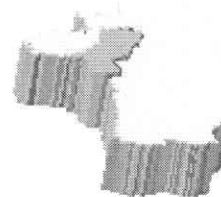


IREM

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES
DES PAYS DE LA LOIRE



NANTA IREMICA N° 21

Liaisons CM2 – 6^e

M. CHARLOT

1979

ISBN 2-86300-006-3

IREM de Nantes
Liaison CM2 - 6e.

Compte-rendu du travail effectué en 1976-77 et
1977-78 par le groupe "liaison CM2 - 6e" du Mans.

Ont participé à ce travail :

A. BOIS
B. CHARLOT
N. COHIN
L. DEMEYER
S. GASSET
J. GIRARD
R. GOUHIER
ML JUNGES
M. KERAVEC
C. LIZE
G. MEUNIER
J. PAUBERT
J. POISSON
C. PONTONNIER
A. PRILLEUX
J. PRUDHOMME
C. RODRIGUEZ
N. TRAVAILLARD
M. TREHIN
J. VOUILLE

NANTA-IREMICA N° 21

ISBN : 2-86300-006-3

TABLE DES MATIERES

Fonctionnement du groupe.....	p. 1
1 - Historique.....	p. 4
1 bis Les niveaux d'activité mathématiques.....	p. 5
2 - Description du matériel.....	p. 7
30 - Prise de contact avec le géoplan.....	p. 8
31 - Approche des notions d'Aire et de surface.....	p. 9
32 - Chemins sur quadrillage.....	p. 10
41 - Le géoplan au cours Moyen.....	p. 11
420 - Activité de classement en 6ème allégée.....	p. 14
421 - Approche des Notions de surface et d'Aire.....	p. 16
5 - Conclusions.....	p. 18
Les nombres décimaux.....	p. 19
1 - Introduction.....	p. 20
2 - Activités conduisant à la construction de codes à virgule.....	p. 20
3 - Activités conduisant à l'approche de la Notion de Nombre rationnel.....	p. 31
4 - Codes à virgule - Nombres rationnels décimaux.....	p. 33
5 - Une opération sur les nombres décimaux : la multiplication	p. 36
6 - Bibliographie.....	p. 40
Pour ne pas conclure.....	p. 41

FONCTIONNEMENT DU GROUPE

Le groupe CM2 - 6ème comprenait 8 PEGC, 5 instituteurs et un conseiller pédagogique de l'enseignement primaire. Il était animé par deux professeurs d'école normale, l'un enseignant en mathématiques et l'autre en psychopédagogie. Le groupe est resté stable puisqu'il n'y a eu que quatre changements entre la première et la seconde année, tous dûs à des causes institutionnelles. Les instituteurs étaient des directeurs d'école ou des maîtres d'application des écoles normales, c'est-à-dire des instituteurs bénéficiant de décharges de service de par leur fonction. L'inspection d'Académie de la Sarthe avait promis d'essayer de faire remplacer quelques instituteurs "de base", volontaires pour participer au groupe. Cette promesse n'a pas été tenue, sans doute en raison des difficultés de remplacement qui sévissent dans le primaire.

Le groupe a d'abord confronté les attentes réciproques des instituteurs et des enseignants de 6ème et étudié les programmes de CM2 et de 6ème. Ce travail a permis de définir une problématique sous forme de trois questions :

- Comment articuler les notions mathématiques étudiées en CM2 et en 6ème ?
Axe notionnel.
- Comment établir une continuité méthodologique dans l'apprentissage entre CM2 et 6ème ? Axe méthodologique.
- Comment définir ce qui doit être acquis dès le CM2, ce qui peut n'être qu'abordé en CM2 et ce qui peut attendre la 6ème ? Problème des niveaux d'apprentissage.

Le groupe a décidé de centrer son travail de la première année sur l'axe méthodologique. Partir des notions ou des niveaux, c'était en effet opérer implicitement un choix méthodologique contestable, en supposant que l'articulation logique et chronologique des notions devait constituer le fondement du processus d'apprentissage. Stagiaires et animateurs pensaient au contraire que le problème du rapport de l'enfant aux mathématiques à travers le processus d'apprentissage, problème trop souvent négligé, était aussi important qu'une détermination logique et chronologique de notions à acquérir. La continuité méthodologique entre CM2 et 6ème est même apparue d'autant plus importante que les élèves doivent déjà s'adapter en 6ème à d'autres modes de fonctionnement institutionnel (passage d'un instituteur à plusieurs professeurs).

Cette différence institutionnelle s'est immédiatement fait sentir dans le groupe lui-même lorsqu'il a abordé le problème méthodologique. Certains instituteurs essayaient de pratiquer dans leur classe une méthode de recherche active, de travail de groupe et d'élaboration progressive des notions à partir des travaux des enfants. Les enseignants de 6ème adhéraient à cette option pédagogique mais voyaient mal comment la mettre en pratique compte tenu de leur programme et de leurs conditions institutionnelles de travail. La recherche de situations pédagogiques et d'outils de travail permettant d'approfondir la réflexion sur cette méthode et de l'expérimenter aussi bien en 6ème qu'en CM2 est donc devenue la tâche centrale du groupe pendant ces deux ans de fonctionnement.

L'expérimentation de cette méthode s'est faite d'abord au sein du groupe lui-même, qui a travaillé par recherche active et collective et élaboration progressive de situations pédagogiques. Des séquences d'activité, préparées en groupe, étaient ensuite mises en pratique dans leur classe par certains membres du groupe. Ceux-ci présentaient

un compte-rendu à l'ensemble du groupe, qui confrontait les résultats obtenus dans les classes, analysait les difficultés rencontrées et cherchait des solutions. Afin de mieux assurer ces allers et retours entre pratique et théorie, les stagiaires se sont rendus en 76-77 dans des classes de CM2 et de 6ème tenues par d'autres stagiaires. Quelques analyses collectives de pratiques ont également pu être menées grâce à l'utilisation d'enregistrements sur magnétoSCOPE.

Le travail de la première année, centré sur la géométrie, a permis d'approfondir l'option méthodologique du groupe, de définir quelques situations pédagogiques et d'explorer les utilisations possibles du géoplan. Durant la 2ème année, le groupe a abordé le problème de la numération, et plus particulièrement des rationnels et des décimaux.

Le travail du groupe, exposé dans ce document, est incomplet et inachevé. Ce document doit servir de base à un approfondissement, à une poursuite et à une critique de la recherche. Il ne doit en aucun cas être considéré comme un exposé définitif, et encore moins comme un document normatif.

En 1978-79, deux nouveaux groupes travailleront à partir des résultats obtenus. Un groupe liaison CM2 - 6ème, animé par un PEGC et un conseiller pédagogique qui ont participé au groupe précédent, complètera et approfondira les résultats déjà obtenus. Un groupe pris en charge par **les deux animateurs** du groupe précédent entreprendra une recherche sur "le travail en groupes en mathématiques, en CM2, 6ème et 5ème.

La géométrie du CM à la 6e.

PLAN.

1. Historique de notre recherche.
- 1 bis. Niveaux d'activité mathématique.
2. Description du matériel.
3. Tableaux - Thèmes - Acquisitions.
 30. Prise de contact avec le GEOPLAN.
 31. Approche des notions Surface . Aire.
 32. Chemins sur quadrillages.
4. Compte-rendus de leçons.
 41. En CM2 ; prise de contact.
 42. En 6e 
 420. Classement de figures
 421. Notions de surface et d'Aire.
5. Conclusions.

1. HISTORIQUE

Les stagiaires du groupe ont commencé par confronter leurs méthodes sur un sujet conjointement étudié en CM et en 6e ; ce sujet était :

" Etude d'objets géométriques... "

Remarque 1 : l'intitulé exact des programmes avant 78.

- au CM : Exercices d'observation et travaux sur des objets géométriques.
- en 6e : Etude d'objets géométriques et physiques donnant lieu à mesures.

C'est alors que nous nous sommes aperçus d'un hiatus complet sur les plans tant méthodologique que notionnel.

- A l'école primaire les élèves observent des objets usuels (tuyaux ; cubes ; boîtes...) ; ils étudient les surfaces extérieures puis "en cascade" les polygones , les droites, le point...
- En 6e ; à l'image de beaucoup de manuels (même récents) les maîtres partent du point pour construire un segment dans un plan hypothétique (le plan du tableau, de la feuille...) ; puis demi-droite, droite...

Faut-il donc partir d'un matériel concret ou d'une présentation des notions abstraites ? Le groupe s'est aperçu qu'ainsi posée la question est insoluble, parce que mal posée. Une réflexion sur les niveaux d'activité mathématique (cf. ci-dessous) a conduit à l'idée que l'important n'était pas le "concret" ou "l'abstrait", mais la structuration mathématique d'une situation donnée à partir d'activités pédagogiques dont l'enseignant maîtrise clairement les finalités.

Comment aboutir à cette structuration mathématique ? Par quelles activités, en CM et en 6ème ? Le groupe a étudié la méthode de travail utilisée par une institutrice du groupe, il a visionné le film RTS "Du cube au carré", il a lu "Mathématique à l'école élémentaire" de Wheeler et "Six thèmes pour six semaines" du CEDIC et il a réfléchi sur l'utilisation possible des quadrillages. Ce travail de réflexion et de documentation a conduit le groupe à choisir le géoplan pour explorer les activités pédagogiques de structuration mathématique dans l'étude de la géométrie en CM et en 6ème.

"1 bis" LES NIVEAUX D'ACTIVITE MATHEMATIQUE.

Quand un enseignant essaie, en mathématiques, de remplacer la traditionnelle séquence "leçon suivie d'exercices d'application" par une méthode de recherche active à partir de matériel, il est rapidement amené à se demander à quel moment exactement il fait vraiment des mathématiques. Les élèves, individuellement ou en groupe, manipulent le matériel, jouent parfois avec dans des démarches plus esthétiques ou ludiques que mathématiques, tâtonnent, se trompent, etc. L'enseignant se demande alors s'il n'est pas en train de gaspiller un temps qui lui est précieux pour finir le programme et s'il ne serait pas préférable de présenter d'emblée la leçon. Inversement, quand un enseignant présente aux élèves une leçon sur les systèmes de mesure, il se demande parfois si la connaissance des litres et des décilitres, des kilogrammes et des quintaux, relève des mathématiques ou des activités d'éveil. La vieille question philosophique "qu'est-ce que faire des mathématiques ?" devient alors une question de pratique pédagogique.

En fait, il importe peu de savoir si, à un moment déterminé du processus d'apprentissage mathématique, on fait ou non des mathématiques. Par contre, il est essentiel de comprendre à quel niveau d'activité mathématique on se situe, afin d'organiser de façon cohérente la démarche d'apprentissage. Si l'on ne comprend pas comment s'articulent les niveaux d'activité mathématique, on risque d'être victime de deux erreurs symétriques. Ou bien on confond mathématique et manipulation, voire bricolage, en croyant que toute "activité concrète" de l'élève a une valeur d'apprentissage. Ou bien on confond apprentissage des mathématiques et enseignement des mathématiques, en croyant que l'exposé didactique du maître vaut apprentissage par l'élève.

Le tableau ci-dessous propose un repérage des niveaux d'activité mathématique. Il a été construit en fonction d'un principe épistémologique qui dépasse le cadre des mathématiques : savoir, c'est être capable de structurer une situation donnée en y introduisant des relations et maîtriser consciemment le système de relations ainsi produit.

Tout apprentissage mathématique doit donc partir d'une situation. Cette situation peut être "concrète" (problème familier, matériel) ou "abstraite" selon les niveaux d'enseignement et les objectifs. L'essentiel ne réside pas dans le caractère concret ou abstrait de la situation, mais dans le fait que cette situation initiale soit parfaitement comprise par l'élève et qu'elle fasse problème. Ou bien la situation initiale fait problème d'elle-même (situation rencontrée en classe ou dans la vie quotidienne ou situation proposée par le maître). Ou bien elle est problématisée (les élèves construisent des figures sur le géoplan et on se demande ensuite comment les comparer).

A partir de cette situation - problème, on cherche à construire des relations (des procédures, des règles) qui permettent de résoudre le problème posé. Les niveaux d'activité mathématique se définissent en fonction du statut évolutif de la règle mathématique au cours de la démarche d'apprentissage.

Au premier niveau, il n'y a pas de règle, au sens mathématique du terme, mais une activité réglée : la situation, ou le matériel, rend possible certaines activités. Ainsi, avec le géoplan, on peut faire certaines choses (compter les pointes, disposer les élastiques, etc.), à l'exclusion de certaines autres (trouver le nord par exemple).

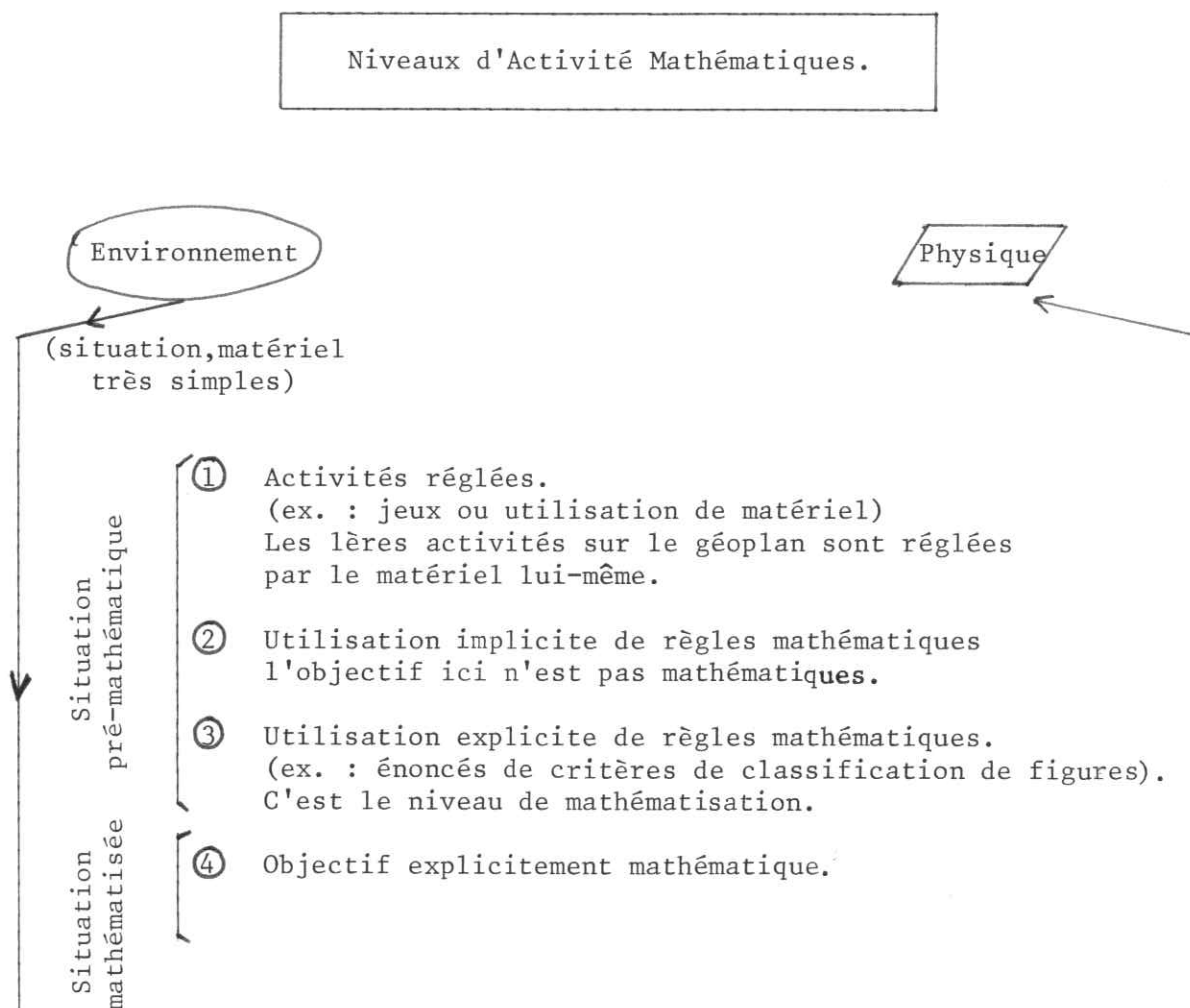
.../...

Au second niveau, on utilise des règles mathématiques, mais seulement implicitement. Ainsi, l'élève qui dispose les élastiques pour représenter un voilier peut utiliser implicitement les règles de symétrie.

Au troisième niveau, on utilise explicitement des règles mathématiques, qui acquièrent ainsi le statut de relations. Ainsi, on compare les figures en utilisant le nombre de sommets ou la longueur des côtés comme critère.

Enfin, au quatrième niveau, on étudie pour elles-mêmes les relations d'abord utilisées comme instruments. Ainsi, on étudie les propriétés des figures ayant n côtés (étude qui constitue d'ailleurs une situation-problème pouvant être explorée elle aussi avec le géoplan, dans un second moment de la démarche pédagogique).

Cette classification des niveaux d'activité mathématique montre l'ambiguïté de la notion de "concret". Le "concret", c'est à la fois l'environnement de l'élève, non structuré mathématiquement, et la réalité décrite par le physicien, entièrement structurée. Si l'apprentissage mathématique part du concret, c'est pour le nier dans son caractère concret et le structurer en y introduisant des relations.

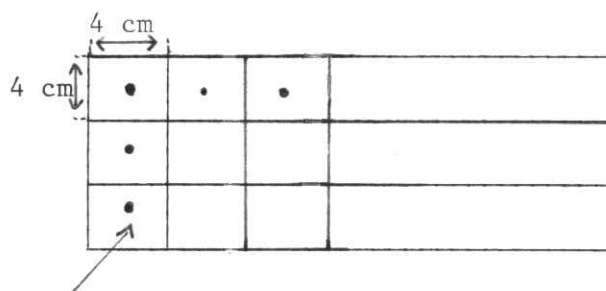


2. DESCRIPTION DU MATERIEL

21. Nous n'avons que peu modifié le matériel présenté par Wheeler.

Il se compose :

- d'une planche de 30 (cm) x 30 (cm) et d'environ 10 mm d'épaisseur, coller une feuille polycopiée reproduisant le quadrillage ci-dessous :



emplacement des clous (au centre de chaque carré).

- des élastiques (petits et grands).

22. Remarques.

- Il est possible de laisser l'emplacement de certaines pointes en blanc ; les élèves trouveront des propriétés pour les placer (alignement - mesures...).
- La planche peut être plus grande que la feuille, ou non carrée afin de ne pas bloquer l'enfant sur l'idée d'un plan fini et forcément quadrillé
- Il est possible d'imaginer des "géoplans" sur Isorel perforé ; les pointes étant remplacées par des chevilles ; ce matériel permettrait d'utiliser des quadrillages non orthonormés.

30. Prise de Contact avec le Géoplan.

Thème	Activités	Niveau d'Activité Mathématique	Acquisition	
			CM	6e
" Figures libres en utilisant le matériel "	- activités libres avec élastiques et géoplan.	Activité réglée par le matériel	X	X
	- faire une figure : $\begin{matrix} \text{fermée} \\ \text{ouverte} \end{matrix}$	Activité réglée	X	X
	- faire une figure et la reproduire sur un autre géoplan.	Utilisation implicite de règles mathématiques. → repérage "gestuel".	X	
	- faire une figure sur un géoplan. 1/ La décrire à ses camarades. 2/ La reproduire sur feuille quadrillée.	Utilisation implicite de règles mathématiques. → repérage par rapport aux bords ; à une pointe précise.	X	X
	- vocabulaire lié à ces activités : . TOPOLOGIE . SOMMET, COTE . DEPLACEMENTS	→ Niveau 3	X X	X
	- classement libre ; recherche du critère de classement.	→ Niveau 3		
	Enoncé du critère : vocabulaire (Convexité, secteur angulaire ; rentrant, saillant ; côté ; polygone ; périmètre..)	Niveau 3	X	X
	A partir d'un critère : classement ; rangement. (perpendiculaire ; symétrie) translation	Niveau 4	X	X

Remarques :

- (1) C'est ici que survient la confusion entre carreau - longueur, et carreau - aire.
- (2) Cette proposition de recherche intéresse les enfants parce qu'elle les libère de formules imposées par le professeur.

32. Chemins sur quadrillage.

Thème	Activités	Niveau d'Activité Mathématique	CM	6e
Chemins sur quadrillages.	- chemins libres.	Activité réglée	X	
	- Aller d'une pointe à une autre en suivant le quadrillage (?).	Activité réglée	X	X
	- description d'un chemin	Utilisation explicite de règles mathématiques : codage - repérage	X	X
	- reproduire un chemin sur une feuille quadrillée (de la grandeur du géoplan).	Niveau 3	/	X
	- recherche de chemins qui partent d'un même point et arrivent au même point.	Niveau 2 ou 1	X	
	- recherche sur les codages de "chemins équivalents". découverte de propriétés	Objectif explicitement mathématique Addition sur $\mathbb{Z}^{gd}$ ou $\mathbb{Z}^{bh}$		X
	- activités de rangements sur les "chemins équivalents" → longueur du chemin. → chemins plus courts → nombre associé → distance	Niveau 3	X	X
	- recherche de tous les "chemins les plus courts" d'un point à un autre : → arbres → triangle de Pascal (vérifications).	Niveau 3	X	
		Niveau 4		X
	- connaissant le point de départ ; le codage du chemin recherche du point d'arrivée (6e(?) ; 5e). → addition sur $\mathbb{Z}$.	Niveau 4 (sûr).		X
	- une autre équivalence entre chemins : "2 chemins sont équivalents si ils ont même codage". L'étude des points de départ et d'arrivée permet d'approcher : - parallélisme-direction - bi point-vecteurs - translations-vecteurs directeurs...	Niveau 4		X en 5 et en 4

Remarque :

Cette étude peut très bien être faite sans le géoplan. Mais le géoplan devient vite un outil mathématique pour l'enfant et comme il lui plaît.

41. Le Géoplan au Cours Moyen.

-Classe de Mme Poisson - Neuvillalais

CM1 de 19 élèves (4 groupes de 4 et 1 groupe de 3)

MATERIEL

Chaque élève dispose d'un géoplan et de colliers de caoutchouc de différentes couleurs.

DEROULEMENT DE LA SEANCE

1ère Etape : prise de contact avec le Géoplan.

Activités libres : sur le géoplan qu'on découvre. Les élèves commencent par construire des figures "connues" (carré - triangle - rectangle...).

Puis, très vite on "fait un dessin", on imagine des figures plus complexes :

- maison,
- étoile,
- moulin à vent...

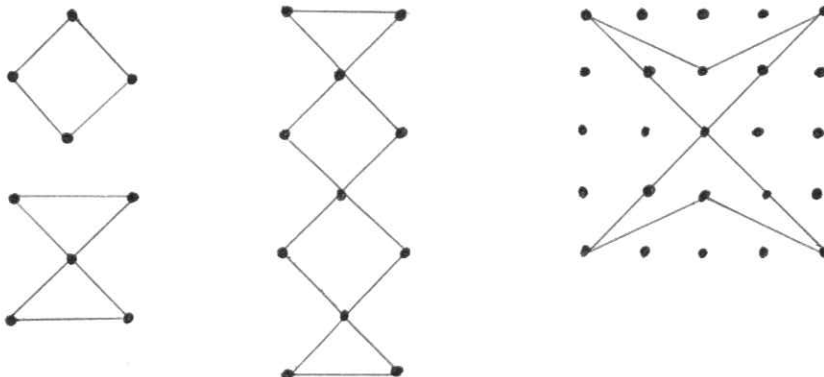
Remarques :

- les élèves rejettent les figures non symétriques qui "ne sont pas belles"
- on essaie d'occuper tout l'espace du géoplan,
- des figures très variées apparaissent sur les géoplans (polygones convexes - non convexes, croisés).

2ème Etape.

On garde un seul géoplan par groupe et un seul élastique et la Maîtresse demande de "fabriquer une figure".

Aussitôt les enfants recherchent des figures complexes.



Remarques :

- Pour tous les élèves, une figure n'est semblable à une autre que si elle est située au même endroit sur le géoplan.
- Pour présenter les figures on compte les pointes inoccupées et surtout à l'extérieur du polygone.
- La terminologie acquise au cours des leçons traditionnelles est souvent mal réutilisée : on parle des "faces du carré" , des "arêtes du carré"..
- Il semble que l'utilisation du géoplan permet d'assimiler les notions. malgré un travail apparemment plus lent.

5ème Etape.

Par deux, les élèves reproduisent les figures sur les feuilles quadrillées. Chacun s'efforce de dessiner sa figure au "même endroit" sur le quadrillage. On affiche les dessins et chaque groupe présente sa figure.

Prolongements : découverte de l'axe de symétrie puis du centre de symétrie.

Dans le cadre d'activités libres, à partir de l'examen de différents dessins, les élèves ont découvert l'axe de symétrie des figures, puis sont parvenus à la notion de centre de symétrie.

420 - Activité de Classement en 6e allégée.
(24 élèves)

SEANCE DE TRAVAIL MANUEL

Construction du géoplan par les élèves.

SEANCE DE MATHEMATIQUES

Matériel utilisé : géoplan et élastique.

1. Recherche libre individuelle.

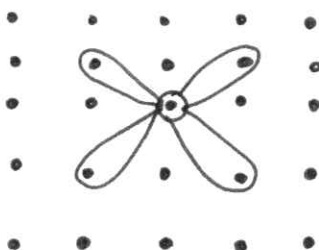
Un géoplan et 3 élastiques par élève.

- en "jouant" les élèves ont construit : maison, bateaux à voile, et figures diverses. On remarque une grande variété dans les constructions, qui sont de plus en plus élaborées (éveil de la créativité et de l'esthétique).

2. Reproduction d'une figure créée.

- . Construction d'une figure par groupe de deux élèves. Le 2e géoplan reste libre.
- . Echange de figures avec le groupe voisin et reproduction par celui-ci de la figure reçue.

- Reproduction aisée dans les groupes sauf pour un. La figure proposée et obtenue avec un seul élastique posant problème.



- . Contrôle du résultat par un nouvel échange.
- . Attribuer un même numéro à l'original et à sa reproduction.

3. Activité de classement.

. Séparer les élèves et les géoplan en deux groupes, chacun ayant 12 figures différentes.

. Comparaison et classement des figures par les élèves sans indication de critères de la part du professeur.

Un élève-secrétaire prend note des résultats obtenus.

Résultats

G_1	G_2
① Nombre de pointes qui "touchent" l'élastique.	① Nombre de pointes qui "touchent" l'élastique.
② Nombre de pointes à "l'intérieur".	② Nombre de pointes à l'intérieur
③ Nombre de côtés .	③ Nombre de côtés.
	④ Nombre de sommets.
	⑤ Nombre de pointes à l'extérieur.

Dans la recherche des critères de classement, les enfants ont surtout rencontré des problèmes d'expression orale.

4. Mise en commun des résultats.

. Enoncé du critère retenu dans un groupe. Critique et nouvelle expression corrigée.

. Comparaison des résultats.

. Exploitation des erreurs :

nombre de côtés de la figure ci-contre (l'élastique)



. Relation entre les critères : nombre de sommets = nombre de côtés.
 nombre de pointes à l'extérieur = nombre total - (intérieur + frontière)

- Un élève a découvert la stratégie de calcul, les résultats d'ensemble sont inscrits dans un tableau par un élève.

Remarques :

1 - Le cours aurait été prolongé d'un quart d'heure avec profit, le tableau récapitulatif ayant été mis au point à la hâte.

2 - Les objectifs atteints sont de trois sortes :

- a - formation mathématique : activité de classement, rigueur de l'expression des critères retenus, découverte de stratégie de calcul.
- b - vocabulaire propre aux polygones : frontières - intérieur - extérieur - sommets - côtés - la notion de convexité n'a pas été abordée au cours de cette séance.
- c - mise en éveil de la créativité : travail de groupe intéressant et fructueux ; participation active et motivée des élèves.

3 - Le géoplan offre d'autres possibilités d'exploitation et de nombreuses suites à la leçon du jour.

421 - Approche des Notions de Surface et d'Aire.
(en classe de 6e)

Les élèves sont par groupes.

1. Chaque groupe réalise sur son géoplan une figure fermée.
2. Un des élèves du groupe présente cette figure à la classe :

- nombre de côtés	}	critères déjà trouvés précédemment.
- angles particuliers		
- convexité		
- symétrie		
- longueur du périmètre...		

3.

Ou ils pensent à un nouveau critère.
Ou on impose un niveau critère.

|| "Classons les suivant la place qu'ils occupent sur le géoplan".

"La formulation de ce critère peut être améliorée !!"

4. Pour favoriser ce classement et permettre une recherche par groupe ; leur demander de reproduire leur figure en n exemplaires (n = nombre de groupes).
5. Redistribuer à chaque groupe ($n - 1$) reproductions.
6. Faire colorier par chaque groupe les n figures. Ce coloriage permet l'approche de la notion de surface : "portion du plan".
7. Le critère s'affine alors :

"Quelle est la plus grande SURFACE coloriée" ?

8. Notre rôle est alors d'aller de groupe en groupe étudier la stratégie utilisée pour voir si elle permet de résoudre le problème posé.

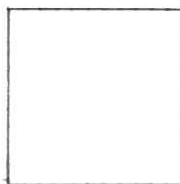
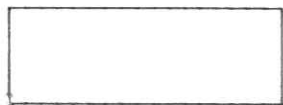
Voici ce que j'ai vu dans mes groupes :

- a - Classement par transparence : permet un pré-classement mais est souvent limité par les "bouts" qui dépassent. Cette méthode est souvent améliorée par découpage et recouvrement. Elle permet d'approcher la notion d'aire mais non celle de mesure d'aire avec une unité.
- b - Classement par nombre de pointes :
 - pointes intérieures,
 - pointes sur le pourtour.

Il est nécessaire de montrer que 2 figures ayant même nombre de pointes intérieures n'occupent pas la même place. Cette méthode bien que n'aboutissant pas ne doit pas être négligée puisqu'elle permettra peut-être de motiver la recherche de la formule de Pick.

- c - Malgré l'échec des mesures par pointes du pourtour, certains mesurent en cm le périmètre.

On peut montrer avec le géoplan que périmètre et "place occupée" ne sont pas équivalents.



même périmètre.

- d - Comptage de carreaux : retrouver dans la figure coloriée des "carreaux entiers" ; puis regrouper des morceaux de figures et compter les carreaux.

α/ à ce niveau de la recherche, il est bon (je crois) de favoriser les regroupements par figures simples :
- un triangle → demi rectangle,
- un parallélogramme → rectangle

β/ dans une seconde aide, je me suis souvent amusé à intriguer les enfants en leur donnant leur nombre de carreaux en comptant estensiblement les pointes du géoplan.

{ Moi, je connaissais une formule mais je leur promettais de la leur faire découvrir ou tout au moins vérifier.

Il est nécessaire de conclure sur :

- 1) les méthodes utilisées,
- 2) à un polygone on peut "accrocher" un nombre qui sera appelé mesure de l'aire.

Il faut ajouter qu'une heure semble un peu court pour pouvoir conclure avant la fin des 50 minutes.

La notion d'aire, d'unité d'aire semble acquise.

Cependant, il me paraît nécessaire de refaire l'approche de la notion d'aire par un autre moyen. Par exemple :

- on donne 16 "carreaux" découpés aux groupes ; il faut qu'il construise : un carré ou un rectangle ; un losange ; un parallélogramme...

5. CONCLUSIONS

51. Le géoplan :

CREATIVITE { - permet la fabrication de figures libres, toujours nouvelles.
 - une grande motivation pour la recherche.
 - donne à l'enfant une "connaissance gestuelle" du plan.

Mais les figures engendrées ~~sont~~ vite modifiées ou détruites.

52. Certaines notions pourront être étudiées sans l'utilisation du géoplan.

53. Il nous reste à étudier les approches du cercle, de figures rondes par d'autres moyens.

54. La géométrie, depuis quelques temps délaissée à tout niveau, doit reprendre sa place tant à l'école primaire que dans le 1er cycle.
C'est pourquoi nous pensons que l'utilisation du géoplan permet une bonne appréhension du plan dans son ensemble puis des points, des droites...

520. L'étude des isométries du plan serait intéressante à faire par l'intermédiaire du GEOPLAN.

Les nombres décimaux.

PLAN.

1. Introduction.
2. Activités conduisant à la construction de Codes à virgule.
 - 2.1 Situations d'Intercalation.
 211. Situations "type dictionnaire".
 212. Situations du "classeur".
 213. Situations type "étapes sur un itinéraire" et Intercalation d'étapes Intermédiaires.
Compte rendu d'une leçon réalisée en classe de CM.
 214. Utilisation de cartes perforées.
 215. Calcul de moyennes.
 - 2.2 Situations d'encadrement. Repérage et Codes à virgule.
Compte rendu d'une leçon réalisée en classe de CM (Codes à virgule et pratique de la mesure).
3. Activités conduisant à l'approche de la notion de Nombre rationnel.
Utilisation des situations de proportionnalité.
 - 3.1 Pourquoi ?
 - 3.2 Comment ?
Description d'une activité réalisée en classe de 6e.
4. Codes à virgule et Nombres rationnels décimaux.
5. Une opération sur les nombres décimaux : la multiplication.
6. Bibliographie.

1. INTRODUCTION.

La première phase du travail sur ce thème a consisté en un échange, une confrontation des différentes pratiques pédagogiques ainsi que des différents objectifs notionnels envisagés tant en CM qu'en 6e.

L'analyse menée à partir de ces expériences a révélé qu'une des difficultés, dans l'étude des nombres décimaux, était de lier ECRITURE d'un nombre décimal [CODE à virgule] à un SIGNIFIANT mathématique [NOMBRE à virgule].

Le travail s'est alors orienté dans 2 directions :

- Recherche d'activités conduisant à la production de codes à virgule ou à l'utilisation des codes à virgule.
- Recherche d'activités conduisant à l'approche des nombres rationnels (le point de départ de cette recherche ayant été le visionnement du film de la RTS : "Une approche sur les nombres décimaux"), avec en outre, la recherche d'activités permettant la liaison codes à virgule - nombres décimaux qui sera fondée sur le rapprochement codes à virgule - écriture des nombres rationnels décimaux.

2. ACTIVITES CONDUISANT A LA CONSTRUCTION DE CODES A VIRGULE.

2.1 Situation d'intercalation.

L'objectif de ces activités est de montrer qu'entre 2 nombres naturels, on peut introduire de nouveaux nombres. [A ce niveau là, ces nombres ne seront appréhendés que dans leur écriture (codes à virgule)].

2.1.1 Situations type "dictionnaire".

Exemple 1 : Dans une classe, chacun des enfants écrit son prénom, sur une fiche. Quelques unes de ces fiches sont collectées et rangées selon l'ordre alphabétique des prénoms.

- Les autres enfants doivent placer leur fiche en respectant l'ordre alphabétique.
- Chercher d'autres prénoms à intercaler.
- On choisit un intervalle, trouver des prénoms se situant dans cet intervalle.

Exemple 2 : On se donne 3 lettres a - b - c et une consigne : fabriquer des assemblages avec 1, 2 ou 3 lettres chacune pouvant être utilisée 0, 1, 2 ou 3 fois. Le problème suivant consiste à ranger les "mots" selon l'ordre alphabétique ; ou à intercaler les mots construits dans les intervalles résultant de l'ordonnance des lettres a, b, c. (cf exercice précédent).

Remarque : ordre du dictionnaire et ordre sur les nombres.

- Reprenons l'exemple 2, formons tous les mots, rangons les en respectant l'ordre du dictionnaire. On obtient :

[a], aa, aaa aab aac ab aba abb abc ac aca acb acc [b] ba...

- Essayons une comparaison avec l'ordre sur $\mathbb{N}$ en remplaçant a, b, c par 1, 2, 3. On obtiendrait :

11, 111, 112 113 12 121 122 123 13 131...

L'ordre du dictionnaire et l'ordre sur $\mathbb{N}$ sont différents ; en effet pour les nombres naturels la "longueur" du nombre prévaut sur l'ordre des chiffres qui le compose alors que pour les mots l'ordre des lettres dans le mot prévaut sur la longueur du mot.

- Tentons maintenant une comparaison avec l'ordre des décimaux en "séparant" la 1ère lettre des suivantes.

a a,a - a,aa - a,ab - a,ac - a,b - a,ba - a,bb - a,bc - a,c - a,ca - a,cb - a,cc - **b** ...

Et comme précédemment remplaçons a, b, c par 1, 2, 3. On obtient :

1,1 - 1,11 - 1,12 - 1,13 - 1,2 - 1,21 - 1,22 - 1,23 - 1,3...

Apparemment, cet ordre est l'ordre des décimaux. Mais on retrouve le problème précédent si la partie entière est composée de plusieurs chiffres d'une part et d'autre part on ne peut pas toujours fabriquer un code s'intercalant entre 2 codes déjà construits par exemple aucun mot ne peut s'intercaler entre a,a et a,aa.

- En conséquence, ces activités relevant de l'intercalation et du rangement selon l'ordre du dictionnaire ne pourront conduire à un travail sur les nombres.

Toutefois elles mettent en jeu des pratiques que l'on retrouvera lors de la construction des nombres décimaux.

Par exemple pour : - comprendre qu'on peut intercaler d'autres nombres entre les nombres naturels.
- comparer des nombres décimaux.

2.1.2 Situation du classeur.

Dans un classeur, les chapitres sont marqués par des fiches cartonnées ou feuilles de plastique numérotées 1 - 2 - 3 - 4 - 5.

Dans chaque chapitre, on travaille sur des feuilles de couleur. Comment les coder ?

Propositions éventuelles : a, b, c... ou 1, 2, 3... Ce qui donnerait pour une feuille du 3e chapitre $3b$ ou 3_2 par exemple.

On introduit de nouveaux renseignements sur le sujet de la fiche 3_2 . On intercale des feuilles blanches. Comment les coder ?

par exemple $3/_{2.1}$, $3/_{2.2}$, $3/_{2.3}$

- Comment retrouver la feuille $1/_{2.7}$?

- Comment coder une ou plusieurs feuilles blanches intercalées entre d'autres feuilles $2/_{4.5}$ et $2/_{4.6}$?

Remarques.

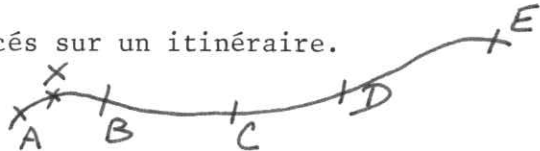
- Le codage $2/_{4.5.1}$, $2/_{4.5.2}$ correspondant à des feuilles intercalées entre les feuilles $2/_{4.5}$ et $2/_{4.6}$ peut conduire à coder $2/_{4.5.0}$ la feuille déjà marquée $2/_{4.5}$.
- Cette situation peut conduire à écrire un nombre de 2 chiffres pour tel ou tel repérage : $2/_{4.5.11}$ par exemple.

2.1.3. Situations du type "étapes sur un itinéraire et intercalation d'étapes intermédiaires".

Ces situations sont soutenues par une représentation de type continu (ligne pour représenter l'itinéraire, à un autre niveau droite représentant les nombres réels).

a) Des repères fixes sont placés sur un itinéraire.

Niveau 1 :



- Codage d'étapes intermédiaires (X),
- Codage quelconque,
- Codage qui permette un repérage (on peut par exemple exploiter que X est entre A et B et utiliser dans le codage de ce point le fait que X est juste après A ou juste avant B),
- Codage qui permette un repérage et codage le plus simple possible (utilisation d'un seul nouveau symbole.

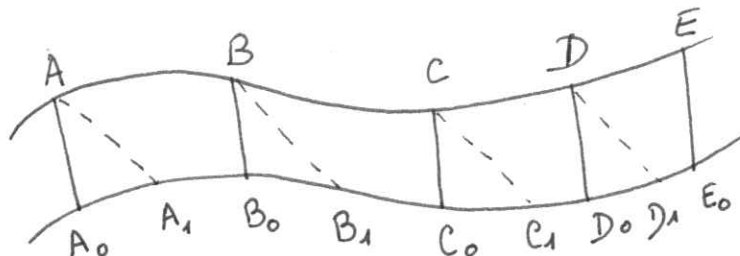
$A_1 ; B_1 ; C_1 ; D_1$

Niveau 2 :

- Codage quelconque, exemple : $A_2, B_2 \dots$
- Ce codage ne permet pas un repérage facile (difficulté pour ranger les codes) Ce problème ne peut être réglé sans l'introduction du zéro.

Retour au niveau 1.

- Codage des points du niveau 1 par des codes de "longueur 2".



Reprise du niveau 2.

.....

b) Compte-rendu d'une leçon réalisée en classe de CM.

A - APPROCHE

1) Le but du travail.

A partir de repères déjà codés, trouver un système de codage de points intercalés :

- entre ces repères,
- entre des points nouvellement codés.

Ce système doit répondre à un triple impératif :

- être illimité (on peut intercaler autant de fois que l'on veut.),
- chaque code correspond à 1 point et à 1 seul,
- la lecture du code doit donner la place immédiate du point.

Soit : Quel code pour ce point ?

Voici un code, où est le point ?

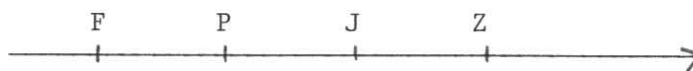
2) La méthode.

a - On code les repères fixes.

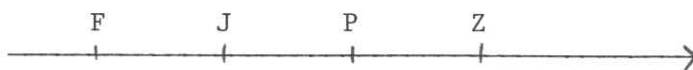
Un jeu : un élève sort du groupe, d'autres se placent sur un itinéraire orienté et se codent. Puis, ils quittent leur place, l'élève rentre et à la lecture du code doit les remettre à leur place.

Déroulement :

- les 4 élèves se codent au hasard :



- Ils sont replacés ainsi :



- Discussion

Ils ne sont pas à leur place.

L'élève : "Je les ai placés en respectant l'ordre alphabétique".

Le groupe : "Si on ne suit pas un ordre dans le codage, on ne pourra pas retrouver la place de chacun".

On décide de suivre l'ordre alphabétique. On essaie, cela réussit pour tous. Et si on était plus de 26 ?

Il faut trouver un autre codage des repères fixes.

On essaie un nouveau code : les éléments de N en respectant l'ordre des entiers naturels. On essaie. Cela marche. On décide. On code les objets 1, 2, 3, ...

b - On intercale.

1° niveau

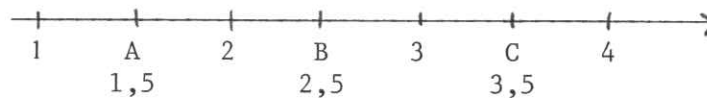
Problème :



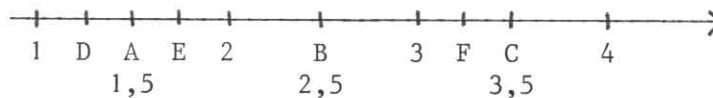
Comment coder A, B, C.

Proposition immédiate : A 1,5 - B 2,5 - C 3,5

A ce stade, on entre en classe et on travaille ensemble (12 élèves) sur un itinéraire. Les repères sont dessinés, les points intercalés sont des cartons fixés par des épingles et portant leur code (J'utilise des couleurs).



Je complique :



Coder les points D, E, F.

Proposition D 1,3 - E 1,8 - F 3,2

Question : Combien pourra-t-on placer de points codés ainsi entre 1 et 2 ?

R : 9. On les appelle 1,1 1, 2 1,8 1,9

Question : Et après 2 ?

Proposition : 2,11 ; puis cette proposition est repoussée :

pour 2,1 2,2..... 2,9

Et entre 3 et 4

3,1 3,2 3,9

On analyse l'écriture du code.

Tout point placé entre 1 et 2 s'écrit 1,. ; (. de 1 à 9).

On peut écrire ainsi 9 codes.

Contrôle.

Je déplace tous les cartons 1,1 à 1,9 2,1 2,7 2,8 et j'en prépare d'autres : 3,2 3,7 3,8 4,2.

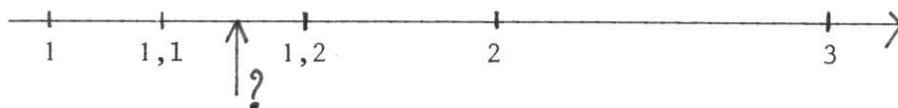
On les remets en place (pas d'erreurs).

Question : 1 - 2 - 3 pourraient-ils s'écrire comme les points intercalés ?

Brève hésitation et on propose 1,0 2,0 3,0 4,0

2° niveaux suivants.

Problème :



Réflexion... et proposition : 1,11

Question : Pourra-t-on avec ce système intercaler d'autres points entre 1,1 et 1,2 ?

R : 1,11 1,12 1,13..... 1,19

Entre 1,3 et 1,4 1,35 1,36

Question : Peut-on encore intercaler entre 1,35 et 1,36 ?

R : 1,351..... 1,359

Question : On a écrit 2,0. Peut-on lui mettre plus de chiffres derrière la virgule ?

R : 2,000

On analyse le système :

On peut intercaler à l'infini. Lorsque "ça bloque", on ajoute un chiffre à droite :

Exemple : $1,34 < 1,34\underline{2} < 1,35$

$1,342 < 1,342\underline{1} < 1,343$

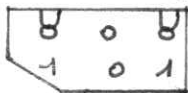
2.1.4. Utilisation de cartes perforées.

- Construction du matériel (cartes à 3 trous)

Codage des cartes : pas d'encoche → 0.

encoche → 1.

Exemple



- Rangement des cartes.

Il existe une technique de rangement utilisant une aiguille à tricoter. Aiguille à droite : certaines cartes tombent, les reprendre dans l'ordre dans lequel elles sont tombées, les placer derrière celles qui sont restées sur l'aiguille et déplacer l'aiguille vers la gauche en répétant les mêmes opérations.

Les cartes se trouvent ainsi rangées, leurs codes sont rangés suivant l'ordre des nombres en base 2.

- Intercalation de nouvelles cartes.

Construire des cartes à 4 trous. On pourra ranger les nouvelles cartes après avoir réalisé un 4e trou sur les cartes intercalées.

2.1.5. Situations type "Moyennes" - "Rééquilibrages" (pluviosité moyenne...).

Exemple : moyenne de notes. (Description d'une activité réalisée en classe de 6e)

Les notes relevées sont : 5, 9, 14, 8, 19, 0.

Rangement des nombres : 0, 5, 8, 9, 14, 19.

Repérage par un "nombre moyen" de la liste, soit 8. **Pondérations** successives laissant invariant le total.

- 0, 8, 8, 9, 11, 19.

- 11, 8, 8, 9, 11, 8.

D'où $8 < m < 11$

- Situation de m par rapport à 9 :

9, 9, 9, 9, 9, 10.

La moyenne des notes est comprise entre 9 et 10 et est plus proche de 9 que de 10.

- Situation de m par rapport à 9,1 :

9,1, 9,1, 9,1, 9,1, 9,1, 9,5.

- Situation de m par rapport à 9,2 :

9,2, 9,2, 9,2, 9,2, 9,2, 9,0

$9,1 < m < 9,2$.

2.2 Situations d'encadrement - Repérage et codes à virgule.

a) Ces situations sont essentiellement des situations de mesurage avec construction d'une échelle et d'un instrument de mesure.

- Mesure de la longueur de 2 objets à l'aide d'une bande de papier et de répliques de cette bande. Longueurs se situant dans le même intervalle. Le matériel peut-être construit de telle façon que l'on soit amené à repérer par rapport au milieu de l'intervalle c'est-à-dire à affiner la mesure en construisant des 1/2 bandes.

- Mesure de la longueur de 2 objets à l'aide des bandes et 1/2 bandes.

- Construction d'un tableau de résultat :

bande	1/2 bande	1/4 bande	---

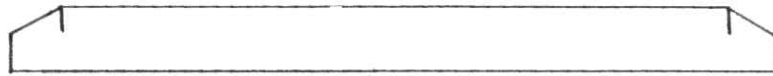
b) Compte-rendu d'une leçon réalisée en classe de CM : codes à virgule et pratique de la mesure.

Chaque élève dispose d'une bande unité.

Des groupes de 3 ou 4 sont constitués. Chaque groupe dispose de 11 bandes numérotées de 1 à 11.

Mesure de ces bandes à l'aide de la bande unité.

- Observation de l'unité.



- Où commence-t-elle ? Où finit-elle ? Combien vaut-elle ?
Cette dernière question amène une discussion : "il faut la mesurer avec une règle" (graduée). Tous ne sont pas d'accord alors je demande "Mesurez votre table avec la bande". Pas de difficulté, "La table mesure un peu plus de 5 bandes".
- Que dites vous quand vous portez la bande une fois ? "1".
- Combien vaut la bande ? "1". On l'appellera bande unité.
- Que peut-on écrire à chaque extrémité ?

1	2
2	3
5	6
0	1

On retient 0 - 1.

- Pratique des mesures.

Chaque groupe mesure les bandes numérotées et exprime un premier résultat sous la forme :

"x unités plus quelque chose"

"un peu plus de x unités"

"plus de x unités moins de x + 1"

a) 1er tableau.

bande n°	longueur
1	0 < < 1
2	0 < < 1
3	0 < < 1
4	0 < < 1
5	0 < < 1
6	2
7	3 < < 4
8	2 < < 3
9	1 < < 2
10	1 < < 2
11	1 < < 2

b) On peut classer les bandes par paquets.

I

1	$0 < \quad < 1$
2	
3	
4	
5	

II

6	$2 \leq \quad < 3$
8	

III

7	$3 < \quad < 4$
---	-----------------

IV

9	$1 < \quad < 2$
10	
11	

c) Conclusions.

- On sait dans quel paquet prendre une bande dont la longueur se situe entre 2 nombres naturels donnés.
- On sait qu'aucune bande n'a une longueur supérieure à 4.
- On peut ranger les bandes paquets par paquets.

Maintenant peut-on préciser la longueur des bandes dans chaque paquet ?

Les élèves de ce CM1 qui ont construit le système de codage décrit dans le paragraphe 2.1.3. ne sont pas déroutés par ce problème : la longueur des bandes s'écrit avec un code à virgule.

Suivant les paquets :

I	0,..
II	2,..
III	3,..
IV	1,..

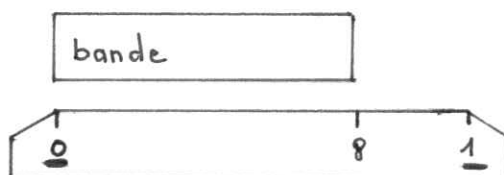
Remarque : aucun élève n'a parlé de "demi".

d) Précisons les mesures.

2 groupes de travail. On se sert du paquet I.

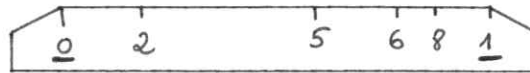
1er groupe.

On choisit la plus grande bande et on décide arbitrairement d'écrire sa mesure 0,8. Elle est présentée à l'unité et on porte 8 sur celle-ci.



On effectue le même travail avec la plus courte que l'on appelle 0,2.
On procède de même avec les autres bandes et l'on gradue ainsi la bande unité.

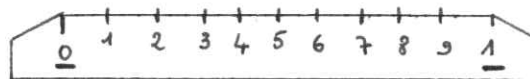
On obtient :



Le groupe analyse :

- Il manque des nombres (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1)
- Les divisions ne sont pas de même longueur. Il faut partager la bande unité en 10 intervalles de même longueur.

L'unité devient :



On peut maintenant mesurer les bandes du paquet I

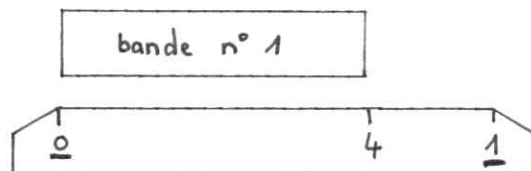
1	0,8
2	0,5 < < 0,6
3	0,5 < < 0,6
4	0,4 < < 0,5
5	0,3 < < 0,4

2e groupe.

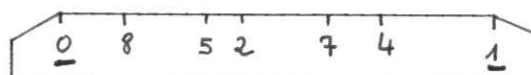
Ce groupe part au hasard. Chaque bande est dotée d'un code à virgule.

1 : 0,4	4 : 0,7
2 : 0,2	5 : 0,8
3 : 0,5	

Puis on présente chaque bande à l'unité ou l'on marque le chiffre correspondant.



On obtient :



Analyse du groupe :

Cela ne va pas, l'ordre n'est pas respecté. On décide alors, comme le 1er groupe, de placer 9 repères (1 à 9) dans l'ordre croissant, les intervalles étant de même longueur.

On peut alors mesurer les bandes et on obtient les mêmes résultats que le 1er groupe.

Synthèse des 2 groupes.

Les résultats obtenus sont plus précis que précédemment mais on n'a pas encore la longueur exacte des bandes.

- Que pourrait-on faire pour préciser davantage la mesure des bandes ?
- Il faut encore partager chaque division en 10 intervalles de même longueur et refaire les mesures.

3. Activités conduisant à l'approche de la
Notion de Nombre Rationnel.

A ce niveau là, notre recherche s'est orientée vers l'utilisation des situations de proportionnalité d'une part parce que le groupe a visionné et analysé le film de la RTS "Une approche des nombres décimaux", d'autre part parce que le groupe a revu la construction théorique des nombres rationnels. (cf Mots publication de l'APM)

31. Pourquoi utiliser les situations de proportionnalité ?

- parce que le tableau représentant une situation de proportionnalité est précisément un tableau de couples équivalents au sens de la relation d'équivalence utilisée par la construction des nombres rationnels.

$$[(a, b) R (c, d) \iff ad = bc]$$

- parce que les situations de proportionnalité sont extrêmement variées.

Citons-en quelques unes

- . Relation entre la masse d'un objet et l'allongement du ressort.
- . Problèmes d'échelle.
- . Problèmes d'échanges.
- . Relation entre le rayon d'un cercle et la longueur du cercle.
-

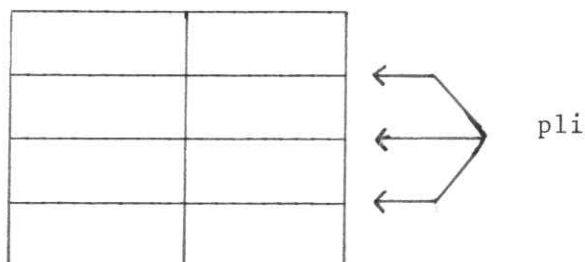
On aura, au préalable, construit des méthodes permettant de reconnaître une situation de proportionnalité :

- + existence et explicitation d'une fonction linéaire,
- + vérification des propriétés de la fonction linéaire (méthode utilisée plus loin),
- + construction de la représentation graphique de la fonction linéaire,
- + vérification de l'égalité du "produit en croix" pour tout couple de couples.

32. Comment ?

Description d'une activité réalisée en classe de 6e. "Les nombres accordéons".

a) Chaque élève construit un dépliant sous la forme suivante :



et inscrit un nombre entier naturel inférieur à 10 dans chacune des cases supérieures.

Les dépliants (accordéons) sont ramassés et redistribués dans le désordre.

Chaque élève écrit 2 nombres dans les cases immédiatement en dessous en respectant la consigne suivante :

|| "Multiplier ou diviser les 2 nombres précédents par un même nombre entier (zéro n'a pas été exclu)". (cf la propriété de **linéarité** des fonctions linéaires.)

Les accordéons sont de nouveau ramassés et pliés de telle façon que les élèves ne voient qu'un couple de nombres et ainsi de suite jusqu'aux 4e cases.

Tous les accordéons sont ramassés et pliés de manière à ne voir que la 4e ligne.

Alors collectivement, on essaie de retrouver le 1er couple de nombres.

- dans certains cas, il y a eu des erreurs de calculs,
- un élève astucieux (il l'avait fait exprès) a multiplié par zéro (les élèves ont montré qu'il n'était pas possible de trouver les cases du début).

- b) Par groupe de quatre, les élèves réalisent la représentation graphique (sur une même feuille) de quatre "accordéons".

Observation du fait que les nombres placés dans un même "accordéon" ont pour représentants des points qui se trouvent sur une même droite.

- C) Recherche d'un couple simple pouvant représenter chaque accordéon.

Consigne : Peut-on trouver un nouveau couple pour chaque accordéon de la forme :

1 , a	a 1
-------	-------

Réactions : . Ils utilisent en général le graphique pour résoudre le problème posé
. "Dans certains cas, ça tombe juste, dans d'autres non".

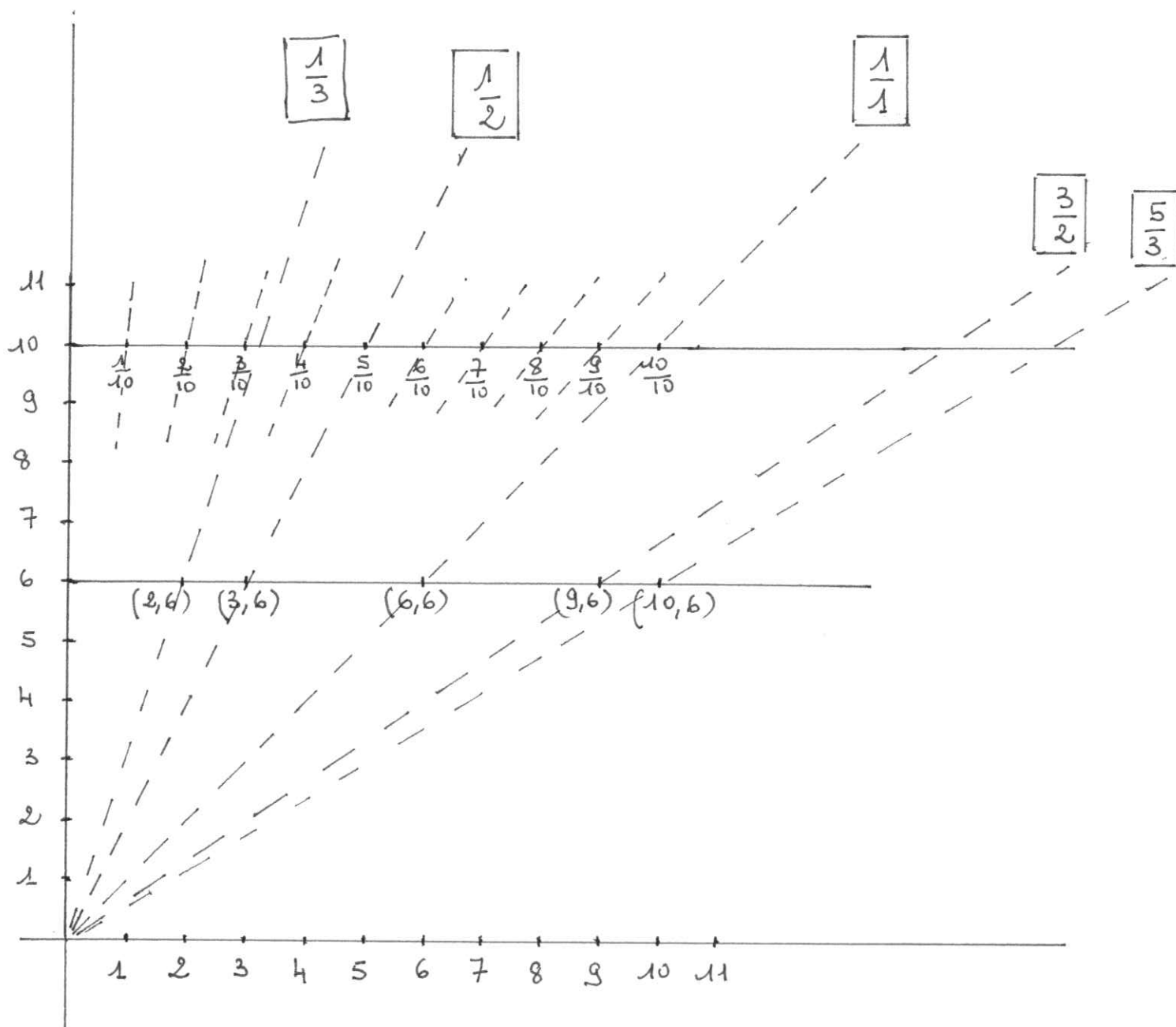
4. Codes à virgule - Nombres rationnels décimaux.

La problématique ici est de rapprocher et de lier la notion de nombre rationnel (en particulier nombre rationnel décimal) aux codes à virgule qui, dans un premier temps n'ont de signification qu'au travers de pratiques : mesures, prix...

L'objectif poursuivi, à cet autre niveau, est de donner à ces codes à virgule un signifiant mathématique.

1ère méthode.

A partir de situation de proportionnalité ou à partir de la construction de "dé-pliants", nous pouvons réaliser les représentations graphiques.



- On peut rechercher pour chaque représentation le représentant le plus simple de la forme (1 , a) ou (a , 1) lorsque cela est possible.
Eventuellement présenter l'écriture fractionnaire pour symboliser chaque représentation.
- Recherche des couples de chacune des représentations ayant pour ordonnée 6.
Rangement des couples de même ordonné.
Rangement des nombres rationnels.
- Même chose pour la ligne d'ordonnée 10.
Nous obtenons sur le graphique le découpage de l'intervalle $[0 , 1]$ en 10 intervalles de même longueur avec les codes :

$$\frac{1}{10} , \frac{2}{10} \text{ ----- } \frac{9}{10} .$$

2e méthode.

Fondée sur la signification à donner à la barre de l'écriture fractionnaire des nombres rationnels.

Reprendre les dépliants ou la construction graphique.

1	5
2	10
3	15

1	3
2	6
3	9

1	1
2	2
3	3

2	1
4	2
6	3

Problème : Peut-on trouver un lien (une relation) entre les 2 termes d'un couple vrai pour tout couple pris dans un dépliant ?

En d'autres termes : il s'agit de chercher à expliciter la fonction linéaire ou encore de chercher les opérateurs faisant passer d'une colonne du tableau à l'autre colonne.

Cette relation est une relation de division (ou de multiplication). Quel que soit le couple (a , b) pris dans un dépliant - a : b est constant.

On pourra ensuite éventuellement construire d'autres dépliants grâce à cette constatation.

Conclusions.

- On peut ainsi donner à la barre de l'écriture fractionnaire le sens de division.
- Et donc identifier $\{(2,2) (4,4) \text{ -----} \}$ à 1
 $\{(2,1) (4,2) \text{ -----} \}$ à 2.
- Et donc montrer que $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$.

- En prenant la série par exemple :

(3,2) (6,4) ---- (12,8),(15,10) ----- }

l'identification à un nombre naturel n'est pas possible, mais on peut en prenant le couple de la forme $(a, 10^n)$ situer ce nombre par rapport à 2 entiers naturels consécutifs. Ainsi :

15 : 10 est plus grand que 10 : 10.

15 : 10 est inférieur à 20 : 10.

$$1 < \frac{15}{10} < 2.$$

On peut se reporter alors à des situations d'encadrement, de pratique de la mesure (cf & 2,2).

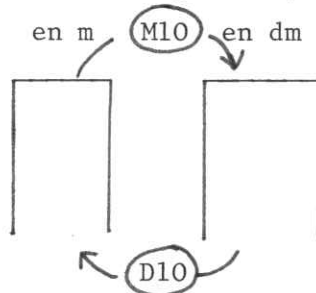
- Ensuite effectuer 3 : 2.

6 : 4.

5. Une opération sur les nombres décimaux : la multiplication.

51. Multiplication d'un nombre décimal par 10, 100, 1 000 ...

Utilisation des **mesures** de longueurs par exemple.



52. Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier.

Plusieurs méthodes sont envisageables :

- Utilisation de l'addition.
- Stratégie de l'"anticipation".

Partant du produit de 2 nombres naturels, envisager le produit d'un nombre entier et d'un nombre décimal

Exemple : $3 \times 3 = 9$

$$3 \times 2 = 6$$

$$3 \times 1 = 3$$

Problème : $3 \times 0,5 = ?$

Répéter le problème : $3 \times 0,2 = ?$

$$3 \times 0,1 = ?$$

Les réponses apportées au problème posé peuvent venir de l'observation suivante : dans la 1ère série le produit des 2 nombres est supérieur à 3 ; dans la 2ème série, il sera inférieur à 3. En effet dans la 1ère série 3 est multiplié par un nombre supérieur ou égal à 1, dans la 2ème série 3 est multiplié par un nombre inférieur à 1.

Les réponses à ce problème pourront être vérifiées grâce à la 1ère méthode (additions successives.).

- Utilisation des situations de proportionnalité (liste de nombres proportionnels).

Une situation de proportionnalité peut nous conduire :

+ au tableau suivant :

5	15
6	18
2	6
3,5	10,5
18	54
7	21
15	45
1,5	?

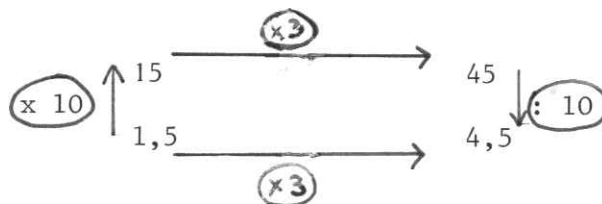
+ à la construction de la représentation graphique.

+ à l'explicitation de la fonction linéaire.

Problème : recherche du correspondant de 1,5.

Plusieurs stratégies sont possibles :

- . Utilisation de la représentation graphique (donne un ordre d'idée du résultat).
- . Utilisation de la méthode précédente (par "anticipation").
- . Utilisation de la propriété de linéarité de la fonction.



$$1,5 \times 3 = \frac{15 \times 3}{10}.$$

53. Multiplication d'un nombre décimal par un nombre décimal.

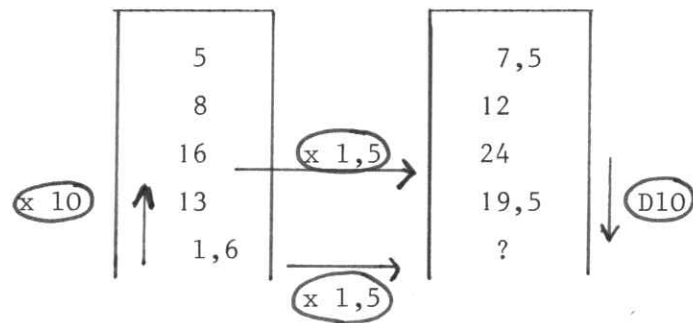
- stratégie de "l'anticipation"

$$\left. \begin{array}{l} 1,5 \times 10 \\ 1,5 \times 2 \\ 1,5 \times 1 \\ 1,5 \times 5 \end{array} \right\} > 1,5$$

$$1,5 \times 0,5 \quad ?$$

$$1,5 \times 0,2$$

- utilisation de liste de nombres proportionnels. (démarche identique à celle décrite dans le paragraphe précédent)



54. Application à la mesure de surface : signification du produit de 2 nombres décimaux.

Exemple : Une unité ayant été choisie les dimensions d'un rectangle sont 2,3 et 1,2. Quelle est l'aire de ce rectangle ?

2 x 1 ou 20 x 10	2	00	{ 23 x 10 ou 2,3 x 1
0,3 x 1 ou 3 x 10		30	
0,2 x 2 ou 2 x 20		40	{ 2,3 x 0,2 ou 23 x 2
0,2 x 0,3 ou 2 x 3		6	

La réflexion du groupe n'a pas épuisé la totalité des problèmes concernant les nombres qui se posent en CM et en 6ème, ni même la totalité des problèmes liés aux décimaux et aux rationnels. La question sera donc reprise par le nouveau groupe CM2 - 6ème qui fonctionnera à partir de la rentrée 78. Ce groupe devrait notamment préciser ce qui peut être fait en CM2 et ce qui peut être fait en 6ème.

Fidèle à sa méthode de travail, le groupe a pensé qu'il fallait explorer les possibilités méthodologiques avant de préciser les objectifs respectifs du CM2 et de la 6e. Ces objectifs devraient être formulés en termes d'activités au moins autant qu'en termes de notions à acquérir. Globalement, il semble que :

- les activités conduisant à la production de codes à virgules devraient être privilégiées en CM.
- en 6ème, il faudrait centrer davantage le travail sur les activités conduisant à l'appréhension de la notion de nombre rationnel décimal.

6. Bibliographie.

1 - Brochures de l'IREM de BORDEAUX.

- La mesure de F. Colmez. 1972-73.
- Fractions de D. Delor.
- Monoïde des fractions d'un monoïde de C. Galinat.
- Les nombres décimaux (cahier n° 6) de Berker.
- Etude théorique des décimaux par C. Prouteau.
- Les structures ordonnées dans l'enseignement élémentaire (cahier n° 16) de G. Brousseau.
- Note de travail "problèmes d'enseignement des décimaux du CM à la 4e" 1976. G. Brousseau.

2 - Publications APM.

- Mots I : construction de $\mathbb{Q}$.
- Mots II : ordre dans $\mathbb{D}$.

3 - Quelques leçons sur les décimaux (IREM Bordeaux).

- Les décimaux : introductions proposées dans les manuels scolaires de J. BRIAND.
- Les décimaux dans les CM (IREM de Limoges).

4 - Ordre sur des ensembles finis à l'école primaire.

Bulletin APM n° 280. Automne 71.

Pour ne pas conclure...

La liaison CM2 - 6ème ne pose pas seulement des problèmes pédagogiques, mais aussi des problèmes institutionnels (formes d'enseignement au CM et en 6ème, corps d'inspection et directions ministérielles différents, concertation insuffisante entre enseignants du primaire et du 1er cycle, etc.).

Le rôle d'un groupe IREM "liaison CM2 - 6ème" nous semble être de proposer des activités et des techniques pédagogiques qui permettent de faciliter le dialogue au-delà des clivages institutionnels et catégoriels. C'est ce que nous avons tenté de faire pendant deux ans. Le prochain groupe "liaison CM2 - 6ème" continuera en ce sens. Nous pensons quant à nous qu'il pourrait éventuellement se pencher sur les problèmes suivants :

- La division.
- La géométrie : une progression à l'école primaire en vue de faciliter la liaison.
- La liaison CM2 - 6e vue par les élèves.
- La liaison CM2 - 6e vue par les enseignants qui ne participent pas à l'IREM, etc...