IREM

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES
DES PAYS DE LA LOIRE

Problèmes pour chercher au cycle 2 de l'école primaire

2009

RECHERCHES DIDACTIQUES — FORMATION DES MAÎTRES

Problème
pour
chercher au cycle 2
de l'école primaire

Groupe d’Anger
Cycle 2

2009

Problème pour chercher au cycle 2 de l’école primaire

IREM

ISBN10 : 2-86300-037-0
ISBN13 : 978-2-86300-037-3
EAN : 9782863000333

Vous pourrez trouver toutes les informations concernant les activités de l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques sur le site de l'IREM : *www.univ-**irem**.fr/*

Sur le site d'Angers, trois groupes IREM premier degré se sont constitués :

Groupe cycle 1 / responsable : Maurice DAHAN – PIUFM Mathématiques
Groupe cycle 2 / responsable : Paul DELHUMEAU – PIUFM Mathématiques
Groupe cycle 3 / responsable : Olivier VILLERET – MC Sciences Physiques

Les membres du groupe de recherche IREM / cycle 2 sont :

Yoann BLUTEAU : Professeur des écoles
Dominique BODET : Maître formateur
Catherine BOUVET : Conseillère pédagogique
Paul DELHUMEAU : PIUFM Mathématiques
Christian GRUGET : Conseiller pédagogique
Raphael MARTINEAU : Professeur des écoles
Véronique PERRIN : Conseillère pédagogique
Fabrice SUBILEAU : Maître formateur

Responsable du groupe : Paul DELHUMEAU

Nous remercions Daniel BOCHEREAU et Antoine MAUGEY du service audiovisuel pour leur disponibilité et leurs compétences, les enseignants qui ont mis à disposition leur classe lors des expérimentations.

Table des matières

INTRODUCTION

1/ Des problèmes de recherche en Mathématiques :

Les problèmes de recherche en Mathématiques peuvent avoir pour objectif la construction d'une connaissance nouvelle (situation-problème) ou bien la construction de compétences méthodologiques (problèmes pour chercher), les caractéristiques de ces problèmes sont précisés dans les documents d'accompagnement des programmes 2002

Caractéristiques du « problème pour chercher »

• *« Les situations sur lesquelles portent les problèmes proposés peuvent être issues de la classe, de la vie courante, de jeux, d'autres domaines de connaissances ou s'appuyer sur des objets mathématiques. Elles sont présentées sous des formes variées : expériences concrètes, description orale, support écrit »* [BO hors – série n° 1 du 14 février 2002, page 82 (cycle 3)]. Il ne faut pas en effet négliger cette variété au niveau de la présentation, y compris pour les « problèmes pour chercher ». Un problème n'est pas nécessairement donné sous la forme d'un texte suivi d'une question écrite comme pourraient le laisser croire les pratiques les plus courantes. En effet l'écrit peut déjà être, pour certains élèves, un obstacle à la compréhension de la situation. Or il faut garder à l'esprit que l'objectif essentiel ne se situe pas dans la lecture mais dans la résolution du problème. Le problème peut consister en la fabrication d'un objet (dessins, solides, assemblages…) sous certaines contraintes. Il peut être présenté par une situation mimée dont on demande d'anticiper la suite ou par une question formulée oralement (en particulier au cycle 2).

• Les élèves doivent pouvoir s'approprier facilement la situation et se représenter la tâche pour s'y engager avec leurs connaissances antérieures. La difficulté doit se situer non dans la compréhension de la situation, mais dans les moyens de répondre à la question posée.

 Le problème peut se situer dans les domaines numérique, géométrique, logique, dans celui de la mesure ou dans plusieurs de ces domaines.

• Le problème doit être « consistant », c'est-à-dire présenter une certaine « résistance ». Il ne doit pas donner lieu à une réponse qui résulte d'un traitement immédiatement reconnu. Ainsi, la solution experte du problème décrit dans le récit précédent est la résolution d'un système de deux équations à deux inconnues qui ne sera étudiée qu'en dernière année du collège.

• Donner un problème de recherche, c'est lancer un défi. Il est important que les élèves « fassent leur » le problème et qu'ils aient envie de relever le défi. De ce point de vue, l'attitude du maître est aussi décisive que le choix du problème. La « mise en scène » qu'il a imaginée conditionne l'engagement des élèves à relever le défi. Cet engagement dans la tâche est souvent plus aisé si les élèves sont persuadés qu'il existe une solution, parce qu'ils ont vu le problème se créer : ils sont ainsi mieux à même de se représenter la situation. Cependant, tous les problèmes ne peuvent pas être proposés dans les mêmes conditions que celui évoqué ci-dessus.

• La validation de la solution doit être le plus possible à la charge des élèves. Ils doivent pouvoir se rendre compte par eux-mêmes du bien-fondé ou non de leur réponse, par l'échange d'arguments destinés à défendre ou contredire une proposition, par des contrôles tout au long de leur recherche, et, si possible, par une vérification, à la fin, sur la situation elle-même.

Cinq objectifs peuvent être degagés :

1) La pratique du « problème pour chercher » développe la capacité de l'élève à **faire face à des situations inédites**.

2) Dans la résolution de ces problèmes, l'élève prend conscience de **la puissance de ses connaissances**, même si celles-ci sont modestes. Il existe en effet toujours plusieurs moyens d'élaborer une réponse, faisant appel à des registres de connaissances différents : ainsi, dans le problème des cartes, certains élèves peuvent dessiner les figures et dénombrer, d'autres n'utiliser que l'addition et certains combiner toutes les opérations étudiées.

3) L'activité de l'élève dans la résolution d'un « problème pour chercher » valorise **des comportements et des méthodes** essentiels pour la construction de leurs savoirs : prendre des initiatives (tenter, faire des essais…), être critique vis-à-vis de son travail (contrôler, analyser ses erreurs…), s'organiser, être méthodique (réduire le hasard, le nombre de cas à envisager), communiquer (par oral, dans le groupe et face à la classe, par écrit pour rendre compte de sa recherche).

4) Les phases d'échanges et de débats développent les **capacités argumentatives** de l'élève. Les **débats** qui s'instaurent soit dans les groupes, soit dans la classe conduisent les élèves à valider ou réfuter une proposition. Un élève qui est persuadé du bien-fondé de son idée, de l'intérêt de la piste qu'il veut explorer, ou de la solution qu'il a trouvée, devra convaincre ses camarades. La raison doit l'emporter sur la passion. Pour cela, le maître doit gérer les débats de telle façon que ce soit la valeur de l'argument qui l'emporte. Ni la force de conviction de celui qui le défend, ni le fait que cet argument soit accepté par la majorité des élèves ne doivent être décisifs quant à la validité d'un argument : en mathématiques, l'accord du plus grand nombre sur une proposition ne constitue pas un critère de sa validité.

5) Ce type d'activité contribue à **l'éducation civique** des élèves. Les moments de recherche sont plus efficaces si on s'entraide : les idées proposées par les uns, même erronées, alimentent celles des autres. Les moments de débats offrent également l'occasion de travailler l'écoute, la prise en compte et le respect de l'autre.

2 / Les problèmes pour chercher sont-ils d'actualité ?

Cette recherche a débuté en 2006. Depuis, la recente réforme des programmes ne fait pas référence explicitement à ce type de problème, on pourra cependant lire dans le préambule (BO Juin 2008) :
" Il est indispensable que les élèves soient invités à réfléchir sur des textes et des documents, à interpréter, à construire une argumentation, non seulement en Français, mais dans toutes les disciplines, qu'ils soient entrainés à mobiliser leurs connaissances et compétences dans des situations progressivement complexes pour questionner, rechercher et raisonner par eux-mêmes. "

3 / Des problèmes pour chercher au cycle 2 ?

C'est la question principale que nous nous posons dans cette recherche :
Quel est l'intérêt, quelles sont les limites d'une telle activité avec des élèves de CP ou de CE1?

Les réserves exprimées par les enseignants concernant la pratique de ce type de problème en cycle 2 sont en général les suivantes :

- les éléves n'ont pas assez de connaissances en Mathématiques
- ils manquent d'autonomie
- ils ont des difficultés liées au langage pour rendre compte de leur démarche
- les élèves de 6-7 ans ne sont pas en mesure de débattre et d'argumenter

4/ Les difficultés rencontrées par les enseignants :

Les différentes phases d'une activité de recherche sont en général les suivantes :

- s'assurer que les élèves ont bien compris le problème posé et peuvent tous s'engager dans la recherche
- recherche individuelle puis recherche en groupe
- mise en commun : présentation des travaux par les rapporteurs des différents groupes, validation des résultats proposés
- synthèse des travaux

Les phases 3 et 4 sont les plus délicates, on peut effectivement s'interroger :

- sur ce que comprennent les élèves d'un exposé réalisé par un tiers, (peuvent-ils entrer dans une démarche qui n'est pas la leur ?)
- sur la capacité à mémoriser les résultats établis par plusieurs rapporteurs
- sur l'impact réel de la synthèse faite par l'enseignant.

5/ Les problèmes pour chercher s'adressent-ils à tous les élèves ?

Ce type de problème concerne-t-il uniquement des élèves performants en Mathématiques ?
Les élèves en difficulté participent-ils aux recherches, que retiennent-ils de l'activité ?

C'est à ces questions que nous allons tenter de répondre dans ce document, une première partie relate la construction d'un problème pour chercher et son expérimentation dans des classes de CE1 et CE2 (année 2006-2007). Une seconde partie est consacrée plus particulièrement à l'étude des capacités argumentatives d'élèves de l'école primaire : CP et CM1 (année 2007-2008).

Partie 1 : construction d'un problème pour chercher

Le problème des nombres consécutifs

Problème extrait de défi-maths CE1(RETZ 2001) testé dans la classe de CE1 de Christian Gruget juin 2006.

4	4	5	4
0	5	6	9
4	8	7	4

" Avec tous ces jetons, quels nombres consécutifs peut-on constituer ? "

Le règle que nous nous sommes fixée est de proposer le problème exactement tel qu'il est, puis, après analyse, de déterminer en fonction des critères définis (cf introduction) s'il s'agit ou non d'un problème pour chercher.

<u>1/ Le problème initial, tel qu'il est posé dans défi-maths :</u>

a- Analyse a priori :

Il nous semble que la consigne ne permet pas à l'élève de s'engager directement dans une recherche, l'enseignant doit au préalable éclaicir deux points :
la signification des mots " consécutifs " et " constituer "
le sens de " tous ces jetons " : il faut prendre chaque jeton une fois et une seule.

Résolution du problème :

Identifier le chiffre le plus présent : le 4 , ce sera le chiffre des dizaines
rayer au fur et à mesure les jetons utilisés
la solution est : 45 / 46 / 47 / 48 / 49 / 50

Les savoirs en jeu :

cette activité nécessite une bonne maîtrise de la numération décimale (chiffre des unité et chiffre des dizaines), ces connaissances ne doivent pas poser de problème pour une majorité d'élèves en fin de CE1.

Nous proposerons à des élèves, s'ils sont en difficulté, de vrais jetons.

La validation : les élèves en binômes sont en mesure de valider eux-mêmes leur production : contrôle de " nombres consécutifs " et de " tous ces jetons "

b- Expérimentation :

un binome (1) n'a pas résolu le problème, il commence par 44 / 45 / 46 / 47 et ne sait que faire des chiffres 0 , 5 , 9 et 8 .

Un autre binôme (2) semble en difficulté, nous lui proposons de vrais jetons, cela facilite effectivement la recherche et les deux élèves trouvent rapidement la solution.

Lors de la mise en commun, le binôme (1) comprend rapidement l'origine de son erreur.
La recherche est rapide et la majorité des binômes trouve assez facilement la solution.

c- Analyse a postériori :

Ce problème tel qu'il est posé et dans le contexte (cette classe de CE1 en fin d'année) ne nous semble pas être un problème pour chercher :

La difficulté liée à la compréhension de la consigne :

" La difficulté doit se situer non dans la compréhension de la situation, mais dans les moyens de répondre à la question posée " (critère 2)

Le peu de résistance au problème posé :

" Le problème doit être consistant, c'est à dire présenter une certaine résistance " (critère 4)

Conclusion : ce problème peut être posé en fin de CP ou en début de CE1, la consigne pourrait être : " il faut faire en utilisant chaque jeton (une seule fois) une liste de nombres qui se suivent :
8,9,10,11 par exemple sont des nombres qui se suivent ".

A la suite de cette séance, nous souhaitons construire un prolongement à ce problème, suffisamment consistant, faisant appel à diverses connaissances mathématiques.

2/ Construction et expérimentation d'une seconde séance :

phase 1 : retour sur le problème initial.

Combien avions nous de jetons ? (réponse : 12)
Combien de nombres avons-nous construit ? (réponse : 6)
Est-ce que cela vous paraît logique ?

Réponse 1 : oui parce que 44, ça fait 2 , 45 ça fait 2 ....
Réponse 2 : oui parce que 2+2+2+2+2+2 = 12
Réponse 3 : oui parce que nous avons 6 nombres à 2 chiffres et 6 fois 2, ça fait 12

phase 2 : le problème avec 15 jetons :

2	3	8
7	2	3
4	3	2
3	2	5
3	6	2

Dans un premier temps , aucun groupe ne trouve , les élèves cherchent tous une suite de nombre à 2 chiffres et il reste un jeton.

La mise à disposition du matériel favorise la réussite d'un groupe :
Description de la procédure utilisée :

organisation des données
écriture d'une suite de nombres à 2 chiffres : 34,35,36,37,38
observation des jetons restants : 5 fois le chiffre 2
disposition des chiffres 2 comme chiffre des dizaines

la solution trouvée est : 324 / 325 / 326 / 327 / 328
mise en commun : l'enseignant ne dévoile pas la solution trouvée par un groupe et propose une phase de débat :

Enseignant : avec 15 jetons, combien de nombres consécutifs avez-vous obtenus ?
Elève 1 : on ne peut pas, il en reste 1
Elève 2 : tu vas chercher dans les 100 (dans les nombres à 3 chiffres)

Cette remarque suffit pour relancer la recherche, une seconde solution est trouvée :
234 / 235 / 236 / 237 / 238

Combien avions nous de jetons ? (réponse : 15)
Combien de nombres avons-nous construit ? (réponse : 5)
Des nombres à combien de chiffres ? (réponse : 3)
Pourquoi ? parce que nous avons 5 nombres à 3 chiffres et 5 fois 3, ça fait 15

phase 3 : Si vous aviez 18 jetons, quelles suites de nombres pourriez-vous trouver ?

9 nombres à 2 chiffres / 2 nombres à 9 chiffres / 6 nombres à 3 chiffres / 3 nombres à 6 chiffres

L'objectif de cette séance est la mobilisation de connaissances (répertoire multiplicatif) pour anticiper sur les types de suites possibles

3/ Construction et expérimentation d'une troisième séance :

phase 1 : Vous avez 13 jetons, quelle type de suite pouvez-vous construire ?

Débat :

Elève 1 : ça pourrait être 5 nombres à 3 chiffres
Elève 2 : non, 5 fois 3 : 15
Elève 3 : peut-être des nombres à 4 chiffres, non, 13 n'est pas dans la table de 4
Enseignant : est-ce qu'on trouve 13 dans une table que vous connaissez ?
Elève : oui, la table de 1 : ça fait un nombre à 13 chiffres
Enseignant : ça ne serait pas une suite
Elève 1: ou 13 nombres à 1 chiffre
Elève 2 : non, on ne peut pas

phase 2 : Voici 13 jetons, pouvez-vous construire une liste de nombres consécutifs ?

1	2	1	0	
0	0	9	0	
9	1	9	1	8

Recherche en binôme :

Un groupe trouve la solution : 98 / 99 / 100 / 101 / 102

A l'issue de cette phase, il semble clair que, pour des nombres inférieurs à 1000, plusieurs types de suites sont possibles :

des suites de nombres exclusivement à 1 chiffre, par exemple : 5 / 6 / 7 / 8 / 9
des suites de nombres à 1 et 2 chiffres, par exemple : 8 / 9 / 10 / 11 / 12
des suites de nombres exclusivement à 2 chiffres, par exemple : 34 / 35 / 36 / 37 / 38
des suites de nombres à 2 et 3 chiffres, par exemple : 97 / 98 / 99 / 100 / 101 / 102
des suites de nombres exclusivement à 3 chiffres, par exemple : 451 / 452 / 453 / 454

phase 3 : Vous avez 17 jetons, quelle type de suite pouvez-vous construire ?

Après une phase de débat, les élèves cherchent des suites de nombres à 2 chiffres et à 3 chiffres

Un élève trouve toutes les solutions possibles (pour 2 et 3 chiffres) :

7 nombres à 2 chiffres et 1 nombres à 3 chiffres
4 nombres à 2 chiffres et 3 nombres à 3 chiffres
1 nombres à 2 chiffres et 5 nombres à 3 chiffres

Conclusion : les séances 2 et 3 nécessitent :

- la mobilisation de connaissances (répertoire multiplicatif)
- la construction d'outils méthodologiques (recherche organisée de toutes les solutions de $2a + 3b = 17$)
- la production d'arguments lors des phases de débat

le problème ainsi posé semble répondre aux objectifs des problèmes pour chercher :

La pratique du « problème pour chercher » développe la capacité de l'élève à **faire face à des situations inédites**.

Dans la résolution de ces problèmes, l'élève prend conscience de **la puissance de ses connaissances**.

L'activité valorise **des comportements et des méthodes :** prendre des initiatives (tenter, faire des essais…), être critique vis-à-vis de son travail (contrôler, analyser ses erreurs…), s'organiser, être méthodique.

Les phases d'échanges et de débats développent les **capacités argumentatives** de l'élève.

4/ Le problème posé en CE2 :

Ce dispositif a été testé dans une classe de CE2 de l'école Cussonneau (Angers) lors d'un stage de formation continue.

description du dispositif :

séance 1 et séance 2 : identiques au dispositif précédent.

séance 3 : Vous avez 17 jetons, quelle type de suite pouvez-vous construire ?

Les nombres étant inférieurs à 1000.

phase 1 : chaque groupe est constitué de 3 élèves et d'un enseignant (secrétaire)

Les élèves doivent formuler des propositions ou des contre propositions

proposition de		contre proposition de
Morgane		**Jérémy**
que des nombres à 3 chiffres		non parce que 3+3+3+3+3+3 = 18 et on ne tombe pas sur 17
Jérémy		
1 nombre à 1 chiffre et 8 nombres à 2 chiffres	acceptée	
Léo		**Jérémy**
que des 2 chiffres		non parce que 17 n'est pas un nombre pair
Léo		**Jérémy**
2 nombres à 2 chiffres et 5 nombres à 3 chiffres		non parce que ça fait 19 jetons
Léo		
il faut que j'enlève un nombre à 2 chiffres 1 nombre à 2 chiffres et 5 nombres à 3 chiffres	acceptée	
Antoine		**Théo**
17 nombres à 1 chiffre		Jusqu'à 9, c'est possible, après, non, il faut utiliser des nombres à 2 chiffres
Théo		**Antoine**
4 nombres à 4 chiffres et 1 nombre à 1 chiffre		on ne peut pas passer de 1 chiffre à 4 chiffres c'est pas à suivre
Antoine		
7 nombres à 2 chiffres et un nombre à 3 chiffres	acceptée	

Titouan

7 nombres à 1 chiffre et 5 nombres à 2 chiffres acceptée

Titouan

4 nombres à 2 chiffres et 3 nombres à 3 chiffres acceptée

phase 2 : liste des propositions validées dans les binômes, validation par le groupe.

L'enseignant note les propositions validées au tableau et fait une synthèse des recherches :

les suites possibles sont des suites de nombres à 1 et 2 chiffres ou des suites de nombres à 2 et 3 chiffres, vous avez trouvé 5 solutions différentes.

Phase 3 : avez-vous trouvé toutes les solutions ?

L'activité consiste alors à trouver de nouvelles solutions (il y en a 3) puis à prouver qu'il n'y en a pas d'autres, la recherche de cette preuve s'avère difficile en CE2.

Analyse du problème pour n = 17

1 chiffre exclusivement : impossible
2 chiffre exclusivement : impossible car 17 est un nombre impair
3 chiffre exclusivement : impossible car 17 n'est pas un multiple de 3

<u>A1 chiffre et à 2 chiffres</u>

$a + 2b = 17$

a	1	3	5	7	9
b	8	7	6	5	4

solutions possibles

9	10	11	12	13	14	15	16	17				
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16			
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

<u>A 2 chiffres et à 3 chiffres</u>

$2a + 3b = 17$

a	1	4	7
b	5	3	1

solutions possibles

99	100	101	102	103	104		
96	97	98	99	100	101	102	
93	94	95	96	97	98	99	100

5/ Conclusions :

Nous avons plusieurs versions d'un même problème :

Version1 (fin de CP, début de CE1) : problème initial avec une consigne adaptée
connaissance mobilisée : numération décimale.

Version 2 (fin de CE1, début de CE2) : seconde séance, troisième séance
connaissances mobilisées : numération décimale, répertoire multiplicatif
compétences méthodologiques : recherche organisée des solutions de $2a + 3b = 17$

Version 3 (CE2) : problème posé en CE2 (sans la phase 3)
connaissances mobilisées : numération décimale, répertoire multiplicatif.
Compétences méthodologiques : recherche organisée des solutions de $2a + 3b = 17$ et $c + 2d = 17$

Version 4 (CM1, CM2) : problème posé en CE2 (avec la phase 3)
connaissances mobilisées : numération décimale, répertoire multiplicatif, multiple, diviseur
Compétences méthodologiques : recherche organisée des solutions, formulation de preuve.

Les différents niveaux se différencient par le type de connaissances mobilisées et les compétences méthodologiques en jeu, il faut rappeller que l'objectif d'un tel problème n'est pas la construction d'une connaissance nouvelle (situation-problème), il faut, pour qu'une connaissance soit mobilisable, qu'elle soit construite et suffisamment maîtrisée, la situation version 1 par exemple ne peut être proposée qu'à des élèves qui maîtrisent suffisamment la numération décimale, de même, la version 2 ne peut se pratiquer qu'avec des élèves qui connaissent bien le répertoire multiplicatif.

Cette première approche montre :

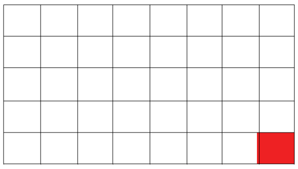
- Une pratique possible de ce type de problème en CE1, nous avons observé un investissement et une participation de tous les élèves, y compris d'élèves en difficulté.
- L'intérêt des phases de débat-argumentation : il semble que le dispositif choisi dans le problème posé en CE2 (proposition / contre-proposition / validation par le groupe) permette une mise en oeuvre efficace pour ce type de problème

A l'issue de cette première année, nous souhaitons observer si un tel dispositif basé sur des phases d'argumentation est possible en CP, mesurer les écarts entre une classe de CP et une classe de CM1, préciser l'investissement des élèves selon leur profil.

Partie 2 : étude des capacités argumentatives d'élèves de l'école primaire

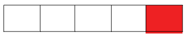
Le jeu du chocolat empoisonné

Ce jeu a été proposé par Dominique BODET, vous pouvez jouer sur le site de Thérèse EVEILLEAU : Mathématiques magiques, rubrique magie / jeux à stratégie / chocolat empoisonné, on vous proposera un rectangle de 6 carreaux par 5 carreaux, nous avons choisi de proposer lors de l'expérimentation un rectangle de 8 carreaux par 5 carreaux.



But du jeu : il faut, pour gagner, donner à l'adversaire le chocolat empoisonné.

Règle du jeu : casser une ou des rangées (lignes ou colonnes), en fin de partie, cette règle revient à prendre un ou des carrés de chocolat.



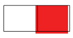
1/ Analyse a priori :

a- la découverte de la stratégie gagnante :

Au cours de nos expérimentations en CP, en CM1, ou avec des groupes d'adultes, les différentes phases de découvertes ont été identiques :

phase 1 : découverte de la stratégie S1 (en fin de partie)

si l'adversaire me donne un rectangle 2/1



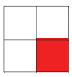
je gagne en cassant un carré

par extension : si l'adversaire me donne un rectangle 3/1, 4/1, 5/1, 6/1, 7/1, ou 8/1

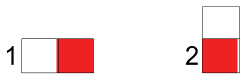
je gagne en cassant 2, 3, 4, 5, 6 ou 7 carrés.

phase 2 : découverte de la stratégie S2

si je donne à l'adversaire un carré 2/2



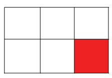
il me donne un rectangle 2/1



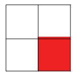
je casse un carré et je gagne

phase 3 : découverte de la stratégie S3

si l'adversaire me donne un rectangle 3/2

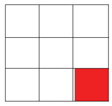


je casse une rangée et, d'après la stratégie S2, je gagne.



phase 4 : découverte de la stratégie S4

si je donne à l'adversaire un carré 3/3



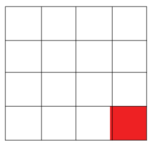
s'il casse une rangée, il me donne un rectangle 3/2, d'après la stratégie S3, je gagne.
s'il casse deux rangées, il me donne un rectangle 3/1, d'après la stratégie S1, je gagne.

phase 5 : découverte de la stratégie S5

si l'adversaire me donne un rectangle 4/3
je casse une rangée, je lui donne un carré 3/3 et, d'après la stratégie S4, je gagne.

phase 6 : découverte de la stratégie S6

si je donne à l'adversaire un carré 4/4

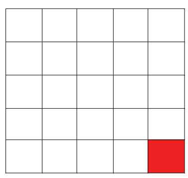


s'il casse une rangée, il me donne un rectangle 4/3, d'après la stratégie S5 je gagne.
s'il casse deux rangées, il me donne un rectangle 4/2, je casse deux rangées, je lui donne un carré 2/2 et d'après la stratégie S2, je gagne.
s'il casse trois rangées, il me donne un rectangle 4/1, d'après la stratégie S1, je gagne.

phase 7 : découverte de la stratégie S7

si l'adversaire me donne un rectangle 5/4
je casse une rangée, je lui donne un carré 4/4 et, d'après la stratégie S6, je gagne.

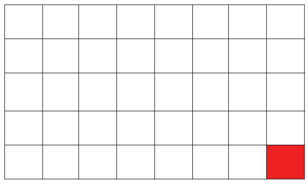
phase 8 : découverte de la stratégie S8 : si je commence la partie, je donne à l'adversaire un carré 5/5 et je gagne



s'il casse une rangée, il me donne un rectangle 5/4, d'après la stratégie S7 je gagne.
s'il casse deux rangées, il me donne un rectangle 5/3, je casse deux rangées, je lui donne un carré 3/3 et d'après la stratégie S4, je gagne.
s'il casse trois rangées, il me donne un rectangle 5/2, je casse trois rangées, je lui donne un carré 2/2 et d'après la stratégie S2, je gagne.
s'il casse quatre rangées, il me donne un rectangle 5/1, d'après la stratégie S1, je gagne.

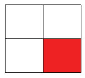
résumé des différentes phases de découverte

Si je commence, je suis sûr de gagner en donnant à l'adversaire un carré 5/5 puis 4/4 puis 3/3 puis 2/2 puis 1/1



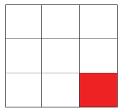
S1 :si l'adversaire me donne un rectangle n/1, je gagne en lui donnant 1/1

S2 : si je donne un carré 2/2 à l'adversaire, il me donne un rectangle 2/1 d'après S1, je gagne



S3 :si l'adversaire me donne un rectangle n/2, je gagne en lui donnant 2/2

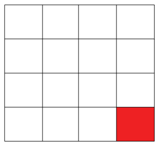
S4 : si je donne un carré 3/3 à l'adversaire



S'il me donne un rectangle 3/2, je gagne d'après S3
S'il me donne un rectangle 3/1, je gagne d'après S1

S5 : si l'adversaire me donne un rectangle n/3, je gagne en lui donnant un carré 3/3 d'après S4

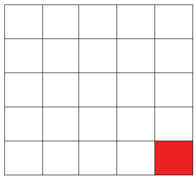
S6 : si je donne à l'adversaire un carré 4/4



S'il me donne un rectangle 4/3, je gagne d'après S5
S'il me donne un rectangle 4/2, je gagne d'après S3
S'il me donne un rectangle 4/1, je gagne d'après S1

S7 : si l'adversaire me donne un rectangle n/4, je gagne en lui donnant un carré 4/4 d'après S6

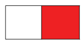
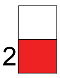
S8 : si je donne à l'adversaire un carré 5/5



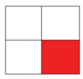
S'il me donne un rectangle 5/4, je gagne d'après S7
S'il me donne un rectangle 5/3, je gagne d'après S5
S'il me donne un rectangle 5/2, je gagne d'après S3
S'il me donne un rectangle 5/1, je gagne d'après S1

Conclusion : je commence et je donne un carré 5/5 à l'adversaire d'après S8, je gagne

Remarque : nous ne différencions pas les deux rectangles suivants en les notant : 2/1, la majorité des élèves considérent cependant que se sont deux cas distincts.

1  2 

nous noterons par la suite que l'étude d'un cas 2/2 est complète si les cas 1 et 2 sont étudiés

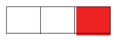


b- les savoirs en jeu :

1/ A partir de S2 (le carré 2/2), tenant compte de la remarque précédente, l'élève pour prouver que sa stratégie est gagnante doit étudier deux cas, il effectue alors un raisonnement par disjonction des cas, preuve qu'une proposition est vraie si et seulement si elle est vraie dans tous les cas.
On peut noter que ce type de raisonnement est a fortiori nécessaire pour les stratégies plus élaborées.

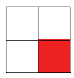
2/ Au dela de S2 : si l'élève ne prend pas appui sur les résultats précédents, il a alors à étudier un nombre important de cas : prenons l'exemple de S3 : si l'adversaire me donne un rectangle 3/2

je peux lui donner :



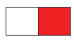
ou

ou



il peut me rendre

ou



ou

le nombre de cas à mémoriser dépasse les capacités d'élèves de l'école primaire, il apparaît donc nécessaire de prendre appui sur des résultats établis (les stratégies préalablement construites).

3/ Dans le dispositif précisé par la suite, les élèves viennent au fur et à mesure présenter leurs découvertes à la classe, la proposition est mise en débat, il s'agit donc pour le proposant de prouver que sa proposition est vraie (voir 1), pour les opposants de prouver qu'elle est fausse avec un contre exemple, les trois capacités suivantes sont en jeu lors de ces phases d'argumentation:

- une proposition est soit vraie, soit fausse
- preuve d'une proposition vraie (voir1)
- preuve qu'une proposition est fausse (contre exemple)

4/ A la suite de ces débats, les élèves continuent à jouer et à mettre en place de nouvelles stratégies, il faut, comme cela a été précisé (voir2), prendre appui sur un résultat établi, mis à part le proposant qui a établi ce résultat, il s'agit pour les autres non seulement de déclarer être convaincu par l'argument d'un tiers mais de mettre en oeuvre une proposition construite par un autre élève.

2/ Ce que nous souhaitons observer :

a- les capacités d'élèves de CP

A argumenter et prouver :

- une proposition est soit vraie, soit fausse.
- pour montrer qu'une proposition est vraie, il faut montrer qu'elle est toujours vraie (dans un nombre limité de cas, il faudra tous les étudier).
- pour montrer qu'une proposition est fausse, il faut trouver un contre exemple.

À prendre en compte l'argument d'un tiers, prendre appui sur un résultat établi par un autre élève.

b- les stratégies construites lors d'une première phase de recherche.

c- comment lors de la mise en commun, les interventions des élèves permettent des avancées dans la résolution du problème, nous noterons le profil des élèves intervenants, nous noterons également les types de raisonnements en jeu.

d- les stratégies construites par les élèves lors d'une seconde phase de recherche après la mise en commun.

e- l'impact de la mise en commun sur les stratégies établies par les élèves.

f- les écarts selon l'age des joueurs : la situation sera proposée à trois classes de CP, une classe de CM1 et deux groupes d'adultes.

g- les écarts selon le type de classe (centre ville et secteur d'éducation prioritaire), les éléments du dispositif étant fixés par ailleurs (même scénario, même enseignant).

3/ le scénario des quatre séances :

Séance 1: lecture de la consigne par l'enseignant, deux parties jouées au tableau, puis les élèves jouent en binomes. L'objectif de cette séance est uniquement la compréhension du but et de la règle du jeu : l'enseignant n'intervient que sur ce point et ne fait aucune remarque sur ce que font ou disent les élèves.

Séance 2 : les élèves sont répartis en binomes selon l'âge (binomes identiques à la séance 1), les observateurs notent les stratégies et demandent lorsqu'une stratégie semble construite, de la formuler. Aucune mise en commun n'est faite à l'issue de cette séance.

Séance 3 : deux parties jouées en binomes puis l'enseignant intervient :
" dès qu'un élève est sûr de gagner ou de perdre à un moment de la partie, nous arrêtons de jouer, il vient présenter sa technique, si vous n'êtes pas d'accord avec ce qu'il propose, vous devez expliquer pourquoi "
Dès qu'une proposition d'élève est formulée, l'enseignant anime une phase de débat-argumentation, son rôle est limité à :

- préciser les règles du débat : toute proposition ou contre-proposition doit être une preuve : c'est vrai car ...... , c'est faux car ....

- noter si la proposition n'est pas contredite le résultat au tableau, la phase de jeu sur laquelle porte le débat est représentée dans deux colonnes : l'une destinée aux résultats du type " si je donne / reçois cela, je suis sûr de perdre ", l'autre aux résultats du type :" si je donne / reçois cela, je suis sûr de gagner "

L'enseignant ne participe donc pas au débat, il ne fera pas non plus de synthèse à la fin de la séance. A noter que ces choix ne se justifient que dans le cadre de cette expérimentation, notre travail est centré sur l'activité de l'élève et nous avons souhaité limiter au maximum l'intervention du maître.

Séance 4 : identique à la séance 2

4/ Méthodologie :

a / au cours des séances 2 et 4, les élèves vont par groupes de 6 dans une autre salle, trois observateurs notent les 6 parties jouées en binomes sur une feuille de compte rendu

binome	A	B
partie 1	G1 G2 G3 G4 S1 S2 S3 S4	G1 G2 G3 <u>G4</u> S1 <u>S2</u> S3 S4
	8/5 (rectangle de 8 par 5) 8/2 (rectangle de 8 par 2) 2/1(rectangle de 2 par 1)	8/4 (rectangle de 8 par 4) 2/2 (carré 2/2) / B est sûr de gagner 1/1 (carré 1/1)

notations :

G1 : l'élève n'a pas compris le but ou la règle du jeu
G2 : jeu aléatoire, sans stratégie apparente
G3 : stratégie apparente, non verbalisée au cours du jeu
G4 : stratégie verbalisée au cours du jeu

S1, S2, S3, S4 sont les niveaux de stratégie (voir page 18)

dans l'exemple ci-dessus, l'élève B construit la stratégie S2 et peut formuler cette stratégie.

Les binomes sont identiques au cours des quatre séances, les feuilles de compte rendu nous permetront d'analyser :

- les stratégies construites aux séances 2 et 4 par chaque élève, les écarts entre ces deux séances et donc l'impact de la mise en commun.
- les avancées au sein des binomes : prise en compte ou non de la stratégie mise en place par l'adversaire.

Au cours de la séance 2, tous les élèves sont testés : 58 sur les 3 classes
Parmi ces 58 élèves, nous choisissons 36 élèves (12 par classe) représentatifs pour tester à nouveau leurs stratégies en séance 4.

La séance 3 (mise en commun et débats), est filmée, ce film nous permettra de retranscrire les interventions qui permettent une avancée dans la résolution du problème, nous analyserons également les moments de débat.

Nous notons l'âge des élèves et le profil des élèves intervenants.

b/ deux classes de CP de même profil avec des maitres différents :

Les deux enseignants : Dominique BODET et Christian GRUGET font partie du groupe IREM, ils participent donc à l'analyse a priori de la situation. L'objectif est d'observer d'éventuelles incidences des mises en oeuvre sur les déroulements des séances.

c/ deux classes de CP de profils différents (centre ville et secteur d'éducation prioritaire) avec un même maitre :

Analyse de l'incidence du profil de la classe sur les déroulements des séances.

d/ Une classe de CM1, deux groupes d'adultes :

Analyse des écarts selon l'âge des joueurs.

e/ une phase de pré-test a été réalisée par Véronique PERRIN et Catherine BOUVET afin d'analyser les difficultés rencontrées et de modifier certains éléments de la situation.

Pré-test de « La tablette de chocolat »

- 3 séances dans la même classe de CP (7 élèves concernés)
- Les séances ont eu lieu en octobre et novembre auprès d'élèves nés en novembre / décembre

1ère séance :

MATERIEL	OBJECTIFS	PROBLEMES RENCONTRES	OBSERVATIONS / REMARQUES
-des rectangles de 8 cases sur 5 (une case noircie représentant le chocolat empoisonné) -des crayons de couleur -une fiche mémoire pour rappeler aux élèves dans quel ordre ils doivent utiliser les couleurs	A chaque fois qu'un élève joue il utilise une couleur donnée, ceci dans le but de noter la chronologie des actions : retrouver l'historique du jeu.	-Les élèves étaient plus attentifs au choix de la couleur attendue qu'au déroulement du jeu en lui-même. -Ils voulaient utiliser le plus de couleurs possibles. -Lorsqu'ils prenaient un grand nombre de carrés de chocolat, ils voulaient colorier tout l'espace de façon correcte, ce qui perdait beaucoup de temps. -Problème de vocabulaire pour certains : colonnes, rangées… -Quand on arrive à la configuration 5 X 1, les élèves ont beaucoup de difficultés à assimiler chaque carré à une colonne. -Pas de manifestation d'une réelle envie de gagner, dédramatisation de l'échec : « L'important c'est de jouer, c'est pas grave de perdre ».	L'utilisation des couleurs permet la conservation de l'historique des parties. Cet historique ne sert finalement pas aux élèves mais aux observateurs.

2ème séance :

MATERIEL	OBJECTIFS	PROBLEMES RENCONTRES	OBSERVATIONS / REMARQUES
-des rectangles de 8 cases sur 5 (une case noircie représentant le chocolat empoisonné), ils ont été piqués « à vide » à la machine à coudre afin de rendre le découpage plus facile.	Ce nouveau matériel facilite la compréhension de la règle : on plie une fois puis on coupe ligne(s) ou colonne(s).	-Les élèves n'ont pas vu l'intérêt du jeu : ils déchiraient pour le plaisir, comme ils voulaient surtout manipuler longtemps ils coupaient les plus petites parties possibles. -Les binômes ont été établis au hasard : les élèves ont manifesté des intérêts très divers pour le jeu. -Peu de stratégies mises en place, les plus timorés ne s'autorisant pas d'initiatives. Pour certains le but semblait être de jouer le plus de parties possibles.	La chronologie des parties n'existe plus, un observateur s'impose, il note le déroulement du jeu.

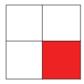
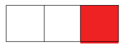
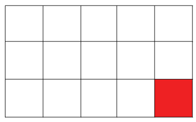
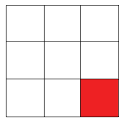
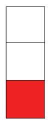
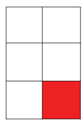
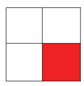
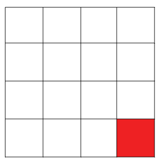
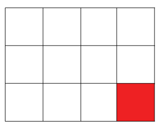
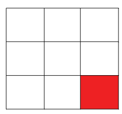
3ème séance :

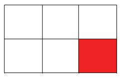
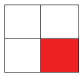
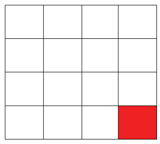
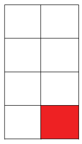
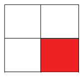
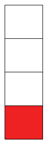
MATERIEL	OBJECTIFS	PROBLEMES RENCONTRES	OBSERVATIONS / REMARQUES
-des rectangles de 8 cases sur 5 (une case noircie représentant le chocolat empoisonné), ils ont été piqués « à vide » à la machine à coudre afin de rendre le découpage plus facile.	Idem		Les élèves se sont mis tout de suite au jeu, ils pressentaient parfois le résultat mais sans pouvoir l'expliquer et sans modifier leur stratégie pour autant. « Là il va gagner » ; « J'ai pas le droit de faire ça alors j'ai perdu »

5/ Expérimentations en CP :

a – classe de CP Ecole Cussonneau : centre ville d'Angers / Christian GRUGET

Les interventions qui permettent une avancée dans la résolution du problème

Camille Int 1	8'50	si je reçois ça		étude de S2
		je donne ça , je perds		étude de l'un des 2 cas de S2
Keylla Int 2	13'	Charles (l'adversaire) a ça je vais perdre		étude de S1
Keylla	30'	Charles a ça		
		il me donne ça		étude de S4
Marie Int 3	33'	si Keylla donne ça elle ,va perdre		étude d'un cas de S4
Keylla Int 4	35'30	si je donne ça		étude d'un autre cas de S4
		charles va me donner ça je vais perdre		appui sur un résultat établi
Thimothé Int 5	42'	si je reçois ça		étude de S5
		je donne ça		étude d'un cas S5
		Diane me donne ça		

Tristan	c'est pareil que là bas (montre le carré 3/3)		référence à un résultat établi
Thomas	c'est Thimothé qui perd		
Thimothé	je donne ça		
Diane Int 6	je donne ça, lui, il a un carré ça fait comme là haut (montre le carré 2/2)		référence à un résultat établi
Thimothé Int 7	si je reçois ça		
	si je donne ça		étude d'un second cas de S5
	Diane me donne ça je perds		
Thimothé Int 8	si je donne ça je perds dans tous les cas, je perds		étude d'un 3ème cas de S5

Analyse des avancées dans la résolution du problème :

Camille (Int 1) étudie un cas du carré 2/2, puis Keylla étudie le cas S1, peu de résultats donc durant les 30 premières minutes de la mise en commun.
C'est d'après une partie Keylla-Charles que Marie (Int 3) puis Keylla (Int 4) étudient deux cas du carré 3/3 (S4), le raisonnement du type disjonction des cas en appui sur un résultat établi (carré 2/2) est incomplet.
Thimothé étudie, avec le soutien de Tristan, Thomas et Diane le carré 4/4 (S6), cette étude ne peut se faire qu'en tenant compte de résultats établis, ces références aux résultats affichés au tableau sont effectuées par Tristan et Thomas (carré 3/3) puis Diane (carré 2/2).
Thimothé traite 3 des 6 cas du carré 4/4 : les rectangles 4/3 , 4/2 et 4/1

Types de raisonnements : disjonction des cas , appui sur un résultat établi

Profil des élèves intervenants :

	niveau général	***niveau en Mathématiques***
Camille :	assez bien	assez bien
Marie : :	bien	bien
Keylla :	faible	faible
Thimothé :	excellent	excellent
Thomas :	moyen	faible
Tristan :	très faible	faible
Diane :	bien	bien

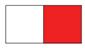
Des moments de débat :

Débat 1 : l'ambiguité de la proposition « je suis sûr de perdre »
je suis sûr de perdre si l'adversaire joue bien, connait et applique la statégie gagnante
Pour certains élèves, le travail est de découvrir la stratégie gagnante et de pouvoir affirmer :
si c'est à moi de jouer et que j'applique cette stratégie, je suis sûr de gagner
si c'est à l'adversaire de jouer et qu'il applique la stratégie, je suis sûr de perdre

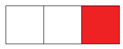
D'autres élèves semblent s'intéresser à un problème beaucoup plus compliqué :
quelles sont mes possibilités de gagner ou de perdre selon que l'adversaire applique ou non la stratégie gagnante ?

Keylla 13'40 je donne ça à Charles 

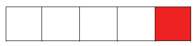
il va me donner ça, je vais perdre 

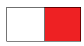
Thomas 14' ou alors, il n'est pas obligé de faire ça 
si il voit pas beaucoup, il donne ça
après, tu lui donnes ça et tu gagnes 

Charles 14'35 je suis pas aveugle !

Enseignant si je donne ça, je perds ? 
Elèves oui

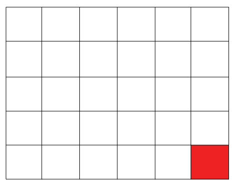
A l'issue de ce débat, l'ambiguité semble être levée

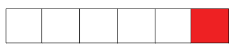
un élève affirme que si l'on reçoit ça, on a gagné 

Camille 21'30 mais aussi on peut perdre
Martin si on donne ça 

l'autre donne ça et on a perdu 

Débat 2 : est-ce que l'on peut perdre ou est-ce qu'on est sûr de perdre ?

Marie 23' c'est à moi de jouer
je vais perdre 

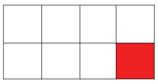
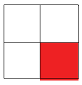
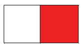
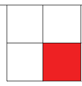
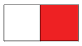
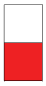
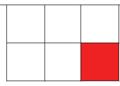
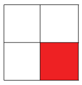
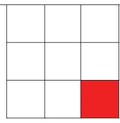
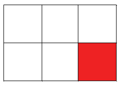
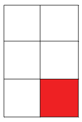
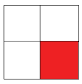
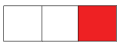
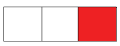
je donne ça, je vais perdre 

Victoire ce n'est pas vrai, elle peut faire autre chose

Enseignant : est-ce qu'elle a forcément perdu ?
Elèves : non, elle peut perdre ou elle peut ne pas perdre

b – classe de CP Ecole de Saint Jean des Mauvrets / Dominique BODET

Les interventions qui permettent une avancée dans la résolution du problème

Ewenn Int 1	02'50	si je reçois ça		
		je donne ça		étude de S2
		l'adversaire me donne ça je gagne		étude de l'un des 2 cas de S2
Alexandre Int 2	7'30	si je reçois ça		
		si je donne ça		raisonnement par disjonction des cas
		ou si je donne ça je vais perdre		étude du 2ème cas de S2
Ewenn Int 3	9'30	si je reçois ça		étude de S3
		je donne ça je gagne		référence à un résultat établi
Ewenn Int 4	12'00	si je reçois ça		étude de S4
		si je donne ça		raisonnement par disjonction des cas
		ou si je donne ça		
		l'adversaire me donne ça j'ai perdu		référence à un résultat établi
Maxime G Int 5		oui mais peut-être que l'adversaire va donner ça et Ewenn va gagner		levée de l'ambiguité de : je suis sûr de perdre
Maxime Int 6		l'adversaire ne va pas me donner ça		

Analyse des avancées dans la résoluiton du problème :

Ewenn (int 1) étudie les cas d'un rectangle 4/2 et du carré 2/2 , le raisonnement sur le carré 2/2 est incomplet, il n'envisage que l'un des deux cas possibles.

Alexandre (int 2) finalise cette étude, les deux cas possibles sont étudiés (raisonnement par disjonction des cas)

Ewenn (int 3) revient sur sa première intervention , il n'éprouve pas le besoin d'étudier à nouveau le cas 2/2 et s'appuie sur un résultat établi, cette référence à un résultat établi est facilitée par une représentation au tableau des cas étudiés et acceptés (non contredits) par les élèves

Ewenn (int 4) étudie le cas du carré 3/3, le raisonnement du type disjonction des cas et appuis sur un résultat établi est incomplet, il faudrait également étudier les deux possibilités suivantes :

Maxime (int 6) lève l'ambiguité de la proposition « je suis sûr de perdre » .

Autant une proposition du type « je suis sûr de gagner » est claire, en effet, si c'est à moi de jouer et que j'applique la stratégie gagnante, quelque soit le jeu de l'adversaire, je suis sûr de gagner
Autant la proposition « je suis sûr de perdre » devrait pour être claire se dire « je suis sûr de perdre si l'adversaire applique la stratégie gagnante »
Cette difficulté est très présente dans les débats (voir page suivante)

Types de raisonnements : disjonction des cas , appui sur un résultat établi

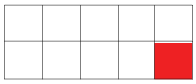
Profil des élèves intervenants :

	niveau général	niveau en Mathématiques
Ewenn :	très bien	excellent
Alexandre :	très bien	très bien
Maxime G :	excellent	excellent
Elie :	moyen	moyen
Charline :	bien	bien

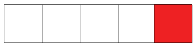
Des moments de débat :

les deux débats suivants portent sur la certitude de gagner quelque soit le jeu de l'adversaire ou bien la possibilité de gagner si l'adversaire joue mal

Maxime 3'40 si l'adversaire a ça

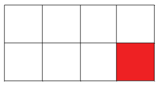


il va faire ça



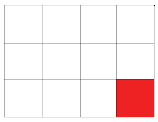
je suis sûr de gagner

Elie non, il peut faire autre chose

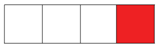


Enseignant : et alors, est-ce qu'on est sûr de gagner ou de perdre ?
pas de réponse des élèves

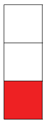
Pierre Louis 5'55 si je donne ça



Alexandre va faire ça

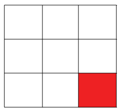


ou va faire ça



je vais gagner

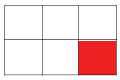
Alexandre je suis pas d'accord
je vais plier comme ça



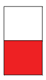
Enseignant : et alors, qui va gagner ?
Alexandre : je ne sais pas

une proposition fausse provoque une contre proposition qui permet une avancée dans la résolution du problème

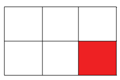
Charline 8'50 si je reçois ça



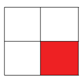
je vais faire ça
je vais perdre



Ewenn 9'30 je ne suis pas d'accord
si je reçois ça



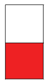
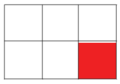
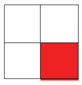
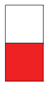
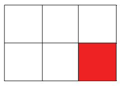
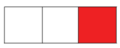
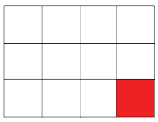
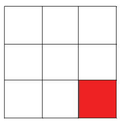
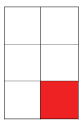
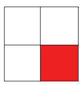
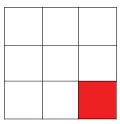
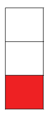
je donne ça
je gagne

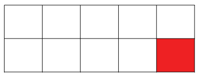
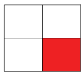
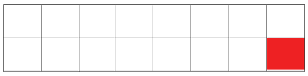
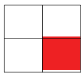


c - Classe de CP Ecole Jean-Jacques ROUSSEAU / Christian GRUGET

Secteur d'éducation prioritaire

Les interventions qui permettent une avancée dans la résolution du problème

Stélina Int 1	0'20	si je reçois ça je suis sûr de gagner		étude de S1
Samba Int 2	1'30	je reçois ça		étude de S3
		je vais donner ça		étude de S2
		si Maya me donne ça		raisonnement par disjonction des cas
		ou me donne ça je vais gagner		
Samba Int 3	4'00	si je reçois ça		
		pour perdre, je peux donner ça		
Samba Int 4	10'10	je reçois ça		
		je donne ça		étude de S4
		elle donne ça		étude de l'un des 4 cas de S4
		je donne ça Maya a perdu		appui sur un résultat établi
hakim Shaima Int 5	23'45 25'17	reprend les phases 1,2,3 de l'intervention 4 Hakim reçoit ça		
		si il donne ça c'est quand même moi qui gagne		étude d'un autre cas de S4

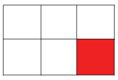
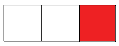
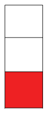
Dimitri	33'40	je reçois ça	
Sirine Int 6		dimitri va donner ça il va gagner	
Maeva Int 7	35'51	je reçois ça	
		je donne ça je vais gagner	

Analyse des avancées dans la résolution du problème :

En appui sur le résultat établi par Stélina, Samba (Int 1) étudie les deux possibilités du carré 2/2, le raisonnement est du type disjonction des cas.

Samba (Int 3) s'intéresse d'emblée à une autre question : si je joue bien, je suis sûr de gagner, mais que se passe-t-il si je joue mal ? « pour perdre, je peux couper ça »

Samba (Int 4) étudie le carré 3/3, le raisonnement en appui sur un résultat établi (le carré 2/2) est incomplet, il faudrait étudier trois autres cas :

cas 1  cas 2  cas 3 

Hakim reprend le raisonnement de Samba, shaima (Int 5) le complète par l'étude du cas 3

Samba (voir page suivante) semble jusqu'à la fin de la séance vouloir étudier les possibilités de gagner ou de perdre selon que le joueur applique la stratégie gagnante ou non.

Sirine (Int 6) et Maeva (Int 7) proposent deux résultats en appui sur un résultat établi (carré 2/2)

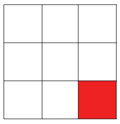
Types de raisonnements : disjonction des cas , appui sur un résultat établi

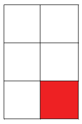
Profil des élèves intervenants :

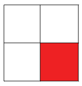
	niveau général	*niveau en Mathématiques*
Stelina	*très bien*	*très bien*
Samba	*bien*	*bien*
Hatim	*assez bien*	*très bien*
Chaima	*bien*	*très bien*
Sirine	*bien*	*bien*
Maeva	*bien*	*bien*

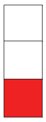
Des débats :

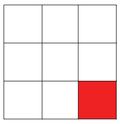
Samba par ses interventions (2,3 et 4) a permis de nombreuses avancées dans la résolution du problème, certains élèves (Shaima , Hakim) ont intégré ces résultats, cependant, Samba ne semble pas convaincu

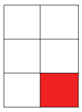
Hakim 23'45 si je reçois ça  reprise du raisonnement de Samba (Int 4)

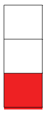
je donne ça 

l'adversaire va donner ça 
je vais perdre

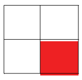
shaima 25'17 si il donne ça 
c'est quand même moi qui gagne

Samba 26' je ne suis pas d'accord
si je reçois ça 

je vais donner ça 

elle va donner ça 

je vais gagner

shaima Ah non, je vais pas faire ça,
je vais donner ça 

Samba et d'autres élèves ne sont toujours pas convaincus
L'intervention de Shaima aurait pu lever l'ambiguité de la proposition « elle est sûr de gagner » (sous réserve qu'elle applique la stratégie gagnante), ce n'est pas le cas.

6/ Expérimentation en CP : analyses a posteriori

a / Difficultés rencontrées :

Dans le dispositif défini, le rôle de l'enseignant lors de la phase de mise en commun est, après validation d'une proposition faite par un élève, d'afficher au tableau ce résultat, le but étant d'inciter les élèves à prendre appui sur ces résultats établis pour en construire de nouveaux.

Lors des phases de débat : " la proposition est-elle vraie ou fausse ? " Plusieurs difficultés se présentent à l'enseignant :

1- donne ou reçoit ?

Dans la collone de gauche : les résultats du type : je suis sûr de perdre
Dans la collone de droite : les résultats du type : je suis sûr de gagner

Les élèves font des propositions du type " si je reçois ça, je suis sûr de perdre / gagner "
ou du type" si je donne ça, je suis sûr de perdre / gagner "

Cela n'a a priori aucune importance, en effet :

je reçois 3/2 ou je donne 2/2 me permettent d'affirmer que je suis sûr de gagner
je reçois 2/2 ou je donne 2/1 me permettent d'affirmer que je suis sùr de perdre

Il faut, pour ne pas compliquer le débat, choisir : donner ou recevoir. Lors de l'expérimentation, les enseignants ont choisi " si je reçois "

2 – "je suis sûr de gagner " ou " je peux gagner "

je ne peux affirmer que je suis sûr de gagner que si :

- c'est à moi de jouer
- je connais et j'applique la stratégie gagnante

" je suis sûr de perdre " n'est pas aussi clair, il sous-entend que l'adversaire est sûr de gagner, c'est à dire qu'il connaisse et applique la stratégie gagnante, l'expérience des parties jouées montre que l'on peut gagner même dans une situation délicate si l'adversaire joue mal

vient alors un raisonnement sur les possibilités de gagner ou de perdre selon ce que joue l'adversaire, le nombre de cas à étudier ne permet pas à des élèves de cet âge d'aller au bout d'un tel raisonnement

Il faudrait donc pour lever toute ambiguité préciser :
je suis sûr de perdre si l'adversaire joue bien

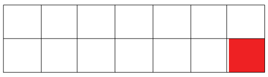
Une solution aux deux difficultés rencontrées serait de ne présenter que des propositions sous la forme : " si je donne ça, je suis sûr de gagner " b/ Avancées au sein des binômes :

Nous avons relevé trois types de cas

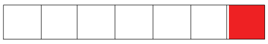
cas N°1 :

Auriane / Matéo L'adversaire ne construit aucune stratégie

4 parties se terminent comme suit



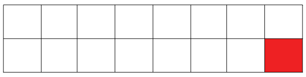
Auriane donne à Matéo un rectangle 7/2



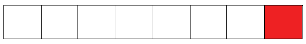
Matéo donne à Auriane un rectangle 7/1

Auriane gagne

2 parties se terminent comme suit



Auriane donne à Matéo un rectangle 8/2



Matéo donne à Auriane un rectangle 8/1

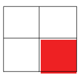
Auriane gagne

Matéo n'a aucune stratégie (niveau S0), Auriane n'a pas la nécessité de construire une stratégie pour gagner, elle gagne les 6 parties en appliquant uniquement la stratégie S1

cas N°2

Keylla / Charles des avancées en différé

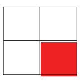
Charles applique les stratégies S2 puis S3 au cours des 3 premières parties, il annonce lors de la partie 3 après avoir donné un carré 2/2 à Keylla



Je suis sûr de gagner

lors de la partie suivante

Charles reçoit un rectangle 3/2

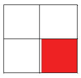


et donne à Keylla un carré 2/2, elle déclare qu'elle est sûre de perdre

Keylla a donc assimilé la stratégie S2, elle serait sans doute en mesure de l'appliquer, mais Charles gagne les dernières parties avec des stratégies plus élaborées : S3 , S4 cas N°3

Diane / Timothée constructions simultanées de stratégies

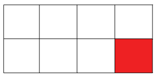
A la seconde partie, Thimothée gagne en appliquant la stratégie S2



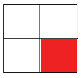
Timothée déclare qu'il est sûr de gagner s'il donne un carré 2/2

Il gagne également la partie 3 en appliquant la même stratégie

en fin de partie 4



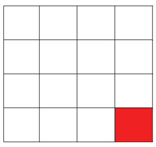
Thimothée donne à Diane un rectangle 4/2, il n'anticipe pas sur la possibilité que Diane applique la stratégie S2



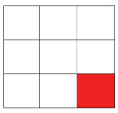
Diane applique la stratégie construite par Timothée et gagne

Thimothée gagne la partie 5 en appliquant la stratégie S2

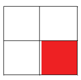
Diane gagne la dernière partie en appliquant la stratégie S5



Elle donne à Charles un carré 4/4



puis un carré 3/3



puis un carré 2/2

A noter que le cas N°1 est très minoritaire

c/ Niveau de stratégie initial et impact de la mise en commun :

Niveau de stratégie initial (séance 2) : 58 élèves

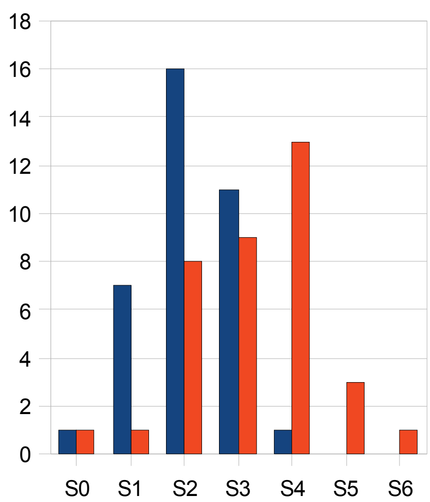
	Cussonneau	Les Glycines	JJ Rousseau	total
S0	0	1	0	1
S1	0	7	4	11
S2	7	11	10	28
S3	10	3	2	15
S4	1	1	1	3
S5	0	0	0	0
S6	0	0	0	0
total	18	23	17	58

Impact de la mise en commun : 36 élèves testés sur les séances 2 et 4

	séance 2	séance 4		séance 2	séance 4		séance 2	séance 4
Cussonneau			Glycines			Rousseau		
Marie	S4	S4	Auriane	S1	S1	Mounia	S2	S3
Victoire	S3	S5	Matéo	S0	S0	Caramba	S1	S3
Martin	S3	S4	Enzo	S3	S4	Manon	S3	S4
Diane	S3	S6	Armandine	S3	S4	Ely	S2	S4
Thimotée	S3	S5	Rodrigue	S2	S2	herman	S2	S3
Thomas	S3	S3	Baptiste	S2	S2	Maeva	S2	S3
Charles	S3	S4	Automne	S1	S3	Sophie	S2	S4
Léa	S2	S2	Charline	S1	S2	Sirine	S2	S3
Andréa	S2	S2	Ewenn	S2	S4	Okan	S2	S3
Arthur	S3	S4	Maxime J	S3	S5	Maia	S1	S3
Cléa	S2	S4	Maelys	S1	S2	Angélique	S2	S2
Camille	S2	S4	Rose marie	S2	S4	Hajer	S1	S2

	Séance 2				Séance 4			
	Cussoneau	Glycines	Rousseau	total	Cussoneau	Glycines	Rousseau	total
S0	0	1	0	1	0	1	0	1
S1	0	4	3	7	0	1	0	1
S2	4	4	8	16	2	4	2	8
S3	7	3	1	11	1	1	7	9
S4	1	0	0	1	6	4	3	13
S5	0	0	0	0	2	1	0	3
S6	0	0	0	0	1	0	0	1
total	12	12	12	36	12	12	12	36

	Séance 2	Séance 4
S0, S1, S2	24	10
S3,S4,S5,S6	12	26



en bleu : le niveau de stratégie en séance 2
en rouge : le niveau de stratégie en séance 4

Il y a indiscutablement une évolution des niveaux de stratrégie entre les séances 2 et 4.
en séance 2 : 33% des élèves accèdent à des niveaux de stratégies supérieurs ou égaux à S3
en séance 4 (après la mise en commun) 72% des élèves accèdent à des niveaux de stratégies supérieurs ou égaux à S3.

9 élèves (25%) restent sur leur niveau de stratégie initial et 27 élèves (75%) adoptent une stratégie plus élaborée.

Pour évaluer l'impact de la mise en commun, nous avons testé 8 élèves uniquement sur les séances 2 et 4 (sans la séance 3 de mise en commun),on note une évolution des stratégies entre les deux séances mais seulement 2 élèves (25%) accèdent à des niveaux de stratégies supérieurs ou égaux à S3. Il semble donc que les élèves accèdent en binome à des stratrégies élémentaires mais que le passage à des stratégies plus élaborées nécessite soit plus de temps (à vérifier), soit une mise en commun.

d/ Deux classes de CP de même profil avec des maitres différents :

Nous ne tiendrons pas compte des niveaux de stratégie en séance 2, ils sont différents selon les classes, mais le maitre n'intervient pas lors de ces séances.

L'impact éventuel des interventions du maitre se mesure donc aux avancées effectuées par les élèves entre les séances 2 et 4.

Pour les deux classes de même profil (Cussonneau et Glycine), 4 élèves sont restés sur leur niveau de stratégie initial et 8 ont évolués dans leur stratégie, nous obtenons exactement le même résultat.

Cela peut s'expliquer par le fait que nous ayons conçu ensemble ces séances lors des réunions IREM et défini un rôle très cadré à l'enseignant, on doit à nouveau rappeler que ces choix sur le rôle de l'enseignant ne se justifient que dans le cadre de cette expérimentation.

En ce qui concerne la séance 3 de mise en commun, les élèves de Cussonneau débattent de la stratégie S6, ceux de l'école des Glycine de la stratégie S4, cette différence peut s'expliquer par l'écart initial entre les deux classes (en séance 2)

Les même types de raisonnements sont mis en oeuvre : disjonction des cas et appui sur un résultat établi. Les débats portent sur les mêmes questions

e/ Deux classes de CP de profils différents (centre ville et secteur d'éducation prioritaire) avec un même maitre :

Christian GRUGET a mené les 4 séances dans sa classe (Cussonneau / centre ville) puis à l'école Jean-Jacques Rousseau en zone d'éducation prioritaire.

Si nous considérons à nouveau non pas les performances initiales des élèves mais l'évolution entre les séances 2 et 4 :

A l'école Cussonneau :
4 élèves sont restés sur leur niveau de stratégie initial et 8 ont évolué dans leur stratégie.

A l'école Jean-Jacques Rousseau :
1 élève est resté sur son niveau de stratégie initial et 11 ont évolué dans leur stratégie.

On peut donc en déduire un impact plus important de la mise en commun pour les élèves de . secteur d'éducation prioritaire

En ce qui concerne la séance 3 de mise en commun, les élèves de l'école JJ Rousseau débattent de la stratégie S4 (comme ceux de l'école des Glycines), l'écart avec l'école Cussonneau peut trouver une explication dans le niveau de stratégie initial des élèves (séance 2)

On peut noter une différence importante dans le déroulement des deux séances, cela n'ayant pas nécessairement de rapport avec le fait que ce soit une classe en secteur d'éducation prioritaire.

A l'école Cussonneau, très peu de propositions et des résultats modestes durant les 30 premières minutes, les élèves continuent donc à jouer en binomes mobilisés par la consigne de découvrir et d'expliquer (de prouver) la pertinence d'une nouvelle stratégie.

A l'école JJ Rousseau, les élèves proposent et débattent du début à la fin de la séance, on notera au passage la qualité des débats et l'investissement des élèves, cela dit, ils ne jouent pas et ne peuvent donc pas prendre appui sur des résultats établis pour en construire d'autres.

Les même types de raisonnements sont mis en oeuvre : disjonction des cas et appui sur un résultat établi. Les débats portent sur les mêmes questions

f/ Profil des élèves intervenants :

Sur les 18 élèves qui interviennent lors de la séance 3 (toutes classes confondues) :
14 ont un profil bon ou très bon
4 ont un profil moyen ou faible

Il n'est pas étonnant que des élèves bons ou très bons interviennent majoritairement.Par contre, l'investissement d'élèves en difficulté ne peut que confirmer l'hypothèse selon laquelle ce type d'activité peut s'adresser à tous les élèves, d'autant plus que ces mêmes élèves ne s'autoriseraient pas de telles interventions dans un problème ordinaire de Mathématiques.

g / Niveaux de stratégie selon l'âge des élèves de CP :

Nous avons relevé l'âge (mois de naissance) de chaque élève de CP de l'école Cussonneau et l'avons mis en relation avec leurs performances (niveau de stratégie).Nous n'avons pas établi de corrélation entre ces deux données.

Conclusions :

a/ Une majorité d'élèves est en mesure :

- soit de formuler la preuve qu'une proposition est vraie si et seulement si elle est vérifiée dans tous les cas (raisonnement par disjonction des cas).
- soit d'adhérer (de comprendre et de pouvoir reformuler) à cette preuve.

b/ Très peu d'élèves dans cette situation ont réfuté une proposition en utilisant un contre-exemple, cela tient sans doute à la situation elle-même qui ne favorise par ce type d'argument.

c/ L'analyse des avancées au sein des binômes, de l'impact de la mise en commun, semblent montrer qu'une majorité d'élèves de CP sont en mesure de modifier leur stratégie et de s'emparer d'une stratégie construite par un tiers. Il faut noter que ces sauts de stratégie sont modestes (de S2 à S3 par exemple) et souvent laborieux.

d/ écarts selon le type de classe (centre ville / secteur d'éducation prioritaire) :
L'étude montre que dans les mêmes conditions (même protocle), les résultats sont similaires et même plutôt à l'avantage de l'école JJ Rousseau si l'on considère le critère de passage d'une stratégie à une stratégie supérieure.

e/ le rôle de l'enseignant :
dans la phase de recherche : l'enseignant a un rôle bien défini et limité, il n'est prévu aucune aide ou relance. Ainsi, Christian GRUGET a dû attendre 30 minutes avant d'obtenir des propositions consistantes. Pendant ce temps, les élèves étaient en activité, ils cherchaient, et c'est ce qui nous semble essentiel. Ce temps assez long de construction des stratégies a été très productif en fin de séance.

7/ Expérimentation en CM1

une première expérimentation réalisée par Fabrice SUBILEAU dans une classe de CM1/CM2
Ecole de la Vallonnerie / Nuaillé

Ecole de la Vallonnerie à Nuaillé / 5 classes (village dortoir de la périphérie choletaise) Classe de 24 CM1 / CM2 (13 filles / 11 garçons)	
Groupe des CM1	Groupe des CM2
8 élèves	16 élèves
4 filles (groupe homogène)	9 filles (groupe homogène)
4 garçons (groupe hétérogène)	7 garçons (groupe hétérogène)
1 élève garçon $\mathbf{E^1}$ en retrait du point de vue de la logique 1 élève garçon $\mathbf{E^2}$ suivi par le RASED	1 élève $\mathbf{E^3}$ redoublant 1 élève $\mathbf{E^4}$ bénéficiant d'un PPRE

Dispositif :

SEANCE N°1	***Groupe classe scindé en 3 groupes de 8 ; un groupe de CM1 et deux groupes de CM2.*** **1ère phase :** lecture de la consigne avec simulation au tableau sur modèle de tablette agrandie (coloriage de ce que « l'on mange ») / mise en place du vocabulaire : distinction colonne - rangée / compréhension fine des consignes… **2ème phase** : entrée dans l'activité avec une partie entre un élève et le maître…qui gagne susciter la curiosité, l'envie de jouer mais surtout de gagner. **3ème phase** : 6 à 12 parties « duels » / prise en main du jeu avec remédiation au cas par cas pour véritablement installer au terme de la séance, les règles du jeu / mise en place des premières observations et des premières stratégies chez certains élèves
SEANCE N°2	***Groupe classe entier.*** **1ère phase** : reprise en main du jeu avec 6 parties « libres » **2ème phase** : mise en place des nouvelles règles : - Introduction des couleurs pour pouvoir analyser chronologiquement les parties. Le premier à jouer colore ce qu'il mange en jaune, le second enchaîne avec du violet… - On indique par une tache sur le côté de la tablette à partir de quand on pense avoir gagné la partie. **3ème phase** : phase de jeu avec application des nouvelles règles. **4ème phase** : synthèse de fin de séance / débat autour des découvertes / recueil sur affiche des remarques et des observations des élèves.

SEANCE N°3	***Groupe classe entier.*** **<u>1ère phase</u>** : analyse au tableau d'une partie jouée à la séance 2 dans laquelle le joueur n°2 était certain de gagner après avoir donné un carré 3 sur 3 à son adversaire / débat / digression des cas et validation / confirmation des hypothèses recueillies à la fin de la séance n°2. **<u>2ème phase</u>** : phase de jeu avec constitution de duos « homogènes ». Pour certains élèves, le jeu n'a plus d'intérêt car « si je commence, je gagne ! »
SEANCE N°4	***Groupe classe entier.*** Une seule et unique phase de jeu / estimation individuelle des avancées au niveau stratégique.

Synthèse :

Quel que soit le groupe d'âge, CM1 ou CM2, on peut identifier chez l'élève, 4 phases bien distinctes dans l'approche et la résolution de cette situation de recherche :

- La phase de compréhension et d'intégration des consignes.

  Au terme de la première séance, l'enseignant doit avoir tout mis en œuvre pour stimuler et aussi libérer ses élèves des contraintes du jeu, à savoir, les règles. Une bonne analyse a priori du problème par l'enseignant, ainsi qu'un travail en petits groupes, permettent d'aiguiller efficacement les élèves.
  On notera pour les élèves E^1 et E^2, une perception spatiale déficiente et donc un décalage important avec le reste de la classe. Deux séances leur ont été nécessaires pour intégrer toutes les subtilités de la situation. Pour faciliter ce travail, nous leur avons proposé à la 2ème séance, de découper ce qui était « mangé ». La maturité des élèves, mais aussi le manque de repères de certains face à ces situations de recherche, nouvelles finalement, parce que mises en place dans le cadre scolaire…, créent des ruptures dans le groupe. De « bons élèves » de CM1 n'ont pas perçu dès le départ, l'intérêt de la situation. Les CM2, rompus à ce genre de recherche sont à contrario, entrés très rapidement dans l'activité, y compris (et surtout) les élèves E^3 et E^4. A noter aussi, qu'il a fallu chez plusieurs élèves, « lutter » contre l'idée que ce n'était qu'un jeu, et qu'à partir de là, il n'était pas important de gagner.

- La phase de réduction de la surface de jeu.

  Le premier objectif pour tous les élèves, c'est de réduire la surface de la tablette, pour mieux anticiper les coups à venir. On voit donc deux cas de figure :

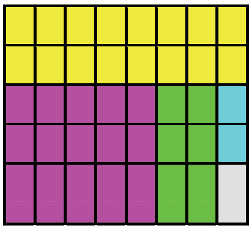
  - de grandes surfaces sont supprimées dès les premiers coups, trois, voire quatre colonnes ou rangées d'un coup.

  - les élèves suppriment de petites surfaces (une ou deux rangées ou colonnes) mécaniquement et rapidement au départ, pour finalement ralentir lorsque la tablette est fortement réduite…
  La phase de repérage du carré 2 x 2. :

A l'issue de la 3ème phase de la séance 2, plus de la moitié du groupe jouait S2. C'est la phase clef du module conduit autour de ce problème de recherche. Avec la mise en place des codes couleurs, les élèves ont pu revenir facilement sur le déroulement des parties. A la 4ème phase de la séance 2, les élèves ont pu faire part au reste du groupe classe, de leurs observations, de leurs réussites mais aussi de leurs échecs. Elle a permis à tous les volontaires de venir s'exprimer au tableau. Grâce à l'élève E^4 essentiellement, la classe a intégré l'enchaînement des coups autour d'une tablette réduite à un carré de 2 sur 2. Cet élève a fait à sa classe la proposition suivante : *« J'ai une méthode pour ceux qui veulent gagner ! Si vous laissez les 3 carreaux autour du carreau empoisonné, vous allez gagner ! »* Après digression des cas, l'hypothèse a été validée… Cette « clef » a permis à ceux qui jouaient déjà S2 mais qui ne l'oralisaient pas, de se projeter aussitôt sur une surface plus importante (3x3…). Pour les autres, c'était finalement le début d'une nouvelle situation de recherche… A partir de là, une gestion des élèves par groupes de niveau s'est imposée.

- La phase de résolution du problème :

Les conclusions du débat qui a pris corps lors de la séance 3, ont permis à un bon 1/3 du groupe des CM2 de mettre un point final au « jeu » qui n'en était dès lors plus un, puisqu'il y avait une solution imparable (commencer et proposer un carré 5x5). Il y a eu deux temps forts lors de cette séance. Le premier, c'est l'analyse de la situation de jeu ci-dessous qui a permis par digression des cas, **le** passage pour une bonne moitié du groupe, du 2x2 au 3x3.



Coup jaune ➔ joueur n° 1
Coup rose ➔ joueur n°2
Coup vert ➔ joueur n° 1
Coup bleu ➔ joueur n° 2
Le joueur n°1 mange le carreau empoisonné.
Le joueur n°2 était sûr de gagner après son coup rose.

Le second, concerne les affirmations en fin de séance de deux CM2 dont l'élève E^3 :
Elève CM2 : *« Peut-être qu'en laissant un carré de 4 ou de 5 carreaux autour du carreau grisé, on est sûr de gagner ? »*
E^3 : *« Pour gagner, il faut toujours commencer et manger 3 colonnes pour obtenir un carré de 5 par 5. Si on mange 3 lignes, on n'est pas sûr de vaincre. »*
La 3ème séance s'est arrêtée sur ses deux observations, laissant le groupe en pleine projection pour la séance suivante. 8 élèves de CM2 avaient à ce moment de la recherche, solutionné intégralement le problème. 14 élèves de CM1 et CM2 avaient intégré le carré 3x3 et enfin, 2 élèves restaient en retrait et tentaient de gérer le 3x3.

Bilan : Au cycle 3, l'exploitation du problème de la tablette de chocolat a essentiellement mis en relief deux points :

- l'intégration relativement rapide des enjeux du problème par les élèves. En fin de 2ème séance, plus de la moitié des élèves, CM1 et CM2 confondus, avaient identifié le carré 2x2.
- l'implication très importante dans la recherche des élèves dits « dynamiques » qui profitent de la large place faite aux situations duelles et au débat. On leur propose ici un cadre de travail, d'investissement et d'expression qui rompt catégoriquement avec les schémas traditionnels… Les élèves E^3 (redoublant) et E^4 (bénéficiant d'un PPRE) et de CM2 ont très largement contribué à faire progresser le jeu.

A la suite de cette première expérimentation en CM1/CM2, nous proposons la situation selon le protocole suivi avec les élèves de CP dans une classe de CM1.

Une seconde expérimentation en CM1 :
Ecole de Seiches sur Loir / Yoann BLUTEAU

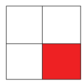
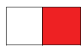
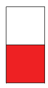
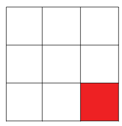
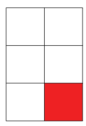
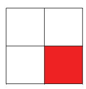
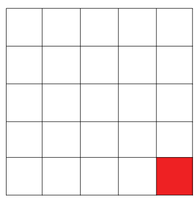
Après une première séance consacrée à la compréhension du jeu, les résultats de la séance 2 sont assez proches de ceux obtenus en CP : très peu d'élèves, après 6 parties, accèdent à des stratégies de niveaux supérieurs ou égaux à S3.

S0	1
S1	3
S2	13
S3	4
total	21

La séance 3

Nous vous proposons en annexe une transcription de cette séance

Les interventions qui permettent une avancée dans la résolution du problème

Lucie Int 1	0'30	si je donne ça		étude d'un cas de S2
		il me rend ça et il a perdu		
Maxence Int 2	2'10	ou s'il me rend ça il a perdu		etude du second cas de S2
Bastien Int 3	4'58	si je donne ça		S4
		il me rend ça		étude d'un cas de S4
		je lui rends ça et il a perdu		appui sur S2
Cyprien Int 4	7'24	présente l'étude complète du problème		étude de S8

Après une présentation complète du cas S8, Cyprien répond aux questions des élèves qui n'ont manifestement pas compris son raisonnement.
Il reprend son explication en pliant la feuille pour passer du carré 5/5 au carré 4/4, de la stratégie S8 à S6, mais ce résultat intermédiaire (S6) ne figure pas au tableau, les résultats représentés sont ceux de Lucie (S2) et de Bastien (S3). Nous proposons à Cyprien de jouer plusieurs parties contre des élèves, devant la classe, en expliquant au fur et à mesure sa stratégie, il donne à plusieurs reprises une règle : " il faut toujours donner un carré " . Charly semble avoir compris.

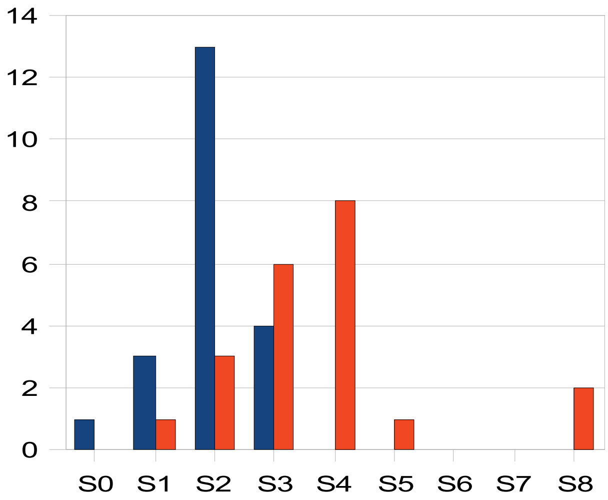
Après cette séance, on peut penser que la majorité des élèves, même s'ils n'ont pas compris le raisonnement de Cyprien, ont vu l'efficacité de sa stratégie et retenu la règle.

Résultats de la séance 4

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	
0	1	3	6	8	1	0	0	2	21

Impact de la mise en commun, comparaison des séances 2 et 4

	Séance 2	Séance 4
S0	1	0
S1	3	1
S2	13	3
S3	4	6
S4	0	8
S5	0	1
S6	0	0
S7	0	0
S8	0	2
	21	21



en bleu : séance 2 / en rouge : séance 4

Des similitudes avec les résultats obtenus en CP :

5 élèves restent en séance 4 sur leur stratégie initiale (23,8%), 25% en CP.
16 élèves adoptent une stratégie plus élaborée (76,2%), 75% en CP.

Des résultats sensiblement différents :

A l'issue de la séance 4 : 81% des élèves de CM1 accèdent à des stratégies de niveau supérieur ou égal à S3 (72%) en CP.

Le niveau de stratégie maximum établi : niveau S8 pour 2 élèves en CM1, niveau S6 pour une élève en CP.

L'impact de la mise en commun en CM1 :

Il est réel, en effet 76,2% des élèves modifient leur stratégie, mais il faut distinguer :

- l'impact fort de l'intervention de Bastien (int3 sur la stratégie S4), discutée puis représentée au tableau : 11 élèves adoptent une stratégie supérieure ou égale à S4
- l'impact faible de l'intervention de Cyprien (int4 sur la stratégie S8), 2 élèves (Cyprien et Charly) adoptent cette stratégie.

La proposition de Cyprien n'est pas réellement mise en débat, elle est expliquée par l'élève. Pour que son raisonnement soit compris, il aurait fallu expliciter le lien entre les stratrégies S4 et S6, comment passer du carré 4/4 au carré 5/5, puis représenter le carré 5/5 au tableau et enfin prendre appui sur la stratégie S6 pour construire S8.

Le rôle de l'enseignant :

Nous avons précédemment justifié ce rôle au cours des phases de recherche, il nous semble ici nécessaire de le préciser dans une phase de synthèse.

Dans le dispositif choisi, l'enseignant ne fait pas à l'issue de la séance 3 (mise en commun) de synthèse des avancées réalisées par les élèves. Nous voyons ici la nécessité d'une intervention de l'enseignant : reformuler ce qui a été dit par l'élève, assurer les liens entre les différents niveaux de stratégie, représenter au tableau les résultats intermédiaires.

Nous faisons l'hypothèse (il faudrait la vérifier lors d'une prochaine expérimentation), que l'impact de la mise en commun serait plus fort si cette synthèse de l'enseignant avait eu lieu.

En résumé, nous proposons donc le dispositif suivant :

	rôle de l'enseignant
Séance 1	s'assurer que les élèves ont saisi le but et la règle du jeu noter les stratégies construites par chaque élève
Séance 2	répartir les élèves en binômes selon leur niveau de stratégie préciser l'objectif de la séance : construire une stratégie pour gagner identifier des élèves en difficulté (S0), leurs proposer un rectangle 3/2
Séance 3	préciser les règles du débat noter les résultats établis au tableau reformuler les propositions en explicitant les points d'appui sur des résultats construits faire en fin de séance une synthèse portant sur : les liens entre les différents niveaux de stratégie le raisonnement par disjonction des cas l'appui sur un résultat établi pour construire une nouvelle stratégie
Séance 4	noter les stratégies construites par chaque élève faire à nouveau une synthèse sur : le raisonnement par disjonction des cas l'appui sur en résultat établi pour construire une nouvelle stratégie

8/ Expérimentation avec deux groupes d'adultes :

une première expérimentation :

le dispositif est un peu différent, nous proposons le même matériel, les adultes jouent 6 parties en binôme et ne doivent pas communiquer, les observateurs notent les niveaux de stratégie.

A l'issue de cette première phase les résultats sont les suivants :

	Phase 1
S0	0
S1	0
S2	6
S3	4
S4	0
S5	0
S6	0
S7	0
S8	8
total	18

Nous avons observé :

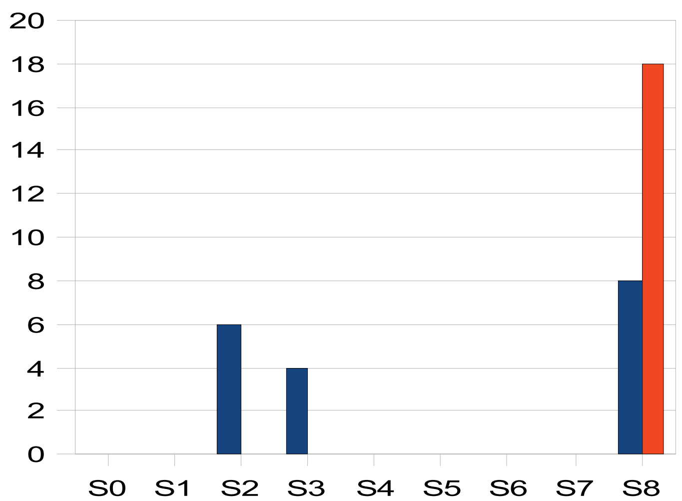
pour 10 adultes : des raisonnements sur la fin de partie conduisant aux stratégies S2 ou S3

pour 8 adultes : la construction de la stratégie S4 puis immédiatement de S8, la découverte d'une règle : " il faut toujours donner à l'adversaire un carré "

Nous avons alors demandé à ces 8 adultes d'apporter une preuve à leur proposition, cela a nécessité un certain temps et tous n'étaient pas en mesure de formuler cette preuve.

Un adulte vient proposer une preuve, le raisonnement est exactement celui décrit dans l'analyse a priori.

	Phase 1	Phase 3
S0	0	0
S1	0	0
S2	6	0
S3	4	0
S4	0	0
S5	0	0
S6	0	0
S7	0	0
S8	8	18
total	18	18



en bleu : phase 1 / en rouge phase 3

On voit ici l'impact de la mise en commun, cela dit, nous ne savons pas si les 10 adultes qui sont passés des stratégies S2 ou S3 à S8 appliquent une règle (faire un carré) ou bien sont en mesure d'établir la preuve que cette règle fonctionne.

Une seconde expérimentation :

le dispositif est le même, les résultats sont semblables, nous demandons à l'issue de la phase 3 si les stagiaires sont en mesure de reformuler la preuve établie par l'un d'entre eux :

Une majorité affirme que oui, pour les autres, il semble que la difficulté réside dans l'étude exhaustive des cas possibles : recencer les possibilités de jeu de l'adversaire et toutes les traiter. Par contre, ils ont intégré les différents niveaux de stratégie et les liens entre ces niveaux, ils affirment pouvoir en autonomie reconstruire avec un peu de temps la formulation de la preuve.

D'autre part, à la question : " qu'en serait-il avec un rectangle m/n (m et n entiers naturels) ? ", la réponse est qu'il faut faire un carré (n/n) puis l'adversaire nous donnera à nouveau un rectangle n/p avec $p < n$, nous arriverons ainsi en fin de partie au carré 1/1.

Conclusion sur les écarts selon l'âge des joueurs :

Il semble que les principales différences observées entre les élèves et le groupe d'adultes, hormis mis l'accès à la stratégie S8 et la rapidité d'élaboration (qui étaient prévisibles), résident dans l'impact de la mise en commun : en CM1, les élèves ne s'autorisent pas à appliquer une règle énoncée par un tiers même s'ils ont pu observer sa pertinence, leurs sauts de stratégie sont malgré tout laborieux, ils vont semble-t-il passer d'un niveau de stratégie au suivant (de S2 à S4) puis après avoir à nouveau joué effectuer le saut suivant (de S4 à S6)
Pour les adultes : après la mise en commun, le saut de la stratégie S2 à S8 est immédiat, ils appliquent dans un premier temps une règle énoncée par un tiers puis ils sont capables, en autonomie, de reconstruire la preuve que cette règle fonctionne à coup sûr.
Une seconde différence réside dans la capacité à généraliser le résultat établi ici sur un rectangle 8/5 A part Cyprien qui semble en fin de séance (cf annexe) ne plus évoquer la situation mais parle en général de rectangles et de carrés, ce niveau d'abstraction semble peu disponible pour des élèves de l'école primaire.

9/ Conclusions sur la situation " chocolat empoisonné " :

L'objectif principal de ces séances est la construction des règles du débat Mathématique, peu importe finalement le niveau de stratégie atteint en fin de séance. Ce qui nous semble essentiel :

- la différence entre conjecture et résultat établi (prouvé)
- la nécéssité de la preuve pour passer d'une conjecture à un résultat
- les types de raisonnements mis en oeuvre pour prouver qu'une proposition est vraie ou fausse (raisonnement par disjonction des cas, contre exemple)
- l'intérêt (il s'agit dans cette situation d'une nécessité) de prendre appui sur un résultat établi pour en construire un nouveau plus élaboré.

On peut modifier certaines données du jeu pour le rendre plus accessible à des élèves de CP, une variable de la situation est la dimension du rectangle initial.

On peut également réinvestir les types de raisonnement en jeu dans des situations similaires, par exemple : dix dans la boite (Cap Maths CP) :

règle du jeu : ajouter 1,2 ou 3 au nombre dit précédemment par l'adversaire
but du jeu : le gagnant est celui qui dit : " dix dans la boite "
étape 1 : en disant 6, je gagne
raisonnement par disjonction des cas :
si l'adversaire dit 1, je dis 3
si l'adversaire dit 2, je dis 2
si l'adversaire dit 3, je dis 1

étape 2 : en disant 2, je gagne
appui sur le résultat établi à l'étape 1
si l'adversaire dit 1, je dis 3
si l'adversaire dit 2, je dis 2
si l'adversaire dit 3, je dis 1
dans tous les cas, je dis 6 et d'après le résultat établi précédemment, je gagne.

Ce que nous retenons de cette expérimentation :

- l'investissement des élèves, y compris des élèves en difficulté.
- le fait que cela soit possible quel que soit le type de classe (y compris en secteur d'éducation prioritaire).
- L'intérêt du dispositif choisi (débat sur des conjectures puis relance de la recherche à partir de résultats établis)
- La nécessité d'une synthèse faite par l'enseignant à l'issue des mises en commun.

CONCLUSION

Il nous semble non seulement possible, mais souhaitable, de pratiquer ce type de problème de recherche dès le CP, cela donne du sens à l'activité Mathématique en montrant l'intérêt des connaissances construites, c'est aussi le moyen d'instaurer progessivement les règles du débat Mathématique.

Nous avons pu constater l'investissement et la participation active d'élèves en difficulté, nous avons également montré qu'il n'y avait pas de différences entre une même situation mise en oeuvre dans une école de centre ville et une école en secteur d'éducation prioritaire.

Les connaissances mobilisables (donc construites) sont modestes en CP, la formulation de conjectures ou de preuves s'avère parfois laborieuse mais cela ne constitue pas un obstacle à la pratique des problèmes pour chercher dès le cycle 2.

Le dispositif choisi (proposition / débat-argumentation / résultat établi / relance de la recherche en prenant appui sur ce résultat) constitue une alternative à la mise en commun usuelle (présentation en fin de recherche des avancées réalisées par chaque binôme).

La mise en oeuvre de ce type de situation n'est pas évidente, cela nécessite de la part de l'enseignant une analyse a priori assez précise, nous espérons que cette brochure donnera envie aux enseignants de tester en classe des problèmes pour chercher.

Depuis janvier 2009, nous entamons une seconde recherche sur les apprentissages en géométrie aux cycles 2 et 3 de l'école primaire, notre groupe est ouvert à toutes propositions, vous pouvez participer à nos travaux, soit comme correspondant (en testant les situations dans votre classe), soit en participant à nos séances de travail à l'IUFM d'Angers.

Contact : Paul DELHUMEAU / IUFM site d'Angers / IREM
paul-henri.delhumeau@univ-nantes.fr

Achevé d'imprimé
sur les presses de
l'Université de Nantes
le30 mars 2009

Titre : *Problèmes pour chercher au cycle 2 de l'école primaire*

Auteurs : *Groupe IREM cycle 2 / Angers*

Niveau : *Primaire – cycle 2*

Date : *Mars 2009*

Mots clés : *Problème ; Problèmes pour chercher ; Problème ouvert ; Résolution de problèmes ; Argumentation ; Preuve ; Mathématiques ; Cycle 2.*

Résumé : *Cette brochure comporte deux parties. Dans une première partie, nous analyserons après l'avoir testé en classe, un problème extrait de défi-mats CE1 (Éditions Retz), nous proposerons des variantes de ce problèmes pour les classes de CE2 et de CM1, nous analyserons les mises en œuvres observées lors des expérimentations dans les classes.*

Dans une seconde partie, nous étudierons les capacités argumentatives d'élèves de CP et de CM1. Une même situation a été proposée à trois classes de CP et à deux classes de CM1. Une analyse des phases de débat-argumentation nous permettra de préciser les capacités selon l'âge des élèves.

IREM des Pays de la Loire
Centre de Nantes
2, rue de la Houssière – BP 92208
44322 NANTES CEDEX 03

Format : A4 *66 pages* *Prix : 4 €*

ISBN : ISBN10 : 2-86300-037-3
ISBN13 : 978-2-86300-037-3
EAN : 9782863000373