
INTÉGRATION DE L'OUTIL INFORMATIQUE DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Des exemples en quatrième et troisième

SOMMAIRE

INTRODUCTION

Présentation	page 7
Notre problématique	page 8
Enseigner par situations complexes	page 9
Le socle commun et B2i	page 14
Des configurations informatiques différentes	page 21
Les logiciels que nous utilisons	page 24

ACTIVITÉS EN QUATRIÈME

Avertissement	page 27
Distance d'un point à une droite	page 29
Triangle rectangle inscrit dans un cercle	page 32
Cercle tangent aux côtés d'un angle	page 35
Évolution des populations	page 41
J'veus ai apporté des friandises	page 47

ACTIVITÉS EN TROISIÈME

Avertissement	page 52
Divisibilité et tableur	page 54
La boîte sans couvercle	page 56
Rectangle d'aire maximale	page 70
Recherche accompagnée	page 73
Suite de la boîte sans couvercle	page 84
PGCD	page 89
Fonctions affines et linéaires	page 99
Angle inscrit	page 106

ANNEXES

Bibliographie	page 111
---------------	----------

INTRODUCTION

PRÉSENTATION

Ce qu'est cette brochure :

Cette brochure est le compte-rendu, évidemment partiel, du travail du groupe « Intégration de l'outil informatique » de l'IREM des Pays de la Loire (Centre de Nantes). Elle fait suite à la brochure parue en 2007 : « Intégration de l'outil informatique dans l'enseignement des mathématiques – Des exemples en sixième et cinquième »

Ce travail s'inscrit dans la lignée du groupe « Dire, lire et écrire en mathématiques » dont les animateurs se sont posés la question d'adapter l'utilisation de l'outil informatique à leur façon d'enseigner et ont créé pour cela le groupe « Intégration de l'outil informatique ».

Elle présente des activités de quatrième et de troisième, sur des points du programme pour lesquels l'utilisation de l'outil informatique nous a semblé pertinente. Ces activités sont conçues pour être en adéquation avec nos choix pédagogiques d'une part, avec l'évaluation du B2i et des compétences d'autre part.

Nous avons fait le choix de reprendre plusieurs des textes de l'introduction de la brochure précédente, dans la mesure où il nous semble important de situer cette brochure dans le cadre de notre travail. Mais ces textes ont été remaniés et complétés pour tenir compte à la fois de notre propre évolution et de celle des programmes, en particulier concernant le Socle Commun. Nos excuses cependant aux lecteurs de la précédente brochure qui auraient une impression de « déjà vu ».

Ce que n'est pas cette brochure :

Avec les activités présentées, elle ne prétend, ni avoir fait la liste exhaustive des possibilités offertes par le programme, ni couvrir l'ensemble du programme de quatrième et de troisième.

Cette brochure n'est pas un document figé, nous espérons que ce travail sera poursuivi, amélioré, enrichi et toutes les remarques seront évidemment les bienvenues.

Nous remercions :

- la DGESCO et l'Académie de Nantes pour leur soutien matériel ;
- l'IREM des Pays de la Loire dont l'existence donne un cadre pour chercher et s'exprimer à tous les professeurs de mathématiques qui s'intéressent aux questions d'enseignement ;
- les collègues qui ont fait un bout de chemin avec nous et dont les idées ont contribué à cette brochure.

Nous remercions tout particulièrement Annick Massot, qui est à l'origine de la création du groupe et qui, bien qu'à la retraite maintenant, a accepté de relire cette brochure pour y traquer les ambiguïtés et les erreurs.

Solange Hébrard
Christian Judas
Georges Pons

NOTRE PROBLÉMATIQUE

Pourquoi l'outil informatique ? Au-delà des incitations à l'utiliser, au-delà aussi de son côté séduisant et souvent spectaculaire, au-delà de sa présence croissante dans la société, nous avons voulu trouver des réponses pédagogiques à cette question.

Les programmes officiels y répondent en partie. Ainsi dans « l'Introduction générale pour le collège » (BO n°6 du 27 avril 2007) :

« L'utilisation d'outils logiciels est particulièrement importante et doit être privilégiée chaque fois qu'elle est une aide à l'imagination, à la formulation de conjectures ou au calcul. Cette utilisation se présente sous deux formes indispensables, notamment dans le cadre des compétences du socle commun : l'usage d'un vidéoprojecteur en classe et l'utilisation par les élèves d'ordinateurs « en fond de classe » ou en salle informatique.

...

Le travail en classe proprement dit doit être complété par des séances régulières en salle informatique où l'élève utilise lui-même les logiciels au programme (tableur, grapheur, logiciel de géométrie). Ces séances de travaux pratiques sur ordinateur doivent toujours avoir pour objectif l'appropriation et la résolution d'un problème mathématique. Tout travail en salle informatique doit aboutir à la production d'un écrit, manuscrit ou imprimé. »

Quels peuvent être les avantages de l'outil informatique en classe ?

Du point de vue de l'élève, l'ordinateur a certes toujours un côté ludique. Mais bien plus, il peut être incitateur : en effet, n'ayant pas peur d'avoir à recommencer, sachant qu'il peut effacer tout en ayant toujours un travail propre, l'élève n'hésite pas à faire des essais, à prendre des initiatives et à avoir des audaces qu'il n'aurait pas sur une feuille de papier. Encore faut-il lui proposer des situations qui l'incitent à avoir ce comportement de « chercheur » et lui en donnent le goût.

D'une part, nous avons donc essayé de pointer les situations et les conditions dans lesquelles l'outil informatique pouvait apporter un plus par rapport aux outils « anciens » (papier et crayon, affiches et transparents, tableau, calculatrice, etc.), tout en s'interrogeant sur les nouvelles représentations qu'il pouvait induire et les questions pédagogiques associées. Nous avons essayé de pointer à quel niveau se situe cet intérêt : l'outil informatique permet-il de faire mieux ? De faire quelque chose de différent ? De faire quelque chose impossible avec le papier-crayon ? etc.

D'autre part, nous avons aussi cherché comment et avec quelles modalités l'utilisation de l'outil informatique pouvait s'intégrer dans le cadre d'un enseignement par situations complexes (voir en page 9), qui est notre choix pédagogique.

Se posait alors le problème de l'apprentissage de l'outil. Pas plus que nous ne concevions une activité mathématique comme une succession de questions guidant jusqu'au résultat attendu par le professeur, nous ne concevions l'apprentissage de l'ordinateur et des logiciels comme le suivi de modes d'emploi indiquant, étape par étape, sur quels boutons les élèves devaient cliquer. D'où les choix que nous avons faits pour que les élèves découvrent eux-mêmes l'utilisation d'un logiciel de géométrie et d'un tableur, en intégrant cette découverte dans une activité mathématique, l'apprentissage des logiciels se faisant au fur et à mesure des besoins liés à l'activité mathématique.

ENSEIGNER PAR SITUATIONS COMPLEXES

Le plus souvent, plutôt que le cours magistral ou le découpage d'un problème selon les différentes difficultés, nous avons fait le choix d'enseigner à partir de situations complexes. Ces situations complexes sont de natures différentes, avec des objectifs différents.

Il peut s'agir :

- de situations-problèmes, dont l'objectif est d'introduire une (ou des) nouvelle(s) notion(s) ;
- de situations de réinvestissement ;
- de problèmes ouverts, dont l'objectif est en particulier de travailler sur les méthodes de recherche.

Nous nommerons souvent activités ces situations complexes.

Ces situations complexes sont prévues telles que :

- tout élève peut démarrer ;
- la mise à jour de nouvelles notions est incontournable (dans le cas de situations-problèmes) ; ou sont telles qu'elles permettent de découvrir, d'entretenir, de valoriser... des savoirs ou savoir-faire nouveaux ou non ;
- elles nécessitent de mobiliser des stratégies de recherche, des confrontations de communication d'une recherche et des résultats ;
- elles nécessitent de réinvestir toutes ses connaissances à tout moment et fréquemment des connaissances différentes ;
- elles sont aussi un défi pour les élèves par leur aspect déconcertant, ludique, stimulant, original, inattendu...
- elles amènent les élèves à prendre des initiatives.

Les situations sont complexes, en ce sens qu'il n'est pas facile de les rattacher à telle ou telle partie du programme, que c'est quelquefois à l'élève de déterminer le problème à résoudre, que sa résolution n'est pas immédiate, qu'il y a plusieurs points à gérer simultanément et que l'activité est suffisamment riche pour que chaque élève soit confronté à des difficultés. Ces difficultés sont souvent différentes et nécessitent fréquemment aussi, un débat d'idées et donc un travail en groupes. Chacun, quel que soit son niveau, peut y trouver son compte. Ainsi, à partir du texte donné, tout élève peut se représenter la situation. C'est une façon de gérer l'hétérogénéité et de permettre ainsi une pédagogie réellement différenciée et individualisée.

Ce qui était de notre part un choix d'enseignement, légitimé par les recherches sur l'enseignement et la didactique de la discipline, et qui apparaissait déjà dans les anciens programmes, se trouve maintenant renforcé dans les programmes officiels (BO n°6 du 19 avril 2007). Ainsi dans « Introduction générale pour le collège » :

« À travers la résolution de problèmes, la modélisation de quelques situations et l'apprentissage progressif de la démonstration, les élèves prennent conscience petit à petit de ce qu'est une véritable activité mathématique : identifier et formuler un problème, conjecturer un résultat en expérimentant sur des exemples, bâtir une argumentation, contrôler les résultats obtenus en évaluant leur pertinence en fonction du problème étudié, communiquer une recherche, mettre en forme une solution. »

et dans « Classe de sixième » :

« Cette démarche renforce également la formation intellectuelle de l'élève, développe ses capacités de travail personnel (individuellement et en équipes) et concourt à la formation

du citoyen. Elle vise notamment à :

- *développer les capacités de raisonnement : observation, analyse, pensée déductive ;*
- *stimuler l'aptitude à chercher qui nécessite imagination et intuition ;*
- *habituer l'élève à justifier ses affirmations, à argumenter à propos de la validité d'une solution, et pour cela à s'exprimer clairement aussi bien à l'écrit qu'à l'oral ;*
- *affermir les qualités d'ordre et de soin. ».*

De plus, ces choix pédagogiques et le déroulement d'une activité complexe qui en découle sont parfaitement en adéquation avec les objectifs du socle commun de connaissances et de compétences (voir page 14)

Déroulement, en général, d'une activité complexe

Avant le début de l'activité elle-même, il peut être important de ***faire émerger les représentations initiales des élèves*** liées à la situation ou la notion visée, dans la mesure où ces représentations initiales non exprimées et donc non prises en compte par le professeur pourraient être un obstacle à la compréhension de la situation ou de la nouvelle notion. Diverses techniques existent, dont le « autour du mot » ou le « remue-méninges ».

Ensuite, l'activité se déroule en général en six phases, en gardant une souplesse suivant l'activité proposée et ce qui se passe dans la classe.

Première phase, individuelle

Ce travail individuel est important,

du point de vue de l'élève, parce qu'il permet :

- à chacun de s'approprier le problème, à son rythme, sans influence d'autres élèves... ou du professeur ;
- et éventuellement d'ébaucher une solution.

du point de vue du professeur, parce qu'il lui permet d'observer ses élèves, de voir en particulier si la consigne est comprise, d'y apporter éventuellement des compléments ou modifications nécessaires mais de voir aussi les démarches et les difficultés de chacun pour préparer la suite du travail (matériel nécessaire pour la suite, constitution des groupes, préparation du débat, institutionnalisation...)

Cela impose que cette phase de travail individuel se passe dans le plus grand silence,

silence des élèves :

- pour ne pas gêner les autres ;
- pour ne rien attendre du prof ni des autres.

silence du professeur :

- pour ne pas gêner les élèves en cassant une réflexion en cours ;
- pour ne pas induire une solution ;
- pour obliger les élèves à rentrer dans l'activité.

Tout cela est évidemment impossible si le professeur répond tout de suite à des questions.

Il est nécessaire de donner, dès le début, un cadre minimum de fonctionnement (par exemple la non intervention du professeur), puis ce cadre sera complété et formalisé, au fur et à mesure en fonction du vécu de la classe.

Cette phase ne doit pas être trop longue pour que les élèves ne s'enferment pas dans leur solution et restent ouverts aux solutions des autres. Et elle ne doit pas être trop courte pour que chaque élève ait le temps de rentrer dans le problème. Ils réalisent ainsi qu'il est difficile d'arriver à une solution complète tout seul.

Quand les activités commencent par un travail en salle multimédia, nous n'avons généralement pas d'autre choix que d'avoir deux élèves par poste. Dans ce cas, même si nous insistons sur le fait que chacun des élèves du binôme doit avoir compris, la part individuelle du travail est difficilement mesurable. Si un travail en groupe suit cette phase en salle multimédia, le mode de constitution des groupes doit prendre en compte ce problème (Voir remarque page 13).

Deuxième phase, travail en groupe

Le travail en groupe n'est pas nécessaire dans toutes les activités. C'est l'examen des productions individuelles qui permet de décider de sa pertinence.

Dans le cas d'un travail qui commence d'abord en salle multimédia, le binôme est lui-même un mini groupe, ce qui explique qu'il y a peu de travail en groupe ensuite. Le débat en classe entière se fait alors en général à partir de la présentation des travaux de binômes qui ont été sélectionnés par le professeur.

Quand un travail en groupe a lieu, selon les activités, il va permettre :

- d'échanger sur la consigne pour mettre à plat ce qui est compris ou pas ;
- d'échanger sur des amorces de solutions ;
- de se mettre d'accord sur la ou les solutions qui semblent justes ;
- de se mettre d'accord sur la ou les rédactions ;
- ...

Dans tous les cas, c'est la confrontation qu'il provoque qui va amener les élèves à amorcer un questionnement ou à le développer.

Cette confrontation crée aussi les conditions qui permettent aux élèves de dépasser leurs conceptions initiales et/ou leurs difficultés individuelles.

A travers ce travail en groupe, les élèves développent à la fois :

- des compétences pour argumenter, justifier, convaincre, écrire ;
- leur esprit critique ;
- des qualités d'écoute ;
- ...

Ils acquièrent ainsi un comportement plus social et apprennent à respecter la parole des autres, pas au nom des "bons sentiments", mais parce qu'ils en ressentent la nécessité pour arriver à une réponse cohérente au problème posé.

Tout cela n'est possible que parce que le professeur est totalement en retrait pendant le travail en groupe, comme il l'a été pendant le travail individuel. Le professeur n'intervient pas sur le contenu mathématique du travail demandé, il ne répond à aucune question associée à la recherche en cours : ses interventions pourraient court-circuiter une réflexion ou induire une réponse. Ses interventions se font pour encourager, stimuler, relancer. Mais aussi, il observe le travail des élèves, il est à l'écoute de leurs difficultés, il remarque leurs réussites. Ce faisant, il note les matériaux de l'institutionnalisation, des régulations ou des exercices futurs.

Les groupes ont toujours pour objectif d'arriver à une production collective, sur affiches, sur transparents ou en utilisant le vidéoprojecteur avec ou sans TBI, à destination le plus souvent de toute la classe.

Au début du travail de groupe, l'enseignant a explicité à la classe les règles de fonctionnement de la présentation des productions de groupe et du débat. Les élèves savent donc que c'est l'enseignant qui désignera, **à la fin des travaux en groupe**, le rapporteur de chacun des groupes. Cela leur permet de préparer en groupe la présentation de leur travail, et donc de l'approfondir,

pour que chacun soit capable de faire cette présentation.

Le mode de constitution des groupes dépend de l'activité et de ce qu'a observé l'enseignant pendant le travail individuel ou en ramassant les productions écrites. Nous préférons des groupes de quatre élèves (plutôt que deux ou trois), car ils permettent des confrontations plus riches ainsi qu'un nombre plus restreint de productions, ce qui en facilite la gestion.

Quand le travail a commencé en salle multimédia, à deux élèves par poste, il nous semble important que, dans la plupart des cas, les élèves d'un même binôme ne soient pas dans le même groupe, de façon à ce que chacun soit en situation de représenter le binôme.

De même, s'il n'y a pas de travail en groupe et que le travail en salle multimédia est suivi d'une présentation des travaux des binômes (ou, plus souvent, de certains binômes), le choix du professeur de désigner lui-même tel ou tel élève du binôme pour cette présentation lui permet, suivant les cas, de valoriser les réussites ou de mettre en évidence les conséquences d'un non travail.

Troisième phase, présentations et débats

En fonction de ce qu'il a observé dans la deuxième phase ou des travaux qu'il a relevés, le professeur fait souvent le choix, pour la présentation des travaux en groupe, d'un ordre qui permettra d'une part, une plus grande richesse dans les débats et d'autre part, une progression permettant de maintenir les élèves en questionnement et dans l'attente de réponses.

Suivant les cas, les présentations des groupes s'enchaînent et le débat a lieu à la fin, ou celui-ci a lieu après chaque présentation.

Le rapporteur (quelquefois les rapporteurs) présente donc le travail de son groupe, en utilisant le matériel disponible c'est-à-dire, de plus en plus souvent, l'ordinateur connecté au vidéoprojecteur ou au TBI. Pendant cette présentation, les autres élèves n'ont, en général, pas le droit d'intervenir, ils écoutent et prennent des notes pour le débat. Le rapporteur (ou les rapporteurs) conduit ensuite le débat : il distribue la parole, répond aux questions, défend le travail du groupe. Éventuellement, les autres membres de son groupe peuvent l'aider.

Le professeur n'intervient dans le débat que pour stimuler, relancer, faire qu'une question ne reste pas sans réponse. Pour le contenu mathématique, il reste en retrait : ce sont les élèves qui ont la responsabilité de ce débat, de se mettre d'accord (ou pas) sur le vrai et le faux. Le professeur note les interventions des uns et des autres, les positions en présence, les difficultés et les représentations des élèves.

Quatrième phase, le point en classe entière

A partir des productions de chaque groupe et des débats, le professeur, tout en restant neutre sur ce qui s'est dit, fait ensuite le bilan de ce qui a eu lieu. Il s'appuie sur tout ce qui a émergé, pour que la classe arrive à la solution (ou les solutions) au problème posé et la (ou les) rédige, si ce n'est déjà fait. Il reprendra les arguments pour mettre en évidence ce qui est vrai (et à retenir en tant que tel) et aussi ce qui est faux. C'est aussi l'occasion de mettre en valeur le fait que chaque recherche, même infructueuse, peut apporter quelque chose au débat et à la construction de connaissances ou de savoir-faire : ou bien qu'une erreur a empêché d'aboutir, mais que le raisonnement était juste.

Cinquième phase, l'institutionnalisation

Essentielle pour qu'une activité ne sombre pas dans l'activisme, l'institutionnalisation permet aux élèves, avec le professeur, de mettre en forme par écrit ce qu'il faut retenir de l'activité, puis de commencer à s'en déconnecter en faisant émerger ses objectifs, pour acquérir de nouvelles

connaissances, un nouveau savoir-faire, une attitude plus coopérative, de nouvelles compétences, pour retenir des critères de réussite, etc. Le rôle du professeur est alors déterminant, il est le garant de la vérité scientifique et de la connaissance, ainsi que du bon fonctionnement du débat.

Sixième phase, les applications

Ces applications, qui suivent l'activité, permettent de faire fonctionner les objectifs visés et de continuer à se les approprier. Après qu'ont été faites en classe des applications nécessaires à la compréhension de la nouvelle notion elle-même, les autres applications, les « gammes » sont du ressort du travail à la maison : il s'agit d'entraînement, la présence du professeur n'est pas utile.

Remarque

La présence d'un nombre suffisant d'ordinateurs portables ou d'ordinateurs « de fond de salle » sont des situations encore trop rares.

Mais ces situations offrent une perspective intéressante, celle de pouvoir mettre un ordinateur ou deux à disposition de chaque groupe. Dans la mesure où les élèves ont une maîtrise suffisante des logiciels à utiliser, il sera alors possible qu'il soit réellement un outil, les élèves ayant la liberté de l'utiliser si et quand ils en éprouvent le besoin, comme il en est de la calculatrice, du compas ou de la règle.

Cela permet donc d'envisager des activités qui commencent par un réel travail individuel, en salle « normale », suivi d'un travail en groupe avec un ordinateur portable dans chaque groupe.

LE SOCLE COMMUN DE CONNAISSANCES ET DE COMPÉTENCES

Le socle commun fait maintenant partie intégrante de l'enseignement au collège et il s'impose au professeur de mathématiques comme à l'ensemble de ses collègues.

Le but de ce chapitre n'est pas d'entrer dans le détail de ce qu'est le socle commun de connaissances et de compétences.

Il est en revanche de montrer que nos choix pédagogiques (voir page 9) sont parfaitement compatibles avec les objectifs du socle commun qu'ils permettent d'atteindre.

Avec le socle commun, apparaît la notion de compétence, en même temps que la nécessité de transdisciplinarité est affirmée.

Le socle commun fait le choix d'une définition du terme de compétence. Il s'agit de :

« ... une combinaison de connaissances fondamentales pour notre temps, de capacités à les mettre en œuvre dans des situations variées, mais aussi d'attitudes indispensables tout au long de la vie, comme l'ouverture aux autres, le goût pour la recherche de la vérité, le respect de soi et d'autrui, la curiosité et la créativité. » (Décret n°2006-830 du 11 juillet 2006 - art. ANNEXE (V))

Le texte « Le livret personnel de compétences – Repères pour sa mise en œuvre » précise :

« Une compétence consiste en la mobilisation d'un ensemble de ressources diversifiées internes (connaissances, capacités, habiletés) et externes (documents, outils, personnes) renvoyant à la complexité de la tâche et au caractère global et transversal de la compétence. Les compétences s'exercent dans des situations contextualisées mais diversifiées qui impliquent un processus d'adaptation (et non de reproduction de mécanismes) et de transfert d'une situation à l'autre. »

Ainsi, « Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique » constituent la compétence 3. Celle-ci est subdivisée en quatre domaines, objets de validation (voir le « Livret personnel de compétences » ⁽¹⁾) :

- pratiquer une démarche scientifique et technologique, résoudre des problèmes ;
- savoir utiliser des connaissances et des compétences mathématiques ;
- savoir utiliser des connaissances dans divers domaines scientifiques ;
- mobiliser ses connaissances pour comprendre des questions liées à l'environnement et au développement durable.

chacun de ces domaines étant décliné dans les différents items que l'on retrouve dans les grilles de référence ⁽²⁾ ou le livret personnel de compétences.

Pouvoir évaluer des compétences chez les élèves suppose évidemment que le professeur leur donne la possibilité d'en acquérir en créant des situations qui le permettent. Cela ne peut pas se faire dans des situations où il s'agit seulement de restitution ou d'application de connaissances ou savoir-faire clairement identifiés (ce qui ne veut pas dire que de tels exercices ne soient pas à faire !). L'acquisition de compétences par les élèves suppose que le professeur leur propose des tâches complexes (voir le « Le livret personnel de compétences – Repères pour sa mise en œuvre » ⁽³⁾). Effectuer une tâche complexe nécessite pour les élèves d'articuler plusieurs tâches simples non précisées par la consigne, donc à mettre en œuvre des connaissances, des capacités et des attitudes.

C'est bien de tâches complexes qu'il s'agit dans les activités proposées dans cette brochure. De plus, nos choix pédagogiques permettent aux élèves de développer des compétences transversales :

- la maîtrise de la langue (compétence 1), orale et écrite, puisqu'elles placent les élèves dans des situations de communications vraies, dans les écrits de recherche, les présentations à la classe de travaux individuels ou de groupes, les débats ;
- la maîtrise des techniques usuelles de l'information et de la communication (compétence 4 – B2i), évidemment ;
- les compétences sociales et civiques (compétence 6) par la nécessité de règles collectives et de respect mutuel pour les débats ;
- l'autonomie et l'initiative (compétence 7) à travers les travaux individuels, les travaux de groupe et même le débat en classe, puisqu'en général aucune démarche n'est imposée.

Des tableaux, de la page 16 à la page 20, permettent de pointer quelles compétences, domaines et items sont en jeu dans les différentes activités.

Si les connaissances mathématiques visées dans ces activités ne relèvent pas seulement du socle commun, les situations qui les introduisent ou les font vivre mettent bien en jeu des compétences du socle commun.

Il n'est pas question ici d'entrer dans les difficultés de la procédure de validation des compétences et de son caractère collégial, mais du point de vue de la construction puis de l'évaluation des compétences des élèves, le chapitre précédent, « Nos choix pédagogiques » met en évidence comment la posture du professeur dans les activités présentées lui donne la possibilité d'observer ses élèves et donc de repérer où ils en sont par rapport aux compétences visées.

Notes

⁽¹⁾ Livret personnel de compétences :

http://media.education.gouv.fr/file/27/02/7/livret_personnel_competences_149027.pdf

⁽²⁾ Grilles de référence du palier 3 :

http://media.eduscol.education.fr/file/socle_commun/72/9/evaluation-grillesDNB_117729.pdf

⁽³⁾ Le livret personnel de compétences – Repères pour sa mise en œuvre :

http://media.eduscol.education.fr/file/socle_commun/97/5/ReperesLivretcompetences_145975.pdf

Documents utiles :

Le socle commun de connaissances et de compétences :

Encart du BO n°29 du 20/07/2006

Culture scientifique et technologique – Vade-mecum :

http://media.eduscol.education.fr/file/socle_commun/73/6/Socle_Vade-mecum_CultureScientifiqueTechnologique_117736.pdf

Les principaux éléments de mathématiques – Vade-mecum :

http://media.eduscol.education.fr/file/socle_commun/74/0/Socle_Vade-mecum_Mathematiques_117740.pdf

L'évaluation du socle commun de connaissances et de compétences : quelques éléments de réponses à des questions récurrentes :

[http://www.pedagogie.ac-](http://www.pedagogie.ac-nantes.fr/1270138132810/0/fiche___ressourcepedagogique/&RH=PEDA)

[nantes.fr/1270138132810/0/fiche___ressourcepedagogique/&RH=PEDA](http://www.pedagogie.ac-nantes.fr/1270138132810/0/fiche___ressourcepedagogique/&RH=PEDA)

Tableau des items de chaque domaine de compétence en jeu dans les activités de la brochure

Remarque : Les items correspondants aux TICE figurent dans les tableaux consacrés au B2i.

Titre Compétence et domaine	Activités de quatrième				
	Distance d'un point à une droite	Évolution des populations	Triangle inscrit dans un cercle	Cercle tangent aux deux côtés d'un angle	J'veus ai apporté des friandises...
Compétence 3 Pratiquer une démarche scientifique et technologique, résoudre des problèmes	Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes. Raisonnement, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale. Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté.	Rechercher, extraire et organiser l'information utile.	Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.	Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.	Rechercher, extraire et organiser l'information utile.
Savoir utiliser des connaissances et des compétences mathématiques	Géométrie : Connaître et représenter des figures géométriques. Utiliser leur propriété.	Organisation et gestion de données : Utiliser des pourcentages, des tableaux, des graphiques. Exploiter des données statistiques Nombres et calculs : Connaître et utiliser les nombres entiers, décimaux et fractionnaires. Mener à bien un calcul mental, à la main, à la calculatrice, avec un ordinateur	Géométrie : Connaître et représenter des figures géométriques. Utiliser leur propriété.	Géométrie : Connaître et représenter des figures géométriques. Utiliser leur propriété.	Nombres et calculs : Connaître et utiliser les nombres entiers, décimaux et fractionnaires. Mener à bien un calcul mental, à la main, à la calculatrice, avec un ordinateur
Compétence 1 Lire	Comprendre un énoncé, une consigne				
Écrire	Écrire lisiblement et correctement un texte spontanément. Utiliser les principales règles d'orthographe lexicale et grammaticale				
S'exprimer à l'oral	Prendre la parole en public Adapter sa prise de parole (attitude et niveau de langue) à la situation de communication (lieu, destinataire, effet recherché) Prendre part à un débat : prendre en compte les propos d'autrui, faire valoir son propre point de vue				
Compétence 6 Avoir un comportement responsable	Connaître et respecter les règles de la vie collective Comprendre l'importance du respect mutuel et accepter toutes les différences				
Compétence 7 Être capable de mobiliser ses ressources intellectuelles et physiques dans diverses situations	Être autonome dans son travail : savoir l'organiser, le planifier, l'anticiper, rechercher et sélectionner des informations utiles				
Faire preuve d'initiative	S'engager dans un projet individuel S'intégrer et coopérer dans un projet collectif Assumer des rôles, prendre des initiatives et des décisions				

Titre Compétence et domaine	Activités de troisième			
	Divisibilité et tableur	La boîte sans couvercle	Le rectangle d'aire maximale	Recherche accompagnée par courriel
Compétence 3 Pratiquer une démarche scientifique et technologique, résoudre des problèmes	Rechercher, extraire et organiser l'information utile			Rechercher, extraire et organiser l'information utile
Savoir utiliser des connaissances et des compétences mathématiques	Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.			
	Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale . Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté.			
		Organisation et gestion de données : Reconnaître des situations de proportionnalité Utiliser des pourcentages, des tableaux, des graphiques. Exploiter des données statistiques.		
	Nombres et calculs : Connaître et utiliser les nombres entiers, décimaux et fractionnaires. Mener à bien un calcul mental, à la main, à la calculatrice, avec un ordinateur			
		Grandeurs et mesures : réaliser des mesures (longueurs, durées, ...), calculer des valeurs (volumes, vitesse, ...) en utilisant différentes unités		
Compétence 1 Lire	Comprendre un énoncé, une consigne			
Écrire	Écrire lisiblement et correctement un texte spontanément. Utiliser les principales règles d'orthographe lexicale et grammaticale			
S'exprimer à l'oral		Prendre la parole en public Adapter sa prise de parole (attitude et niveau de langue) à la situation de communication (lieu, destinataire, effet recherché) Prendre part à un débat : prendre en compte les propos d'autrui, faire valoir son propre point de vue Rendre compte d'un travail individuel ou collectif (exposés, expériences, démonstrations...)		
Compétence 6 Avoir un comportement responsable	Connaître et respecter les règles de la vie collective Comprendre l'importance du respect mutuel et accepter toutes les différences			
Compétence 7 Être capable de mobiliser ses ressources intellectuelles et physiques dans diverses situations	Être autonome dans son travail : savoir l'organiser, le planifier, l'anticiper, rechercher et sélectionner des informations utiles			
Faire preuve d'initiative	S'engager dans un projet individuel S'intégrer et coopérer dans un projet collectif Assumer des rôles, prendre des initiatives et des décisions			

Titre Compétence et domaine	Activités de troisième, suite			
	Suite de la boîte sans couvercle	PGCD	Fonctions linéaires et affines	Angle inscrit
Compétence 3 Pratiquer une démarche scientifique et technologique, résoudre des problèmes		Rechercher, extraire et organiser l'information utile Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.		
	Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale . Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté.			
Savoir utiliser des connaissances et des compétences mathématiques	Organisation et gestion de données : Reconnaître des situations de proportionnalité Utiliser des pourcentages, des tableaux, des graphiques. Exploiter des données statistiques. Nombres et calculs : Connaître et utiliser les nombres entiers, décimaux et fractionnaires. Mener à bien un calcul mental, à la main, à la calculatrice, avec un ordinateur Grandeurs et mesures : réaliser des mesures (longueurs, durées, ...), calculer des valeurs (volumes, vitesse, ...) en utilisant différentes unités		Organisation et gestion de données : Reconnaître des situations de proportionnalité Utiliser des pourcentages, des tableaux, des graphiques. Exploiter des données statistiques.	Géométrie : Connaître et représenter des figures géométriques. Utiliser leur propriété.
Compétence 1 Lire	Comprendre un énoncé, une consigne			
Écrire	Écrire lisiblement et correctement un texte spontanément. Utiliser les principales règles d'orthographe lexicale et grammaticale			
S'exprimer à l'oral		Prendre la parole en public Adapter sa prise de parole (attitude et niveau de langue) à la situation de communication (lieu, destinataire, effet recherché) Prendre part à un débat : prendre en compte les propos d'autrui, faire valoir son propre point de vue Rendre compte d'un travail individuel ou collectif (exposés, expériences, démonstrations...)		
Compétence 6 Avoir un comportement responsable	Connaître et respecter les règles de la vie collective Comprendre l'importance du respect mutuel et accepter toutes les différences			
Compétence 7 Être capable de mobiliser ses ressources intellectuelles et physiques dans diverses situations	Être autonome dans son travail : savoir l'organiser, le planifier, l'anticiper, rechercher et sélectionner des informations utiles			
Faire preuve d'initiative	S'engager dans un projet individuel S'intégrer et coopérer dans un projet collectif Assumer des rôles, prendre des initiatives et des décisions			

Tableau des items du B2i en jeu dans les activités de la brochure

	Activités de quatrième				
	Distance d'un point à une droite	Évolution des populations	Triangle inscrit dans un cercle	Cercle tangent aux deux côtés d'un angle	J'veus ai apporté des friandises...
S'approprier un environnement informatique de travail	Je sais m'identifier sur un réseau ou un site et mettre fin à cette identification. Je sais accéder aux logiciels et aux documents disponibles à partir de mon espace de travail.				
		Je sais faire un autre choix que celui proposé par défaut (lieu d'enregistrement, format, imprimante...)			Je sais faire un autre choix que celui proposé par défaut (lieu d'enregistrement, format, imprimante...)
Adopter une attitude responsable	Je m'interroge sur les résultats des traitements informatiques (calcul, représentation graphique, correcteur...) Je sécurise mes données (gestion des mots de passe, fermeture de session, sauvegarde).				Je m'interroge sur les résultats des traitements informatiques (calcul, représentation graphique, correcteur...) Je sécurise mes données (gestion des mots de passe, fermeture de session, sauvegarde).
Créer, produire, traiter, exploiter des données		Je sais créer, modifier une feuille de calcul, insérer une formule. Je sais réaliser un graphique de type donné.			Je sais créer, modifier une feuille de calcul, insérer une formule.
	Je sais utiliser un outil de simulation (ou de modélisation) en étant conscient de ses limites.				
Communiquer, échanger					

	Activités de troisième			
	Divisibilité et tableur	La boîte sans couvercle	Le rectangle d'aire maximale	Recherche accompagnée par courriel
S'approprier un environnement informatique de travail	Je sais m'identifier sur un réseau ou un site et mettre fin à cette identification. Je sais accéder aux logiciels et aux documents disponibles à partir de mon espace de travail.			
Adopter une attitude responsable	Je m'interroge sur les résultats des traitements informatiques (calcul, représentation graphique, correcteur...) Je sécurise mes données (gestion des mots de passe, fermeture de session, sauvegarde).			
Créer, produire, traiter, exploiter des données	Je sais créer, modifier une feuille de calcul, insérer une formule. Je sais réaliser un graphique de type donné. Je sais utiliser un outil de simulation (ou de modélisation) en étant conscient de ses limites.			
Communiquer, échanger				Lorsque j'envoie ou je publie des informations, je réfléchis aux lecteurs possibles en fonction de l'outil utilisé. Je sais ouvrir et enregistrer un fichier joint à un message ou à une publication. Je sais envoyer ou publier un message avec un fichier joint.

	Activités de troisième, suite			
	Suite de la boîte sans couvercle	PGCD	Fonctions linéaires et affines	Angle inscrit
S'approprier un environnement informatique de travail	Je sais m'identifier sur un réseau ou un site et mettre fin à cette identification. Je sais accéder aux logiciels et aux documents disponibles à partir de mon espace de travail.			
Adopter une attitude responsable	Je m'interroge sur les résultats des traitements informatiques (calcul, représentation graphique, correcteur...) Je sécurise mes données (gestion des mots de passe, fermeture de session, sauvegarde).			
Créer, produire, traiter, exploiter des données	Je sais créer, modifier une feuille de calcul, insérer une formule. Je sais réaliser un graphique de type donné. Je sais utiliser un outil de simulation (ou de modélisation) en étant conscient de ses limites.			Je sécurise mes données (gestion des mots de passe, fermeture de session, sauvegarde).
Communiquer, échanger				

DES CONFIGURATIONS INFORMATIQUES DIFFÉRENTES.

La salle multimédia

Comme il n'y a jamais 30 postes dans une salle multimédia, les élèves sont en général deux par poste, à moins qu'une salle de cours attenante permette au professeur de répartir sa classe en deux groupes, travaillant sur le même sujet ou non.

Un ou deux élèves par poste, les deux situations ont leurs avantages et leurs inconvénients :

	Avantages	Inconvénients
Un par poste	• Chacun fonctionne à son rythme. • Chacun développe sa maîtrise des logiciels utilisés. • Il y a une réelle phase de travail individuel.	• Les difficultés dans la manipulation de l'outil informatique peuvent entraver le travail mathématique. • Elles peuvent aussi se cumuler avec des difficultés en mathématiques. • La partition de la classe en deux groupes va faire que l'activité prévue va durer deux fois plus longtemps pour la partie informatique.
Deux par poste	• Les binômes peuvent être formés pour éviter les blocages sur le plan informatique • et/ou sur le plan mathématique.	• Le professeur ne sait pas exactement qui fait quoi, ni sur le plan informatique, ni sur le plan mathématique.

Pour notre part, nous n'avons pas d'autre possibilité que d'avoir une classe entière en salle multimédia, exception faite pour notre première séance de sixième en salle multimédia, pour laquelle nous négocions avec la Vie Scolaire pour n'avoir qu'une demi-classe à la fois (l'autre demi-classe étant en études ou au CDI).

Quoi qu'il en soit, la salle multimédia est de toute façon la configuration dans laquelle il y a le moins d'élèves par poste ! C'est donc la structure la plus favorable pour permettre l'acquisition par les élèves du minimum de maîtrise nécessaire pour une certaine autonomie pour la suite. Mais elle implique que le professeur soit attentif au fait que les deux membres d'un binôme manipulent, quitte à modifier les binômes de temps en temps. De ce point de vue, la validation des items du B2i peut aussi être une motivation pour que chacun des élèves acquiert les compétences nécessaires. Il est souhaitable aussi, pour stimuler les élèves à développer chacun ses compétences, qu'ils soient dans des groupes différents quand un travail en groupe de quatre suit le travail en salle multimédia. De même, le choix comme rapporteur du groupe, d'un élève peu impliqué dans le travail en binôme sera la plus efficace des stimulations pour les séances suivantes en salle multimédia.

La salle multimédia trouve son plein intérêt quand elle comporte un poste du professeur et dispose d'un logiciel qui permet de « piloter » en partie le travail des élèves :

- possibilité de voir ce que font les élèves et de leur envoyer des messages en toute discrétion : ce qui permet non seulement de stimuler des élèves en difficulté ou

découragés ou qui ne travaillent pas, mais aussi d'amener des élèves qui réussissent à aller plus loin dans leur recherche en leur posant de nouvelles questions ou consignes ;

- possibilité de « prendre la main » sur ce que fait un élève pour une aide ;
- possibilité d'envoyer son propre écran à un élève, voire à tous ;
- possibilité d'envoyer l'écran d'un élève à tous les autres, éventuellement en plus en prenant la main sur cet écran.

Une salle multimédia n'a pas que des avantages :

- il faut pouvoir y avoir accès, ce qui n'est pas évident dans tous les établissements ;
- cela implique en général de réserver cette salle et donc de planifier son travail en fonction des possibilités de réservation que l'on a eues ;
- le fait même d'être dans cette salle est ressenti par les élèves comme une incitation à utiliser les ordinateurs.

La nature « spécialisée » de la salle multimédia, et le fait qu'elle a toujours pour les élèves un côté « ludique », rend d'autant plus important !

- que le professeur marque clairement qu'il s'agit d'une salle de classe (donc on y vérifie les exercices maison et l'apprentissage de la leçon, on y donne du travail pour le cours suivant, etc.) ;
- qu'il y ait toujours un travail écrit en salle multimédia (compte-rendu, recherche, conjecture, etc.) ;
- que l'activité se passe aussi en partie en salle « normale ».

La salle de classe...

... avec des portables ou des ordinateurs de fond de salle

Un portable par groupe de quatre élèves, ce sont des conditions rares encore peut-être, mais elles existent cependant dans un de nos collèges, grâce à la vigilance et la réactivité du responsable TICE qui a su « monter » un dossier en un temps record pour répondre à un appel à projet du Conseil Général !

Dans de telles conditions, l'ordinateur peut être réellement un outil, utilisé si le groupe en éprouve le besoin, au même titre que le papier calque, la calculatrice, etc. Cette utilisation est possible à condition que les élèves aient déjà une certaine maîtrise des logiciels utilisés.

Pour l'instant toutes les pistes n'ont pas encore été explorées. Le fait d'avoir à transporter une dizaine de portables du lieu de stockage à la salle de classe, puis de les ramener et les mettre en charge ensuite, est assez dissuasif ! L'idéal serait qu'ils soient en permanence à disposition dans la salle de classe ou qu'il y ait cinq ou six ordinateurs de fond de salle à disposition des élèves...

... avec un vidéoprojecteur connecté à un ordinateur

Son usage devrait se généraliser dans toutes les salles, comme cela a été le cas il y a vingt ans pour le rétroprojecteur, au fur et à mesure que des professeurs ou des équipes de professeurs en mettaient en évidence la nécessité. Dans un premier temps, il semble indispensable qu'il y en ait au moins un à disposition exclusive de l'équipe des professeurs de mathématiques.

Dans la mesure où c'est un outil présent dans la classe, des élèves peuvent l'utiliser pendant des travaux de groupe, à défaut d'un portable par groupe (ce qu'ils utilisent, en fait, ce n'est pas le vidéoprojecteur mais l'ordinateur qui y est connecté ; l'idéal est de pouvoir basculer du vidéoprojecteur au moniteur sans avoir de branchement à faire et défaire...)

Mais son utilisation principale est avant tout de permettre de s'adresser à toute la classe, que ce soit :

- lors de la présentation par un groupe de son travail, au même titre que le groupe peut utiliser le rétroprojecteur ou des affiches ;
- lors du débat qui suit les présentations des travaux de groupe, par un élève qui veut l'utiliser pour apporter un argument ou infirmer une assertion ;
- lors de la synthèse que le professeur fait avec la classe en conclusion de l'activité.

... avec un Tableau Numérique Interactif

Le TNI peut être utilisé pour « dérouler » un cours magistral tout prêt, ce qui ne correspond pas à nos choix pédagogiques. Il est souvent utilisé aussi de la même façon qu'un ordinateur connecté à un vidéoprojecteur, avec l'intérêt supplémentaire et non négligeable de pouvoir être commandé du tableau, avec un stylet.

Il est difficile d'aller plus loin quand on n'en dispose que de façon épisodique, au gré des plannings d'occupation des salles équipées.

En revanche, en disposer de façon permanente dans sa salle devrait permettre d'y trouver un véritable intérêt pédagogique, en particulier celui de mémoriser des interventions sur des travaux d'élèves, d'élaborer collectivement des documents (solutions de problème, résumés de cours, etc. pouvant être repris, modifier, compléter, aussi souvent que nécessaire). Il y a là des pistes à explorer...

LES LOGICIELS QUE NOUS UTILISONS

Un logiciel de géométrie dynamique

Nous utilisons et nous préconisons le logiciel **GeoGebra**.

Sans doute **Cabri-Géomètre** est le logiciel « historique » et c'est avec lui que beaucoup d'entre nous ont commencé à utiliser un logiciel de géométrie.

Mais, de nos jours, **GeoGebra** a des avantages déterminants :

- il est gratuit, ce qui permet aux élèves de l'utiliser chez eux ;
- il est facile d'accès ;
- il est utilisable pour la géométrie et pour représenter des fonctions ;
- il est régulièrement mis à jour ;
- il peut être utilisé en ligne, ce qui permet de ne pas se soucier d'installation d'une part et, d'autre part, d'avoir toujours la dernière version ;
- il existe une communauté très active d'utilisateurs qui font évoluer le logiciel ;
- il est facile d'intégrer des figures dynamiques dans des pages web.

Mais il existe d'autres logiciels gratuits (**Déclic**, **Geonext**, etc) dont un peut aussi être utilisé en ligne, il s'agit de **Tracenpoche**. La plupart des activités de géométrie de la brochure sont faisables, plus ou moins facilement, sur d'autres logiciels que **GeoGebra**.

Un logiciel de géométrie dynamique, pour quoi faire ?

Le logiciel peut être utilisé comme outil de recherche dans une fonction de cahier de brouillon, mais avec des avantages par rapport au cahier de brouillon :

- cela va plus vite ;
- les élèves n'hésitent pas à faire de nombreux essais ;
- la facilité de déplacement d'un point amène les élèves à envisager des figures qu'ils n'auraient pas réalisées sur papier (par exemple des quadrilatères croisés).

L'inconvénient est qu'il n'est pas toujours facile d'avoir des traces de ces recherches.

Il peut être utilisé pour une aide à la conjecture, à partir d'une figure donnée. Cela permettra en particulier aux élèves de faire la différence entre le général et le particulier dans telles ou telles configurations, de voir ce qui est toujours vrai ou relève d'un cas particulier.

Il permet aussi de découvrir des propriétés de géométrie, en particulier des propriétés caractéristiques, en jouant sur les contraintes du logiciel et la robustesse des constructions, en instaurant le contrat : si le professeur demande de tracer un rectangle, par exemple, le quadrilatère doit rester un rectangle dans toutes les manipulations possibles.

Dans la découverte de propriétés de géométrie, il permet aussi de mettre en évidence la nécessité de telle ou telle hypothèse. C'est la notion de « figure molle », abordée pages 32 et 108

Un tableur

Certaines de nos activités sont fondées sur le tableur dont l'utilisation est maintenant au programme de mathématiques dès la cinquième.

Tous sont largement assez performants pour une utilisation au collège, mais il y en a un, **Calc**, qui est totalement gratuit (comme toute la suite bureautique de OpenOffice) en plus d'être très performant...

Un tableur, pour quoi faire ?

L'écriture de formules permet de mettre en évidence la nécessité de respecter une syntaxe dans leur écriture, même si les notations du tableur ne sont pas exactement celles des mathématiques. La calculatrice scientifique pourrait présenter le même intérêt, mais :

- d'une part, les élèves pratiquent souvent le « calcul en morceaux » au lieu d'utiliser l'écriture de formules, puisqu'ils utilisent ainsi la calculatrice depuis des années ;
- d'autre part, ils font disparaître très rapidement les calculs incorrects.

Dans l'écriture de formules, le mode de désignation des cellules est en même temps un travail sur la lettre et permet de travailler la notion de variable en mathématiques.

Il permet de mettre en évidence ce qu'est une équation : une égalité vraie seulement pour certaines valeurs de la variable (voire aucune).

Il permet de résoudre un problème par tâtonnement et incite à une organisation réfléchie de ce travail de tâtonnement.

Cette liste n'est sans doute pas exhaustive. Il est vraisemblable qu'elle se complètera à la suite d'une utilisation plus fréquente du tableur.

Et les exercices ?

Pas plus que nous ne ferions faire aux élèves des batteries d'exercices en classe, nous ne le faisons faire sur exerciceur en salle multimédia. Mais il est tout à fait intéressant de conseiller aux élèves d'en faire chez eux et donc de leur en donner des adresses.

Quand il s'agit d'aide individualisée, il nous semble que les interactions des élèves entre eux et avec le professeur sont beaucoup plus déterminantes que de leurs faire répéter x fois le même exercice dans lequel ils vont prendre des automatismes qui peuvent être faux ou répondre plusieurs fois pour arriver, sans plus de réflexion, à une bonne réponse.

Cela dit, quelques exercices bien ciblés en fonction des difficultés des élèves, pendant quelques minutes, peuvent permettre au professeur de se consacrer entièrement à deux ou trois élèves pendant ce temps-là. L'objectif étant de tourner ainsi deux ou trois fois dans la séance.

De ce point de vue, il y a plusieurs exercices en ligne qui peuvent être utilisés, certains permettant de fixer des parcours imposés aux élèves. **Mathenpoche** et **Kidimath**, de l'association **Sésamath**, sont des modèles du genre.

ACTIVITÉS EN QUATRIÈME

Avertissement

Pour toutes les activités présentées ci-après, il est nécessaire de disposer d'une salle multimédia dans laquelle les élèves sont, au plus, deux par poste. Le déroulement de l'activité précisera quand la séance doit avoir lieu dans une telle salle.

En l'absence de cette précision, la séance peut se dérouler dans une salle de classe « normale ». Mais il est aussi nécessaire, dans cette salle de classe « normale » d'avoir :

- un ordinateur connecté à un vidéoprojecteur et disposant du même logiciel de géométrie dynamique et du même tableur que celui de la salle multimédia ;
- un rétroprojecteur, des feutres et des transparents.

Cela ne sera pas rappelé pour chacune des activités décrites. Il sera en revanche précisé si du matériel supplémentaire est nécessaire.

DISTANCE D'UN POINT À UNE DROITE

Bien souvent la quatrième est l'occasion d'un grand brassage des élèves. Il est donc important qu'une activité permette, tout en faisant des mathématiques évidemment, de fédérer la classe du point de vue de la manipulation d'un logiciel de géométrie dynamique. Cette activité utilisant des fonctions de base et simples du logiciel, les élèves qui savent pourront les montrer à leurs camarades, dans la mesure où le professeur aura constitué les binômes en conséquence ; dans la mesure aussi, où le professeur laissera le temps de cet apprentissage aux « nouveaux ».

Nous entendons tous, encore en quatrième, des élèves nous interroger sur le droit qu'ils ont ou n'ont pas de rajouter des éléments sur une figure de géométrie. L'intérêt de l'activité suivante est qu'ils n'ont aucune chance de trouver la solution s'ils ne prennent pas l'initiative de le faire. C'est justement cette initiative qui amène à la notion de distance d'un point à une droite, dans une situation où elle prend sens. Pour cette raison aussi, cette activité doit donner le ton pour les activités futures.

Niveau :

Quatrième

Objectifs :

- fédérer une classe sur l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique ;
- amener les élèves à concevoir le logiciel comme un outil pour chercher et conjecturer ;
- faire découvrir la notion de distance d'un point à une droite ;
- réinvestir des propriétés du rectangle ;
- mettre en évidence l'importance de prendre l'initiative de compléter une figure ;
- entretenir la méfiance sur les mesures données par le logiciel ;
- travailler sur l'apprentissage de la démonstration.

Prérequis :

Le théorème de Pythagore

Déroulement :

Première séance, en salle multimédia

Les élèves étant deux par poste, il est important que la constitution des binômes permette à ceux qui ne connaissent pas le logiciel de le faire avec un camarade qui l'a déjà utilisé. Il est important aussi que le temps de cet apprentissage soit prévu par le professeur.

La consigne est distribuée aux élèves.

« Construis un triangle ABC rectangle en A .

Soit un point M sur $[BC]$.

Construis le rectangle $ADME$ tel que $D \in [AB]$ et $E \in [AC]$.

Détermine précisément la position du point M pour laquelle la longueur DE est la plus petite.

Le logiciel est une aide pour trouver la réponse, mais tu feras la construction et tu répondras à la question sur cette feuille que je ramasserai.

Si tu ne trouves pas la réponse, tu dois au moins expliquer les idées que tu as essayées. »

Les feuilles sont ramassées à la fin de l'heure, mais il est possible que les élèves aient besoin de plus temps pour les terminer, s'ils en sont à la découverte et l'apprentissage du logiciel. (Voir la remarque en-dessous).

Deuxième séance

Le bilan, à partir des productions des élèves et en utilisant le logiciel vidéoprojeté, a permis de

- mettre en évidence l'imprécision des mesures données par le logiciel ;
- montrer l'importance de tracer $[AM]$ pour voir la solution ;
- justifier l'égalité de AM et de DE ;
- définir la distance d'un point à une droite comme la plus courte longueur, longueur du segment perpendiculaire, et de faire le lien avec le théorème de Pythagore.

Remarque

S'il y a trop peu d'élèves ayant déjà manipulé un logiciel de géométrie dynamique, il sera nécessaire de modifier le déroulement de cette activité.

Une deuxième séance peut alors se faire en salle multimédia, dans un premier temps pour faire le point sur les difficultés des élèves dans ce domaine et y apporter des réponses, pour les renvoyer ensuite à la recherche du problème.

La troisième séance permettra de faire le bilan de l'activité.

Compte-rendu d'expérimentation :

Lors de la première expérimentation dans une classe, au vu des feuilles ramassées à la fin de la première séance :

- seuls deux binômes ont vu que la longueur DE minimum correspond à la position du point M pour laquelle (AM) est perpendiculaire à (BC) ;
- aucun n'a mis en évidence l'égalité de DE et de AM ;
- la moitié des binômes n'a pas tracé le segment $[AM]$ (ou la droite) ;
- beaucoup ont eu comme idée que M pouvait être le milieu de $[BC]$ ou tel que $ADME$ soit un carré.

Plusieurs expérimentations mettent en évidence que les binômes trouvent ou ne trouvent pas, mais que leurs productions ne présentent pas des différences de démarche ou des contradictions qui justifieraient un travail en groupe.

Nom :

Prénom :

Construis un triangle ABC rectangle en A.

Soit un point M sur [BC].

Construis le rectangle ADME tel que $D \in [AB]$ et $E \in [AC]$.

Détermine précisément la position du point M pour laquelle la longueur DE est la plus petite.

Le logiciel est une aide pour trouver la réponse, mais tu feras la construction et tu répondras à la question sur cette feuille que je ramasserai.

Si tu n'as pas trouvé la réponse, tu dois au moins expliquer les idées que tu as essayées.

TRIANGLE RECTANGLE INSCRIT DANS UN CERCLE

Une « activité » qui consisterait à faire déplacer par les élèves un point sur un cercle pour constater que le triangle construit avec un diamètre du cercle est toujours rectangle nous a toujours semblé sans aucun intérêt. D'abord parce qu'elle ne laisse aucune initiative aux élèves. Ensuite parce qu'elle ne leur permet pas de voir ce qui se passe si le point n'est pas sur le cercle.

Nous inspirant des travaux de Colette Laborde et de Sophie Soury-Lavergne sur les « figures molles » nous avons fait le choix de faire découvrir par les élèves eux-mêmes l'existence de ce cercle comme le lieu des points pour lequel l'angle est droit. Il nous semble qu'ainsi la condition que le point est sur le cercle sera moins oubliée par les élèves.

Comme le disait Sophie Soury-Lavergne dans une intervention à l'IREM des Pays de la Loire en octobre 2007 :

« Il s'agit ainsi d'utiliser les potentialités de l'environnement dynamique pour explorer des possibles inaccessibles dans l'environnement papier crayon, permettant d'établir des liens entre des propriétés : explorer les possibles par des expériences spatio-graphiques pour mettre en évidence des liens de nécessité entre des propriétés. »

Niveau :

Quatrième.

Objectifs :

- amener les élèves à conjecturer les propriétés du triangle rectangle et de son cercle circonscrit ;
- amener une nouvelle fois les élèves à faire la différence entre propriété directe et réciproque ;
- utiliser le logiciel comme un outil pour chercher ;
- apprendre à tâtonner : oser d'autres chemins, oser abandonner un chemin qui n'aboutit pas.

Prérequis :

Aucun

Matériel :

Aucun, excepté le matériel commun à toutes les activités (voir page 27)

Déroulement :

Première séance, en salle multimédia

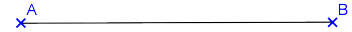
Le professeur indique aux élèves le chemin pour trouver le fichier « 4obtus.ggb »
Remarque : dans le cadre d'un travail sur les items du B2i, le professeur peut seulement donner le nom du fichier et c'est aux élèves de le trouver avec l'outil « Rechercher ».

Le fichier que les élèves ouvrent leur donne la consigne :

Placez un point M.
 Tracez les segments [AM] et [BN].
 Affichez la mesure de l'angle AMB.
 Déplacez le point M pour répondre à la question suivante :

Où se trouvent tous les points M pour que l'angle AMB soit un angle obtus ?
 Vous pouvez utiliser la trace du point M si cela t'aide à mieux voir.

Ecrivez votre réponse et vos remarques, avec les figures nécessaires, sur une feuille que je ramasserai.



Si des élèves n'ont jamais utilisé la fonction « Trace activée », il est possible que le professeur soit amené à intervenir pour des élèves qui ne trouveraient pas tout seul. Il n'y a pas de raison d'intervenir *a priori*, les expérimentations montrent que ce n'est souvent pas nécessaire d'une part, d'autre part il est souhaitable et plus formateur que les élèves apprennent à chercher dans l'aide du logiciel. Certains peuvent d'ailleurs développer d'autres stratégies (plusieurs points M, par exemple) sur lesquelles le professeur pourra revenir en demandant les avantages ou les inconvénients.

En fonction de ce qu'il voit du travail des groupes, le professeur encouragera, stimulera les élèves de tel ou tel binôme à aller plus loin que leur première réponse ou remarque.

Après une demi-heure de travail, le professeur demande aux élèves d'enregistrer leur fichier et ramasse les feuilles.

Deuxième séance

Le professeur utilise les fichiers projetés des élèves et ce qu'il a lu dans les feuilles ramassées pour solliciter les interventions des élèves. Le bilan de l'activité s'élabore :

- la réponse à la question posée elle-même ;
- ce qui se passe quand le point est à l'extérieur du disque ;
- le cas particulier du point sur le cercle ;
- le fait que le cercle ait été tracé *a priori* ou pas amène à faire la différence entre propriété directe et propriété réciproque qui sont conjecturées.

Il est important de mettre à nouveau en évidence la nécessité de la démonstration et le professeur, en interaction avec la classe, en fera au moins une des deux.

Compte-rendu d'expérimentation :

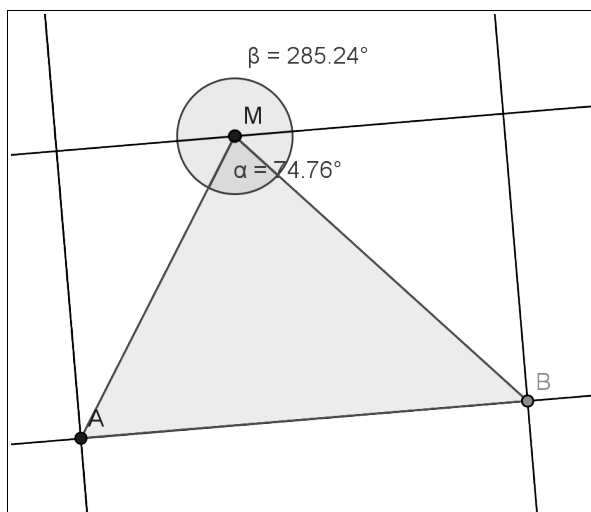
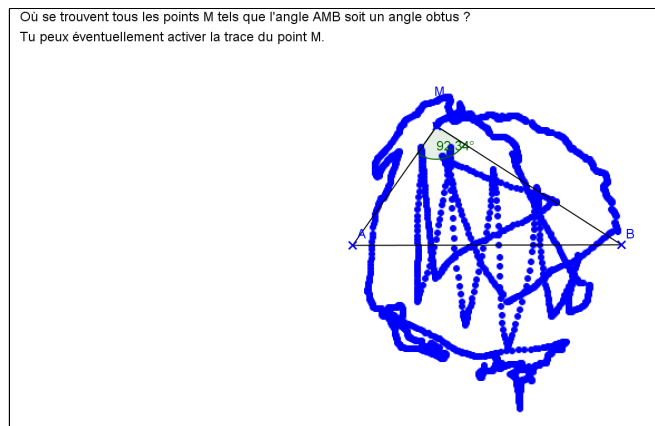
Dans les expérimentations de cette activité, on constate à la fin de la première séance que :

- des élèves ont limité leur exploration à la médiatrice de [AB] ;
- des élèves ont essayé des figures géométriques (carré, rectangle) construites sur [AB] ;
- des élèves se sont limités à une zone comprise entre deux droites perpendiculaires en A et B ;
- des élèves ont trouvé le cercle par tâtonnement ;
- des élèves ont tracé le cercle de diamètre [AB] *a priori* et ont constaté que le régionnement du plan qu'il crée, donnait la solution ;
- dans ces deux derniers cas, des élèves ont noté l'angle droit quand le point M est sur le cercle.

Voir des travaux d'élèves en annexe page suivante.

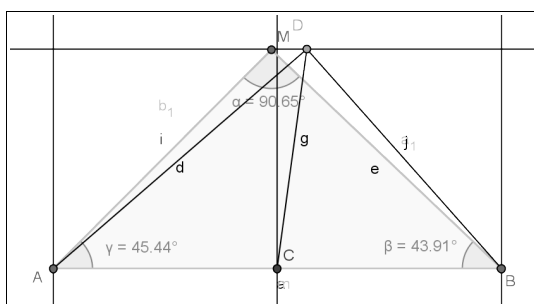
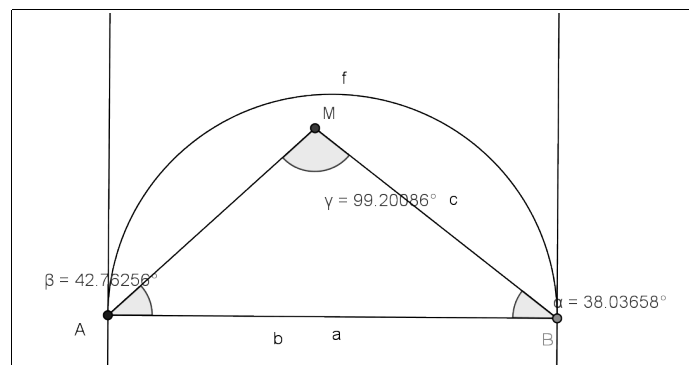
Annexe

Binôme 1 :
Une étape dans la recherche



Binôme 2 :
Plusieurs élèves ont tracé les perpendiculaires à (AB) en A et en B et ont cherché dans un rectangle.

Binôme 3 :
Ils ont utilisé la trace pour chercher et ont tracé le demi-cercle après un certain temps



Binôme 4 :
Ils ont utilisé le point M et sa trace pour chercher, d'abord sur la médiatrice de [AB], puis ont tracé D à 3 cm de C (leur mesure de [AB] est 6 cm). La propriété de la médiane relative à l'hypoténuse d'un triangle rectangle est sous-jacente.

CERCLE TANGENT AUX DEUX CÔTÉS D'UN ANGLE

Un intérêt majeur du logiciel de géométrie, par rapport au papier-crayon, est la possibilité de déplacer tout objet déjà créé. C'est un des aspects qui peut en faire un formidable outil de recherche.

Le déroulement des premières expérimentations de cette activité va dans le sens de plusieurs études qui font apparaître que les possibilités de déplacement dans un logiciel de géométrie ne sont pas utilisées spontanément par les élèves, qu'elles ne vont pas de soi et qu'elles doivent être construites à partir d'activités qui les rendent indispensables.

C'est un des objectifs de cette activité.

Niveau :

Quatrième

Objectifs :

- utiliser le logiciel de géométrie comme un outil de recherche ;
- réinvestir les connaissances sur la tangente à un cercle ;
- conjecturer les propriétés caractérisant la bissectrice d'un angle et les démontrer ;
- continuer à amener les élèves à faire la différence entre propriété directe et réciproque ;
- conjecturer et démontrer la propriété du cercle inscrit dans un triangle ;
- rencontrer l'idée d'infini sur un support géométrique.

Prérequis :

Étude du théorème de Pythagore

Matériel :

Aucun, excepté le matériel commun à toutes les activités (voir page 27)

Déroulement :

Première séance, en salle multimédia

Remarque : le travail suivant n'est pas prévu pour durer une séance entière. Cette séance pourra donc commencer ou finir par une autre activité (exercice, correction d'exercice, etc.), comme dans n'importe quelle salle de classe. C'est d'autant plus important pour les établissements où la salle multimédia est une salle « à part » (sans table de travail), pour que les élèves ne considèrent pas que c'est forcément pour utiliser les ordinateurs que l'on va dans cette salle.

Mais il est important que le bilan ne soit pas fait (ou commencé) dans la même séance, même s'il y en a le temps, afin que le professeur puisse le faire en fonction des travaux d'élèves qu'il aura lu, en plus de ce qu'il aura observé lors de la séance.

La consigne est donnée sur une feuille A4 qui sera ramassée ensuite :

« Soient deux demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$.

Que peux-tu dire des centres des cercles tangents aux deux demi-droites ?

Explique ta réponse. »

La consigne ne mentionne volontairement pas l'utilisation de l'ordinateur.

De fait, certains peuvent ouvrir immédiatement le logiciel, d'autres utiliser d'abord un brouillon ; faire ensuite des aller-retour entre logiciel et papier.

Après quelques minutes de travail, il est souvent nécessaire de faire préciser aux élèves qui l'ont compris, qu'il s'agit des cercles tangents aux deux demi-droites « en même temps », voire que les deux demi-droites ont la même origine...

Deuxième séance

Cette séance est celle de la synthèse de l'activité, que le professeur prévoit à partir de ce qu'il a observé lors de la séance précédente et à partir des travaux d'élèves relevés.

Des travaux d'élèves choisis ont été scannés et sont rétroprojetés ou vidéoprojetés ; le logiciel de géométrie vidéoprojeté permettra d'illustrer les présentations qui pourront être faites par des élèves ou le professeur.

Voir en annexe des productions d'élèves lors d'une expérimentation.

Le bilan sera l'occasion :

- d'insister sur une possibilité majeure du logiciel, celle de déplacer des objets déjà tracés ;
- de rappeler ce qui caractérise la tangence d'une droite à un cercle ;
- de faire formuler la ou les conjectures trouvées par les élèves ;
- d'arriver à faire formuler les propriétés directes et réciproques de la bissectrice d'un angle.

Le professeur fait ensuite chercher individuellement par les élèves la démonstration de l'une des deux propriétés visées, en donnant les aides nécessaires. Suivant les cas, la démonstration de la deuxième propriété pourra être commencée en classe et à terminer en travail personnel.

Lors de la séance suivante, le professeur pourra faire travailler les élèves à partir de la consigne :

« Combien peux-tu construire de cercle tangent aux trois côtés d'un triangle ?

Démontre ta réponse. »

pour arriver à la propriété des bissectrices dans un triangle.

Compte-rendu d'expérimentation :

Première séance, en salle multimédia

Dans les expérimentations, dans la première séance, il est apparu que pratiquement aucun élève ne construisait de cercle tangent : cela se conçoit parfaitement dans le cadre d'une recherche.

En revanche, la plupart essayait de tracer des cercles tangents aux deux demi-droites à partir d'un centre placé « à l'œil », ce qui est plutôt laborieux. Aucun n'a tracé des cercles de rayon quelconque puis déplacé les centres pour que les cercles correspondants soient tangents aux demi-droites.

Voir des travaux d'élèves en annexe pages 38 à 40.

Deuxième séance

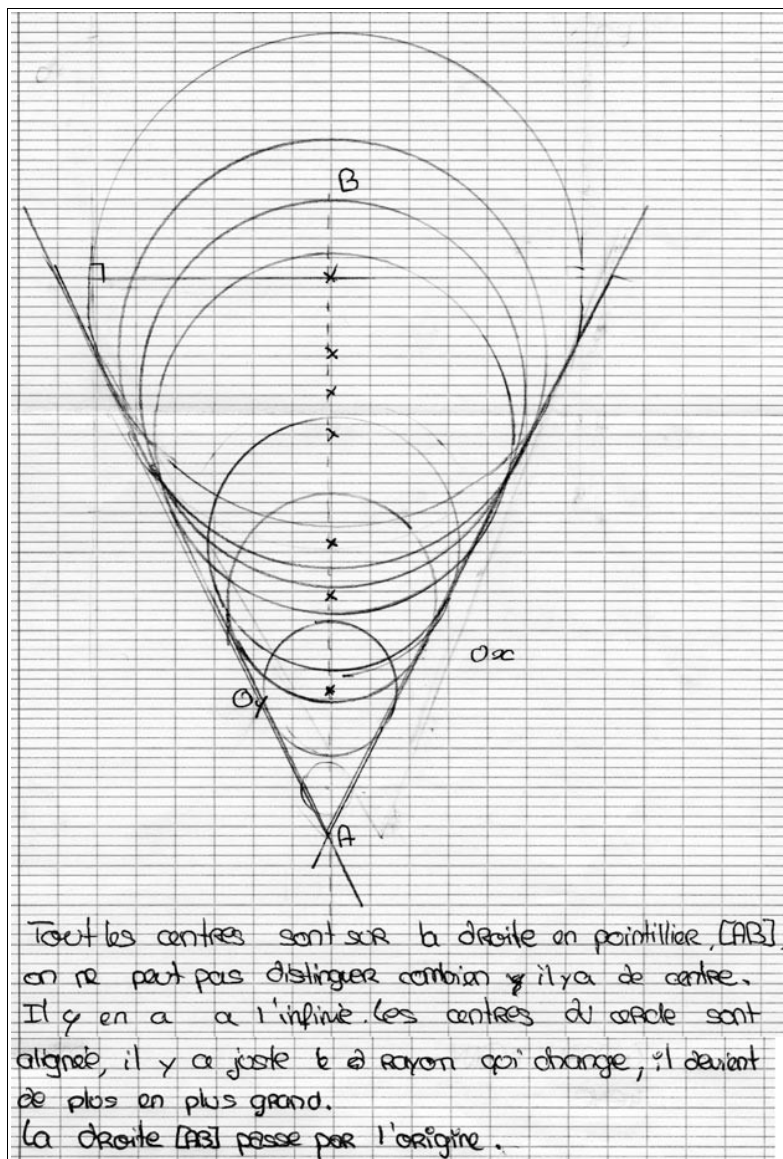
Lors des expérimentations nous n'avons pas observé dans les travaux d'élèves de la première séance, des différences de démarche ou des contradictions qui justifieraient un travail en groupe préalable au débat en classe entière et au bilan.

Il y a autant de points que de cercles, comme on peut mettre des arcs infiniment car c'est des demi-droites, il faut qu'ils soient tangents au 2^e demi-droite, donc il y a infiniment de points (autant que l'on en met). Leur centre sont alignés. Plus on met de cercles plus les arcs sont grands, ex: Si l'on fait 10 cercles on obtient 10 centres, donc 10 centres tangents à (Ox) et (Oy)

binôme 1

Il y a à l'infini des centres des cercles tangents à (Ox) et à (Oy) . On ne peut pas donner un nombre ~~précis~~ précis.

binôme 2

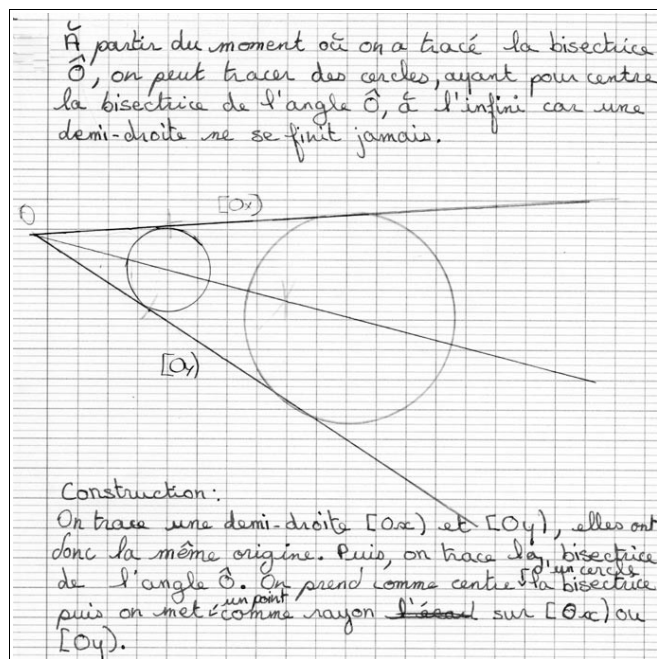


binôme 3

Les élèves se sont beaucoup plus intéressés au nombre de cercles tangents qu'à l'alignement des centres.

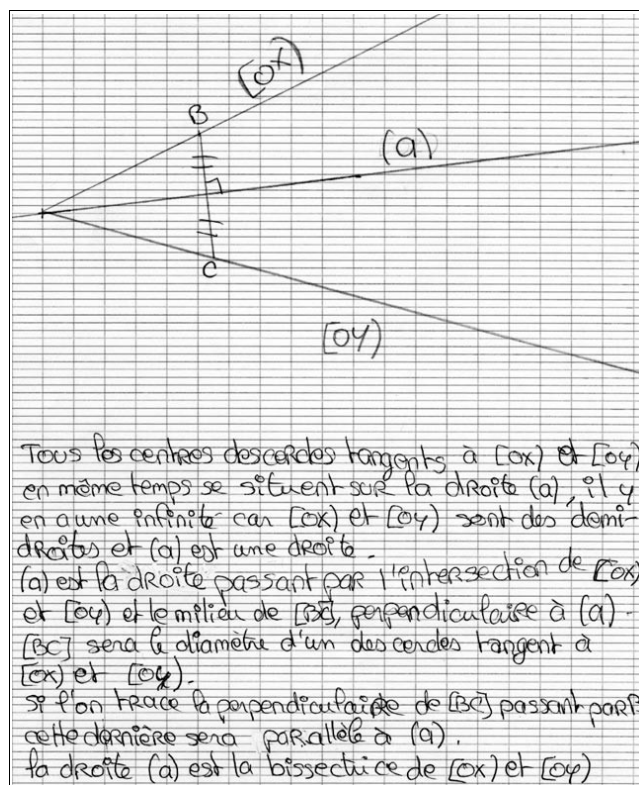
Nombre d'entre eux l'ont vu cependant, même s'ils ne le mentionnent pas (c'est le cas du binôme 2 pour lequel l'alignement était visible sur la figure). Peu précisent que la droite est la bissectrice de l'angle.

Annexe



binôme 4

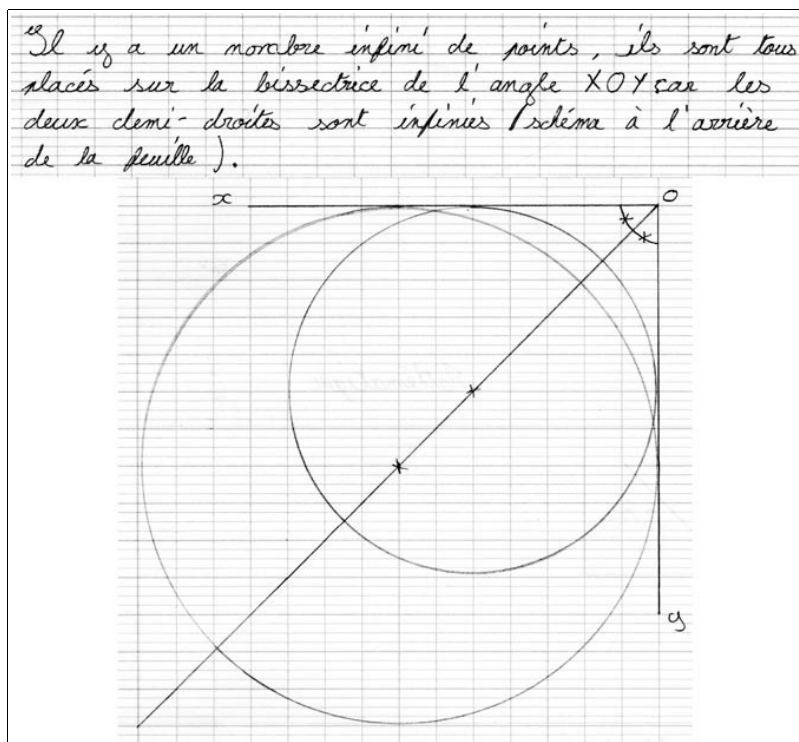
Des élèves tracent un cercle ou deux et voient la bissectrice, qu'ils utilisent ensuite pour répondre à la question. Dans cette activité comme dans d'autres activités de recherche, les élèves font des aller-retour non-conscients entre propriété directe et propriété réciproque. Il est donc d'autant plus important que le bilan insiste sur cette distinction.



binôme 5

Le tracé de $[BC]$ montre que les élèves du binôme 5 n'ont pas une idée très claire de la définition de la tangente. Ils n'ont pas su ensuite expliquer le sens de leur avant-dernière phrase.

Annexe



binôme 6

A la différence de leur travail sur logiciel, l'angle est droit parce que c'était « plus facile à faire sur le papier ».

Une remarque, valable aussi pour les binômes 4 et 5 : l'infinité de centres de cercles tangents est liée au fait que les demi-droites sont illimitées... Quand le professeur a demandé si leur réponse était la même s'il s'agissait de segments, certains ont répondu non et tous étaient plutôt déstabilisés. Cela a été l'occasion de revenir sur une notion difficile, celle d'infini : une infinité de points sur un segment ; une infinité de points sur une droite illimitée.

ÉVOLUTION DES POPULATIONS DE LA FRANCE, DE LA CORREZE ET DE LA LOIRE-ATLANTIQUE DE 1851 A 1990

Bien que l'utilisation du tableur en mathématiques soit au programme de cinquième depuis la rentrée 2007, les compétences des élèves sont encore très inégales sur l'utilisation (peu intuitive !) de cet outil, des collègues ne faisant pas faire son apprentissage aux élèves. Il y a donc nécessité d'avoir, en quatrième, une activité qui permette de découvrir ou de redécouvrir les possibilités du tableur pour réaliser diagrammes et graphiques. Dans le cas où les élèves auraient une maîtrise réelle du tableur, l'intérêt de l'activité pour la notion d'indice n'en demeure pas moins.

La notion d'indice nous a semblé un bon sujet pour le faire, puisque la réalisation de diagrammes ou graphiques avec le tableur va permettre de mettre en évidence la difficulté de représenter sur un même graphique des nombres d'ordres de grandeur très différents. L'intérêt de la notion d'indice apparaît alors comme évidente.

Le choix de ce sujet pour découvrir la notion d'indice est d'autant plus intéressant s'il est l'occasion d'un travail commun avec le professeur d'histoire-géographie.

Niveau :

Quatrième

Objectifs :

- découvrir (ou redécouvrir) l'utilisation du tableur pour réaliser des diagrammes ou des graphiques ;
- s'interroger sur la pertinence des différentes sortes de diagrammes et graphiques dans la situation concernée ;
- découvrir la notion d'indice mettant en évidence son utilité pour comparer des séries de données d'ordres de grandeur très différents ;
- poursuivre la construction de la proportionnalité ;
- savoir donner un format de nombre précis à une cellule.

Prérequis :

- savoir déterminer une quatrième proportionnelle ;
- savoir calculer un pourcentage ;
- savoir saisir une formule et la recopier.

Matériel :

Aucun, excepté le matériel commun à toutes les activités (voir page 27)

Déroulement :

Première séance, en salle multimédia

La consigne est distribuée aux élèves (feuille élève 1, page 45)

« Le tableau ci-dessous représente l'évolution des populations de la France, de la Loire-Atlantique et de la Corrèze de 1851 à 1990.

Année	France (habitants)	Loire-Atl. (habitants)	Corrèze (habitants)
1851	35 834 666	535 664	320 864
1856	36 022 781	555 996	314 982
1866	37 207 465	598 598	310 843
1872	36 703 981	602 606	302 746
1901	40 681 415	664 971	318 422
1911	41 479 006	669 920	309 673
1921	39 209 518	649 691	273 808
1936	41 911 530	659 428	262 743
1946	40 506 639	665 064	254 574
1954	42 777 162	733 575	242 798
1968	49 780 543	861 452	237 858
1975	52 655 864	934 499	240 363
1982	54 334 871	995 498	241 448
1990	56 614 493	1 052 183	237 908

(Source : INSEE, recensement)

Tu vas utiliser le tableur pour trouver des représentations de ce tableau.

Pour cela, ouvre le fichier « 4Population.ods » et enregistre le immédiatement dans le dossier « indices » qui se trouve dans le dossier « commun » de la classe, en le renommant avec vos deux prénoms.

Puis utilise l'outil « Diagramme » à partir de l'icône de la barre d'outils ou partir du menu « Insertion ».

Note sur cette feuille que je ramasserai, tes remarques concernant :

- tes découvertes sur l'utilisation de l'outil « diagramme » ;
- l'intérêt des différentes sortes de diagramme ».

Le fichier que les élèves ouvrent ne contient que le tableau ci-dessus

Deuxième séance

Le professeur ayant choisi et photocopié sur transparent certaines productions des élèves, leur projection et les explications des élèves concernés, éventuellement, permet de faire le point sur :

- la pertinence de telle ou telle sorte de graphique dans la situation concernée (des élèves disent que le diagramme circulaire n'est pas adapté car, pour les populations, il s'agit « de choses qui évoluent ») ;
- le fait que les diagrammes les plus simples sont les plus lisibles ;
- la réalisation d'un diagramme en tuyau d'orgue et d'un graphique, sans oublier de nommer le diagramme, les séries de données, etc. ;
- le fait que, de toute manière, il n'est pas possible de représenter de façon satisfaisante sur un même graphique, les populations de la France, de la Loire Atlantique et de la Corrèze pour des raisons d'ordre de grandeur (des élèves pensaient que c'était peut-être eux qui n'avaient pas su le faire).

Le graphique qui est réalisé lors de ce bilan est imprimé, photocopié et distribué aux élèves.

Troisième séance et quatrième séance, en salle multimédia

La consigne est distribuée aux élèves, sauf les questions 3 et 4 (voir feuille élève 2, page 46).

Après quelques minutes de lecture silencieuse, les élèves ont la possibilité de poser des questions, le professeur répondant à celles qui concernent la compréhension de la consigne.

Puis les élèves commencent la réalisation du tableau.

Suivant la pratique que les élèves ont déjà du tableur, le professeur aura plus ou moins d'interventions « techniques » à faire en fonction de ce qu'il observe des difficultés des élèves.

Dans tous les cas, il est peu probable que beaucoup d'élèves aient commencé le graphique à la fin de l'heure.

Lors de la séance suivante, les élèves réalisent le graphique, à partir de leurs souvenirs et notes de la séance en salle de classe. L'un des graphiques est imprimé, photocopié et distribué à tous.

Les questions 3 et 4 sont alors distribuées, commencées en classe et terminées en travail maison. Leur correction à la séance suivante permet de revenir sur l'intérêt de l'indice (question 3) et de mettre en évidence une erreur à éviter (question 4).

Compte-rendu d'expérimentation :

Première séance, en salle multimédia

La première expérimentation a mis en évidence que :

- les élèves tâtonnent beaucoup, recommencent plusieurs fois, mais arrivent à des résultats ;
- ils commencent souvent (et s'arrêtent aussi quelquefois !) par la réalisation d'un diagramme circulaire sans s'interroger sur la pertinence d'un tel diagramme pour représenter trois séries de données...
- ils réalisent aussi des diagrammes en tuyau d'orgue ;
- peu de graphiques.

Ils écrivent peu de remarques sur l'utilisation de l'outil lui-même ; il est vrai que le tâtonnement est difficile à mémoriser et à rédiger.

Sur les différentes sortes de diagrammes et graphiques :

- beaucoup d'interrogations sur les diagrammes circulaires, certains pensaient qu'il devait en apparaître trois ;
- plusieurs remarques sur le fait que certains diagrammes sont difficiles à lire, en particulier les diagrammes en 3D et les diagrammes dans lesquels les données sont empilées ;
- plusieurs remarques aussi, à propos de diagrammes en tuyau d'orgue ou de graphiques, sur le fait qu'on ne voit pas bien ce qui concerne la Loire Atlantique et la Corrèze.

Troisième séance et quatrième séance, en salle multimédia

Lors de la première expérimentation, seulement la moitié des élèves de la classe avait déjà saisi des formules dans un tableur.

Un bilan a donc été fait en cours de séance pour que les élèves qui l'avaient déjà fait et l'avaient retrouvé (plus ou moins...), expliquent la méthode au reste de la classe.

En montrant à tous les écrans de certains binômes, un point a aussi été fait sur la copie incrémentée (et ses dangers, quand l'année de référence s'incrémente elle aussi ! C'est l'occasion d'introduire le « \$ »).

Tous les tableaux étaient terminés à la fin de l'heure ; seuls deux binômes avaient commencé le graphique.

Lors de la séance suivante, après quelques tâtonnements, tous ont réussi à faire le graphique et ont pu constater que les trois courbes étaient maintenant visibles et qu'il était possible de comparer les évolutions.

Nom :

Prénom :

Le tableau ci-dessous représente l'évolution des populations de la France, de la Loire-Atlantique et de la Corrèze de 1851 à 1990.

Année	France (habitants)	Loire-Atl. (habitants)	Corrèze (habitants)
1851	35 834 666	535 664	320 864
1856	36 022 781	555 996	314 982
1866	37 207 465	598 598	310 843
1872	36 703 981	602 606	302 746
1901	40 681 415	664 971	318 422
1911	41 479 006	669 920	309 673
1921	39 209 518	649 691	273 808
1936	41 911 530	659 428	262 743
1946	40 506 639	665 064	254 574
1954	42 777 162	733 575	242 798
1968	49 780 543	861 452	237 858
1975	52 655 864	934 499	240 363
1982	54 334 871	995 498	241 448
1990	56 614 493	1 052 183	237 908

(Source : INSEE, recensement)

Tu vas utiliser le tableur pour trouver des représentations de ce tableau.

Pour cela, ouvre le fichier « 4Population.ods » et enregistre le immédiatement dans le dossier « indices » qui se trouve dans le dossier « commun » de la classe, en le renommant avec vos deux prénoms.

Puis utilise l'outil « Diagramme » à partir de l'icône de la barre d'outils ou à partir du menu « Insertion ».

Observe et essaye les différentes représentations possibles.

Note sur cette feuille que je ramasserai, tes remarques concernant :

- tes découvertes sur l'utilisation de l'outil « diagramme » ;
- l'intérêt des différentes sortes de diagrammes.

Les indices

Afin de pouvoir mieux comparer les évolutions à partir de nombres très différents comme la population française et celle d'un département comme la Loire-atlantique, on ramène à **100** la population de la Loire-Atlantique et de la France d'une **année choisie**. Cette année s'appelle **année de base** ou **année de référence** ou **année zéro**. On dit que 100 est l'**indice** de l'année de référence et on calcule les indices des autres années **proportionnellement** à leur population.

Exemple : indice de la Loire-Atlantique en 1856, 1851 étant l'année de référence.

année	1851	1856
population	535 664	555 996
indice	100	x

1. Utilise le tableur pour obtenir le tableau ci-dessous avec les trois colonnes « indices » complétées, en partant du tableau donné dans le fichier « 4Population.ods ». Les indices doivent être arrondis à l'unité.

Années	Loire-Atl. (habitants)	Loire-Atl. (indices)	Corrèze (habitants)	Corrèze (indices)	France (habitants)	France (indices)
1851	535 664		320 864		35 834 666	
1856	555 996		314 982		36 022 781	
1866	598 598		310 843		37 207 465	
1872	602 606		302 746		36 703 981	
1901	664 971		318 422		40 681 415	
1911	669 920		309 673		41 479 006	
1921	649 691		273 808		39 209 518	
1936	659 428		262 743		41 911 530	
1946	665 064		254 574		40 506 639	
1954	733 575		242 798		42 777 162	
1968	861 452		237 858		49 780 543	
1975	934 499		240 363		52 655 864	
1982	995 498		241 448		54 334 871	
1990	1 052 183		237 908		56 614 493	

2. Utilise l'outil « Diagramme » du tableur pour représenter les indices de population de la France, de la Loire-Atlantique et de la Corrèze, en fonction des années.
3. Quels sont les pourcentages d'augmentation ou de diminution de 1851 à 1872 pour la population de France, de Corrèze et de Loire-Atlantique ?
Que peux-tu en déduire ?
4. Quels sont les pourcentages d'augmentation ou de diminution de la population en France, en Corrèze et en Loire-Atlantique de 1968 à 1982 ?

J'VOUS AI APPORTÉ DES FRIANDISES...

Cette activité est une révision d'une activité que notre groupe a publiée dans une brochure précédente sur le Cycle Central en 2001. A l'époque elle s'intitulait « Dites-le avec des fleurs » et les sommes étaient encore en francs, mais elle faisait une part à l'utilisation du tableur.

Au fil des années du collège, les élèves apprennent des méthodes expertes pour résoudre des problèmes et ils sont d'autant plus réticents à utiliser le tâtonnement, même quand ils ne trouvent pas de méthode experte. Ils assimilent volontiers le tâtonnement au « pif », au « n'importe quoi ». Ils ont pu avoir l'occasion aussi de connaître la difficulté à expliquer une telle méthode et à convaincre qu'elle soit bonne.

Il est vrai aussi que l'attitude de leur enseignant est déterminante sur leur perception de ce qu'est le tâtonnement et de son intérêt. Le travail sur les compétences du socle commun devrait amener une évolution sur ce plan.

Il nous a semblé d'autant plus important de faire découvrir qu'il y a cependant des cas où une méthode par tâtonnement, pourvue qu'elle soit conduite de façon réfléchie, reste la seule façon de résoudre un problème et que le tableur peut être un formidable outil dans ce cas.

Niveau :

Quatrième.

Objectifs :

- amener les élèves à utiliser le tâtonnement pour résoudre un problème ;
- mettre en évidence la nécessité d'une méthode réfléchie pour trouver toutes les solutions et convaincre qu'on les a trouvées ;
- amener les élèves à utiliser un tableau pour présenter des solutions ;
- faire découvrir et utiliser la puissance d'un tableur dans une recherche par tâtonnement.

Prérequis :

Avoir une certaine habitude du tableur

Matériel :

Aucun, excepté le matériel commun à toutes les activités (voir page 27)

Déroulement :

Première séance

Le texte est distribué aux élèves et projeté :

« Jules et Jim ont respectivement 2,50 € et 3 € à dépenser en friandises.

Ils entrent dans un magasin où les prix de toutes les friandises sont des multiples de 5 centimes.

Jules achète 8 friandises au chocolat et 5 friandises au fruit.

Jim achète 6 friandises au chocolat et 15 friandises au fruit, de la même variété que celles achetées par Jules.

Quels peuvent être les prix unitaires pour les friandises au chocolat et les friandises au fruit ? »

Le professeur demande aux élèves de lire le texte et de noter au brouillon leurs questions éventuelles sur le texte. Après une dizaine de minutes de lecture et de réflexion, les élèves posent leurs questions et le professeur les note (au tableau, rétroprojecteur ou ordinateur vidéoprojeté). C'est seulement après que toutes les questions aient été notées et après un temps de réflexion que le débat en classe entière doit permettre d'arriver à une bonne compréhension du texte.

Le professeur rajoute alors la consigne :

« Résous le problème et rédige pour prouver à tes lecteurs que tu as vraiment toutes les solutions possibles. »

Les élèves travaillent individuellement pendant une dizaine de minutes, puis en groupe avec production d'un transparent.

Deuxième séance

Le débat qui suit la projection des transparents permet de mettre en évidence l'importance du tâtonnement face à un problème dont les outils pour le résoudre sont soit inconnus, soit non reconnus.

Il permet aussi de mettre en évidence les insuffisances des rédactions (répondre effectivement à la question posée et convaincre les lecteurs). Les élèves recommencent donc à travailler en groupe pour atteindre ces objectifs.

Dans une classe qui a déjà une certaine habitude du tableur, des élèves poseront la question de son utilisation. Suivant la situation dans l'établissement, diverses possibilités sont envisageables :

- attribuer un portable ou ordinateur de fond de salle à chaque groupe ;
- aller en salle multimédia immédiatement ;
- différer la suite du travail à une séance suivante en salle multimédia.

Dans le cas d'une suite en salle multimédia, les groupes se répartiront sur deux ordinateurs voisins pour pouvoir continuer à échanger.

Dans tous les cas, le professeur donne la consigne de rédiger la solution dans un fichier tableur, un par groupe, et de l'enregistrer dans un dossier qu'il précise.

Troisième séance

Chaque groupe présente son travail à partir de son fichier vidéoprojeté. Le débat qui suit les présentations permet de :

- mettre l'accent sur la nécessité d'organiser sa recherche pour être certain d'avoir toutes les solutions ;
- montrer l'intérêt du tableur pour le faire ;
- revenir sur l'écriture des formules et leur copie ;
- revenir sur ce qu'est une méthode par tâtonnement.

Le professeur distribue une photocopie d'une solution complète que les élèves annoteront en fonction des difficultés qu'ils ont eues.

Quatrième séance, en salle multimédia, quelques temps après

Il s'agit d'une séance de réinvestissement, donc aussi d'évaluation du travail précédent. Elle ne suit donc pas directement la séance précédente.

Le problème donné aux élèves est le même mais, cette fois, le prix des friandises est un multiple de 2.

Il ne s'agit pas d'une activité triviale : le réinvestissement porte à la fois sur la méthode et sur l'utilisation du tableur, mais il impose aussi une adaptation du fait de la nouvelle donnée.

Jules et Jim ont respectivement 2,50 € et 3 € à dépenser en friandises.

Ils entrent dans un magasin où les prix de toutes les friandises sont des multiples de 5 centimes.

Jules achète 8 friandises au chocolat et 5 friandises au fruit.

Jim achète 6 friandises au chocolat et 15 friandises au fruit, de la même variété que celles achetées par Jules.

Quels peuvent être les prix unitaires pour les friandises au chocolat et les friandises au fruit ?

Lis attentivement le texte distribué et note tes questions

Travail individuel

Rédige ta réponse à la question posée dans le texte distribué, en essayant de prouver à tes lecteurs que tu as vraiment toutes les solutions possibles.

Travail en groupe

D'abord vous vous présentez votre recherche

Puis vous continuez cette recherche et vous rédigez votre réponse sur un transparent.

Jules et Jim ont respectivement 2,50 € et 3 € à dépenser en friandises.
Ils entrent dans un magasin où les prix de toutes les friandises sont des multiples de 5 centimes.
Jules achète 8 friandises au chocolat et 5 friandises au fruit.
Jim achète 6 friandises au chocolat et 15 friandises au fruit, de la même variété que celles achetées par Jules.
Quels peuvent être les prix unitaires pour les friandises au chocolat et les friandises au fruit ?

Jules et Jim ont respectivement 2,50 € et 3 € à dépenser en friandises.
Ils entrent dans un magasin où les prix de toutes les friandises sont des multiples de 5 centimes.
Jules achète 8 friandises au chocolat et 5 friandises au fruit.
Jim achète 6 friandises au chocolat et 15 friandises au fruit, de la même variété que celles achetées par Jules.
Quels peuvent être les prix unitaires pour les friandises au chocolat et les friandises au fruit ?

Jules et Jim ont respectivement 2,50 € et 3 € à dépenser en friandises.
Ils entrent dans un magasin où les prix de toutes les friandises sont des multiples de 5 centimes.
Jules achète 8 friandises au chocolat et 5 friandises au fruit.
Jim achète 6 friandises au chocolat et 15 friandises au fruit, de la même variété que celles achetées par Jules.
Quels peuvent être les prix unitaires pour les friandises au chocolat et les friandises au fruit ?

Jules et Jim ont respectivement 2,50 € et 3 € à dépenser en friandises.
Ils entrent dans un magasin où les prix de toutes les friandises sont des multiples de 5 centimes.
Jules achète 8 friandises au chocolat et 5 friandises au fruit.
Jim achète 6 friandises au chocolat et 15 friandises au fruit, de la même variété que celles achetées par Jules.
Quels peuvent être les prix unitaires pour les friandises au chocolat et les friandises au fruit ?

Jules et Jim ont respectivement 2,50 € et 3 € à dépenser en friandises.
Ils entrent dans un magasin où les prix de toutes les friandises sont des multiples de 5 centimes.
Jules achète 8 friandises au chocolat et 5 friandises au fruit.
Jim achète 6 friandises au chocolat et 15 friandises au fruit, de la même variété que celles achetées par Jules.
Quels peuvent être les prix unitaires pour les friandises au chocolat et les friandises au fruit ?

ACTIVITÉS EN TROISIÈME

Avertissement

Pour toutes les activités présentées ci-après, il est nécessaire de disposer d'une salle multimédia dans laquelle les élèves sont, au plus, deux par poste. Le déroulement de l'activité précisera quand la séance doit avoir lieu dans une telle salle.

En l'absence de cette précision, la séance peut se dérouler dans une salle de classe « normale ». Mais il est aussi nécessaire, dans cette salle de classe « normale » d'avoir :

- un ordinateur connecté à un vidéoprojecteur et disposant du même logiciel de géométrie dynamique et du même tableur que celui de la salle multimédia ;
- un rétroprojecteur, des feutres et des transparents.

Cela ne sera pas rappelé pour chacune des activités décrites. Il sera en revanche précisé si du matériel supplémentaire est nécessaire.

DIVISIBILITÉ ET TABLEUR

Les élèves arrivant en 3^{ème} avec une maîtrise très inégale du tableur, il est nécessaire de commencer l'année par une activité permettant une « (re)mise à niveau » dans ce domaine.

Une recherche des diviseurs d'un nombre le permet dans la mesure où elle est possible en n'utilisant que des fonctions simples du tableur.

En même temps, cette recherche s'intègre parfaitement dans le programme de 3^{ème} puisqu'elle est une préparation indispensable au travail sur le plus grand diviseur commun.

Niveau :

Troisième.

Objectifs :

- (ré)activer les compétences sur le tableur : vocabulaire de base, saisie d'une formule ;
- réactiver les compétences sur la divisibilité : division euclidienne, critères de divisibilité.

Prérequis :

Aucun

Matériel :

Aucun, excepté le matériel commun à toutes les activités (voir page 52)

Déroulement :

Première séance, en salle multimédia

Remarque : le travail suivant n'est pas prévu pour durer une séance entière. Cette séance pourra donc commencer ou finir par une autre activité (exercice, correction d'exercice, etc.), comme dans n'importe quelle salle de classe. C'est d'autant plus important pour les établissements où la salle multimédia est une salle « à part », sans table de travail, afin que les élèves ne considèrent pas que c'est forcément pour utiliser les ordinateurs que l'on va dans cette salle.

Les élèves sont par binôme devant les ordinateurs, de façon qu'un élève plus compétent soit à côté d'un élève plus novice, du point de vue de l'outil informatique dans le cas où tous les élèves n'auraient pas acquis d'expérience de son utilisation lors des années précédentes

La consigne est donnée sur une feuille A4 qui sera ramassée ensuite :

« Il s'agit de trouver tous les diviseurs du nombre 4921. »

La consigne ne mentionne volontairement pas l'utilisation de l'ordinateur. Des élèves peuvent parfaitement préférer commencer sur papier et avec leur calculatrice.

Après un temps de recherche suffisant, le professeur demande aux élèves de prendre des notes sur la feuille distribuée, sur leurs découvertes, leurs difficultés et les questions qu'ils ont à poser.

Deuxième séance

Le bilan que le professeur fera en utilisant le vidéoprojecteur dépendra étroitement de ce qu'il a trouvé dans les productions des élèves. Le but de ce bilan n'est pas de conclure l'activité. Il est de répondre aux difficultés et aux questions qui les empêchent d'avancer, l'expérience prouve qu'elles sont nombreuses, sans pour autant apporter de réponse au problème posé.

Il est vraisemblable que ce bilan sera, au minimum, l'occasion de rappeler :

- ce qu'est un diviseur d'un nombre, en particulier qu'on se situe dans l'ensemble des entiers et que quand il y a un diviseur, il y en a un deuxième ;
- un certain nombre de points concernant l'utilisation d'un tableur, en particulier la saisie et la copie de formules ;
- suivant les travaux des élèves, le professeur avancera dans le domaine de la démarche à mettre en place pour répondre au problème posé.

Le professeur orientera le travail des élèves qui seraient allés plus vite que les autres par des consignes personnalisées (éventuellement en modifiant les binômes) pour le travail en salle multimédia de la séance suivante.

Troisième séance, retour en salle multimédia

Les élèves retournent sur les postes et mettent en application les indications données auparavant.

Après la vingtaine de minutes de travail qui devrait permettre aux élèves de trouver, le professeur partira des méthodes qu'ils ont utilisées pour son bilan.

Ce bilan devrait porter sur deux points, en partie liés. L'un concerne l'aspect mathématique :

- organisation de la recherche ;
- intérêt de savoir quand arrêter les divisions ;
- utilisation de critères de divisibilité.

L'autre concerne l'utilisation du tableur :

- adaptation au tableur de la démarche choisie ;
- choix des fonctions à utiliser.

pour une utilisation pertinente du tableur, en particulier des possibilités de copie incrémentée. Cela posera ainsi la question de l'intérêt d'utiliser les critères de divisibilité (autres que la divisibilité par 2) pour cette recherche sur tableur.

Il faudra ensuite donner plusieurs occasions aux élèves d'utiliser le tableur pour qu'il puisse effectivement être un outil de travail en mathématiques. Une première étape en ce sens pourrait être la recherche des diviseurs d'un autre nombre, en adaptant la feuille produite ou bien en en réalisant une nouvelle, selon les compétences des élèves.

LA BOITE SANS COUVERCLE

Cette activité est issue du travail d'un Groupe de Recherche Action Formation du Rectorat de Nantes qui existait en 2004/2005. Cette activité, à l'époque à la charnière de la troisième et de la seconde, a fait l'objet d'une observation dans une classe de troisième et d'une vidéo (éditée par la MISSION pour la Valorisation de l'Innovation Pédagogique) dans une classe de seconde.

Avec le nouveau programme, cette activité a maintenant toute sa place en troisième, puisqu'elle permet d'introduire les notions de variable et de fonction, et cela avec une fonction non triviale en troisième.

Niveau :

Troisième.

Objectifs :

- travailler dans une situation de non proportionnalité ;
- amener les élèves à découvrir la notion de variable ;
- introduire la notion de fonction ;
- utiliser le tableur pour approcher la valeur du maximum de la fonction ;
- utiliser le tableur pour tracer le graphe de la fonction.

Prérequis :

Aucun

Matériel :

- des feuilles de papier quadrillées 5×5 , de format 24×16 , au moins 2 par élève ;
- des affiches et des feutres, des pastilles magnétiques ou du ruban adhésif pour l'affichage.

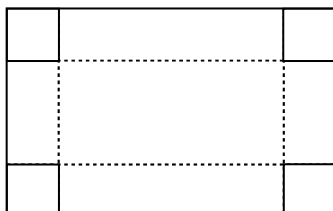
Déroulement :

Première séance

Le texte suivant est distribué aux élèves, dans la deuxième moitié d'une séance, pour un travail individuel (feuille élève page 61) :

« La boîte sans couvercle »

Chacun d'entre vous dispose de deux feuilles de papier de format 24 cm sur 16 cm, dans le but d'obtenir deux boîtes sans couvercle, selon le modèle ci-dessous :



On découpe les quatre carrés et on plie en suivant les pointillés

Par groupe de quatre.

Groupe 1 et Groupe 4	
Élève 1	le côté des carrés découpés mesure 4 cm pour une boîte, 0,5 cm pour l'autre boîte.
Élève 2	le côté des carrés découpés mesure 4,5 cm pour une boîte, 1 cm pour l'autre boîte.
Élève 3	le côté des carrés découpés mesure 5 cm pour une boîte, 1,5 cm pour l'autre boîte.
Élève 4	le côté des carrés découpés mesure 3,5 cm pour une boîte, 7 cm pour l'autre boîte.

Groupe 2 et Groupe 5	
Élève 1	le côté des carrés découpés mesure 4,5 cm pour une boîte, 1 cm pour l'autre boîte.
Élève 2	le côté des carrés découpés mesure 2,5 cm pour une boîte, 4 cm pour l'autre boîte.
Élève 3	le côté des carrés découpés mesure 3,5 cm pour une boîte, 6 cm pour l'autre boîte.
Élève 4	le côté des carrés découpés mesure 3 cm pour une boîte, 7,5 cm pour l'autre boîte.

Groupe 3 et Groupe 6	
Élève 1	le côté des carrés découpés mesure 2 cm pour une boîte, 5,5 cm pour l'autre boîte.
Élève 2	le côté des carrés découpés mesure 3 cm pour une boîte, 6,5 cm pour l'autre boîte.
Élève 3	le côté des carrés découpés mesure 5 cm pour une boîte, 1,5 cm pour l'autre boîte.
Élève 4	le côté des carrés découpés mesure 4,5 cm pour une boîte, 7 cm pour l'autre boîte.

Vous écrirez votre nom et votre groupe sur chacune des boîtes.

Vous ne les collerez pas, il faut pouvoir les remettre à plat. »

Remarques sur certains de nos choix :

- Ce travail est donné dans la deuxième moitié d'une séance (à moduler suivant les classes...) afin de mieux gérer les rythmes différents des élèves ; cela permettra au professeur de ramasser les boîtes déjà faites et de faire terminer les autres à la maison.
- Pour chacun des élèves, la première boîte qu'il a à réaliser ressemble effectivement à une boîte, de façon à éviter des blocages.
- Dans chaque groupe, il y a un élève qui a deux boîtes de mesures différentes mais de volumes voisins.
- Dans chaque groupe, l'éventail des valeurs a été donné ; les groupes ont donc le même travail et peuvent arriver à des conclusions voisines.

Deuxième séance

Après que les élèves se soient placés en groupe, le professeur dit :

« Vous avez les huit boîtes devant vous.

Que pouvez-vous dire de leurs volumes ?

Chacun écrit sa réponse sur un papier que je relèverai dans deux minutes. »

Le temps écoulé, le professeur demande leur réponse à une dizaine d'élèves, les note sur un transparent et relève les feuilles.

Le professeur dit ensuite :

« Vous avez répondu de façon intuitive.

Maintenant, en groupe, vous vous mettez d'accord sur une réponse que vous justifierez, en prenant en compte trois boîtes de plus, que vous ne construirez pas.

Pour la première de ces boîtes, le côté des carrés découpés mesure 2,13 cm, pour la deuxième il mesure 3,1 cm, pour la troisième il mesure 7,85 cm.

Pour la réponse du groupe, vous réaliserez une affiche en réfléchissant à présenter votre travail le plus clairement possible. »

Remarques sur certains de nos choix :

- Le professeur écrit ses consignes au tableau ou utilise le rétroprojecteur (voir feuille rétroprojecteur ou videoprojecteur page 62).
- Les réponses intuitives des élèves permettent d'avoir un état initial de leurs représentations ; ces réponses leurs seront renvoyées à la fin de l'activité, pour mettre en évidence les idées fausses et casser les représentations spontanées.
- Dans un premier temps, nous avons choisi de rajouter une seule boîte avec une mesure imposant le calcul (2,13 cm), ce que renforce l'injonction de ne pas construire. Nous en avons rajouter deux de plus pour que la multiplicité des valeurs incite au tableau comme mode de présentation d'une part, et d'autre part amène plus facilement à l'idée de variable, voire à l'établissement d'une formule peut-être pour certains.
- La valeur 3,1 cm a été choisie pour arriver à l'encadrement du maximum. La valeur 7,85 cm pour étendre l'éventail des valeurs.
- La réalisation d'affiches, comme mode de présentation du travail des groupes, a été choisie avec l'a priori qu'il y aurait peu de différence dans les démarches des groupes. L'exposition de toutes les affiches ensemble permet le repérage des différences, dans la mesure où les démarches sont communes. L'utilisation des transparents se prêterait mieux à l'examen de démarches différentes, il faut le temps d'entrer dans chacune d'elles.

Les affiches sont exposées et lues dans le silence, les élèves se déplacent au besoin pour les lire.

Après ce temps de lecture, s'il y a des questions et des remarques, un élève du groupe auteur, qui aura été désigné à l'avance, répond.

La présentation des affiches et le débat permettent de répondre à la question posée au départ et de donner des éléments sur la variation du volume. C'est le moment de revenir sur les représentations intuitives des élèves.

Le professeur donne ensuite la consigne, pour un travail individuel puis en groupe :

« Comment varie le volume ? Mettez par écrit la conclusion du débat. »

La synthèse qui suit ce travail permet d'arriver à :

« Quand on fait varier la mesure du côté du carré, la longueur et la largeur varient aussi.

Quand la mesure du carré augmente, la longueur et la largeur diminue ; le volume augmente puis diminue.

La longueur, la largeur et le volume varient en fonction de la mesure du côté du carré. On dit que la mesure du carré est la variable puisque, dans cette situation, la mesure du côté du carré est la donnée que l'on fait varier (16 cm et 24 cm, les mesures des feuilles du départ, sont des données fixes) »

Troisième séance, en salle multimédia

Le professeur :

« On est arrivé au fait que le volume semble augmenter et diminuer, et qu'il y a donc un volume maximum.

Mais pour quelle valeur de la variable ? et quel est ce maximum ? »

Certains élèves donneront comme réponse une des valeurs qu'ils ont eues, d'autres diront que ce n'est pas certain. D'où la nécessité de multiplier les calculs et l'intérêt du tableur pour ce faire.

Son utilisation impose l'écriture de formules, d'où un retour sur la notion de variable.

Son utilisation amène aussi à définir la notion de pas.

Un scénario possible :

- Les élèves ont constaté que le maximum est une valeur comprise entre 3,1 cm et 3,5 cm.
- « Quelles sont alors les valeurs possibles ? »
- 3,2 cm, 3,3 cm, 3,4 cm répondent les élèves.
- « la différence de 0,1 entre ces valeurs est le pas au dixième ».
- Travail sur le tableur pour trouver la valeur la plus proche.

Ce travail sur tableur prendra plus ou moins de temps suivant les acquis des élèves et leur fréquentation de l'outil. Il est tout à fait possible que des élèves se mettent à faire des calculs à la calculatrice pour compléter les cellules. Mais, quoi qu'il en soit, nous avons à leur faire cet apprentissage du tableur.

Pour les plus rapides, on peut envisager d'aller jusqu'au graphique.

Cela permettra ensuite de faire des lectures sur le graphique et de revenir sur la notion de variable et de fonction dans différents cadres (formule, tableau, graphique).

Compte-rendu d'expérimentations :

A la question « Vous avez les huit boîtes devant vous. Que pouvez-vous dire de leurs volumes ? », des réponses :

Même volume	Car plus les carrés sont petits, plus la boîte est basse mais large et plus les carrés sont grands plus la boîte est haute mais fine.	7
	Car on part de la même feuille de papier.	2
	Sans explication.	3
Volumes différents	Car les mesures sont différentes 2 ont fait des calculs.	6
	Plus les carrés sont grands, plus les volumes sont petits et	2

	plus les carrés sont petits, plus les volumes sont grands.	
	On dirait que les 3 volumes des plus hautes sont égaux et que les volumes des plus basses sont égaux, à moins que leurs volumes soient tous égaux.	2
Abus de langage volume/solide	Plus les carrés découpés sont grands plus la boîte sera petite et inversement.	3

Remarque :

- La plupart des élèves ont éprouvé le besoin de justifier leur réponse.
- Le relevé sur transparent d'un nombre significatif de réponses après ramassage des feuilles est important : il met en évidence la variété de ces réponses et des justifications et nombre d'élèves sont intrigués par cette diversité : le problème posé devient le leur.

Dans une autre classe :

8 élèves pensent que le volume est le même.

9 élèves pensent que le volume est différent.

6 élèves pensent que l'on ne peut pas calculer ce volume pour des raisons diverses : absence d'une face du solide, le couvercle pourrait ne pas être plat...

Concernant le travail en groupe de la deuxième séance...

Les élèves se sont mis au travail rapidement et les débats ont été intenses. Les affiches produites (voir les annexes de la page 63 à la page 66) sont en retrait par rapport aux débats dans les groupes (c'est fréquent dans cette classe). Aucune ne propose de tableau ; aucune ne propose un ordre qui mettrait en évidence l'augmentation puis la diminution du volume ; une propose une formule (avec une erreur), écrite après toute la série des calculs.

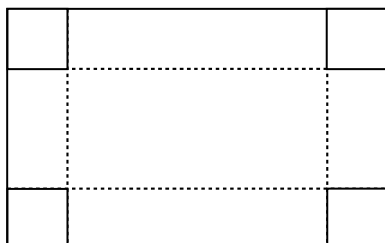
Dans une autre classe, (voir les annexes de la page 67 à la page 69) :

- La notion de proportionnalité est confuse et beaucoup plus encombrante que dans la première classe.
- La notion de volume n'est pas claire pour tout le monde.
- La formule n'est jamais apparue.
- La présentation en tableau n'est apparue qu'une fois.
- Une courbe est apparue une seule fois, elle a été construite sur papier millimétré.

Le compte-rendu d'expérimentation prouve, s'il était besoin, que les chemins empruntés par les élèves leurs étaient nécessaires pour prendre conscience de ce qu'est une variable, un tableau, que tout n'est pas proportionnalité.

La boîte sans couvercle

Chacun d'entre vous dispose de deux feuilles de papier de format 24 cm sur 16 cm, dans le but d'obtenir deux boîtes sans couvercle, selon le modèle ci-dessous :



On découpe les quatre carrés et on plie en suivant les pointillés

Par groupe de quatre.

Groupe 1 et Groupe 4	
Élève 1	le côté des carrés découpés mesure 4 cm pour une boîte, 0,5 cm pour l'autre boîte.
Élève 2	le côté des carrés découpés mesure 4,5 cm pour une boîte, 1 cm pour l'autre boîte.
Élève 3	le côté des carrés découpés mesure 5 cm pour une boîte, 1,5 cm pour l'autre boîte.
Élève 4	le côté des carrés découpés mesure 3,5 cm pour une boîte, 7 cm pour l'autre boîte.

Groupe 2 et Groupe 5	
Élève 1	le côté des carrés découpés mesure 4,5 cm pour une boîte, 1 cm pour l'autre boîte.
Élève 2	le côté des carrés découpés mesure 2,5 cm pour une boîte, 4 cm pour l'autre boîte.
Élève 3	le côté des carrés découpés mesure 3,5 cm pour une boîte, 6 cm pour l'autre boîte.
Élève 4	le côté des carrés découpés mesure 3 cm pour une boîte, 7,5 cm pour l'autre boîte.

Groupe 3 et Groupe 6	
Élève 1	le côté des carrés découpés mesure 2 cm pour une boîte, 5,5 cm pour l'autre boîte.
Élève 2	le côté des carrés découpés mesure 3 cm pour une boîte, 6,5 cm pour l'autre boîte.
Élève 3	le côté des carrés découpés mesure 5 cm pour une boîte, 1,5 cm pour l'autre boîte.
Élève 4	le côté des carrés découpés mesure 4,5 cm pour une boîte, 7 cm pour l'autre boîte.

Vous écrirez votre nom et votre groupe sur chacune des boîtes.
Vous ne les collerez pas, il faut pouvoir les remettre à plat.

Vous avez les huit boîtes devant vous.
Que pouvez-vous dire de leurs volumes ?

Chacun écrit sa réponse sur un papier que je relèverai dans deux minutes.

Vous avez répondu de façon intuitive.

Maintenant, en groupe, vous vous mettez d'accord sur une réponse que vous justifierez, en prenant en compte trois boîtes de plus, que vous ne construirez pas.

Pour la première de ces boîtes, le côté des carrés découpés mesure 2,13 cm, pour la deuxième il mesure 3,1 cm, pour la troisième il mesure 7,85 cm.

Pour la réponse du groupe, vous réaliserez une affiche en réfléchissant à présenter votre travail le plus clairement possible.

Comment varie le volume ? Mettez par écrit la conclusion du débat.

Quand on fait varier la mesure du côté du carré, la longueur et la largeur varient aussi.

Quand la mesure du carré augmente, la longueur et la largeur diminue ; le volume augmente puis diminue.

La longueur, la largeur et le volume varient en fonction de la mesure du côté du carré. On dit que la mesure du carré est la variable puisque, dans cette situation, la mesure du côté du carré est la donnée que l'on fait varier (16 cm et 24 cm, les mesures des feuilles du départ, sont des données fixes)

GROUPE 1.

Nous avons pris 3 exemples de boîtes que l'on a faite et nous constatons que les volumes sont différents en fonction des carrés superposés à la feuille.

1) $16 \times 8 \times 4 = 512 \text{ cm}^3$

2) $10 \times 2 \times 7 = 140 \text{ cm}^3$

3) $0,5 \times 15 \times 23 = 172,5 \text{ cm}^3$

Volumes des 3 boîtes supplémentaires :

1) volume $2,13^{\text{cm}} \approx 493,6 \text{ cm}^3$

2) volume $3,1 \text{ cm} \approx 540,7 \text{ cm}^3$

3) volume $7,85 \text{ cm} \approx 19,54 \text{ cm}^3$

Conclusion :

Toutes les boîtes ont des volumes différents en fonction de leurs carrés découpés.

Volumes

G2

boîtes: Pour chaque boîte $9x \times (24-2x) \times (16-2x)$ *

1) $4,5 \times 2 = 9$ $24-9 = 15$ $16-9 = 7$. Volume = 395

2) $1 \times 2 = 2$ $24-2 = 22$ $16-2 = 14$ Volume = 516

3) $2,5 \times 2 = 5$ $24-5 = 19$ $16-5 = 11$. Volume = 1095

4) $4 \times 2 = 8$ $24-8 = 16$ $16-8 = 8$. Volume = 1024

5) $3,5 \times 2 = 7$ $24-7 = 17$ $16-7 = 9$. Volume = 1071

6) $6 \times 2 = 12$ $24-12 = 12$ $16-12 = 4$. Volume = 576

7) $3 \times 2 = 6$ $24-6 = 18$ $16-6 = 10$. Volume = 1080

8) $7,5 \times 2 = 15$ $24-15 = 9$ $16-15 = 1$. Volume = 135

9) $2,13 \times 2 = 4,26$ $24-4,26 = 19,74$ $16-4,26 = 11,74$ $V = 287,24$

10) $3,1 \times 2 = 6,2$ $24-6,2 = 17,8$ $16-6,2 = 9,8$. Volume = 1081,53

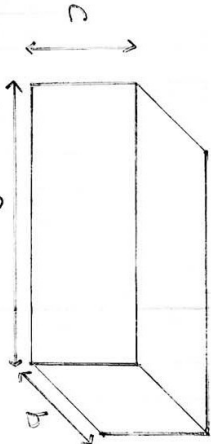
11) $7,85 \times 2 = 15,7$ $24-15,7 = 8,3$ $16-15,7 = 0,3$. Volume = 39,093

Conclusion : Toutes les boîtes n'ont pas le même volume !

* Soit x est égal à la hauteur de chaque boîte ?

Groupe 3. LES VOLUMES DES BOTES CHANGENT.

→ Plus les carrés découpés sont petits, plus le volume est grand.
 Plus les carrés découpés sont grands, plus le volume est petit.

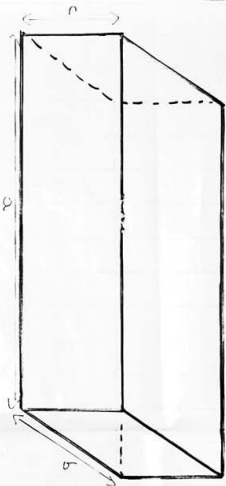


Volume d'un parallélépipède rectangle:

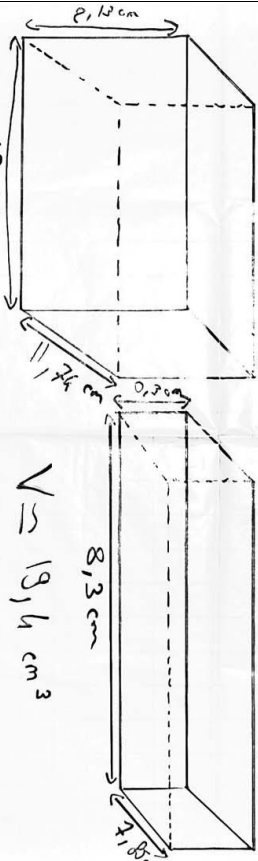
$$a \times b \times c \text{ soit}$$

- si les carrés découpés sont de 1,5 cm : $21 \times 13 \times 1,5 = 409,5 \text{ cm}^3$
- si les carrés découpés sont de 5,5 cm : $13 \times 5,5 \times 4,5 = 321,375 \text{ cm}^3$
- si les carrés découpés sont de 6,5 cm : $11 \times 2,8 \times 1,5 = 47,85 \text{ cm}^3$

des changements des volumes.



$$\text{Volume} = a \times b \times c = abc$$



$$V = 19,7 \text{ cm} \times 8,3 \text{ cm} \times 1,8 \text{ cm} = 293,7 \text{ cm}^3$$

$$V = 19,7 \text{ cm} \times 8,3 \text{ cm} \times 1,8 \text{ cm} = 293,7 \text{ cm}^3$$

de volume des boîtes sont également, en fonction des mesures des boîtes.

GROUPE 5 : Jean, Grégoire, Thomas

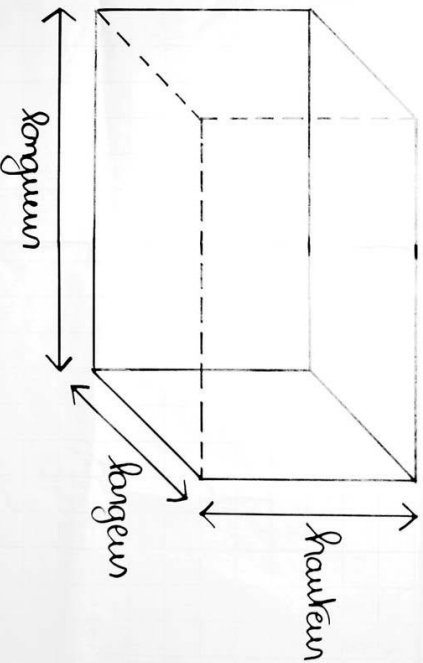
LES VOLUMES : Hauteur $\times$ largeur $\times$ longueur

$$2,13 \times (24 - 2,13 \times 2) \times (16 - 2,13 \times 2) \approx 493,62$$

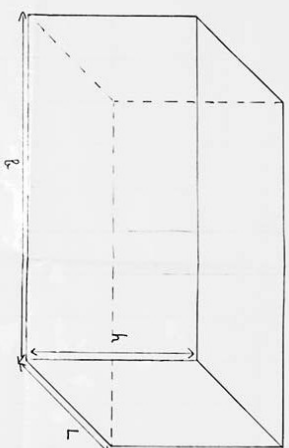
$$3,1 \times (24 - 3,1 \times 2) \times (16 - 3,1 \times 2) \approx 540,76$$

$$7,85 \times (24 - 7,85 \times 2) \times (16 - 7,85 \times 2) \approx 19,54$$

— Donc les volumes ne sont pas égaux car les valeurs ne sont pas toutes les mêmes.



Groupe 6 = G3

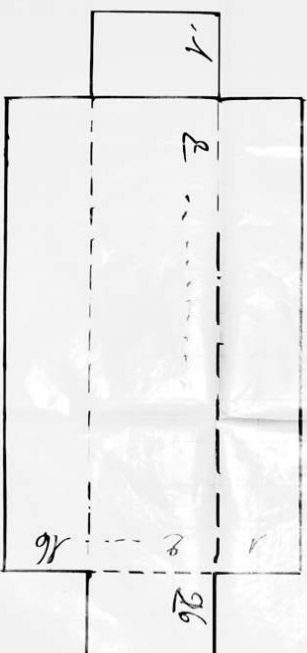


Volume : $l \times h \times L$

$$3,1 \times 18 \times 9 = 502,2$$

$$2,13 \times 21,74 \times 11,74 \approx 543,6$$

$$7,85 \times 0,30 \times 19,3 \approx 24,2$$



Conclusion : On constate que les volumes des boîtes ne sont pas égaux.

67 = 61

- Les volumes sont différents, pour la série que nous devons faire individuellement, plus la hauteur est petite, plus le volume est petit.

Ex: $0,5 \times 25 \times 15 = 187,5$: le volume est 0,5
 $7 \times 4,5 \times 15 = 972,5$: le volume est 4,5
 $5 \times 14 \times 6 = 420$: le volume est 6.

■ IL FAUT TROUVER LES MESURES POUR LES CÔTÉS DES PARALLÉLOGRAMES RECTANGLES EN SÉCHANT QUE LES CÔTÉS S'Y DÉCOUPENT RESPECT 2,10 cm, 3,1 cm et 9,15 cm :

21 - (2,10 + 9,15) = 9,75

10 - (2,10 + 9,15) = -1,25

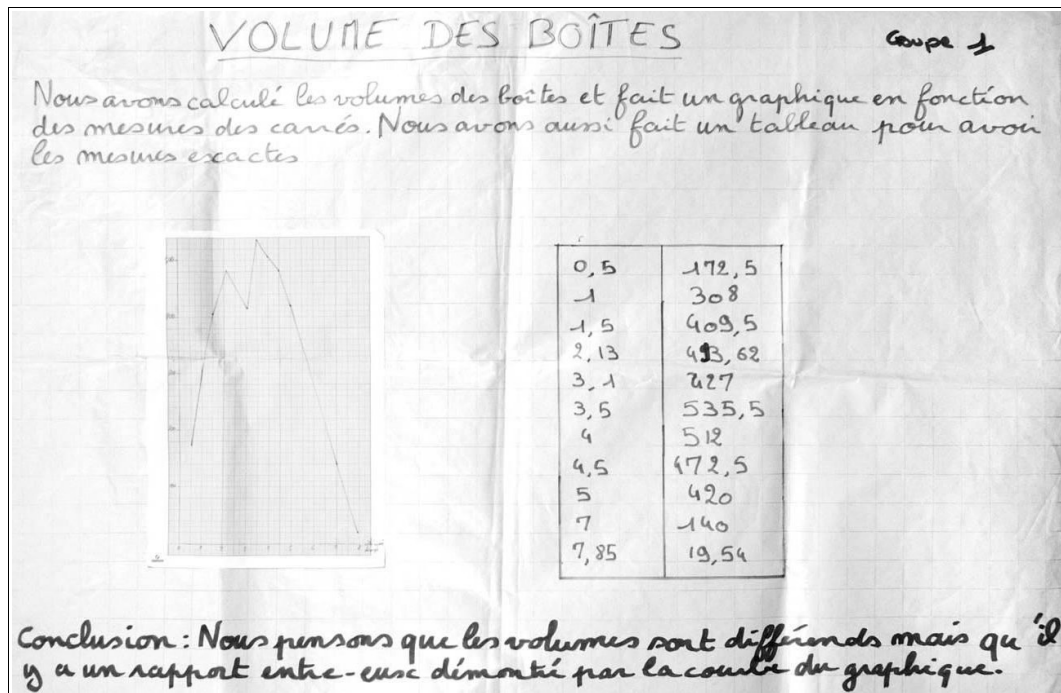
10, 7,4 x 11,24 x 2,13 = 493,62
 le volume est de 493 62 cm³ (arrondi)

24 - (3,1 x 2) = 17,8
 16 - (3,1 x 2) = 9,8
 17,8 x 9,8 x 3,1 = 510
 le volume est de 510 cm³

24 - (4,85 x 2) = 14,3
 16 - (4,85 x 2) = 0,3
 14,3 x 0,3 x 4,85 = 20,5165
 le volume est de 20,5165 cm³

Conclusion : - Nous avons constaté que, pour les rectangles qui étaient à base généralement, plus la hauteur est petite, plus le volume est petit.

- Pour les rectangles qui n'étaient pas à base nous avons constaté que notre conclusion précédente n'est pas exacte pour les rectangles.

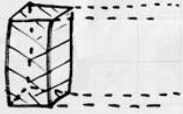


Quelles remarques peut-on faire sur le volume des boîtes ?

→ On pense qu'on ne peut pas le calculer car :

- * il manque un côté, "le couvercle" dont on ne connaît pas la forme. Il pourrait être droit comme il pourrait être arrondi. Dans ce cas, le volume ne serait pas le même.

* le volume n'est pas limité dans l'espace



$\neq$



Groupe 9

Groupe n° 3 : Nélaine, François, Pierre et N. J.

* On a calculé le volume des différentes boîtes.

$$V_{\text{boite}} = l \times L \times h$$

Exemples:

$$13 \times 21 \times 1,5 = 409,5$$

Le volume de la boîte, qui a les carrés découpés de ~~est~~ de 409,5 cm³.

$$14,8 \times 9,8 \times 3,1 = 540,764$$

Le volume de la boîte, qui a les carrés découpés de 3,1 cm, est de 540,764 cm³.

$$7,85 \times 8,3 \times 0,3 = 19,5465$$

La boîte qui a les carrés découpés 7,85, ~~est~~ a un volume de 19,5465 cm³.

On a constaté que les résultats étaient différents. On a essayé de calculer un coefficient de proportionnalité et nous n'en avons pas trouvé.

Si on peut calculer le volume d'une boîte sans couvercle :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
L	11	16	15	14	22	21	23	16	14	17,8	18,3
P	9	8	7	6	14	13	15	7	11,4	9,8	10,3
h	3,5	4	4,5	5	1	1,5	0,5	2	2,13	3,1	7,85
V	535,5	512	125	180	308	409,5	112,5	119	436	540,7	19,5

L, l, L, h sont proportionnels entre eux.

L, l, L, h sont proportionnels entre eux.

Conclusion: Les volumes sont différents

⇒ d'après le tableau, les volumes ne sont pas proportionnels, et pas égaux.

Problème: pourquoi le volume qui dépend de la largeur, de la longueur et de la hauteur n'est-il pas proportionnel à la surface ?

GROUPE 5: Tilmann, Yann, Gary
on effectue les calculs en prenant pour mesure le cm.

une des boîtes de l'élève 4 = $18 \times 10 \times 3 = 540$
la boîte de l'élève 4 mesure 540 cm^3 .

une des boîtes de l'élève 1 = $22 \times 14 \times 1 = 308$
la boîte de l'élève 1 mesure 308 cm^3 .

nous avons prouvé que les volumes des boîtes n'étaient pas égaux car nous avons calculé deux volumes de deux boîtes en imaginant qu'il y avait des couvercles.

Boîte ayant pour côté du carré $2,13 = 24 - 2,13 \times 2 = l = 19,74$
 $= 16 - 2,13 \times 2 = l = 11,74$
 $V = 19,74 \times 11,74 \times 2,13 = 493,6$

Boîte ayant pour côté du carré $3,1 = 24 - 3,1 \times 2 = l = 17,8$
 $= 16 - 3,1 \times 2 = l = 9,8$
 $V = 17,8 \times 9,8 \times 3,1 = 540,7$

Boîte ayant pour côté du carré $7,85 = 24 - 7,85 \times 2 = l = 8,3$
 $= 16 - 7,85 \times 2 = l = 0,3$
 $V = 8,3 \times 0,3 \times 7,85 = 19,5$

D'après tous ces calculs, nous avons déterminé que ces boîtes n'avaient jamais le même volume.

GROUPE 6: MAXIME C et R.
MARINE S, QUENTIN.

— les volumes des boîtes ne sont pas proportionnels.

L	21	20	18	17,8	14
l	1,5	2	3	3,2	5

— 21×2 est égal à $20 \times 1,5$ si c'est proportionnels.

$21 \times 2 = 42 \neq 20 \times 1,5 = 30$

— Ce n'est pas égal donc ce n'est pas proportionnels.

540,764 cm^3 — 472 cm^3
 540 cm^3 — 420 cm^3
 533 cm^3 — 357,5 cm^3
 460 cm^3 — 214,5 cm^3
 409,5 cm^3 — 19,5 cm^3
 AVEC UN 5 FEUILLE DE
 LE PUIS GRAND

LE RECTANGLE D'AIRE MAXIMALE

Comme bien des problèmes, celui-ci peut être donné à différents niveaux du collège.

En quatrième, il a tout son intérêt comme problème de recherche, à condition que la classe ait déjà une expérience suffisante des logiciels, en particulier du tableur. Il constitue en même temps une approche de plus de la notion de fonction.

Le choix qui est fait ici est de l'utiliser en troisième. Il nous semble que, présenter en début d'année, il peut d'une part (re)mettre en place un certain nombre de choses sur la recherche d'un problème et le rôle de l'outil informatique. Il peut aussi, d'autre part, après « La boîte sans couvercle » permettre de poursuivre la construction de la notion de fonction.

Niveau :

Troisième (ou quatrième)

Objectifs :

- amener les élèves à choisir un logiciel ;
- amener les élèves à concevoir le logiciel comme un outil pour chercher ;
- entretenir la méfiance sur les mesures données par le logiciel ;
- poursuivre la construction de la notion de fonction et de variable ;
- amener les élèves à rencontrer une nouvelle situation de non proportionnalité.

Prérequis :

Les élèves doivent avoir déjà manipulé tableur et logiciel de géométrie

Matériel :

Aucun, excepté le matériel commun à toutes les activités (voir page 52)

Déroulement :

Première séance, en salle multimédia

La consigne distribuée aux élèves est :

« On s'intéresse à tous les rectangles de périmètre 21 cm.

Que pouvez-vous dire de leurs aires ? Soyez le plus précis possible.

Vous répondrez sur une feuille (une feuille pour deux) et vous enregistrerez votre fichier, si vous en utilisez un, pour que je puisse le consulter. »

La consigne ne précise pas, volontairement, le logiciel que les élèves peuvent éventuellement utiliser : certains peuvent vouloir utiliser GeoGebra, d'autres Calc, en fonction de la représentation qu'ils se font de la tâche à accomplir, de celui qu'ils maîtrisent le mieux ou du dernier qu'ils ont utilisé.

Après un certain temps de recherche, le professeur pourra intervenir pour poser le problème des raisons de choisir un logiciel ou l'autre, puis précisera qu'il faut utiliser le tableur pour répondre précisément.

A la fin de la séance, les élèves enregistrent leurs fichiers.

Deuxième séance, en salle multimédia

Les élèves ouvrent les fichiers qu'ils avaient enregistrés et continuent leur travail, qui ne devrait pas durer la séance entière

Quand les binômes ont terminé, les fichiers sont enregistrés et les feuilles ramassées.

Il n'est pas exclu, suivant les productions des élèves, qu'un travail de groupe soit nécessaire.

Troisième séance

A partir de la projection des travaux des binômes, des interventions des élèves et des débats, le bilan doit permettre de mettre en évidence :

- l'importance d'exprimer une dimension du rectangle en fonction de l'autre ;
- l'importance de ne pas s'arrêter à des valeurs entières et de commencer à 0 cm, qui est une valeur limite ;
- l'intérêt de dépasser les notions de longueur et de largeur, de les remplacer par les dimensions du rectangle par exemple ;
- de rappeler la méthode pour approcher l'aire maximale et, en particulier, que quand on augmente de dixième en dixième, il faut le faire à partir de 4 cm ;
- le fait qu'on peut tracer une représentation graphique pour visualiser les variations.

Ensuite, le professeur fait le rapprochement avec le bilan de l'activité « La boîte sans couvercle » :

Si on choisit comme variable une des deux dimensions du rectangle et qu'on l'appelle x ,

l'autre dimension en fonction de x est $\frac{21}{2} - x$

l'aire A est aussi fonction de x : $A = x \times \left(\frac{21}{2} - x \right)$

Compte-rendu d'expérimentation :

Première séance, en salle multimédia

Lors de la première expérimentation, tous les binômes avaient commencé en ouvrant GeoGebra. Deux stratégies avaient été utilisées :

- La première était de tracer un rectangle « au hasard », d'afficher son périmètre et de déplacer un ou plusieurs sommets pour arriver à 21 cm, puis d'afficher l'aire. Certains ont ensuite tracé un autre rectangle et recommencé le travail précédent, mais d'autres sont repartis du premier sans garder trace du premier... Dans les deux cas, ils ont rencontré le même obstacle : comment caractériser les différents rectangles ?
- La deuxième stratégie a été de tracer des rectangles en affichant des mesures de côtés pour que le périmètre soit 21 cm et ensuite d'afficher l'aire. Les élèves trouvaient cela long...

Les élèves ont ainsi constaté que les rectangles n'avaient pas la même aire (ce qui n'était pas évident pour tous au départ, d'ailleurs deux binômes s'arrêtaient à ce constat en pensant avoir terminé...). Mais c'est la lourdeur de leur méthode et la difficulté à aller

plus loin qui a incité les élèves à chercher autre chose et à penser au tableur.

Plus tard, le professeur est alors intervenu pour poser le problème des raisons de choisir un logiciel ou l'autre : des élèves ont dit qu'ils avaient ouvert GeoGebra parce qu'il s'agissait de rectangles, donc de géométrie, d'autres parce que c'était plus facile que le tableur. Il a confirmé qu'il fallait utiliser le tableur pour pouvoir répondre précisément et plus rapidement.

La fin du cours a interrompu le travail sans qu'aucun binôme ne soit allé très loin.

Deuxième séance, en salle multimédia

Exprimer la longueur en fonction de la largeur ou le contraire n'a été immédiat pour aucun binôme, même si certains y sont arrivés plus vite que d'autres. Plusieurs binômes ne semblent même pas s'être posé ce problème. D'après les fichiers des élèves, un quart des binômes ont saisi des valeurs pour la longueur et pour la largeur de façon que le périmètre soit 21 cm, les autres exprimant une dimension du rectangle en fonction de l'autre.

Il y a eu quelques discussions dans les binômes pour savoir jusqu'où aller. Ceux qui avaient exprimé une dimension en fonction de l'autre sont souvent arrivés à des valeurs négatives en procédant par copie incrémentée, avant de les supprimer parce que ce n'était pas possible. D'autres binômes (ou les mêmes) ont été gênés parce que la longueur doit être plus grande que la largeur et ont arrêté leurs valeurs en conséquence ; tandis que pour d'autres, cela n'avait pas d'importance, « la longueur devient la largeur ».

L'examen des fichiers et des feuilles ramassées a montré que :

- aucun binôme n'a fait figurer 0 comme mesure de la largeur, tous commençant à 1 cm ;
- tous les binômes ont répondu soit que l'aire augmentait avec la largeur (7), soit qu'elle augmentait puis diminuait (6), suivant qu'ils ont arrêté leur tableau pour que la largeur reste la largeur ou bien qu'ils l'ont continué ;
- 3 binômes, qui n'avaient utilisé que des valeurs entières pour la largeur, ont indiqué que l'aire maximale était $27,5 \text{ cm}^2$;
- 4 binômes ont augmenté la largeur de dixième en dixième à partir de 4 cm ou 5 cm et ont indiqué que l'aire maximale était $27,56 \text{ cm}^2$ pour une largeur de 5,2 cm et une longueur de 5,3 cm ;
- 6 binômes, qui tous avaient continué leur tableau après que la largeur devienne plus grande que la longueur, ont augmenté de centième en centième au-delà de 5,2 cm et ont trouvé l'aire maximale pour le carré. 3 de ces binômes ont éprouvé le besoin de se justifier en écrivant que le carré est un rectangle...
- 1 des 6 binômes a utilisé l'assistant diagramme du tableur pour obtenir la représentation graphique correspondante.

RECHERCHE ACCOMPAGNEE PAR COURRIEL

A la différence de toutes les autres activités de cette brochure, celle-ci n'a donné lieu à aucun travail en classe. Elle fonctionne uniquement par échange de fichiers joints entre le professeur et les élèves, l'idée étant de les accompagner dans leur recherche pour qu'ils la conduisent le plus loin possible.

Évidemment, cela n'est envisageable que si la totalité des élèves a la possibilité d'utiliser un ordinateur et une messagerie, que ce soit chez eux ou au collège. Une autre possibilité, bien moins souple, consisterait à utiliser clefs USB, MP3, MP4, etc. Mais cela ne permettrait pas le même travail sur des items à valider pour le B2i puisqu'il n'y aurait pas d'envoi de courriels et de fichiers joints.

Niveau :

Troisième.

Objectifs :

- amener les élèves à prendre des initiatives et à exercer une certaine autonomie tout en ayant la possibilité d'avoir une aide ciblée ;
- amener les élèves à gérer et mener une recherche individuelle sur un temps non contraint et en même temps à adopter une posture nouvelle par rapport à leur travail personnel : la question posée est non évidente, ce n'est pas un exercice d'application et il faut conjointement réinvestir des connaissances, des savoir-faire mathématiques et organiser une démarche personnelle ;
- amener les élèves à réinvestir les critères de divisibilité ;
- retravailler sur le vocabulaire spécifique : multiple et diviseur ;
- amener les élèves à changer de stratégie suivant les outils ;
- entretenir la fréquentation du tableur comme outil de recherche ;
- amener les élèves à revenir sur leur travail en fonction d'indications précises ;
- amener les élèves à s'auto-évaluer ;
- aider les élèves à être plus autonomes dans leur travail ;
- travailler sur des items du B2i, en plus de ceux concernant le tableur : envoi et enregistrement de fichiers joints, règles sur la sécurité (méfiance à avoir en cas de nom d'expéditeur trop fantaisiste, antivirus, spams, etc.).

Prérequis :

- avoir travaillé ou retravailler les notions de diviseurs et de multiples ;
- avoir travaillé ou retravailler sur l'utilisation d'un tableur ;
- savoir recevoir et envoyer des pièces jointes.

Matériel :

Possibilité pour tous les élèves d'accéder à un ordinateur disposant d'un tableur et à une messagerie

Déroulement :

Le professeur distribue la consigne :

« Le but de cette recherche est de résoudre le problème suivant :

Quelle que soit la valeur du nombre entier n , le nombre $n^2 - n + 11$ n'a que deux diviseurs. Vrai ou faux ?

La solution devra être présentée dans une feuille de calcul d'un tableur, avec les explications nécessaires.

Le fichier doit être nommé du prénom et du nom de l'auteur et d'un numéro correspondant à l'envoi (par exemple josettetruc1).

Il sera envoyé à l'adresse : {adresse@adresse}

Le sujet du message doit être : tableur

Le dernier délai est le {jour} à {heure}, mais il est fortement conseillé de ne pas attendre le dernier moment, de façon à recevoir éventuellement une indication ou une aide. »

Remarques :

- L'adresse de messagerie est créée uniquement pour les échanges avec les élèves.
- Le délai donné correspond à deux semaines.

La consigne est lue en classe et les élèves ont la possibilité de poser toutes les questions qu'ils veulent ; dans la mesure où c'est la première fois qu'on leur propose ce genre de travail, elles sont nombreuses, essentiellement sur des aspects techniques :

- « Si on n'a pas le même tableur que vous ..? ».
- « Est-ce qu'on a le droit d'envoyer plusieurs fois des fichiers ? ».
- « N'avez-vous pas peur d'avoir des virus ? ».
- « Dans quel délai répondez-vous ? ».
- « Est-ce que ce sera noté ? ».
- etc.

Certaines de ces questions sont l'occasion d'aborder quelques unes des règles de sécurité liées à l'utilisation d'une messagerie et à la réception et l'enregistrement de fichiers joints. D'autres sont l'occasion de fixer des limites, par exemple concernant le délai de réponse ou l'heure limite pour espérer une réponse dans la journée.

Quoiqu'il en soit, il est nécessaire d'expliquer les raisons de cette façon de travailler et le choix de ne pas noter.

Lors de l'expérimentation, il n'y a eu aucune question sur des aspects « mathématiques » du problème ou sur l'organisation de la démarche.

Compte-rendu d'expérimentation :

Deux élèves ont envoyé leur premier fichier le soir même, trois ne le feront que la veille du délai limite et n'auront pas le temps d'en envoyer un deuxième. Deux élèves n'ont rien envoyé, huit élèves ont envoyé plus de cinq fichiers (sept maximum).

Voir en annexe, de la page 76 à la page 80, des exemples du premier envoi des élèves.

Il apparaît nettement, d'une part, que la question n'est pas claire pour nombre d'élèves :

- pour certains, la notion de diviseur n'est pas acquise ;
- pour d'autres, le « quelle que soit la valeur de n ... » n'a pas été compris.

D'autre part que la notion de PGCD abordée dans les semaines précédentes a largement « pollué » la recherche des élèves. Sans doute cette activité serait plus intéressante avant

de travailler sur le PGCD. Elle pourrait suivre utilement le travail sur la détermination de tous les diviseurs d'un nombre.

Sur le plan de l'utilisation du tableur, si la très grande majorité des élèves a utilisé des formules et la copie incrémentée pour leurs tableaux, très peu d'entre-eux l'ont utilisé de façon systématique, même en faisant des calculs inutiles, comme un outil de recherche. Peut-être la consigne qui parlait de « solution présentée dans une feuille de calcul... » est-elle à revoir pour insister plus sur l'aspect recherche, mais il y a là sans doute aussi un manque d'habitude dans l'utilisation de l'outil. Ce qui renvoie à la nécessité d'une utilisation fréquente dans les heures de maths de l'outil informatique pour mener des recherches ou résoudre même des exercices d'application.

Chaque fois qu'un élève envoyait un fichier, le professeur répondait (voir en annexe page 81 et 82) en renvoyant le même fichier avec soit une question, soit une suggestion, soit une remarque, l'objectif de ces interventions toujours volontairement partielles, étant d'amener l'élève concerné à se poser des questions sur son travail et à l'améliorer. Le fait que l'échange soit privé (même si des élèves ont aussi confronté leurs travaux...) permet au professeur de cibler ses aides en fonction de chaque élève, y compris pour un élève qui serait dans une impasse totale.

Au terme du délai fixé, sept élèves sont arrivés à une solution complète au problème posé (même si le tableur n'a pas toujours réellement été utilisé comme outil de recherche). Six d'entre eux font partie de ceux qui ont envoyé le plus de fichiers, ce qui n'a pas manqué d'être mis en avant lors du bilan de cette activité. Au départ, le professeur pensait que des élèves arriveraient plus vite à une solution satisfaisante et envisageait de leur faire poursuivre la recherche en posant la question :

« Quelle que soit la valeur du nombre entier n , le nombre $n^2 - n + 11$ n'a pas plus de quatre diviseurs. Vrai ou faux ? »

L'expérience a montré que cela n'était pas réaliste...

Le bilan, en classe entière, a permis de mettre en évidence que la recherche des diviseurs pouvaient se faire en utilisant les critères de divisibilité, par exemple, mais que cette méthode n'était pas forcément la plus pertinente avec un tableur : avec cet outil, il est plus rapide d'utiliser la copie incrémentée d'une formule qui va tester tous les diviseurs, plutôt que de tester seulement les diviseurs correspondant aux critères de divisibilité (ce qui suppose d'utiliser le symbole « \$ » dans la formule. Un tel fichier a été envoyé à tous les élèves de la classe (voir en annexe page 81 et 82).

Annexe

Élève 1 :

Je fais un tableau pour voir les résultats de n^2-n+11 en remplaçant n par un chiffre de 1 à 10, ce qui me permettra de vérifier si il n'y a que deux diviseurs pour chaque résultat.

Valeur de n	n^2-n+11	Diviseurs	Nombre de diviseur
1	11	1; 11	2
2	13	1; 13	2
3	17	1; 17	2
4	23	1; 23	2
5	31	1; 31	2
6	41	1; 41	2
7	53	1; 53	2
8	67	1; 67	2
9	83	1; 83	2
10	101	1; 101	2

On remarque que cela tombe toujours sur un nombre impair et qu'il n'est divisible que par 1 et par lui-même donc la réponse est vrai, n^2-n+11 n'a que deux diviseurs.

Élève 2 : 20,58 ; 21,72 ; etc. correspondent aux quotients de 391 par 19, 18, etc.

Merci de bien vouloir me donner plus d'explications

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9
391	20,58	21,72	23	24,44	26,07	27,93	30,08	32,58	35,55	39,1	43,44

Est ce que le nombre $n^2 - n + 11$ ont 1 diviseur commun avec n ? Ou est ce que n^2-n+11 n'a que 2 diviseurs (sans n)

Élève 3 : la 3^{ème} colonne correspond au calcul du PGCD des nombres des deux colonnes précédentes. L'élève est allé jusqu'à $n = 133$.

1	11	1	Pour n égale 11 et tous ses multiples, il y a au moins 4 diviseurs donc pour n^2-n+11 il n'y a pas tous le temps que deux diviseurs. Donc la réponse est faux.
2	13	1	
3	17	1	
4	23	1	
5	31	1	
6	41	1	
7	53	1	
8	67	1	
9	83	1	
10	101	1	
11	121	11	
12	143	1	
13	167	1	
14	193	1	
15	221	1	
16	251	1	
17	283	1	
18	317	1	
19	353	1	
20	391	1	
21	431	1	
22	473	11	
23	517	1	
24	563	1	

Élève 4 : la ligne « Diviseur » correspond au quotient de $n^2 - n + 11$ par lui-même

[illegible]

C'est vrai, il y a bien que deux diviseurs pour n car l'expression « diviseur » n'existe que pour les nombres entiers donc on en a trouvé que deux.

Élève 5 :

n	n²	n²-n	n²-n+11	résultat divisé par 1	résultat divisé par lui meme
1	1	0	11	11	1
2	4	2	13	13	1
3	9	6	17	17	1
4	16	12	23	23	1

Il n'y a que deux diviseurs ces nombres sont divisibles par 1 et par eux-même.

Élève 6 :

11	13	17	23	31
5,5	6,5	8,5	11,5	15,5
3,67	4,33	5,67	7,67	10,33
2,75	3,25	4,25	5,75	7,75
2,2	2,6	3,4	4,6	6,2
1,83	2,17	2,83	3,83	5,17
1,57	1,86	2,43	3,29	4,43
1,38	1,63	2,13	2,88	3,88
1,22	1,44	1,80	2,56	3,44
1,1	1,3	Explications: J'ai remplacé le nombre n par 1 donc Puis j'ai divisé 11 par 1, 2, 3,..... Jus Pour confirmer mon résultat, j'ai essay A chaque fois, j'obtiens que deux divis		
1	1,18			
	1,08			
	1			
		1,00	1,44	1,94
		1	1,35	1,82
			1,28	1,72

Résultat : Vrai, quelle que soit la valeur entier de n , le nombre n^2-n+11 n'a que deux diviseurs, qui sont : 1 et n^2-n+11

Explications:

J'ai remplacé le nombre n par 1 donc : $1^2-1+11=11$
Puis j'ai divisé 11 par 1, 2, 3,..... Jusqu'à 11, je n'ai trouvé que deux diviseurs, 1 et 11.

Pour confirmer mon résultat, j'ai essayé cette méthode en remplaçant n par 2, 3, 4 et 5.
A chaque fois, j'obtiens que deux diviseurs.

Élève 7 : un raisonnement sur une seule valeur de n ... L'un des deux élèves qui n'a pas vu qu'il y avait au moins deux diviseurs

valeur de n

1	11	
2	13	J'essaye de divisé n par différents nombre
3	17	La valeur de n la plus petite étant 1, j'ai essaye de divisé le nombre 11 par
4	23	différents diviseur
5	31	
6	41	11
7	53	5,5
8	67	3,67
9	83	2,75
10	101	2,2
11	121	1,83
12	143	1,57
13	167	1,38
14	193	1,22
15	221	1,1
16	251	
17	283	Si n prend la valeur de 1, n^2-n+11 n'aura pas deux diviseur, alors je pense
18	317	que la réponse est faux.
19	353	
20	391	

Élève 8 : les valeurs de $n^2 - n + 11$ sont calculées par des formules, mais en la recopiant pour chacune des valeurs de n

Quelle que soit la valeur du nombre entier n , le nombre $n^2 - n + 11$ n'a que deux diviseurs. J'essaye avec les nombres de 1 à 20, puis je vais constater combien il y a de diviseurs.

$1^2 - 1 + 11$	$2^2 - 2 + 11$	$3^2 - 3 + 11$	$4^2 - 4 + 11$	$5^2 - 5 + 11$	$6^2 - 6 + 11$	$7^2 - 7 + 11$	$8^2 - 8 + 11$
11	13	17	23	31	41	53	67

$9^2 - 9 + 11$	$10^2 - 10 + 11$	$11^2 - 11 + 11$	$12^2 - 12 + 11$	$13^2 - 13 + 11$	$14^2 - 14 + 11$	$15^2 - 15 + 11$	$16^2 - 16 + 11$
83	101	121	143	167	193	221	251

$17^2 - 17 + 11$	$18^2 - 18 + 11$	$19^2 - 19 + 11$	$20^2 - 20 + 11$
283	317	353	391

Je constate que il y a bien deux diviseurs. Son nombre lui-même puis 1, car tout nombre a le diviseur 1. Ce sont tous des nombres impairs.

Élève 9 :

n	$n^2 - n + 11$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	11	5,5	3,67	2,75	2,2	1,83	1,57	1,38	1,22	1,1	1	0,92	0,85	0,79	0,73	0,69	0,65	0,61	0,58	0,55
2	13	6,5	4,33	3,25	2,6	2,17	1,86	1,63	1,44	1,3	1,18	1,08	1	0,93	0,87	0,81	0,76	0,72	0,68	0,65
3	17	8,5	5,67	4,25	3,4	2,83	2,43	2,13	1,89	1,7	1,55	1,42	1,31	1,21	1,13	1,06	1	0,94	0,89	0,85
4	23	11,5	7,67	5,75	4,6	3,83	3,29	2,88	2,56	2,3	2,09	1,92	1,77	1,64	1,53	1,44	1,35	1,28	1,21	1,15
5	31	15,5	10,33	7,75	6,2	5,17	4,43	3,88	3,44	3,1	2,82	2,58	2,38	2,21	2,07	1,94	1,82	1,72	1,63	1,55
6	41	20,5	13,67	10,25	8,2	6,83	5,86	5,13	4,56	4,1	3,73	3,42	3,15	2,93	2,73	2,56	2,41	2,28	2,16	2,05
7	53	26,5	17,67	13,25	10,6	8,83	7,57	6,63	5,89	5,3	4,82	4,42	4,08	3,79	3,53	3,31	3,12	2,94	2,79	2,65
8	67	33,5	22,33	16,75	13,4	11,17	9,57	8,38	7,44	6,7	6,09	5,58	5,15	4,79	4,47	4,19	3,94	3,72	3,53	3,35
9	83	41,5	27,67	20,75	16,6	13,83	11,86	10,38	9,22	8,3	7,55	6,92	6,38	5,93	5,53	5,19	4,88	4,61	4,37	4,15
10	101	50,5	33,67	25,25	20,2	16,83	14,43	12,63	11,22	10,1	9,18	8,42	7,77	7,21	6,73	6,31	5,94	5,61	5,32	5,05
11	121	60,5	40,33	30,25	24,2	20,17	17,29	15,13	13,44	12,1	11	10,08	9,31	8,64	8,07	7,56	7,12	6,72	6,37	6,05
12	143	71,5	47,67	35,75	28,6	23,83	20,43	17,88	15,89	14,3	13	11,92	11	10,21	9,53	8,94	8,41	7,94	7,53	7,15
13	167	83,5	55,67	41,75	33,4	27,83	23,86	20,88	18,56	16,7	15,18	13,92	12,85	11,93	11,13	10,44	9,82	9,28	8,79	8,35
14	193	96,5	64,33	48,25	38,6	32,17	27,57	24,13	21,44	19,3	17,55	16,08	14,85	13,79	12,87	12,06	11,35	10,72	10,16	9,65
15	221	110,5	73,67	55,25	44,2	36,83	31,57	27,63	24,56	22,1	20,09	18,42	17	15,79	14,73	13,81	13	12,28	11,63	11,05
16	251	125,5	83,67	62,75	50,2	41,83	35,86	31,38	27,89	25,1	22,82	20,92	19,31	17,93	16,73	15,69	14,76	13,94	13,21	12,55
17	283	141,5	94,33	70,75	56,6	47,17	40,43	35,38	31,44	28,3	25,73	23,58	21,77	20,21	18,87	17,69	16,65	15,72	14,89	14,15
18	317	158,5	105,67	79,25	63,4	52,83	45,29	39,63	35,22	31,7	28,82	26,42	24,38	22,64	21,13	19,81	18,65	17,61	16,68	15,85

Un nombre a obligatoirement comme diviseurs, le nombre et 1 et lui même. Le problème est faux car j'ai trouvé 3 autres diviseurs que 1 et celui de l'expression. Il y a 11, 13 et 17. Pour expliquer cet exercice j'ai d'abord calculé les valeurs de $n^2 - n + 11$. Et j'ai ensuite divisé les résultats par tous les diviseurs de 2 à 20. Ce qui m'a permis de dire que quelque soit la valeur du nombre entier, le nombre $n^2 - n + 11$ a plusieurs diviseurs.

Élève 10 : il a fait le tableau jusqu'à $n = 195$; la définition des nombres premiers est le résultat d'une recherche sur Internet

						Tentative de division par tous les nombres premiers par ordre croissant									
						Division par 2		Division par 3		Division par 5		Division par 7		Division par 11	
Exemples :	n	n ²	n ² -n	n ² -n+11	Racine carrée	Quotient	Reste	Quotient	Reste	Quotient	Reste	Quotient	Reste	Quotient	Reste
	1	1	0	11	3,32	5	1	3	2	2	1	1,57	4	1	0
	2	4	2	13	3,61	6	1	4	1	2	3	1,86	6	1	2
	3	9	6	17	4,12	8	1	5	2	3	2	2,43	3	1	6
	4	16	12	23	4,8	11	1	7	2	4	3	3,29	2	2	1
	5	25	20	31	5,57	15	1	10	1	6	1	4,43	3	2	9
	6	36	30	41	6,4	20	1	13	2	8	1	5,86	6	3	8
	7	49	42	53	7,28	26	1	17	2	10	3	7,57	4	4	9
	8	64	56	67	8,19	33	1	22	1	13	2	9,57	4	6	1
	9	81	72	83	9,11	41	1	27	2	16	3	11,86	6	7	6
	10	100	90	101	10,05	50	1	33	2	20	1	14,43	3	9	2
	11	121	110	121	11	60	1	40	1	24	1	17,29	2	11	0
	12	144	132	143	11,96	71	1						3	13	0
	13	169	156	167	12,92	83	1						6	15	2
	14	196	182	193	13,89	96	1						4	17	6
	15	225	210	221	14,87	110	1						4	20	1
	16	256	240	251	15,84	125	1						6	22	9
	17	289	272	283	16,82	141	1						3	25	8
	18	324	306	317	17,8	158	1						2	28	9
	19	361	342	353	18,79	176	1						3	32	1
	20	400	380	391	19,77	195	1						6	35	6
	21	441	420	431	20,76	215	1						4	39	2
	22	484	462	473	21,75	236	1						4	43	0
	23	529	506	517	22,74	258	1						6	47	0
	24	576	552	563	23,73	281	1						3	51	2
	25	625	600	611	24,72	305	1						2	55	6
	26	676	650	661	25,71	330	1						3	60	1
	27	729	702	713	26,7	356	1						6	64	9
	28	784	756	767	27,69	383	1	255	2	153	2	109,57	4	69	8
	29	841	812	823	28,69	411	1	274	1	164	3	117,57	4	74	9
	30	900	870	881	29,68	440	1	293	2	176	1	125,86	6	80	1
	31	961	930	941	30,68	470	1	313	2	188	1	134,43	3	85	6
	32	1024	992	1003	31,67	501	1	334	1	200	3	143,29	2	91	2
	33	1089	1056	1067	32,66	533	1	355	2	213	2	152,43	3	97	0
	34	1156	1122	1133	33,66	566	1	377	2	226	3	161,86	6	103	0
	35	1225	1190	1201	34,66	600	1	400	1	240	1	171,57	4	109	2

Résultat:
J'ai d'abord calculé tous les résultats possibles de la formule.
J'ai ensuite essayé de diviser ces résultats par tous les diviseurs possibles par ordre croissant (qui sont tous des nombres premiers)
On remarque que tous les résultats de l'équation ne sont pas divisibles par les diviseurs en questions : seulement par 1 et par eux-mêmes. Ce sont donc des nombres premiers qui par définition n'acceptent que deux diviseurs.
Il y a une exception : lorsque n est un multiple de 11 ou multiple de '11+1'.
La réponse est donc « vrai, sauf pour les cas ci-dessus ».

Élève 11 : il calcule le PGCD de n et de $n^2 - n + 11$, jusqu'à $n = 44$

1	11	1
2	13	1
3	17	1
4	23	1
5	31	1
6	41	1
7	53	1
8	67	1
9	83	1
10	101	1
11	121	11
12	143	1
13	167	1
14	193	1
15	221	1
16	251	1
17	283	1
18	317	1
19	353	1
20	391	1
21	431	1
22	473	11
23	517	1
24	563	1

La colonne A correspond à n, la colonne B correspond à $n^2 - n + 11$ et la colonne C correspond au PGCD de n et $n^2 - n + 11$.

Tous les PGCD sont: soit de 1 ou de 11 donc il est faut que quelle que soit la valeur du nombre entier n, le nombre $n^2 - n + 11$ n'a que deux diviseurs car les nombres ayant comme PGCD 1 n'ont que deux diviseurs (1 et le nombre n) alors que les nombres ayant comme PGCD 11 ont trois diviseurs (1; le nombre n ainsi que 11).

Élève 12 : il fait le quotient de $n^2 - n + 11$ et de n , jusqu'à $n = 100$

1	11	11	
2	13	6,5	
3	17	5,67	
4	23	5,75	
5	31	6,2	
6	41	6,83	
7	53	7,57	
8	67	8,38	
9	83	9,22	
10	101	10,1	
11	121	11	
12	143	11,92	
13	167	12,85	
14	193	13,79	
15	221	14,73	
16	251	15,69	
17	283	16,65	
18	317	17,61	
19	353	18,58	
20	391	19,55	
21	431	20,52	
22	473	21,5	
23	517	22,48	
24	563	23,46	
25	611	24,44	

l'équation ne fonctionne que avec 1 et 11, on le remarque sur le tableau si on va jusqu'à 100 cela ne change rien on obtiendra un nombre à virgule, donc cela est faux, cela ne fonctionne pas avec n'importe quel diviseur

Élève 13 :

- Comme tous les résultats du nombre $n^2 - n + 11$ sont impairs (selon cet ordre: ...1-...1-...3-...7-...3-...1-...1-...3-...7.....) alors ils ne peuvent pas avoir de diviseurs pairs.
- Étant donné qu'aucun de ces résultats ne finit par ...5 ou ...0, alors aucun d'eux n'est multiple de 5.
- Et comme 3 n'est pas diviseur de ces résultats (car les résultats des divisions des ces équations par 3 sont décimales), alors 9 ne l'est pas non plus.

n	$n^2 - n + 11$	Diviseurs possibles:			
		1	3	7	11
0	11	11	3,67	1,57	1
1	11	11	3,67	1,57	1
2	13	13	4,33	1,86	1,18
3	17	17	5,67	2,43	1,55
4	23	23	7,67	3,29	2,09
5	31	31	10,33	4,43	2,82
6	41	41	13,67	5,86	3,73
7	53	53	17,67	7,57	4,82
8	67	67	22,33	9,57	6,09
9	83	83	27,67	11,86	7,55
10	101	101	33,67	14,43	9,18
11	121	121	40,33	17,29	11
12	143	143	47,67	20,43	13
13	167	167	55,67	23,86	15,18
...	...	...	...	...	...

Lorsque $n=11$, le nombre $n^2 - n + 11$ est 121, et comme les divisions euclidiennes de 121 par 1 et par 11 (voir résultats en gras dans le tableau) ont un reste égal à zéro, alors 1 et 11 sont des diviseurs de 121. De plus, comme $121/1 = 121$ alors 121 est aussi un diviseur de 121.

Remarque: on peut aussi prendre d'autres exemples, comme $n=12$, dont le résultats de l'équation (143) à au moins quatre diviseurs : 1 ($143/1=143$), 11 ($143/11=13$), et donc aussi 143 et 13.

Donc, étant donné que si $n=11$, le résultat de l'équation à trois diviseurs (1, 11 et 121), alors, quelle que soit la valeur du nombre entier n , le nombre $n^2 - n + 11$ n'a pas que deux diviseurs.

La réponse est: c'est faux.

Annexe

Exemple d'échanges

Envoi 1 de l'élève :

valeur de n	résultats	pgcd des 20 resultats
1	11	1
2	13	
3	17	
4	23	
5	31	
6	41	
7	53	
8	67	
9	83	
10	101	
11	121	
12	143	
13	167	
14	193	
15	221	
16	251	
17	283	
18	317	
19	353	
20	391	

Réponse 1 du professeur dans le fichier précédent :

0 n'est pas un diviseur ! La division par 0 n'existe pas...

Envoi 2 de l'élève :

valeur de n	résultats	résultat divisé par 1	résultat divisé par lui même
1	11	11	1
2	13	13	1
3	17	17	1
4	23	23	1
5	31	31	1
6	41	41	1
7	53	53	1
8	67	67	1
9	83	83	1
10	101	101	1
11	121	121	1
12	143	143	1
13	167	167	1
14	193	193	1
15	221	221	1
16	251	251	1
17	283	283	1
18	317	317	1
19	353	353	1
20	391	391	1

Vrai, quelle que soit la valeur du nombre entier n (exemple de 1 à 20), le nombre n^2-n+11 n'a que deux diviseurs : 1 et lui même comme le montre la colonne C et D

Réponse 2 du professeur dans le fichier précédent :

Les colonnes C et D ne montrent pas qu'il n'y a QUE deux diviseurs ! Elles montrent seulement qu'il y en a deux... ce qui n'est pas la même chose !

Envoi 3 de l'élève, le fichier précédent contient en plus :

Vrai, quelle que soit la valeur du nombre entier n (exemple de 1 à 20), le nombre n^2-n+11 n'a que deux diviseurs : 1 et lui même comme le montre la colonne C et D et car chaque résultat (colonne B) est un nombre premier.

Annexe

Réponse 3 du professeur dans le fichier précédent :

**Les colonnes C et D montrent surtout que tu n'as pas essayé d'autres possibilités que 1 et le nombre lui-même !
Tu ne réponds pas à ma remarque...**

Envoi 4 de l'élève, qui fait un tableau jusqu'à $n = 500$:

valeur de n	résultats	résultat divisé par 1	résultat divisé par lui-même	divisé par 7	divisé par 11	divisé par 13
1	11	11	1	1,6	1,0	,8
2	13	13	1	1,9	1,2	1,0
3	17	17	1	2,4	1,5	1,3
4	23	23	1	3,3	2,1	1,8
5	31	31	1	4,4	2,8	2,4
6	41	41	1	5,9	3,7	3,2
7	53	53	1	7,6	4,8	4,1
8	67	67	1	9,6	6,1	5,2
9	83	83	1	11,9	7,5	6,4
10	101	101	1	14,4	9,2	7,8

Faux. Certains nombres peuvent se diviser avec 1, lui-même, 11 ou 13 donc il n'ont pas que deux diviseurs. En revanche il ne peuvent pas se diviser en 2, 4, 6, 8 et 10 car les nombres que l'on obtient avec le calcul sont impairs ; de même on ne peut pas le diviser par 3, 6, 9 et ses multiples car ce n'est pas un multiple de 3 ni 6 ni de 9 ; on ne peut pas non plus avec 5 et ses multiples car aucun des résultats ne terminent par 0 ou 5. Pour 7, (colonne E) aucun des résultats divisés par 7 sont entiers, Pour 11 et 13, il peuvent diviser certains des résultats comme 121 est divisible par 11 et 143 par 13. 121 et 143 par exemple ont 3 diviseurs chacun il n'ont donc pas **que** deux diviseurs.

16	231	231	1	33,3	22,0	18,5
17	283	283	1	40,4	25,7	21,8
18	317	317	1	45,3	28,8	24,4

Réponse 4 du professeur dans le fichier précédent :

Qu'as-tu fait pour savoir que les nombres ne sont pas divisibles par 3, 7, 9, etc. ?

Envoi 5 (le dernier) de l'élève :

valeur de n	résultats	résultat divisé par 1	résultat divisé par lui-même	divisé par 7	divisé par 11	divisé par 13	divisé par 3	divisé par 9
1	11	11	1	1,6	1,0	,8	3,67	1,22
2	13	13	1	1,9	1,2	1,0	4,33	1,44
3	17	17	1	2,4	1,5	1,3	5,67	1,89
4	23	23	1	3,3	2,1	1,8	7,67	2,56
5	31	31	1	4,4	2,8	2,4	10,33	3,44
6	41	41	1	5,9	3,7	3,2	13,67	4,56
7	53	53	1	7,6	4,8	4,1	17,67	5,89
8	67	67	1	9,6	6,1	5,2	22,33	7,44
9	83	83	1	11,9	7,5	6,4	27,67	9,22
10	101	101	1	14,4	9,2	7,8	33,67	11,22
11	121	121	1	17,3	11,0	9,2	40,33	13,44
12	143	143	1	20,4	13,0	11,0	47,67	15,89
13	167	167	1	23,9	15,2	12,8	55,67	18,56
14	193	193	1	27,6	17,5	14,8	64,33	21,44

Faux. Certains nombres peuvent se diviser avec 1, lui-même, 11 ou 13 donc il n'ont pas que deux diviseurs. En revanche il ne peuvent pas se diviser en 2, 4, 6, 8 et 10 car les nombres que l'on obtient avec le calcul sont impairs ; de même on ne peut pas le diviser par 3, 6, 9 et ses multiples car ce n'est pas un multiple de 3 ni 6 ni de 9 (colonne 3, 9 n'ont pas de nombres entiers) ; on ne peut pas non plus avec 5 et ses multiples car aucun des résultats ne terminent par 0 ou 5. Pour 7, (colonne E) aucun des résultats divisés par 7 sont entiers (colonne E). Pour 11 et 13, il peuvent diviser certains des résultats comme 121 est divisible par 11 et 143 par 13. 121 et 143 par exemple ont 3 diviseurs chacun il n'ont donc pas **que** deux diviseurs.

Annexe

Le fichier envoyé aux élèves

nombre n	$R=n^2-n+11$	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	11	3,67	2,2	1,57	1,22	1	0,85	0,73	0,65	0,58	0,52
2	13	4,33	2,6	1,86	1,44	1,18	1	0,87	0,76	0,68	0,62
3	17	5,67	3,4	2,43	1,89	1,55	1,31	1,13	1	0,89	0,81
4	23	7,67	4,6	3,29	2,56	2,09	1,77	1,53	1,35	1,21	1,1
5	31	10,33	La cellule contient : =\$B2/C\$1		3,44	2,82	2,38	2,07	1,82	1,63	1,48
6	41	13,67			4,56	3,73	3,15	2,73	2,41	2,16	1,95
7	53	17,67			5,89	4,82	4,08	3,53	3,12	2,79	2,52
8	67	22,33	13,4	9,57	7,44	6,09	5,15	4,47	3,94	3,53	3,19
9	83	27,67	16,6	11,86	9,22	7,55	6,38	5,53	4,88	4,37	3,95
10	101	33,67	20,2	14,43	11,22	9,18	7,77	6,73	5,94	5,32	4,81
11	121	40,33	24,2	17,29	13,44	11	9,31	8,07	7,12	6,37	5,76
12	143	47,67	28,6	20,43	15,89	13	11	9,53	8,41	7,53	6,81
13	167	55,67	33,4	23,86	18,56	15,18	12,85	11,13	9,82	8,79	7,95

SUITE DE « LA BOITE SANS COUVERCLE », ACTIVITE DE REINVESTISSEMENT,

Cette activité permet d'une part un réinvestissement du travail fait sur les volumes, la notion de fonction et de variable, tout en développant d'autre part, un nouveau savoir-faire : la comparaison de deux grandeurs fonction de la même variable.

Elle fait suite à l'activité « la boîte sans couvercle » (page 56), mais à au moins deux semaines d'écart pour qu'elle se situe bien sur le terrain du réinvestissement et non de l'application.

Sur le plan de l'utilisation du grapheur, il est tout à fait possible que ce soit la première fois que les élèves aient à obtenir deux courbes sur un même graphique. L'apport technique du professeur sera alors indispensable, apport qu'il fournira à la demande pour ne pas induire de méthode dans le travail des binômes et qu'il reprendra évidemment dans le bilan de l'activité.

Niveau :

Troisième

Objectifs :

- organisation de données pour comparer deux grandeurs fonctions de la même variable ;
- utiliser le tableur pour :
 - approcher la notion d'inéquation,
 - obtenir deux courbes représentatives sur un même graphique,
 - obtenir des valeurs approchées de plus en plus précises de la solution d'une équation.

Pré requis:

Avoir traité l'activité « La boîte sans couvercle » (page 56)

Matériel

Feuilles quadrillées 5×5 format 16×24, une par élève

Déroulement:

Première séance

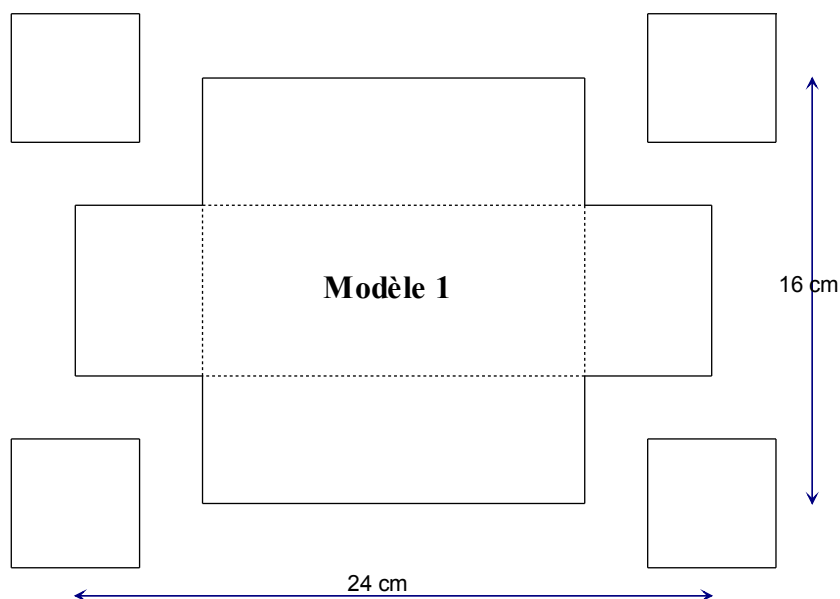
Le texte suivant est distribué aux élèves dans la deuxième moitié d'une séance :

« Les boîtes : la suite

Rappel : Le problème posé (et dont le bilan a été fait !)

Aux 4 coins d'une feuille de 24 cm sur 16 cm on découpe 4 carrés identiques. En pliant selon les pointillés, on obtient une boîte sans couvercle.

Comment varie le volume des boîtes ?



Nous avons vu que le volume des boîtes varie selon le côté du carré découpé.
Si on note x le côté de ce carré exprimé en cm, le volume en cm^3 de la boîte correspondante est :

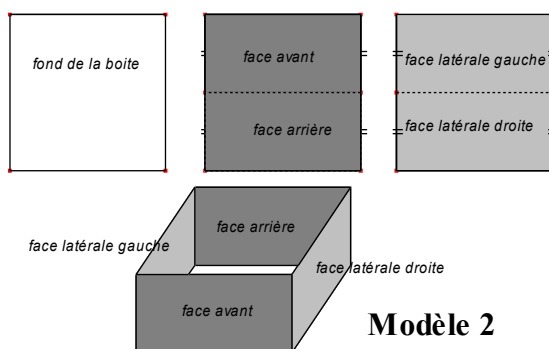
$$x(24-2x)(16-2x).$$

Pour indiquer que ce volume dépend de x , on note $V(x)=x(24-2x)(16-2x)$.

La suite

Pour chaque boîte obtenue dans la feuille $16 \text{ cm} \times 24 \text{ cm}$, on récupère trois des carrés découpés (le quatrième carré est jeté) :

on coupe 2 carrés en 2 parts égales parallèlement à un côté que l'on scotche afin d'obtenir une nouvelle boîte à fond carré sans couvercle :



**Comparer le volume des 2 boîtes
(Modèle 1 et Modèle 2) »**

Des élèves peuvent avoir du mal à s'emparer de l'énoncé et ne pas voir comment construire la boîte modèle 2 . Dans ce cas, une aide est ajoutée au tableau :

« Construire dans la feuille quadrillée une boîte du modèle 1 et la boîte correspondante du modèle 2. »

Le fait de manipuler en repartant de la boîte modèle 1 qu'ils ont déjà construite, leur permet de comprendre comment construire la deuxième boîte.

Le travail est ensuite donné pour la prochaine séance :

« Pour la prochaine fois, élaborer une stratégie de recherche de ce problème

sachant que vous aurez accès à la salle multimédia où vous travaillerez par binôme et que ce travail sera à rendre à la fin de la séance. »

Deuxième séance, en salle multimédia

A partir des recherches à la maison exposées oralement par les élèves, une stratégie est élaborée en commun (seulement la stratégie !) :

- se servir du travail fait pour la boîte sans couvercle (les travaux précédents sont conservés et à disposition des élèves depuis tous les postes de la salle multimédia dans le dossier « commun » de leur classe) ;
- trouver la formule donnant le volume de la boîte modèle 2 en fonction du côté du carré découpé ;
- observer les deux tableaux de valeurs ;
- observer les deux courbes représentatives.

Les élèves travaillent ensuite par binôme dans la salle multimédia .

« Consigne sur le travail à rendre en fin d'heure :

A la fin de la séance, je ramasserai une feuille par binôme sur laquelle doivent figurer les étapes de la stratégie mise au point et votre réponse à la question.

Vous enregistrerez votre travail sur tableur pour que je puisse le consulter »

Troisième séance

Le professeur sélectionne quelques travaux de binôme afin de pouvoir faire un bilan sur l'utilisation des graphiques représentant des fonctions.

Compte-rendu d'expérimentation :

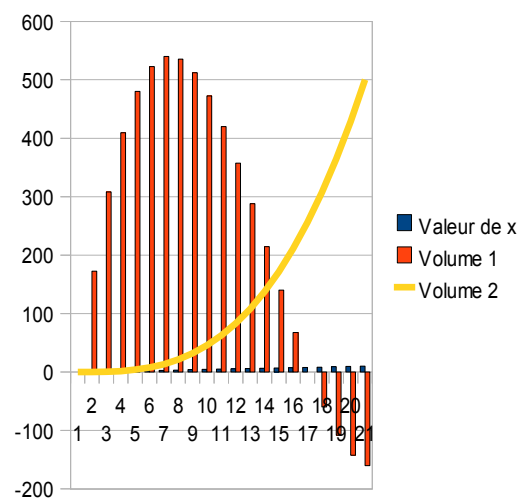
Dans la classe dont les productions sont en annexe page 87 et 88, le bilan a porté sur :

- le choix du type de graphique pour obtenir la courbe représentative d'une fonction (productions 1 et 2) ;
- le choix des valeurs de la variable : le calcul de volume n'a pas de sens si x est plus grand que 8 (production 1) ;
- la courbe étant construite point par point, l'importance de choisir suffisamment de valeurs de la variable, régulièrement espacées (notion de pas) pour éviter «les anomalies » de la production 3 ;
- la présentation adéquate pour comparer deux grandeurs d'une même variable :
 - choisir les mêmes valeurs de la variable pour les deux volumes,
 - rassembler les données dans un seul tableau,
 - tracer les deux courbes sur un même graphique.

Annexe

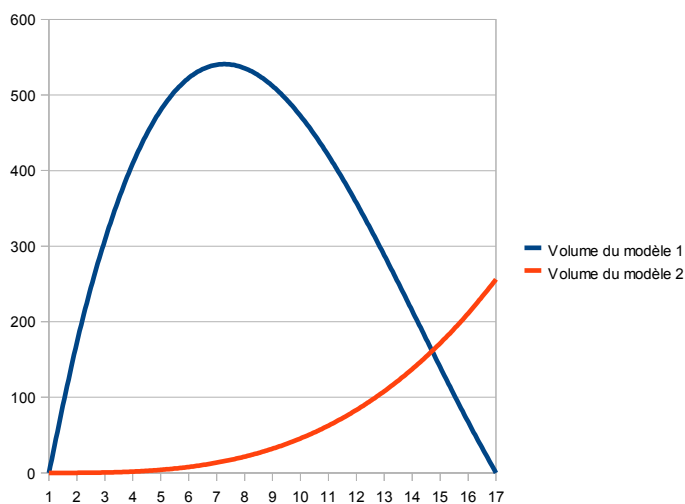
Production 1

Valeur de x	Volume 1	Volume 2
0	0	0
0,5	172,5	0,06
1	308	0,5
1,5	409,5	1,69
2	480	4
2,5	522,5	7,81
3	540	13,5
3,5	535,5	21,44
4	512	32
4,5	472,5	45,56
5	420	62,5
5,5	357,5	83,19
6	288	108
6,5	214,5	137,31
7	140	171,5
7,5	67,5	210,94
8	0	256
8,5	-59,5	307,06
9	-108	364,5
9,5	-142,5	428,69
10	-160	500



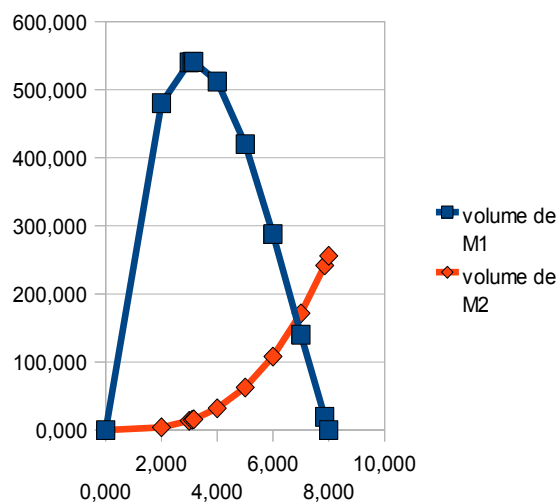
Production 2

Côté du carré (ou x)	Volume du modèle 1	Volume du modèle 2
0	0	0
0,5	172,5	0,06
1	308	0,5
1,5	409,5	1,69
2	480	4
2,5	522,5	7,81
3	540	13,5
3,5	535,5	21,44
4	512	32
4,5	472,5	45,56
5	420	62,5
5,5	357,5	83,19
6	288	108
6,5	214,5	137,31
7	140	171,5
7,5	67,5	210,94
8	0	256



Production 3

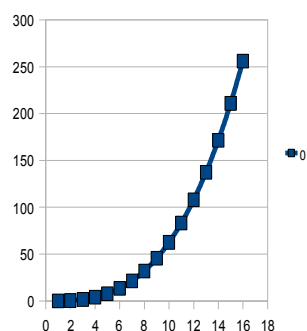
Valeur de x	volume de M1	volume de M2
0,000	0,000	0,000
0,001	0,384	0,000
2,000	480,000	4,000
3,000	540,000	13,500
3,100	540,764	14,896
3,160	540,810	15,777
4,000	512,000	32,000
5,000	420,000	62,500
6,000	288,000	108,000
7,000	140,000	171,500
7,850	19,547	241,868
8,000	0,000	256,000



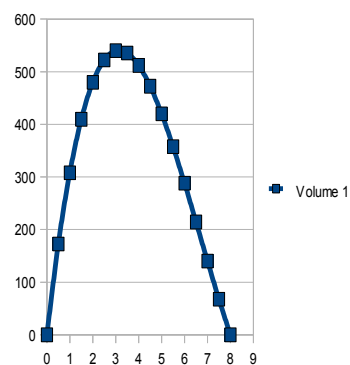
Production 4

côté du carré	Volume 2
0	0
0,5	0,06
1	0,5
1,5	1,69
2	4
2,5	7,81
3	13,5
3,5	21,44
4	32
4,5	45,56
5	62,5
5,5	83,19
6	108
6,5	137,31
7	171,5
7,5	210,94
8	256

Volume de la boîte en fonction de x



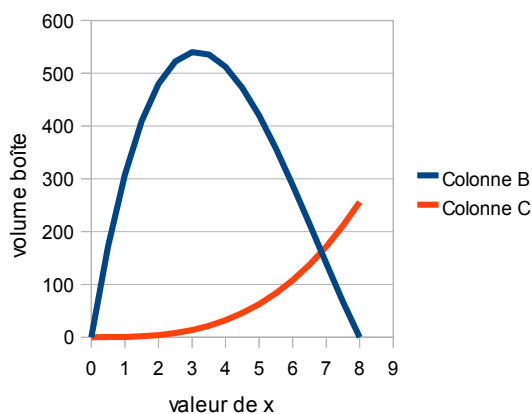
côté du carré	Volume 1
0	0
0,5	172,5
1	308
1,5	409,5
2	480
2,5	522,5
3	540
3,5	535,5
4	512
4,5	472,5
5	420
5,5	357,5
6	288
6,5	214,5
7	140
7,5	67,5
8	0



Production 5

Valeur x	Volume modèle 1	Volume modèle 2
0	0	0
0,5	172,5	0,06
1	308	0,5
1,5	409,5	1,69
2	480	4
2,5	522,5	7,81
3	540	13,5
3,5	535,5	21,44
4	512	32
4,5	472,5	45,56
5	420	62,5
5,5	357,5	83,19
6	288	108
6,5	214,5	137,31
7	140	171,5
7,5	67,5	210,94
8	0	256

Volume des boîtes



PGCD

Cette activité, déjà parue dans « Enseigner les mathématiques autrement en troisième » (IREM des Pays de la Loire – 2003) a été modifiée pour faire une part plus grande au tableur et pour tenir compte d'une plus grande maîtrise des élèves puisqu'ils utilisent plus fréquemment cet outil. Le travail fait sur les algorithmes de recherche du PGCD trouvera son prolongement en seconde avec l'introduction de l'algorithmique dans le programme, comme le montre l'article de Michel Fréchet dans le bulletin 486 de l'APMEP.

Il nous semble particulièrement important que les premières applications (voir page 91) du calcul du PGCD soient faites en classe, de façon à rester sur le sens pendant un temps suffisant, tout en retravaillant sur multiple et diviseur. Ces applications en classe permettent aussi ensuite d'amener les élèves à réfléchir à la meilleure méthode à utiliser dans chaque cas.

Niveau :

Troisième

Objectifs :

- chercher une méthodologie permettant d'être certain d'avoir trouvé ;
- définir le PGCD de deux nombres entiers ;
- faire découvrir que le diviseur de deux entiers divise leur somme et leur différence ;
- faire comprendre l'algorithme de la soustraction pour le calcul du PGCD de deux nombres ;
- utiliser le tableur et montrer son intérêt pour utiliser un algorithme ;
- faire découvrir qu'un diviseur d'un nombre entier a est diviseur du produit de a et de tout nombre entier b ;
- faire découvrir que tout diviseur de a et b ($a > b$ et $b \neq 0$) est un diviseur du reste de la division euclidienne de a par b ;
- faire comprendre l'algorithme de la division pour le calcul du PGCD de deux nombres ;
- entraîner à l'utilisation des algorithmes ;
- faire découvrir que cette utilisation n'est pas toujours la méthode la plus rapide ;
- faire réfléchir sur la méthode à utiliser suivant les nombres donnés ;
- faire découvrir et définir ce que sont deux nombres premiers entre eux ;
- faire découvrir l'intérêt du PGCD pour simplifier certaines fractions ;
- définir ce qu'est une fraction irréductible.

Prérequis :

Avoir fait l'activité « Divisibilité et tableur » permet de passer moins de temps sur la première partie de l'activité.

Matériel :

Aucun, excepté le matériel commun à toutes les activités (voir page 52)

Déroulement :

Première partie

Le texte suivant est distribué aux élèves (feuille élève 1 page 94) :

« Une propriétaire fortunée a un débarras dont le sol est un rectangle de 1,95 m sur 1,35 m.

Elle demande à un artisan de faire fabriquer des carreaux **carrés** pour que le sol du débarras soit recouvert avec le **minimum** de carreaux carrés, **exactement et sans en découper**.

Quelle est la mesure en cm du côté des carreaux que l'artisan doit faire fabriquer ? »

Les élèves travaillent individuellement, puis en groupes pour rédiger une solution sur un transparent qui sera présenté par un rapporteur de chaque groupe.

Après les présentations des travaux de groupe (voir des exemples en annexe page 98) et le débat, l'institutionnalisation permet de mettre en évidence :

- des méthodes réfléchies pour chercher tous les diviseurs d'un nombre ;
- de définir ce qu'est le plus grand diviseur commun à deux nombres, ainsi que la notation correspondante (voir feuille résumé pages 96 et 97).

Des exercices d'application sont donnés à faire à la maison pour que les élèves assimilent :

- les notions de multiples et diviseurs et de plus grand diviseur commun ;
- des techniques pour trouver tous les diviseurs d'un nombre.

Deuxième partie

Le professeur projette aux élèves le tableau et la consigne ci-dessous (feuille transparent page 92) :

195	135	60
135	60	75
75	60	15
60	15	45
45	15	30
30	15	15
15	15	0

« Ce tableau correspond au calcul du PGCD de 195 et de 135 réalisé grâce à un tableur.

Explique ce tableau. »

Les élèves travaillent individuellement, puis en groupe pour rédiger une solution sur un transparent qui sera présenté avec les mêmes modalités que dans les parties précédentes. L'institutionnalisation permet de justifier l'algorithme de la soustraction en faisant trouver la propriété (voir feuille résumé) :

Un diviseur de deux nombres est diviseur de leur somme et de leur différence.

C'est l'occasion de faire découvrir aux élèves ce qu'est un algorithme et de donner l'origine de ce mot.

Troisième partie, en salle multimédia

Cette troisième partie se déroule dans une salle informatique dont les postes disposent d'un tableur.

Le professeur demande aux élèves d'utiliser le tableau pour calculer le PGCD de 31 929 et 15 047. Ce sera l'occasion de réutiliser une formule simple, celle de la différence, et d'introduire les fonctions MAX et MIN ou des fonctions test.

L'intérêt du tableur pour faire des calculs répétitifs (18 lignes...) est constaté.

Le professeur imprime le tableau obtenu pour les élèves ou le leur fait recopier.

Quatrième partie

Le professeur projette aux élèves la consigne suivante (voir feuille transparent page 92) :

290	248	42
248	42	38
42	38	4
38	4	2
4	2	0

« Ce tableau correspond à un autre algorithme pour calculer le PGCD de 290 et 248.

Explique ce tableau. »

Les élèves travaillent individuellement, puis en groupe pour rédiger une solution sur un transparent qui sera présenté avec les mêmes modalités que dans les parties précédentes. L'institutionnalisation permet de justifier l'algorithme de la division en donnant les propriétés (voir feuille résumé) :

Un diviseur d'un nombre a est diviseur du produit de a et de tout nombre b .

Un diviseur de deux nombres a et b ($a > b$ et $b \neq 0$) est diviseur du reste de la division euclidienne de a par b .

Cinquième partie

Les applications 1, 2 et 3 sont faites en classe (voir feuille élève 2 page 95).

Application 1

« Calcule :

$PGCD(288,300)$; $PGCD(56,63)$; $PGCD(84,65)$ »

Cette application a trois objectifs :

- entraîner les élèves à l'utilisation d'un algorithme ;
- montrer que l'utilisation d'un algorithme n'est pas toujours la méthode la plus rapide ;
- définir ce que sont deux nombres premiers entre eux (voir feuille résumé).

Application 2

« Simplifie le plus possible : $\frac{2016}{1560}$; $\frac{592}{765}$ »

Cette application a deux objectifs :

- montrer l'intérêt d'utiliser le PGCD pour simplifier certaines fractions
- définir qu'une fraction est irréductible quand le PGCD du numérateur et du dénominateur est égale à 1 (voir feuille résumé)

Application 3

« Un confiseur a un lot de 3150 bonbons et de 1350 sucettes.

Il veut réaliser des paquets contenant tous le même nombre de bonbons et le même nombre de sucettes.

1 - Quel est le nombre maximal de paquets qu'il pourra réaliser ?

2 - Sachant qu'un bonbon coûte 5 centimes d'euro et qu'une sucette coûte 30 centimes d'euro, quel est le prix d'un paquet ? »

Cette application est l'occasion de revenir sur le sens du PGCD de deux nombres, tout en continuant l'entraînement à sa recherche.

Première partie

Consigne pour le travail de groupe

Comparez vos solutions et vos méthodes, puis mettez-vous d'accord sur une solution que vous rédigerez sur un transparent en montrant votre méthode.

Deuxième partie

Travail individuel

195	135	60
135	60	75
75	60	15
60	15	45
45	15	30
30	15	15
15	15	0

Ce tableau correspond au calcul du PGCD de 195 et de 135 réalisé grâce à un tableur.

Explique ce tableau.

Travail de groupe

Comparez vos explications, puis mettez-vous d'accord sur une explication que vous rédigerez sur un transparent.

Troisième partie

Utilisez le tableur pour calculer PGCD(31 929, 15 047)

Quatrième partie

Travail individuel

290	248	42
248	42	38
42	38	4
38	4	2
4	2	0

Ce tableau correspond à un autre algorithme pour calculer le PGCD de 290 et 248.

Explique ce tableau.

Travail de groupe

Comparez vos explications, puis mettez-vous d'accord sur une explication que vous rédigerez sur un transparent.

Cinquième partie

Application 1

Calcule :

$\text{PGCD}(288,300)$; $\text{PGCD}(56,63)$; $\text{PGCD}(84,65)$

Application 2

Simplifie le plus possible : $\frac{2016}{1560}$; $\frac{592}{765}$

Application 3

Un confiseur a un lot de 3150 bonbons et de 1350 sucettes.

Il veut réaliser des paquets contenant tous le même nombre de bonbons et le même nombre de sucettes.

- 1 - Quel est le nombre maximal de paquets qu'il pourra réaliser ?
- 2 - Sachant qu'un bonbon coûte 5 centimes d'euro et qu'une sucette coûte 30 centimes d'euro, quel est le prix d'un paquet ?

Une propriétaire fortunée a un débarras dont le sol est un rectangle de 1,95 m sur 1,35 m.
Elle demande à un artisan de faire fabriquer des carreaux **carrés** pour que le sol du débarras soit recouvert avec le **minimum** de carreaux carrés, **exactement et sans en découper**.
Quelle est la mesure en cm du côté des carreaux que l'artisan doit faire fabriquer ?

Une propriétaire fortunée a un débarras dont le sol est un rectangle de 1,95 m sur 1,35 m.
Elle demande à un artisan de faire fabriquer des carreaux **carrés** pour que le sol du débarras soit recouvert avec le **minimum** de carreaux carrés, **exactement et sans en découper**.
Quelle est la mesure en cm du côté des carreaux que l'artisan doit faire fabriquer ?

Une propriétaire fortunée a un débarras dont le sol est un rectangle de 1,95 m sur 1,35 m.
Elle demande à un artisan de faire fabriquer des carreaux **carrés** pour que le sol du débarras soit recouvert avec le **minimum** de carreaux carrés, **exactement et sans en découper**.
Quelle est la mesure en cm du côté des carreaux que l'artisan doit faire fabriquer ?

Une propriétaire fortunée a un débarras dont le sol est un rectangle de 1,95 m sur 1,35 m.
Elle demande à un artisan de faire fabriquer des carreaux **carrés** pour que le sol du débarras soit recouvert avec le **minimum** de carreaux carrés, **exactement et sans en découper**.
Quelle est la mesure en cm du côté des carreaux que l'artisan doit faire fabriquer ?

Une propriétaire fortunée a un débarras dont le sol est un rectangle de 1,95 m sur 1,35 m.
Elle demande à un artisan de faire fabriquer des carreaux **carrés** pour que le sol du débarras soit recouvert avec le **minimum** de carreaux carrés, **exactement et sans en découper**.
Quelle est la mesure en cm du côté des carreaux que l'artisan doit faire fabriquer ?

Une propriétaire fortunée a un débarras dont le sol est un rectangle de 1,95 m sur 1,35 m.
Elle demande à un artisan de faire fabriquer des carreaux **carrés** pour que le sol du débarras soit recouvert avec le **minimum** de carreaux carrés, **exactement et sans en découper**.
Quelle est la mesure en cm du côté des carreaux que l'artisan doit faire fabriquer ?

Une propriétaire fortunée a un débarras dont le sol est un rectangle de 1,95 m sur 1,35 m.
Elle demande à un artisan de faire fabriquer des carreaux **carrés** pour que le sol du débarras soit recouvert avec le **minimum** de carreaux carrés, **exactement et sans en découper**.
Quelle est la mesure en cm du côté des carreaux que l'artisan doit faire fabriquer ?

Application 1

Calcule :

PGCD(288,300) ; PGCD(56,63) ; PGCD(84,65)

Application 2

Simplifie le plus possible : $\frac{2016}{1560}$; $\frac{592}{765}$

Application 3

Un confiseur a un lot de 3150 bonbons et de 1350 sucettes.

Il veut réaliser des paquets contenant tous le même nombre de bonbons et le même nombre de sucettes.

- 1 - Quel est le nombre maximal de paquets qu'il pourra réaliser ?
- 2 - Sachant qu'un bonbon coûte 5 centimes d'euro et qu'une sucette coûte 30 centimes d'euro, quel est le prix d'un paquet ?

Application 1

Calcule :

PGCD(288,300) ; PGCD(56,63) ; PGCD(84,65)

Application 2

possible : $\frac{2016}{1560}$; $\frac{592}{765}$

Application 3

Un confiseur a un lot de 3150 bonbons et de 1350 sucettes.

Il veut réaliser des paquets contenant tous le même nombre de bonbons et le même nombre de sucettes.

- 1 - Quel est le nombre maximal de paquets qu'il pourra réaliser ?
- 2 - Sachant qu'un bonbon coûte 5 centimes d'euro et qu'une sucette coûte 30 centimes d'euro, quel est le prix d'un paquet ?

MULTIPLES ET DIVISEURS – PLUS GRAND COMMUN DIVISEUR

Multiples et diviseurs

On dit que a est un multiple de b si on peut écrire :
 $a = b \times n$, où n est un nombre entier.

36 est un multiple de 12 car on peut écrire :
 $36 = 12 \times 3$

Remarques :

1 – 0 est un multiple de tout nombre.

$0 = 22 \times 0$; $0 = 16 \times 0$; $0 = 1538 \times 0$; etc
 donc 0 est un multiple de 22, de 16, de 1538, etc.
 $6 = 4 \times 1,5$; mais 6 n'est pas un multiple de 4.

2 – L'expression « multiple » n'existe que pour des nombres entiers.

Si a est un multiple de b et si $b \neq 0$,
 on peut dire que a est divisible par b
 que b divise a
 que b est un diviseur de a .

$60 = 15 \times 4$; on peut dire que 15 est un diviseur de 60.
 Remarque : 4 est aussi un diviseur de 60

Remarque : L'expression « diviseur » n'existe que pour des nombres entiers.

$35 : 10 = 3,5$; mais 10 n'est pas un diviseur de 35

Si d est un diviseur de a et de b , $a \geq b$
 alors d est un diviseur de $a + b$ et de $a - b$.

$60 = 12 \times 5$ et $36 = 12 \times 3$
 12 est donc un diviseur de 60 et de 36.
 $60 + 36 = 12 \times 5 + 12 \times 3 = 12 \times (5 + 3) = 12 \times 8$
 $60 - 36 = 12 \times 5 - 12 \times 3 = 12 \times (5 - 3) = 12 \times 2$
 12 est donc un diviseur de la somme et de la différence de 60 et 36

Si d est un diviseur de a ,
 alors d est un diviseur de $a \times n$.

$18 = 3 \times 6$ 3 est un diviseur de 18,
 $18 \times 5 = 3 \times 6 \times 5$ donc 3 est un diviseur de 18×5

Si d est un diviseur de a et de b
 ($a > b$ et $b \neq 0$),
 alors d est un diviseur du reste de la division euclidienne de a par b .

$132 = 12 \times 11$ et $48 = 12 \times 4$,
 donc 12 est un diviseur de 132 et de 48.
 $132 = 48 \times 2 + 36$ (division euclidienne de 132 par 48)
 $36 = 132 - 48 \times 2$
 $36 = 12 \times 11 - 12 \times 4 \times 2$
 $36 = 12 \times (11 - 4 \times 2)$
 donc 12 est un diviseur de 36, reste de la division euclidienne de 132 par 48.

Plus grand commun diviseur de deux nombres

On dit que d est un diviseur commun à a et b si d divise à la fois a et b .
 Parmi tous les diviseurs communs à a et b , le plus grand est appelé « Plus Grand Commun Diviseur » à a et b et il est noté :
 PGCD (a, b)

Les diviseurs de 84 sont :
 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84.
 Les diviseurs de 63 sont :
 1, 3, 7, 9, 21, 63.
 Les diviseurs communs à 84 et 63 sont :
 1, 3, 7, 21.
 PGCD(84, 63) = 21

Si PGCD(a, b) = 1, on dit que a et b sont premiers entre eux

PGCD(14, 15) = 1
 14 et 15 sont premiers entre eux

Remarque : Quand PGCD(a, b) = 1,
 on dit que $\frac{a}{b}$ est irréductible

PGCD (15, 28) = 1.
 15 et 28 n'ont pas d'autre diviseur commun que 1,
 la fraction $\frac{15}{28}$ ne peut plus être simplifiée :
 elle est irréductible.

Trois méthodes pour calculer le PGCD de deux nombres

Lister les diviseurs communs

On veut trouver PGCD(56,84).

On cherche tous les diviseurs de 56 :

$$\begin{aligned} 56 &= 1 \times 56 \\ &= 2 \times 28 \\ &= 4 \times 14 \\ &= 7 \times 8 \\ &= 8 \times 7 \end{aligned}$$

Les diviseurs de 56 sont :

1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56.

On cherche tous les diviseurs de 84 :

$$\begin{aligned} 84 &= 1 \times 84 \\ &= 2 \times 42 \\ &= 3 \times 28 \\ &= 4 \times 21 \\ &= 6 \times 14 \\ &= 7 \times 12 \\ &= 12 \times 7 \end{aligned}$$

Les diviseurs de 84 sont :

1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84.

PGCD(56, 84) = 28

On repère le plus grand
des diviseurs communs :
28 est le PGCD cherché.

Utiliser l'algorithme de la soustraction

On veut trouver PGCD(117,90)

117	90	27
90	27	63
63	27	36
36	27	9
27	9	18
18	9	9
9	9	0

le plus grand

le plus petit

la différence des deux

le plus petit et la différence de la ligne précédente sont placés pour que leur différence soit possible

9 est le PGCD cherché

Utiliser l'algorithme de la division

On veut trouver PGCD(308,224)

308	224	84
224	84	56
84	56	28
56	28	0

le reste de la division euclidienne de 308 par 224

28 = PGCD(308,224), car 28 est le dernier reste non nul

Remarque

Il faut d'abord observer les nombres dont on doit chercher le PGCD, pour choisir la méthode qui semble la meilleure.

Suivant les cas, ce n'est pas toujours la même méthode qui est la plus simple ou la plus rapide !

Exemples de production de trois groupes

Les groupes ont utilisé des démarches qui présentent trois approches différentes ce qui a permis dans l'institutionnalisation d'éclairer la notion de PGCD de façon différente.

Dans le premier encadré, il s'agit de sélectionner le plus grand parmi les diviseurs multiples de 5 de 195 et 135. Les élèves du groupe considèrent 10 comme un diviseur de 195 et 135. Il y a confusion entre diviseur et division qui "tombe juste". C'est l'occasion de rappeler qu'en arithmétique, il n'est question que de nombres entiers.

Méthode par essai-
erreur.

Vu que 195 et que 135 se terminent par 5 alors le nombre cherché est un multiple de 5.
On essaye de diviser par 5:

$$195 : 5 = 39$$

$$135 : 5 = 27$$

Vu que les résultats sont encore divisibles, on prend le nombre 15:

$$195 : 15 = 13$$

$$135 : 15 = 9$$

Les nombres ne sont plus divisibles alors le nombre 15.
Les côtés des carrés seront de 15cm.

Au moins un des élèves du groupe auteur du troisième encadré, ci-contre, avait déjà vu ce qu'était le PGCD dans son livre, en travaillant seul. D'après le travail présenté, on peut penser qu'il a retenu bien le sens de la notion et pas seulement une technique.

Soit x le côté en cm d'un carreau.

Comme les carreaux ne doivent pas être découpés, nous devons un nombre diviseur de 195 cm et de 135 cm:

$$\frac{195}{x} = \text{nombre de carreaux dans la longueur}$$

$$\frac{135}{x} = \text{nombre de carreaux dans la largeur}$$

Comme 195 et 135 sont des multiples de 5, on teste les différents nombres multiples de 5 et on prend le plus grand:

$$\frac{195}{5} = 39 \quad \frac{135}{5} = 27$$

$$\frac{195}{10} = 19,5 \quad \frac{135}{10} = 13,5$$

$$\frac{195}{15} = 13 \quad \frac{135}{15} = 9$$

donc : $x = 15$ cm
13 carreaux dans la l., 9 carreaux dans la l.

Dans le deuxième encadré, les élèves trouvent que 195 et 135 sont divisibles par 5, que le quotient trouvé est lui-même divisible par 3 et en concluent que 195 et 135 sont divisibles par 3×5 ... ce qu'ils appellent méthode par essai-erreur... parce qu'ils ont eu le temps de faire des essais pour trouver ce résultat.

PGCD

Comme il doit y avoir le minimum de carreaux, la mesure des côtés des carreaux doit être la plus grande possible tout en étant à la fois diviseur de 195 et de 135 car il ne faut pas de découpage.

Nous cherchons donc le plus grand diviseur commun à ces deux nombres:

$$195 = 1 \times 195$$

$$= 3 \times 65$$

$$= 5 \times 39$$

$$= 13 \times 15$$

$$= \boxed{15} \times 13$$

$$135 = 1 \times 135$$

$$= 3 \times 45$$

$$= 5 \times 27$$

$$= 9 \times 15$$

$$= \boxed{15} \times 9$$

Donc, le côté d'un carreau est 15 cm.

FONCTIONS LINEAIRES ET AFFINES

Cette activité n'est pas la première sur les fonctions linéaires et affines qui ont déjà été définies, ainsi que les notions de coefficient directeur et d'ordonnées à l'origine. Mais des notions complexes comme celles de fonctions linéaires et affines imposent d'y revenir, à plusieurs reprises, de nouveaux éléments s'ajoutant à chaque fois, pour arriver à une réelle compréhension des notions : c'est le fameux enseignement spiralaire.

Il est important que les élèves soient amenés à tracer des représentations graphiques de fonctions, à la main, sur leur cahier ou sur papier millimétré, avec tous les problèmes que cela pose : position des axes, choix d'une graduation, placement des points, etc.

Mais cela n'est pas contradictoire avec l'utilisation de logiciel, GeoGebra en l'occurrence, surtout quand cette utilisation permet d'aller vers une meilleure compréhension de la notion de fonction en s'affranchissant des obstacles du tracé. D'autant plus que la multiplicité des tracés obtenus va permettre de nouvelles conjectures.

Niveau :

Troisième

Objectifs :

- représenter graphiquement des fonctions linéaires et affines sur papier et à l'aide d'un logiciel ;
- réinvestir les relations entre tableaux de valeurs, fonctions linéaires et affines et représentations graphiques ;
- revoir les notions de coefficient directeur et d'ordonnée à l'origine ;
- mettre en évidence la relation entre coefficient directeur et pente de la droite ;
- mettre en évidence la relation entre coefficient directeur et parallélisme ;
- insister sur la relation entre les coordonnées d'un point de la droite et l'expression de la fonction correspondante ;
- éventuellement, introduire la résolution d'un système de deux équations à deux inconnues, pour calculer les coordonnées du point d'intersection de deux droites.

Prérequis :

- notion de fonction linéaire et de fonction affine ;
- relation entre fonction linéaire et fonction affine et proportionnalité ;
- représentation graphique de fonctions affines.

Matériel :

Aucun, excepté le matériel commun à toutes les activités (voir page 52)

Déroulement :

Première séance

Chaque élève reçoit une consigne (voir feuille élève 1 page 102 et 103) pour compléter un tableau de valeur et tracer la représentation graphique correspondante, par exemple :

« Complète le tableau en calculant les images de chacune des valeurs de x par la fonction f

x	-3	$-\frac{3}{2}$	-1	0	1	$\frac{3}{2}$	2	3
$y = 3x$								

Trace la représentation graphique de la fonction f en utilisant 2 petits carreaux pour 1 unité. »

Il y a 9 consignes différentes, correspondant à des fonctions linéaires et affines plus ou moins « faciles », présentant divers cas de figures : coefficients directeurs positifs et négatifs, droites parallèles, droites symétriques par rapport à l'axe des ordonnées. Les consignes peuvent être distribuées en fonction du niveau des élèves.

Il s'agit d'abord d'un travail individuel.

Ensuite, les élèves se mettent par groupe de quatre pour vérifier les travaux des uns et des autres.

En fin d'heure, après avoir prévenu les élèves qu'ils auront à le refaire en salle multimédia, le professeur utilise Geogebra vidéoprojeté pour tracer 2 ou 3 des fonctions. Ce sera l'occasion de (re)mettre en évidence qu'il suffit d'un ou deux points pour représenter une fonction linéaire ou une fonction affine :

- en traçant la droite qui passe par deux points correspondants à deux valeurs du tableau pour d'une fonction, il montre qu'est apparu en même temps l'expression de la fonction ;
- réciproquement, après avoir tracé la représentation graphique d'une fonction affine ou linéaire en saisissant son expression, il montre que les coordonnées d'un point de la droite correspondent aux valeurs du tableau.

Deuxième séance, en salle multimédia

Les élèves reçoivent la feuille élève 2 (voir page 104) qui leur donne les consignes de travail. Éventuellement, le professeur montrera la méthode pour tracer aux binômes qui seraient bloqués.

Au fur et à mesure que les binômes terminent, en ayant cherché suffisamment des remarques, le professeur peut rajouter successivement les consignes (voir la feuille élève 3 page 105) :

- 1) Marquez le point A à l'intersection des droites correspondant aux fonctions f et g . Tracez la droite passant par A et perpendiculaire à l'axe des ordonnées. Comment pouvez-vous expliquer l'expression correspondante qui est apparue dans la fenêtre « algèbre » ?
- 2) Tracez la droite passant par A et perpendiculaire à l'axe des abscisses. Comment pouvez-vous expliquer l'expression correspondante qui est apparue dans la fenêtre « algèbre » ?

Le professeur ramasse les feuilles de réponses des binômes.

Troisième séance

Le professeur a fait des photocopies d'une impression de GeoGebra comportant les représentations graphiques des 9 fonctions qu'il distribue aux élèves. Il utilise GeoGebra vidéoprojeté avec la même image. Il projettera aussi éventuellement des travaux d'élèves suivant leur intérêt.

A partir des remarques d'élèves ramassées à la séance précédente, à partir de leurs interventions et de leur débat, le professeur organise un premier bilan qui doit permettre :

- de revenir sur les notions de fonction linéaire et fonction affine et de les compléter ;
- de revenir sur la proportionnalité ou la proportionnalité des accroissements ;
- de mettre en relation le signe du coefficient directeur et la pente de la droite ;
- de mettre en relation la valeur du coefficient directeur et le parallélisme ;
- de revenir sur le vocabulaire de coefficient directeur et d'ordonnée à l'origine ;
- de mettre en évidence le cas de symétrie par rapport à l'axe des ordonnées.

De même ensuite pour les questions 1) et 2), pour lesquelles il est intéressant d'envoyer un ou des élèves manipuler la souris et expliquer, surtout si tous les élèves n'ont pas eu suffisamment de temps sur ces questions. Le bilan pour ces questions permet de compléter les notions précédentes en insistant sur le lien entre les coordonnées des points d'une droite et la formule correspondante.

Un prolongement possible, non testé : Quatrième séance

A partir du fichier GeoGebra précédent vidéoprojeté, le professeur demande à un ou deux élèves de suivre la consigne :

« Marquez le point B à l'intersection des droites correspondant aux fonctions f et j et le point C à l'intersection des droites correspondant aux fonctions l et n . »

Puis il pose les questions à la classe :

Quelles sont les coordonnées des points B et C ? Est-ce que ce sont des valeurs exactes ? Comment pouvez-vous en être certain ?

Il s'agit d'un travail individuel.

Après un temps de recherche, le professeur relève les réponses d'élèves, parmi lesquelles on peut attendre :

- elles sont exactes parce qu'elles « tombent justes » ;
- elles ne sont pas exactes parce que le logiciel donne des valeurs approchées ;
- etc.

Le professeur fait le point sur les arguments évoqués et montre aux élèves comment on détermine, par le calcul, les coordonnées des points B et C. Le professeur peut utiliser ce travail comme introduction à la résolution des systèmes de deux équations à deux inconnues.

Complète le tableau en calculant les images de chacune des valeurs de x par la fonction f

x	-3	$-\frac{3}{2}$	-1	0	1	$\frac{3}{2}$	2	3
$y = 3x$								

Trace la représentation graphique de la fonction f en utilisant 2 petits carreaux pour 1 unité.

Complète le tableau en calculant les images de chacune des valeurs de x par la fonction g

x	-3	-2	-1	0	$\frac{1}{3}$	1	2	3
$y = 3x - 5$								

Trace la représentation graphique de la fonction g en utilisant 2 petits carreaux pour 1 unité.

Complète le tableau en calculant les images de chacune des valeurs de x par la fonction h

x	-3	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$y = -2x$								

Trace la représentation graphique de la fonction h en utilisant 2 petits carreaux pour 1 unité.

Complète le tableau en calculant les images de chacune des valeurs de x par la fonction i

x	-3	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$y = -2x + 3$								

Trace la représentation graphique de la fonction i en utilisant 2 petits carreaux pour 1 unité.

Complète le tableau en calculant les images de chacune des valeurs de x par la fonction j

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = \frac{1}{2}x - 2$								

Feuille élève 1

Trace la représentation graphique de la fonction j en utilisant 2 petits carreaux pour 1 unité.
Complète le tableau en calculant les images de chacune des valeurs de x par la fonction k .

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = \frac{1}{2}x + 4$								

Trace la représentation graphique de la fonction k en utilisant 2 petits carreaux pour 1 unité.

Complète le tableau en calculant les images de chacune des valeurs de x par la fonction l

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = -\frac{1}{2}x - 2$								

Trace la représentation graphique de la fonction l en utilisant 2 petits carreaux pour 1 unité.

Complète le tableau en calculant les images de chacune des valeurs de x par la fonction m

x	-4	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = \frac{1}{4}x$								

Trace la représentation graphique de la fonction m en utilisant 2 petits carreaux pour 1 unité.

Complète le tableau en calculant les images de chacune des valeurs de x par la fonction n

x	-4	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = \frac{1}{4}x - 4$								

Trace la représentation graphique de la fonction n en utilisant 2 petits carreaux pour 1 unité.

Utilisez GeoGebra pour tracer les représentations graphiques des fonctions suivantes :

fonction f	x	-3	$-\frac{3}{2}$	-1	0	1	$\frac{3}{2}$	2	3
	$y = 3x$	-9	$-\frac{9}{2}$	-3	0	3	$\frac{9}{2}$	6	9

fonction g	x	-3	-2	-1	0	$\frac{1}{3}$	1	2	3
	$y = 3x - 5$	-14	-11	-8	-5	-4	-2	1	4

fonction h	x	-3	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
	$y = -2x$	6	4	2	0	-1	-2	-4	-6

fonction i	x	-3	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
	$y = -2x + 3$	9	7	4	3	2	1	-1	-3

fonction j	x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
	$y = \frac{1}{2}x - 2$	$-\frac{7}{2}$	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0

fonction k	x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
	$y = \frac{1}{2}x + 4$	$\frac{5}{2}$	3	$\frac{7}{2}$	4	$\frac{9}{2}$	5	$\frac{11}{2}$	6

fonction l	x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
	$y = -\frac{1}{2}x - 2$	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{3}{2}$	-2	$-\frac{5}{2}$	-3	$-\frac{7}{2}$	-4

fonction m	x	-4	-2	-1	0	1	2	3	4
	$y = \frac{1}{4}x$	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1

fonction n	x	-4	-2	-1	0	1	2	3	4
	$y = \frac{1}{4}x - 4$	-5	$-\frac{9}{2}$	$-\frac{17}{4}$	-4	$-\frac{15}{4}$	$-\frac{7}{2}$	$-\frac{13}{4}$	-3

En observant les expressions des fonctions et leurs représentations graphiques, cherchez des remarques que vous écrierez sur une feuille que je ramasserai.

- 1) Marquez le point A à l'intersection des droites correspondant aux fonctions f et k.
Tracez la droite passant par A et perpendiculaire à l'axe des ordonnées.
Comment pouvez-vous expliquer l'expression correspondante qui est apparue dans la fenêtre « algèbre » ?

- 1) Marquez le point A à l'intersection des droites correspondant aux fonctions f et k.
Tracez la droite passant par A et perpendiculaire à l'axe des ordonnées.
Comment pouvez-vous expliquer l'expression correspondante qui est apparue dans la fenêtre « algèbre » ?

- 1) Marquez le point A à l'intersection des droites correspondant aux fonctions f et k.
Tracez la droite passant par A et perpendiculaire à l'axe des ordonnées.
Comment pouvez-vous expliquer l'expression correspondante qui est apparue dans la fenêtre « algèbre » ?

- 2) Tracez la droite passant par A et perpendiculaire à l'axe des abscisses.
Comment pouvez-vous expliquer l'expression correspondante qui est apparue dans la fenêtre « algèbre » ?

- 2) Tracez la droite passant par A et perpendiculaire à l'axe des abscisses.
Comment pouvez-vous expliquer l'expression correspondante qui est apparue dans la fenêtre « algèbre » ?

- 2) Tracez la droite passant par A et perpendiculaire à l'axe des abscisses.
Comment pouvez-vous expliquer l'expression correspondante qui est apparue dans la fenêtre « algèbre » ?

ANGLE INSCRIT

Pour amener les élèves à conjecturer la propriété de l'angle inscrit, on peut faire le choix de déplacer un point sur un cercle et de faire constater par les élèves que l'angle est constant et égal à la moitié de l'angle au centre correspondant.

Nous avons fait le choix de traiter cette notion de façon beaucoup plus riche quant à l'activité des élèves en utilisant la notion de « figure molle » (voir page 32, l'introduction de l'activité « Triangle rectangle inscrit dans un cercle »).

L'utilisation du logiciel, pourvu qu'elle ait été construite avant, permet aux élèves eux-mêmes de faire une conjecture non évidente. Elle permet aussi, lors de la synthèse, de balayer les différents cas façon plus convaincante que le découpage en plusieurs cas de figure ; de même qu'elle permet un niveau de généralisation plus important : la position du sommet de l'angle, mais aussi la valeur de l'angle.

Niveau :

Troisième.

Objectifs :

- amener les élèves à conjecturer la propriété de l'angle inscrit ;
- introduire le vocabulaire correspondant : angle inscrit et angle au centre ;
- utiliser le logiciel pour chercher.

Prérequis :

Aucun

Matériel :

Aucun, excepté le matériel commun à toutes les activités (voir page 52)

Déroulement :

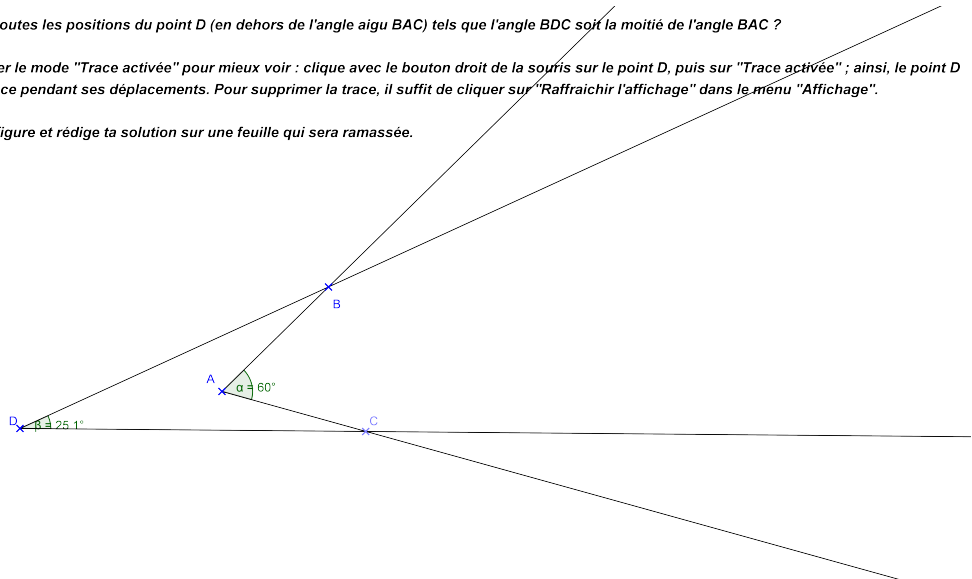
Première séance, en salle multimédia

Le professeur indique aux élèves le chemin du fichier de travail. Le fichier que les élèves ouvrent leur donne la consigne (dans le fichier, seul le point A est libre) :

Quelles sont toutes les positions du point D (en dehors de l'angle aigu BAC) tels que l'angle BDC soit la moitié de l'angle BAC ?

Tu peux utiliser le mode "Trace activée" pour mieux voir : clique avec le bouton droit de la souris sur le point D, puis sur "Trace activée" ; ainsi, le point D laissera sa trace pendant ses déplacements. Pour supprimer la trace, il suffit de cliquer sur "Rafraîchir l'affichage" dans le menu "Affichage".

Reproduis la figure et rédige ta solution sur une feuille qui sera ramassée.



Quand les élèves sont deux devant l'ordinateur, le professeur ramasse une feuille pour le groupe.

La recherche peut être rapide pour certains binômes, le professeur pourra alors leur proposer de voir ce qui se passe si la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ n'est pas 60° .

Les expérimentations ont montré des stratégies d'élèves différentes. Certains déplacent le point D pour obtenir un angle de 30° , puis « explorent » en utilisant la trace, souvent longuement avant de percevoir le cercle. D'autres, quelquefois après une brève phase d'exploration, cherchent des lieux plus précis :

- la bissectrice de l'angle rentrant BAC ;
- le point D sur la droite (AC) et/ou la droite (AB) (quelquefois, ils s'arrêtent à cette « solution ») ;
- le cercle de centre A et dont [AB] est un rayon qu'ils tracent pour « vérifier » que c'est la solution.

Les travaux des différents binômes, même s'ils ne sont pas tous complets, ne donnent cependant pas matière à confrontation. Un travail en groupe n'est donc pas nécessaire après cette séance en salle multimédia.

Deuxième séance

A partir des travaux vidéoprojetés des élèves et en utilisant le logiciel, le professeur fera la synthèse de l'activité du point de vue du problème posé.

Se pose ensuite le problème de savoir si c'est toujours vrai pour un angle différent de 60° , ce qui amène :

- d'une part à la formulation de la propriété visée, en introduisant le vocabulaire nécessaire d'angle inscrit et d'angle au centre ;
- d'autre part à sa démonstration.

Il est intéressant de partir du travail des élèves qui ont étudié le cas où le point D est sur la droite (AB) ou (AC) : ce sera l'occasion de montrer que dans une recherche toutes les idées peuvent être intéressantes et qu'il faut en garder trace, d'une part ; d'autre part de faire chercher les élèves sur la démonstration de ce cas particulier.

Puis le professeur, avec la classe, démontre le cas général.

Remarque :

Cette activité en elle-même ne met pas en évidence la nécessité d'une démonstration de la propriété, les élèves étant facilement convaincus de la solution, même si tous n'ont pas cherché pour un angle différent de 60° . Son intérêt est dans la recherche, ainsi que dans le fait de mettre l'accent sur les conditions d'application de la propriété. Il est aussi dans la généralisation à toutes les valeurs d'angle, permettant ainsi de mieux comprendre ce qu'est une propriété (« Mais alors, ça veut dire que c'est toujours vrai ! », comme l'exprime quelquefois des élèves), bien souvent plus qu'une démonstration.

ANNEXE

Bibliographie autour de l'enseignement par situations-problèmes

ASTOLFI, Jean-Pierre :

Placer les élèves en « situation-problème » ?

PROBIO-REVUE, vol. 16, no 4, décembre 1993

CHARNAY, Roland :

Problème ouvert – Problème pour chercher

Grand N n°51 – 1992/93

Collectif (Monique Baudry, Daniel Bessonnat, Marceline Laparra, Francis Tourigny) :

La maîtrise de la langue au collège

CNDP - 1997

DE VECCHI, Gérard :

Faire vivre de véritable situations-problèmes

HACHETTE Éducation – 2002

LEGRAND, Marc :

Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse

Repères IREM n° 10 – 1993

MEIRIEU, Philippe :

**Guide méthodologique pour l'élaboration d'une situation-problème
dans Apprendre... oui, mais comment ?**

ESF éditeur – 1987

Revue ECHANGER

Écrire pour de vrai 2 - collège la Reinetière – Ste Luce/Loire

n° 48 – Académie de Nantes – 2000

Débat et argumentation – IREM des Pays de la Loire

n° 52 – Académie de Nantes – 2001

Les situations-problèmes

n°81 – Académie de Nantes – 2007

Des publications proposant des situations complexes

Au tour de la symétrie centrale

A Massot et M. Jaffrot – IREM de Nantes - Repères IREM n° 35 – 1999

Des mathématiques en sixième

Commission inter IREM premier cycle – 1998

Des mathématiques au cycle central – tome 1

Commission inter IREM premier cycle – 1999

Des mathématiques au cycle central – tome 2

Commission inter IREM premier cycle – 2001

Des mathématiques en troisième

Commission inter IREM premier cycle – 2002

Des nombres au collège – Un parcours vers le réel

Commission Inter IREM Collège – 2008

Brochure APMEP n°181

Les outils mathématiques dans les autres disciplines au collège

IREM des Pays de la Loire – A.M. Letourneux – A. Massot – C. Massot – G. Pons – 1994

Enseigner les mathématiques autrement en sixième

IREM des Pays de la Loire – C. Gilg – A.M. Letourneux – A. Massot – G. Pons – 1997

Enseigner les mathématiques autrement au cycle central

IREM des Pays de la Loire – C. Gilg – A. Massot – G. Pons – 2001

Enseigner les mathématiques autrement au cycle d'orientation

IREM des Pays de la Loire – A. Massot – G. Pons – 2003

Intégration de l'outil informatique dans l'enseignement des mathématiques – Des exemples en sixième et cinquième

IREM des Pays de la Loire – C. Judas – G. Pons – 2007