INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES
DES PAYS DE LA LOIRE
CENTRE DE NANTES
2 rue de la Houssinière – BP 92208
44322 NANTES CEDEX 03

INTÉGRATION DE L'OUTIL INFORMATIQUE DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Des exemples en sixième et cinquième

Publiée avec le soutien de la Direction Générale de l'Enseignement Scolaire

Décembre 2007

INTÉGRATION DE L'OUTIL INFORMATIQUE DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Des exemples en sixième et cinquième

SOMMAIRE

INTRODUCTION

Présentation page 9
Notre problématique page 10
Enseigner par situations-problèmes page 11
Des configurations informatiques différentes Page 16
Les logiciels que nous utilisons Page 19

ACTIVITÉS EN SIXIÈME

Avertissement page 21
Découverte de Cabri-Géomètre II page 23
Les quadrilatères page 24
Notion de cercle page 35
Aires et périmètres – Notions page 38
Aires et périmètres – Formules page 42
Longueur du cercle page 46
Symétrie axiale page 50

ACTIVITÉS EN CINQUIÈME

Avertissement page 55
Équidistance et médiatrice page 57
Point équidistant de trois points donnés page 63
Symétrie centrale page 85
Distributivité et tableur page 92
Équation et tableur page 96

ANNEXES

Bibliographie page 103

INTRODUCTION

PRÉSENTATION

Ce qu'est cette brochure :

Cette brochure est le compte-rendu, évidemment partiel, du travail du groupe « Intégration de l'outil informatique » de l'IREM des Pays de la Loire (Centre de Nantes).

Elle est aussi la suite du travail du groupe « Dire, lire et écrire en mathématiques » dont les animateurs se sont posés la question d'adapter l'utilisation de l'outil informatique à leur façon d'enseigner et ont créé pour cela le groupe « Intégration de l'outil informatique ».

Elle présente des activités sur quelques points du programme pour lesquels l'utilisation de l'outil informatique nous a semblé judicieuse.

Ce que n'est pas cette brochure :

Avec les activités présentées, elle ne prétend, ni avoir fait la liste exhaustive des possibilités offertes par le programme, ni couvrir l'ensemble du programme de sixième et de cinquième.

Cette brochure n'est pas un document figé, nous espérons que ce travail sera poursuivi, amélioré, enrichi et toutes les remarques seront évidemment les bienvenues.

Nous-mêmes continuons notre recherche, en complétant le travail amorcé en sixième/cinquième et en poursuivant sur les programmes de quatrième et de troisième.

Nous remercions

- la DGESCO et l'Académie de Nantes pour leur soutien matériel
- l'IREM des Pays de la Loire dont l'existence donne un cadre pour chercher et s'exprimer à tous les professeurs de mathématiques qui s'intéressent aux questions d'enseignement
- les collègues qui ont fait un bout de chemin avec nous et dont les idées ont contribué à cette brochure.

Nous remercions tout particulièrement Annick Massot, qui est à l'origine de la création du groupe et qui, bien qu'à la retraite maintenant, a accepté de relire cette brochure pour y traquer les ambiguïtés et les erreurs.

Jacques Castagné
Christian Judas
Georges Pons

NOTRE PROBLÉMATIQUE

Pourquoi l'outil informatique ? Au-delà des incitations à l'utiliser, au-delà aussi de son côté séduisant et souvent spectaculaire, au-delà de sa présence croissante dans la société, nous avons éprouvé le besoin de trouver des réponses pédagogiques à cette question.

Les programmes officiels y répondent en partie. Ainsi dans « l'Introduction générale pour le collège » (BO n°6 du 27 avril 2007) :

> *« L'utilisation d'outils logiciels est particulièrement importante et doit être privilégiée chaque fois qu'elle est une aide à l'imagination, à la formulation de conjectures ou au calcul. Cette utilisation se présente sous deux formes indispensables, notamment dans le cadre des compétences du socle commun : l'usage d'un vidéoprojecteur en classe et l'utilisation par les élèves d'ordinateurs « en fond de classe » ou en salle informatique.*
>
> ...
>
> *Le travail en classe proprement dit doit être complété par des séances régulières en salle informatique où l'élève utilise lui-même les logiciels au programme (tableur, grapheur, logiciel de géométrie). Ces séances de travaux pratiques sur ordinateur doivent toujours avoir pour objectif l'appropriation et la résolution d'un problème mathématique. Tout travail en salle informatique doit aboutir à la production d'un écrit, manuscrit ou imprimé. »*

Quels peuvent être les avantages de l'outil informatique en classe ?

Du point de vue de l'élève, l'ordinateur a certes toujours un côté ludique. Mais bien plus, il peut être incitateur : en effet, n'ayant pas peur d'avoir à recommencer, sachant qu'il peut effacer et cependant toujours avoir un travail propre, l'élève n'hésite pas à faire des essais, à prendre des initiatives et à avoir des audaces qu'il n'aurait pas sur une feuille de papier. Encore faut-il lui proposer des situations qui l'incitent à avoir ce comportement de « chercheur » et lui en donnent le goût.

D'une part, nous avons donc essayé de pointer les situations et les conditions dans lesquelles l'outil informatique pouvait apporter un plus par rapport aux outils « anciens » (papier et crayon, affiches et transparents, tableau, calculatrice, etc.), tout en s'interrogeant sur les nouvelles représentations qu'il pouvait induire.

D'autre part, nous avons aussi cherché comment et avec quelles modalités l'utilisation de l'outil informatique pouvait s'intégrer dans le cadre d'un enseignement par situations-problèmes (voir en page 11), qui est notre choix pédagogique.

Se posait alors le problème de l'apprentissage de l'outil. Pas plus que nous ne concevions une activité mathématique comme une succession de questions guidant jusqu'au résultat attendu, nous ne concevions l'apprentissage de l'ordinateur et des logiciels comme le suivi de modes d'emploi indiquant, étape par étape, sur quels boutons les élèves devaient cliquer. D'où les choix que nous avons faits pour que les élèves découvrent eux-mêmes l'utilisation d'un logiciel de géométrie et d'un tableur, en intégrant cette découverte dans une activité mathématique, l'apprentissage des logiciels se faisant au fur et à mesure des besoins liés à l'activité mathématique.

ENSEIGNER PAR SITUATIONS-PROBLÈMES

Le plus souvent, plutôt que le cours magistral ou le découpage d'un problème selon les différentes difficultés, nous avons fait le choix d'enseigner à partir de situations-problèmes. Nous nommerons parfois activités ces situations-problèmes.

Ces situations sont prévues telles que :

- tout élève peut démarrer
- la mise à jour de nouvelles notions est incontournable (pour résoudre le problème posé) ; ou sont telles qu'elles permettent de découvrir, d'entretenir, de valoriser… des savoirs ou savoir-faire nouveaux ou non
- elles nécessitent de mobiliser des stratégies de recherche, des confrontations de communication d'une recherche et des résultats
- elles nécessitent de réinvestir toutes ses connaissances à tout moment et fréquemment des connaissances différentes
- elles sont aussi un défi pour les élèves par leur aspect déconcertant, ludique, stimulant, original, inattendu…
- elles amènent les élèves à prendre des initiatives.

Il s'agit le plus souvent de situations complexes, en ce sens que la résolution du problème posé n'est pas immédiate, il y a plusieurs points à gérer simultanément et l'activité est suffisamment riche pour que chaque élève soit confronté à des difficultés. Celles-ci sont souvent différentes et nécessitent fréquemment, aussi, un débat d'idées et donc un travail en groupes. Chacun, quel que soit son niveau, peut y trouver son compte. Ainsi, à partir du texte donné, tout élève peut se représenter la situation. C'est une façon de gérer l'hétérogénéité et de permettre ainsi une pédagogie réellement différenciée et individualisée.

Ce qui était de notre part un choix d'enseignement, légitimé par les recherches sur l'enseignement et la didactique de la discipline, et qui apparaissait déjà dans les anciens programmes, se trouve maintenant renforcé dans les programmes officiels (BO n°6 du 19 avril 2007). Ainsi dans « Introduction générale pour le collège » :

> *« À travers la résolution de problèmes, la modélisation de quelques situations et l'apprentissage progressif de la démonstration, les élèves prennent conscience petit à petit de ce qu'est une véritable activité mathématique : identifier et formuler un problème, conjecturer un résultat en expérimentant sur des exemples, bâtir une argumentation, contrôler les résultats obtenus en évaluant leur pertinence en fonction du problème étudié, communiquer une recherche, mettre en forme une solution. »*

et dans « Classe de sixième » :

> *« Cette démarche renforce également la formation intellectuelle de l'élève, développe ses capacités de travail personnel (individuellement et en équipes) et concourt à la formation du citoyen. Elle vise notamment à :*
> *- développer les capacités de raisonnement : observation, analyse, pensée déductive*
> *- stimuler l'aptitude à chercher qui nécessite imagination et intuition*
> *- habituer l'élève à justifier ses affirmations, à argumenter à propos de la validité d'une solution, et pour cela à s'exprimer clairement aussi bien à l'écrit qu'à l'oral*
> *- affermir les qualités d'ordre et de soin. »*

Il est d'ailleurs à noter que le déroulement d'une activité que nous développons ci-après entre parfaitement dans les objectifs du socle commun, tant dans le pilier 3 « Mathématiques » de ce socle que dans le pilier 6 « Compétences sociales et civiques » et le pilier 7 « Autonomie et initiative ».

Déroulement, en général, d'une activité complexe

Avec éventuellement une ***mise à jour des représentations initiales des élèves*** à un moment adéquat, l'activité se déroule en général en six phases, en gardant une souplesse suivant l'activité proposée et ce qui se passe dans la classe.

Première phase, individuelle

Ce travail individuel est indispensable,

du point de vue de l'élève, parce qu'il permet

- à chacun de s'approprier le problème, à son rythme, sans influence d'autres élèves… ou du professeur
- et éventuellement d'ébaucher une solution.

du point de vue du professeur, parce qu'il lui permet d'observer ses élèves, de voir en particulier si la consigne est comprise, d'y apporter éventuellement des compléments ou modifications nécessaires mais de voir aussi les démarches et les difficultés de chacun pour préparer la suite du travail (matériel nécessaire pour la suite, constitution des groupes, préparation du débat…)

Cela impose que cette phase de travail individuel se passe dans le plus grand silence,

silence des élèves,

- pour ne pas gêner les autres
- pour ne rien attendre du prof ni des autres.

silence du professeur,

- pour ne pas gêner les élèves en cassant une réflexion en cours
- pour ne pas induire une solution
- pour obliger les élèves à rentrer dans l'activité.

Tout cela est évidemment impossible si le professeur répond tout de suite à des questions.

Il est nécessaire de donner, dès le début, un cadre minimum de fonctionnement (par exemple la non intervention du professeur) de façon que les élèves puissent le comprendre, le compléter, le formaliser, au fur et à mesure en fonction du vécu de la classe.

Cette phase ne doit pas être trop longue pour que les élèves ne s'enferment pas dans leur solution et restent ouverts aux solutions des autres. Et elle ne doit pas être trop courte pour que chaque élève ait le temps de rentrer dans le problème. Elle leur montre souvent qu'il est difficile d'arriver à une solution complète tout seul.

Deuxième phase, travail en groupe

Le travail en groupe n'est pas nécessaire dans toutes les activités. C'est l'examen des productions individuelles qui permet de décider de sa pertinence.

Quand un travail en groupe a lieu, selon les activités, il va permettre

- d'échanger sur la consigne pour mettre à plat ce qui est compris ou pas,
- d'échanger sur des amorces de solutions
- de se mettre d'accord sur la ou les solutions qui semblent justes
- de se mettre d'accord sur la ou les rédactions
- ...

Dans tous les cas, c'est la confrontation qu'il provoque qui va amener les élèves à amorcer un questionnement ou à le développer.

Cette confrontation crée aussi les conditions qui permettent aux élèves de dépasser leurs conceptions initiales et/ou leurs difficultés individuelles.

A travers ce travail en groupe, les élèves développent à la fois

- des compétences pour argumenter, justifier, convaincre, écrire
- leur esprit critique
- des qualités d'écoute
- ...

Ils acquièrent ainsi un comportement plus social et apprennent à respecter la parole des autres, pas au nom des "bons sentiments", mais parce qu'ils en ressentent la nécessité pour arriver à la solution du problème posé.

Tout cela n'est possible que parce que le professeur est totalement en retrait pendant le travail en groupe, comme il l'a été pendant le travail individuel. Le professeur n'intervient pas sur le contenu mathématique du travail demandé, il ne répond à aucune question : ses interventions pourraient court-circuiter une réflexion en cours ou induire une réponse. Ses interventions éventuelles sont des interventions pour encourager, stimuler, relancer. Mais, surtout, il observe le travail des élèves, il est à l'écoute de leurs difficultés, il remarque leurs réussites. Ce faisant, il note les matériaux de l'institutionnalisation, des régulations ou des exercices futurs.

Les groupes ont toujours pour objectif d'arriver à une production collective, sur affiches ou transparents, à destination le plus souvent de toute la classe.

Au début du travail de groupe, l'enseignant a explicité à la classe les règles de fonctionnement de la présentation des productions de groupe et du débat. Les élèves savent donc que c'est l'enseignant qui désignera, **à la fin des travaux en groupe**, le rapporteur de chacun des groupes. Cela leur permet de préparer en groupe la présentation de leur travail, et donc de l'approfondir, pour que chacun soit capable de faire cette présentation.

Le mode de constitution des groupes dépend de l'activité et de ce qu'a observé l'enseignant pendant le travail individuel ou en ramassant les productions écrites. Nous préférons des groupes de quatre élèves (plutôt que deux ou trois), car ils permettent des confrontations plus riches ainsi qu'un nombre plus restreint de productions, ce qui en facilite la gestion.

Troisième phase, présentations et débats

En fonction de ce qu'il a observé dans la deuxième phase ou des travaux qu'il a relevés, le professeur fait souvent le choix, pour la présentation des travaux en groupe, d'un ordre qui permettra d'une part, une plus grande richesse dans les débats et d'autre part, une progression permettant de maintenir les élèves en questionnement et dans l'attente de réponses.

Suivant les cas, les présentations des groupes s'enchaînent et le débat a lieu à la fin, ou celui-ci a lieu après chaque présentation.

Le rapporteur (quelquefois les rapporteurs) présente donc le travail de son groupe. Pendant cette présentation, les autres élèves n'ont, en général, pas le droit d'intervenir, ils écoutent et prennent des notes pour le débat. Le rapporteur (ou les rapporteurs) conduit ensuite le débat : il distribue la parole, répond aux questions, défend le travail du groupe. Éventuellement, les autres membres de son groupe peuvent l'aider.

Le professeur n'intervient dans le débat que pour stimuler, relancer, faire qu'une question ne reste pas sans réponse. Pour le contenu mathématique, il reste en retrait : ce sont les élèves qui ont la responsabilité de ce débat, de se mettre d'accord (ou pas) sur le vrai et le faux. Le professeur note les interventions des uns et des autres, les positions en présence, les difficultés et les représentations des élèves.

Quatrième phase, le point en classe entière

A partir des productions de chaque groupe et des débats, le professeur, tout en restant neutre sur ce qui s'est dit, fait ensuite le bilan de ce qui a eu lieu. Il s'appuie sur tout ce qui a émergé, pour que la classe arrive à la solution (ou aux solutions) au problème posé, si ce n'est déjà fait. Il reprendra les arguments pour mettre en évidence ce qui est vrai (et à retenir en tant que tel) et aussi ce qui est faux.

Cinquième phase, l'institutionnalisation

Essentielle pour qu'une activité ne sombre pas dans l'activisme, l'institutionnalisation permet aux élèves, avec le professeur, de mettre en forme par écrit ce qu'il faut retenir de l'activité, puis de s'en déconnecter en faisant émerger ses objectifs, pour acquérir une nouvelle connaissance, un nouveau savoir-faire, une attitude plus coopérative, pour retenir des critères de réussite, etc. Le rôle du professeur est alors déterminant, il est le garant de la vérité scientifique et de la connaissance, ainsi que du bon fonctionnement du débat.

Sixième phase, les applications

Ces applications, qui suivent l'activité, permettent de faire fonctionner les objectifs visés et de continuer à se les approprier. Après qu'ont été faites en classe des applications nécessaires à la compréhension de la nouvelle notion elle-même, les autres applications, les « gammes » sont du ressort du travail à la maison : il s'agit d'entraînement, la présence du professeur n'est pas utile.

Des adaptations liées à l'outil informatique

Travail individuel

Les activités que nous avons élaborées commençant presque toutes par un travail en salle multimédia, nous n'avons généralement pas d'autre choix que d'avoir deux élèves par poste. Dans ce cas, même si nous insistons sur le fait que chacun des élèves du binôme doit avoir compris, la part individuelle du travail est difficilement mesurable.

Dans ces conditions, quand le travail individuel est suivi d'un travail en groupe, il nous semble important que, dans la plupart des cas, les élèves d'un même binôme ne soient pas dans le même groupe, de façon à ce que chacun soit en situation de représenter le binôme.

De même, s'il n'y a pas de travail en groupe et que le travail en salle multimédia est suivi d'une présentation des travaux des binômes (ou, plus souvent, de certains binômes), le choix du professeur de désigner lui-même tel ou tel élève du binôme pour cette présentation lui permet, suivant les cas, de valoriser les réussites ou de mettre en évidence les conséquences d'un non travail.

Travail en groupe

Dans la quasi totalité des activités de cette brochure, il n'y a pas de travail en groupe après le travail en binôme de la salle multimédia, sans doute parce que le binôme est lui-même un mini groupe. Le débat en classe entière se fait alors en général à partir de la présentation des travaux de binômes qui ont été sélectionnés par le professeur.

Une piste à explorer

La présence d'un nombre suffisant d'ordinateurs portables (dans un seul des collèges où exercent les membres de notre groupe) étant récente, la possibilité d'en distribuer un par groupe de quatre, dans une salle de classe « normale » n'a été utilisée qu'une seule fois.

Elle nous semble cependant offrir des perspectives intéressantes. Dans la mesure où les élèves ont une maîtrise suffisante des logiciels à utiliser, il sera alors possible qu'il soit réellement un outil, utilisable seulement si, et quand, les élèves du groupe en éprouvent le besoin.

Cela permet aussi d'envisager des activités qui commencent par un réel travail individuel, en salle « normale », suivi d'un travail en groupe avec un ordinateur portable dans chaque groupe. Notre recherche continue !

DES CONFIGURATIONS INFORMATIQUES DIFFÉRENTES.

La salle multimédia

Comme il n'y a jamais 30 postes dans une salle multimédia, les élèves sont en général deux par postes, à moins qu'une salle de cours attenante permette au professeur de répartir sa classe en deux groupes, travaillant sur le même sujet ou non.

Un ou deux élèves par postes, les deux situations ont leurs avantages et leurs inconvénients :

	Avantages	Inconvénients
Un par poste	• Chacun fonctionne à son rythme. • Chacun développe sa maîtrise des logiciels utilisés. • Il y a une réelle phase de travail individuel.	• Les difficultés dans la manipulation de l'outil informatique peuvent entraver le travail mathématique. • Elles peuvent aussi se cumuler avec des difficultés en mathématiques. • La partition de la classe en deux groupes va faire que l'activité prévue va durer deux fois plus longtemps pour la partie informatique.
Deux par poste	• Les binômes peuvent être formés pour éviter les blocages sur le plan informatique • et/ou sur le plan mathématique.	• Le professeur ne sait pas exactement qui fait quoi, ni sur le plan informatique, ni sur le plan mathématique.

Pour notre part, nous n'avons pas d'autre possibilité que d'avoir une classe entière en salle multimédia, exception faite pour notre première séance de sixième en salle multimédia, pour laquelle nous négocions avec la Vie Scolaire pour n'avoir qu'une demi-classe à la fois (l'autre demi-classe étant en études ou au CDI).

Quoi qu'il en soit, la salle multimédia est de toute façon la configuration dans laquelle il y a le moins d'élèves par poste ! C'est donc la structure la plus favorable pour permettre l'acquisition par les élèves du minimum de maîtrise nécessaire pour une certaine autonomie pour la suite. Mais elle implique que le professeur soit attentif au fait que les deux membres d'un binôme manipulent, quitte à modifier les binômes de temps en temps. De ce point de vue, la validation des items du B2i peut aussi être une motivation pour que chacun des élèves acquiert les compétences nécessaires. Il est souhaitable aussi, pour stimuler les élèves à développer chacun ses compétences, qu'ils soient dans des groupes différents quand un travail en groupe de quatre suit le travail en salle multimédia. De même, le choix comme rapporteur du groupe, d'un élève peu impliqué dans le travail en binôme sera la plus efficace des stimulations pour les séances suivantes en salle multimédia.

La salle multimédia trouve son plein intérêt quand elle comporte un poste du professeur et dispose d'un logiciel qui permet de « piloter » en partie le travail des élèves :

- possibilité de voir ce que font les élèves et de leur envoyer des messages en toute discrétion : ce qui permet non seulement de stimuler des élèves en difficulté ou

découragés, mais aussi d'amener des élèves qui réussissent à aller plus loin dans leur recherche en leur posant de nouvelles questions ou consignes
- possibilité de « prendre la main » sur ce que fait un élève pour une aide
- possibilité d'envoyer son propre écran à un élève, voire à tous
- possibilité d'envoyer l'écran d'un élève à tous les autres, éventuellement en plus en prenant la main sur cet écran.

Une salle multimédia n'a pas que des avantages :
- il faut pouvoir y avoir accès, ce qui n'est pas évident dans tous les établissements
- cela implique en général de réserver cette salle et donc de planifier son travail en fonction des possibilités de réservation que l'on a eues
- le fait même d'être dans cette salle est ressenti par les élèves comme une incitation à utiliser les ordinateurs.

La nature « spécialisée » de la salle multimédia, et le fait qu'elle a toujours pour les élèves un côté « ludique », rend d'autant plus important
- que le professeur marque clairement qu'il s'agit d'une salle de classe (donc on y vérifie les exercices maison et l'apprentissage de la leçon, on y donne du travail pour le cours suivant, etc.)
- qu'il y ait toujours un travail écrit en salle multimédia (compte-rendu, recherche, conjecture, etc.)
- que l'activité se passe aussi en partie en salle « normale ».

La salle de classe...

... avec des portables

Un portable par groupe de quatre élèves, ce sont des conditions rares encore peut-être, mais elles existent cependant dans un de nos collèges, grâce à la vigilance et la réactivité du responsable TICE qui a su « monter » un dossier en un temps record pour répondre à un appel à projet du Conseil Général !

Dans de telles conditions, l'ordinateur peut être réellement un outil, utilisé si le groupe en éprouve le besoin, au même titre que le papier calque, la calculatrice, etc. Cette utilisation est possible à condition que les élèves aient déjà une certaine maîtrise des logiciels utilisés.

Pour l'instant toutes les pistes n'ont pas encore été explorées. Jusque-là, le portable a été utilisé seulement dans le cadre d'un travail de groupe consécutif à une séance en salle multimédia, pour vérifier et compléter les découvertes de chacun des membres du groupe.

... avec un vidéoprojecteur connecté à un ordinateur

Son usage devrait se généraliser dans toutes les salles, comme cela a été le cas il y a vingt ans pour le rétroprojecteur, au fur et à mesure que des professeurs ou des équipes de professeurs en mettaient en évidence la nécessité. Dans un premier temps, il semble indispensable qu'il y en ait au moins un à disposition exclusive de l'équipe des professeurs de mathématiques.

Dans la mesure où c'est un outil présent dans la classe, des élèves peuvent l'utiliser pendant des travaux de groupe, à défaut d'un portable par groupe (ce qu'ils utilisent, en fait, ce n'est pas le vidéoprojecteur mais l'ordinateur qui y est connecté ; l'idéal est de pouvoir basculer du vidéoprojecteur au moniteur sans avoir de branchement à faire et défaire...)

Mais son utilisation principale est avant tout de permettre de s'adresser à toute la classe, que ce soit :
- lors de la présentation par un groupe de son travail, au même titre que le groupe peut

utiliser le rétroprojecteur ou des affiches

- lors du débat qui suit les présentations des travaux de groupe, par un élève qui veut l'utiliser pour apporter un argument ou infirmer une assertion
- lors de la synthèse que le professeur fait avec la classe en conclusion de l'activité.

LES LOGICIELS QUE NOUS UTILISONS

Un logiciel de géométrie dynamique

Il s'agit pour nous de **Cabri-Géomètre II plus**. Ses avantages n'ont plus à être défendus, il est connu comme « LE » logiciel de géométrie.

C'est avec lui que nous avons commencé à utiliser un logiciel de géométrie dynamique et on sait bien le poids des habitudes dans l'utilisation d'un logiciel.

Mais il a un coût, qui est loin d'être négligeable... d'autant plus qu'il existe des logiciels gratuits qui font aussi bien, ou presque :

- **Déclic**, la plus ancienne des alternatives à Cabri. Un de ses défauts majeurs selon nous est qu'il code par défaut. Cela peut être gênant, par exemple quand on veut travailler la médiatrice d'un segment comme ensemble des points équidistants de ses deux extrémités alors que Déclic la code par défaut comme perpendiculaire au milieu du segment. Cette fonction peut être désactivée par le menu « Préférences », mais rien n'empêche un élève de la réactiver

- **Geonext et surtout Geogebra**, qui permettent en plus d'insérer des figures dynamiques dans des pages web. Ils sont d'origine allemande et ont par conséquent le défaut d'utiliser quelques notations différentes des nôtres. Mais ils sont très simples et faciles d'utilisation. On peut donc parfaitement suggérer aux élèves de les installer chez eux...

Un logiciel de géométrie dynamique, pour quoi faire ?

Le logiciel peut être utilisé comme outil de recherche dans une fonction de cahier de brouillon, mais avec des avantages par rapport au cahier de brouillon :

- cela va plus vite
- les élèves n'hésitent pas à faire de nombreux essais
- la facilité de déplacement d'un point amène les élèves à envisager des figures qu'ils n'auraient pas réalisées sur papier (par exemple des quadrilatères croisés).

L'inconvénient est qu'il n'est pas toujours facile d'avoir des traces de ces recherches.

Il peut être utilisé pour une aide à la conjecture, à partir d'une figure donnée. Cela permettra en particulier aux élèves de faire la différence entre le général et le particulier dans telles ou telles configurations, de voir ce qui est toujours vrai ou relève d'un cas particulier.

Il permet aussi de découvrir des propriétés de géométrie, en particulier des propriétés caractéristiques, en jouant sur les contraintes du logiciel et la « convention Cabri » : si le professeur demande de tracer un rectangle, par exemple, le quadrilatère doit rester un rectangle dans toutes les manipulations possibles.

Un tableur

Certaines de nos activités sont fondées sur le tableur dont l'utilisation est maintenant au programme de mathématiques dès la cinquième.

Tous sont largement assez performants pour une utilisation au collège, mais il y en a un, **Calc**, qui est totalement gratuit (comme toute la suite bureautique de OpenOffice) en plus d'être très performant...

Un tableur, pour quoi faire ?

L'écriture de formules permet de mettre en évidence la nécessité de respecter une syntaxe dans leur écriture, même si les notations du tableur ne sont pas exactement celles des mathématiques. La calculatrice scientifique pourrait présenter le même intérêt, mais

- d'une part, les élèves pratiquent souvent le « calcul en morceaux » au lieu d'utiliser l'écriture de formules, puisqu'ils utilisent ainsi la calculatrice depuis des années
- d'autre part, ils font disparaître très rapidement les calculs incorrects.

Dans l'écriture de formules, le mode de désignation des cellules est en même temps un travail sur la lettre et permet de travailler la notion de variable en mathématiques.

Il permet de mettre en évidence ce qu'est une équation : une égalité vraie seulement pour certaines valeurs de la variable (voire aucune).

Il permet de résoudre un problème par tâtonnement et incite à une organisation réfléchie de ce travail de tâtonnement.

Un logiciel de calcul mental

Quand les élèves ont fini d'explorer les activités demandées, il peut leur être proposé de faire du calcul mental.

Il y a évidemment les séquences de calcul mental de l'incontournable **Sésamath**, mais aussi un petit logiciel gratuit, **Tabmult.exe**, téléchargeable sur Internet et qui permet de réviser les tables d'addition et de multiplication à partir de calculs rapides (addition, soustraction, multiplication et division).

ACTIVITÉS EN SIXIÈME

Avertissement

Pour toutes les activités présentées ci-après, il est nécessaire de disposer d'une salle multimédia dans laquelle les élèves sont, au plus, deux par postes.

Mais il est aussi nécessaire, dans la salle de classe « normale » d'avoir :

- un ordinateur connecté à un vidéoprojecteur et disposant du même logiciel de géométrie dynamique que celui de la salle multimédia
- un rétroprojecteur, des feutres et des transparents

Cela ne sera pas rappelé pour chacune des activités décrites. Il sera en revanche précisé si du matériel supplémentaire est nécessaire.

DÉCOUVERTE DE CABRI-GÉOMÈTRE II

Pour initier les élèves à Cabri-Géomètre II autrement que par une présentation du professeur et/ou une liste de consignes du genre « mode d'emploi », nous avons choisi de leurs donner une tâche qui les amènent à commencer à découvrir certaines fonctionnalités du logiciel.
Pour ce premier contact avec le logiciel, il nous semble important que les élèves puissent être un par poste. Pendant qu'une demi-classe est dans la salle multimédia avec le professeur, l'autre demi-classe réalise la construction demandée dans l'activité « Badminton » (« Enseigner les mathématiques autrement en sixième », IREM des Pays de la Loire – 1997).

Niveau :

Sixième

Prérequis :

Aucun

Objectifs :

- faire découvrir Cabri-Géomètre II aux élèves
- introduire une partie du « contrat Cabri » : quand on déforme un quadrilatère, il doit rester quadrilatère.

Déroulement :

1ère séance, en salle multimédia

S'il s'agit aussi du premier contact avec la salle multimédia, il est nécessaire d'expliquer un certain nombre de choses sur le fonctionnement de cette salle :

- connexion au réseau
- possibilité pour le professeur de voir de son bureau ce que font les élèves
- etc.

La consigne est donnée : *« Trace un quadrilatère »*.

Quand un élève a fini, il s'adresse au professeur pour vérification (c'est l'occasion de mettre en place la façon de le faire : simplement lever la main, pour ne pas déranger les autres élèves). Le professeur essaie de « casser » le quadrilatère en déplaçant des sommets en précisant le contrat ; l'élève recommence éventuellement.

Les élèves les plus rapides reçoivent la consigne de nommer le quadrilatère ABCD.
Au cours suivant, ou le plus proche possible, l'autre demi-classe fait le même travail.

2ème séance, en salle de classe

Individuellement, les élèves notent ce qu'ils ont découvert pendant la séance en salle multimédia.
Le professeur fait ensuite, sur un transparent, le relevé de ce que les élèves ont trouvé.
Éventuellement, des élèves utilisent le vidéoprojecteur pour montrer ce qu'ils ont découvert, particulièrement quand d'autres n'ont pas trouvé.
Le « contrat Cabri » est formalisé.

LES QUADRILATÈRES

Cette activité, d'une part va permettre de faire le point sur les connaissances des élèves de sixième concernant les quadrilatères et de présenter des quadrilatères particuliers dans la famille des quadrilatères.
D'autre part, elle va permettre de faire un pas vers la géométrie des propriétés.
L'intérêt essentiel de l'outil informatique dans ce contexte est d'amener les élèves à dessiner des quadrilatères plus variés et en nombre plus important qu'en utilisant le papier et le crayon. L'activité est une activité de recherche, de création, qui développe l'initiative des élèves, leur autonomie, le débat.

Niveau :

Sixième

Prérequis :

Activité « Découverte de Cabri-Géomètre II ».

Objectifs :

- initier au vocabulaire sur les quadrilatères ou poursuivre cette initiation
- introduire le mot « nature »
- travailler à partir du support des côtés et/ou des angles
- commencer à faire énoncer oralement des propriétés caractéristiques
- notion de cas particulier / cas général
- (ré)établir des fiches d'identité pour des figures
- faire découvrir des inclusions de quadrilatères en s'appuyant sur des propriétés des côtés et des angles
- poursuivre le passage du dessin à la figure : des dessins de rectangles différents correspondent tous à la figure qu'on appelle « le » rectangle.
- faire découvrir la fonction « polygone »
- apprendre à enregistrer un fichier
- apprendre à imprimer

Matériel :

Feuilles A3 ou affiches, feutres.

Déroulement :

1ère séance, en salle multimédia

Les élèves sont deux par poste (en général). La consigne est donnée :

> *« Chacun d'entre vous va tracer dix quadrilatères différents sans sortir de l'écran, en utilisant la fonction polygone ;*
> *vous sauvegarderez votre fichier en le nommant avec votre nom ;*
> *vous imprimerez la feuille avec votre nom ;*
> *je ramasserai vos feuilles à la fin de la séance. »*

Les élèves « dessinent » les figures avec Cabri.

Si les élèves de la classe n'ont jamais eu à enregistrer de fichier sur le réseau, dès qu'un élève est prêt à enregistrer son travail, le professeur prend la main sur son ordinateur et montre à la classe comment et où enregistrer le fichier. Tous le font alors pour leur fichier en l'état où il se trouve et le font à nouveau à la fin de leur travail.

Le professeur ramasse les fichiers imprimés. A partir de l'examen de ces feuilles, il prévoit la répartition des élèves en groupes de quatre pour la séance suivante.

2ème séance :

Les élèves, répartis en groupes, ont la consigne :

> *« Vous avez dans chaque groupe l'ensemble de vos quadrilatères. Je vous demande d'effectuer un tri de ces quadrilatères en précisant par un mot ou par une phrase, les raisons de votre choix.*
> *Dans chaque groupe, je ramasserai la feuille du tri et les feuilles de vos quadrilatères. »*

En fonction des travaux des groupes, le professeur pourra préciser

> *« Vous avez droit, éventuellement, à une catégorie « inclassable ».*

Les tris proposés par les groupes (voir annexes 1-1 à 1-4, pages 27 à 30) peuvent être inattendus ou liés aux activités précédentes (par exemple, un classement par les aires). D'autres groupes proposent des tris par les côtés et/ou par les angles.

Il est donc intéressant que le professeur poursuive cette deuxième séance au cours suivant, en projetant tout ou partie des productions des élèves photocopiées sur transparents afin de faire émerger les différents tris et de faire expliciter par les élèves comment ils ont compris « quadrilatères différents ».

3ème séance, en salle multimédia

La consigne a ensuite été donnée :

> *« Chacun d'entre vous va de nouveau tracer dix quadrilatères différents sans sortir de l'écran, en utilisant la fonction polygone, mais cette fois en dessinant des quadrilatères qui ont des angles droits, ou des côtés égaux ou des côtés parallèles.*
> *Comme la fois précédente, vous sauvegarderez votre fichier en le nommant avec votre nom et vous imprimerez la feuille avec votre nom.*
> *Je ramasserai vos feuilles à la fin de la séance. »*

Il s'agit toujours pour les élèves de « dessins » de quadrilatères. Ils sont toujours dans le domaine de la géométrie perceptive : sauf exception, ils n'utilisent pas les outils « droites perpendiculaires », « droites parallèles » et « mesure » pour tracer leurs quadrilatères.

4ème séance

Les élèves retrouvent les groupes de la fois précédente avec la même consigne :

> *« Trier vos quadrilatères, en précisant ceux qui ont un nom. Vous pouvez éventuellement compléter si vous vous apercevez qu'il en manque.*
> *Vous réalisez votre travail sur affiche. »*

L'exposition des affiches (voir annexes 2-1 à 2-4, pages 31 à 34) et les discussions permettent :

- de commencer une fiche sur le vocabulaire propre aux polygones et quadrilatères si cela n'a pas été fait

- de commencer une fiche d'identité des quadrilatères particuliers, travail qui se poursuivra par la suite
- de commencer à faire énoncer des propriétés autour de parallèles et perpendiculaires, si elles sont apparues dans la classe.

Annexe 1-1

quadrilatères à angles droits
26, 35

quadrilatères avec des droites sécantes
5, 10, 38

quadrilatères avec des droites parallèles
12, 29

Les quadrilatères minces
8, 11, 5, 14, 35, 32, 34, 40, 18

Les quadrilatères épais
30, 36, 44, 37, 17, 16, 13, 4, 3, 25,

Les quadrilatères moyens
42, 28, 27, 39, 31, 20, 21, 22, 23, 24, 1, 2, 9, 7, 19, 15, 6

quadrilatères à angles droits : certaines figures ont un angle droit attention il y a aussi une petite figure
quadrilatères avec des droites sécantes. Nous avons des fait droits qui se croisent.
quadrilatères parallèles : droites qui ne se croisent jamais.

En dernier nous avons ranger les figures en différentes épaisseur.

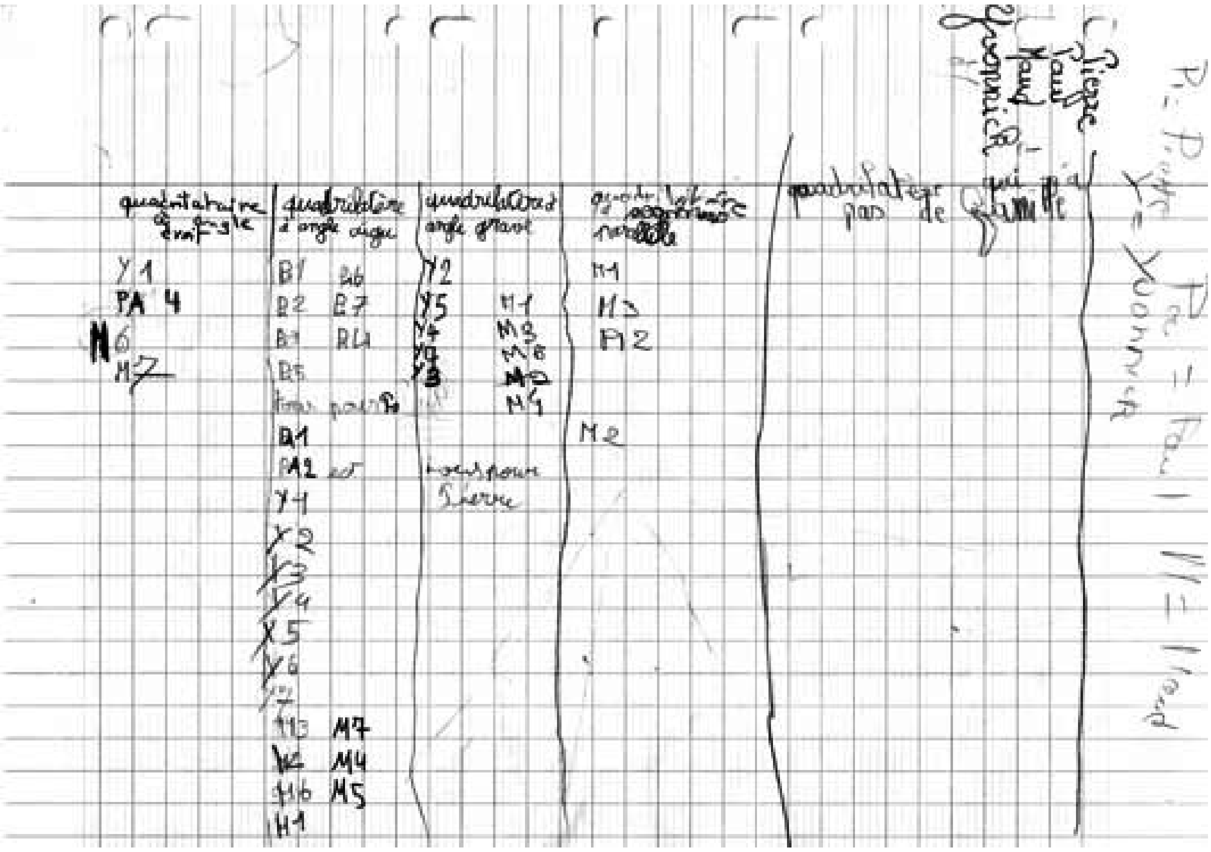
Quadrilatères au côtés égaux (au moins deux)	Quadrilatères Inclassables	Quadrilatères Qui n'ont pas d'angles droits	Quadrilatères Qui ont des angles droits
1 43 23 20 46 2		23 10 8 46 24 15 9 47 2 44 48 3 42 49 4 43 20 5 41 21 6 22	1 7
explication Le 1, 43, 23, 20, 46, 2 ils on tous un côté égal à un autre côté.	explication Il n'y a aucun inclassable	explication Ils on tous pratiquement aucun angles droit sauf pour le 1 et le 7	explication Le un et le sept ont tout les deux un angle droit.
Claire, Elodie,	Simon, Marwyn		

ceux qui ont des angles droit	ceux qui ont la forme d'objet	ceux qui ressemble à une figure connu	Inclaçable
7	19	16	4
28	23	27	12
8	24	8	15
1	30	10	17
	32	3	21
	13	5	22
	9	20	25
	11	14	26
	33	1	31
	6	2	
	18	30	
	9	29	
Explications : Ils possèdent tous un angle droits	Ils nous ont fait penser à des objets	Ces figures ressemble à des carrés rectangle..	Nous n'arrivons pas à les classés car il ne ressemble à aucune autres figures

Hélène
François
Kevin

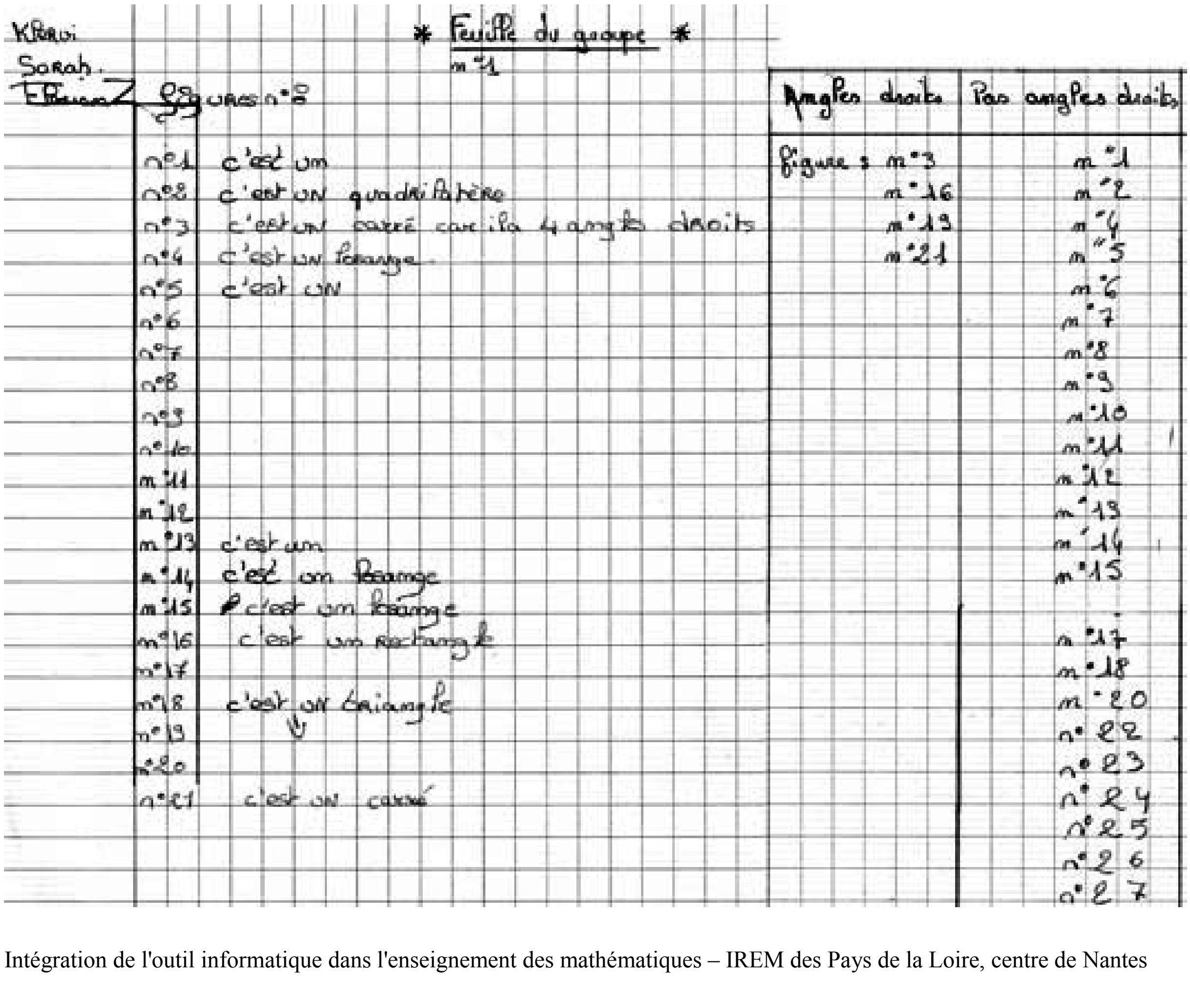
possède 1 angle droit	possède plus de 1 angle droit	possède des segments parallèles	ne possède rien	explication de pourquoi il n'a rien
33	1	24	19	car il est tout fin et n'a rien
8	2	26	17	c'est comme le 17
19	26	1	5	c'est légèrement décalé
14		2	32	il n'est ni parallèle ni perpendiculaire
		3	35	il n'a rien
		4	18	il n'a rien
		34	7	c'est angle droit ne sont pas pourtant parfait
		28	6	il n'a rien
			14	il n'a rien
			13	il n'a rien
			15	" " "
			10	" " "
			11	" " "
			12	" " "
			27	" " "
			25	" " "
			20	" " "
			22	" " "

Annexe 1-3



quadrilatère d'angle droit	quadrilatère d'angle aigu	quadrilatère angle grand	quadrilatère ... parallèle	quadrilatère pas de ...
Y1	B1 B6	Y2	M1	
PA 4	B2 B7	Y5 M1	M3	
M6	B3 B4	Y4 M3	P12	
M7	B5	Y3 M2		
	trop petits	M4		
	B1		M2	
	PA2 et	trop pour Pierre		
	Y4			
	Y2			
	Y3			
	Y4			
	X5			
	Y6			
	Y7			
	M3 M7			
	M2 M4			
	M6 M5			
	M1			

Pierre
Paul
Yoannick



Khadi
Sarah
Florian

* Feuille du groupe n°1 *

figures n°s

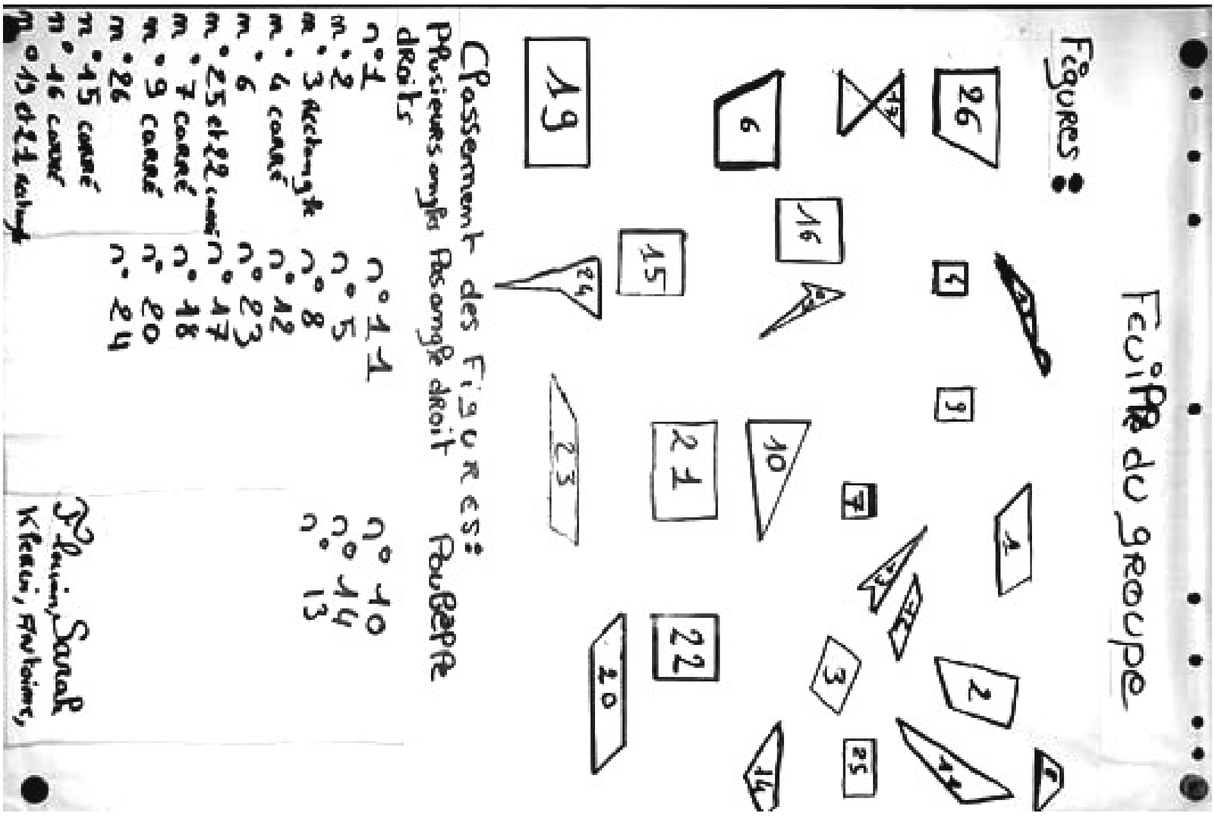
n°1 c'est un
n°2 c'est un quadrilatère
n°3 c'est un carré car il a 4 angles droits
n°4 c'est un losange
n°5 c'est un
n°6
n°7
n°8
n°9
n°10
n°11
n°12
n°13 c'est un
n°14 c'est un losange
n°15 c'est un losange
n°16 c'est un rectangle
n°17
n°18 c'est un triangle
n°19
n°20
n°21 c'est un carré

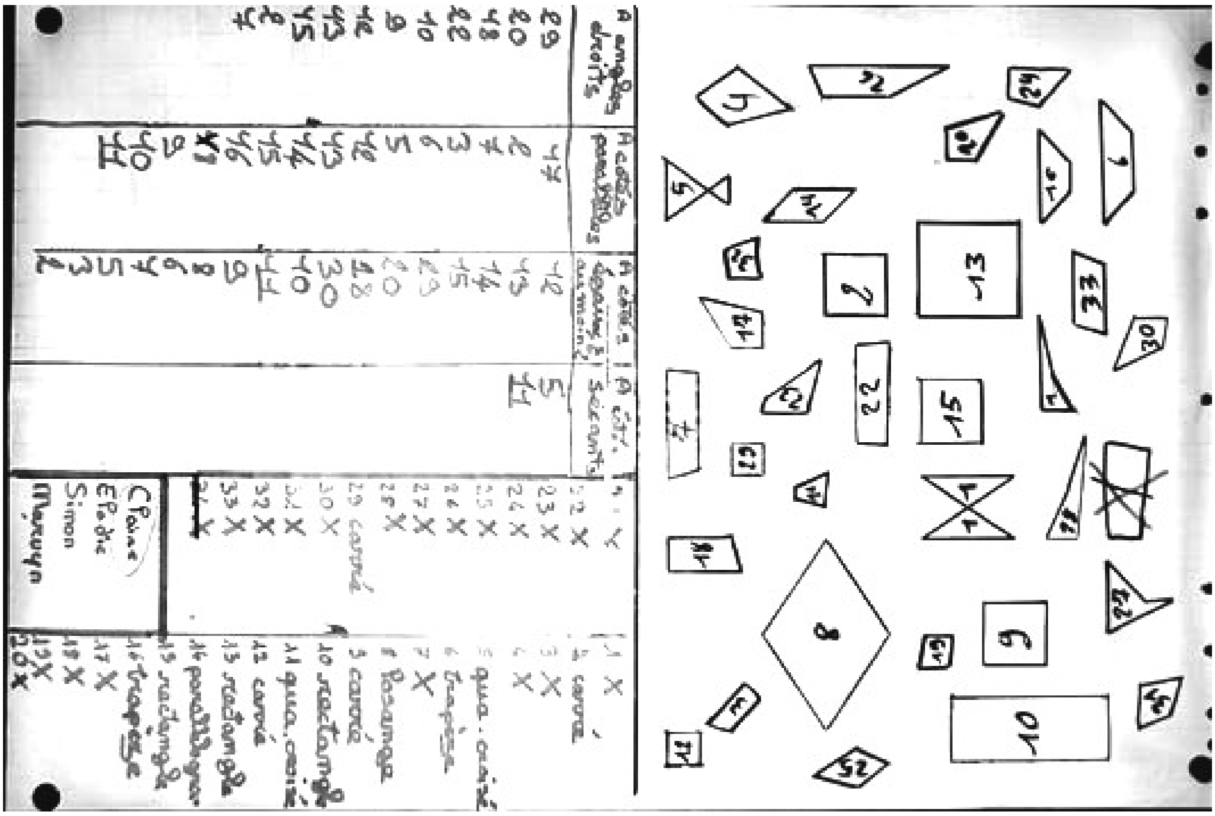
Angles droits	Pas angles droits
figures : n°3	n°1
n°16	n°2
n°19	n°4
n°21	n°5
	n°6
	n°7
	n°8
	n°9
	n°10
	n°11
	n°12
	n°13
	n°14
	n°15
	n°17
	n°18
	n°20
	n°22
	n°23
	n°24
	n°25
	n°26
	n°27

Annexe 1-4

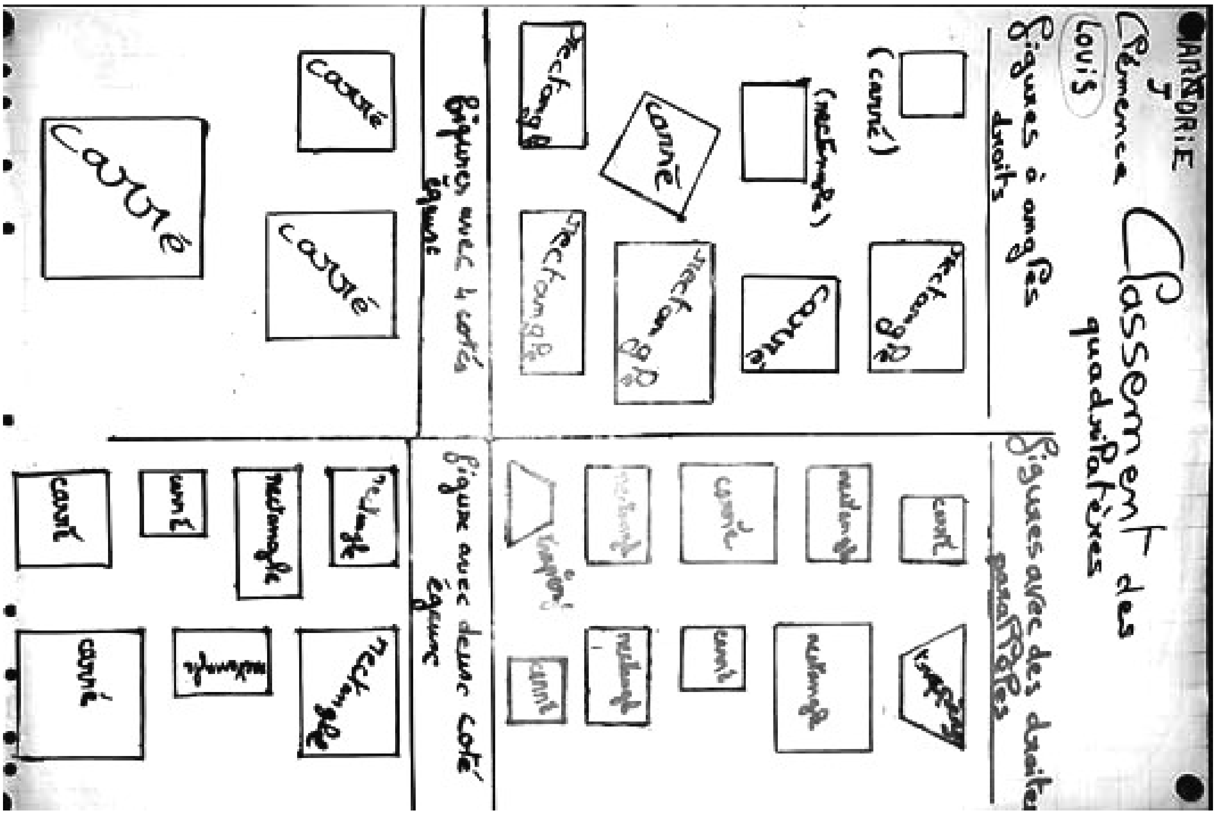
	avec angle droit	en parallèle	quadrilatère [illegible]	[illegible]
1			α	
2			α	
3			α	
4			α	
5			α	
6			α	
7			α	
8			α	
9		α	α	
10		α	α	
11			α	
12	α		α	
13			α	
14		α	α	
15			α	
16	α		α	
17			α	
18	α		α	
19			α	
20		α	α	
21			α	
22				
23		[illegible]	α	
24	α	α		α
25	α	α		α
26			α	
27	α		α	
28			α	
29			α	
30	α		α	

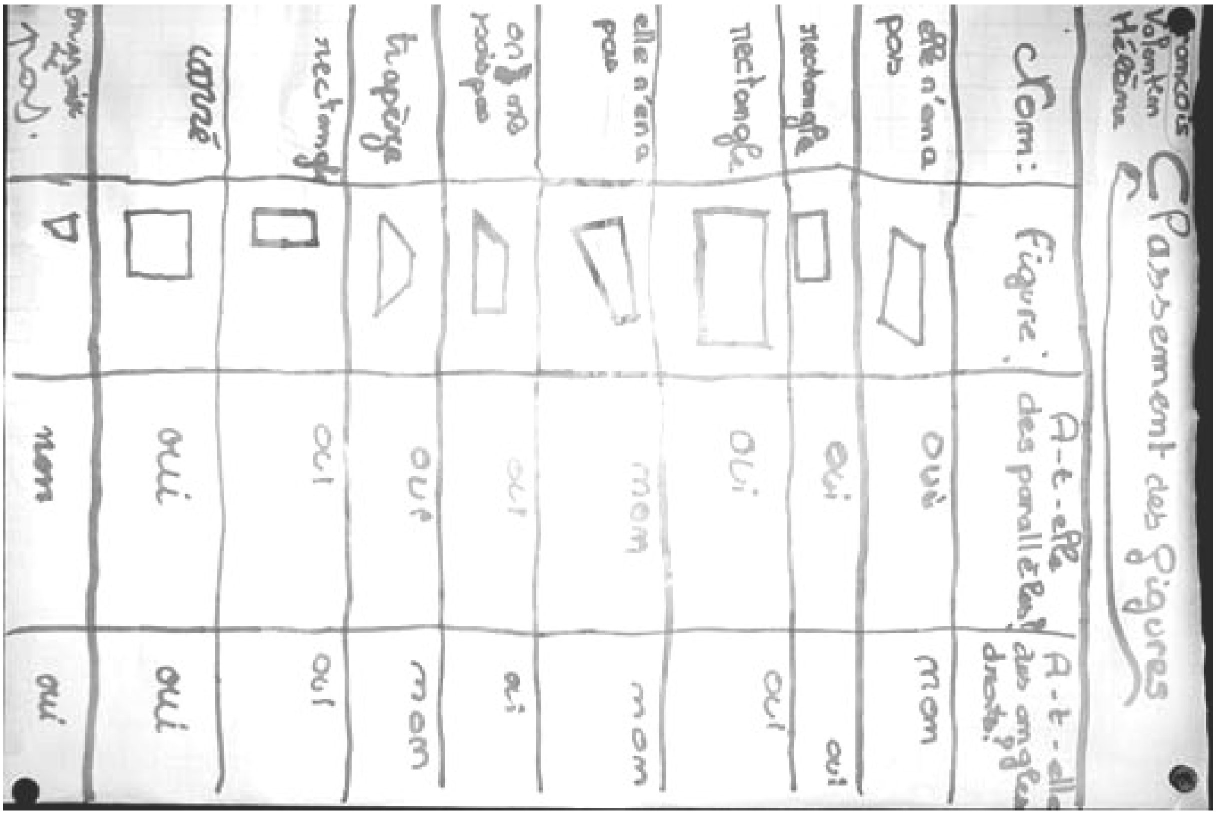
Annexe 2-1


Feuille du groupe
Figures :
Classement des Figures :
Plusieurs angles droits
Pas angle droit
Poubelle

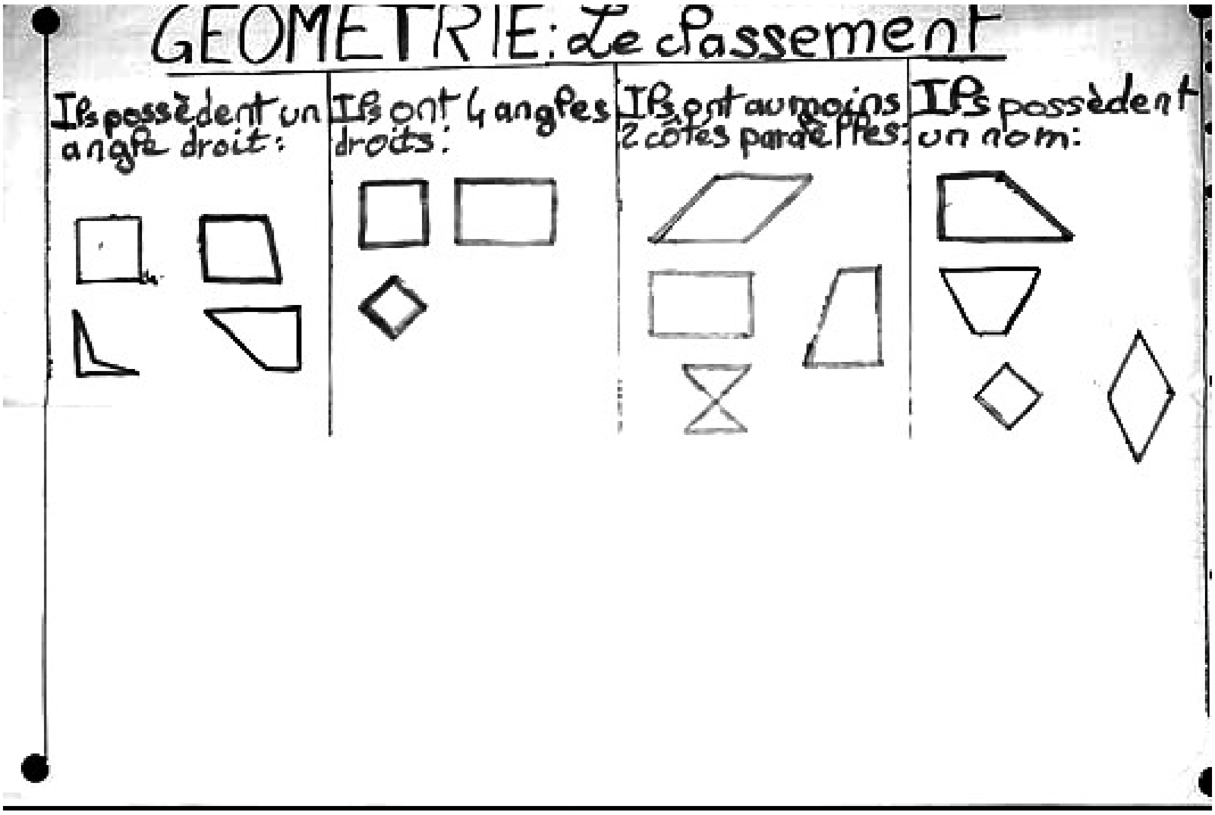


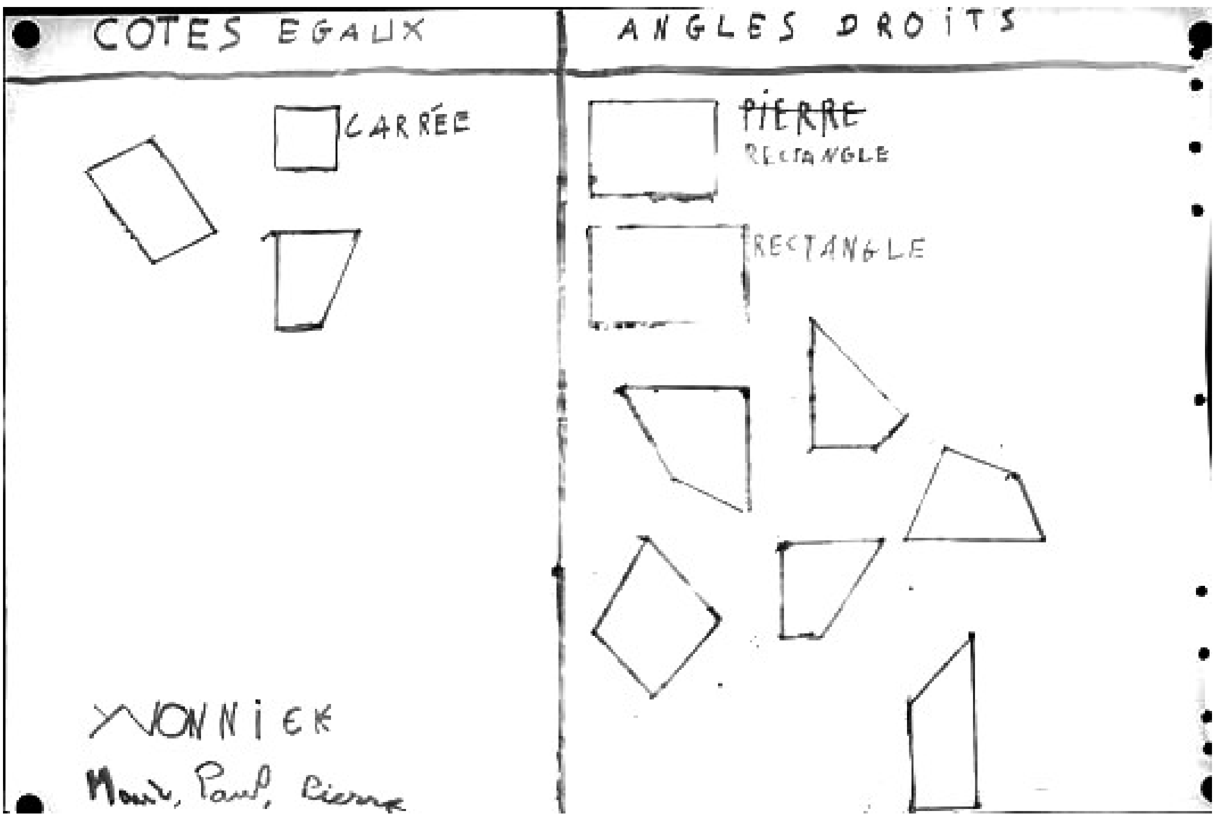
Annexe 2-2


Clémence
Louis
Classement des quadrilatères
figures à angles droits
figures avec des droites parallèles
figures avec 4 côtés égaux
figure avec deux côté égaux
carré
rectangle
trapèze

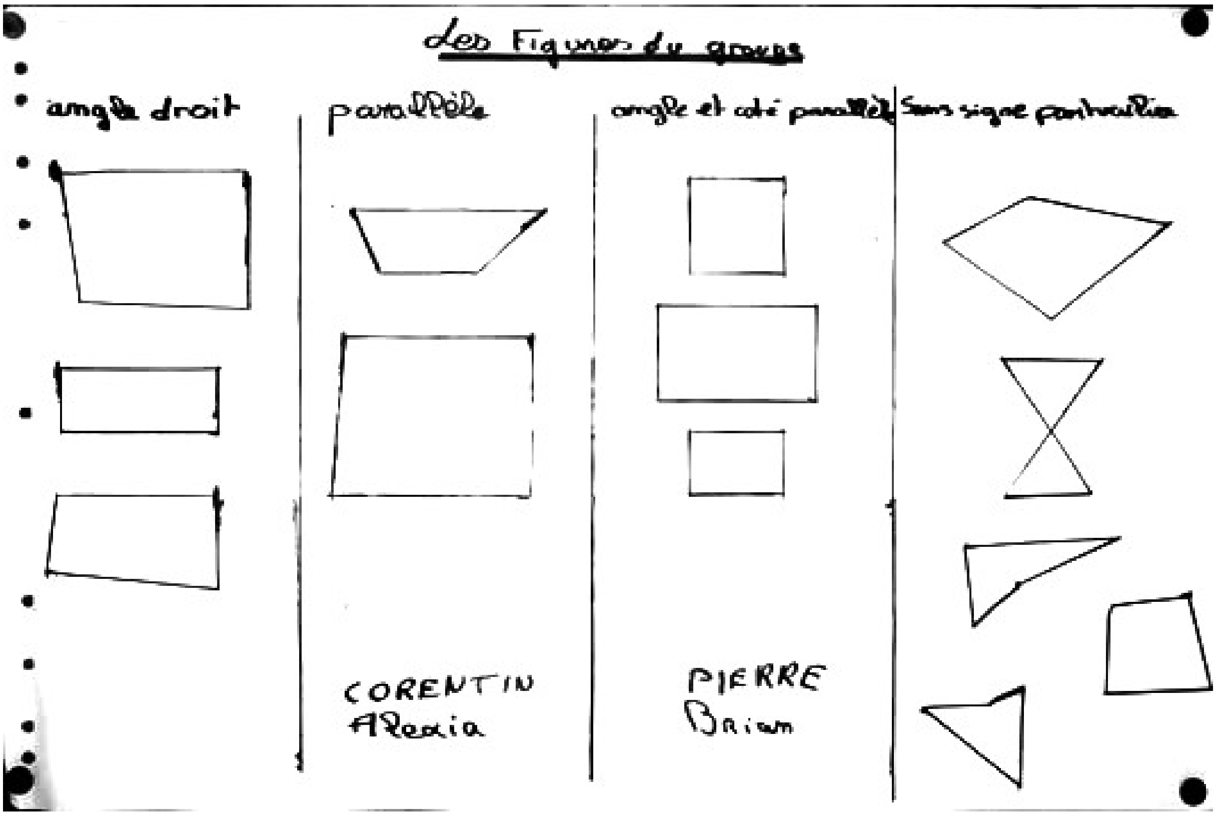

Classement des figures
Nom:
figure
A-t-elle des parallèles?
A-t-elle des angles droits?
carré
rectangle
trapèze
oui

Annexe 2-3


GEOMETRIE: Le classement
Ils possèdent un angle droit:
Ils ont 4 angles droits:
Ils ont au moins 2 côtes parallèles:
Ils possèdent un nom:


COTES EGAUX
ANGLES DROITS
CARRÉE
~~PIERRE~~
RECTANGLE
RECTANGLE

Annexe 2-4



Les Figures du groupe
angle droit
parallèle
angle et coté parallèle
Sans signe particulier
CORENTIN
Alexia
PIERRE
Brian

NOTION DE CERCLE

A partir du travail sur les médiatrices et le cercle circonscrit à un triangle, en cinquième, nous avons à plusieurs reprises, fait le constat que les difficultés que pouvaient avoir les élèves étaient fréquemment liées au fait qu'ils ne voyaient pas le cercle comme formé de points équidistants du centre. Il nous a donc semblé judicieux de faire ce travail en sixième, avant de travailler sur la longueur du cercle.
L'utilisation de l'outil « distance ou longueur » pour placer des points à une distance donnée du centre (ce qui n'est pas toujours évident !) nous semble donner plus de poids à l'expression « même distance du centre ».

Niveau :

Sixième

Objectifs :

- faire (re)découvrir que tous les points d'un cercle sont à la même distance du centre
- faire prendre conscience que le cercle est formé d'une infinité de points
- initier à des caractéristiques des objets géométriques : absence d'épaisseur, de surface, d'un point, d'une droite, etc.
- voir (ou revoir) le vocabulaire associé au cercle : centre, rayon, diamètre, corde
- définir le disque
- faire (re) découvrir que le diamètre est la plus grande des cordes
- faire découvrir l'outil « distance ou longueur »
- faire découvrir l'outil « texte ».

Prérequis :

- avoir déjà manipulé le logiciel
- savoir imprimer.

Déroulement :

Première partie

Le professeur donne la consigne :

« Place un point O. Utilise l'outil « distance ou longueur » pour placer un point A à 7 cm du point O.
Place les points B, C, D, E, F et G, eux aussi à 7 cm du point O.
Que remarques-tu ?
Imprime ta feuille, que je ramasserai ; tu répondras dessus à la question suivante.
Peux-tu placer une infinité de points à 7 cm du point O ? Explique ta réponse. »

Le professeur photocopie sur transparents quelques productions d'élèves pour alimenter le débat. Le bilan en classe entière mettra en évidence que le cercle de rayon 7 cm est formé des points situés à 7 cm du centre et qu'il y en a une infinité.

Lors de l’institutionnalisation des notions concernant le cercle et le disque, le professeur pourra utiliser Cabri-Géomètre II vidéoprojeté pour montrer

- que le diamètre est la plus grande des cordes
- la différence entre cercle et disque, en terme de distance au centre.

Compte-rendu d'expérimentation

Selon le travail fait en primaire, les élèves remarquent plus ou moins facilement que les points B, C, D, E, F et G sont sur un cercle. Mais, même quand ils y pensent assez vite, les réponses d'un nombre important d'élèves à la question

« Peux-tu placer une infinité de points à 7 cm du point O ? Explique ta réponse. »

sont significatives de leurs représentations du point, de la ligne, etc.

Trois exemples de réponses :

Non car les points s'entasseront et formeront un cercle.

Non, parce qu'un moment, il n'y aura plus de place.

non on ne peut pas faire une infinité de point car on passerai sur les autres points du cercle.

Il y a évidemment là une occasion de revenir sur ces notions à la suite d'un débat dans la classe.

Place un point O. Utilise l'outil « distance ou longueur » pour placer un point A à 7 cm du point O.
Place les points B, C, D, E, F et G, eux aussi à 7 cm du point O.

Que remarques-tu ?

Imprime ta feuille, que je ramasserai ; tu répondras dessus à la question suivante.

Peux-tu placer une infinité de points à 7 cm du point O ? Explique ta réponse.

Place un point O. Utilise l'outil « distance ou longueur » pour placer un point A à 7 cm du point O.
Place les points B, C, D, E, F et G, eux aussi à 7 cm du point O.

Que remarques-tu ?

Imprime ta feuille, que je ramasserai ; tu répondras dessus à la question suivante.

Peux-tu placer une infinité de points à 7 cm du point O ? Explique ta réponse.

Place un point O. Utilise l'outil « distance ou longueur » pour placer un point A à 7 cm du point O.
Place les points B, C, D, E, F et G, eux aussi à 7 cm du point O.

Que remarques-tu ?

Imprime ta feuille, que je ramasserai ; tu répondras dessus à la question suivante.

Peux-tu placer une infinité de points à 7 cm du point O ? Explique ta réponse.

Place un point O. Utilise l'outil « distance ou longueur » pour placer un point A à 7 cm du point O.
Place les points B, C, D, E, F et G, eux aussi à 7 cm du point O.

Que remarques-tu ?

Imprime ta feuille, que je ramasserai ; tu répondras dessus à la question suivante.

Peux-tu placer une infinité de points à 7 cm du point O ? Explique ta réponse.

Place un point O. Utilise l'outil « distance ou longueur » pour placer un point A à 7 cm du point O.
Place les points B, C, D, E, F et G, eux aussi à 7 cm du point O.

Que remarques-tu ?

Imprime ta feuille, que je ramasserai ; tu répondras dessus à la question suivante.

Peux-tu placer une infinité de points à 7 cm du point O ? Explique ta réponse.

AIRES ET PERIMETRES – NOTIONS

Nombre d'élèves de sixième confondent les formules d'aire et de périmètre du rectangle, confusion qui est fréquemment révélatrice d'une confusion sur les notions elles-mêmes. En particulier, cette confusion se manifeste par la « propriété-élève » bien enracinée : c'est la figure dont l'aire est la plus grande qui a le plus grand périmètre.
Aussi il a été fait le choix de travailler en même temps les deux notions pour que les élèves réalisent leurs différences, et de le faire avant tout travail sur les formules d'aire.
Grâce à sa facilité pour créer et pour modifier très rapidement des polygones dont les sommets sont sur les noeuds d'un quadrillage, l'utilisation de Cabri-Géomètre est une alternative intéressante à celle de papier pointé ou de support du genre « planche à clous » où les polygones sont figurés par des élastiques (cf. « Enseigner les mathématiques autrement en sixième – IREM des Pays de la Loire – 1997)

Niveau :

Sixième

Objectifs :

- travailler sur les notions d'aire et de périmètre
- revenir sur le fait que la diagonale d'un carré est plus grande que son côté
- utiliser une unité quelconque d'aire ou de longueur
- faire constater que des figures de même aire n'ont généralement pas le même périmètre, que des figures de même périmètre n'ont généralement pas la même aire
- découvrir les outils « montrer les axes » et « grille »

Prérequis :

- avoir déjà manipulé le logiciel
- savoir utiliser l'outil « polygone »
- savoir utiliser l'outil « texte »
- savoir imprimer

Déroulement :

La consigne est distribuée aux élèves :

« Dans le dernier menu déroulant, choisit la commande « montrer les axes » puis la commande « grille » et clique sur l'un des axes. Une grille apparaît sur l'écran.
Dans chacune des quatre zones délimitées par les axes, place un polygone (triangle, quadrilatère, pentagone et hexagone) en utilisant les points de la grille comme sommets.
En déplaçant les sommets, obtiens des figures d'aire 6, l'unité d'aire étant l'aire d'un carreau.
Imprime ton travail »

Remarque : certains élèves peuvent utiliser l'outil « aire » du logiciel pour obtenir des figures d'aire 6, dans la mesure où, même s'ils ne l'ont jamais utilisé, ils ont acquis une habitude suffisante du logiciel pour ne pas hésiter à tout essayer. Quand c'est le cas, le professeur leur demande

> *« Comment peux-tu justifier que les figures sont bien d'aire 6, sans utiliser l'outil « aire » ? »*

pour les obliger à revenir sur le comptage et donc la notion d'aire elle-même. Les élèves écrivent leur réponse sur l'écran avec l'outil « texte ».

Une fois ces quatre figures tracées, la question est ensuite posée oralement, à l'ensemble de la classe, pour une réponse rapide :

> *« Que penses-tu de leurs périmètres ? »*

Le professeur fait le comptage des réponses et l'annonce à la classe : très majoritairement, les élèves pensent que les périmètres sont les mêmes.
Le professeur leur demande alors :

> *« Trouve une façon de vérifier ta réponse. Indique-la sur ta feuille. »*

Remarques :

1 – Suivant le type de salle multimédia, le déroulement peut être différent pour les deux questions précédentes. Quand la salle multimédia a un poste du professeur avec un système de gestion de la salle, la première des deux questions peut être posée individuellement aux élèves au fur et à mesure qu'ils terminent les aires, par message du professeur sur leur écran ; de même pour la deuxième question. Si la salle ne dispose pas d'un tel système, il vaut mieux qu'une séance se termine sur les aires et commencer la séance suivante avec la première question à toute la classe, avec relevé des réponses individuelles, puis la deuxième question pour vérifier leurs réponses a priori.

2 – Pour vérifier leur réponse, beaucoup d'élèves utilisent l'outil « distance ou longueur ». Quelques uns cependant comptent, souvent en comptant 1 aussi bien pour la diagonale du carreau que pour le côté…

La consigne suivante est donnée :

> *« Dessine deux figures de formes différentes ayant la même aire et le même périmètre. En utilisant l'outil « texte », indique l'aire et le périmètre.*
> *Imprime ton travail. »*

Les deux feuilles imprimées par les élèves sont ramassées.

Pour la synthèse en classe entière, le professeur a photocopié sur transparent quelques éléments des feuilles ramassées. La projection des transparents, avec manipulation éventuellement au vidéoprojecteur, permet de débattre :

- de la notion d'aire : le comptage d'aire unité
- de la notion de périmètre : la longueur du tour
- de la différence entre côté du carré et diagonale
- du constat que « Deux figures de même aire n'ont généralement pas le même périmètre »
- du constat que « Deux figures de même périmètre n'ont généralement pas la même aire », à partir de figures choisies dans les productions des élèves.

Dans le dernier menu déroulant, choisir la commande « montrer les axes » puis la commande « grille » et cliquer sur l'un des axes. Une grille apparaît sur l'écran.

Dans chacune des quatre zones délimitées par les axes, placer un polygone (triangle, quadrilatère, pentagone et hexagone) en utilisant les points de la grille comme sommets.

En déplaçant les sommets, obtenir des figures d'aire 6, l'unité d'aire étant l'aire d'un carreau.

Imprime ton travail.

Dessine deux figures de formes différentes ayant la même aire et le même périmètre. En utilisant l'outil « texte », indique l'aire et le périmètre.
Imprime ton travail.

Dans le dernier menu déroulant, choisir la commande « montrer les axes » puis la commande « grille » et cliquer sur l'un des axes. Une grille apparaît sur l'écran.

Dans chacune des quatre zones délimitées par les axes, placer un polygone (triangle, quadrilatère, pentagone et hexagone) en utilisant les points de la grille comme sommets.

En déplaçant les sommets, obtiens des figures d'aire 6, l'unité d'aire étant l'aire d'un carreau.

Imprime ton travail.

Dans le dernier menu déroulant, choisir la commande « montrer les axes » puis la commande « grille » et cliquer sur l'un des axes. Une grille apparaît sur l'écran.

Dans chacune des quatre zones délimitées par les axes, placer un polygone (triangle, quadrilatère, pentagone et hexagone) en utilisant les points de la grille comme sommets.

En déplaçant les sommets, obtiens des figures d'aire 6, l'unité d'aire étant l'aire d'un carreau.

Imprime ton travail.

Dans le dernier menu déroulant, choisir la commande « montrer les axes » puis la commande « grille » et cliquer sur l'un des axes. Une grille apparaît sur l'écran.

Dans chacune des quatre zones délimitées par les axes, placer un polygone (triangle, quadrilatère, pentagone et hexagone) en utilisant les points de la grille comme sommets.

En déplaçant les sommets, obtiens des figures d'aire 6, l'unité d'aire étant l'aire d'un carreau.

Imprime ton travail.

Dans le dernier menu déroulant, choisir la commande « montrer les axes » puis la commande « grille » et cliquer sur l'un des axes. Une grille apparaît sur l'écran.

Dans chacune des quatre zones délimitées par les axes, placer un polygone (triangle, quadrilatère, pentagone et hexagone) en utilisant les points de la grille comme sommets.

En déplaçant les sommets, obtiens des figures d'aire 6, l'unité d'aire étant l'aire d'un carreau.

Imprime ton travail.

Dans le dernier menu déroulant, choisir la commande « montrer les axes » puis la commande « grille » et cliquer sur l'un des axes. Une grille apparaît sur l'écran.

Dans chacune des quatre zones délimitées par les axes, placer un polygone (triangle, quadrilatère, pentagone et hexagone) en utilisant les points de la grille comme sommets.

En déplaçant les sommets, obtiens des figures d'aire 6, l'unité d'aire étant l'aire d'un carreau.

Imprime ton travail.

AIRES ET PERIMETRES – FORMULES

C’est encore la facilité pour créer des polygones à partir des points d’une grille qui fait l’intérêt du logiciel Cabri-Géomètre II dans cette activité.
Sur le plan mathématique, il s'agit d'abord de travailler sur l'aire du rectangle, dans la mesure où c'est à partir de cette aire que seront trouvées celles du carré, du triangle rectangle, losange, etc.
L’objectif est de (re)donner du sens à la formule de l’aire du rectangle en la faisant redécouvrir par les élèves. Il est en même temps l'occasion d’insister sur le fait qu’aucune formule n’est nécessaire pour le calcul du périmètre du rectangle, formule que les élèves confondent fréquemment avec celle de l’aire.

Niveau :

Sixième

Objectifs :

- faire découvrir (ou redécouvrir), en lui donnant du sens, la formule de l’aire du rectangle
- faire découvrir que quand le côté d'un carré est multiplié par 10, son aire est multipliée par 100
- revenir sur la notion de périmètre pour le rectangle : il est inutile de connaître une formule, comme pour tout figure polygonale
- revenir sur le fait qu'un carré est un rectangle à partir des formules d'aire
- faire découvrir, en leurs donnant du sens, les formules d’aires pour le triangle rectangle et le losange

Prérequis :

- avoir fait l’activité précédente « Aires et périmètres – Notions » (page 38)
- avoir déjà manipulé le logiciel
- savoir utiliser l’outil « polygone »
- savoir utiliser l’outil « texte »
- savoir utiliser les outils « montrer les axes » et « grille »
- savoir imprimer

Déroulement :

Dans cette activité, le professeur a supprimé du menu du logiciel les outils « aire » et « distance ou longueur » pour que les élèves restent sur le comptage et donner ainsi du sens à la formule, qui apparaît alors comme la possibilité d’éviter le comptage ou d’aller plus vite.

Première partie

La consigne est distribuée aux élèves :

« Fais apparaître les axes et les points de la grille.

Dessine 4 rectangles différents (outil « polygone ») dont les sommets sont des points *de la grille.*

L'unité d'aire étant l'aire d'un carreau et l'unité de longueur étant le côté d'un carreau, indique l'aire et le périmètre de chacun de ces rectangles.

Trouve le périmètre et l'aire d'un rectangle de 120 carreaux sur 80 carreaux.

Comment as-tu fait ? »

Remarques :

1 – La plupart des élèves essaie de tracer le rectangle de 120 carreaux sur 80 carreaux, certains abandonnent très rapidement, d'autres insistent.
2 – Certains tracent un rectangle de 12 carreaux sur 8 carreaux et multiplient par 10 le nombre de carreaux qu'ils trouvent.

Le bilan en classe entière permet

- de mettre en évidence le sens de la formule de l'aire du rectangle – ce qui est une (re)découverte pour un nombre significatif d'élèves qui s'aperçoivent que quand on multiplie le nombre de carreaux sur la longueur par le nombre de carreaux sur la largeur, on trouve le nombre de carreaux dans le rectangle – et de l'institutionnaliser
- de revenir sur le sens de « périmètre » et de montrer qu'il n'est pas nécessaire de retenir une formule pour cela, tout en validant les interventions des élèves qui remarquent qu'on peut doubler les longueurs et largeurs ou le demi-périmètre pour trouver le périmètre (ce qui permet de faire remarquer que $2 \times (L + l) = 2 \times L + 2 \times l$
- de faire remarquer que quand le côté d'un carré est multiplié par 10, son aire est multipliée par 100
- de généraliser la formule avec des nombres décimaux comme mesures des côtés du rectangle.

Deuxième partie

La consigne est distribuée aux élèves :

« Fais apparaître les axes et les points de la grille.

Dessine 4 triangles rectangles différents (outil « polygone ») dont les sommets sont des points de la grille.

L'unité d'aire étant l'aire d'un carreau, indique l'aire de chacun de ces triangles rectangles.

Trouve l'aire d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 110 carreaux et 90 carreaux.

Comment as-tu fait ?

Trouve la formule pour calculer l'aire d'un triangle rectangle, puis écris-la sous la forme d'une phrase. »

Le professeur relève des propositions d'élèves pour la formule et la phrase correspondante. La plupart fait référence au rectangle, à sa longueur, à sa largeur.
Le débat en classe entière se fait à partir de ces propositions, pour les vérifier dans un premier temps, puis pour s'en déconnecter en utilisant le vocabulaire propre au triangle rectangle « côtés de l'angle droit » au lieu de longueur et largeur. C'est là l'occasion d'un travail sur la langue et le vocabulaire mathématiques, dans une situation où les élèves,

pour mieux se comprendre, peuvent en percevoir l'utilité.

Troisième partie

La consigne est distribuée aux élèves :

> *« Fais apparaître les axes et les points de la grille.*
>
> *Dessine 4 losanges différents (outil « polygone ») dont les sommets sont des points de la grille.*
> *L'unité d'aire étant l'aire d'un carreau, indique l'aire de chacun de ces losanges.*
>
> *Trouve l'aire d'un losange dont les diagonales mesurent 120 carreaux et 90 carreaux.*
>
> *Comment as-tu fait ?*
>
> *Trouve la formule pour calculer l'aire d'un losange, puis écris-la sous la forme d'une phrase. »*

La plupart des élèves trouve la formule, mais ne l'exprime généralement pas en utilisant les diagonales du losange. En effet, la très grande majorité des élèves trouve l'aire du losange à partir de l'aire des quatre triangles rectangles.
La synthèse permet au professeur de mettre en évidence le calcul de l'aire du losange à partir du rectangle d'aire double, avec plusieurs objectifs :

- insister sur cette méthode que les élèves utilisent peu, qui peut permettre des calculs plus faciles et qui est plus performante pour calculer les aires d'autres figures : penser à intégrer une figure dans une figure plus grande
- institutionnaliser la formule en faisant comprendre que la formule de l'aire du losange s'écrit à partir de données du losange et non de celles des triangles rectangles du découpage.

Le professeur montrera évidemment aux élèves le passage de la formule obtenue à partir des triangles rectangles à celle obtenue avec les diagonales.

Première partie

Fais apparaître les axes et les points de la grille.
Dessine 4 rectangles différents (outil « polygone ») dont les sommets sont des points de la grille.
L'unité d'aire étant l'aire d'un carreau et l'unité de longueur étant le côté d'un carreau, indique l'aire et le périmètre de chacun de ces rectangles.

Trouve le périmètre et l'aire d'un rectangle de 120 carreaux sur 80 carreaux.

Comment as-tu fait ?

Deuxième partie

Fais apparaître les axes et les points de la grille.
Dessine 4 triangles rectangles différents (outil « polygone ») dont les sommets sont des points de la grille.
L'unité d'aire étant l'aire d'un carreau, indique l'aire de chacun de ces triangles rectangles.

Trouve l'aire d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 110 carreaux et 90 carreaux.

Comment as-tu fait ?

Trouve la formule pour calculer l’aire d’un triangle rectangle, puis écris-la sous la forme d’une phrase.

Troisième partie

Fais apparaître les axes et les points de la grille.
Dessine 4 losanges différents (outil « polygone ») dont les sommets sont des points de la grille.
L'unité d'aire étant l'aire d'un carreau, indique l'aire de chacun de ces losanges.

Trouve l'aire d'un losange dont les diagonales mesurent 120 carreaux et 90 carreaux.

Comment as-tu fait ?

Trouve la formule pour calculer l’aire d’un losange, puis écris-la sous la forme d’une phrase.

LONGUEUR DU CERCLE

Dans la première partie de cette activité, l'utilisation de l'imagiciel a l'intérêt de faire découvrir le cercle comme le cas limite d'une suite de polygones réguliers inscrits dans le cercle et ayant de plus en plus de côtés. La visualisation des périmètres correspondants avec le logiciel permet un constat impossible sur papier.
La deuxième partie porte sur la longueur du cercle elle-même. A l'école primaire, les élèves ont généralement fait rouler un disque sur une feuille de papier ou bien enroulé un ruban autour d'un disque, pour en trouver la longueur. Il ne nous a pas semblé intéressant de refaire cette activité en sixième. L'intérêt du logiciel, lui, est de visualiser le fait que plus le rayon d'un cercle est grand, plus son périmètre l'est aussi. Le relevé par les élèves des rayons et des périmètres correspondants va fournir des mesures suffisamment fiables pour percevoir la proportionnalité entre ces deux grandeurs.

Niveau :

Sixième

Objectifs :

- faire découvrir la proportionnalité entre la longueur du cercle et son rayon ou son diamètre
- faire découvrir le nombre π
- faire découvrir la formule pour calculer la longueur du cercle
- définir la valeur approchée, l'arrondi et la troncature
- faire découvrir l'outil « compas » et l'outil « polygone régulier »

Prérequis :

Avoir fait l'activité « Notion de cercle » (page 35).

Matériel :

Calculatrices pour les élèves

Déroulement :

Première partie

Le professeur distribue la première partie de la feuille élève :

« Trace un segment [AB] en haut de l'écran, affiche sa mesure et déplace A ou B pour que sa longueur soit 2,5 cm. Fixe-la en utilisant la commande « punaiser » pour fixer les points A et B.
Place quatre points, C, D, E et F, répartis sur l'écran.
Trace quatre cercles de centres C, D, E et F et de rayon AB à l'aide de la commande « compas » (pointer en C puis sur le segment [AB])
Dans un de ces cercles, inscris un polygone régulier de 6 côtés (hexagone régulier) à

l'aide de la commande « polygone régulier », son centre est le centre du cercle et ses sommets sont sur le cercle.
Fais apparaître le périmètre du polygone à l'aide de la fonction « distance et longueur ».
Même consigne pour un autre cercle dans lequel on inscrit un polygone régulier de 8 côtés (octogone régulier).
Même consigne pour un autre cercle dans lequel on inscrit un polygone régulier de 12 côtés (dodécagone régulier).

Si on augmentait le nombre de côtés des polygones réguliers, que se passerait-il ? »

Les réponses des élèves (voir en annexe, page 48) sont relevées pour permettre le débat lors du bilan qui suit :

- le périmètre augmente
- la comparaison avec le périmètre du quatrième cercle que l'on demande d'afficher (si les élèves ne l'ont pas déjà fait…) permet de constater qu'il s'en approche de plus en plus

Deuxième partie

La consigne est distribuée :

« Trace un segment [AB] dans le haut de l'écran, mesure-le et fixe cette longueur à 2 cm sans punaiser.
Place un point O. Trace le cercle (O ; AB). Fais apparaître son périmètre.
Puis fais varier la longueur AB et complète le tableau suivant :

Rayon (cm)	*2*	*2,5*	*3*	*3,5*	*4*	*4,5*	*5*	*5,5*	*6*	*6,5*	*7*
Diamètre (cm)											
Périmètre (cm)											

Écris tes remarques à partir du tableau. Tu peux éventuellement utiliser la calculatrice. »

Voir des travaux d'élèves en annexe, page 48

Le bilan permet :

- de préciser les méthodes trouvées par les élèves
- de mettre en évidence la proportionnalité du périmètre et du rayon ou du diamètre, à partir des différentes découvertes des élèves sur la proportionnalité
- de faire le lien entre le coefficient et les propriétés additives
- de montrer (ou de montrer à nouveau) que les mesures indiquées par le logiciel ne sont pas des valeurs exactes et que cela pose donc un problème aussi pour les valeurs calculées
- de découvrir le nombre π qui n'est pas un nombre décimal
- de travailler à nouveau sur nombre entier, nombre décimal
- définir la valeur approchée, l'arrondi et la troncature
- de faire découvrir la formule pour calculer la longueur du cercle

Première partie

Trace un segment [AB] en haut de l'écran, affiche sa mesure et déplace A ou B pour que sa longueur soit 2 cm. Fixe-la en utilisant la commande « punaiser » pour fixer les points A et B.
Place quatre points, C, D, E et F, répartis sur l'écran.
Trace quatre cercles de centres C, D, E et F et de rayon AB à l'aide de la commande « compas » (pointer en C puis sur le segment [AB])
Dans un de ces cercles, inscris un polygone régulier de 6 côtés (hexagone régulier) à l'aide de la commande « polygone régulier », son centre est le centre du cercle et ses sommets sont sur le cercle.

Fais apparaître le périmètre du polygone à l'aide de la fonction « distance et longueur ».

Même consigne pour un autre cercle dans lequel on inscrit un polygone régulier de 8 côtés (octogone régulier).

Même consigne pour un autre cercle dans lequel on inscrit un polygone régulier de 12 côtés (dodécagone régulier).

Si on augmentait le nombre de côtés des polygones réguliers, que se passerait-il ?

Deuxième partie

Trace un segment [AB] dans le haut de l'écran, mesure-le et fixe cette longueur à 2 cm sans punaiser.
Place un point O. Trace le cercle (O ; AB). Fais apparaître son périmètre.
Puis fais varier la longueur AB et complète le tableau suivant :

Rayon (cm)	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
Diamètre (cm)											
Périmètre (cm)											

Écris tes remarques à partir du tableau. Tu peux éventuellement utiliser la calculatrice.

Annexe

1 – Des réponses d'élèves à la consigne :

« Si on augmentait le nombre de côtés des polygones réguliers, que se passerait-il ? »

Si on augmentait le nombre de côtés du polygone le périmètre augmenterait trés peu.

Il se passerait que sa ferait un cercle et le périmètre deviendrait le même que le cercle.

Le périmètre de chaque polygone varie selon le nombre de sommet (6, 12, 18, 30, ...) qu'il comporte. plus il en a, plus le périmètre est important et plus ,il se rapproche du périmètre du cercle. Donc, à la fin nous ne veriions plus que le cercle. Le polygone serait sur le cercle.

2 – Des réponses d'élèves à la consigne :

« Écris tes remarques à partir du tableau. Tu peux éventuellement utiliser la calculatrice. »

Rayon (cm)	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
Diamètre (cm)	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Périmètre (cm)	12,59	15,71	18,86	21,99	25,14	28,28	31,42	34,56	37,76	40,85	43,98

Ecris tes remarques à partir du tableau. Tu peux éventuellement utiliser la calculatrice.

Le diamètre 2x la rayon. Pour le pèrimètre sa augmente de 3 en 3 (par exemple: 12,59 ; 15,71 ; 18,86 ; etc...)

Rayon (cm)	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
Diamètre (cm)	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Périmètre (cm)	12,57	15,71	18,85	21,99	25,13	28,27	31,42	34,58	37,71	40,85	44

Ecris tes remarques à partir du tableau. Tu peux éventuellement utiliser la calculatrice.

…and on agrandit un rayon de 0,5 cm, le périmètre augmente de 3,14 cm

Rayon (cm)	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
Diamètre (cm)	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Périmètre (cm)	12,57	15,72	18,85	21,99	25,13	28,28	31,42	34,56	37,70	40,85	44

Ecris tes remarques à partir du tableau. Tu peux éventuellement utiliser la calculatrice.

Entre chaque périmètre, il y a une longueur de 3,14 ou 3,15. Si l'on ~~ne~~ prenait pas en compte les nombres décimaux, on devrait multiplier le diamètre par 3. Ce qui donnerait le nombre entier de chaque périmètre.

SYMÉTRIE AXIALE

Les élèves ont vu la symétrie axiale à l'école primaire, surtout en utilisant le pliage ou le calque. L'imagiciel va leur permettre de la découvrir à nouveau grâce à une « boîte noire » qui masque l'axe de symétrie et les procédures que le logiciel utilise pour tracer le symétrique d'une figure par rapport à une droite. L'utilisation en même temps de la fonction « trace » du logiciel dans cette « boite noire » sera une aide à la conjecture pour aller vers les connaissances de sixième (construction du symétrique d'un point, médiatrice d'un segment).

Niveau :

Sixième

Objectifs :

- faire (re)découvrir la symétrie axiale
- faire retrouver l'existence de l'axe (ou des axes, éventuellement) de symétrie d'une figure
- faire découvrir sa position par rapport à deux points symétriques
- introduire la notion de médiatrice d'un segment

Prérequis :

- savoir ouvrir un fichier

Déroulement :

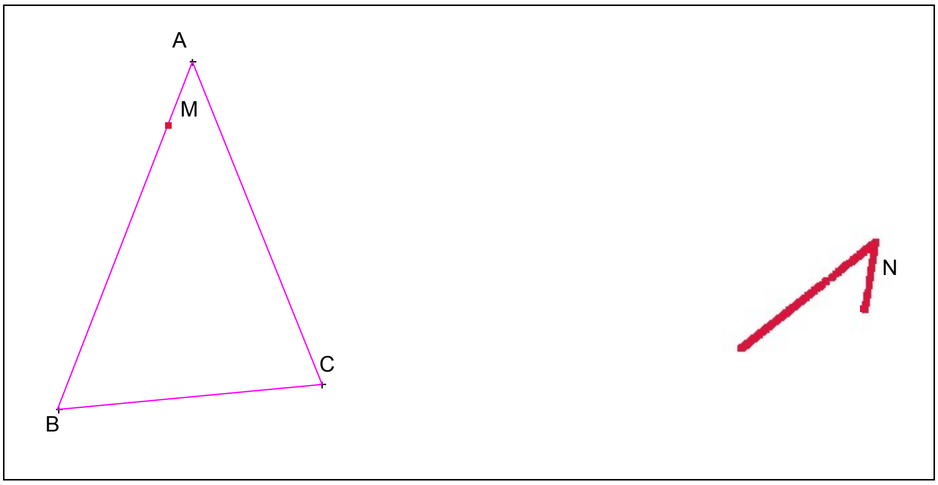
<u>Activité 1</u>

<u>*1ère séance, en salle multimédia (plus d'une heure)*</u>

La consigne (« Activité 1 – Première partie » de la feuille élève) est distribuée aux élèves :

> *« Ouvre le fichier « 6Bnoir_1.env » en double-cliquant dessus.*
> *Déplace le point M sur le triangle ABC et observe ce qui se passe pour le point N.*
> *Comment s'est construit le triangle qui est apparu ? Sois le plus précis possible dans tes explications.*
> *(Tu peux recommencer à déplacer le point M si tu en as besoin pour mieux comprendre ; pour cela clique d'abord sur « Tout redessiner » dans le menu « Édition ».) »*

Il s'agit d'un travail individuel, même si les élèves sont deux par poste.
Le fichier « 6Bnoir_1.env » (copie d'écran ci-après) est un fichier d'environnement (d'où son extension) : les outils « symétrie axiale », « symétrie centrale », « cacher/montrer » ont été retirés. Le déplacement du point M entraîne celui du point N qui laisse la trace de son déplacement.



Tous les élèves font la remarque que les deux triangles sont « pareils », ce qu'ils précisent en disant qu'ils ont la même forme et la même taille quand le professeur leur demande ce qu'ils entendent par « pareils ».

Mais le professeur attend d'autres remarques encore ! Alors des élèves en arrivent à dire qu'ils sont « comme dans un miroir » ou « le deuxième est comme le reflet du premier ».

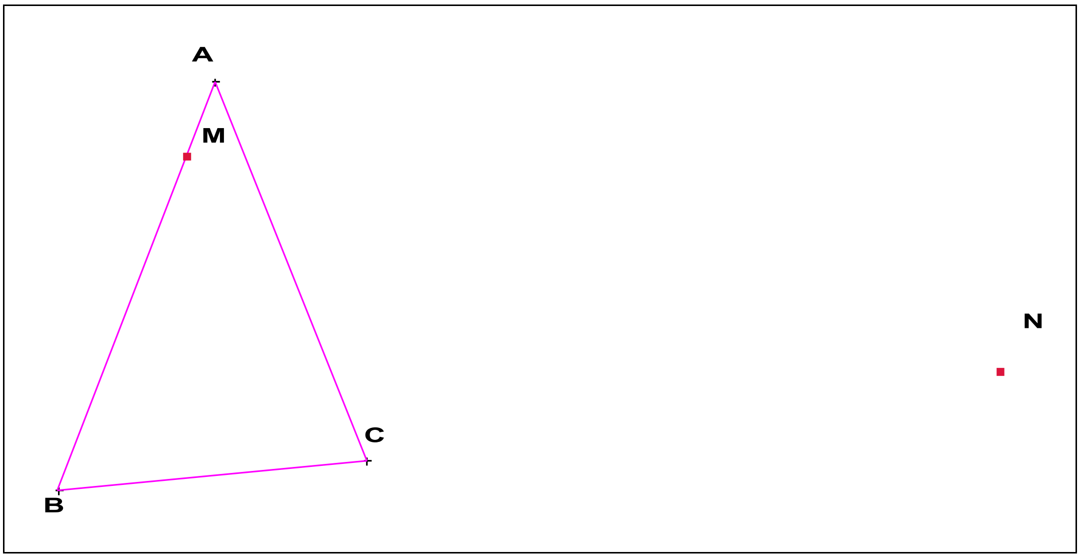
La consigne suivante est alors donnée :

« Que pourriez-vous tracer pour mettre en évidence ce que vous venez de dire ? »

Certains élèves tracent un « axe de symétrie » sur leur écran, aucun ne le construit ; d'autres joignent plusieurs couples de points symétriques. Une fois que ces deux propositions de tracés sont montrés à la classe, l'axe de symétrie fait l'unanimité et des élèves se souviennent de l'école primaire : « on pliait ! »

Le professeur distribue alors la deuxième partie de la feuille élève :

« Complète la figure ci-dessous en construisant l'axe de symétrie et le triangle que trace le point N quand le point M se déplace.
Tu peux faire des essais en utilisant Cabri-Géomètre II. »
Je ramasserai cette feuille quand tu auras terminé.



2ème séance, en salle de classe

La projection de quelques travaux d'élèves et le débat en classe entière doit permettre :

- de définir l'axe de symétrie par rapport à deux points symétriques l'un de l'autre et de donner l'expression « médiatrice d'un segment »
- de définir la symétrie axiale et le vocabulaire correspondant
- de faire l'inventaire des propriétés de figures symétriques par rapport à une droite utilisées en acte par les élèves pour tracer le triangle symétrique et de les valider.

Des exercices permettront ensuite aux élèves d'intégrer et de s'approprier ces nouvelles connaissances.

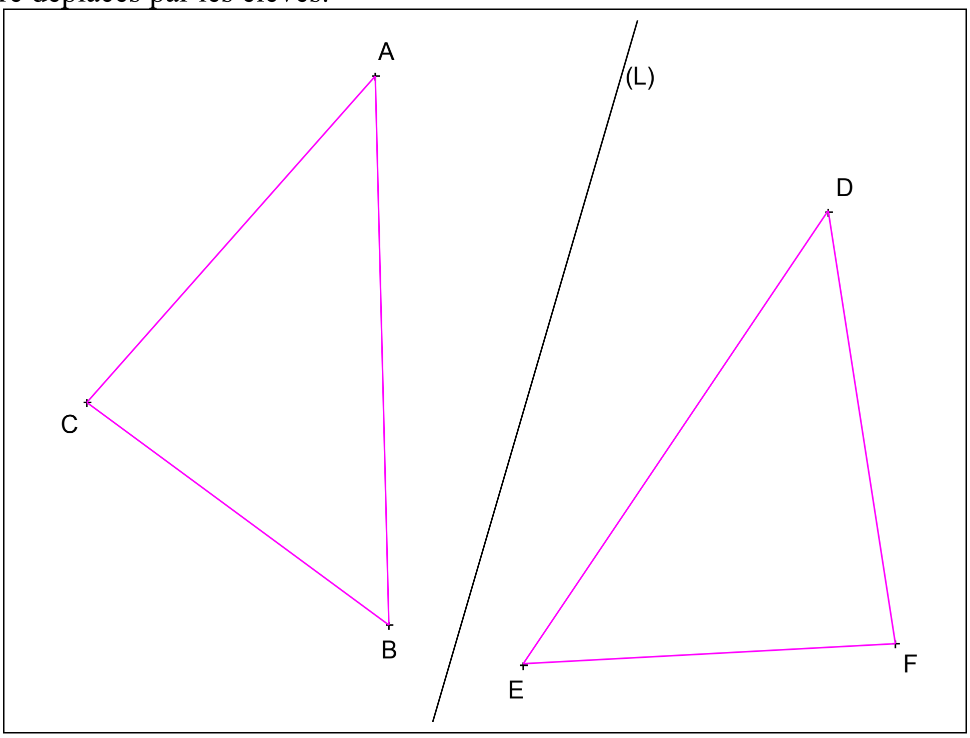
Activité 2

1ère séance, en salle multimédia

La consigne (Activité 2 de la feuille élève) est distribuée aux élèves :

> *« Ouvre le fichier « 6Triaxe.fig ». Les triangles ABC et DEF sont symétriques par rapport à la droite (L).*
> *Déplace les sommets du triangle ABC pour qu'il soit confondu avec son symétrique.*
> *Que remarques-tu alors ? Justifie tes remarques. »*

Dans le fichier ouvert (copie d'écran ci-dessous), le triangle DEF est construit comme symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (D). Les points A, B et C peuvent être déplacés par les élèves.



Le bilan en classe entière des remarques des élèves permet de :

- définir l'axe de symétrie d'une figure
- de mettre en évidence l'équidistance de tout point de l'axe de symétrie par rapport à deux points symétriques l'un de l'autre

- de caractériser le triangle isocèle comme un triangle qui a un axe de symétrie
- de justifier les propriétés correspondantes du triangle isocèle.

Les élèves ont ensuite à chercher d’autres figures ayant un ou plusieurs axes de symétrie. Ce travail commencé en classe peut se poursuivre à la maison.

Les productions des élèves (certains ont donné libre cours à leur imagination et ont tracé toutes sortes de polygones...) conduisent à deux bilans distincts.

Le premier concerne les figures du programme ayant un ou plusieurs axes de symétrie. Ce bilan, sous la forme d'un résumé photocopié, sera à rapprocher, en cinquième, d'un résumé équivalent pour le centre de symétrie.

Le deuxième permet, à partir du losange, du cerf-volant, du fer-de-lance et du triangle isocèle, de

- faire découvrir par les élèves des méthodes différentes de constructions de la médiatrice d'un segment
- faire vivre ainsi la propriété d'équidistance des points de la médiatrice d'un segment par rapport à ses extrémités
- donner en même temps du sens à la construction de la médiatrice d'un segment
- commencer à mettre en mots les propriétés et les propriétés caractéristiques de la médiatrice d'un segment.

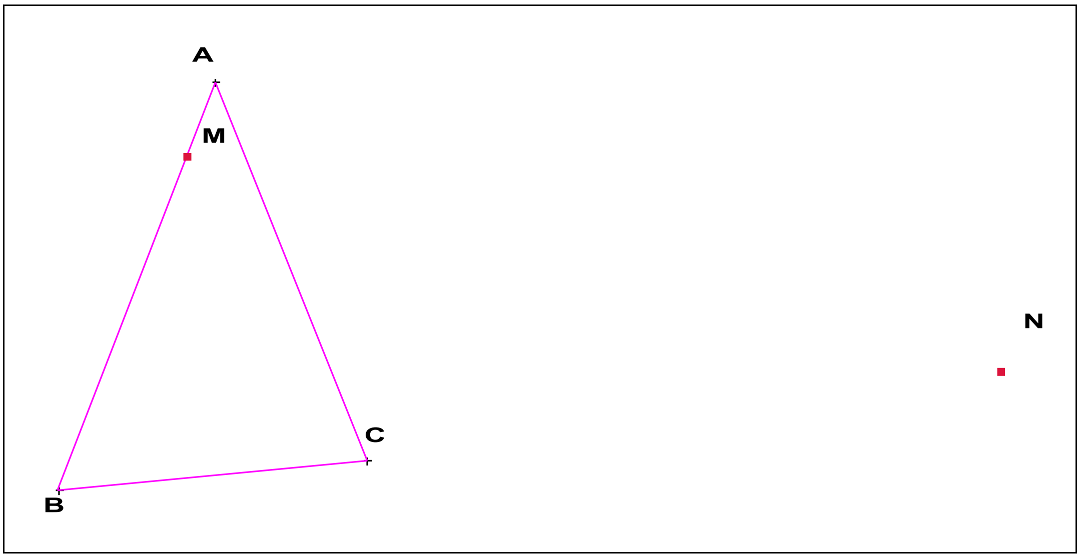
Activité 1 – <u>Première partie</u>

Ouvre le fichier « 6Bnoir_1.env » en double-cliquant dessus.
Déplace le point M sur le triangle ABC et observe ce qui se passe pour le point N.

Comment s'est construit le triangle qui est apparu ? Sois le plus précis possible dans tes explications.
(Tu peux recommencer à déplacer le point M si tu en as besoin pour mieux comprendre ; pour cela clique d'abord sur « Tout redessiner » dans le menu « Edition ».)

Activité 1 – <u>Deuxième partie</u>

Complète la figure ci-dessous en construisant l'axe de symétrie et le triangle que trace le point N quand le point M se déplace.
Tu peux faire des essais en utilisant Cabri-Géomètre II.
Je ramasserai cette feuille quand tu auras terminé.



Activité 2

Ouvre le fichier « 6Triaxe.fig ». Les triangles ABC et DEF sont symétriques par rapport à la droite (L).

Déplace les sommets du triangle ABC pour qu'il soit confondu avec son symétrique.

Que remarques-tu alors ? Justifie tes remarques.

ACTIVITÉS EN CINQUIÈME

Avertissement

Pour toutes les activités présentées ci-après, il est nécessaire de disposer d'une salle multimédia dans laquelle les élèves sont, au plus, deux par postes.

Mais il est aussi nécessaire, dans la salle de classe « normale » d'avoir :

- un ordinateur connecté à un vidéoprojecteur et disposant du même logiciel de géométrie dynamique et du même tableur que celui de la salle multimédia
- un rétroprojecteur, des feutres et des transparents

Cela ne sera pas rappelé pour chacune des activités décrites. Il sera en revanche précisé si du matériel supplémentaire est nécessaire.

ÉQUIDISTANCE ET MÉDIATRICE

Cette activité est un préalable nécessaire à l'activité « Point équidistant de trois points donnés » (page 63). Comme le précise le BO n°6 du 10 avril 2007, il est nécessaire de poursuivre en cinquième le travail commencé en sixième sur la médiatrice et sur « la caractérisation de ses points par la propriété d'équidistance ». Cette activité est l'occasion de conduire ce travail, tout en avançant dans la géométrie des propriétés. Elle est en même temps l'occasion d'un important travail sur le vocabulaire et les notations spécifiques aux mathématiques.
Il convient cependant de la faire suffisamment longtemps avant la suivante, afin que l'utilisation des médiatrices soit le résultat d'une réflexion et non d'une sorte de « réflexe conditionné ».
Dans la mesure où cette activité ne demande pas de connaissances très approfondies de Cabri-Géomètre II, elle a aussi l'intérêt de permettre d'intégrer dans une classe des élèves qui n'auraient pas manipuler le logiciel en 6ème, particulièrement dans le cas où les classes sont modifiées de la 6ème à la 5ème.

Niveau :

Cinquième

Objectifs :

- revenir sur ce qu'est la médiatrice d'un segment
- compléter éventuellement ses propriétés, suivant ce qui a été vu en sixième
- revenir sur le sens du verbe construire en mathématiques
- faire (re)découvrir, en acte, les propriétés caractéristiques de la médiatrice
- faire dire et écrire ces propriétés
- revenir sur ce qu'est le milieu d'un segment

Prérequis :

- il est préférable qu'au moins une partie de la classe ait utilisé Cabri-Géomètre II en 6ème

Déroulement :

1ère séance, en salle multimédia

La première partie de la feuille élève est distribuée.

« Tracez un segment [AB] de longueur 5 cm.
Placez les points M, N, P et Q à respectivement 6 cm, 3 cm, 8 cm et 2,5 cm de A et de B.
Qu'en pensez-vous ? Écrivez la (ou les) réponse(s) en utilisant l'outil texte.
Enregistrez votre travail dans Salle de classe\5A\Commun\Activité1 en donnant comme nom de fichier « deuxnomscollés_1 » (exemple : trucmachin_1).
Imprimez ensuite votre écran en cochant la case prévue pour que le nom du fichier apparaisse. Je ramasse cette feuille dès qu'elle est imprimée. »

En fonction des réactions qu'il observe chez les élèves, le professeur peut avoir à organiser un débat entre les élèves sur leur compréhension de la deuxième phrase de la consigne.

2ème séance, en salle de classe

Ayant examiné les productions des élèves qu'il a ramassées, le professeur en a sélectionnées et mises certaines sur transparents. Leur projection, dans un ordre choisi, permet d'engager le débat. L'utilisation conjointe de Cabri-Géomètre II vidéoprojeté, manipulé par les élèves ou le professeur, permet de valider ou d'invalider certains points qui apparaissent contestables dans les transparents ou à travers le débat.

Le débat permet de :

- confirmer qu'il est possible de placer chacun des points à la distance indiquée des deux extrémités du segment, en revenant ainsi sur la précision des mesures (des élèves disent que c'est impossible parce qu'ils n'arrivent pas à obtenir la même mesure au centième près)
- revenir sur le sens du mot « et »
- revenir sur ce qu'est le milieu d'un segment
- valider l'alignement des points
- rappeler ce qu'est la médiatrice d'un segment
- faire le bilan des propriétés de la médiatrice d'un segment
- institutionnaliser que « Tout point de la médiatrice d'un segment est équidistant des extrémités de ce segment ».

3ème séance, en salle de classe

La consigne de la deuxième partie est distribuée :

« Sur ton cahier, trace un segment [AB] de longueur 5 cm.
***Construis** les points M, N, P et Q à respectivement 6 cm, 3 cm, 8 cm et 2,5 cm de A et de B. »*

En fonction des méthodes qu'il aura repérées, le professeur fera un bilan pour :

- revenir sur le sens du verbe « construire » en géométrie
- faire l'inventaire des constructions possibles
- montrer l'équivalent sur Cabri-Géomètre II
- mettre en évidence les propriétés caractéristiques de la médiatrice d'un segment
- les faire dire et écrire.

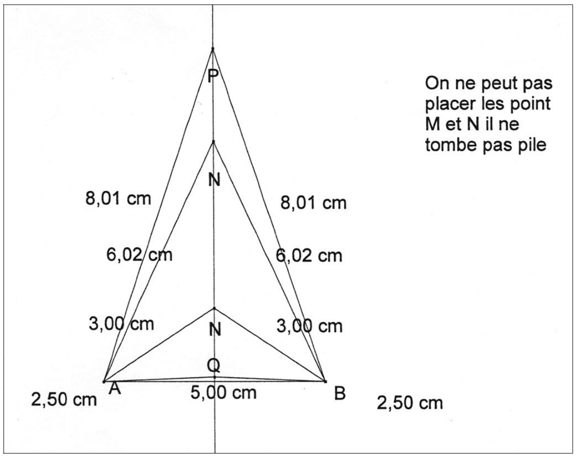
Comptes-rendus d'expérimentations

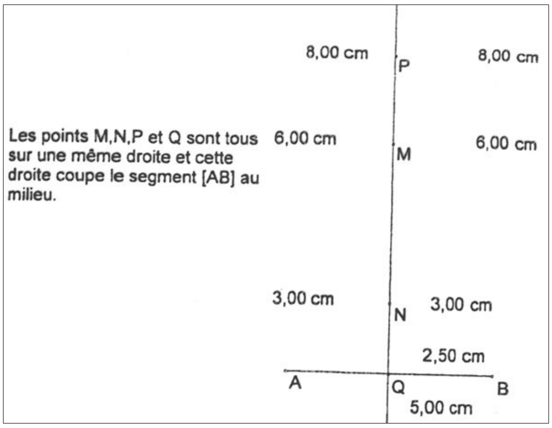
Lors des premières expérimentations (voir des exemples de productions d'élèves page suivante) de cette activité dans 4 classes (de deux collèges différents), il est apparu dans la première partie que :

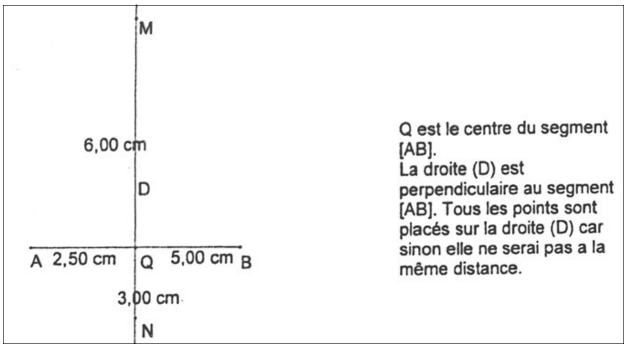
- pratiquement tous les élèves ont, comme nous l'avions prévu, utilisé une méthode par tâtonnement, en utilisant l'outil « distance »
- des élèves croient toujours à « l'exactitude » des mesures affichées par le logiciel
- très peu précisent que le point Q est le milieu du segment [AB]
- très peu parlent de médiatrices ou d'axe de symétrie ; cette « connaissance » de sixième n'est pas réellement disponible
- peu d'élèves constatent l'alignement des points

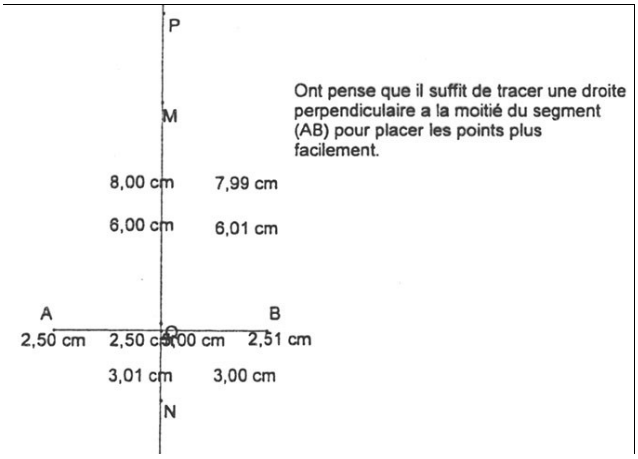
- des élèves écrivent que la droite est perpendiculaire au segment, d'autres qu'elle passe par le milieu du segment, mais très peu écrivent les deux remarques (Cette « vision » partielle de la médiatrice explique leurs difficultés ensuite dans les démonstrations concernant la médiatrice !)
- des élèves ont l'intuition de l'alignement des points avant de les avoir placés (ou après en avoir placé un ou deux seulement) et utilisent cet alignement pour les placer « plus facilement »
- un travail important est nécessaire sur le vocabulaire spécifique (milieu, moitié, centre, être à la même distance, être à la distance de..., équidistance, etc), ainsi que sur les notations, d'autant plus quand c'est le premier travail de géométrie de l'année.

Des exemples de productions d'élèves









Dans les premières expérimentations, la première partie de l'activité comportait une deuxième question, qui était distribuée après que les productions des élèves pour la première question aient été ramassées :

> *« Dans le même fichier que pour la question 1, placez un point R sur la droite (MN).*
>
> *Qu'en-pensez-vous ? Écrivez la (ou les) réponse(s) en utilisant l'outil texte.*
>
> *Enregistrez votre travail.*
>
> *Imprimez ensuite votre écran en cochant la case prévue pour que le nom du fichier apparaisse. »*

L'objectif de cette question était d'arriver à : « Tout point de la médiatrice d'un segment est équidistant des extrémités de ce segment ». En fait, les élèves ont utilisé cette propriété « en acte » pour placer les points à égale distance de A et B et le débat a donc permis de faire la différence entre propriété directe et propriété réciproque. Cette question a donc été supprimée de la nouvelle version de l'activité.

Première partie

Tracez un segment [AB] de longueur 5 cm.
Placez les points M, N, P et Q à respectivement 6 cm, 3 cm, 8 cm et 2,5 cm de A et de B.

Qu'en pensez-vous ? Écrivez la (ou les) réponse(s) en utilisant l'outil texte.

Enregistrez votre travail dans Salle de classe\5A\Commun\Activité1 en donnant comme nom de fichier « deuxnomscollés_1 » (exemple : trucmachin_1).

Imprimez ensuite votre écran en cochant la case prévue pour que le nom du fichier apparaisse.

Deuxième partie

Sur ton cahier, trace un segment [AB] de longueur 5 cm.
Construis les points M, N, P et Q à respectivement 6 cm, 3 cm, 8 cm et 2,5 cm de A et de B.

Première partie

Tracez un segment [AB] de longueur 5 cm.
Placez les points M, N, P et Q à respectivement 6 cm, 3 cm, 8 cm et 2,5 cm de A et de B.

Qu'en pensez-vous ? Écrivez la (ou les) réponse(s) en utilisant l'outil texte.

Enregistrez votre travail dans Salle de classe\5A\Commun\Activité1 en donnant comme nom de fichier « deuxnomscollés_1 » (exemple : trucmachin_1).

Imprimez ensuite votre écran en cochant la case prévue pour que le nom du fichier apparaisse.

Deuxième partie

Sur ton cahier, trace un segment [AB] de longueur 5 cm.
Construis les points M, N, P et Q à respectivement 6 cm, 3 cm, 8 cm et 2,5 cm de A et de B.

Première partie

Tracez un segment [AB] de longueur 5 cm.
Placez les points M, N, P et Q à respectivement 6 cm, 3 cm, 8 cm et 2,5 cm de A et de B.

Qu'en pensez-vous ? Écrivez la (ou les) réponse(s) en utilisant l'outil texte.

Enregistrez votre travail dans Salle de classe\5A\Commun\Activité1 en donnant comme nom de fichier « deuxnomscollés_1 » (exemple : trucmachin_1).

Imprimez ensuite votre écran en cochant la case prévue pour que le nom du fichier apparaisse.

Deuxième partie

Sur ton cahier, trace un segment [AB] de longueur 5 cm.

Construis les points M, N, P et Q à respectivement 6 cm, 3 cm, 8 cm et 2,5 cm de A et de B.

POINT ÉQUIDISTANT DE TROIS POINTS DONNÉS

Cette activité est donnée suffisamment longtemps après la précédente « Équidistance et médiatrice » (page 57), pour éviter que les élèves utilisent la médiatrice « par conditionnement ».
Elle se déroule en deux parties.
La première partie amène à l'existence d'un point répondant à la consigne et à sa construction. Le logiciel, par le tâtonnement qu'il facilite, permet aux élèves de conjecturer cette existence, en même temps qu'il est une incitation à prouver, dans la mesure où l'imprécision des mesures laisse un doute.
La deuxième partie amène à la généralisation de cette existence. L'utilisation du logiciel conduit à une grande variété de cas différents, notamment les cas limites que nous n'aurions pas sur papier.
Les résultats dans cette activité peuvent être différents suivant la classe, mais toujours riches !
Cette situation nous semble assez caractéristique de l'enseignement par situations-problèmes : si l'activité a été créée pour atteindre un ou plusieurs objectifs, que l'enseignant ne doit pas perdre de vue, travailler en fonction des élèves et profiter de la richesse de leurs productions peut amener à des déroulements différents de l'activité elle-même ou de la progression initialement prévue.

Niveau :

Cinquième

Objectifs :

- réinvestir le sens du verbe construire en mathématique
- donner la possibilité d'utiliser Cabri-Géomètre comme outil de recherche pour découvrir les différents cas possibles
- revenir sur l'importance du codage des figures
- faire découvrir aux élèves la propriété du centre du cercle circonscrit à un triangle
- définir tout ou partie des droites remarquables du triangle et éventuellement le cas des triangles particuliers
- mettre en évidence la nécessité de prouver pour convaincre
- faire prendre conscience que les cas particuliers doivent être considérés parmi tous les cas possibles, mais en même temps qu'il faut s'en méfier pour ne pas généraliser de propriétés à partir d'eux
- faire (re)découvrir comment la déformation d'une figure permet de se rendre compte si une observation peut être générale ou non.

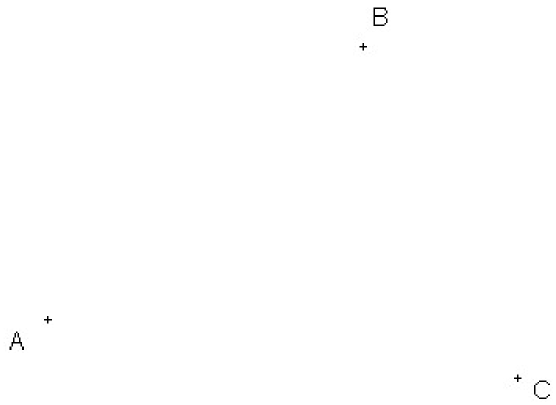
Prérequis :

- avoir utilisé Cabri-Géomètre en 6ème
- avoir vu la caractérisation des points de la médiatrice d'un segment par l'équidistance des extrémités du segment
- savoir construire la médiatrice d'un segment.

Déroulement :

1ère séance, en salle multimédia – Première partie

La première partie de la feuille élève 1 est distribuée.



> *« Peux-tu construire un point équidistant des points A, B et C ?*
> *Peux-tu en construire plusieurs ?*
>
> *Pour t'aider dans ta recherche, tu peux utiliser le fichier nommé « ABC » qui se trouve dans ta salle de classe ; pour l'ouvrir en ouvrant en même temps Cabri-Géomètre II, tu double-cliques dessus. »*

Il s'agit d'un travail individuel, même si les élèves sont deux par poste.
Le fichier « ABC » que les élèves ouvrent présente la même figure que celle de la feuille élève. Les points A, B et C ont été punaisés, dans la mesure où des élèves pourraient placer d'abord un point, puis les points A, B et C, équidistants du premier point choisi.

Suivant ce qu'il observe du travail des élèves, le professeur peut avoir à vérifier la compréhension de la première question de la consigne.

La première partie est ramassée.

2ème séance, en salle de classe

Pour préparer cette séance suivante, le professeur étudie les productions des élèves. Suivant leur nature, l'activité pourra connaître un déroulement différent. Plusieurs expérimentations (voir le bilan de ces expérimentations, pages 67 à 84) ont en effet montré que les productions des élèves pouvaient être différentes selon les classes, les élèves traçant quelquefois les différentes droites particulières du triangle, en plus de la médiatrice.
Le professeur projette des photocopies sur transparent de certaines productions de façon à susciter un débat en classe entière.

Dans tous les cas, le débat permet de mettre en évidence que, dans le cas donné,

- il y a un point équidistant des points A, B et C
- c'est en même temps le centre du cercle circonscrit au triangle
- c'est le point d'intersection des médiatrices du triangle ABC

et d’arriver ainsi à la propriété « Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point d’intersection des médiatrices ».
Avec la classe, le professeur démontre cette propriété.
Mais, en fonction des productions des élèves, le débat pourra aussi amener l'enseignant à nommer et à définir avec l'aide des élèves, les droites qu'ils auront tracer : médianes, hauteurs, bissectrices et médiatrices évidemment.

<u>*3ère séance, en salle multimédia – Deuxième partie*</u>

La <u>deuxième partie</u> de la <u>feuille élève 1</u> est distribuée.

> *« Ouvre Cabri-Géomètre II.*
> *Place trois points A, B et C.*
> *Construis le point M équidistant des points A, B et C.*
>
> *En déplaçant les points comme tu le veux, envisage des cas différents.*
>
> *Note tes remarques sur une feuille qui sera ramassée. Tu peux illustrer tes remarques par des dessins à main levée ou des constructions (pour les plus rapides).*
> *Le professeur ramasse les remarques des élèves. »*

<u>*4ème séance, en salle de classe*</u>

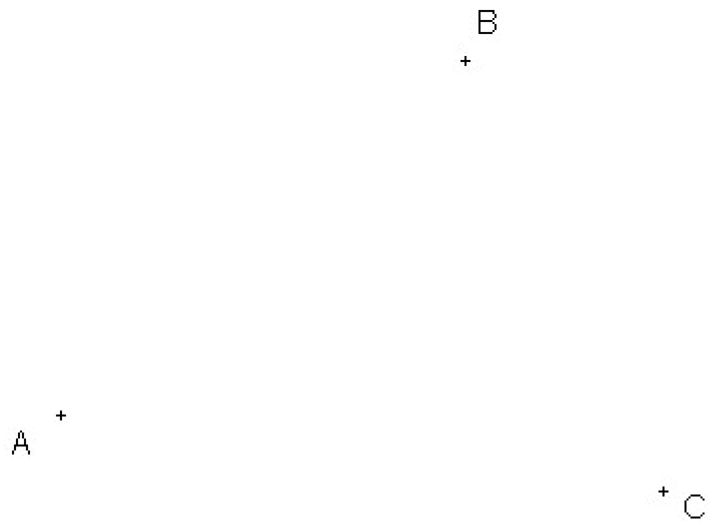
A partir de remarques notées par les élèves et mises sur transparent, le débat et le bilan en classe entière doit permettre :

- de rappeler qu’il suffit de deux médiatrices pour le construire
- d’institutionnaliser que le point équidistant des trois sommets d’un triangle existe toujours
- de mettre en évidence que le point est à l’extérieur du triangle quand il a un angle obtus
- de voir ce qu’il en est pour les triangles particuliers
- …

La distribution d'un résumé sur les médiatrices d'un triangle et le cercle circonscrit, un ou deux cours après, est l'occasion de bien mettre en évidence que c'était là son objectif.
Mais en fonction du travail des élèves, s'ils ont abordé des droites particulières du triangle, cette activité sera l'occasion de commencer une feuille « résumé » avec celles qu'ils auront trouvé.

Feuille élève

Première partie



Peux-tu construire un point équidistant des points A, B et C ?
Peux-tu en construire plusieurs ?

Pour t'aider dans ta recherche, tu peux utiliser le fichier nommé « ABC » qui se trouve dans ta salle de classe ; pour l'ouvrir en ouvrant en même temps Cabri-Géomètre II, tu double-cliques dessus.

Deuxième partie

Ouvre Cabri-Géomètre II.
Place trois points A, B et C.
Construis le point M équidistant des points A, B et C.

En déplaçant les points comme tu le veux, envisage des cas différents.
Note tes remarques sur une feuille qui sera ramassée. Tu peux illustrer tes remarques par des dessins à main levée ou des constructions (pour les plus rapides).

Bilan de l'activité « Point équidistant de trois points donnés »

L'activité a été testée dans quatre classes de cinquième de quatre collèges différents, dans trois cas avec Cabri-Géomètre II et dans un, avec Déclic.
Il nous a semblé intéressant d'en faire un bilan relativement détaillé, dans la mesure où l'examen des travaux d'élève lors de la première séance en salle multimédia a mis en évidence que cette activité pouvait permettre de viser plus d'objectifs que ceux que nous avions prévus, en particulier concernant les droites remarquables des triangles qui sont maintenant au programme de la cinquième (mais qui ne l'étaient pas lors des premières expérimentations).

1ère séance, en salle multimédia – Première partie

Dans les quatre classes, les élèves sont facilement entrés dans l'activité, utilisant le logiciel pour leurs recherches.
L'examen des productions écrites permet les constats suivants.

Classe A, sur 25 élèves

- 2 n'ont pas donné de réponse
- 4 ont placé un point à l'œil nu
- 6 ont tracé les 3 médiatrices
- 8 ont tracé les 3 médianes
- 4 ont tracé les 3 bissectrices
- 1 a placé les milieux des côtés
- aucun n'a tracé de cercle.

Classe B, sur 25 élèves,

- 2 n'ont pas donné de réponse
- 2 n'ont pas compris qu'il fallait un point équidistant de trois autres points
- 5 ont répondu que ce n'était pas possible, avec l'argument que la médiatrice de [BC] ne passait pas par A
- 9 ont répondu que c'était possible et ont produit une solution par tâtonnement plus ou moins direct
- 1 propose de tracer les médiatrices, mais a tracé une médiatrice et deux médianes
- 6 ont tracé les médiatrices, avec la règle et l'équerre. Parmi ceux-là, 2 ont utilisé le menu « médiatrice » et 4 avaient essayé de construire en utilisant l'intersection de cercle, sans réussir à donner le même rayon aux deux cercles (ils n'ont pas trouvé l'outil « compas »).

Classe C, sur 24 élèves,

- 6 élèves ne sont pas arrivés au bout de la recherche et n'ont pas trouvé un point (ou plusieurs) équidistant des trois sommets. Ils ont fait quelques tracés.
- 2 élèves ont tracé des cercles de centres les points A, B et C et passant par les deux autres points, soit 6 cercles. Ils ont répondu oui à la première consigne. Ils ont traité l'équidistance de deux points seulement.
- 1 élève a travaillé avec des perpendiculaires (hauteurs) et trouve des points « équidistants ».
- 1 élève a travaillé avec les bissectrices pour trouver un point « équidistant ».
- 2 élèves ont tracé des droites qui ressemblent à des médianes ou à des bissectrices sans coder.
- 3 élèves ont tracé des droites concourantes qui n'ont pas toutes les mêmes caractéristiques (pas toutes perpendiculaires à un côté ou passant par un sommet seulement).

- 7 élèves ont tracé des droites qui ressemblent à des médianes, dont un élève qui précise que ce sont des bissectrices (point à éclaircir avec codages !)
- 2 élèves ont tracé des médiatrices avec pour un des codages incomplets et pour l'autre, pas de point de concours car il n'a utilisé qu'un seul point équidistant des extrémités du segment.

Classe D, sur 20 élèves,

- 6 élèves n'ont rendu aucune réponse
- 2 élèves ont tracé les bissectrices
- 4 élèves ont tracé les médianes
- 6 élèves ont tracé les médiatrices
- 2 élèves ont pris les milieux des côtés puis ont tracé les médiatrices des côtés du triangle médian
- aucun élève n'a réinvesti les connaissances sur la médiatrice revues 15 jours avant. Les élèves qui ont tracé les médiatrices n'ont pas utilisé la propriété d'équidistance des extrémités du segment, le fait d'avoir des droites concourantes a été leur seule justification (comme pour les groupes qui ont tracé les bissectrices ou les médianes…).

Au vu de ces productions d'élèves, l'enseignant de la classe D a fait le choix de modifier le déroulement de l'activité pour y intégrer un point sur les droites remarquables du triangle. Les enseignants des autres classes ont fait eux le choix de continuer avec le même déroulement, avec l'intention de réutiliser ultérieurement les travaux d'élèves concernant les droites remarquables du triangle.

Classe D

2ème séance, en salle de classe

Cette séance a débuté par la projection des 4 différents cas obtenus lors de la séance précédente. Les remarques suivantes ont été faites :

- on obtient bien un point sur chaque dessin (droites concourantes) pourtant ce n'est manifestement pas le même
- comment vérifier lequel de ces points convient ? L'idée d'un cercle passant par les sommets du triangle est enfin apparue !
- les élèves ayant trouvé la bonne réponse ont-ils « mieux travaillé » que les autres sachant qu'ils ne peuvent pas justifier leur choix ? La seule façon de le savoir est d'amener les élèves concernés à expliquer comment ils s'y sont pris ou à justifier...

Les élèves tracent ensuite différents triangles avec suivant les cas, les médiatrices, les médianes, les bissectrices pour voir si on peut tracer ce cercle. Au cours du débat qui suit les points suivants sont abordés :

- le point obtenu en traçant les médiatrices semble convenir
- ceux obtenus avec les autres droites ne conviennent pas (enfin pas toujours puisque deux élèves ont tracé des triangles équilatéraux !).

Après un retour sur les propriétés de la médiatrice, la démonstration est faite par le professeur avec la classe.

Le point est fait sur les différents noms donnés aux droites tracées par les élèves et leurs définitions, notamment les médianes et sur la particularité du triangle équilatéral et du triangle isocèle.

3ème séance, en salle multimédia – Deuxième partie

Lors de cette séance les élèves sont de nouveau deux par ordinateur. Tous les élèves arrivent à construire relativement rapidement le cercle circonscrit au triangle, la moitié de la classe utilisant le menu médiatrice, l'autre en traçant les perpendiculaires passant par le milieu. Sur les 11 groupes, tous sont arrivés au constat correspondant à l'exigible : si on déplace un sommet du triangle, les droites passant par les milieux restent perpendiculaires et le point reste équidistant des sommets. 8 groupes sont allés au delà de ce constat. Le cas des médiatrices parallèles a été le premier remarqué, 2 groupes se sont arrêtés sur ce cas ne voyant pas ce qu'il pouvait y avoir comme autres particularités. Pour les autres, le cas du centre extérieur au triangle est remarqué ; 2 groupes ont noté le cas où le centre du cercle se trouve sur un côté du triangle.

Quatrième séance en salle de classe

La quatrième séance a lieu en salle de classe avec l'utilisation d'un vidéoprojecteur. La projection d'un cas où le centre du cercle circonscrit est à l'extérieur du triangle permet de lancer le débat, la question étant de savoir à quelle particularité du triangle cela correspond.
Des élèves suggèrent alors de faire apparaître sur la figure Cabri les mesures des longueurs des côtés du triangle et celles des angles, pour mieux voir si des côtés sont égaux ou la mesure des angles.
Cela permet de faire apparaître la position limite (cas du triangle rectangle).
La discussion porte ensuite sur la difficulté d'obtenir un angle d' exactement 90° et d'être sûr que dans ce cas là, le centre du cercle est effectivement au milieu d'un côté du triangle. En conclusion, même avec la précision du logiciel (par rapport à un dessin sur feuille) on ne peut pas apporter de preuve. Le professeur indique que cette preuve n'est pas au programme de la cinquième et sera faite en quatrième.
Un élève revient ensuite sur le cas des médiatrices parallèles, le problème étant pour certains élèves de savoir où est passé le cercle. Ce cas permet aussi d'évoquer le fait qu'avec le logiciel on peut faire apparaître certains cas particuliers que l'on n'aurait pas l'idée de tracer sur une feuille.
En fin de séance, les élèves construisent sur feuille le cercle circonscrit à un triangle dans deux cas : triangle avec trois angles aigus, triangle avec un angle obtus. C'est un objectif d'entraînement pour une construction qui pose souvent problème aux élèves dans le cas du triangle avec un angle obtus.

Classes A, B et C

Dans les trois classes, si les choix de déroulement faits par les enseignants ont été les mêmes, les vécus de classe eux, ont été différents. Les synthèses qui ont conclu la première partie de l'activité, en dehors des points qui en étaient les objectifs présentent donc aussi un certain nombre de différences. Les déroulements décrits dans les classes B et C illustreront ces différences.

Classe C

2ème séance, en salle de classe (plus d'une heure)

Les figures sélectionnées par le professeur (voir les annexes 1-1 à 1-3, pages 73 à 75) sont présentées pendant que les élèves prennent des notes sur chacune d'elles. Cette phase permet à chaque élève de prendre appui sur un écrit pour pouvoir parler. Le professeur lance le débat en interrogeant un élève, puis les autres réagissent.
Le débat permet de mettre en évidence que, dans le cas de figure donné,

- différentes droites sont tracées

- les élèves ont pour la plupart oublié des codages (comme sur Cabri)
- il a fallu faire un tri pour vérifier quelles étaient les bonnes réponses
- du vocabulaire est nécessaire pour en parler, ainsi que des expressions comme « perpendiculaire à... passant par... », etc
- il peut y avoir un point équidistant des points A, B et C
- c'est en même temps le centre du cercle circonscrit au triangle
- c'est le point d'intersection des médiatrices du triangle ABC.

et d'arriver ainsi à la propriété « Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point d'intersection des médiatrices ».

Il s'est avéré au terme de cette séance que, pour les élèves, la distinction entre les différentes droites remarquables du triangle est loin d'être immédiate. Lors des discussions en classe, des images mentales fausses assez fortes ressortent, liées aux sommets du triangle et aux milieux des côtés : pour nombre d'élèves, la médiatrice « devrait » passer par un sommet, la hauteur et la bissectrice « devraient » passer par le milieu du côté (peut-être est-ce dû à une fréquentation trop grande de triangles isocèles et équilatéraux...) ; du temps et des exercices d'application sont nécessaires pour casser ces représentations fausses.

3ème séance, en salle multimédia

La deuxième partie de la feuille élève 1 est distribuée.

Après lecture des travaux d'élèves qui ont été ramassés, on observe que sur les 24 élèves de la classe :

- 2 élèves n'ont pas réussi à dessiner correctement les médiatrices, et n'ont pas su répondre à la consigne avec Cabri
- 1 élève a vu que le point M peut bouger, mais n'a pas su le retranscrire sans erreurs
- 9 élèves ont répondu à la consigne en observant que le point M bouge quand on bouge les sommets du triangle, qu'il reste toujours à équidistance des trois points.
- 12 élèves ont observé et expliqué que :
  - ✗ si les trois points sont alignés alors les médiatrices deviennent parallèles et le point M n'existe plus
  - ✗ si on déplace les trois points alors le point M est à l'intérieur ou à l'extérieur du triangle sans faire de constats supplémentaires
  - ✗ on peut faire passer les médiatrices par un ou plusieurs sommets, sans préciser dans quel triangle (sauf un élève)
  - ✗ plusieurs élèves ont relevé le cas où le point M est sur un des côtés du triangle mais n'ont pas précisé la nature du triangle (sauf peut-être une élève dont l'écrit n'est pas clair).

Quatrième séance, en salle de classe

L'utilisation du vidéoprojecteur, manipulé par le professeur ou un élève, a permis :

- de mettre en évidence un aspect mal traité de la consigne : les élèves ont manipulé les points pour trouver différentes situations sans pour autant aller jusqu'à reconnaître les triangles particuliers ou au moins des caractéristiques géométriques de la figure (dans une classe, seuls deux élèves ont précisé ces triangles). Lors de prochaines passations, peut-être faudra-t-il redonner du temps aux élèves après une mise au point sur cet aspect de la compréhension de la consigne
- de montrer à tous les exemples des élèves qui ont trouvé des cas particuliers. En utilisant une propriété de la médiatrice d'un segment, on a pu justifier les cas du triangle isocèle et du triangle équilatéral. Le cas où le point équidistant est extérieur au triangle a été aussi constaté en mettant en évidence pour quelle sorte de triangle. De

même, la disparition du centre dans le cas où les point A, B et C sont alignés a été justifiée

- de faire remarquer, en mettant en évidence le travail de tel ou tel groupe, que le logiciel n'est pas seulement un outil pour aider à faire des dessins, mais qu'il permet d'aller plus loin dans la réflexion, de faire des conjectures et de les tester en déformant les dessins.

Classe B

2ème séance, en salle de classe (plus d'une heure)

Les dessins sélectionnées ont été projetées un par un (voir les annexes 1-4 à 1-6, pages 76 à 78). Ont donc été abordés, dans cet ordre,

- l'existence du point M
- le tâtonnement, plus ou moins déguisé, et ses limites
- les médiatrices des côtés du triangle.

A la question posée *« pourquoi les médiatrices ? »*, quatre élèves ont su, plus ou moins bien, mettre en avant l'équidistance. En utilisant le vidéoprojecteur et la première figure de l'annexe 1-4 (page 76), la démonstration a été faite avec la classe que le point de concours des médiatrices est équidistant des trois sommets d'un triangle. Quelques réactions de surprise se sont exprimées en constatant qu'il suffisait de l'intersection de deux médiatrices. Après le passage de l'équidistance au cercle, la propriété a été notée :
« Les médiatrices des côtés d'un triangle sont concourantes en un point qui est le centre du cercle circonscrit au triangle ».

3ème séance, en salle multimédia

La deuxième partie de la feuille élève 1 est distribuée, les élèves se mettent au travail.
Les trois-quarts d'entre eux ont utilisé l'outil « médiatrice », les autres la perpendiculaire au milieu pour la construction demandée.
A ceux qui avaient fini avant (pas plus d'un quart des élèves), le professeur a demandé de construire les médiatrice sans l'outil « médiatrice » ni l'outil « perpendiculaire ». Ils ont essayé de tracer des cercles de même rayon, sans succès. Deux ont alors essayé d'utiliser l'outil « compas », sans y parvenir non plus.
D'après les productions des élèves (des exemples en annexes 2-1 à 2-3, pages 79 à 81)

- 6 n'ont pas compris la consigne et ont refait la construction du point équidistant des trois sommets sans essayer de déplacer les sommets pour trouver des cas différents
- 3 ont fait des remarques sur ce qui se passait quand les points se superposaient et en sont restés là
- 9 ont constaté que le point M restait équidistant des sommets
- 3 ont remarqué qu'ils ne pouvaient pas bouger le point M ou les médiatrices des côtés
- 7 ont pensé à l'alignement des points, constatant, les uns ou les autres, que les médiatrices étaient alors parallèles, que « le point M n'est plus à l'intersection » ou que « il n'y a plus de point M »
- 6 ont mentionné que le point M pouvait être en dehors du triangle, mais sans en formuler la condition (un a noté que le point M était à l'intérieur, tant que le triangle était presque équilatéral
- 7 ont mentionné le triangle isocèle, avec 3 remarques sur une médiatrice axe de symétrie du triangle, 3 sur une médiatrice qui passe par un sommet, 1 sur M au milieu d'un côté (le triangle était isocèle rectangle, mais l'élève ne l'avait pas vu)
- 4 ont mentionné le triangle équilatéral, avec des remarques sur les trois médiatrices qui passent par les sommets ou axes de symétrie, sur le point M qui est « au centre »

du triangle
- 9 ont mentionné le triangle rectangle, avec 2 élèves qui remarquent que M est sur le côté, 4 qui remarquent que M est au milieu et 3 que deux médiatrices sont perpendiculaires.

Quatrième séance, en salle de classe

Les productions d'élèves sélectionnées, en annexes 2-4 à 2-6 pages 82 à 84, dans cet ordre, ont servi pour lancer le débat. Cabri-Géomètre II en vidéoprojection a permis d'illustrer tout ce qui était dit.

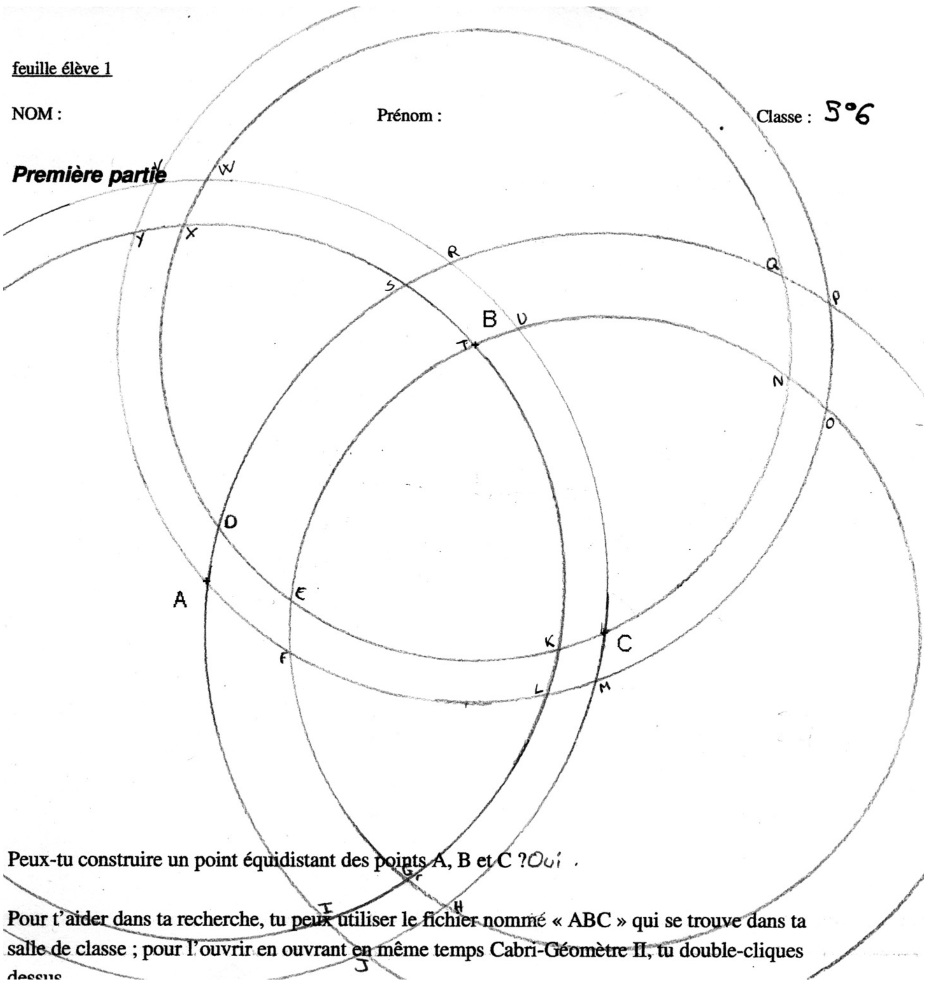
Le débat a permis

- d'abord de revenir sur la contrainte Cabri ; le point M, construit pour être équidistant des 3 points A, B et C, reste équidistant quand on bouge A, B ou C…
- de revenir sur les raisons qui font qu'on peut déplacer certains points et pas d'autres, ainsi que le parallèle avec la notion de construction en géométrie
- de mettre en évidence que le point M n'existait pas toujours, ce qui a été une vraie découverte pour certains
- de constater qu'il pouvait être extérieur au triangle. Les élèves ont longuement débattu de la condition pour que le point M soit extérieur : triangle « presque » équilatéral, ou « presque » rectangle isocèle ou isocèle avec un angle obtus, pour arriver finalement à la condition, l'utilisation de Cabri permettant de fournir chaque fois un contre-exemple
- de revenir ensuite sur ce qu'est un triangle isocèle, un triangle équilatéral et, en même temps, sur le codage, en faisant en même temps les constats correspondants pour les médiatrices
- de faire la différence entre médiatrice et médiane
- de voir que dans le cas du triangle rectangle, le point d'intersection des médiatrices est le milieu de l'hypoténuse et justifier que deux d'entre elles sont perpendiculaires.

Comme synthèse de ce travail, le professeur a demandé aux élèves d'établir la fiche d'identité du triangle isocèle, du triangle équilatéral, du triangle rectangle et du triangle isocèle rectangle, avec une figure codée (si possible) pour chaque « signe distinctif ». La fiche d'identité devait évidemment comprendre ce qui avait été vu sur les médiatrices. Le professeur a ensuite distribué comme résumé de cours, sa version de cette synthèse, réalisée à partir de ce qui a été validé dans les travaux des élèves. A ce résumé de cours s'ajoutait celui concernant le cercle circonscrit au triangle.

Annexe 1-1

1 –



feuille élève 1

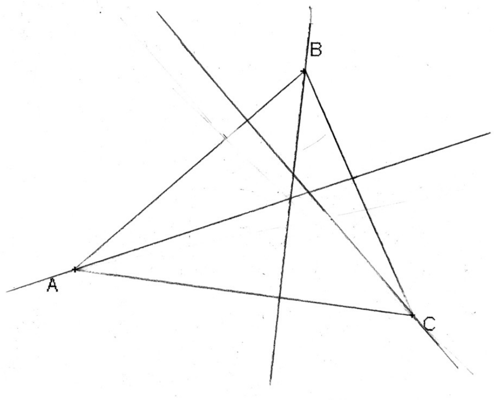
NOM : Prénom : Classe : 5°6

Première partie

Peux-tu construire un point équidistant des points A, B et C ? Oui .

Pour t'aider dans ta recherche, tu peux utiliser le fichier nommé « ABC » qui se trouve dans ta salle de classe ; pour l'ouvrir en ouvrant en même temps Cabri-Géomètre II, tu double-cliques dessus.

2 –

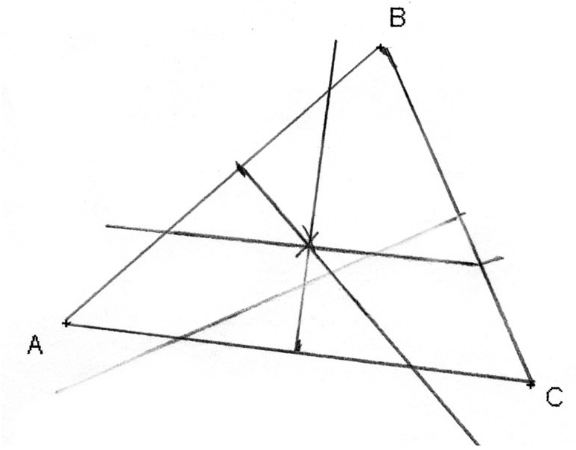


Peux-tu construire un point équidistant des points A, B et C ? oui . à l'infini sur chaque perpendiculaire. J'ai fait une perpendiculaire qui par du point A,B et C.

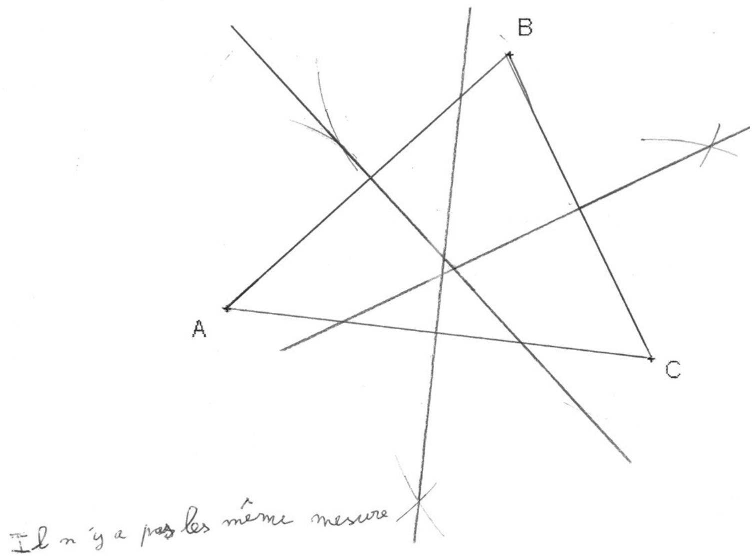
Pour t'aider dans ta recherche, tu peux utiliser le fichier nommé « ABC » qui se trouve dans ta salle de classe ; pour l'ouvrir en ouvrant en même temps Cabri-Géomètre II, tu double-cliques dessus.

Annexe 1-2

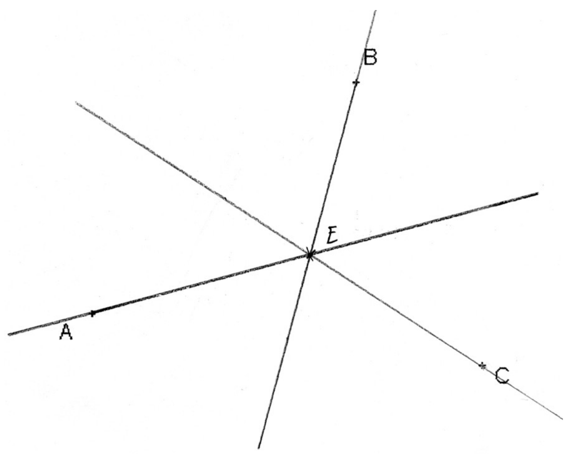
3 –



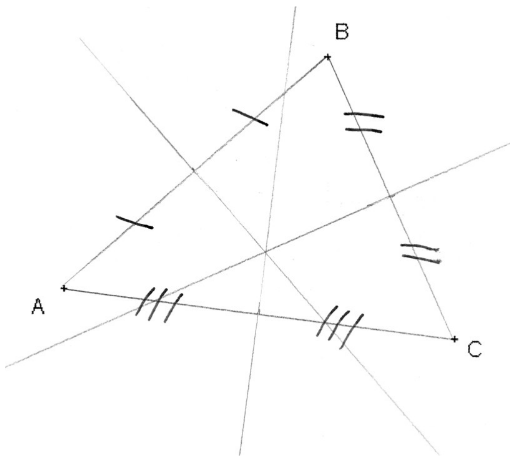
4 –



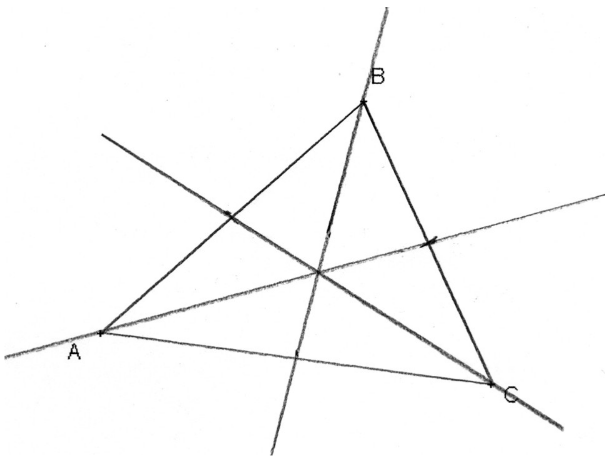
5 –



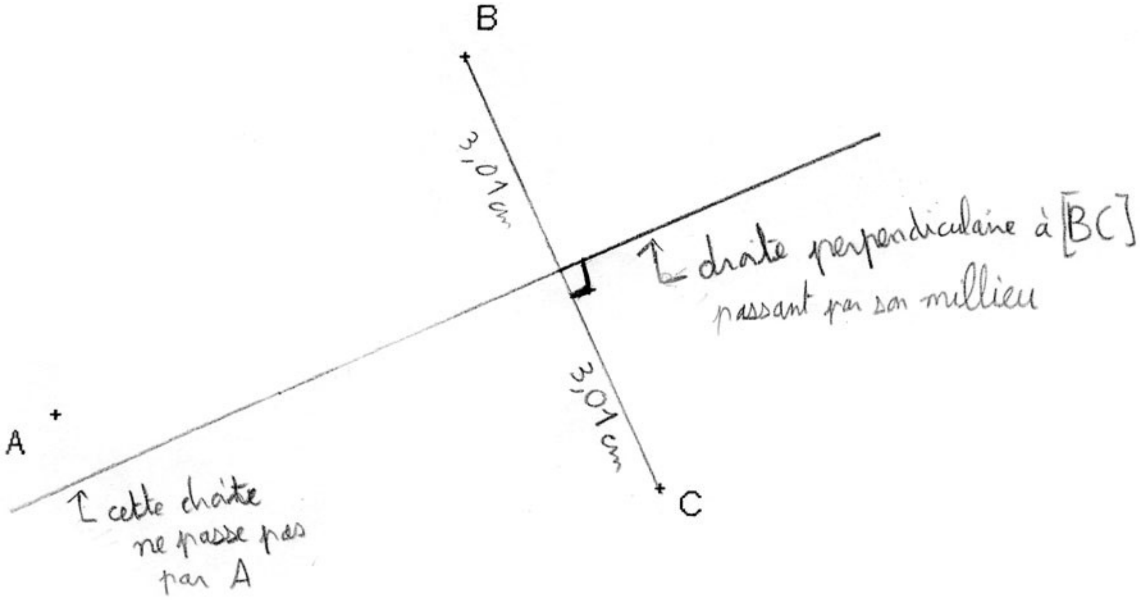
6 –



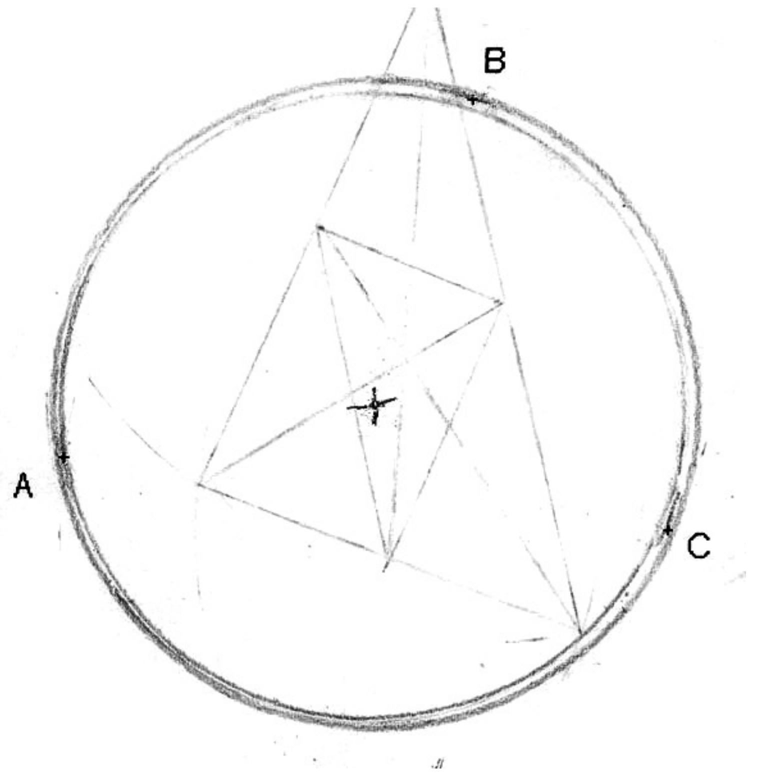
7 –



Annexe 1-4

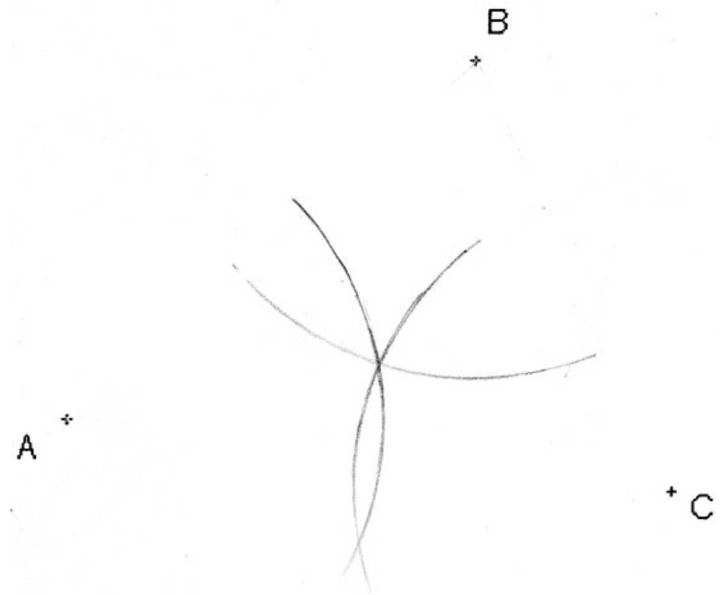


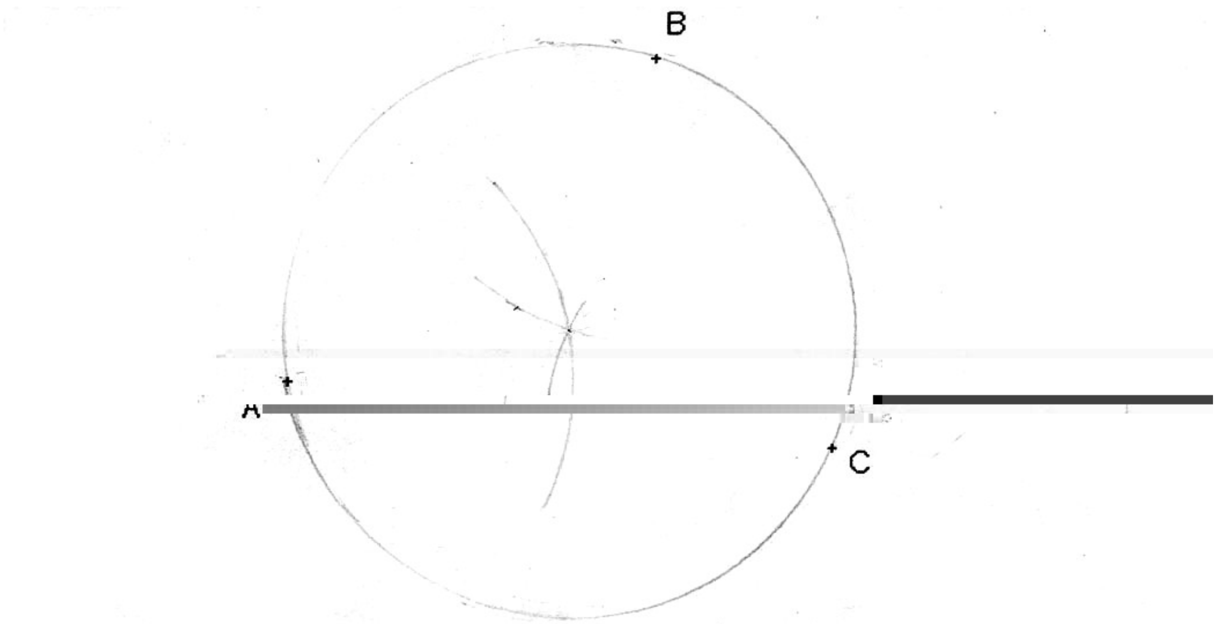
B
3,01 cm
droite perpendiculaire à [BC]
passant par son millieu
3,01 cm
A
C
cette droite
ne passe pas
par A



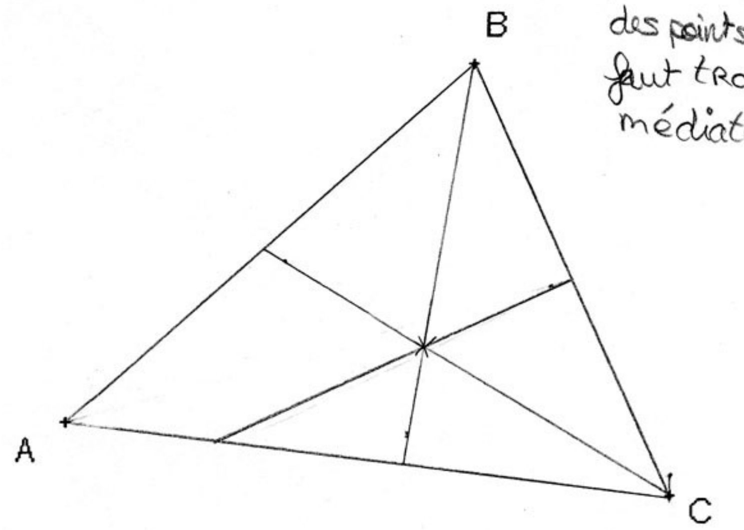
B
A
C

Annexe 1-5

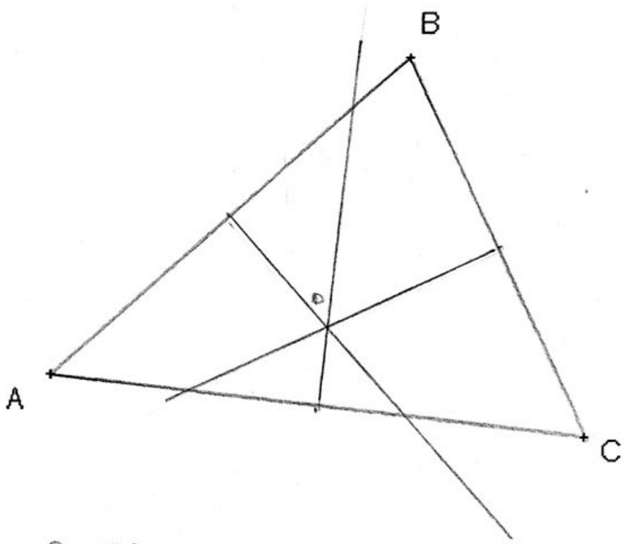




j'ai pris 4 cm 2 au compas puis j'ai mis la poite sur A puis B et enfin C et ça me donner le milieu, et ils sont équidistant

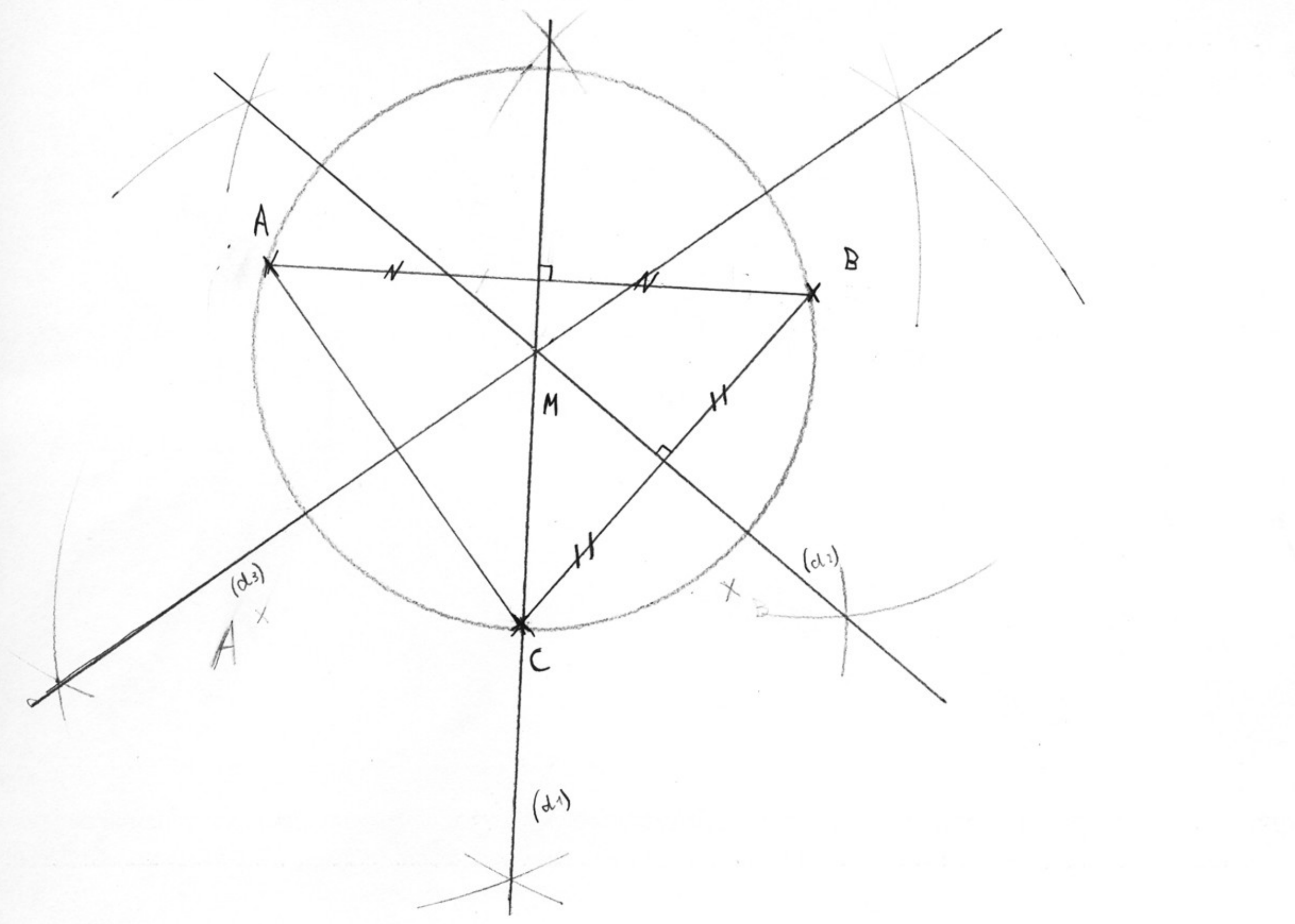


Pour obtenir le point à égaldistance des points A, B, C, il faut tracer les médiatrices.



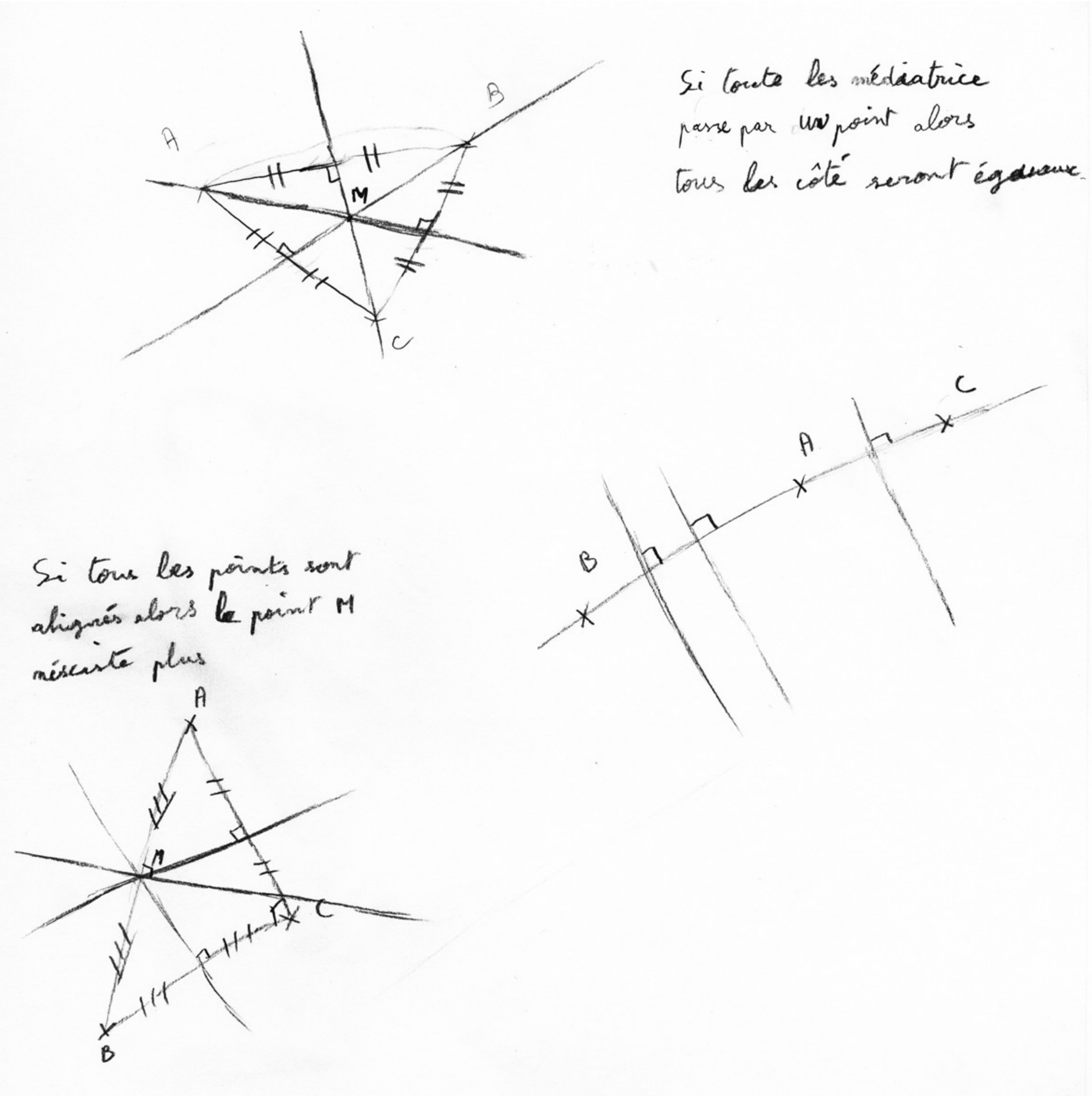
Oui, c'est possible Il faut tracer le triangle ABC, tracer les médiatrices des segments [AB], [BC], [CA].
Si l'on place le point à l'intersection des médiatrices, il est équidistant des point A, B et C

1 –

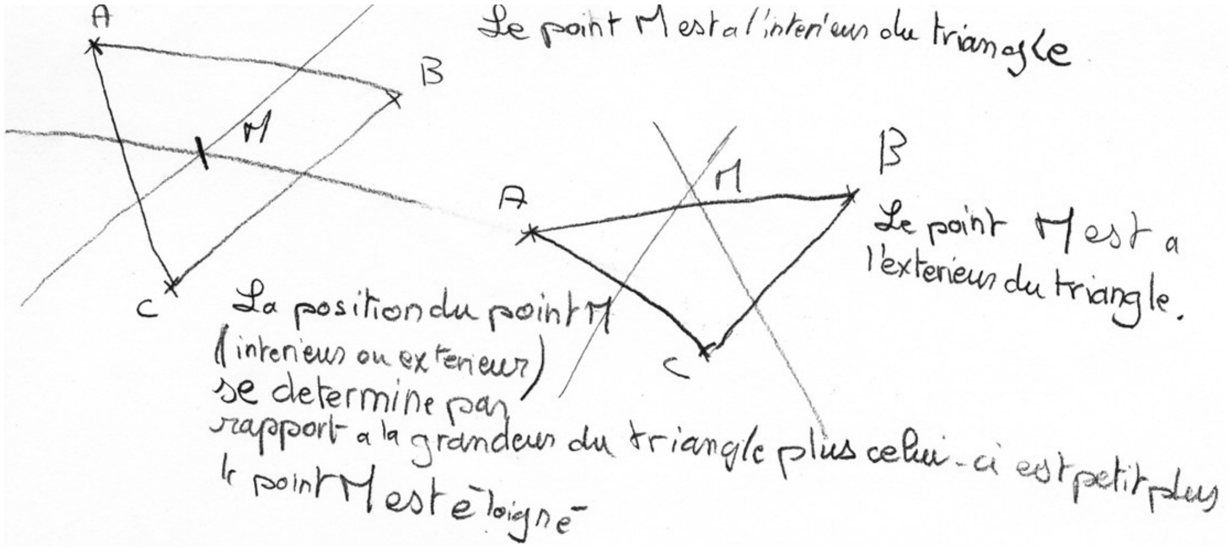


En déplaçant les points A, B ou C je trouve toujours que M est le point équidistant du triangle A, B, C. Parfois la médiatricl peut même couper un (~~point~~) sommet. Le point équidistant peut-être sur le milieu d'un segment. Et parfois les médiatrices peuvent être parallèle.

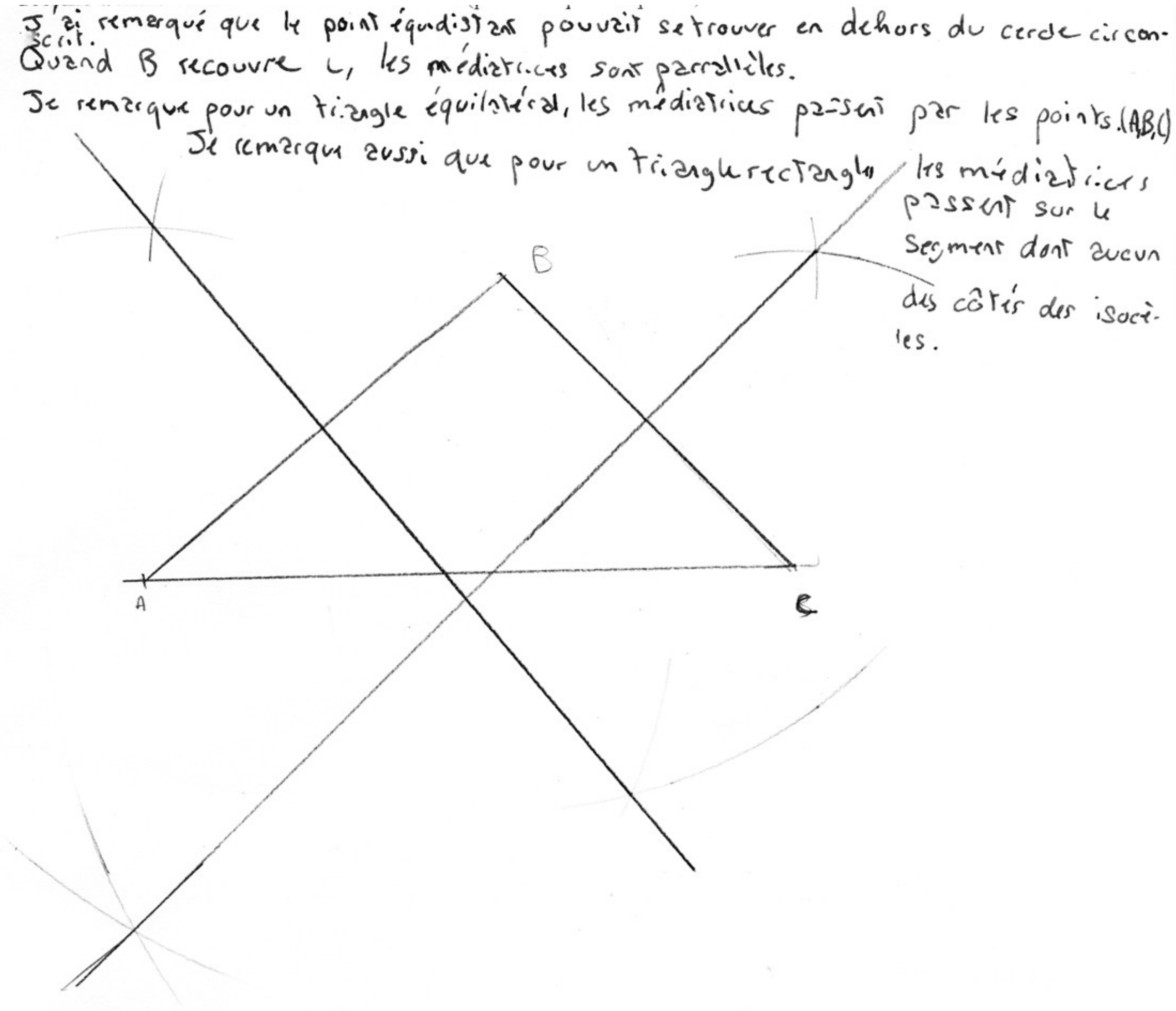
2 –


Si toute les médiatrice
passe par un point alors
tous les côté seront égaux
A
B
C
M
Si tous les points sont
alignés alors le point M
n'existe plus

3 –


A
B
C
M
Le point M est a l'interieur du triangle
A
B
C
M
Le point M est a l'exterieur du triangle.
La position du point M (interieur ou exterieur) se determine par rapport a la grandeur du triangle plus celui-ci est petit plus le point M est éloigné

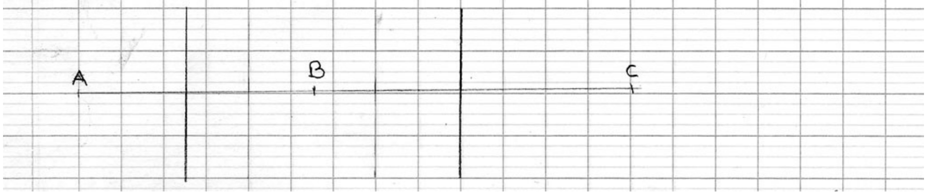
4 –

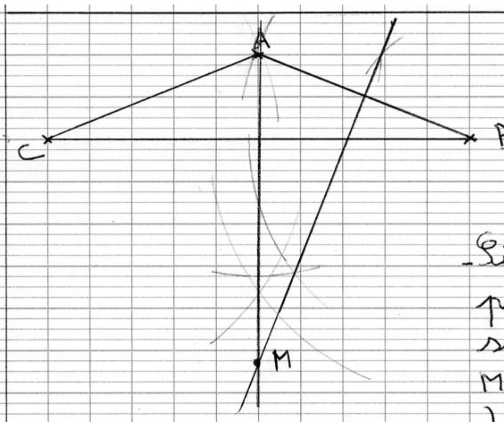

J'ai remarqué que le point équidistant pouvait se trouver en dehors du cercle circonscrit.
Quand B recouvre C, les médiatrices sont parrallèles.
Je remarque pour un triangle équilatéral, les médiatrices passent par les points (A,B,C)
Je remarque aussi que pour un triangle rectangle les médiatrices passent sur le segment dont aucun des côtés des isocèles.
B
A
C

-> Quand on déplace le point A, B ou C le point M qui est équidistant des trois points bouge aussi, il reste équidistant des trois points.

Si les 3 points sont alligné, les deux médiatrice sont paralèle mais le point M n'est plus à l'intercection des deux médiatrices.

-> Si on aligne les points A, B et C le point M n'existe plus, car les deux médiatrices ne se coupe plus, elles sont parallèles.

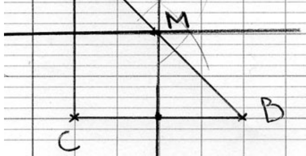




Le point M est à l'extérieur du triangle ABC.

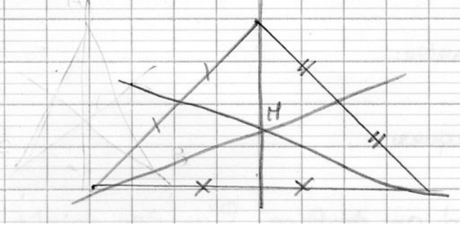
Si je descend le point A sous le segment [BC] le point M passe au dessus de [BC] (et inversement)

Pour que le point M soit dans le triangle ABC il faut que ce triangle soit presque équi-latéral.

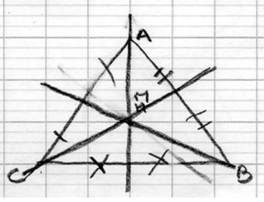


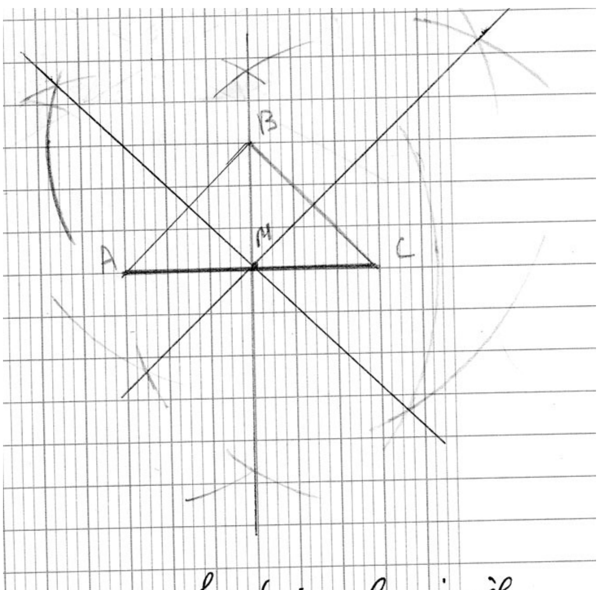
Annexe 2-5

Si le triangle est équilatéral les médiatrices passent par le point opposé et elles sont les trois axes de symétrie du triangle.



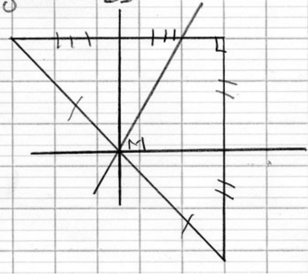
Quant le triangle est isocèle, une médiatrice passe par A, une autre par B, et une autre par C.



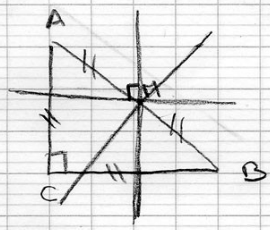


le triangle isocèle
M est au milieu de [AC]

- Dans un triangle-rectangle en C, les médiatrices se croisent sur le segment [AB].

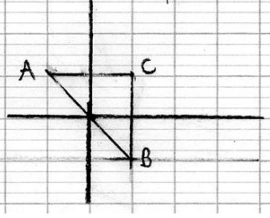


Si on fait un triangle rectangle le point M qui est le point de concour des médiatrices est aussi le millieu du segment A et B.



Il y a deux médiatrices perpendiculaire.

Quand les trois forme un triangle rectangle, les médiatrice sont perpendiculaire et le point se retrouve au milieu d'un des côtés du triangle.



SYMÉTRIE CENTRALE

Dans un premier temps, comme la symétrie axiale en sixième, la symétrie centrale apparaît ici à partir d'une activité utilisant une boite noire qui masque le centre de symétrie et la construction du symétrique d'un point. Les possibilités de déplacements et de déformations des dessins qu'apporte le logiciel permettent favorisent plus de découvertes par les élèves que dans le cas d'une activité avec papier et crayon.
Dans un deuxième temps, l'utilisation du logiciel permet aussi une confrontation entre symétrie axiale et symétrie centrale pour que les élèves prennent conscience de leurs différences.

Niveau :

Cinquième

Objectifs :

- découvrir la symétrie centrale
- utiliser, en acte, des propriétés de la symétrie centrale
- prendre conscience de ces propriétés

Prérequis :

- avoir utilisé Cabri-Géomètre en 6ème

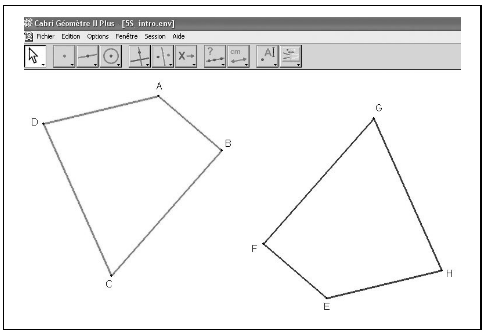
Déroulement :

<u>*1ère séance, en salle multimédia*</u>

La consigne est distribuée :

> *« Dans le dossier de la classe se trouve le fichier « 5S_intro.env ». Double-clique sur son nom pour l'ouvrir.*
> *En utilisant les possibilités du logiciel Cabri-Géomètre II, que peux-tu dire des quadrilatères ABCD et EFGH ?*
> *Chacun note ses remarques sur une feuille que je ramasserai. »*

Il s'agit d'un travail individuel, même si les élèves sont deux par poste.
Le fichier 5S_intro.env est un fichier dans lequel les boutons « Symétrie centrale » et « Cacher/montrer » ont été enlevés.



Le professeur analyse les productions des élèves, pour préparer la séance suivante.

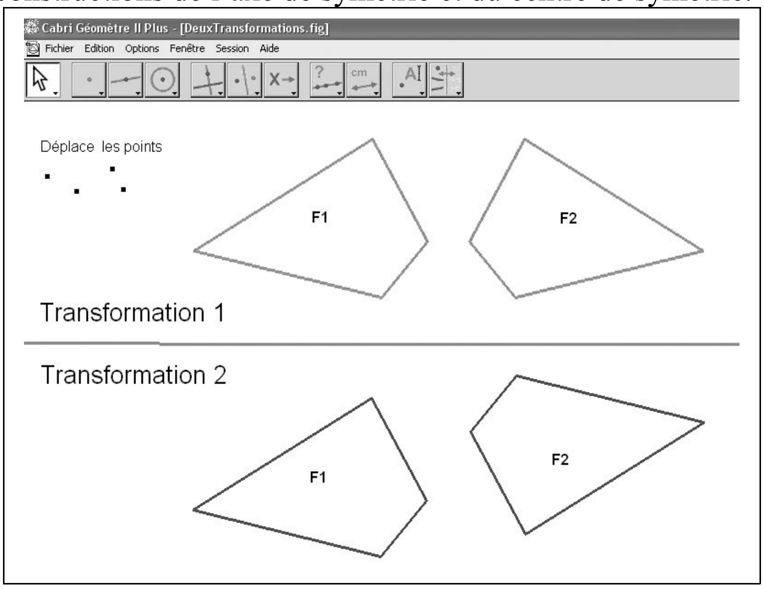
<u>2ème séance, en multimédia</u>

Le professeur a mis sur transparents certaines des productions des élèves (voir des exemples en annexe, pages 90 et 91) et il les projette au rétroprojecteur. Avec l'aide de la classe, les élèves vérifiant et testant éventuellement sur leur poste (le professeur peut aussi envoyer à tous l'écran d'un élève), le professeur valide ce qui est juste dans les productions d'élèves et invalide le reste, pour arriver à la notion de symétrie centrale et à la découverte du centre de symétrie comme milieu des segments formés par des points correspondants. En utilisant des productions des élèves, il fait préciser par les élèves et valide que la symétrie centrale est la composée de deux symétries axiales d'axes perpendiculaires (voir les exemples 4, 5 et 6 de l'annexe pages 90 et 91).

Le professeur dispose du fichier « DeuxTransformations.fig » (voir copie d'écran ci-dessous) : dans ce fichier le suivi de la consigne « Déplace les points » provoque le déplacement d'un sommet de F1, pour chacune des deux transformations, le sommet correspondant de F2 se déplaçant symétriquement. A partir du débat, le fichier peut être utilisé différemment :

- soit par le professeur lui-même pour que les élèves constatent et relèvent les différences et les points communs entre la symétrie centrale et la symétrie axiale
- soit par les élèves eux-mêmes avec la consigne de comparer les deux situations

Dans les deux cas, après le bilan, les élèves reçoivent un tirage du fichier pour réaliser sur papier les constructions de l'axe de symétrie et du centre de symétrie.



<u>3ème séance, en salle de classe</u>

Les élèves reçoivent la première partie de la feuille élève 3.

Les constructions terminées sont vérifiées. L'idée de la rotation de 180°, qui est apparue en acte chez certains élèves pour vérifier leur construction, est validée.

Les élèves doivent ensuite préciser la (ou les) méthode(s) qu'ils ont utilisée(s) pour répondre à la consigne. Le bilan qui suit permet de faire le point sur les propriétés de la symétrie centrale.

D'autres constructions suivront pour faire fonctionner, et l'idée de symétrie centrale, et les propriétés correspondantes (deuxième partie de la feuille élève 3, par exemple).

Feuille élève 1

Dans le dossier de la classe se trouve le fichier « 5S_intro.env ». Double-clique sur son nom pour l'ouvrir.
En utilisant les possibilités du logiciel Cabri-Géomètre II, que peux-tu dire des quadrilatères ABCD et EFGH ?
Chacun note tes remarques sur une feuille que je ramasserai.

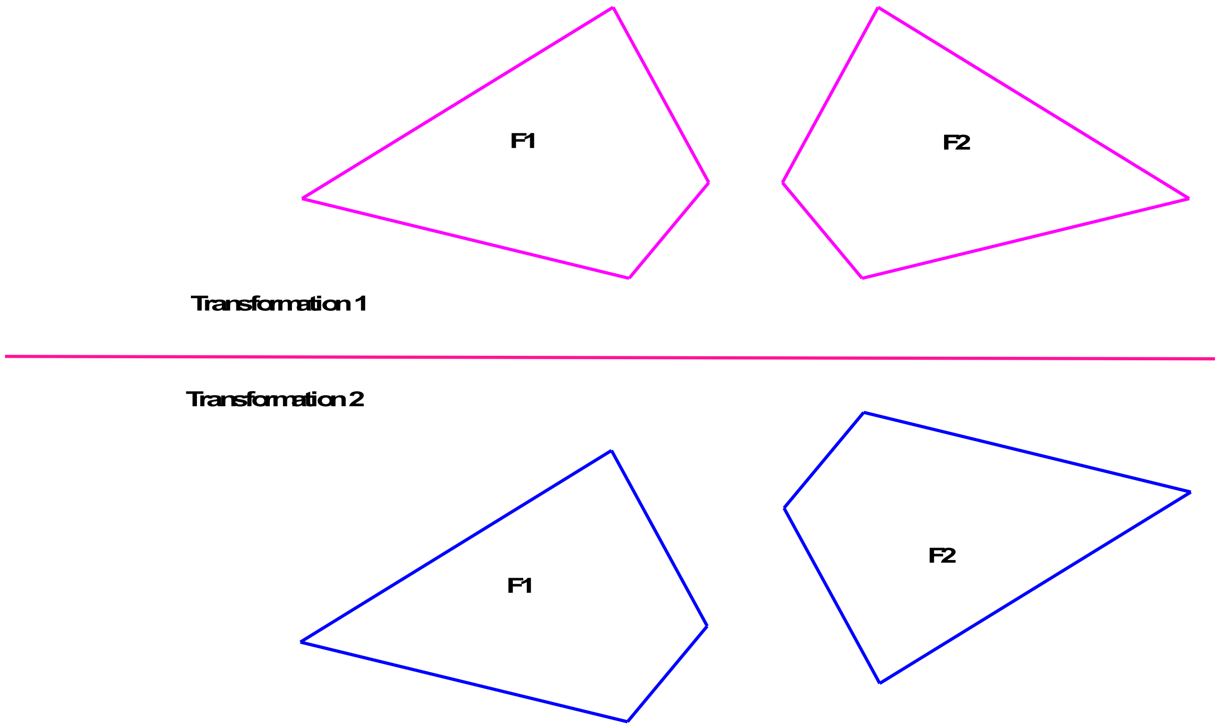
Dans le dossier de la classe se trouve le fichier « 5S_intro.env ». Double-clique sur son nom pour l'ouvrir.
En utilisant les possibilités du logiciel Cabri-Géomètre II, que peux-tu dire des quadrilatères ABCD et EFGH ?
Chacun note tes remarques sur une feuille que je ramasserai.

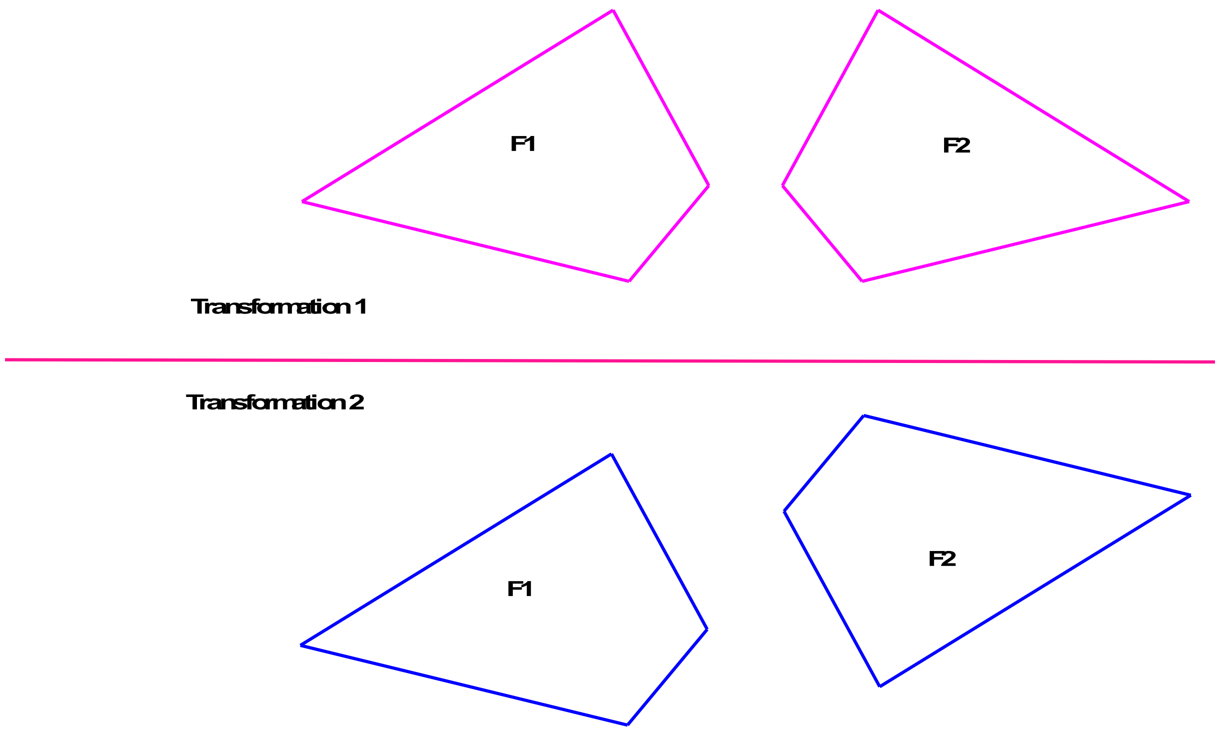
Dans le dossier de la classe se trouve le fichier « 5S_intro.env ». Double-clique sur son nom pour l'ouvrir.
En utilisant les possibilités du logiciel Cabri-Géomètre II, que peux-tu dire des quadrilatères ABCD et EFGH ?
Chacun note tes remarques sur une feuille que je ramasserai.

Dans le dossier de la classe se trouve le fichier « 5S_intro.env ». Double-clique sur son nom pour l'ouvrir.
En utilisant les possibilités du logiciel Cabri-Géomètre II, que peux-tu dire des quadrilatères ABCD et EFGH ?
Chacun note tes remarques sur une feuille que je ramasserai.

Dans le dossier de la classe se trouve le fichier « 5S_intro.env ». Double-clique sur son nom pour l'ouvrir.
En utilisant les possibilités du logiciel Cabri-Géomètre II, que peux-tu dire des quadrilatères ABCD et EFGH ?
Chacun note tes remarques sur une feuille que je ramasserai.

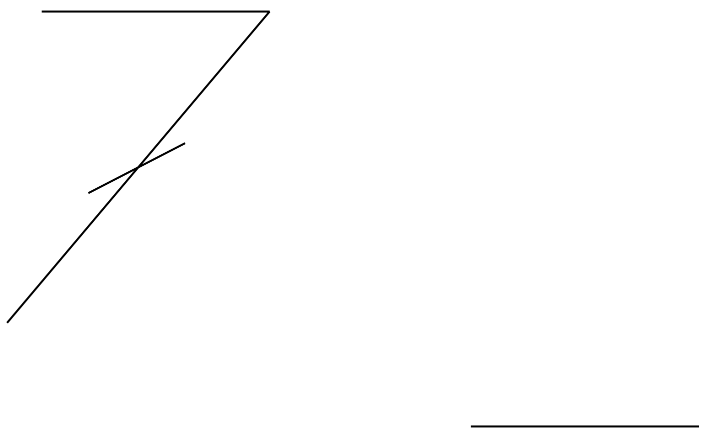
Dans le dossier de la classe se trouve le fichier « 5S_intro.env ». Double-clique sur son nom pour l'ouvrir.
En utilisant les possibilités du logiciel Cabri-Géomètre II, que peux-tu dire des quadrilatères ABCD et EFGH ?
Chacun note tes remarques sur une feuille que je ramasserai.


F1
F2
Transformation 1
Transformation 2
F1
F2


F1
F2
Transformation 1
Transformation 2
F1
F2

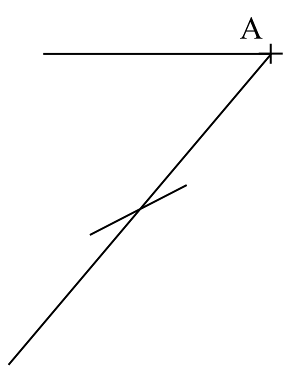
Première partie

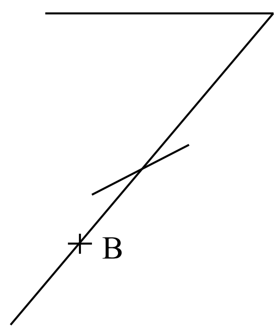
Complète la figure pour obtenir deux « sept » qui se correspondent dans une symétrie centrale.



Deuxième partie

Complète la première figure pour obtenir deux « sept » symétriques par rapport au point A.
Complète la deuxième figure pour obtenir deux « sept » symétriques par rapport au point B.





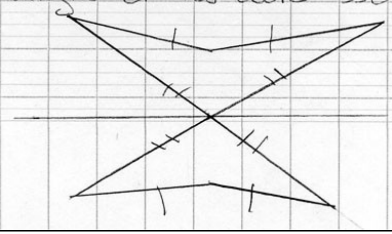
Annexe

exemple 1

– Si ont les déplaces ils reste simétrique

exemple 2

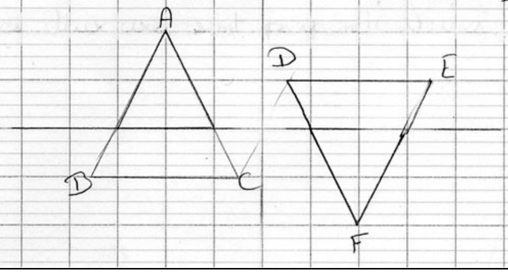
3- Le quadrilatère EFGH a été construit symétriquement du quadrilatère ABCD. Ce qui veut dire que les longueurs, les angles et les aires sont égal.



exemple 3

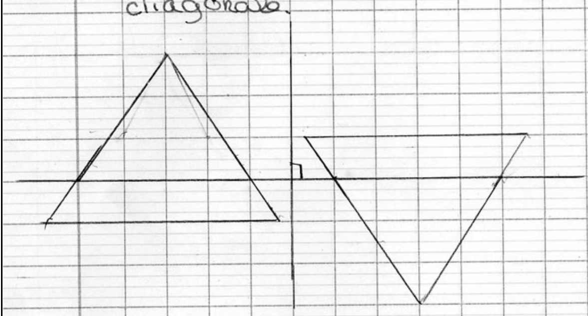
~~Ce sont des quadrilatère quelconque~~

Ces quadrilatères ont a eux deux, deux axes de symétrie dont certaines parties se reflètent "diagonalement".



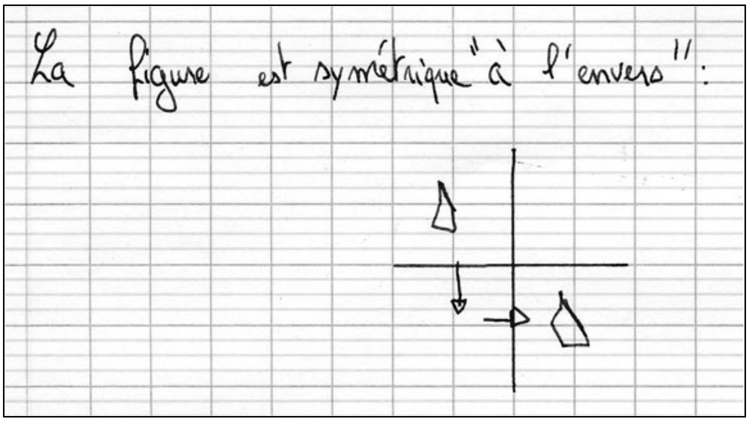
exemple 4

Ces deux figures ont deux axes de symétrie les deux parties des quadrilatères se "reflètent" en diagonale.

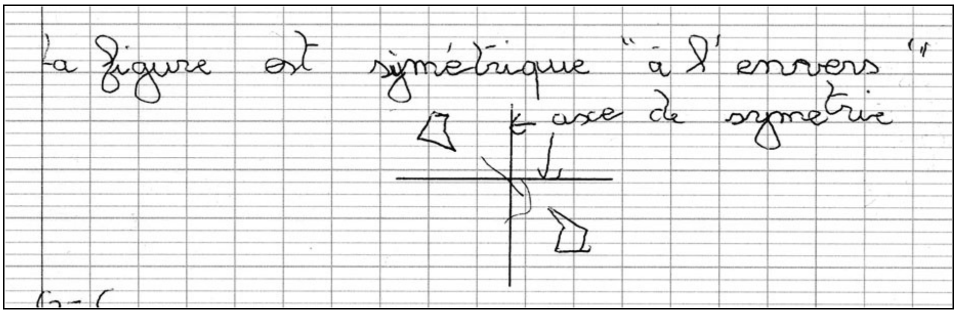


Les deux axes de symétrie peuvent être perpendiculaires.

exemple 5



exemple 6



exemple 7

Il y à un point équidistant à BF, à HD, à CG, à EA.
~~Le quadri~~ Le quadrilatère ABCD et symétique à GHEF.
L'axe de symétrie des 2 quadrilatère passe par
le point équidistant de tous les point

DISTRIBUTIVITE ET TABLEUR

Cette activité est la première utilisant le tableur.
Fidèles que nous sommes à notre conception de l'enseignement, elle est donc conçue pour permettre aux élèves de découvrir eux-mêmes un certain nombre des possibilités d'un tel outil, dont l'utilisation est au programme de mathématiques dès la cinquième depuis la rentrée 2006.
La distributivité nous a semblé être une notion intéressante à traiter avec un tableur, par le travail qu'il implique sur la compréhension et l'écriture de formules. Faire le parallèle concernant cette écriture sur le tableur avec celle des mathématiques, notamment pour le calcul littéral, permet de justifier la rigueur nécessaire de celle-ci.
C'est l'occasion aussi de faire découvrir aux élèves l'intérêt essentiel du tableur, c'est-à-dire l'utilisation et surtout, la création de tableaux de calcul. Et c'est bien le professeur de mathématiques qui est le mieux à même d'initier les élèves à cet outil.

Niveau :

Cinquième

Objectifs :

- commencer à découvrir ce qu'est un tableur
- apprendre le vocabulaire de base du tableur
- découvrir quelques éléments de la syntaxe d'écriture des formules
- saisir une formule
- de formaliser la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition, qui a déjà été fréquentée, en situation, en sixième
- utiliser des lettres pour écrire une propriété

Prérequis :

- avoir vu les priorités de calcul et l'utilisation des parenthèses

Matériel :

- si possible, un portable par groupe
- affiches

Déroulement :

Première séance, en salle multimédia

La première partie de la consigne (voir feuille élève) est distribuée :

« Aujourd'hui, vous allez découvrir un logiciel qu'on appelle un « tableur ».
Ouvrez le fichier « 5Tableur_1.xls » en double-cliquant sur son nom.

Le but est de comprendre comment fonctionne le tableau.
Pour cela,

- *vous pouvez cliquer sur toutes les « cases » du tableau, qu'on appelle des cellules, en observant ce qui se passe*
- *vous pouvez aussi changer les nombres des colonnes a, b et k du tableau : il suffit de cliquer sur la cellule du nombre que vous voulez changer, d'écrire un nouveau nombre et de valider.*

Notez vos découvertes et vos remarques sur cette feuille que je ramasserai. »

Le fichier qu'ouvrent les élèves comporte seulement le tableau ci-dessous, dans lequel 50 et 36 sont calculés par la formule a × k + b × k, « =B6*D6+C6*D6 » par exemple dans notre cas.

a	**b**	**k**	
2	**8**	**5**	**50**
6	**3**	**4**	**36**

Après une vingtaine de minutes de « découverte », la deuxième partie est distribuée :

« Dans le tableau ci-dessous,

- *complétez la dernière ligne sur le modèle des deux lignes précédentes*
- *complétez la première ligne pour indiquer le calcul qui se fait dans la dernière colonne. »*

a	**b**	**k**	
2	**8**	**5**	**50**
6	**3**	**4**	**36**

Le tableau complété est ramassé en fin d'heure.

Deuxième séance et troisième séance, en salle de classe

Premier temps

Avec l'aide du tableur vidéoprojeté et de transparents des productions d'élèves de la première partie, le professeur fait le bilan des découvertes des élèves sur le fonctionnement du tableur. Les élèves notent ce qu'ils n'ont pas trouvé sur la feuille de la première partie que le professeur a rendue.
Le bilan permet, en particulier, de

- préciser à quoi sert le tableur
- préciser le vocabulaire correspondant : cellule, barre de formule, formule, etc
- commencer à préciser comment fonctionne une formule.

Deuxième temps

A partir de l'examen des productions des élèves, le professeur a organisé des groupes, de façon à permettre la confrontation entre les élèves qui ont noté la formule « a × k + b × k » et ceux qui ont noté la formule « (a + b) × k », comme les nombres dans le tableau peuvent y inciter (cela a été le cas dans toutes les expérimentations...).
La consigne est donnée pour le travail en groupes :

« A partir de vos travaux individuels, mettez-vous d'accord pour répondre à la consigne sur une affiche. Vous ajouterez éventuellement des remarques sur le plan mathématique et/ou sur le plan du fonctionnement du tableur. »

Le professeur précise que l'ordinateur de la classe est à leur disposition s'ils ont besoin de vérifier quoi que ce soit. Il est évident qu'il est beaucoup plus intéressant que chaque groupe ait un portable ou que chaque groupe puisse avoir accès à un ordinateur quand la configuration de l'établissement (proximité de la salle multimédia et de la salle de classe) le permet.

L'examen des affiches, les questions et le débat qu'elles suscitent, permettent dans la synthèse, de :

- compléter le bilan précédent sur les formules du tableur, les points communs et les différences par rapport à une formule en mathématiques. Éventuellement, le professeur montrera l'intérêt de la copie de formule
- faire écrire les deux formules et constater qu'elles donnent bien le même résultat
- établir l'égalité « $a \times k + b \times k = (a + b) \times k$ » en mettant en évidence l'intérêt des lettres pour écrire les formules en mathématiques (parallèle avec le tableur)
- faire traduire en mots cette égalité.

Il reste évidemment à faire fonctionner cette égalité dans des situations choisies pour que les élèves en comprennent l'intérêt.

Compte-rendu d'expérimentations

Dans nos premières expérimentations (sur quatre cinquièmes de deux collèges différents), la feuille élève a été distribuée en une seule fois. Nous avons remarqué que nombre d'élèves passaient très peu de temps sur la découverte du logiciel pour essayer tout de suite de compléter le tableau ; la conséquence en était qu'ils avaient alors peu de moyens à leur disposition pour le faire de manière judicieuse. Nous avons donc décidé de distribuer la feuille en deux parties distinctes pour imposer ce temps de la découverte.

De même, après la synthèse de la feuille élève, il était prévu un retour en salle multimédia avec la consigne :

« Ouvre le fichier « 5Tableur_2.xls ».
Complète la colonne en écrivant la formule qui permet d'effectuer le calcul $(a + b) \times k$
Écris-la aussi ci-contre : ....
Que remarques-tu ?
Essaye avec d'autres nombres. Écris ta conjecture ci-dessous : »

Le fichier que les élèves ouvrent comporte uniquement le tableau suivant

a	b	k	a x k + b x k	(a + b) x k
2	8	5	50	
6	3	4	36	

Dans les expérimentations, les élèves de nos classes ont écrit les deux formules dès la première séance, alors que la cellule contenait la formule « $a \times k + b \times k$ », peut-être parce que la lecture du tableau incitaient à voir facilement la formule « $(a + b) \times k$ ». Nous n'avons donc pas eu à utiliser cette nouvelle consigne que nous avons supprimée des expérimentations suivantes.

Feuille élève

NOM : Prénom : Classe :

Tableur

Aujourd'hui, vous allez découvrir un logiciel qu'on appelle un « tableur ».
Ouvrez le fichier « 5Tableur_1.xls » en double-cliquant sur son nom.

Première partie

Le but est de comprendre comment fonctionne le tableau.
Pour cela,

- vous pouvez cliquer sur toutes les « cases » du tableau, qu'on appelle des cellules, en observant ce qui se passe ;
- vous pouvez aussi changer les nombres des colonnes a, b et k du tableau : il suffit de cliquer sur la cellule du nombre que vous voulez changer, d'écrire un nouveau nombre et de valider.

Notez vos découvertes et vos remarques sur cette feuille que je ramasserai.

NOM : Prénom : Classe :

Deuxième partie

Dans le tableau ci-dessous,

- complétez la dernière ligne sur le modèle des deux lignes précédentes.
- complétez la première ligne pour indiquer le calcul qui se fait dans la dernière colonne.

a	b	k	
2	8	5	50
6	3	4	36

EQUATION ET TABLEUR

Le programme de cinquième précise :

> *« La classe de cinquième correspond à une étape importante avec le travail sur les égalités vues comme des assertions dont la vérité est à examiner. ... Ce type d'activité permet de mettre en évidence une nouvelle signification du signe =. »*

Le tableur nous a semblé un outil pertinent pour cela. Il permet en effet de mettre en évidence, de façon spectaculaire d'ailleurs, que les deux membres de l'équation sont en général différents et qu'ils ne sont égaux que pour une seule valeur (en cinquième).
Pour que le problème posé ait un réel enjeu, c'est-à-dire qu'il ne soit pas facile à résoudre arithmétiquement, nous avons fait le choix d'une situation conduisant à une équation non soluble en cinquième (l'inconnue figure dans les deux membres de l'égalité). Cela permet de travailler sur la notion d'équation, sans poser le problème d'une méthode de calcul pour sa résolution.
La situation choisie a aussi l'intérêt de mettre les élèves en appétit sur certaines fonctions du tableur, que le professeur amènera, mais que les élèves ressentiront comme une vraie réponse à leurs problèmes.
Au vu des premières expérimentations, pour que le tableur puisse réellement être un outil disponible pour les élèves, il est important qu'ils aient eu plusieurs occasions de le manipuler après leur découverte de ce logiciel dans l'activité précédente « Distributivité et tableur » (page 92), de façon que le choix à faire entre le tableur et le logiciel de géométrie dynamique se pose réellement.

Niveau :

Cinquième

Objectifs :

- revenir sur la notion d'égalité
- commencer à découvrir ce qu'est une équation
- utiliser le tableur pour trouver la solution d'une équation
- comprendre ce qu'est la solution d'une équation
- se questionner sur son unicité
- réinvestir les connaissances sur le tableur
- découvrir certaines fonctions du tableur (copie incrémentée en particulier)
- se poser la question de la pertinence de l'utilisation de tel ou tel logiciel

Prérequis :

- avoir vu les priorités de calcul et l'utilisation des parenthèses
- avoir fait l'activité « Distributivité et tableur » (page 92)
- avoir utilisé le tableur à plusieurs reprises ensuite, afin que les élèves puissent y penser « spontanément »
- avoir calculé des aires et des périmètres en fonction d'une valeur remplacée par une lettre

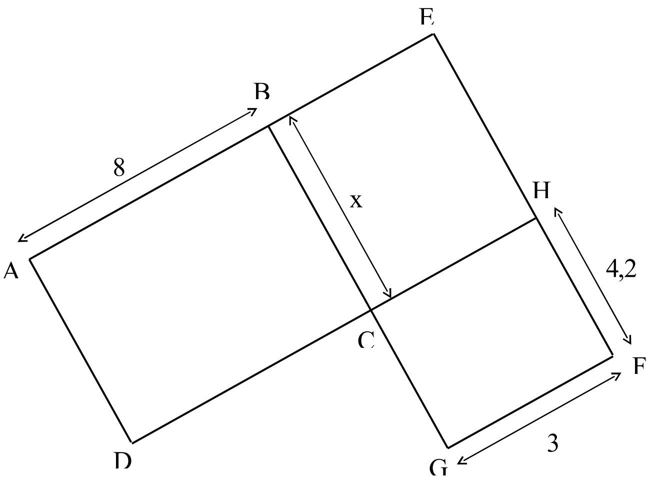
Déroulement :

<u>*Première séance, en salle multimédia*</u>

La consigne (voir feuille élève) est distribuée :

> *« Trouve pour quelle(s) valeur(s) de x les rectangles ABCD et BEFG ont la même aire.*

> *Attention, la figure n'est pas réalisée en vraie grandeur, mais les points qui semblent être alignés le sont effectivement ! »*



Remarque : dans la consigne, rien n'indique aux élèves qu'ils doivent utiliser le tableur. Lors d'une première expérimentation (voir plus loin, en pages 98 et 99), la majorité avait ouvert Cabri-Géomètre II. Mais cela ne nous a pas incités pour autant à préciser l'utilisation du tableur dans la consigne : dans la mesure où les élèves ont plusieurs outils à leur disposition (d'où la nécessité qu'ils aient effectivement une pratique suffisante du tableur), il nous semble important qu'ils arrivent à faire le choix en fonction du problème posé.

Le professeur ramasse les feuilles à la fin de la séance. Suivant ce qu'il aura observé de leur travail, que ce soit sur le tableur ou sur… Cabri-Géomètre II, il aura pu aussi leur demander d'imprimer leur écran.

<u>*Deuxième séance en salle de classe*</u>

Avec l'aide du tableur vidéoprojeté et de transparents de productions d'élèves qu'il a choisies, le professeur fait le bilan des recherches des élèves. Suivant les cas, le guidage du professeur par rapport au tableur a été plus ou moins fort.

Dans tous les cas, le bilan permet, en particulier, de

- préciser ce qu'est une méthode par tâtonnement dans le cas de la recherche d'une égalité (certains élèves ont utilisé cette méthode, au moins dans un premier temps)
- mettre en évidence l'intérêt du tableur dans une recherche par tâtonnement
- mettre en évidence l'intérêt de la copie incrémentée pour créer un tableau ;
- mettre en évidence que les deux aires sont en général différentes, sauf pour une valeur de x
- faire sentir l'unicité de cette valeur à partir de la variation en sens contraire des

aires des deux rectangles ; le professeur aura d'ailleurs pu prévoir une colonne calculant la différence des deux aires, pour introduire cette méthode de comparaison
- éventuellement, dans le cas où des élèves seraient aller assez loin dans la construction (elle n'est pas évidente...), montrer comment Cabri-Géomètre II permet d'arriver à une solution dont on ne sait pas si elle est exacte ou non.

Comme prolongement et pour vérifier que les élèves ont compris les manipulations sur le tableur, il est nécessaire de proposer aux élèves une situation analogue, mais pour laquelle la valeur de x est un rationnel non décimal, pour montrer les limites du tableur et la nécessité d'autres méthodes pour résoudre.

A la suite de ce bilan et éventuellement du prolongement, l'institutionnalisation portera :
- sur la notion d'équation et sur le vocabulaire associé
- sur le fait que cette équation ne pouvait pas être résolue autrement que par le tâtonnement en cinquième
- sur le fait qu'on va voir que d'autres équations, en revanche, peuvent être résolues en cinquième par une méthode plus rapide que le tâtonnement
- des raisons d'utiliser le tableur ou le logiciel de géométrie.

Compte-rendu d'expérimentations

Les expérimentations ont concerné trois classes, deux dans un collège, une dans un autre, dans des conditions matérielles différentes qui ont eu sans doute des conséquences dans les résultats.

Dans un collège…

L'expérimentation a concerné deux classes. Dans chaque classe, les élèves étaient deux devant l'ordinateur. Le déroulement a été le même dans les deux classes et les réactions des élèves ont été comparables.

<u>*Première heure en salle multimédia.*</u>

Sur les 24 binômes, sur deux classes, 18 lancent immédiatement Cabri-Géomètre II, mais 8 d'entre eux ne l'utilisent pas et cherchent sur papier. Peu à peu, tous abandonnent Cabri-Géomètre II pour passer au papier, sauf 2 binômes qui s'acharnent.
Leur travail sur papier porte sur :
- la recherche de l'expression des aires
- des essais en donnant des valeurs à x.

Dans chacune des deux classes un binôme a trouvé la valeur 2,52 par tâtonnement, en faisant des essais avec 10 ; 5 ; 2,5 ; 2,51 et 2,52.
Dans les deux classes, à la fin de cette première heure, à la question de savoir pourquoi ils avaient ouvert, et utilisé pour certains, Cabri-Géomètre II, ils répondent :
- « c'est de la géométrie »
- « en faisant la figure aux dimensions réelles, on pensait trouver un « truc » qui amène la réponse » ; ils ont abandonné parce que « avec x, ce n'était pas possible ».

D'après leurs réponses, aucun binôme n'a pensé à faire varier la longueur x en affichant l'aire des deux rectangles ; il est vrai que la construction n'est pas très simple…

Deuxième heure en salle multimédia

La séance a commencé par un point sur l'état de leur recherche, pour faire expliciter par ceux qui l'avaient utilisée, leur méthode par tâtonnement. D'autres trouvaient que cette méthode supposait d'avoir de la chance ou que cela risquait d'être long.
Il a fallu un guidage fort pour arriver au tableur : « N'avons-nous pas vu un outil qui permet de faire beaucoup de calculs très facilement ? ». Les binômes se sont alors remis au travail, avec le tableur cette fois.

Dans les deux classes, 5 ou 6 binômes ont su utiliser le tableur pour trouver la solution, mais en utilisant une seule ligne de tableur et en faisant varier la valeur de x ; ils ne pouvaient donc pas avoir une idée sur l'unicité de la solution. Les autres ne se souvenaient plus de la façon de le faire fonctionner.

En prenant la main, le professeur a montré comment construire le tableau, avec l'utilisation de la copie incrémentée, et comment apparaissait la solution. Cet outil est apparu aux élèves comme une formidable réponse aux problèmes qu'ils avaient eus ; ce qui a été confirmé par le fait que, quand les élèves ont eu ensuite à refaire ce tableau, tous ont réussi, à part un binôme dans chaque classe.

La synthèse s'est faite en salle de classe, en utilisant le tableur vidéoprojeté, chaque élève disposant d'une copie du tableau réalisé.

Dans l'autre collège…

Contrairement au collège précédent, la salle multimédia comporte 14 postes, mais aussi des tables, autant que dans n'importe quelle salle de classe. Autrement dit, il est tout à fait possible de faire un « cours » classique, sans utilisation des ordinateurs, dans cette salle.

Ainsi, lors d'une première séance, tous les élèves sont restés à leur table. C'est seulement après une intervention du professeur pour répondre à d'éventuelles questions qu'une élève a dit qu'on pouvait sans doute se servir des ordinateurs sinon on ne serait pas en salle multimédia… Mais, un seul élève, après quelques temps, a effectivement pris l'initiative de le faire… pour utiliser Cabri-Géomètre.

Lors d'une deuxième séance, les élèves étant en groupes de quatre, toujours aucune initiative en direction des ordinateurs.

Les productions des groupes ont été de même nature que dans le premier collège et leurs présentations par le professeur a conduit au même type de bilan et de synthèse.

Une conclusion à ces expérimentations

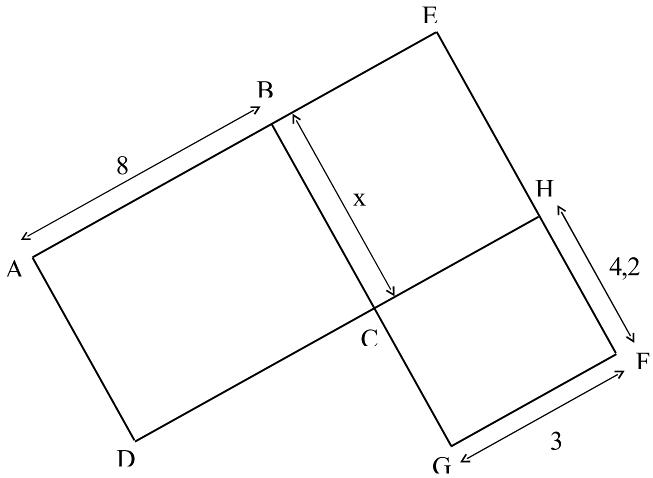
Dans les deux cas, le constat est le même : les élèves ont d'abord ouvert et essayé d'utiliser le logiciel qu'ils ont fréquenté le plus. Pour que le tableur soit un outil disponible, il faut que les élèves aient eu plusieurs occasions de le manipuler.
Mais il est possible aussi de faire le choix que ce soit cette activité qui soit l'occasion de mettre en évidence l'apport du tableur par rapport à un logiciel de géométrie dynamique.
Le logiciel de géométrie étant utilisé avant le tableur, dès la sixième, et plus souvent, il est nécessaire de prévoir une activité qui marque avec force l'intérêt du tableur.

Feuille élève

NOM : Prénom : Classe :

Trouve pour quelle(s) valeur(s) de x les rectangles ABCD et BEFG ont la même aire.

Attention, la figure n'est pas réalisée en vraie grandeur, mais les points qui semblent être alignés le sont effectivement !



ANNEXE

Bibliographie autour de l'enseignement par situations-problèmes

ASTOLFI, Jean-Pierre :
Placer les élèves en "situation-problème" ?
PROBIO-REVUE, vol. 16, no 4, décembre 1993

CHARNAY, Roland :
Problème ouvert – Problème pour chercher
Grand N n°51 – 1992/93

Collectif (Monique Baudry, Daniel Bessonnat, Marceline Laparra, Francis Tourigny) :
La maîtrise de la langue au collège
CNDP - 1997

DE VECCHI, Gérard :
Faire vivre de véritable situations-problèmes
HACHETTE Éducation – 2002

LEGRAND, Marc :
Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse
Repères IREM n° 10 – 1993

MEIRIEU, Philippe :
Guide méthodologique pour l'élaboration d'une situation-problème
dans **Apprendre... oui, mais comment ?**
ESF éditeur – 1987

Revue ECHANGER
Écrire pour de vrai 2 - collège la Reinetière – Ste Luce/Loire
n° 48 – Académie de Nantes – 2000
Débat et argumentation – IREM des Pays de la Loire
n° 52 – Académie de Nantes – 2001

Des activités sur le même thème

Au tour de la symétrie centrale
A Massot et M. Jaffrot – IREM de Nantes - Repères IREM n° 35 – 1999

Des mathématiques en sixième
Commission inter IREM premier cycle – 1998

Des mathématiques au cycle central – tome 1
Commission inter IREM premier cycle – 1999

Des mathématiques au cycle central – tome 2
Commission inter IREM premier cycle – 2001

Des mathématiques en troisième
Commission inter IREM premier cycle – 2002

Enseigner les mathématiques autrement en sixième
IREM des Pays de la Loire – C. Gilg – A.M. Letourneux – A. Massot – G. Pons – 1997

Enseigner les mathématiques autrement au cycle central
IREM des Pays de la Loire – C. Gilg – A. Massot – G. Pons – 2001

Enseigner les mathématiques autrement au cycle d'orientation
IREM des Pays de la Loire – A. Massot – G. Pons – 2003

Les outils mathématiques dans les autres disciplines au collège
IREM des Pays de la Loire – A.M. Letourneux – A. Massot – C. Massot – G. Pons – 1994

TITRE : Intégration de l'outil informatique dans l'enseignement des mathématiques. Des exemples en sixième et cinquième.

AUTEURS : Jacques Castagné
Christian Judas
Georges Pons

NIVEAU : Sixième et cinquième de collège

DATE : Décembre 2007

MOTS-CLÉS : Outil informatique
Imagiciel
Tableur
Salle multimédia
Outil pour chercher
Situation-problème
Débat

RÉSUMÉ :
Des professeurs de mathématiques en collège se sont posé la question d'une utilisation pertinente de l'outil informatique dans le cours et ont expérimenté des réponses à cette question.
Cette brochure présente d'abord leur problématique, ainsi que les différentes configurations dans lesquelles ils ont utilisé l'informatique.
Elle présente ensuite des activités comprenant travaux individuels, travaux en groupes parfois, débat, et intégrant l'outil informatique dans une démarche d'enseignement par situations-problèmes.

IREM des Pays de la Loire
Centre de Nantes
2 rue de la Houssinière – BP 92208
44322 NANTES CEDEX 03

Format : A4 Nombre de pages : 104 Prix : 10 €

N° ISBN10 : 2-86300-032-2
ISBN13 : 978-2-86300-032-8
EAN : 9782863000328