invariant (ses points ne le sont pas, sauf le point de l'axe). (les élèves ont encore tenu à la remarque).

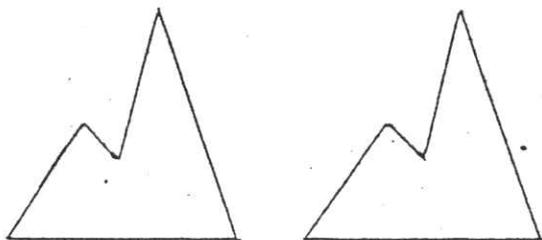
Activité donnée en recherche à la maison.



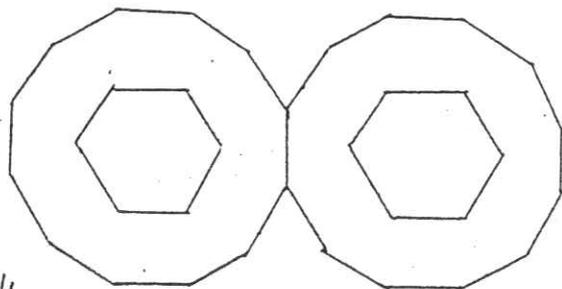
1



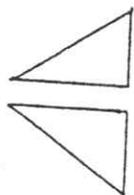
2



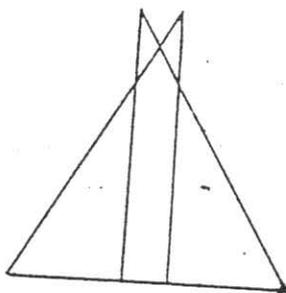
3



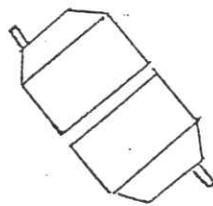
4



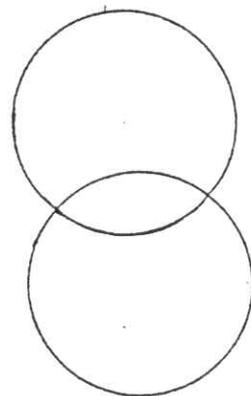
5



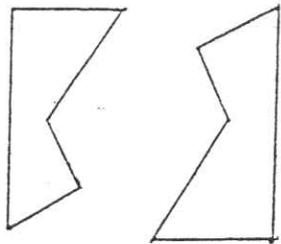
6



7



10



8



9

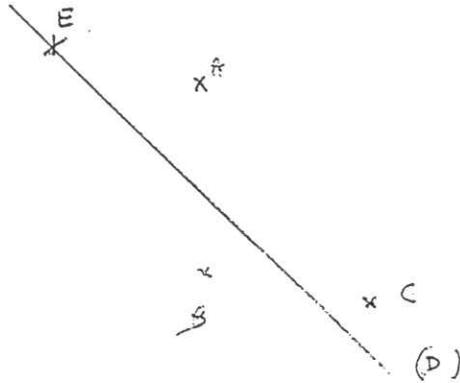
Pour chaque groupe de dessin, recherche s'il a un <sup>ou plusieurs</sup> axe(s) de symétrie - si oui construis-le(s).

Devoir maison

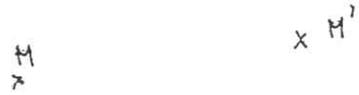
NOM PRENOM

Devoir n°  
jour le 3/1/86

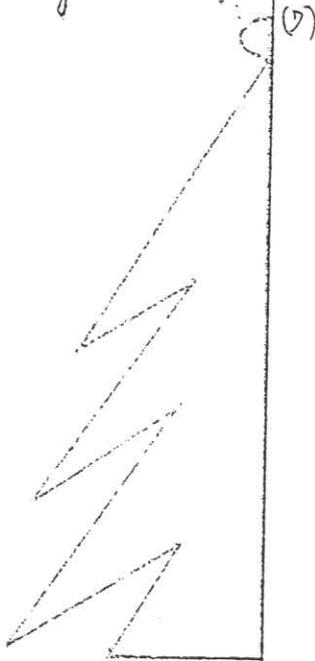
I Construis les symétriques des points A, B, C et E par rapport à la droite (D).



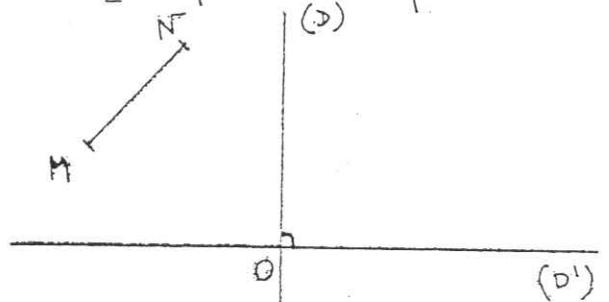
II M et M' sont symétriques par rapport à une droite (D) effacée. Redessine (D) sans pliage.



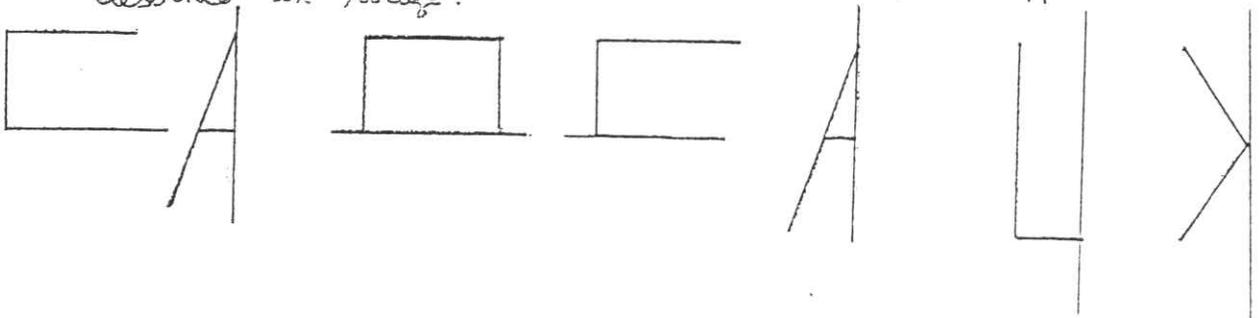
III Complète ce dessin par symétrie par rapport à (D).



IV Construis le symétrique du segment [MN] par rapport à (D). Tu obtiens [M<sub>1</sub>N<sub>1</sub>]. Puis construis le symétrique de [M<sub>1</sub>N<sub>1</sub>] par rapport à (D). Tu obtiens [M<sub>2</sub>N<sub>2</sub>]. Joins M à M<sub>2</sub>, N à N<sub>2</sub>. Que remarques-tu?



V Voici un mot mystérieux que tu découvrirais en dessinant le symétrique de chaque demi lettre par rapport à la droite dessinée en rouge.

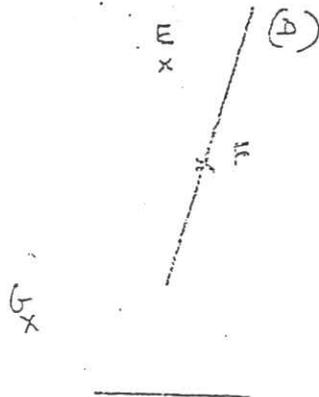


Contrôle

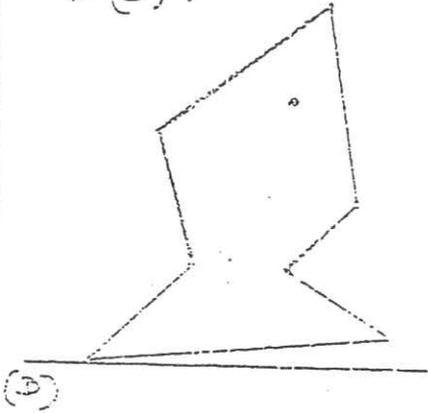
① Construis le symétrique  $A'$  de  $A$  par rapport à  $(D)$ .



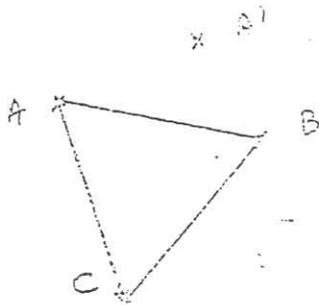
② Construis les symétriques  $E_1, F_1$  et  $G_1$  de  $E, F$  et  $G$  par rapport à  $(D)$ .



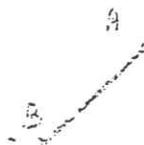
③ Construis la figure symétrique du dessin ci-dessous par rapport à  $(D)$ .



④  $A'$  est le symétrique de  $A$  par rapport à un axe de symétrie effacé. Retrouve cet axe et dessine, en continu, le symétrique du triangle  $ABC$ .



⑤ Construis le symétrique  $[A_1 B_1]$  de  $[AB]$  par rapport à  $(C)$  puis le symétrique  $[A_2 B_2]$  de  $[A_1 B_1]$  par rapport à  $(C')$ . Que remarques-tu ?



Bilan du devoir maison (feuille page 106)

Bons résultats sauf les remarques à la question **IV**.

A la question **V** les constructions ne sont pas de bonne qualité.

Bilan du contrôle (feuille page 107)

① , ② , ③ réussies.

④ l'axe est dans l'ensemble trouvé, les symétriques de B et C ont posé des problèmes.

⑤ réussi sauf les remarques.

Bilan de l'activité (feuille page 105)

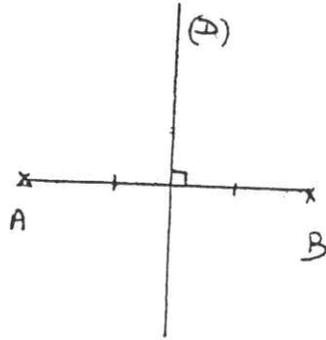
① , ② , ③ , ⑤ , ⑥ , ⑧ sans problème

④ et ⑩ souvent un seul axe a été trouvé

⑦ et ⑨ souvent un axe est donné.

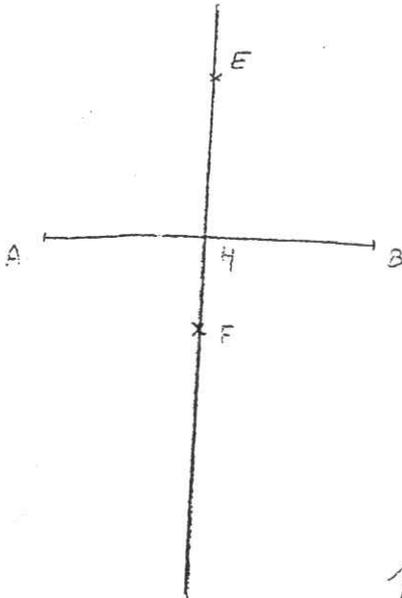
## MEDIATRICE D'UN SEGMENT

Introduite à partir du segment invariant dans la symétrie d'axe (D)



### Activité proposée

Soit la droite (D) et le segment [AB] invariant dans la symétrie par rapport à la droite (D)



① Quel est le symétrique du segment [EF] par rapport à la droite (D)

Compare EA et EB

② De même, compare

FA et FB ; AH et HB

③ En déduire une propriété de tout point de la droite (D)

④ Construis les points P, R, S tels que  
 $PA = PB = 5\text{cm}$  ;  $RA = RB = 3\text{cm}$  ;  $SA = SB = 4\text{cm}$ .  
 que constates-tu ?

En déduire une propriété de tout point équidistant des extrémités A et B du segment [AB].

Construis au compas et à la règle :

⑤ l'ensemble des points équidistants des extrémités A et B d'un segment [AB]

⑥ la droite (D) passant par un point A donné et perpendiculaire à une droite (D) donnée.

⑦ le symétrique A' d'un point A par rapport à une droite (D)

Bilan1) Définition

La médiatrice d'un segment est la droite dont les points sont équidistants des extrémités du segment

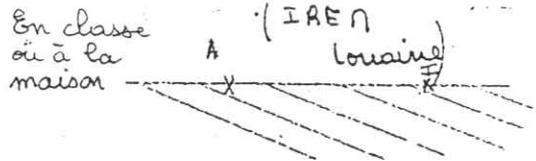
2) Propriété

La médiatrice d'un segment est la perpendiculaire à ce segment en son milieu.

3) Application

Cercle circonscrit à un triangle (après les activités).

1) Trace la médiatrice du segment  $[HI]$  sans tracer d'arcs de cercle dans le demi-plan hachuré



2) Construis le milieu du segment  $[XY]$  en utilisant seulement ton compas et ta règle



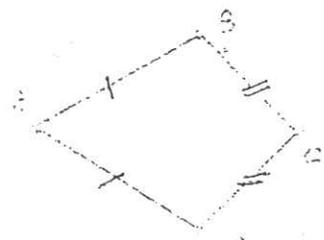
3) Voici un triangle isocèle, trace la médiatrice de  $[XY]$  avec ton équerre seulement



4) Trace les diagonales du quadrilatère ci-contre  $ABCD$  une médiatrice de la figure ?

Justifie

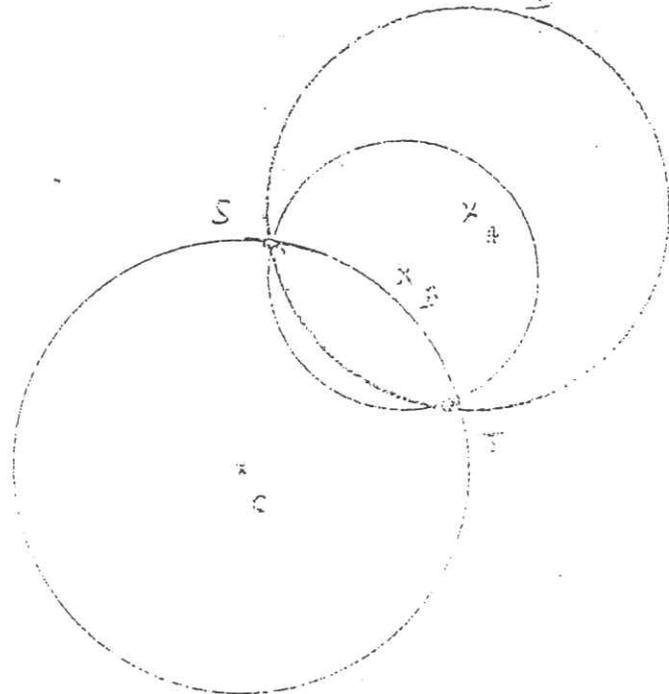
Marque sur la figure une égalité de longueurs supplémentaires



5) Voici trois cercles passant par S et T. Deux centres sont A, B et C.

Trace  $[SA]$ ,  $[SB]$ ,  $[SC]$ ,  $[TA]$ ,  $[TB]$ ,  $[TC]$ .

Indique les égalités de longueur sur la figure sur quelle ligne sont situés A, B et C ? Justifie.

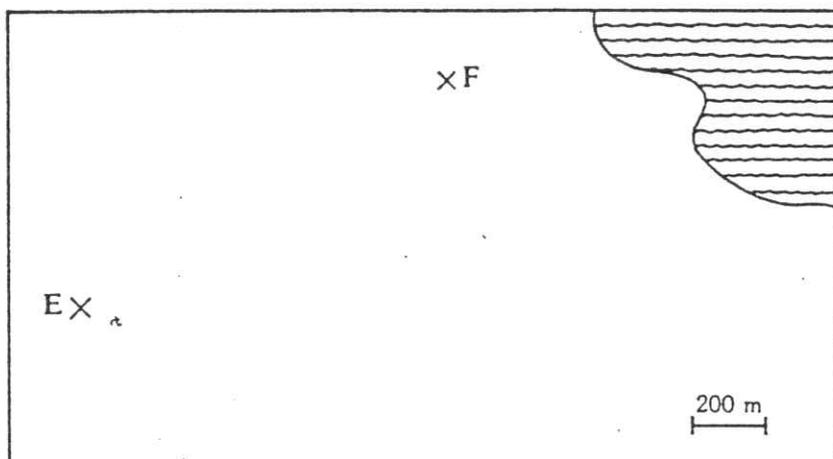


Sur une feuille, marque deux points X et Y distants de 4 cm, en utilisant ton compas et ta règle, trace 3 cercles passant par X et Y.

d'après l'I A E N de Louvain



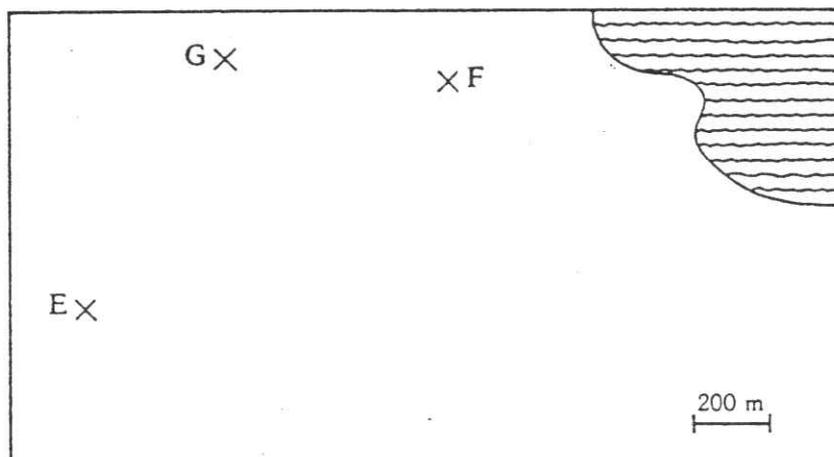
Un archéologue a retrouvé des grosses pierres ressemblant à des menhirs, enfouies dans le sol. Il pense que ce sont les vestiges d'un vaste ensemble de pierres disposées en cercle. De plus, il croit qu'au centre de ce cercle se trouve l'entrée d'une caverne.



Le 1<sup>er</sup> juillet, il a trouvé deux pierres marquées E et F sur la carte. Aussitôt il a pris son compas et sa règle et il a tracé une première droite, sur laquelle doit se trouver le centre du cercle.

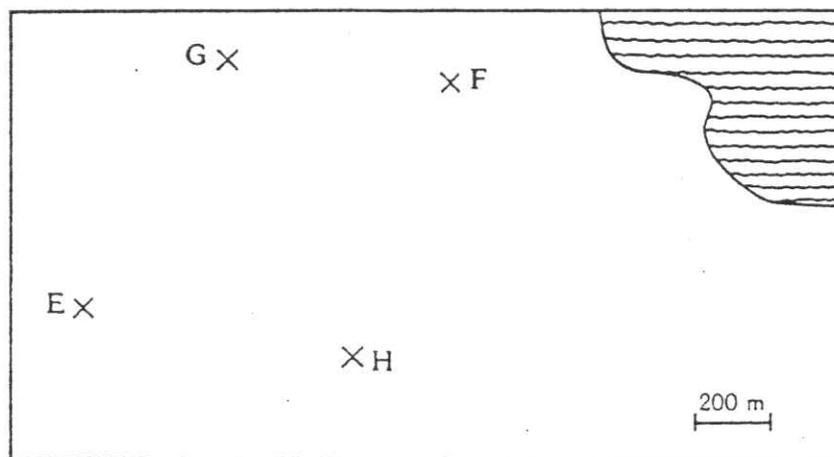
• Quelle est cette droite ? : .....

• Trace toi aussi cette droite.



Le 10 juillet, il a trouvé une 3<sup>e</sup> pierre marquée G. Il trace alors une 2<sup>e</sup> droite sur sa carte et pense ainsi avoir trouvé le centre du cercle de pierres. Il trace ce cercle.

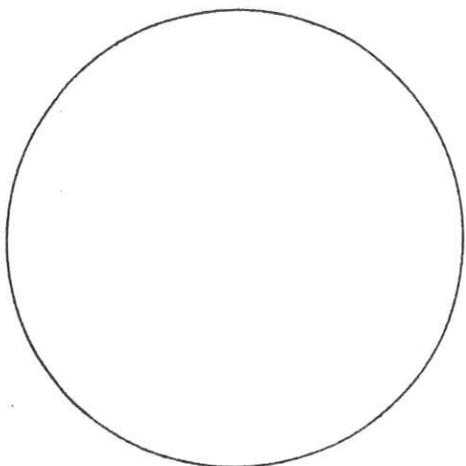
• Fais toi aussi cette construction.



L'archéologue se rend aussitôt au centre du cercle dans l'espoir d'y trouver la caverne. Mais il ne trouve rien. Un peu plus tard, il découvre une 4<sup>e</sup> pierre marquée H.

Cette découverte pose-t-elle un problème à l'archéologue ? .....

Cette histoire est bien sûr fantaisiste. Mais il est vrai qu'à la préhistoire, des menhirs ou d'autres pierres ont parfois été disposés en cercle, ou plus simplement alignés.

PROBLEME OUVERTRetrouve le centre du cercle

- Activité lancée dans une question d'un devoir maison

Le centre est souvent trouvé à partir d'un diamètre tracé à vue d'œil et de la construction à la règle et au compas de sa médiatrice.

- L'activité est poursuivie en classe et la recherche par construction à la règle et au compas a demandé 4 séances.

- Pour chaque solution proposée (recherchée soit au devoir maison, soit entre les séances à la maison), la classe a :

- analysé,
- construit si cela était possible,
- justifié ou décrit par écrit.

- Solutions trouvées par les élèves

- Médiatrices de deux cordes non parallèles,
- deux séries de cordes perpendiculaires déterminent des triangles rectangles dont les hypoténuses se coupent en le centre du cercle,
- deux cordes perpendiculaires déterminent un triangle rectangle dont l'hypoténuse est un diamètre puis construction de la médiatrice de ce diamètre,
- une corde, les perpendiculaires en ses extrémités déterminent un rectangle dont les diagonales se coupent en le centre du cercle.

Bilan

Les enfants ont beaucoup travaillé à travers cet exercice, ils ont tenu à avoir de belles constructions et cet exercice a permis de :

- rappeler la définition d'un cercle,
- de réinvestir la construction de la médiatrice d'un segment, de la perpendiculaire à un segment passant par l'une de ses extrémités, d'utiliser la définition de la médiatrice.

Au contrôle suivant ; la question a été reposée

21/22 constructions à la règle et au compas dont 2 sales seulement

1 à l'équerre

Les justifications ou descriptions sont maladroités.

## SYMETRIQUE D'UNE DROITE

### Consigne

"En s'inspirant de l'étude du symétrique d'un segment, étudie le symétrique d'une droite".

L'activité a été lancée 1,5 mois après l'étude de la médiatrice.

Les bons élèves n'ont eu aucun problème et ont mené l'activité jusqu'au bout.

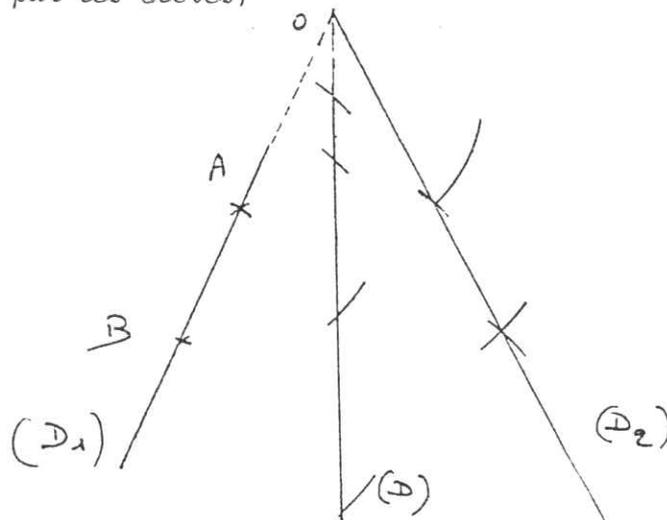
Beaucoup d'élèves, non guidés dans ce travail, ont eu du mal à démarrer.

La construction de la perpendiculaire a souvent été faite à l'équerre.

Cette étude a donc permis de réinvestir la construction de la perpendiculaire au compas et peut-être... de l'assimiler !

Deux élèves seulement ne savaient plus construire le symétrique d'un point.

### Bilan de l'activité (donné par les élèves)

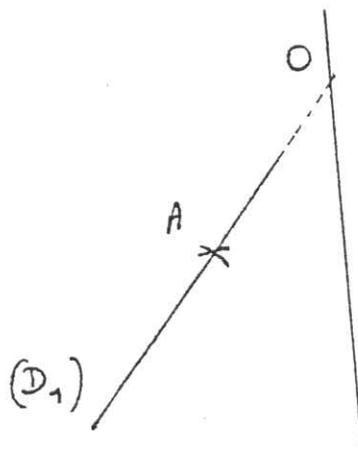


La symétrique de la droite  $(D_1)$  est la droite  $(D_2)$

Remarque : Le point commun de  $(D_1)$  et de l'axe est un point de  $(D_2)$ .

### Application

Construction de la symétrique d'une droite quelconque :



un autre point que  $O$  de  $(D_1)$  suffit

### - cas particuliers

$(D_1)$  parallèle à  $(D)$

$(D_1)$  perpendiculaire à  $(D)$

### Conclusion

La symétrique d'une droite est une droite.

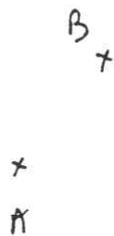
EVALUATION SUR DIFFERENTS CONTROLES

1) Définition de la médiatrice

Réussite

12 sur 22

2)



- Construis la médiatrice (D) de [AB]

puis la médiatrice (D') de [BC]  
elles se coupent en O

21 sur 22

Montre que  $OA = OC$

1 tentative maladroite  
par écrit  
les autres ont indiqué  
sur la figure

En déduire qu'il passe un cercle  
par A, B et C que tu traceras

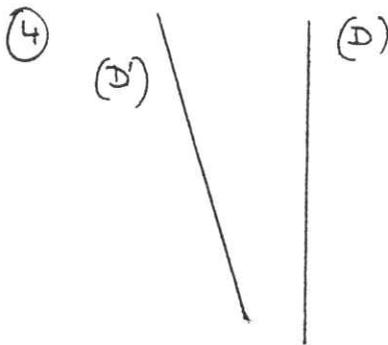
21 sur 22

3) Construis à la règle et au compas un carré de 4 cm de côté

12/22

5 en utilisant  
l'équerre  
2 n'ont construit  
au compas qu'une  
perpendiculaire.

4)



- Construis la symétrique de (D') par rapport à (D)

22 sur 23 tracés justes  
dont 15 au compas et  
à la règle  
(dont 6 en utilisant  
le point de l'axe)  
5 à l'équerre et au  
compas  
2 sans construction.

L'étude de la symétrie s'est terminée par la recherche de figures admettant des axes de symétrie, ce qui a permis :

- de définir la bissectrice d'un angle et de la construire,
- de revoir les triangles, quadrilatères, de les définir et de voir leurs propriétés.

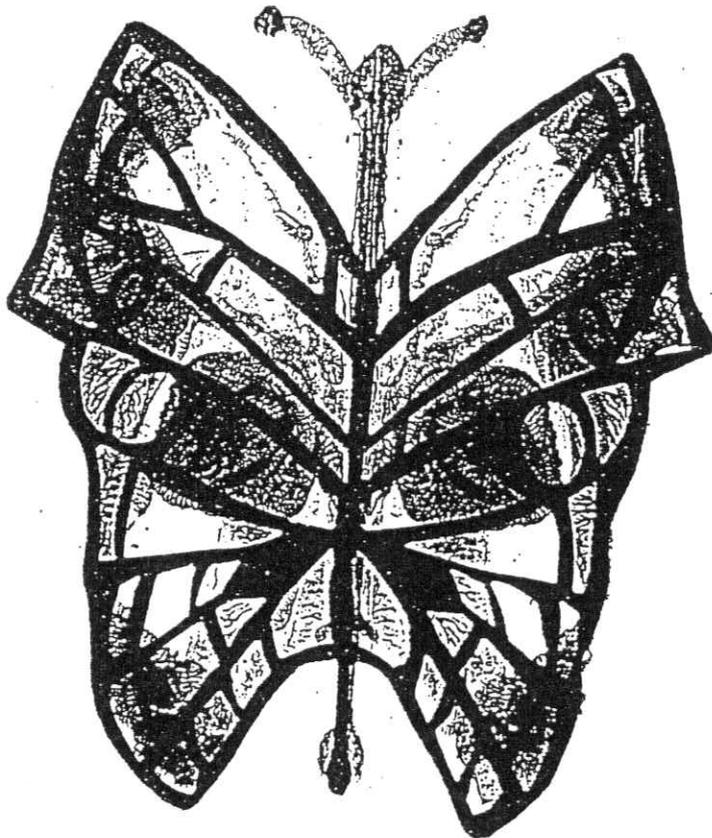
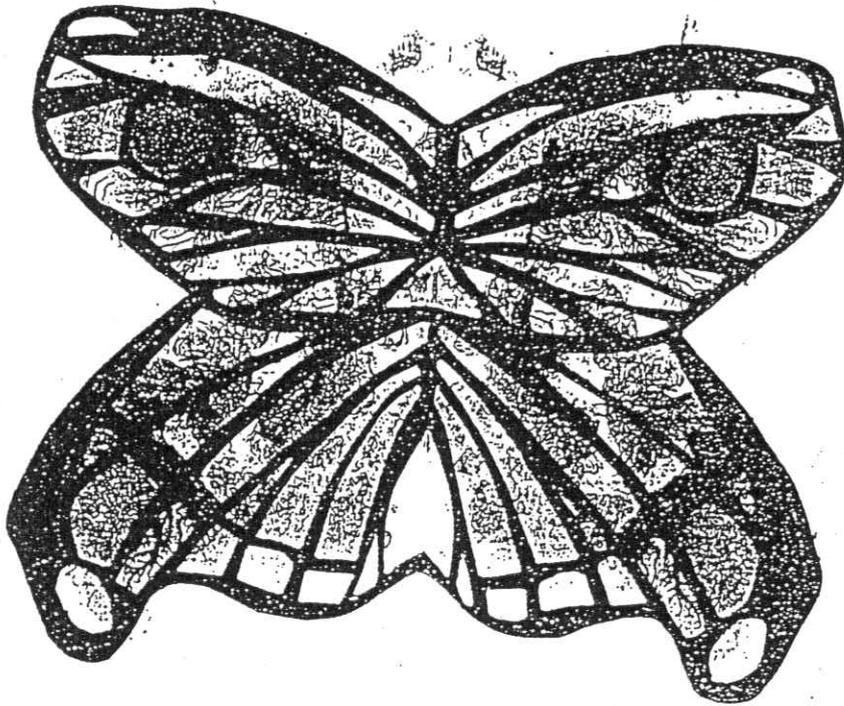
Sur les bilans les figures sont à compléter ou à faire.

Les symétriques de droites parallèles, perpendiculaires, d'un cercle ont été faits à travers des devoirs ou contrôle (sans difficulté).

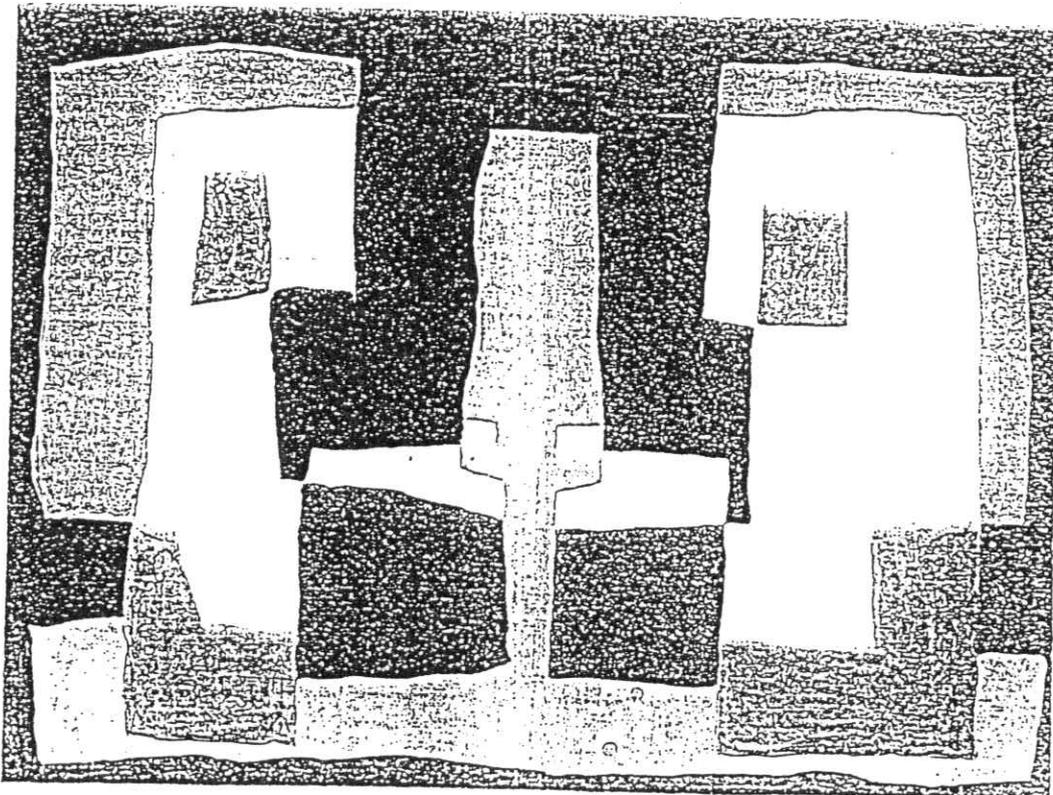
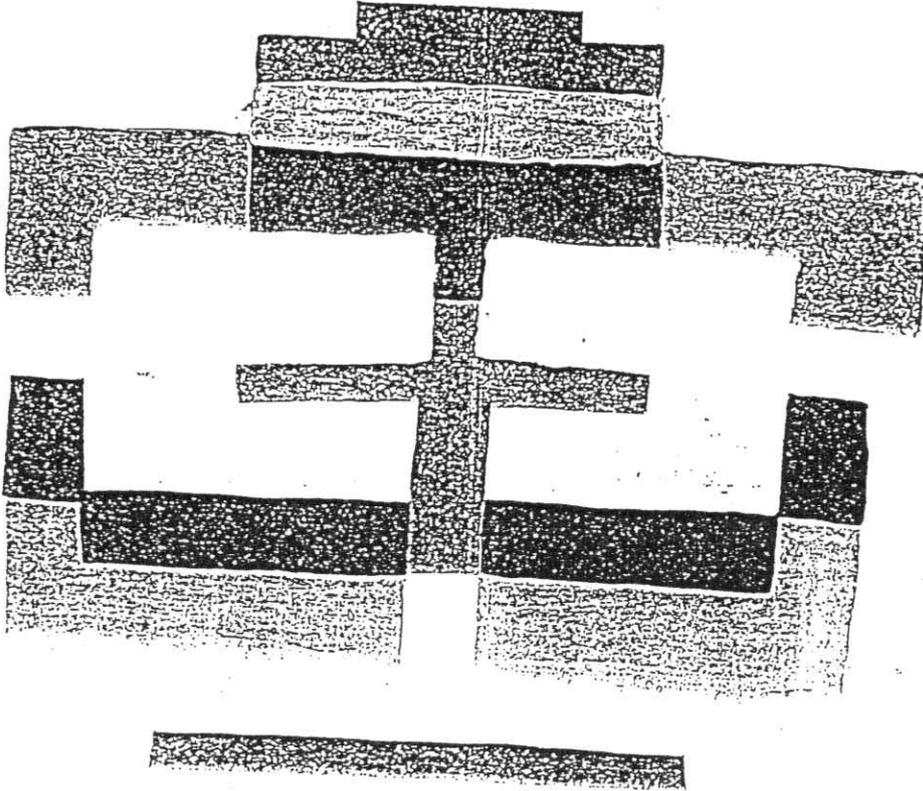


En relation avec le professeur de dessin:

NATURE ET SYMETRIE : taches de hasard de peinture (obtenues par pliage)  
et travail de structure en papier noir collé dessus .



SYMETRIE DE GESTE, SYMETRIE DE COULEUR : les tracés se font simultanément des deux mains .



### BILAN DES ACTIVITES

Au début de l'année, nous avons commencé notre recherche sur la symétrie qui a donc été utilisée et réinvestie toute l'année .

La symétrie a permis, entre autres, une évolution des constructions au compas, de faire quelques petits raisonnements.

Par ailleurs on aurait pu davantage réinvestir des connaissances (quadrilatères, triangles, aires....) que les enfants connaissent relativement bien en sortant du primaire et faire une mise au point .



COMMENTAIRE DES NEUF ENSEIGNANTS  
DU COLLEGE LA REINETIERE  
ayant participé au Suivi Scientifique

## §

L'équipe a travaillé dans une bonne ambiance, même si parfois on discutait fort ! Les échanges entre les collègues sont devenus plus nets, plus directs. On se remet davantage en question.

Même si certains travaillaient déjà ensemble, on constate maintenant une cohésion de toute l'équipe. Par rapport aux questions qu'on se pose, le travail en équipe a accéléré le processus de la réflexion.

On s'est donné le temps d'approfondir les programmes et les méthodes.

Cette concertation nous a amené à avoir plus de rigueur dans notre organisation :

- Quel est le matériel demandé aux élèves qui convient le mieux en fonction des nouvelles méthodes ? (pour les activités, les synthèses, les règles de calcul mental rencontrées tout au long de l'année...)

- Que fait-on écrire sur le cahier de cours ? Que photocopie-t-on ? Quel est le minimum indispensable ? Faut-il ne mettre qu'une généralisation ? Des exemples ? Cela dépend peut être de la réaction de la classe face à l'activité proposée ou de l'activité.

- Elle a eu des incidences sur les autres niveaux (en particulier à propos des synthèses),

Cependant,

- Les recherches d'activités n'ont pas toujours été assez approfondies.

- Dominant mal le programme, on a mal géré le temps entre les activités numériques et géométriques (on a tendance à approfondir les activités que le groupe est en train de travailler).

- Il aurait fallu prendre et avoir le temps de faire un bilan sur les activités ce qui n'a pas toujours été suffisamment fait.

- On travaillait de 17 h à 20 h, non idéal (conseil de classe, fatigue, raisons personnelles...), l'équipe n'était pas complète à toutes les séances.

- Le groupe était un peu important pour être efficace (digressions).

- Les évaluations n'ont pas toujours été suffisamment recherchées.

Malgré tout, les méthodes et les contenus de ces nouveaux programmes ont fait que tous nos élèves (faibles ou non) ont été actifs en classe, mais nous n'avons pas assez de recul pour savoir s'il y a un plus dans les acquisitions. Cette année, nous n'avons pas eu de reproches sur "les math modernes" seulement un peu de surprise de voir arriver sur le cahier de cours les définitions assez tard parfois.

On a expliqué qu'en cours d'activité on est en cours d'apprentissage et que la notion visée ne sera mise au point qu'au bilan. Mais certains de nos élèves ont réclamé des définitions en cours de travail d'où la nécessité d'un livre bien structuré ce qui a fait défaut à nos élèves cette année.

Pour mieux fonctionner l'an prochain :

Le groupe se réunira le jeudi 3 h et se partagera pendant 2 h.

- 1 groupe 6ème de collègues qui n'ont pas eu de 6èmes en 85-86 et qui en auront en 86-87 (mise au point, critiques d'activités, nouvelles activités, recherche de contrôle pour les 5èmes en fonction des objectifs fixés par le groupe de 5ème).

- 1 groupe 5ème de collègues qui suivent leurs 6èmes en 5ème (recherche d'activités (5è), de contrôles pour les 6èmes en fonctions des objectifs fixés par le groupe de 6ème).

puis 1 h de synthèse où l'équipe se réunira pour confronter les recherches et les critiquer.

ANNEXES

EXTRAIT DU PROGRAMME (SIXIEME)

1. Travaux géométriques

3. Dans le plan, transformation de figures par symétrie orthogonale par rapport à une droite, en exploitant des problèmes nécessitant des manipulations, des dessins et des mesures :
- Construction de l'image : d'un point, d'une figure simple.
  - Mise en évidence de la conservation des distances, de l'alignement, des angles et des aires.
  - Exemples d'utilisation de ces propriétés.
  - Construction d'axes de symétrie (médiatrice, bissectrice...).
  - Construction de triangles isocèles, de quadrilatères possédant des axes de symétrie (rectangles, losanges...).
  - Énoncé et utilisation de quelques propriétés.
  - Caractéristiques des figures précédentes.
-

### 1.3. DANS LE PLAN, TRANSFORMATION DE FIGURES PAR SYMÉTRIE ORTHOGONALE PAR RAPPORT À UNE DROITE

#### 1.3.1. Construction d'images, mais en évidence de conservations

L'effort portera d'abord sur un travail expérimental (pliage, papier calque) permettant d'obtenir un inventaire abondant de figures simples, à partir desquelles on déduira de façon progressive les propriétés conservées par la symétrie axiale, ces propriétés prenant alors naturellement le relief dans les programmes de constructions.

La symétrie axiale n'a ainsi, à aucun moment, à être présentée comme une application du plan dans lui-même. Suivant les cas, elle apparaît sous la forme :

- de l'action d'une symétrie axiale donnée sur une figure,
- de la présence d'un axe de symétrie dans une figure, c'est-à-dire d'une symétrie axiale la conservant.

#### 1.3.2. Construction de figures symétriques élémentaires et

Ces constructions partent de notions acquises à l'école élémentaire et aboutissent à des définitions plus élaborées et plus efficaces ; par exemple, on reconnaît qu'un triangle est isocèle à ce qu'il possède un axe de symétrie.

Des travaux permettront, sous la direction du professeur, de mettre en œuvre de brèves démonstrations déductives : ici aussi, on prendra garde de ne pas s'arrêter sur des propriétés perçues comme évidentes.

À travers les problèmes de construction d'une figure, les élèves seront initiés à quelques propriétés caractéristiques, mais ces propriétés ne sont pas exigibles. En outre, elles seront formulées à l'aide de deux énoncés séparés, par exemple : dans un triangle, les diagonales sont perpendiculaires et ont même milieu ; et deux segments de même milieu sont perpendiculaires, ce sont les diagonales d'un losange. La locution « propriétés caractéristiques » n'a pas à être employée.

#### COMPÉTENCES EXIGIBLES DES ÉLÈVES

- Construire la symétrique d'un point, d'une droite, d'un segment, d'une ligne polygonale, d'un cercle, sur l'axe de la symétrie coupe ou non la figure.
- Tracer la ou les axes de symétrie des figures suivantes : triangle isocèle, triangle équilatéral, losange, rectangle, carré.

#### énoncé de leurs propriétés

- Construire, par une méthode non imposée et sur papier blanc : la médiane d'un segment, la bissectrice d'un angle.
- Utiliser la symétrie axiale pour construire : un triangle isocèle, un losange, un rectangle, un carré.
- Relier les propriétés de la symétrie axiale à celles des figures du programme.

Toujours dans le cadre du suivi scientifique, d'autres travaux ont été faits par les mêmes équipes sur les thèmes suivants :

- FRACTIONS
- GESTION DE DONNEES
- GEOMETRIE DANS L'ESPACE
- REPRODUCTION DE FIGURES PLANES
- MAITRISE DE L'ESPACE ET DE SA REPRESENTATION .