

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES
DES PAYS DE LA LOIRE
CENTRE DE NANTES
2 rue de la Houssinière – BP 92208
44322 NANTES CEDEX 03

**ENSEIGNER
LES MATHEMATIQUES
AUTREMENT
EN TROISIEME**

Publiée avec le soutien de la Direction de l'Enseignement Scolaire

Octobre 2003

**ENSEIGNER
LES MATHÉMATIQUES
AUTREMENT
EN TROISIÈME**

SOMMAIRE

INTRODUCTION

Présentation	page 7
Mode de fonctionnement	page 8
Enseigner par résolutions de problèmes. Dire, lire et écrire en mathématiques	page 9
L'oral et son apprentissage	page 14

ACTIVITES

Pour commencer l'année : un point sur la géométrie	page 23
Les nombres rencontrés au collège	page 29
Des exposés... Pour lire, écrire et dire sur les mathématiques	page 34
Equations de la forme $(ax + b)(cx + d) = 0$	page 38
Les tarifs – Fonction linéaire et fonction affine	page 42
Pyramide réduite, aire et volume	page 57
Statistiques	page 60
Angle inscrit, polygone régulier et rotation	page 64
Sphère et calculs de distances : une course autour du monde	page 81
PGCD	page 86

ANNEXES

Comment démontrer que...	page 101
Notre progression en 2003-2004	Page 107
Bibliographie	page 109

INTRODUCTION

PRÉSENTATION

Ce qu'est cette brochure :

- Le compte-rendu, évidemment partiel, d'une recherche-action DESCO et académique, pilotée par l'IREM des Pays de la Loire, inscrite au projet d'établissement du collège de la Reinetière à Sainte-Luce-sur-Loire et qui s'est déroulée entre 2000 et 2002.
- Une conséquence de l'existence de l'équipe des professeurs de mathématiques, structurée, depuis et par l'expérimentation des nouveaux programmes (1985) et organisée autour d'une concertation institutionnalisée dans l'établissement depuis 1989. C'est cette concertation hebdomadaire, qui a permis entre autres :
 - ♦ l'harmonisation des progressions (qui tiennent compte des autres disciplines).
 - ♦ la création, l'expérimentation, le suivi d'activités... dans un climat de débat permettant l'intégration des nouveaux collègues.
 - ♦ la rédaction d'une brochure : "*Les outils mathématiques dans les autres disciplines au collège*", publiée en octobre 1994 par l'IREM des Pays de la Loire.
- Le fruit du travail de tous les enseignants de mathématiques.
- La conséquence de participations de membres de l'équipe à des formations extérieures au collège, à des colloques inter-IREM, à des universités d'été, qui ont entraîné des lectures et qui ont déclenché des idées d'activités.
- La suite des brochures
 - ♦ "*Enseigner les mathématiques autrement en sixième*", publiée en décembre 1997
 - ♦ "*Enseigner les mathématiques autrement au cycle central*", publiée en janvier 2001.

Ce que n'est pas cette brochure :

Cette brochure n'est pas un document figé, nous espérons que ce travail sera poursuivi, amélioré, enrichi et toutes les remarques seront évidemment les bienvenues.

Cette brochure ne prétend pas non plus faire le tour du programme de troisième.

Nous remercions

- la DESCO, l'Académie de Nantes et l'IREM des Pays de la Loire pour avoir rendu possible cette recherche-action ;
- l'administration du collège pour avoir facilité l'organisation des stages et pour son soutien matériel ;
- tous nos collègues de mathématiques, y compris les stagiaires et les TZR, pour leur participation active à la réflexion, aux expérimentations, aux bilans et suivis et pour l'accueil favorable qu'ils ont toujours réservé à nos nombreuses sollicitations.

Nous remercions particulièrement notre complice des brochures précédentes, Christiane Gilg qui, bien qu'à la retraite, a accepté de relire celle-ci pour y traquer les erreurs.

Annick MASSOT
Georges PONS

MODE DE FONCTIONNEMENT

Notre recherche-action, inscrite dans le projet d'établissement du collège, s'est déroulée sur 3 ans selon les modalités ci-dessous.

Des demi-journées de stage pour :

- ♦ Echanger sur nos pratiques, nos succès... et nos difficultés.
- ♦ Faire le point sur différentes observations du comportement des élèves dans les classes de 3^{ème} des années précédentes.
- ♦ Elaborer des activités répondant aux objectifs des programmes et à l'évolution des élèves.
- ♦ Présenter des activités déjà élaborées.
- ♦ Faire le point des activités testées.

Ces demi-journées de stage ont regroupé tous les professeurs de mathématiques du collège, quatre fois par an.

Chaque demi-journée de stage s'est toujours déroulée en deux temps :

- ♦ Un temps de bilans et de mises au point d'activités faites dans les classes.
- ♦ Un autre temps d'échange et de recherche pour introduire ou réinvestir des notions et commencer à élaborer les activités qui permettront de le faire.

Un travail d'élaboration à deux (les auteurs) :

En moyenne une heure par semaine pour :

- ♦ Recenser les possibilités pour introduire des notions à travailler, à partir de divers documents (IREM, manuels scolaires...) ou des idées et expériences des uns et des autres.
- ♦ Construire des propositions d'activités ou de tests pour les présenter aux collègues lors des demi-journées de stage (certaines de ces activités ont été expérimentées dans nos propres classes avant d'être présentées aux collègues).
- ♦ Mettre au point les activités présentées et les rédiger.
- ♦ Réguler le programme de travail en fonction d'aléas extérieurs, des rythmes des progressions dans les classes et des réactions de chaque enseignant.

Un travail de rédaction (travail à deux) :

La présente brochure est le fruit de ce travail.

ENSEIGNER PAR RESOLUTIONS DE PROBLEMES.

DIRE, LIRE ET ECRIRE EN MATHEMATIQUES

Le plus souvent, plutôt que le cours magistral ou le découpage d'un problème selon les différentes difficultés, nous avons fait le choix d'enseigner à partir de situations complexes. Nous nommerons parfois activités ces situations complexes.

Ces situations complexes :

- sont telles que la mise à jour de nouvelles notions est incontournable (pour résoudre le problème posé) ; ou sont telles qu'elles permettent de découvrir, d'entretenir, de valoriser... des savoirs ou savoir-faire nouveaux ou non.
- nécessitent de mobiliser des stratégies de recherche, des confrontations de communication d'une recherche et des résultats.
- nécessitent de mobiliser toutes ses connaissances à tout moment et fréquemment des connaissances différentes.
- sont aussi un défi pour les élèves par leur aspect déconcertant, ludique, stimulant, original, inattendu...

Mais "activités complexes" ne veut pas dire "situations compliquées". Ainsi, tout élève peut se représenter la situation, à partir du texte donné. La situation est complexe en ce sens que la résolution du problème posé n'est pas immédiate, il y a beaucoup de points à gérer. L'activité est suffisamment riche pour que chaque élève soit confronté à des difficultés. Difficultés qui sont souvent différentes selon les élèves et qui nécessitent souvent aussi, la confrontation des idées et donc un travail de groupe. Chacun, quel que soit son niveau, peut y trouver son compte. C'est une façon de gérer l'hétérogénéité et de permettre ainsi une pédagogie réellement différenciée et individualisée.

Les situations complexes proposées visent des objectifs principaux et secondaires. Parmi les objectifs principaux, il peut y avoir une nouvelle notion ou un nouveau savoir-faire. Parmi les objectifs secondaires, il peut y avoir des réinvestissements de savoirs ou savoirs faire. Les savoir être (par exemple, savoir écouter, savoir communiquer à la classe, savoir respecter, savoir rédiger un transparent en pensant aux lecteurs...) selon les activités ou les moments de l'année ou le contexte... feront partie des objectifs principaux ou secondaires.

Parmi les savoir être, l'oral a une place prépondérante. Cet aspect est développé dans le chapitre suivant, "L'oral et son apprentissage", page 14.

Pour faire fonctionner ces situations complexes nous suivons en général le dispositif suivant :

Mise à jour des représentations initiales des élèves (si la situation s'y prête)

Pourquoi ?

Les élèves n'arrivent pas en classe avec des têtes vides qu'il nous appartiendrait de remplir, ils ont déjà des connaissances, apprises à l'école ou non, et par conséquent, ils ont en général des idées préconçues sur le thème que l'enseignant veut aborder. Il est important de mettre à jour leurs représentations initiales pour :

- éventuellement adapter l'activité,
- éveiller la curiosité des élèves et essayer de les rendre demandeurs,

- évacuer certains des sens d'un mot, qui pourraient gêner l'acquisition de la notion mathématique (par exemple, mettre en évidence que quand on parlera d'échelle, il ne s'agit pas de l'objet qui permet de s'élever...),
- et surtout, qu'ils puissent réellement s'approprier des apports nouveaux et non les juxtaposer sans lien avec leurs anciennes connaissances (insuffisantes, contradictoires...).

Comment ?

La technique "autour du mot" est un des moyens qui permet de faire émerger les représentations initiales des élèves : le professeur écrit un mot au tableau ; en silence les élèves réfléchissent, puis chacun à leur tour (les autres restant silencieux) dit un mot qu'il associe au mot écrit et le professeur le note. Ainsi par association d'idées, une suite de mots est écrite. Puis, toujours dans une classe silencieuse, les élèves, chacun à leur tour, choisissent les mots qu'ils gardent (mots soulignés) ou qu'ils rejettent (mots barrés) puis quand plus personne n'a rien à dire, un débat est instauré essentiellement autour des mots soulignés ou rejetés. A la fin du débat, un état des lieux est fait par rapport au mot étudié.

Un autre moyen pour faire une sorte "d'état des lieux" préalable est l'utilisation de l'évaluation nationale en sixième et en cinquième, de tests "maison" pour les autres niveaux.

Le point sera éventuellement fait à la fin de l'activité pour voir ce qui a été confirmé, ce qui a été infirmé, ou mettre en évidence les évolutions.

Déroulement de l'activité

Dans le choix que nous avons fait du déroulement d'une l'activité, il nous semble déterminant qu'il favorise le débat (voir le chapitre suivant, "L'oral et son apprentissage").

Un autre élément important dans le choix du déroulement est qu'il permette aux élèves d'aller vers l'autonomie et de les rendre conscients qu'ils sont les acteurs de leur apprentissage, tant scolaire qu'humain.

Première phase, individuelle

C'est le moment où chaque élève peut s'approprier à son rythme le problème, par la lecture et, parfois, par un premier écrit. Cette phase doit être suffisamment longue pour que les élèves ne s'enferment pas dans leur solution et restent ouverts aux solutions des autres. Elle leur montre souvent qu'il est difficile d'arriver à une solution complète tout seul.

Le professeur n'intervient pas pendant cette phase. Cela nous semble particulièrement important, afin :

- que chaque élève puisse rentrer dans le problème; à son rythme, en n'ayant pas le choix de ne pas le faire, pour identifier le problème posé,
- que l'ensemble de la classe se mette au travail,
- qu'il puisse observer si sa consigne est claire,
- qu'il puisse faire un arrêt pour modifier sa consigne ou inviter les élèves à mieux la lire.

Il ne répond à aucune question : toute intervention de sa part pourrait interrompre une recherche en cours, induire une réponse, etc.

Le professeur est ainsi totalement libre pour observer les élèves : c'est à partir de ces observations qu'il pourra réguler la suite de son travail, repérer les diverses stratégies utilisées par les élèves, décider éventuellement de relever les productions, décider de la façon dont il constituera les groupes, etc.

Deuxième phase, travail de groupe

Par groupe de deux, trois ou quatre, c'est l'occasion d'échanges oraux où chacun aura à expliquer ses réflexions, sa solution au problème posé et éventuellement à convaincre ses camarades, pour arriver à une production du groupe, écrite ou orale, sur affiches ou transparents, à destination le plus souvent de toute la classe. Le mode de constitution des groupes dépend de l'activité et de ce qu'a observé l'enseignant pendant le travail individuel ou en ramassant une production écrite : un groupe peut être constitué d'élèves ayant des démarches différentes, pour provoquer une confrontation, ou bien d'élèves ayant choisi une même démarche, plus ou moins aboutie, ou encore, selon des critères spatiaux, pour aller plus vite, etc. Nous sommes actuellement conduits à préférer des groupes de quatre élèves (plutôt que deux ou trois), car ils permettent des confrontations plus riches ainsi qu'un nombre plus restreint de productions, ce qui en facilite la gestion.

Nos consignes pour le travail de groupe précisent aux élèves qu'ils doivent aussi prévoir la présentation de leur travail et que les rapporteurs ne seront désignés qu'à la fin du travail par l'enseignant et qu'ils auront aussi à gérer le débat. Cette présentation de leur travail motive les élèves qui tiennent à faire le mieux possible ; les élèves soignent plus leur travail, y apportent plus de rigueur, améliorant ainsi la qualité de leurs écrits ; ils essayent de prévoir les questions du débat et cherchent les réponses, ils approfondissent ainsi leur travail ; les plus faibles, déjà plus actifs en groupe qu'en classe entière, sont d'autant plus demandeurs pour comprendre et être capables de présenter correctement le travail du groupe.

Les élèves sont prévenus, qu'en fonction des observations de l'enseignant, un point pourra être fait collectivement sur le travail du groupe, sur la "prestation" du rapporteur ou la qualité du débat (voir en annexe la feuille déroulement).

L'enseignant n'intervient pas dans les débats dans les groupes, si ce n'est pour :

- apporter éventuellement une aide à un groupe afin de débloquent son travail, toujours de façon limitée et avec le souci de ne pas induire de réponse.
- ou pour dire "Attention, pensez au lecteur, d'où viennent ces informations ?"
- réguler le travail des groupes, en intervenant auprès de certains pour les maintenir au travail, auprès d'autres pour les inciter à se dépêcher un peu, etc.

Par contre, l'enseignant observe, écoute et prend des notes, recueillant ainsi des éléments dont il tiendra compte pour intervenir à un moment ou à un autre dans la suite de l'activité ou dans des activités futures.

Le travail en groupe est un moment d'autonomie et de libre parole pour les élèves. Bien sûr ils peuvent travailler plus ou moins sérieusement, parler d'autres choses que du sujet, sans que l'enseignant s'en aperçoive. Mais il s'agit d'une liberté relative : il y a une production à faire, une présentation à prévoir, et les élèves constatent rapidement que la qualité de leur production et de leur présentation est directement liée à la qualité de leur travail de groupe.

Troisième phase, présentations et débats

En fonction de ce qu'il a observé dans la deuxième phase ou des travaux qu'il a relevés, le professeur fait le choix, pour la présentation des travaux de groupe, d'un ordre qui permettra la plus grande richesse possible pour les débats et de maintenir les élèves en questionnement et dans l'attente d'une réponse. Il peut, dans certains cas, choisir de ne pas faire présenter tous les travaux (pour éviter trop de redites par exemple, ou parce que le sujet est épuisé), mais ce choix doit toujours être expliqué et négocié avec les élèves qui ne doivent pas se sentir frustrés.

Le rapporteur (quelquefois les rapporteurs) présente donc le travail de son groupe. Pendant cette présentation, les autres élèves n'ont pas le droit d'intervenir, ils écoutent et prennent des notes

pour le débat. Le rapporteur conduit ensuite le débat : il donne la parole, répond aux questions, défend le travail du groupe. Eventuellement, les autres membres de son groupe peuvent l'aider. C'est aussi le rapporteur qui décide quand le débat est terminé.

Pendant toute cette phase, l'enseignant est complètement en retrait, dans le fond de la classe. Nous expliquons aux élèves la raison de cette attitude : pour que le débat soit réellement un débat entre élèves et non un dialogue élève-professeur ; l'enseignant intervient éventuellement pour modérer le débat ou le stimuler, ou pour le recentrer, ou pour qu'un élément ne soit pas oublié, ou pour débloquer une situation mais toujours le moins possible. Le point est ensuite fait collectivement sur la qualité de la "prestation" (voir le chapitre suivant, "L'oral et son apprentissage").

Quatrième phase, le point en classe entière

A partir des productions de chaque groupe et des débats, le professeur, tout en restant neutre sur ce qui s'est dit, fait ensuite le bilan de ce qui a eu lieu. Il s'appuie sur tout ce qui a émergé, pour que la classe arrive à la solution (ou aux solutions) au problème posé, si ce n'est déjà fait. Il est parfois nécessaire qu'il intervienne fortement, à un moment ou à un autre, pour faire ressortir le ou les objectifs de l'activité. Il reprendra les arguments pour mettre en évidence ce qui est vrai (et à retenir en tant que tel) et aussi ce qui est faux.

En effet, les erreurs ne sont généralement pas absurdes. A partir du questionnement des élèves et du débat, analyser ces erreurs permet d'aider les élèves à s'en affranchir.

Cinquième phase, l'institutionnalisation

Essentielle pour qu'une activité ne soit pas de l'activisme, l'institutionnalisation permet à la classe elle-même de mettre en forme par écrit ce qu'il faut retenir de l'activité, puis de s'en déconnecter en faisant émerger ses objectifs, pour acquérir une nouvelle notion, un nouveau savoir-faire, pour retenir des critères de réussite, etc. Pour ce faire, l'enseignant doit marquer très nettement que cette cinquième phase est une rupture avec la précédente. Dans cette cinquième phase, le rôle de l'enseignant est donc déterminant.

Elle se fait en fonction du vécu de la classe sans oublier les objectifs visés.

La feuille résumé (s'il y en a une) est distribuée suivant les cas, directement après cette institutionnalisation, ou plus tard, comme synthèse sur un ensemble de notions nouvelles.

Sixième phase, les applications

Ces applications, qui suivent l'activité, permettent de faire fonctionner les objectifs visés et de continuer à se les approprier. Le retour à l'activité peut être nécessaire pour donner du sens aux objectifs visés, pour qu'ils n'apparaissent pas seulement comme des mécanismes.

Le fait que les élèves retrouvent dans toutes les activités les mêmes grandes étapes leur permet d'avoir des repères, d'être en terrain connu ; mais selon les activités, il y a évidemment des variantes dans ce déroulement et cela évite qu'une certaine routine ne s'installe.

Ce fonctionnement est exigeant pour l'enseignant. En effet, il nécessite d'être particulièrement rigoureux dans la gestion du programme, dans l'articulation des activités sans oublier des parties du programme. En même temps, d'un problème à l'autre, des compétences communes sont développées et nécessaires à l'intégration du programme. Ce qui permet un enseignement spiralaire, mais qu'il faut gérer. Cette façon de travailler est un moyen d'aborder une notion difficile ou un savoir-faire par des entrées différentes et à différents moments de l'année (proportionnalité, apprentissage à la démonstration par exemple). Le travail par activité est une façon de faire assimiler le programme (savoir, savoir-faire et savoir être) sans se limiter à

l'exigible associé et au savoir. On peut penser qu'en ne se limitant pas à l'exigible, on peut mieux l'atteindre (Exemples : fonctions, polygones réguliers et angle inscrit, synthèse sur les nombres...)

Pour mettre en œuvre un tel dispositif, une concertation entre collègues de mathématique est facilitante, de par les échanges qu'elle permet sur les difficultés, les régulations nécessaires et, aussi, les réussites.

L'ORAL ET SON APPRENTISSAGE

Pourquoi l'oral ?

Les auteurs de la présente brochure font partie du groupe "Dire, lire et écrire" de l'IREM des Pays de la Loire. L'origine du groupe est la volonté de cinq participants à un stage sur la démonstration de continuer à travailler ensemble, ce qui se fait depuis dans le cadre d'une recherche-action de l'IREM de Nantes.

Notre première préoccupation était la difficulté à faire écrire des démonstrations aux élèves, particulièrement en quatrième. Cela nous a amenés à chercher des activités créant des situations propices à faire produire aux élèves différentes sortes d'écrits, pour présenter, expliquer, convaincre, démontrer, etc, et ce, dès la sixième.

C'est à partir de ce travail par activités que nous avons perçu peu à peu l'importance du débat entre élèves, et que nous nous sommes donc intéressés à l'oral.

Il ressort de ce qui précède que, si la suite du texte concerne surtout l'oral, ce n'est absolument pas pour nous en opposition par rapport à l'écrit. L'oral et l'écrit s'enrichissent l'un l'autre, d'une part pour viser l'acquisition des connaissances et savoir-faire mathématiques, d'autre part pour concourir ensemble à la maîtrise des langages, qui est un objectif de l'enseignement des mathématiques :

- d'abord nous ne pourrions pas atteindre nos objectifs disciplinaires sans travailler la maîtrise des langages (de tous les langages : langue naturelle, mais aussi graphique, figure, tableau, algèbre, schéma, etc.) dans leurs spécificités en mathématiques,
- ensuite, structurer la pensée et former de futurs citoyens réfléchis fait partie de notre mission.

L'oral est maintenant formellement mentionné dans les programmes. Cela a permis à notre groupe, tout en continuant à travailler dans le cadre de l'IREM, de poursuivre son travail sur l'oral dans le cadre du troisième, puis du quatrième plan national d'innovation. La suite du présent texte utilise largement des écrits du groupe produits dans le cadre de ces plans.

Nous sommes convaincus de l'importance de faire en sixième le travail sur l'oral que nous exposons ci-dessous. C'est ce que nous faisons dans nos classes et nous avons pu en percevoir, en suivant nos élèves, les effets positifs.

Mais ce texte a cependant sa place dans cette brochure. D'une part, nous sommes aussi amenés à commencer le travail sur l'oral à d'autres niveaux, et même en troisième, dans la mesure où tous les enseignants de mathématiques ne pratiquent pas ce travail sur l'oral. D'autre part, il s'agit d'autant plus d'un travail de longue haleine s'il est mené dans une seule discipline.

Le débat

L'observation des élèves pendant les activités met en évidence l'importance des débats. Que ce soit le débat entre élèves dans le travail de groupe ou en classe entière, c'est toujours un temps fort de l'activité, un moment de très grande richesse. Son rôle est déterminant :

- Par le conflit socio-cognitif, il permet les ruptures nécessaires à l'acquisition des nouvelles connaissances : les élèves, avec leurs connaissances limitées ou partielles, se confrontent, échangent et dépassent ainsi leurs représentations initiales.

- L'élève est amené à convaincre, donc à mobiliser ses connaissances pour avoir des arguments, choisir une stratégie et pouvoir justifier ses choix, être attentif pour comprendre ce que dit l'autre, être à l'affût des erreurs, etc.
- L'élève doit construire une argumentation claire et précise pour être compris de ses camarades.
- L'élève apprend l'importance de l'écoute attentive : de même que la qualité de la lecture d'un texte donne plus de chance d'arriver à une solution, la qualité de l'écoute de ses camarades lui permet d'avoir des arguments plus efficaces. Il acquiert ainsi un comportement plus social et apprend à respecter la parole de tous et pas seulement de celui qui parle le plus fort ou le mieux.

En classe de mathématiques, une argumentation peut avoir deux objectifs :

- établir la vérité d'une proposition mathématique (**débat scientifique**) ;
- défendre une méthode, une solution, etc, plutôt qu'une autre : économie de moyens, facilité, cohérence, etc (**débat réfléchi**).

C'est à l'enseignant de mettre en évidence que dans certains débats, l'objectif est d'arriver à la vérité, et donc de faire sentir aux élèves ce qu'est un débat scientifique.

Pour arriver à ce débat scientifique, la posture de l'enseignant doit faciliter le fait que chaque élève s'adresse à ses pairs (les autres élèves) et non pas au professeur, avec l'objectif de faire émerger la vérité en éprouvant les assertions énoncées. Il faut que l'élève qui propose une assertion ne soit pas celui qui sait, mais celui qui conjecture, celui qui pense qu'une chose est vraie et que celui qui réfute l'assertion le fasse non parce qu'il a des certitudes, mais parce qu'il a des arguments et essaie de le démontrer. Les élèves ont donc à prendre un risque au cours du débat et c'est ce risque pris qui leur permettra de réellement s'approprier les connaissances mises en lumière, par la suite, lors de l'institutionnalisation.

Le travail sur l'oral dans les activités

Cette importance donnée à l'oral implique en même temps d'engager un travail sur cet oral. De même qu'il y a un travail particulier à faire sur l'écrit, nous pensons qu'il faut aussi un travail particulier sur l'oral, pas de manière artificielle bien sûr, mais en situation, quand la qualité de l'oral répond à une nécessité, pour communiquer, argumenter, convaincre, prouver, etc.

Cela implique évidemment d'avoir instauré en classe un climat de confiance et d'avoir construit des règles de vie, particulièrement en ce qui concerne le respect de chacun. Cela implique aussi d'avoir expliqué qu'il est normal de faire des erreurs quand on apprend et qu'on prend le risque de répondre et d'argumenter, et que ces erreurs sont utiles : elles permettent à d'autres d'argumenter et, par le débat, d'approcher de la connaissance visée ; elles permettent aussi à l'enseignant de mieux voir où sont les difficultés réelles des élèves. Concernant l'oral, nous expliquons que l'oral aussi s'apprend, que si certains peuvent avoir plus de facilités que d'autres, tous doivent apprendre, et qu'il s'agit de faire ensemble cet apprentissage.

Les élèves sont prévenus, qu'après chaque présentation, un point peut être fait collectivement sur le travail du groupe, sur la "prestation" du rapporteur ou la qualité du débat (voir la feuille déroulement en annexe 1, page 18). L'objectif est clairement posé (et souvent rappelé) : il ne s'agit pas de ménager les copains ou d'être "méchants", mais de dire clairement les défauts (et les réussites !) de façon à ce que tout le monde apprenne et puisse faire mieux la fois suivante.

Nous avons constaté que des élèves timides apprécient ce travail sur l'oral, qu'ils ressentent comme une aide pour vaincre leur timidité.

Il amène aussi des élèves "baratineurs" à plus de rigueur dans leur argumentation, ou a plus d'honnêteté intellectuelle pour d'autres, quand c'est la classe elle-même qui leur renvoie leurs

défauts et leur demande de refaire sérieusement leur présentation, comme cela arrive quelquefois.

A partir des points faits après chaque présentation et débat, se dégage peu à peu une liste de critères de réussite pour une bonne présentation et une bonne gestion du débat, liste, évolutive évidemment, qui est la référence de la classe (voir l'annexe 2, page 19).

Dans le cas où des élèves ne participent jamais au débat, au début de l'activité suivante, l'enseignant prévient la classe que, une fois le débat terminé et après un temps de silence pour faire un point, pour retrouver, pour poser des questions sur des oublis, ... un de ceux qui n'ont pas participé sera désigné pour dire ce qu'il a retenu de marquant, ce qu'il a découvert, ce qu'il a appris, etc. Outre l'incitation à participer, c'est aussi une méthode pour faire une synthèse de l'activité.

Ce travail sur l'oral ne se fait pas au détriment de l'écrit. L'oral du travail de groupe, avec l'objectif de la présentation, amène à approfondir la solution au problème posé et à plus de rigueur et de soin dans la production écrite du groupe. De même, l'intensité du débat en classe entière fait que les élèves sont plus en attente de l'institutionnalisation.

Le travail sur l'oral en dehors des activités

Même si on travaille par activité dans le cours de math, cela ne fait pas tellement d'occasions que ça pour un élève de présenter et donc de progresser, même s'il tire profit des prestations de ses camarades. Nous multiplions donc les occasions de travailler sur l'oral.

Le travail à la maison

Pour mieux l'exploiter (il ne s'agit pas d'en donner beaucoup), nous envoyons en même temps 3 ou 4 élèves au tableau pour rédiger leur solution au même exercice et répondre après aux remarques et questions de leurs camarades. C'est ainsi les interventions des pairs qui montrent à certains élèves que ce travail maison doit être fait sérieusement, par eux-mêmes et non la famille. C'est aussi l'occasion de débattre sur la façon de rédiger telle solution, sur la justesse ou l'élégance de telle ou telle autre puisqu'il y en a 3 ou 4 en même temps sous les yeux de tous.

L'aide individualisée

L'aide individualisée à tous les niveaux, que ce soit en classe entière ou en petit groupe, est l'occasion d'une autre forme d'oral, celui de l'élève qu'on amène à s'exprimer pour pouvoir cerner ses difficultés et mieux l'aider.

Le rôle de professeur principal

A travers l'heure de vie de classe, il existe la possibilité de débat entre élèves sur d'autres sujets que les mathématiques : vie de classe, vie dans le collège, problèmes de discipline, etc. C'est donc une occasion de faire des transferts avec ce qui se passe en cours. C'est aussi une occasion de mieux faire prendre conscience aux élèves que leur parole est d'autant plus prise en compte qu'elle s'exprime dans le respect de certaines règles (respect des autres, honnêteté, etc).

Mais ce débat, dans lequel les élèves peuvent être plus impliqués personnellement, est de ce fait plus difficile à mener pour eux. Le cadre mathématique est facilitateur pour instaurer les règles de vie qui permettent un débat réfléchi... même s'il est passionné !

Conclusion

Pour conclure, il nous semble qu'un élément important de l'efficacité du travail sur l'oral est son suivi, son suivi dans le temps bien sûr, mais aussi son suivi dans toutes les disciplines enseignées. Même si nous multiplions en classe de mathématiques les occasions de faire pratiquer l'oral à nos élèves, il n'en reste pas moins que cela ne fait quand même que peu d'occasions pour chaque élève. Est-ce suffisant pour apprendre ? Est-ce suffisant pour mesurer les évolutions ? Sans doute faudrait-il que l'oral, comme l'ensemble de la maîtrise de la langue, soit l'objet d'un travail entre enseignants de plusieurs disciplines dans une même équipe pédagogique, à défaut de toutes, mais cela suppose aussi que soit dégagé le temps nécessaire pour la concertation indispensable entre les enseignants concernés.

**A l'école on apprend à écrire mais on a aussi à apprendre ...
...à dire, à écouter**

Pour cela, pour chacune des activités à venir, quand il y aura eu un travail de groupe, il y aura un rapporteur désigné par votre professeur

Premier temps

L'affiche ou le transparent est présenté.

"Présenté" cela signifie qu'on ne se contente pas seulement de lire le document réalisé.

Quelquefois ce n'est pas suffisant.

Pour que la classe comprenne, il peut être fait référence au débat dans le groupe, aux désaccords...

Pendant ce temps, les autres élèves écoutent, prennent des notes pour demander des explications, pour signaler quelque chose qui semble faux en disant pourquoi...

Les autres élèves du groupe peuvent l'aider si nécessaire ou complètent à la fin.

Deuxième temps

L'élève qui a présenté, lance le débat.

Il demande à la classe s'il y a des élèves qui ont des questions à poser, des points qu'ils n'ont pas compris et mène le débat dans la classe.

Le professeur n'intervient que si c'est nécessaire, prend des notes aussi.

Troisième temps

Un point sur les prestations de votre camarade.

- *sur la présentation du document*
- *sur la présentation du débat*
- *et éventuellement par rapport au travail du groupe.*

Puis

Quand toutes les présentations auront été faites, deux points seront faits.

- *un sur le plan mathématique*
- *un sur le plan des présentations.*

Avec élaboration d'une synthèse écrite dans chacun des cas (ou ajouts, modifications ... sur synthèses déjà faites...).

Classe de 6^{ème} B – Année 2002/2003

Pour bien présenter un transparent

Parler suffisamment fort	*
Articuler	*
Ne pas rigoler	
Regarder la classe	*
Essayer d'éviter les tics de langage	
Ne pas seulement lire le transparent	
Lire sans hésitation (s'entraîner avant)	
Se nommer en dernier quand on cite les membres du groupe	

Pour bien conduire un débat

Etre attentif aux questions	*
Répondre pour toute la classe à une question posée	*
Savoir répondre aux questions posées ou dire qu'on ne sait pas	*
Ceux qui posent une question doivent insister s'ils n'ont pas eu la réponse à leur question	
Etre tonique (pour que les autres ne s'endorment pas)	
Rester solidaire de son groupe	*
Il faut que tout le monde se sente concerné dans le groupe	*
Il faut avoir écouté les autres dans le travail de groupe	*

NB : le signe "" désigne ce que les élèves ont considéré comme étant le plus important.*

ACTIVITES

POUR COMMENCER L'ANNEE : UN POINT SUR LA GEOMETRIE

Après avoir commencé l'apprentissage de la démonstration en sixième, en cinquième et après l'avoir accentué en quatrième, il nous semble important en début de troisième de faire un point sur la géométrie du collège.

Faire ce travail en début d'année est l'occasion de fédérer la classe et de lui donner une culture commune.

Les élèves de troisième étant plus à même d'exprimer leurs difficultés, nous avons choisi d'introduire ce travail sur la géométrie par une enquête sur le programme de math des classes antérieures en leur demandant de compléter le tableau suivant :

J'ai bien aimé... (Sois le plus précis possible.)	J'ai eu des difficultés sur... Essaie d'expliquer pourquoi.)

Cette enquête et la synthèse qu'il en fait, permet à l'enseignant d'avoir une image de la classe. Renvoyant cette synthèse à la classe, il va pouvoir impliquer les élèves en prenant appui sur leurs affinités (par exemple, l'histoire des math) et sur leurs difficultés.

Les élèves sont alors prévenus que les difficultés dans le domaine numérique seront traitées ultérieurement et que l'on va commencer par celles de géométrie.

Niveau :

Troisième.

Objectifs :

- Fédérer la classe en mettant en place un contrat évolutif.
- Rappeler que pour prouver, on s'appuie sur les données et le cours déjà vu en classe.
- Insister à nouveau sur propriété directe et réciproque.
- Rappeler les conventions de codage, de notations et d'écriture.
- Rappeler l'habitude de citer le nom des théorèmes quand ils en ont un.
- Mettre en évidence qu'il peut y avoir plusieurs démarches possibles.
- Mettre en évidence qu'il peut y avoir plusieurs rédactions possibles.
- Mettre en évidence qu'il faut connaître le cours.
- Utiliser le "comment démontrer que"
- ...

Prérequis :

Aucun.

Déroulement :

Il est donné à chercher individuellement en classe et sur feuille, un problème de géométrie de type brevet, à questions enchaînées, pendant deux heures consécutives ou non (voir des exemples en annexe 1).

On annonce aux élèves que le travail demandé se fait à la suite des difficultés en géométrie exprimées dans l'enquête et qu'on compte sur eux pour qu'ils le fassent le plus sérieusement possible afin de les aider au mieux ensuite.

Les feuilles "Comment démontrer que" dont la fonction est succinctement présentée (voir annexe 3 page) sont à la disposition des élèves pour la partie individuelle ou pour la partie travail de groupe.

Les productions sont relevées et analysées pour préparer la constitution des groupes et le travail (identique ou non) qui sera demandé.

Suivant les cas (voir un exemple en annexe 2), le thème principal du travail d'un groupe pourra :

- Faire découvrir la nécessité de connaître le cours.
- Être de chercher comment démarrer la résolution d'une question.
- Faire travailler sur le repérage entre "donnée et conclusion" et sur le fait que la conclusion à une question devient donnée pour les questions suivantes.
- Faire découvrir l'existence de démarches différentes en proposant des résolutions différentes d'une même question.
- Faire découvrir l'existence de rédactions différentes utilisant la même démarche.
- Faire travailler sur la rédaction de questions enchaînées à partir de celles de quelques élèves ou de celles des élèves du groupe.
- ...

Ainsi, à partir d'un problème abordé par tous, les élèves peuvent travailler à leurs difficultés particulières, ou les plus urgentes, ou de façon complémentaire...

Chaque groupe présente le travail qu'il a fait à la classe et lance le débat. Pendant ce temps, l'enseignant est en retrait dans le fond de la classe et intervient le moins possible de façon à pouvoir prendre le plus possible de notes.

Avant la séance suivante, en analysant ses notes pour prendre en compte les problèmes les plus urgents, l'enseignant peut préparer son intervention, pour mettre en évidence avec la classe (avec une trace écrite ou non) :

- Ce qui est incontournable (cours, minimum exigible dans la rédaction...).
- Ce qui est conseillé, ce qui relève des habitudes.
- Ce sera peut-être aussi pour l'enseignant l'occasion de réaliser que certaines exigences n'ont pas de raison d'être, ni sur le plan mathématique, ni sur le plan pédagogique... !

Puis une rédaction du problème est élaborée avec la classe en utilisant les remarques faites, l'enseignant rappelant que la rédaction réalisée est **une** rédaction possible.

Les feuilles "Comment démontrer que..." restantes sont distribuées.
L'enseignant demande à ceux qui les ont utilisées, en quoi elles leur ont été utiles, s'ils ont eu des difficultés dans leur utilisation... et l'enseignant fait remarquer les points qu'ils n'auront le droit d'utiliser qu'après qu'ils aient été vus en classe.

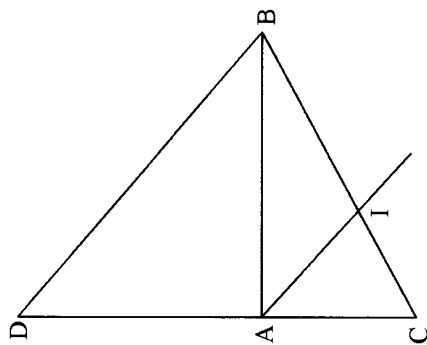
Remarques :

Suivant ses choix pédagogiques ou le temps qu'il veut passer à ce travail, l'enseignant aura codé les figures avant photocopie ou le fera avec les élèves.

Antérieurement, les feuilles "Comment démontrer que..." étaient distribuées en quatrième, accompagnées d'un dispositif assez lourd pour apprendre à les utiliser, d'autant plus que beaucoup de connaissances répertoriées n'avaient pas encore été enseignées.

Les résultats d'une enquête auprès des élèves en fin de quatrième, nous a incités à les distribuer en début de troisième plutôt que des les supprimer.

Problème 1



On sait que :

- $AC = 4,2\text{ cm}$; $AB = 5,6\text{ cm}$; $BC = 7\text{ cm}$.
- I est le point du segment [BC] tel que $CI = 3\text{ cm}$.
- La parallèle à la droite (AI) passant par B coupe la droite (AC) en D.

Attention ! les mesures de la figure sont fausses...

- 1 – Démontrez que le triangle ABC est rectangle.
- 2 – a) Déterminez la mesure de $\widehat{CD}$.
b) Prouvez que ADB est un triangle rectangle isocèle.
- 3 – a) Démontrez que $\widehat{IAB} = 45^\circ$
b) En déduisez que (AI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{CAB}$.
- 4 – Soit E le point de (AB) tel que (IE) et (AB) sont perpendiculaires et soit F le point de (AC) tel que (IF) et (AC) sont perpendiculaires.
Démontrez que AEIF est un rectangle.
- 5 – Démontrez que $IE = IF$.
Quelle précision peut-on alors apporter quant à la nature du quadrilatère AEIF ?

Problème 2

Tracez un segment [BC] de 6 cm de longueur et construisez sa médiatrice (Δ).

(Δ) coupe [BC] en H. Soit A un point de (Δ) tel que $HA = 4\text{ cm}$.

1 – Quelle est la nature du triangle ABC ? Démontrez votre réponse.

2 – Déterminez la mesure de AB.

3 – Soit E le point de [BC] tel que $BE = 2\text{ cm}$. La droite (D) passant par E et parallèle à (Δ) coupe [AB] en F.
Déterminez la valeur exacte de BF.

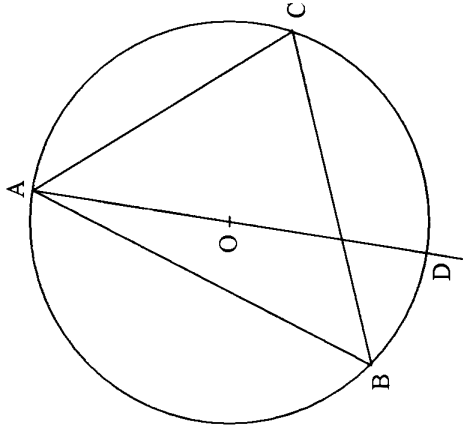
4 – Soit I le centre du cercle circonscrit au triangle ABH. Soit J le centre du cercle circonscrit au triangle ACH.

a) Démontrez que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.

b) Calculez IJ.

5 – Quelle est la nature du quadrilatère AIHJ ? Démontrez votre réponse.

Problème 3



A, B et C sont trois points distincts d'un cercle de centre O ;
[AD] est un diamètre de ce cercle.

1 – Quelle est la nature des triangles ABD et ACD ?

2 – La parallèle à (BD) passant par C coupe (AB) en E.
Démontre que (CE) est une hauteur du triangle ABC.

3 – La perpendiculaire à (BC) passant par A coupe le cercle en A et en J, la droite (CE) en H et la droite (BC) en I.

a) Que représente H pour le triangle ABC ?

b) Démontre que (BH) est parallèle à (CD).

4 – Démontre que BHCD est un parallélogramme. On appelle K le point d'intersection de ses diagonales.
Que représente K pour le segment [HD] ?

5 – a) Quelle est la nature du triangle ADJ ?

En déduire que (CI) et (DJ) sont parallèles.

b) Démontre que I est le milieu de [HJ].

L'enseignant a fait le choix suivant de textes d'élèves pour la première question du problème 3 (voir annexe 1) dans l'optique de travailler principalement sur la nécessité de connaître le cours, mais évidemment d'autres points ont été abordés, comme :

- l'appui sur la figure ;
- la possibilité de rédactions différentes dans leurs formes ;
- le texte d'une démonstration a une forme particulière, qui n'est pas celle d'une description ;
- l'utilisation d'un vocabulaire spécifique et adapté ;
- la possibilité de ne pas réécrire deux fois la même démonstration.
- -

Certains points abordés ont pu nécessiter un entretien d'explicitation auprès des élèves pour confirmer ou infirmer les analyses faites par l'enseignant ou par les élèves, ou pour que l'élève-auteur prenne conscience de son fonctionnement ou de ses erreurs.

Les textes choisis, collectés pour servir de support au travail des groupes.

- 1 - ABD et ACD sont des triangles rectangles car :
Quand un triangle à un cercle circonscrit dont l'hypoténuse est le diamètre, alors il est rectangle au côté opposé de l'hypoténuse.
- 2 - Les triangles ABD et ACD sont des triangles quelconques car sachant que l'hypoténuse est le plus grand côté d'un triangle, seulement les côté restant peuvent être de même nature.
Et à l'œil "nu", on peut s'apercevoir que les deux côtés sont de mesures différentes.
- 3 - Le triangle ABD est un triangle rectangle en B inscrit dans le cercle de centre O.
Le triangle ACD est un triangle rectangle en C inscrit dans le cercle de centre O.
- 4 - Comme l'hypoténuse de ABD est le diamètre du cercle de centre O et que B est sur le cercle de centre O, alors ABD est rectangle en B.
- 5 - ABD est un triangle rectangle en B car quand un triangle est inscrit dans un cercle dont l'un des côtés est le diamètre de ce cercle, alors le triangle est rectangle au sommet opposé.
ACD est aussi un triangle rectangle en C car ACD est inscrit dans le cercle de centre O, ACD est rectangle au sommet opposé.
- 6 - O est le milieu de [AD] car [AD] est le diamètre d'un cercle de centre O.
On sait que ABD est un triangle inscrit dans un cercle et O est le milieu de [AD] et le centre de ce cercle.
Théorème : Si un triangle est inscrit dans un cercle et que le milieu d'un de ses côtés est le centre de ce cercle, alors ce triangle est rectangle et ce côté est son hypoténuse.
Donc ABD est rectangle en B.
On sait que ACD est un triangle inscrit dans un cercle et que O est le milieu de [AD] et le centre de ce cercle.
De même que ci-dessus, on démontre que ACD est rectangle en C.
ABD et ACD sont des triangles rectangles en B et C.

LES NOMBRES RENCONTRES AU COLLEGE

Le travail sur les nombres commence au collège dès la sixième, avec un travail sur notre numération comparée à d'autres numérations. Le travail sur les fractions et les décimaux continue, avec la découverte fréquente que les entiers sont des décimaux, que parmi les nombres fractionnaires certains sont des décimaux et d'autres non, avec la découverte de π . Tous ces nombres sont utilisés en cinquième et en quatrième, d'autres sont découverts. En troisième, il nous semble intéressant de faire à nouveau un point particulier sur les nombres :

- pour "remettre de l'ordre" ;
- pour revenir sur le problème de l'inclusion, vu en particulier avec les quadrilatères, et insister avec les nombres sur cette difficulté importante au collège ;
- pour mieux marquer la rupture avec le fait qu'il ne sera question que d'entiers naturels dans le travail en arithmétique.

Niveau :

Troisième

Objectifs :

- Faire un point sur les nombres rencontrés au collège.
- Repréciser la différence entre nombre décimal et écriture décimale d'un nombre, entre nombre fractionnaire et écriture fractionnaire d'un nombre.
- Faire découvrir ou redécouvrir qu'un nombre entier est un nombre décimal, etc.

Prérequis :

Aucun.

Déroulement :

L'enseignant annonce aux élèves que l'activité va commencer avec une séance "Autour du mot" et explique le fonctionnement correspondant si nécessaire (voir "Enseigner par résolutions de problèmes. Dire, lire et écrire en mathématiques", page 9)

A partir de la production de la classe (voir un exemple en annexe), un débat s'engage dans l'objectif de :

- faire un tri pour écarter ce qui ne répond pas à la consigne ;
- dire ce que sont les nombres cités, avec un point particulier sur les décimaux (en demandant éventuellement aux élèves de trouver une définition des nombres décimaux) ;
- classer ces nombres après en avoir éventuellement complété la liste ;
- faire (re)découvrir que tout entier est un décimal, que tout décimal est un rationnel, etc ;
- repréciser la différence entre nombre décimal et écriture décimale d'un nombre, entre nombre fractionnaire et écriture fractionnaire d'un nombre.

En fonction de la production de la classe, d'autres points peuvent être abordés dans le débat (voir les remarques).

Le résumé (voir feuille résumé) est ensuite distribué aux élèves. Le schéma sera complété grâce à l'application.

Les élèves reçoivent la consigne (voir feuille application) :

"Voici une liste de 19 nombres :

$-2,7$; π ; -1 ; $\frac{10}{3}$; $\frac{28}{4}$; $\frac{-60}{6}$; $\sqrt{4}$; $\sin 83^\circ$; $4,25$; $\tan 45^\circ$;
 $\frac{3}{10}$; 0 ; $\cos 60^\circ$; $\sqrt{2}$; $\sqrt{9}$; $-\frac{1}{7}$; $-\sqrt{3}$; $\sqrt{0,09}$; 3

Tu dois les placer dans les ensembles auxquels ils appartiennent (au crayon de bois pour l'instant...)"

Il s'agit d'un travail individuel, puis d'un travail de groupe.

Un groupe présente ensuite le résultat de son travail et le débat en classe entière permet à la classe de se mettre d'accord et de compléter le résumé.

Remarques :

Le débat peut porter aussi sur d'autres points que ceux qui sont les objectifs de l'activité. Ainsi, dans l'exemple en annexe, le débat a permis de revenir sur :

- la différence entre opération et résultat d'opération
- la différence entre point et coordonnées d'un point
- les différents sens possibles d'un même mot (échelle, chiffre...)

L'enseignant peut faire le choix de ne pas aborder immédiatement tous les points soulevés par une séance "Autour du mot" et les noter pour y revenir à d'autres occasions.

LES NOMBRES RENCONTRES AU COLLEGE

$\mathbb{N}$ Les entiers naturels : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; ...

Les nombres entiers naturels constituent un ensemble, noté $\mathbb{N}$

$\mathbb{Z}$ Les entiers relatifs : ... -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ...

Les nombres **entiers positifs et négatifs** constituent l'ensemble des **entiers relatifs**, noté $\mathbb{Z}$.

$$3 = + 3$$

L'ensemble $\mathbb{N}$ est une partie de l'ensemble $\mathbb{Z}$.

$\mathbb{D}$ Les décimaux relatifs

Les nombres dont l'écriture décimale comporte un nombre fini de chiffres derrière la virgule constituent l'ensemble des nombres **décimaux relatifs**, noté $\mathbb{D}$.

-3 a zéro chiffre après la virgule, donc -3 est un nombre décimal.

L'ensemble $\mathbb{Z}$ est une partie de l'ensemble $\mathbb{D}$.

$\mathbb{Q}$ Les rationnels

Les nombres qui peuvent s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$, où a et b sont des **entiers relatifs**, b étant non nul, constituent l'ensemble des **nombres rationnels**, noté $\mathbb{Q}$.

Par exemple, $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{-5}{7}$; $\frac{5124}{1000}$ sont des rationnels.

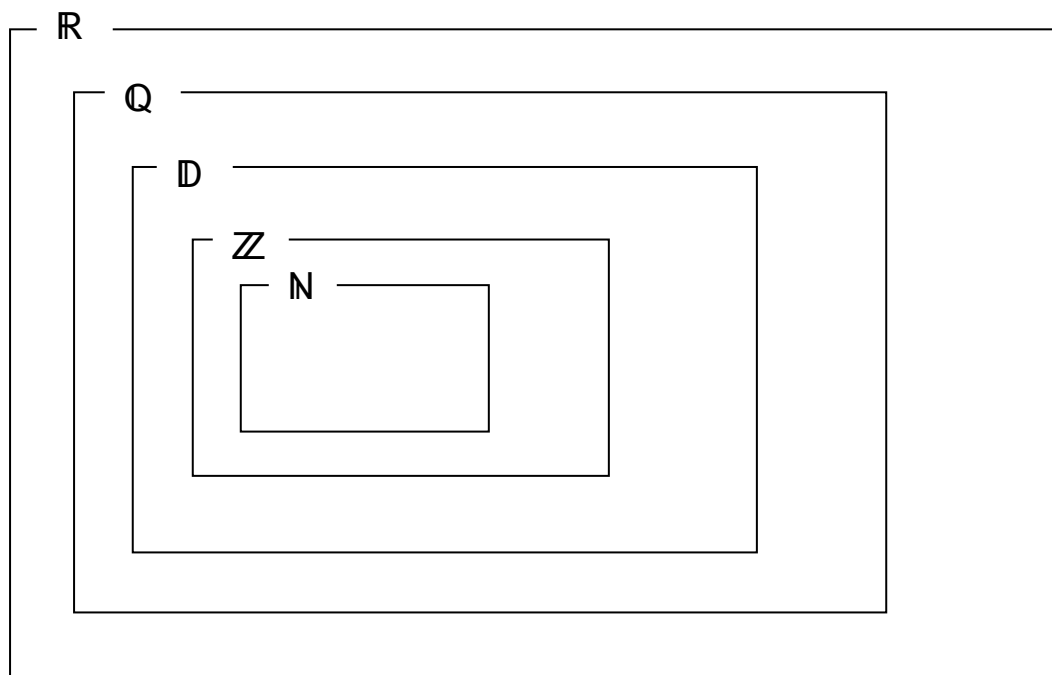
$$\frac{5124}{1000} = 5,124 \quad \text{L'ensemble } \mathbb{D} \text{ est une partie de l'ensemble } \mathbb{Q}.$$

$\mathbb{R}$ Les réels

Il existe aussi des nombres qui ne peuvent pas s'écrire sous la forme d'un quotient de deux nombres entiers relatifs (π ; $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$...). Ces nombres sont appelés **irrationnels**.

Les nombres **rationnels et irrationnels** constituent l'ensemble des **nombres réels**, noté $\mathbb{R}$.

L'ensemble $\mathbb{Q}$ est une partie de l'ensemble $\mathbb{R}$.



APPLICATION

Voici une liste de 19 nombres :

$$-2,7 ; \pi ; -1 ; \frac{10}{3} ; \frac{28}{4} ; \frac{-60}{6} ; \sqrt{4} ; \sin 83^\circ ; 4,25 ; \tan 45^\circ ; \\ \frac{3}{10} ; 0 ; \cos 60^\circ ; \sqrt{2} ; \sqrt{9} ; -\frac{1}{7} ; -\sqrt{3} ; \sqrt{0,09} ; 3$$

Tu dois les placer dans les ensembles auxquels ils appartiennent (au crayon de bois pour l'instant...)

APPLICATION

Voici une liste de 19 nombres :

$$-2,7 ; \pi ; -1 ; \frac{10}{3} ; \frac{28}{4} ; \frac{-60}{6} ; \sqrt{4} ; \sin 83^\circ ; 4,25 ; \tan 45^\circ ; \\ \frac{3}{10} ; 0 ; \cos 60^\circ ; \sqrt{2} ; \sqrt{9} ; -\frac{1}{7} ; -\sqrt{3} ; \sqrt{0,09} ; 3$$

Tu dois les placer dans les ensembles auxquels ils appartiennent (au crayon de bois pour l'instant...)

APPLICATION

Voici une liste de 19 nombres :

$$-2,7 ; \pi ; -1 ; \frac{10}{3} ; \frac{28}{4} ; \frac{-60}{6} ; \sqrt{4} ; \sin 83^\circ ; 4,25 ; \tan 45^\circ ; \\ \frac{3}{10} ; 0 ; \cos 60^\circ ; \sqrt{2} ; \sqrt{9} ; -\frac{1}{7} ; -\sqrt{3} ; \sqrt{0,09} ; 3$$

Tu dois les placer dans les ensembles auxquels ils appartiennent (au crayon de bois pour l'instant...)

APPLICATION

Voici une liste de 19 nombres :

$$-2,7 ; \pi ; -1 ; \frac{10}{3} ; \frac{28}{4} ; \frac{-60}{6} ; \sqrt{4} ; \sin 83^\circ ; 4,25 ; \tan 45^\circ ; \\ \frac{3}{10} ; 0 ; \cos 60^\circ ; \sqrt{2} ; \sqrt{9} ; -\frac{1}{7} ; -\sqrt{3} ; \sqrt{0,09} ; 3$$

Tu dois les placer dans les ensembles auxquels ils appartiennent (au crayon de bois pour l'instant...)

LES DIFFERENTES SORTES DE NOMBRES

Négatifs

Superlatif

~~Soustraction~~

Positifs

Droite graduée

~~Graphique~~

Nul

Echelle

~~Abscisse~~

Cardinaux

Inconnue

Ordonnée

Ordinaux

Inégaux

Chiffre

Egal

Fractionnaires

~~Proportionnels~~

Entier

Inférieur

Croissant

Décimaux

Supérieur

~~Pourcentage~~

Signe

Différent

~~Degré~~

Infini

Ordonné

Algèbre

Relatif

~~Opération~~

DES EXPOSES...

POUR LIRE, ECRIRE ET DIRE SUR LES MATHEMATIQUES

On peut lire dans la présentation du programme de troisième : *"Dans le domaine numérique... faire une première synthèse sur les nombres avec un éclairage historique..."*. Cette idée est reprise dans les commentaires : *"Cette partie d'arithmétique permet une première synthèse sur les nombres, intéressante tant du point de vue de l'histoire des mathématiques que pour la culture générale des élèves."*

Dans cette même présentation, on lit : *"Comme dans les classes antérieures, la démarche suivie dans l'enseignement des mathématiques renforce la formation intellectuelle des élèves et concourt à celle du citoyen, en développant leur aptitude à chercher, leur capacité à critiquer, justifier ou infirmer une affirmation, et en les habituant à s'exprimer clairement aussi bien à l'oral qu'à l'écrit."*

Il nous a semblé particulièrement adapté de travailler les points ci-dessus à partir d'exposés. Après le point fait sur les nombres dans l'activité "Les nombres rencontrés au collège", il est proposé trois ou quatre sujets d'exposés à se répartir en groupes, de façon que chaque sujet soit traité par deux groupes (voir les remarques d'élèves pour les raisons de ce choix). Les consignes pour ce travail sont projetées aux élèves (voir feuille transparent 1), qui posent des questions éventuellement. Ces consignes seront à nouveau projetées aux cours des semaines, en fonction des demandes des élèves.

Quinze jours avant les présentations d'un thème, les deux groupes concernés doivent présenter à l'enseignant un plan détaillé, sous forme écrite, de leur travail. Cela permet à l'enseignant de recadrer certains points, que ce soit sur le contenu ou la présentation, pour "booster", accompagner ou encourager les élèves dans leur travail.

Lors de la première séance de présentation, les consignes pour la classe sont projetées (voir la feuille transparent 2).

L'enseignant prend note des remarques faites par la classe à l'occasion de chacun des deux points qui suivent les présentations. Une synthèse sur transparent est faite avec la classe.

Au début de la séance suivante de présentation, l'enseignant rappellera à la classe la synthèse faite à la séance précédente. Ce transparent sera éventuellement complété par le bilan de la séance.

De même à chacune des séances de présentation.

Le bilan ainsi réalisé à partir de la série d'exposés pourra être mis au propre et distribué à tous les élèves, par exemple sous la forme "Pour bien présenter un dossier... Pour bien mener un débat..."

Remarques d'élèves d'une classe après la présentation des exposés :

- *Maintenant, on connaît un peu l'histoire des nombres. Avant, on ne savait pas d'où cela venait.*
- *Comme il y avait deux groupes sur un même sujet, on pouvait se compléter.*
- *Ce sont des mathématiques différentes de d'habitude, je préfère.*
- *Ça nous apprend à nous exprimer, d'habitude c'est en français. En math, c'est plutôt recherche, problèmes et calcul.*

- *Le fait d'avoir à exposer oralement nous a fait préparer l'exposé différemment : s'exprimer par oral, ce n'est pas la même chose que par écrit.*
- *Le fait d'exposer oralement en fait profiter tout le monde.*

Remarques

- sur l'étalement des exposés sur l'année :

La première fois, ces exposés avaient été présentés sur une période courte. Il ne pouvait donc pas y avoir d'évolution d'une présentation à l'autre. Les étaler sur l'année permet de mieux tirer profit des maladresses de présentation à l'écrit, à l'oral, et des réussites. Il est ainsi possible de constater s'il est tenu compte ou pas des remarques faites lors d'une présentation et de mesurer des évolutions (par exemple, avoir bien prévu le partage des tâches, éviter de lire un document un peu long, ne pas faire circuler un document et le commenter en même temps mais plutôt l'avoir mis sur transparent, faire attention à la présentation au tableau). Cela permet aussi d'enrichir, en fonction de ces évolutions, une grille de compétences "Pour bien présenter un exposé... Pour bien mener un débat...".

- sur le réinvestissement du travail sur les exposés :

Nous avons constaté que des élèves savent tenir compte du travail effectué, que ce soit sur le plan du contenu (par exemple en réutilisant la construction du pentagone dans l'activité "Angle inscrit, polygone régulier et rotation", page 80), ou que ce soit sur le plan des méthodes de travail. C'est ainsi que, lors d'un travail sur la réciproque de Thalès, des élèves ont investi le tableau, se sont partagés le travail et ont présenté leurs idées à la classe, comme pendant les exposés.

Consignes sur la réalisation des dossiers ou affiches et leurs présentations

Vous allez avoir à vous mettre par groupe **pour réaliser des dossiers ou affiches et les présenter sous forme d'exposés**.

Il y a **4 thèmes différents** :

- les symboles utilisés en mathématiques au collège et leur histoire ;
- les nombres vus au collège et leur histoire ;
- le nombre π et son histoire ;
- le nombre d'or et son histoire.

Ce travail s'étalera sur plusieurs mois. C'est un **travail important**, et vous apprendrez tous beaucoup de choses, en travaillant sur vos sujets et en écoutant les présentations que les autres groupes feront de leurs travaux.

Vous allez avoir quelques jours pour **constituer librement vos groupes et choisir vos sujets**. Deux contraintes :

- il doit s'agir de groupes de 4 élèves, et n'oubliez pas en les constituant que vous aurez à travailler ensemble en dehors de la classe
- il doit y avoir 2 groupes qui travaillent sur chacun des sujets.

J'interviendrai si ces deux contraintes ne sont pas réalisées.

Pour réaliser vos dossiers ou affiches et leurs présentations, vous aurez à chercher des documents (dans des revues, des livres, des dictionnaires, des encyclopédies, sur Internet, etc.) mais vous devez citer les documents que vous utilisez. Attention, ce que je vous demande est un **travail personnel** et non la copie de textes écrits par d'autres !

Chaque groupe devra présenter, sous la forme d'un exposé, son dossier ou son affiche à la classe qui pourra poser des questions : vous devez donc **être capables d'expliquer** tout ce que vous allez écrire ou dire !

Les deux groupes travaillant sur thème "X" présenteront leurs travaux pendant la même séance, dans 2 mois et demi. Un mois avant, les deux groupes devront me présenter, **sous forme écrite, le plan détaillé de leurs dossiers et de leurs présentations**, et je donnerai mon avis pour vous aider à terminer votre travail ; c'est à ce moment-là que vous pourrez aussi me dire si vous avez des besoins particuliers en matériel pour votre présentation. Le jour de la présentation, la **classe notera ses questions et ses remarques** pour intervenir après les exposés des deux groupes. Nous ferons ensuite ensemble un **point sur le thème traité** et un autre **point sur la présentation** elle-même. Ce point pourra bien évidemment servir aux groupes qui passeront ensuite : il n'y a pas de compétition entre les groupes, ce travail est l'occasion pour tous d'**apprendre des mathématiques et sur les mathématiques** et de **progresser sur la réalisation des dossiers et sur leur présentation**.

Les deux groupes travaillant sur le thème "Y" présenteront leurs travaux un mois et demi après et leur plan détaillé un mois avant.

Ainsi de suite pour les autres thèmes.

Vous allez suivre attentivement la présentation des deux groupes qui ont travaillé sur le même thème.

La plupart d'entre vous n'ont pas travaillé sur ce thème-là.

Vous avez donc des choses à apprendre en écoutant vos camarades et vous aurez sans doute des questions à leur poser ou des remarques à leur faire sur le contenu des exposés.

Vous aurez sans doute aussi des remarques à faire sur les présentations elles-mêmes.

Un point sera fait sur chacun de ces sujets après le passage des deux groupes. Pour ne rien oublier, vous avez donc tout intérêt à noter vos questions et remarques, par exemple en faisant deux colonnes sur une feuille, une pour le contenu mathématique et l'autre pour la présentation et le débat, afin de ne pas tout mélanger.

Les groupes suivants essaieront bien sûr de tenir compte pour leurs travaux et leurs présentations futures des remarques qui auront été faites par la classe.

EQUATION DE LA FORME $(ax + b)(cx + d) = 0$

Les équations de la forme $(ax + b)(cx + d) = 0$ sont une partie du programme sur laquelle on a tendance à passer vite pensant que cela ne pose pas de problèmes aux élèves... Mais que de surprise quand on donne des exercices sortant un peu des sentiers battus.

Aussi avons-nous décidé de proposer une situation-problème qui permet de faire émerger les difficultés que les élèves rencontrent traditionnellement.

Niveau :

Troisième

Objectifs :

- Mettre un problème en équation.
- Mettre en évidence les limites de résolution par essai-erreur.
- Revenir sur le vocabulaire : premier membre, produit, facteurs...
- Amener à la résolution d'équation $(ax + b)(cx + d) = 0$ (revenir sur le fait qu'on ne peut pas résoudre n'importe quel type d'équation et que lorsqu'on ne sait pas faire, on essaie de se ramener à quelque chose de connu).
- Réaliser que quand le choix d'une inconnue conduit à une impasse, il ne faut hésiter à changer d'inconnue.
- Comprendre l'importance du choix de "et" et de "ou" dans la rédaction de la résolution.

Prérequis :

Produits remarquables.

Déroulement :

Le problème ci-dessous (voir feuille élève), distribué aux élèves, est à chercher individuellement

*"Soient trois nombres consécutifs rangés dans l'ordre croissant. La somme des carrés du premier et du deuxième est égale au carré du dernier.
Trouve trois nombres qui conviennent."*

Les élèves trouvent par tâtonnement la solution 3 ; 4 ; 5.

L'enseignant leur dit alors :

"Vous avez trouvé trois nombres qui conviennent, n'y en aurait-il pas d'autres ?"

L'enseignant relance une recherche individuelle et des équations apparaissent.

La plupart du temps, les élèves proposent une équation de la forme $x^2 + y^2 = z^2$.

Il faut l'intervention de l'enseignant qui demande d'utiliser les informations données permettant de débloquer la situation... en particuliers "consécutifs" !

L'équation $x^2 + (x + 1)^2 = (x + 2)^2$ est alors trouvée.

Elle abouti à $x^2 - 2x = 3$. Les élèves essaient de la résoudre.

Certains "réussissent" en faisant un certain nombre d'erreurs dans le calcul littéral et vérifient que la solution obtenue ne convient pas.

D'autres terminent la résolution pas essai-erreur.

L'enseignant demande s'il ne serait pas possible d'exprimer le problème autrement dans l'idée de le résoudre complètement par le calcul.

Des élèves proposent alors les équations :

$$"(x - 2)^2 + (x - 1)^2 = x^2 \quad (1) \quad ; \quad (x - 1)^2 + x^2 = (x + 1)^2 \quad (2) "$$

Mais ils hésitent à s'engager en disant que cela va conduire à la même impasse.

L'enseignant les invite à essayer et la forme (2) conduit à :

$$x^2 - 4x = 0$$

L'enseignant demande d'observer l'équation et demande si on peut la transformer.

Ainsi, parmi des propositions arrive :

$$x(x - 4) = 0.$$

L'enseignant demande de décrire l'équation obtenue.

A cette occasion, il est nécessaire de revenir sur le vocabulaire : premier membre, produit, facteurs... et ensuite émerge que le premier membre est un produit, que ce produit est nul.

Puis, il pose la question : *"Mais alors comment peut-il être nul ?"*

Il arrive :

- "Un facteur est nul".
- " $x = 0$ ".
- "Les facteurs sont nuls"
- ...

Il pourrait être intéressant que les élèves cherchent à répondre à la question :

"Mais alors comment peut-il être nul ?" individuellement puis en groupe.

Puis dans le cadre d'un débat, l'enseignant :

- Fait élaborer la propriété "pour qu'un produit de facteurs soit nul...". A cette occasion, il est nécessaire de travailler sur la compréhension et l'utilisation du "et" et du "ou".
- Fait rédiger la résolution de l'équation avec à nouveau un travail sur le "et" et le "ou".
- Fait constater que l'équation a deux solutions.
- Définit équation du "premier degré", du "deuxième degré"...
- Fait un retour sur l'équation $x^2 - 2x = 3$ abandonnée et fait constater qu'en troisième, on ne sait pas la transformer en un produit de facteurs du premier degré qui soit nul.
- Fait remarquer que, dans la recherche d'un problème, lorsque le choix d'une inconnue aboutit à une équation qu'on ne sait pas résoudre, on peut essayer de changer d'inconnue.

Applications :

Les applications suivantes sont données successivement.

Dans la première, la première équation est une application immédiate de la résolution d'une équation de la forme $(ax + b)(cx + d) = 0$; la deuxième équation permet d'insister sur le fait que le deuxième membre doit être nul pour utiliser ce qui vient d'être appris et que parfois, il faut développer pour résoudre une équation.

La deuxième permet, en mettant les deux formes de résolution (dont l'une réinvestit les produits remarquables) en parallèle d'institutionnaliser que l'équation " $x^2 = a$ " a pour solutions $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.

La troisième permet à nouveau de réutiliser les produits remarquables.

1) Résoudre les équations : $(2x - 4)(3x + 2) = 0$; $(x - 2)(3x - 8) = 16$

2) Résoudre l'équation : $9x^2 - 4 = 0$

3) Résoudre l'équation : $25x^2 - 30x = -9$

Un problème...

Soient trois nombres consécutifs rangés dans l'ordre croissant. La somme des carrés du premier et du deuxième est égale au carré du dernier. Quels sont ces trois nombres ?

Un problème...

Soient trois nombres consécutifs rangés dans l'ordre croissant. La somme des carrés du premier et du deuxième est égale au carré du dernier. Quels sont ces trois nombres ?

Un problème...

Soient trois nombres consécutifs rangés dans l'ordre croissant. La somme des carrés du premier et du deuxième est égale au carré du dernier. Quels sont ces trois nombres ?

Un problème...

Soient trois nombres consécutifs rangés dans l'ordre croissant. La somme des carrés du premier et du deuxième est égale au carré du dernier. Quels sont ces trois nombres ?

Un problème...

Soient trois nombres consécutifs rangés dans l'ordre croissant. La somme des carrés du premier et du deuxième est égale au carré du dernier. Quels sont ces trois nombres ?

Un problème...

Soient trois nombres consécutifs rangés dans l'ordre croissant. La somme des carrés du premier et du deuxième est égale au carré du dernier. Quels sont ces trois nombres ?

LES TARIFS – FONCTION LINEAIRE ET FONCTION AFFINE

Ayant constaté auprès de nos élèves leur difficulté à assimiler la notion de fonction, tout le vocabulaire ("en fonction de", "antécédent", "image"...), les notations associées... nous avons fait le choix de prendre le temps pour introduire et de faire manipuler ces notions.

Il s'agit donc d'un ensemble conséquent d'activités d'autant plus que nous avons choisi ce travail sur la notion de fonction pour introduire "inéquation" et "système de deux équations à deux inconnues".

Une remarque, l'utilisation de Cabri-Géomètre ou analogue permet aux élèves de mieux comprendre que les coordonnées du point d'intersection de deux droites vérifient les équations de chacune des droites.

Niveau :

Troisième.

Objectifs :

Activité 1

- Approcher les fonctions affines, linéaires et constantes à travers une situation concrète.
- Evaluer des stratégies en fonction du fait qu'elles fournissent ou non des réponses exactes...
- Mettre en évidence, si cela n'a pas déjà été fait la touche de la "fonction constante" de la calculatrice.
- Introduire la notion d'inéquation en faisant prendre conscience de la différence entre équation et inéquation à partir de la résolution d'un problème.
- Mettre en évidence :
 - l'intérêt d'un graphique pour mieux visualiser une situation,
 - et ses limites pour l'exactitude des réponses.

Activité 2

- Représenter graphiquement des fonctions représentées par une droite ou non et passant par l'origine ou non .
- Manipuler l'expression "en fonction de ".
- Installer le vocabulaire "image", "antécédent", "fonction", "et les notations associées aux fonctions.
- Revenir sur différents aspects de la proportionnalité.
- Découvrir ou redécouvrir qu'une équation peut avoir plusieurs solutions.
- Lire sur un graphique des images ou des antécédents.

Activité 3

- Définir la fonction linéaire, la fonction affine et la fonction constante.
- Introduire "coefficient directeur" et "ordonnée à l'origine".
- Faire admettre que les fonctions linéaires, affines sont associées à des droites non parallèles à l'axe des ordonnées.

Applications

- Tracer des droites de coefficient directeur ou d'ordonnée à l'origine, donnés.
- Par lecture graphique, retrouver :
 - les images d'antécédents donnés.

- les antécédents d'images données.
- les fonctions linéaires ou affines correspondant à des droites tracées dans un repère.
- Apprendre à représenter des fonctions affines, linéaires et constantes.

Activité 4

Prouver la proportionnalité entre les accroissements des x et des y pour une fonction affine.

Activité 5

- Insister sur le fait que les coordonnées d'un point d'une droite vérifient les - coordonnées de l'équation de cette droite.
- Faire découvrir que le point d'intersection de deux droites a ses coordonnées qui vérifient les équations de chacune d'elles.
- Amener la résolution d'un système de deux équations à deux inconnues.
- Donner les conventions de rédaction de la résolution d'un système.

Activité 6

- Faire un inventaire de différentes méthodes (graphiques ou non) pour déterminer une fonction affine.

Prérequis :

Aucun.

Matériel :

Cabri-Géomètre ou analogue

Déroulement :

Activité 1

En travail individuel, la consigne suivante est donnée (voir feuille élève 1) :

"Un service location de voitures propose trois tarifs pour une location d'une semaine.

Premier tarif : le locataire paie 0,60 euro par kilomètre parcouru.

Deuxième tarif : le locataire paie d'abord 300 euros, puis 0,25 euro par kilomètre parcouru.

Troisième tarif : le locataire paie 600 euros pour un kilométrage illimité.

Quel est le tarif le plus intéressant ?

Note tes démarches même si tu n'es pas sûr de leurs aboutissements."

Au bout d'un certain temps de travail individuel, il est demandé d'aller au-delà d'une réponse du genre "cela dépend du nombre de kilomètres".

Les productions individuelles sont relevées et des groupes de 4 élèves sont faits de telle façon qu'au moins un élève par groupe a plus ou moins abouti.

Après plusieurs passations, nous avons constaté qu'il y a très peu d'équations, voire pas du tout dans la partie individuelle. Les élèves font des essais, font des tableaux et aucun graphique. En général, les élèves ont répondu de façon précise pour la comparaison entre les tarifs 1 et 3, ainsi que pour celle entre les tarifs 2 et 3. Mais très exceptionnellement, entre les tarifs 1 et 2.

La consigne suivante est donnée pour le travail de groupe :

"Comparez vos productions et donnez une réponse commune pour le groupe."

La longueur des productions, leur différence, leur complexité rendent difficile leur exploitation à partir des présentations : il y a trop à lire, à mémoriser...

Ainsi tout ou partie des productions est photocopié et distribué aux élèves pour d'abord un travail individuel avec la consigne suivante :

"Évaluez les différentes productions."

Pour que les élèves sachent quelle lecture faire, il est ajouté "cette lecture va vous demander beaucoup d'attention et du temps. Vous avez éventuellement toute l'heure pour le faire".

La consigne est volontairement très ouverte pour permettre aux élèves une lecture à partir de différentes entrées.

Il peut être précisé à l'oral, que les élèves le demandent ou non, que l'évaluation peut se faire du point de vue de la justesse, de la précision, de la méthode et de la rédaction...

Puis les groupes de départ se reforment pour comparer leur lecture et répondre à la même consigne sur transparent.

A cette occasion, lors du débat, plusieurs points ont pu être soulevés, comme :

- Répondre à la question "Évaluer les productions...", est-ce seulement vérifier si la solution est juste ? Cela peut être l'occasion de faire prendre conscience aux élèves que dans une rédaction de problème, il y a plusieurs aspects (compréhension du problème posé, procédure utilisée, réponse au problème, justesse de cette réponse, rédaction convaincante pour un lecteur...).
- Répondre par tâtonnement, est-ce une réponse acceptable ? Pour certains élèves, c'est répondre au "pif". Alors qu'en demandant aux élèves-auteurs leur procédure, eux-mêmes et les autres constatent qu'en réalité, ils ont procédé par encadrements successifs... Certains élèves rejetaient la méthode du fait du grand nombre apparent de calculs à faire. On peut avoir là, une occasion pour introduire ou réinvestir le facteur constant de la calculatrice.
- Les élèves demandent un exemple de calcul permettant d'obtenir une valeur dans le tableau pour comprendre l'obtention de cette valeur. C'est l'occasion de rappeler le pourquoi de l'exigence de l'enseignant dans un devoir.
- Le fait que certains textes nécessitent des répétitions (comme les textes mathématiques, comme un mode d'emploi...).
- L'implicite en mathématiques est de donner une réponse exacte même si le problème posé amène ensuite à donner une valeur approchée.
- ...

Quand les élèves "résolvent" par équation, ils concluent souvent comme s'ils avaient résolu une inéquation pour répondre au problème posé (voir groupe 1 en annexe). Après avoir fait émerger cette remarque l'enseignant pose alors la question :

"Pour qu'il y ait cohérence entre la solution de l'équation et la réponse proposée, que faudrait-il poser ?"

Puis s'il n'y a pas de réponse, il peut dire :

"En résolvant votre équation, vous trouvez $x =$ et vous donnez comme réponse que le tarif 2 est plus intéressant que le tarif 1 au-dessus de $x = \dots$. Est-ce cohérent ?"

En général, les élèves répondent, "*oui parce qu'on fait des tests*".
Une nouvelle question à la classe :

"Pourrait-on répondre au problème sans utiliser les tests ?"

Selon les classes, il peut être nécessaire d'insister très fortement sur les "**plus intéressant**" et "**aussi intéressant**" pour que l'idée d'inégalité apparaisse.
C'est donc l'occasion d'introduire la notion d'inéquation.

Quand les élèves ont résolu à partir d'un tableau, il ne permet pas de voir directement le tarif le plus intéressant pour chaque intervalle. Par exemple (voir en annexe), les groupes 2 et 3 ont éprouvé la nécessité de compléter leur tableau. Le groupe 4 a fait une représentation de la situation sur une droite graduée.

La question suivante est posée pour un travail individuel

"Que pourrait-on faire pour améliorer la visualisation de la situation de façon à pouvoir connaître les prix en fonction du nombre de kilomètres parcourus pour chacun des tarifs ?"

Si la classe n'y pense pas, l'enseignant demande un graphique. Les productions sont ramassées et, en fonction du travail qui aura été fait précédemment sur la fabrication de graphiques, un travail de groupe sera nécessaire ou non.

Le point fait ensuite permet d'insister sur :

- les critères de réussite d'un graphique,
- les éléments nécessaires pour que le graphique atteigne ses objectifs, à savoir comparer les tarifs de façon visuelle.

Activité 2

La première partie est donnée à chercher individuellement (voir feuille élève 2) .
Quand toute la classe a fini de remplir les tableaux, les élèves se mettent en groupe géographiquement (on peut constituer des groupes de trois qui auront un vécu commun pour travailler ensemble dans l'activité 3) pour vérifier leurs calculs (z est parfois trouvé négatif...) et finir leurs graphiques amorcés.

Par groupe, les élèves produisent un transparent pour le graphique et les remarques.

Dans la mesure où un débat ne permettrait pas de mettre en place le vocabulaire correspondant aux notions étudiées, c'est le professeur qui présente les transparents et fait le point avec l'aide de la classe sur :

- "en fonction de", "image", "antécédents", "fonction".
- Les notations associées à fonction.
- La différence entre la fonction et sa représentation.
- Le fait que la représentation de la fonction est constituée de points dont l'abscisse et l'ordonnée sont respectivement l'antécédent et l'image par la fonction.
- Le vocabulaire correspondant à la proportionnalité (tableau, graphique...).
- Le fait qu'une fonction n'est pas toujours représentée par une droite.
- Le fait que lorsqu'on représente une fonction, il y a une réflexion à mener pour savoir comment relier des points.

La deuxième partie est distribuée et est à chercher individuellement. Puis trois élèves sont envoyés au tableau pour présenter leur travail. Ils peuvent prendre appui sur les graphiques mis sur transparent. Cela permet au professeur de faire remarquer qu'une bonne lecture aurait dû conduire à deux solutions pour l'équation $8 = 1/2 x^2$.

Activité 3

Les élèves sont mis par groupes de trois si cela n'a pas déjà été fait dans l'activité précédente. Par groupe, chaque élève a à faire un travail du même genre mais avec des valeurs différentes. Ainsi, les élèves ont la possibilité de rencontrer plusieurs cas sans avoir à les faire tous.

Chaque élève complète les tableaux qui lui correspondent et, représente sur un même graphique les fonctions qu'il a à étudier.

Puis le groupe a pour consigne :

"Observez vos tableaux et vos graphiques. Que constatez-vous ?"

Chaque groupe présentera ses remarques sur un transparent.

Le professeur peut avoir mis sur transparent les six droites pour gagner du temps...

L'utilisation du vidéo projecteur avec le logiciel Cabri-Géomètre ou analogue, permet ensuite de généraliser en mettant en évidence :

- Le rôle du coefficient directeur.
- L'ordonnée à l'origine.
- Comment retrouver graphiquement l'ordonnée à l'origine.
- Le rapport entre la "position" de la droite et l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur.
- Que toute fonction linéaire est une fonction affine.
- Que les fonctions affines sont associées à des droites non parallèles à l'axe des ordonnées.
- Que les fonctions linéaires et affines sont représentées par des droites donc pour les représenter, il suffit de connaître deux de leurs points.

Applications :

Beaucoup de notions ont été introduites, il est nécessaire que les élèves s'approprient comment et pourquoi les utiliser.

Un travail spécifique est fait en classe ensuite (voir feuille élève 4).

Le travail est donné à chercher individuellement et le point est fait au fur et à mesure.

L'**application 1** porte sur le tracé de droites de coefficient directeur ou d'ordonnée à l'origine donnés.

L'**application 2** impose une lecture graphique pour retrouver :

- les images d'antécédents donnés ;
- les antécédents d'images données ;
- les fonctions linéaires ou affines correspondant à des droites tracées dans un repère.

L'**application 3** a pour objectif d'apprendre à représenter des fonctions affines, linéaires et constantes.

Activité 4

L'activité (voir feuille élève 5) est donnée à chercher individuellement. La conjecture étant faite, le professeur avec la classe, la prouve. Les élèves comprennent alors pourquoi ils percevaient une "proportionnalité" dans les fonctions affines.

Une application en classe est là encore nécessaire pour que les élèves s'approprient la propriété et l'utilisent éventuellement ultérieurement.

Activité 5

Avec Cabri-Géomètre ou analogue et le vidéo projecteur, l'enseignant trace les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives $y = 3x + 4$ et $y = -2x - 6$.

Il place un point A sur (D_1) , demande ses coordonnées à la classe, déplace le point et note les coordonnées de 5 de ses positions successives dans un tableau. Il fait constater à la classe que les coordonnées des points vérifient l'équation $y = 3x + 4$. Il est fait de même pour un point B de (D_2) .

L'enseignant nomme I l'intersection des deux droites et fait lire ses coordonnées. Il est alors demandé à chaque élève de trouver cette fois par le calcul, les coordonnées de I.

Le point est fait ensuite en classe entière (à partir de trois élèves venant présenter leur travail par exemple).

Activité 6

Et pour faire une synthèse, pour retrouver la résolution de systèmes, pour utiliser la propriété des accroissements ...

"Détermine la fonction affine g dont la représentation passe par les points

$A(2 ; 6)$ et $B(5 ; 18)$."

Le travail est donné à chercher individuellement, en groupe et une synthèse est faite en classe entière à partir des solutions proposées.

Après cette synthèse, la feuille résumé de cours (voir feuille résumé) est distribuée et commentée.

Activité 1

Un service location de voitures propose trois tarifs pour une location d'une semaine.

Premier tarif : le locataire paie 0,60 euro par kilomètre parcouru.

Deuxième tarif : le locataire paie d'abord 300 euros, puis 0,25 euro par kilomètre parcouru.

Troisième tarif : le locataire paie 600 euros pour un kilométrage illimité.

Quel est le tarif le plus intéressant ?

Note tes démarches même si tu n'es pas sûr de leurs aboutissements.

Activité 1

Un service location de voitures propose trois tarifs pour une location d'une semaine.

Premier tarif : le locataire paie 0,60 euro par kilomètre parcouru.

Deuxième tarif : le locataire paie d'abord 300 euros, puis 0,25 euro par kilomètre parcouru.

Troisième tarif : le locataire paie 600 euros pour un kilométrage illimité.

Quel est le tarif le plus intéressant ?

Note tes démarches même si tu n'es pas sûr de leurs aboutissements.

Activité 1

Un service location de voitures propose trois tarifs pour une location d'une semaine.

Premier tarif : le locataire paie 0,60 euro par kilomètre parcouru.

Deuxième tarif : le locataire paie d'abord 300 euros, puis 0,25 euro par kilomètre parcouru.

Troisième tarif : le locataire paie 600 euros pour un kilométrage illimité.

Quel est le tarif le plus intéressant ?

Note tes démarches même si tu n'es pas sûr de leurs aboutissements.

Activité 1

Un service location de voitures propose trois tarifs pour une location d'une semaine.

Premier tarif : le locataire paie 0,60 euro par kilomètre parcouru.

Deuxième tarif : le locataire paie d'abord 300 euros, puis 0,25 euro par kilomètre parcouru.

Troisième tarif : le locataire paie 600 euros pour un kilométrage illimité.

Quel est le tarif le plus intéressant ?

Note tes démarches même si tu n'es pas sûr de leurs aboutissements.

Activité 1

Un service location de voitures propose trois tarifs pour une location d'une semaine.

Premier tarif : le locataire paie 0,60 euro par kilomètre parcouru.

Deuxième tarif : le locataire paie d'abord 300 euros, puis 0,25 euro par kilomètre parcouru.

Troisième tarif : le locataire paie 600 euros pour un kilométrage illimité.

Quel est le tarif le plus intéressant ?

Note tes démarches même si tu n'es pas sûr de leurs aboutissements.

Activité 2 Première partie

t, z et y sont des nombres écrits **en fonction de** x tels que :

$$t = 2x - 5 \quad ; \quad z = \frac{1}{2}x^2 \quad \text{et} \quad y = 3x.$$

Complète les tableaux suivants :

x	... -5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5...
$t = 2x - 5$											

x	... -5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5...
$z = \frac{1}{2}x^2$											

x	... -5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5...
$y = 3x$											

Représente sur un même graphique t, z et y en fonction de x.

Observez vos tableaux et vos graphiques, quelles remarques pouvez-vous faire ?

Activité 2 Deuxième partie

Par le calcul, trouve les valeurs de x pour :

$$t = 4 \quad z = 8 \quad y = 10$$

Retrouve les solutions obtenues sur le graphique.

Activité 3

Elève 1 : Complète les tableaux suivants et représente sur un même graphique les deux fonctions.

x	... -15	-12	-3	0	1	2	3	5	12	15
$y = 5x$										

x	... -15	-12	-3	0	1	2	3	5	12	15
$y = 5x - 3$										

Elève 2 : Complète les tableaux suivants et représente sur un même graphique les deux fonctions.

x	... -15	-12	-3	0	1	2	3	5	12	15
$y = -4x$										

x	... -15	-12	-3	0	1	2	3	5	12	15
$y = -4x - 2$										

Elève 3 : Complète les tableaux suivants et représente sur un même graphique les deux fonctions.

x	... -15	-12	-3	0	1	2	3	5	12	15
$y = x$										

x	... -15	-12	-3	0	1	2	3	5	12	15
$y = x + 2$										

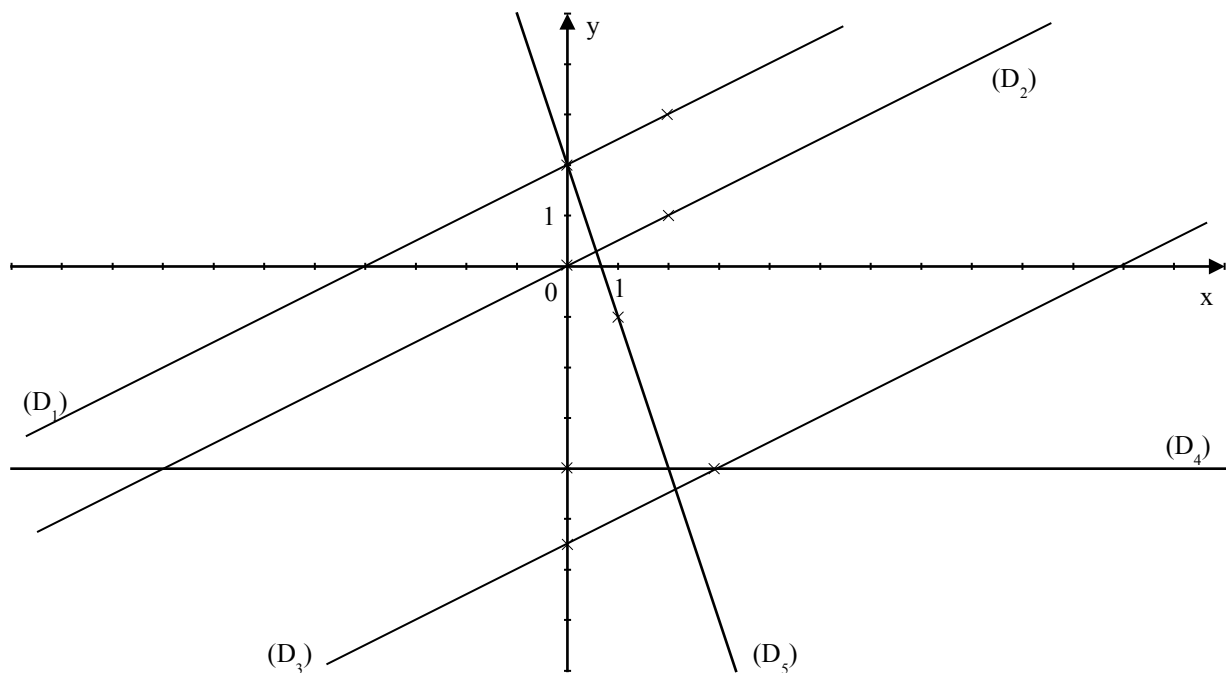
Activité 4

Application 1

- 1 – Trace une droite (D_1) qui a pour ordonnée à l'origine 3.
- 2 – Trace une droite (D_2) qui a pour ordonnée à l'origine -2.
- 3 – Trace une droite (D_3) qui a pour coefficient directeur 2.
- 4 – Trace une droite (D_4) qui a pour coefficient directeur -3.

Application 2

Uniquement à partir de lectures graphiques, réponds aux questions 1, 2 et 3.



- 1 – Quelles sont les images de 3 par les fonctions f , g , h , r et s représentées respectivement par les droites (D_1) , (D_2) , (D_3) , (D_4) et (D_5) ?
- 2 – A partir du graphique, trouve les antécédents de (-2) par les fonctions f , g , h , r et s ?
- 3 – Retrouve les fonctions f , g , h , r et s .

Application 3

Représente sur un même graphique les fonctions linéaires ou affines suivantes :

$$y = 3x - 4 \quad ; \quad y = 5 \quad ; \quad y = -x \quad ; \quad y = -4$$

Activité 5

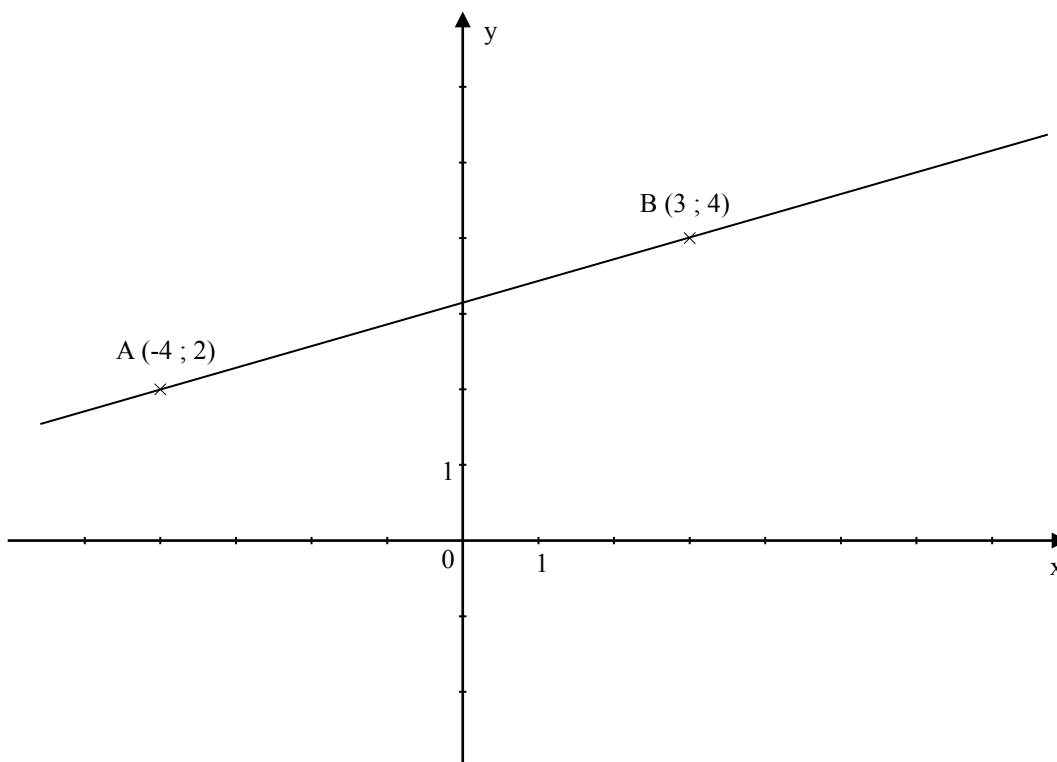
Soit la fonction affine $f(x) = 2x + 1$, complète le tableau suivant à partir de valeurs choisies pour x_1 et x_2 .

x_1						
x_2						
$f(x_1)$						
$f(x_2)$						
$x_2 - x_1$						
$f(x_2) - f(x_1)$						

Observe le tableau, que constates-tu ?

Application :

Calcule le coefficient directeur de la droite (AB).



Groupe 1

$$\begin{aligned} 1^{\text{er}} \text{ tarif} &= 300 + 0,25 \times x \\ 2^{\text{ème}} \text{ tarif} &= 0,60 \times x \\ 3^{\text{ème}} \text{ tarif} &= 600 \end{aligned}$$

Soit x , le nombre de kilomètres parcourus

Si x est égal à...	200	400	600	800	1000
1 ^{er} tarif	350	400	450	500	550
2 ^{ème} tarif	120	240	360	480	600
3 ^{ème} tarif	600	600	600	600	600

$$\begin{aligned} \text{ex 1}^{\text{er}} \text{ tarif: } & 300 + 0,25 \times x \\ & 300 + 0,25 \times 200 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ex 2}^{\text{ème}} \text{ tarif: } & 0,60 \times x \\ & 0,60 \times 200 \end{aligned}$$

De 200 km à 800 km, on remarque que le 2^{ème} tarif est plus intéressant que le 1^{er} tarif.

Pour 1000 km, on remarque que le 1^{er} tarif est plus intéressant que le 2^{ème} et le 3^{ème} tarif.

Soit x le nombre de kilomètres parcourus:

$$\begin{aligned} 300 + 0,25x &= 0,6x \\ 300 &= 0,35x \end{aligned}$$

$$x = \frac{300}{0,35}$$

$$x \approx 857,14$$

A partir de 300 kilomètres, le 1^{er} tarif est

aussi intéressant que le 2^{ème} tarif.

$$600 = 300 + 0,25x$$

$$300 = 0,25x$$

$$x = \frac{300}{0,25}$$

$$x = 1200$$

A partir de 1200 km, le 3^{ème} tarif devient aussi intéressant que le 1^{er} tarif.

Donc:

- le 2^{ème} tarif reste le plus intéressant jusqu'à 300 où il est aussi intéressant que le 1^{er} tarif

- le 1^{er} tarif reste le plus intéressant jusqu'à 1200 km où il est aussi intéressant que le 3^{ème} tarif

- A partir de 1200 km, le 3^{ème} tarif est le plus intéressant

Groupe 2

Pour savoir la puce pour un certain nombre de paramètres on utilise les équations suivantes :

$$1^{\circ} 300 + 0,25x$$

$$2^{\circ} 0,60x$$

$$3^{\circ} 600$$

km parcouru	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500
tarif 1	425	450	475	500	525	550	575	600	625	650	675
tarif 2	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800
tarif 3	600	600	600	600	600	600	600	600	600	600	600

On remarque qu'en dessous de 800 km s'est la deuxième puce la plus avantageuse.

En revanche au dessus de 1200 km s'est la troisième puce la plus intéressante.

Entre 800 et 1200 km, la première puce est la plus intéressante.

On en conclut donc que tous les puces sont avantageuses mais que dans certains cas.

Groupe 3

Tarifs

Km	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500
1 ^{er} tarif	325	350	375	400	425	450	475	500	525	550	575	600	625	650	675
2 ^{ème} tarif	60	120	180	240	300	360	420	480	540	600	660	720	780	840	900
3 ^{ème} tarif	600	600	600	600	600	600	600	600	600	600	600	600	600	600	600
tarif la plus intéressante	1	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	3

Si la personne fait plus de 1200 km, la troisième tarif sera plus intéressant.

Si la personne veut faire entre 900 et 1200 km, le tarif n°1 sera plus intéressant.

Si la personne veut faire moins de 900 km le deuxième tarif sera plus intéressant.

Groupe 4

Avec le tarif ③ on paye 600 euros donc on peut savoir combien il en faut faire de kilomètres avec 600 euros par rapport au tarif ①.

$$\frac{600 - 300}{0,25} = 1200 \text{ km}$$

On peut faire 1200 km avec 600 euros.

Tarif 2:

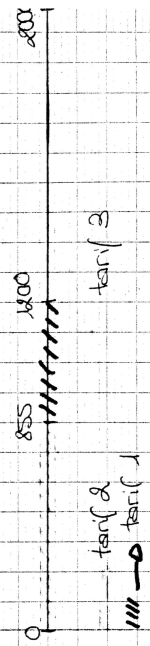
$$1200 \times 0,6 = 720$$

$$855 \times 0,25 + 300 = 513,75$$

Entre 855 et 1200 km le tarif 1 est le plus intéressant,

en dessous de 855 km le tarif 2 est le plus intéressant.

Au dessus de 1200 km le tarif 3 est le plus intéressant.



FONCTIONS AFFINES – FONCTIONS LINEAIRES

I - Définition :

a et b étant deux nombres, toute procédure de calcul qui à un nombre x fait correspondre le nombre $y = ax + b$, définit une fonction affine.

Une fonction affine se note souvent ainsi : $f: x \mapsto y = ax + b$

$y = ax + b$ est l'image de x et se note aussi $f(x)$.

x	0	1	2	x_1	x_2
y	b	$a + b$	$2a + b$	$ax_1 + b$	$ax_2 + b$

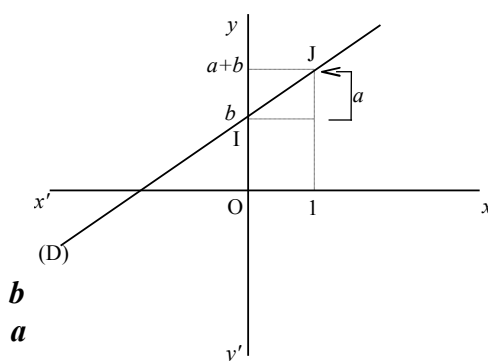
Attention : le tableau ci-dessus n'est pas un tableau de proportionnalité.

Remarque :

$$\text{Pour } x_1 \neq x_2, \quad \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{ax_2 + b - (ax_1 + b)}{x_2 - x_1} = \frac{ax_2 - ax_1}{x_2 - x_1} = \frac{a(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a$$

Il y a donc proportionnalité entre les "accroissements des y et les accroissements des x ".

II - Représentation graphique :



La représentation graphique d'une fonction affine est une droite

La droite (D) est la représentation graphique de la fonction affine $y = ax + b$

La droite (D) passe par les points I (0, b) et J (1, $a+b$).

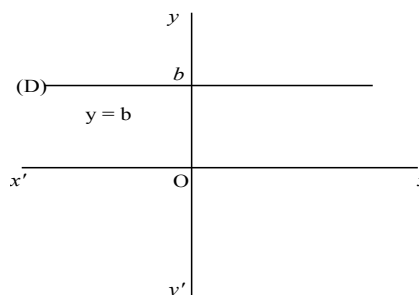
b est appelé "ordonnée à l'origine" de la droite (D).

a est appelé "coefficient directeur" de la droite (D)

Remarques :

1- Quand $b = 0$, la fonction affine est une **fonction linéaire**. Sa représentation graphique est une droite passant par l'origine. Une fonction linéaire correspond à une situation de proportionnalité : "**les y sont proportionnels aux x** "
et a est le coefficient de proportionnalité.

2- Quand $a = 0$, la fonction est une **fonction constante**.
Sa représentation graphique est une droite parallèle à l'axe des abscisses.



PYRAMIDE REDUITE, AIRE ET VOLUME

Au cours de leur scolarité, les élèves ont, pour la plupart, constaté, à un moment ou un autre que lorsque les dimensions sont multipliées par k , les aires sont multipliées par k^2 et beaucoup plus rarement que lorsque les dimensions sont multipliées par k , les volumes sont multipliés par k^3 .

Mais nous savons aussi que lorsqu'on demande "quand on multiplie les dimensions d'un objet par k , par quoi sont multipliées les aires ?", la plupart des élèves répondent spontanément que l'aire l'est aussi (lors d'une passation de l'activité qui suit, 50% des élèves ont encore donné cette réponse après avoir eu un temps pour se représenter le problème).

L'activité a donc pour objectif principal de généraliser les conséquences sur aire et volume de l'agrandissement ou de la réduction d'un objet.

Elle peut s'utiliser après avoir étudié la section des solides par un plan ou pour l'introduire.

Niveau :

Troisième

Objectifs :

- Réinvestir les connaissances de quatrième sur la pyramide et son volume.
- Étudier la section d'une pyramide régulière par un plan parallèle à la base (cela peut avoir déjà été introduit, auquel cas, c'est un prérequis).
- Formaliser, généraliser que dans une situation d'agrandissement ou de réduction, quand les longueurs sont multipliées par k , les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3 .

Prérequis :

Section d'une pyramide régulière par un plan parallèle à la base, rencontrée dans l'étude des sections d'un solide par un plan, si c'est le choix de progression qui a été fait.

Matériel :

Pyramides et troncs de pyramide.

Déroulement :

Le texte suivant est distribué aux élèves (voir feuille élève) :

"On considère une pyramide régulière OABCD à base carrée telle que :

- *sa base ABCD a pour côté 5 cm,*
- *sa hauteur OH est de 24 cm.*

A quelle distance du sommet faut-il couper la pyramide parallèlement à la base pour obtenir une petite pyramide OA'B'C'D' dont l'aire de la base est quatre fois plus petite que celle de la grande ?

Après quelque temps de réflexion, une réponse "spontanée" est demandée.

Le professeur note sur un transparent, pour les garder en mémoire, les propositions des élèves et leur demande de les prouver.

L'activité est cherchée individuellement, puis les élèves sont mis en groupe pour produire une solution sur transparent.

Les transparents sont présentés puis un débat est lancé. Il porte sur la section d'une pyramide par un plan parallèle à la base et sur la rédaction des preuves dans la mesure où tous les groupes répondent correctement.

Ensuite, il est fait un retour sur les réponses spontanées des élèves et il est institutionnalisé que dans une situation d'agrandissement ou de réduction, quand les longueurs sont multipliées par k , les aires sont multipliées par k^2 .

Puis l'enseignant donne la consigne suivante à chercher individuellement :

"Exprime le volume de la petite pyramide en fonction de la grande.

En observant l'ensemble des résultats de l'activité, quelles remarques peux-tu faire ? "

L'enseignant relève les productions et constitue des groupes à partir de procédures différentes, justes ou fausses en demandant aux groupes de fournir une réponse commune.

Les productions des groupes sont présentées et débattues.

Après avoir mis en évidence le carré et le cube dans l'exemple considéré, les relations entre k , k^2 et k^3 sont généralisées et institutionnalisées.

Des applications en classe sont nécessaires ensuite.

Remarques :

C'est la variété des productions individuelles qui ont conduit à faire faire un travail de groupe dans la deuxième partie. Les élèves :

- calculent les volumes des deux pyramides à partir de la formule
- ou émettent une conjecture juste ou fausse à partir de la relation entre longueur et aire d'un coefficient pour calculer le volume de la petite à partir de celui de la grande.

Lors du débat précédent l'institutionnalisation, il est apparu qu'un certain nombre d'élèves voyait :

- dans le quart, la moitié du demi,
- dans le huitième, la moitié du quart

au lieu de voir, le carré et le cube respectivement du demi. Cela a imposé de faire le calcul avec d'autres nombres et de faire prendre conscience que la relation entre les volumes étaient à faire avec les longueurs et non avec les aires.

Le choix du coefficient a été fait sciemment pour conduire à cette mise au point.

On considère une pyramide régulière OABCD à base carrée telle que :

- sa base ABCD a pour côté 5 cm,
- sa hauteur OH est de 24 cm.

A quelle distance du sommet faut-il couper la pyramide parallèlement à la base, pour obtenir une petite pyramide OA'B'C'D' dont l'aire de la base est quatre fois plus petite que celle de la grande ?

On considère une pyramide régulière OABCD à base carrée telle que :

- sa base ABCD a pour côté 5 cm,
- sa hauteur OH est de 24 cm.

A quelle distance du sommet faut-il couper la pyramide parallèlement à la base, pour obtenir une petite pyramide OA'B'C'D' dont l'aire de la base est quatre fois plus petite que celle de la grande ?

On considère une pyramide régulière OABCD à base carrée telle que :

- sa base ABCD a pour côté 5 cm,
- sa hauteur OH est de 24 cm.

A quelle distance du sommet faut-il couper la pyramide parallèlement à la base, pour obtenir une petite pyramide OA'B'C'D' dont l'aire de la base est quatre fois plus petite que celle de la grande ?

On considère une pyramide régulière OABCD à base carrée telle que :

- sa base ABCD a pour côté 5 cm,
- sa hauteur OH est de 24 cm.

A quelle distance du sommet faut-il couper la pyramide parallèlement à la base, pour obtenir une petite pyramide OA'B'C'D' dont l'aire de la base est quatre fois plus petite que celle de la grande ?

On considère une pyramide régulière OABCD à base carrée telle que :

- sa base ABCD a pour côté 5 cm,
- sa hauteur OH est de 24 cm.

A quelle distance du sommet faut-il couper la pyramide parallèlement à la base, pour obtenir une petite pyramide OA'B'C'D' dont l'aire de la base est quatre fois plus petite que celle de la grande ?

STATISTIQUES

La simplicité apparente des notions de statistiques à enseigner au collège est telle qu'il y a le risque de ne pas les traiter, si ce n'est sous forme d'exercices à faire à la maison.

Pour notre part, nous avons choisi d'enseigner ces notions à travers une activité qui permet, dans une situation réelle, d'introduire et de mettre en rapport les notions de moyenne, de médiane et d'étendue.

Le document proposé aux élèves a été élaboré à partir de différents diagrammes proposés par le logiciel Casimir, qui permet d'exploiter les résultats des évaluations nationales de 6^{ème} et de 5^{ème}. L'apparente complexité du document, loin de rebuter les élèves quel que soit leur niveau, les titille au contraire suffisamment pour les inciter à le décrypter.

Niveau :

Troisième

Objectifs :

- Mettre en évidence que la moyenne n'est pas un outil suffisant pour comparer deux séries.
- Définir la médiane et l'étendue d'une série.
- Effectuer une lecture croisée de documents pour déduire ou vérifier des informations.
- Rédiger le résultat d'une recherche.

Prérequis :

Aucun

Matériel :

- Affiches et feutres.
- Rétroprojecteur, transparents et feutres.

Déroulement :

1 – L'enseignant annonce :

"Le document que je vais vous distribuer a été réalisé à partir de données fournies par le logiciel qui permet d'exploiter les résultats de l'évaluation nationale en 6^{ème}. Il présente les résultats réels d'une classe et du collège. Dans un premier temps, lisez-le et vous poserez des questions sur le vocabulaire que vous ne comprenez pas."

Cela permet à l'enseignant d'évacuer les questions sur "items", "champ", etc. Evidemment, il ne répond pas à des questions sur "médiane" !

La feuille élève est ensuite distribuée, avec la consigne:

"Après la lecture des graphiques, du tableau et de la définition, quelles informations pouvez-vous obtenir ?

Vous travaillerez d'abord individuellement 10 min, puis par groupe pour rédiger une affiche présentant ce que vous aurez trouvé."

Les affiches sont ensuite exposées, lues en silence, chacun notant ses questions ou remarques. D'après nos passations, les affiches sont souvent très différentes. Elles présentent souvent, en effet, les mêmes informations de façons différentes et/ou complémentaires. Leur comparaison, les questions et le débat qu'elles suscitent fournissent tous les éléments nécessaires pour le bilan attendu :

- Les interactions entre les deux "boîtes à moustaches", la définition de la médiane et les résultats de la classe permettent de comprendre ce qu'est la médiane.
- la comparaison du premier cadre, des diagrammes en barres et des résultats de la classe permet de comprendre à quoi correspondent les "parenthèses" des "boîtes à moustaches" d'une part, les "boîtes" elles-mêmes d'autre part.
- la différence est faite entre moyenne et médiane, ainsi que le point sur ce qu'est l'étendue d'une série.

2 – La deuxième question est distribuée aux élèves :

"2 – Ces deux questions concernent la classe Z

a) Réalisez un tableau donnant les scores de réussite répartis en classes, les effectifs, les fréquences en pourcentage et les fréquences cumulées croissantes correspondantes en pourcentage.

Retrouvez dans ce tableau la classe où se situe la médiane.

b) Représentez par un diagramme bâton les fréquences cumulées croissantes en fonction des scores de réussites.

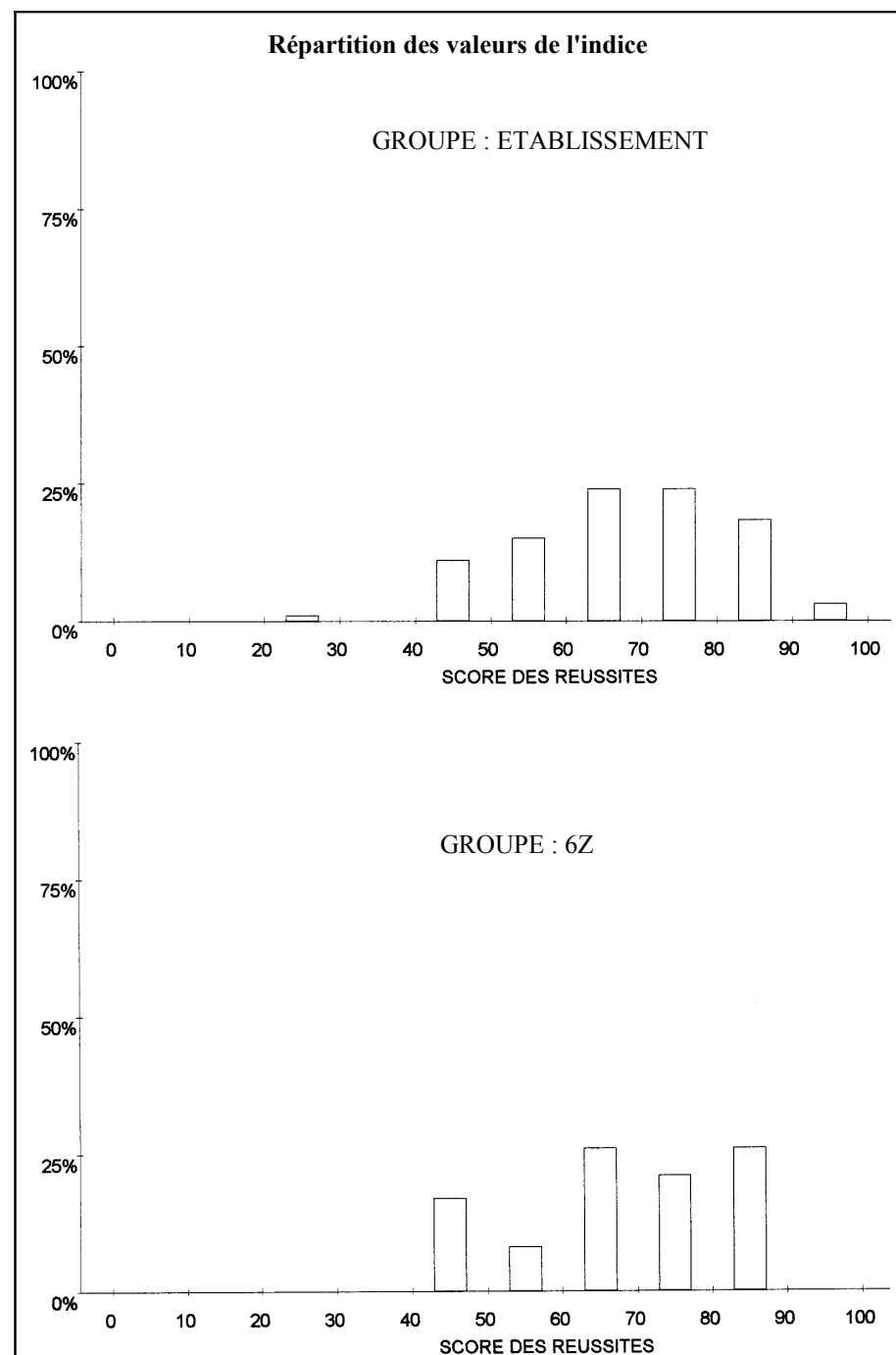
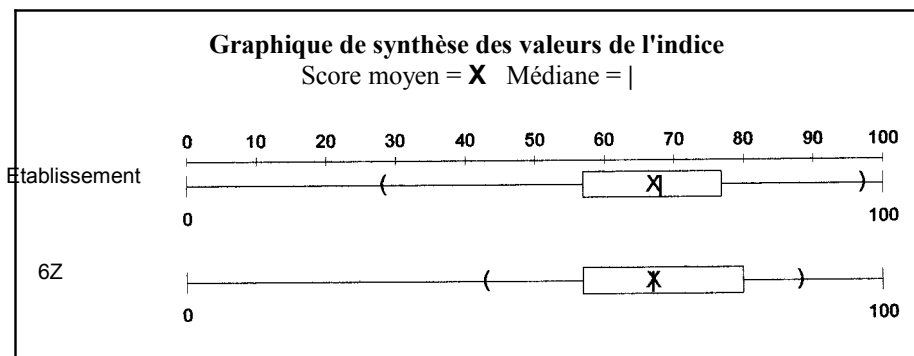
Retrouvez la valeur de la médiane à partir du graphique obtenu.

C'est un travail individuel d'abord ; puis en groupe, mettez-vous d'accord pour présenter, sur un transparent, votre méthode pour retrouver la médiane sur le diagramme bâton."

La projection des transparents et le débat qui suit est l'occasion de revenir sur la définition de la médiane et sur sa traduction en fréquence (sous la forme 50 % ou 0,5 ou...)

3 – Des exercices d'application permettent ensuite de faire fonctionner les nouvelles notions et d'en montrer les limites, en insistant sur le fait que moyenne, ou médiane, ou étendue, pris isolément, ne suffit pas pour caractériser un échantillon.

ACADEMIE Nantes - Collège La Reinetière
CHAMP : ENSEMBLE DES ITEMS DE MATHEMATIQUES
SCORE DES REUSSITES (SR)

**Définition**

Les valeurs de la série étant rangées par ordre croissant,

- quand l'effectif est impair, la **médiane** est la valeur qui partage la série en deux parties de même effectif ;
- quand l'effectif est pair, **une médiane** peut être n'importe quelle valeur entre les deux valeurs centrales ; on choisit habituellement pour médiane la moyenne des deux valeurs centrales.

Résultats des élèves

GROUPE : CLASSE 6Z

Elèves 6Z	SR en %
A	70
B	88
C	75
D	60
E	81
F	43
G	85
H	77
I	67
J	43
K	84
L	47
M	77
N	65
O	65
P	64
Q	82
R	51
S	73
T	89
U	58
V	66
W	49

SCORE DES REUSSITES
MOYEN : 67,8 %

1 – Après la lecture des graphiques, du tableau et de la définition, quelles informations pouvez-vous obtenir ?

Vous travaillerez d'abord individuellement 10 min, puis par groupe pour rédiger une affiche présentant ce que vous aurez trouvé.

2 – Ces deux questions concernent la classe Z.

a) Réalisez un tableau donnant les scores de réussite répartis en classes, les effectifs, les fréquences en pourcentage et les fréquences cumulées croissantes correspondantes en pourcentage.

Retrouvez dans ce tableau la classe où se situe la médiane.

b) Représentez par un diagramme bâton les fréquences cumulées croissantes en fonction des scores de réussites.

Retrouvez la valeur de la médiane à partir du graphique obtenu.

C'est un travail individuel d'abord ; puis en groupe, mettez-vous d'accord pour présenter, sur un transparent, votre méthode pour retrouver la médiane sur le diagramme bâton.

Aide possible pour la réalisation du tableau :

GROUPE : 6^{ème} Z			
Score des réussites : SR	Effectifs	Fréquences en %	Fréquences cumulées croissantes en %
$0 \leq SR < 10$			
$10 \leq SR < 20$			
$20 \leq SR < 30$			
$30 \leq SR < 40$			
$40 \leq SR < 50$			
$50 \leq SR < 60$			
$60 \leq SR < 70$			
$70 \leq SR < 80$			
$80 \leq SR < 90$			
$90 \leq SR < 100$			
$SR = 100$			

ANGLE INSCRIT, POLYGONE REGULIER ET ROTATION

Nous avons décidé de traiter dans la même activité trois thèmes aussi liés que angle inscrit, polygone régulier et rotation.

Le support de l'activité, l'agrandissement d'un pentagone régulier étoilé, conduit les élèves à utiliser en actes les notions et propriétés visées par cette activité (régularité – rotation – angle inscrit, angle au centre et arc correspondant).

Cette activité est aussi l'occasion, à la fin du collège, de faire remarquer aux élèves qu'en résolvant un problème de géométrie, on utilise, en interactions, la géométrie perceptive, la géométrie instrumentée et la géométrie déductive.

Niveau :

Troisième.

Objectifs :

Activité 1

- Faire découvrir la propriété des angles inscrits interceptant un même arc de cercle.
- Faire découvrir la relation entre angles inscrits et angles au centre interceptant le même arc.
- Faire prendre conscience, pour chaque solution, de la clef (mesure, propriété, essai-erreur, etc.) et des instruments utilisés.

Activité 2

- Faire découvrir, à partir des constructions effectuées, des propriétés des polygones réguliers.

Activité 3

- Faire découvrir la rotation, sa définition et ses propriétés.
- Faire une synthèse sur les transformations au programme du collège.

Activité 4

- Réinvestir des connaissances de trigonométrie.

Activité 5

- Faire construire l'image d'une figure par une rotation, en ayant le centre et l'image d'un point de la figure.
- Faire retrouver centre et angle de rotation à partir d'une figure et de son image.
- Faire réutiliser des propriétés de la médiatrice d'un segment.

Prérequis :

Aucun.

Matériel :

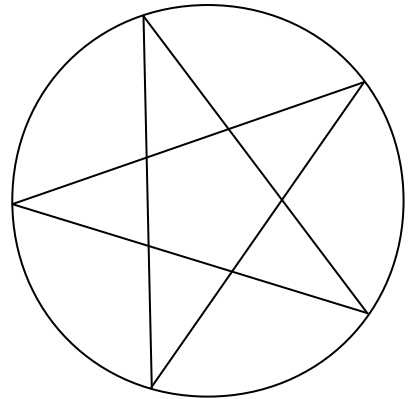
- Tableau blanc et feutre effaçable à sec.
- Éventuellement, ordinateur, vidéo-projecteur et Cabri-Géomètre (ou équivalent).

Déroulement :

Activité 1 – Partie 1

Le professeur distribue la partie 1 aux élèves (voir feuille élève 1) :

"Reproduis la figure ci-dessous, sachant que le rayon du cercle mesure 5 cm."



Les élèves travaillent d'abord individuellement.

La consigne pour le travail de groupe est ensuite donnée (voir feuille rétroprojecteur 1).

"Puis, en groupe, vous vous présenterez vos méthodes et vous vous les expliquerez. Vous rédigerez un transparent que l'un d'entre vous, que je désignerai à la fin, aura à présenter à la classe. Ce transparent peut présenter plusieurs méthodes, s'il y en a plusieurs qui vous semblent correctes, en donnant seulement les clefs qui permettent de les comprendre."

La mise au point qui suivra les présentations aura deux objectifs :

- Mettre en évidence et lever un certain nombre d'implicites qui auront été utilisés par les élèves (sommets sur le cercle, côtés égaux, angles au centre égaux qui interceptent des côtés égaux, axes de symétrie.). Il est précisé que le pentagone donné (l'étoile) est un pentagone régulier étoilé et que celui obtenu en joignant les sommets "consécutifs" de l'étoile est un pentagone régulier convexe.
- Faire le point des méthodes trouvées : par essai-erreur, par agrandissement-réduction, etc (voir les feuilles annexes 1, 2 et 3 "Travaux d'élèves" et le chapitre "Remarques sur l'activité" à la fin de ce texte).

Activité 1 – Partie 2

La consigne est donnée pour un travail individuel (voir feuille rétroprojecteur 1) :

*"O étant le centre du cercle, A, B, C, D, E, les sommets consécutifs du pentagone régulier convexe, calcule les mesures des angles, et .
Quelles remarques peux-tu faire ? "*

Le bilan permet :

- de mettre en place le vocabulaire : angle inscrit, angle au centre, angle inscrit et angle au centre interceptant le même arc de cercle.
- de prouver dans certains cas la relation entre angle au centre et angle inscrit interceptant le même arc, dans le cas du pentagone régulier convexe.

Activité 2

La question est posée aux élèves (voir feuille rétroprojecteur 1) :

*"Y a-t-il d'autres polygones qu'on pourrait qualifier de réguliers ?
Si oui, construis-les, chacun à partir d'un cercle de 5 cm de rayon.*

C'est un travail individuel. Le bilan sera fait en classe entière."

Le professeur fait un montage à partir des productions des élèves ou collecte les réponses oralement.

Le bilan permet de retenir les cas du triangle équilatéral, du carré, du pentagone régulier, de l'hexagone régulier, de l'octogone régulier.

Les élèves constatent qu'ils ont leurs côtés et leurs angles égaux ; on admet que les polygones réguliers ont leurs côtés et leurs angles égaux et qu'ils sont inscriptibles dans un cercle.

Activité 3

L'activité 3 est distribuée aux élèves (voir feuille élève 2) :

" Par quelle transformation ou combinaison de transformations du triangle hachuré peux-tu paver chaque polygone régulier ?

Pour chaque polygone régulier, mets en évidence une solution par figure.

C'est un travail individuel. Quelques uns d'entre vous seront désignés pour aller au tableau présenter leur solution. Le bilan sera fait en classe entière."

A partir des travaux d'élèves qu'il aura observés ou relevés, le professeur envoie au tableau quelques élèves présenter leurs solutions : il a prévu des photocopies sur transparent de la feuille élève 2 qui sont projetées sur un tableau blanc sur lequel les élèves indiquent leurs méthodes.

Parmi les méthodes utilisées, la rotation sera mise en évidence et nommée, ses caractéristiques seront précisées (centre, angle de rotation et sens).

La feuille bilan sur polygone et rotation est distribuée.

Activité 4

L'enseignant distribue une autre feuille élève 2 et donne la consigne aux élèves (voir feuille rétroprojecteur 2) :

"Trouve, dans chaque polygone régulier, au moins un angle inscrit et un angle au centre interceptant le même arc de cercle.

La relation entre un angle inscrit et l'angle au centre correspondant, prouvée dans le cas du pentagone régulier, est-elle toujours vraie ?

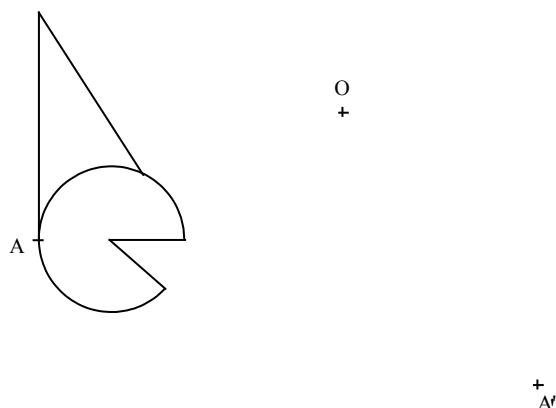
C'est un travail individuel. Quelques uns d'entre vous seront désignés pour aller au tableau présenter leur solution. Le bilan sera fait en classe entière."

Dans le point qui est fait, l'utilisation de Cabri-Géomètre (ou équivalent) vidéo-projeté permettra de faire une synthèse et d'établir la propriété des angles inscrits interceptant le même arc et la relation entre angles inscrits et angles au centre interceptant le même arc. On pourra aussi retrouver la propriété du triangle rectangle inscrit dans un cercle. La démonstration dans un des cas pourra être donnée à faire en exercice du soir.

Activité 5

La première partie de l'activité est donnée (voir feuille élève 3).

"Trace l'image de la figure dans la rotation de centre O telle que A a pour image A' ."

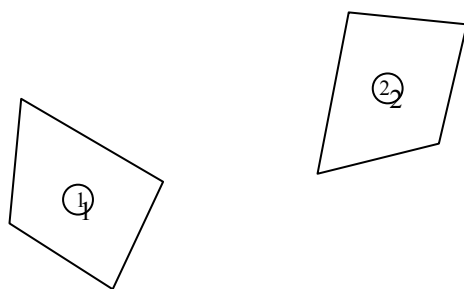


Il s'agit d'un travail individuel. Le professeur vérifie la justesse des constructions à l'aide d'un transparent.

La deuxième partie de l'activité est distribuée aux élèves (voir feuille élève 4).

*"La **figure 2** est la transformée de la **figure 1** dans la rotation de centre O et d'angle α ."*

*Trouve le centre et l'angle de rotation qui ont permis de passer de la **figure 1** à la **figure 2**."*



Il s'agit d'un travail individuel d'abord, puis d'un travail de groupe pour justifier la construction. Le point est ensuite fait en classe entière.

La feuille résumé sur la rotation est distribuée.

Prolongement possible

Après l'activité 1 ou l'activité 2, en fonction de sa classe (et du temps que l'on a !), on pourra faire découvrir aux élèves deux ou trois méthodes de constructions du pentagone régulier, dont la méthode approchée de Dürer (voir feuille prolongement). Cela permet une ouverture culturelle intéressante d'une part, et d'autre part de dire ce que l'on entend par "construction", au sens traditionnel des mathématiques. On trouvera les programmes de construction correspondants dans la brochure "Les belles figures" (ACL – Editions du Kangourou) qui présente bien d'autres constructions intéressantes.

Remarques sur l'activité

Comme première consigne, nous avons fait le choix de demander la reproduction d'une figure, sans autre précision. Cela n'a pas dérangé les élèves, que ce soit pendant le travail individuel ou le travail de groupe, après plusieurs années de géométrie déductive au collège.

La passation des transparents a mis en évidence qu'il y a eu, en tout ou partie, dans chaque méthode, lecture perceptive (régularité de la figure), lecture instrumentée (mesure d'angles) et déductions.

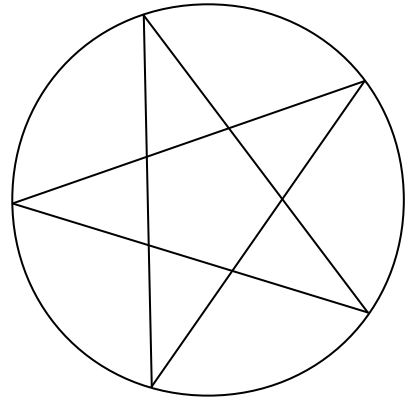
De ces différentes lectures a découlé telle ou telle construction utilisant tel ou tel instrument. Cela a été l'occasion de faire le point sur la validité et les limites de l'appui sur la figure, les mesures, etc.

Il est à noter que parmi les méthodes proposées dans une classe est apparue **LA** méthode de construction, celle à la règle et au compas dite de Ptolémée. C'était le fait d'un élève qui avait eu, en groupe, à faire une recherche sur le Nombre d'Or dans le cadre des exposés que nous faisons réaliser en 3^{ème} (voir page 34) : cette construction lui avait tellement plu qu'il l'avait refaite et retenue... Cela a été l'occasion de revenir sur ce que représente, en mathématiques, ce type de construction.

Activité 1

Partie 1

Reproduis la figure ci-dessous, sachant que le rayon du cercle mesure 5 cm.



Il s'agit d'un travail individuel d'abord.

Puis, en groupe, vous vous présenterez vos méthodes et vous vous les expliquerez. Vous rédigerez un transparent que l'un d'entre vous que je désignerai à la fin aura à présenter à la classe. Ce transparent peut présenter plusieurs méthodes, s'il y en a plusieurs qui vous semblent correctes, en donnant seulement les clefs qui permettent de les comprendre.

Partie 2

O étant le centre du cercle et A, B, C, D, E, les sommets consécutifs du pentagone régulier convexe, calcule les mesures des angles , et .

Quelles remarques peux-tu faire ?

C'est un travail individuel.

Activité 2

Y a-t-il d'autres polygones qu'on pourrait qualifier de régulier ?

Si oui, construis-les, chacun à partir d'un cercle de 5 cm de rayon.

C'est un travail individuel. Le bilan sera fait en classe entière.

Activité 3

Par quelle transformation ou combinaison de transformations du triangle hachuré peux-tu paver chaque polygone régulier ?

Pour chaque polygone régulier, mets en évidence une solution par figure.

C'est un travail individuel. Quelques uns d'entre vous seront désignés pour aller au tableau présenter leur solution. Le bilan sera fait en classe entière.

Activité 4

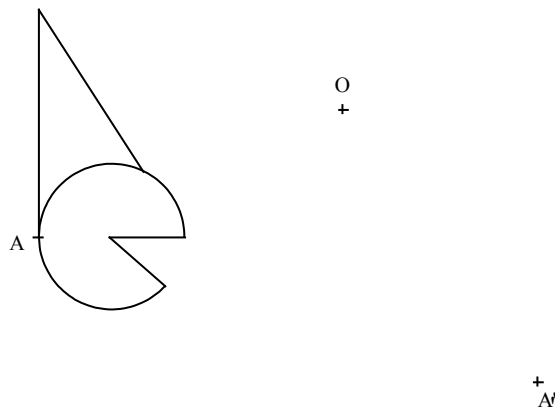
Trouve, dans chaque polygone régulier, au moins un angle inscrit et un angle au centre interceptant le même arc de cercle.

La relation entre un angle inscrit et l'angle au centre correspondant, prouvée dans le cas du pentagone régulier, est-elle toujours vraie ?

C'est un travail individuel. Quelques uns d'entre vous seront désignés pour aller au tableau présenter leur solution. Le bilan sera fait en classe entière.

Activité 5 *Partie 1*

Trace l'image de la figure dans la rotation de centre O telle que A a pour image A'.

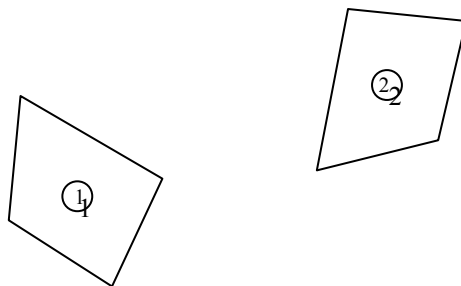


C'est un travail individuel.

Activité 5 *Partie 2*

La **figure 2** est la transformée de la **figure 1** dans la rotation de centre **O** et d'angle **a**.

Trouve le centre et l'angle de rotation qui ont permis de passer de la **figure 1** à la **figure 2**.

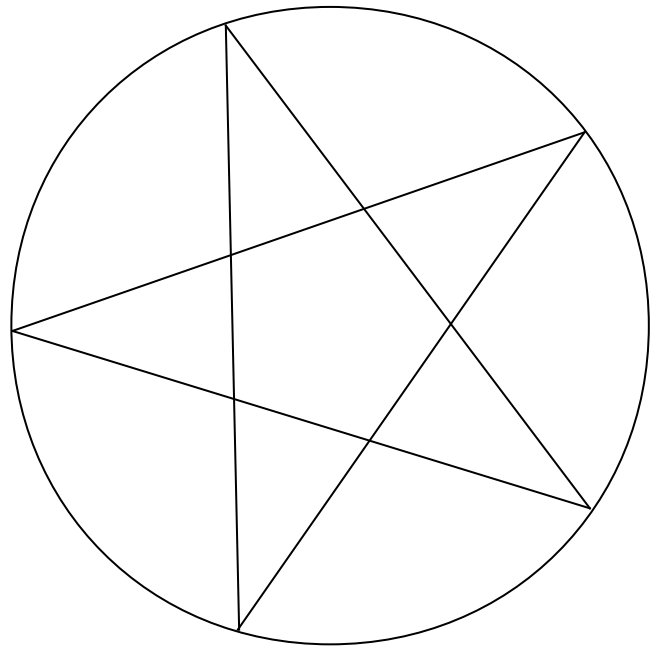


Il s'agit d'un travail individuel d'abord.

Puis, en groupe, vous vous mettez d'accord sur la justification de votre construction.

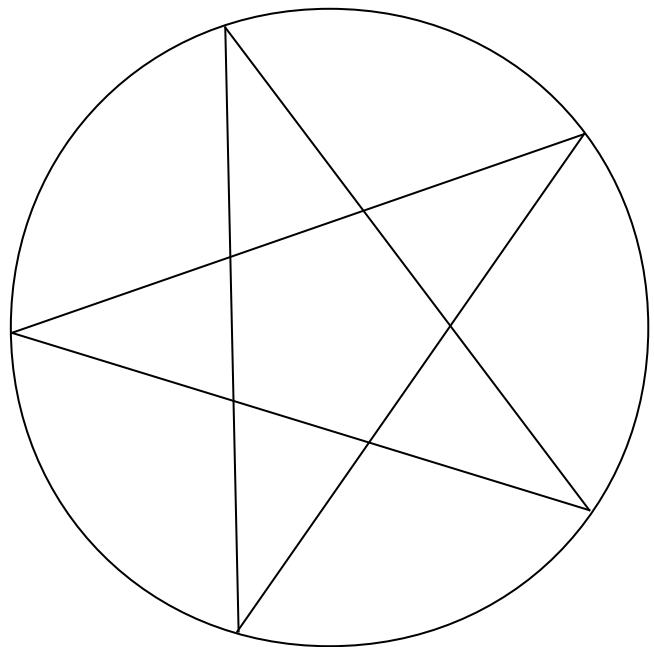
Activité 1

Reproduis la figure ci-dessous, sachant que le rayon du cercle mesure 5 cm.



Activité 1

Reproduis la figure ci-dessous, sachant que le rayon du cercle mesure 5 cm.

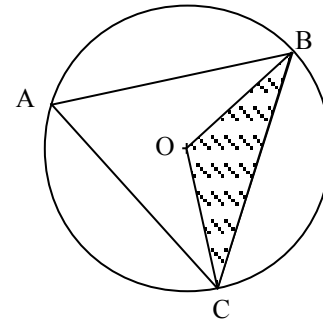
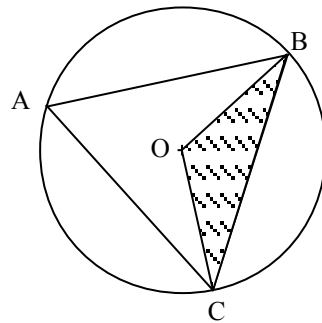
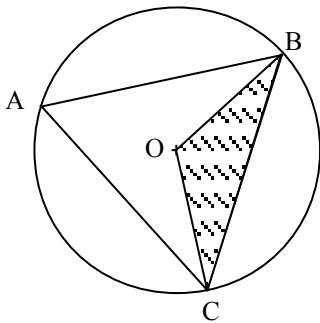


Activité 3

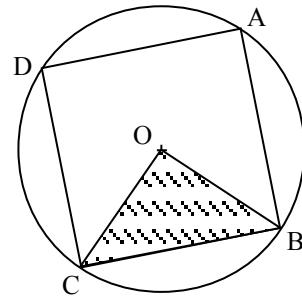
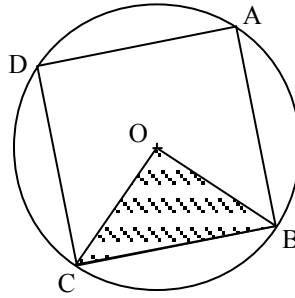
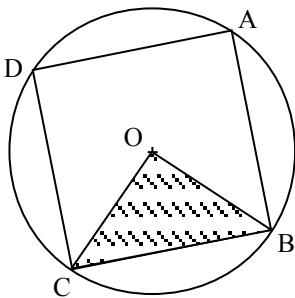
Par quelle transformation ou combinaison de transformations du triangle hachuré peux-tu paver chaque polygone régulier ?

Pour chaque polygone régulier, mets en évidence une solution par figure.

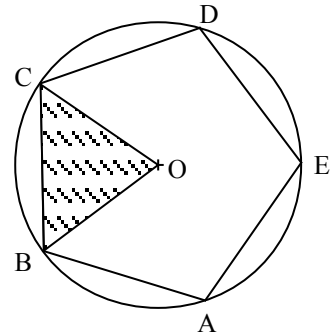
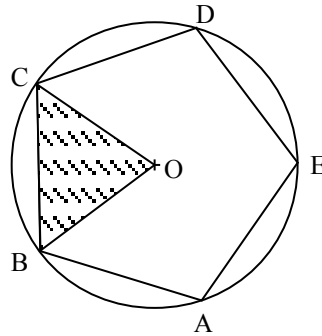
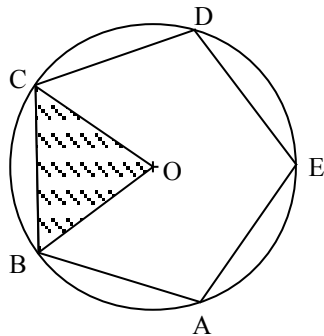
Triangle équilatéral



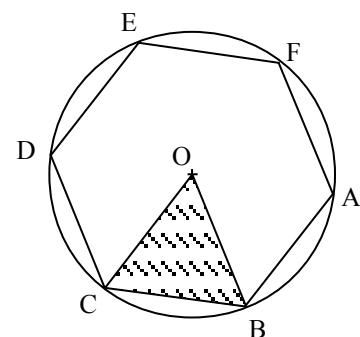
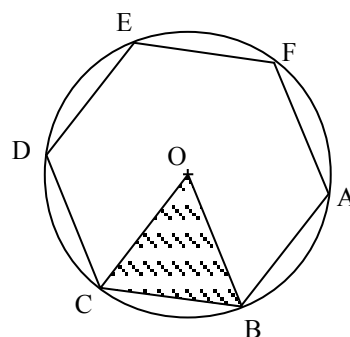
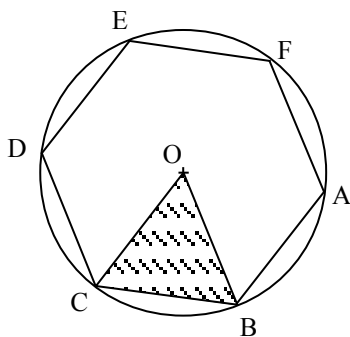
Carré



Pentagone régulier

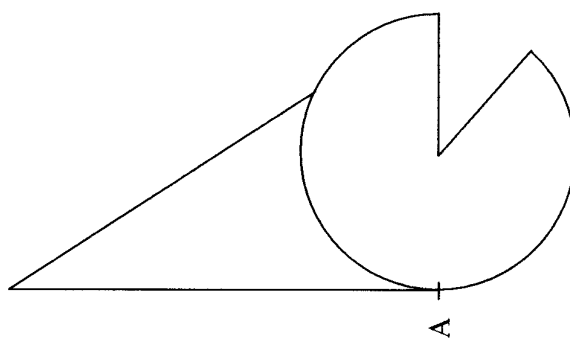


Hexagone régulier



Activité 5 **Partie 1**

Trace l'image de la figure dans la rotation de centre O telle que A a pour image A' .

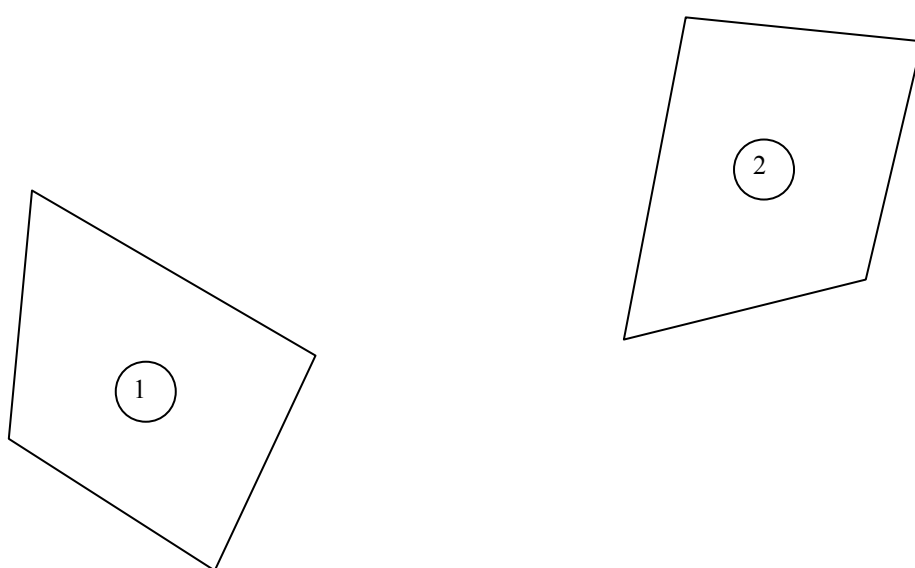


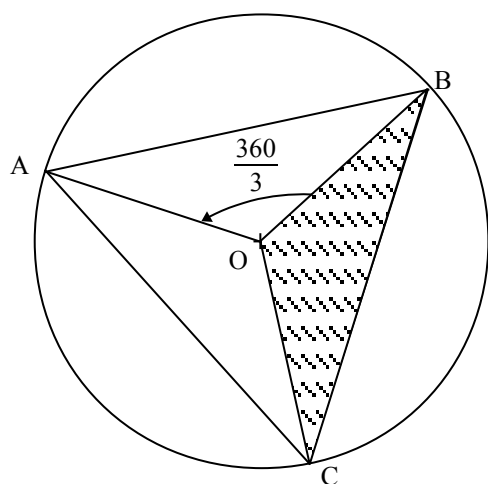
O

A'

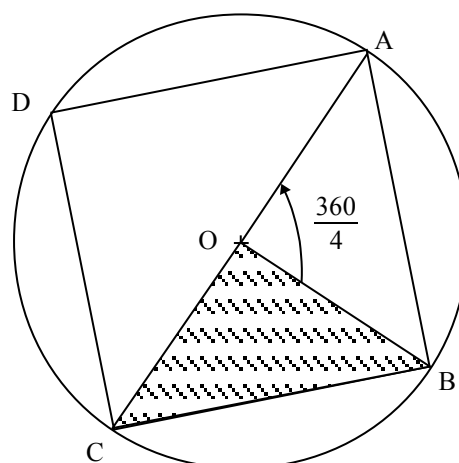
Activité 5 **Partie 2**

La **figure 2** est la transformée de la **figure 1** dans la rotation de centre **O** et d'angle **a**.
Trouve le centre et l'angle de rotation qui ont permis de passer de la **figure 1** à la **figure 2**.

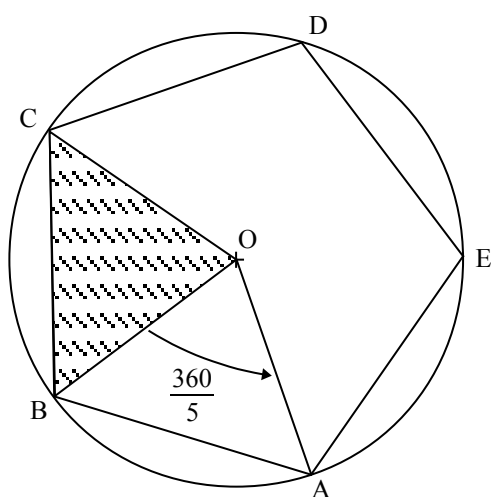




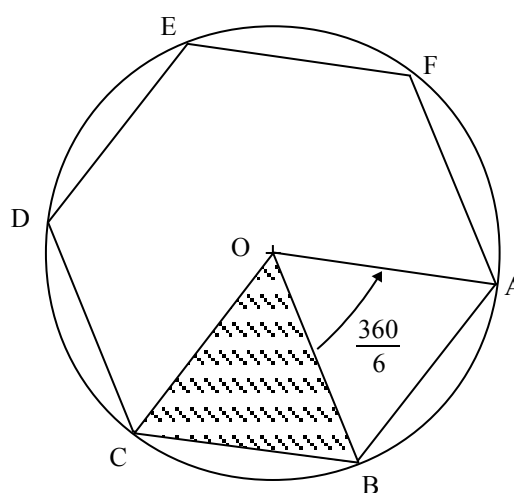
Triangle équilatéral



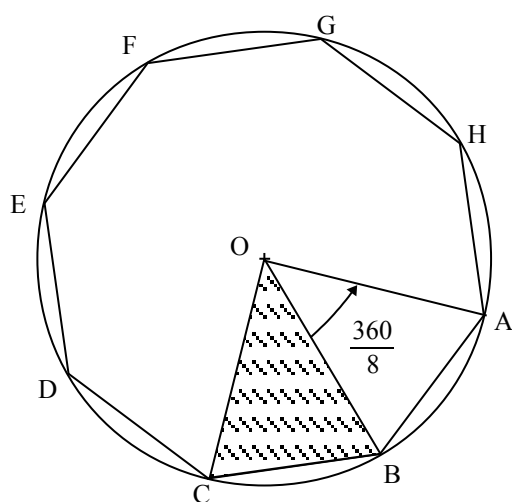
Carré



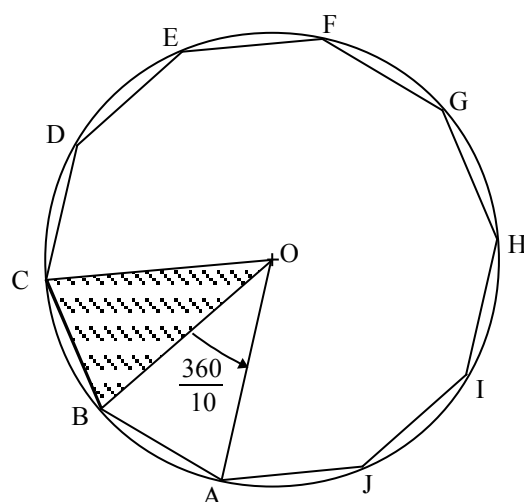
Pentagone régulier



Hexagone régulier



Octogone régulier



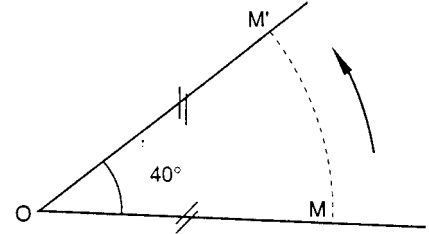
Décagone régulier

ROTATION

I – Image d'un point par une rotation

L'image du point M par la rotation de centre O et d'angle 40° , dans le sens de la flèche, est le point M' sur la figure tel que :

$$OM = OM' \text{ et } \widehat{MOM'} = 40^\circ.$$



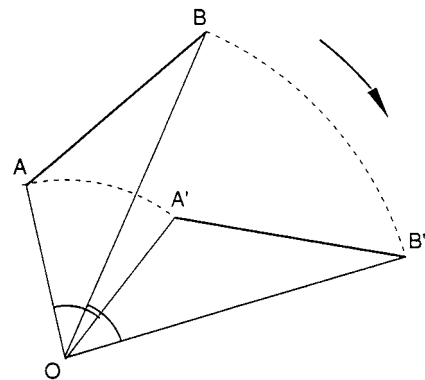
II – Propriétés d'une rotation

Par une rotation, l'image d'un segment est un segment de même longueur.

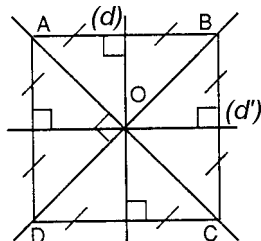
Par une rotation, l'image d'une droite est une droite.

Par une rotation, l'image du cercle de centre A et de rayon r est le cercle de centre A' (image de A par la rotation) de même rayon r .

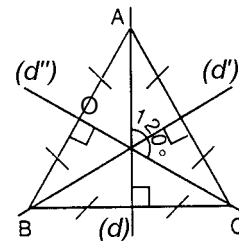
Par une rotation, l'image d'un angle est un angle de même mesure, l'image d'une figure est une figure de même aire.



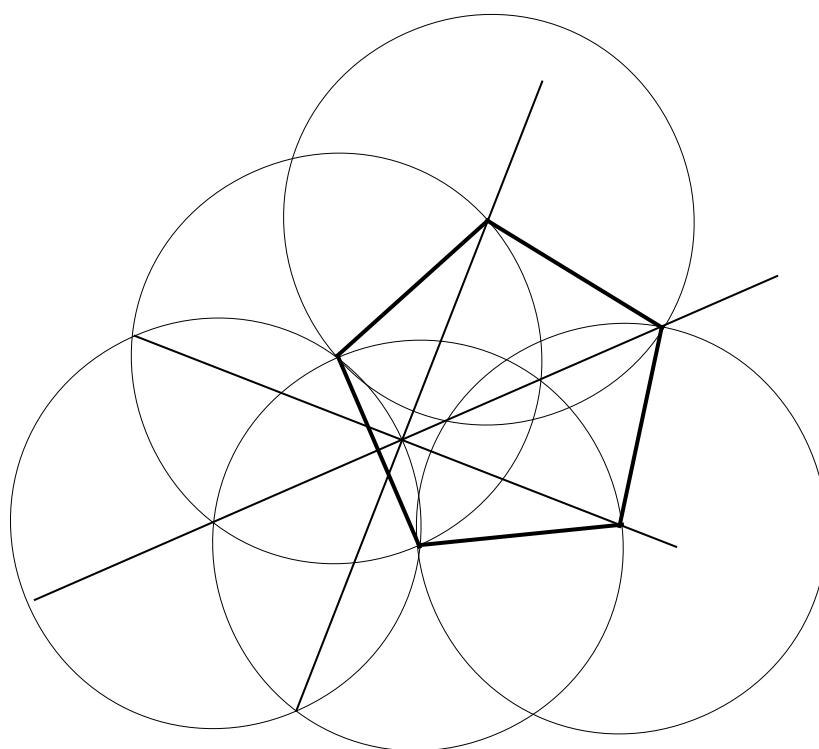
III – Figures invariantes par rotation ou symétrie



O est le point d'intersection des diagonales du carré $ABCD$. Les rotations de centre O et d'angles 90° , ou 180° , ou 270° , ou 360° laissent ce carré invariant. Ce carré est aussi invariant par les symétries par rapport aux droites (d) et (d') .



O est le centre du cercle circonscrit au triangle équilatéral ABC . Les rotations de centre O et d'angles 120° , ou 240° , ou 360° laissent invariant ce triangle équilatéral. Ce triangle est aussi invariant par les symétries par rapport aux droites (d) , (d') et (d'') .



Construction approchée de Dürer

Travaux d'élèves

Méthode 1 : - Nous avons compté le nombre de sommets
- Nous avons divisé 360° par 5: cela nous a donné 72° .
- A l'aide d'un rapporteur nous avons reporté la mesure.

Méthode 2 : - Nous avons mesuré le rayon de la figure de départ (4,2 cm)
- Nous avons divisé le rayon du cercle d'arrivée (5cm) par celui de départ (4,2cm)
- Nous avons multiplié le nombre obtenu par la longueur (EB)
- Nous avons obtenu environ 9,5 cm
- A l'aide d'un compas nous avons reporté cette longueur sur le cercle de 5cm de rayon.

Méthode 3 : - Nous l'avons reproduit par essai erreur

Différentes façons de faire une étoile à 5 branches dans des cercles

- ① $\frac{360}{5} = 72$ soit 72°
- ② On fait un rayon du cercle, puis on trace un angle de 36° qui a pour bissectrice le rayon du cercle... (on reporte avec la petite longueur)
- ③ la même mais avec une conclusion différente (on reporte avec la grande longueur)

Solutions trouvées à un problème posé

1^{ère} Solution:

Il y a 5 sommets à égale distance les uns des autres donc nous avons divisé 360° par 5.

2^{ème} Solution:

Grâce à la proportionnalité:

4,2	8,1
5	?

3^{ème} Solution:

Nous avons tracé 2 bissectrices. Puis j'ai calculé l'angle créé. Je l'ai reproduit sur un cercle et donc j'ai trouvé 2 sommets. Ensuite j'ai pris l'écartement des 2 sommets et l'ai reproduit pour avoir 5 sommets. Enfin j'ai relié les sommets entre eux.

1^{ère} méthode: Les cinq points A, B, C, D et E forment cinq arcs de cercle dont la mesure de leurs angles sont égaux.

$$360^\circ : 5 = 72^\circ$$

Les 5 angles $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$, $\widehat{DOE}$ et $\widehat{EOA}$ mesurent donc 72° .

Nous avons ensuite tracé le cercle puis marqué les points A, B, C, D, E et tracer toutes les droites.

2^{ème} méthode:

Nous avons tracé les droites (AH), (BI), (CJ), (DF), (EG). Les droites sont concourantes en un même point, le centre de la figure et du cercle appelé O.

Le cercle se divise donc en dix arcs de cercle. Leurs mesures sont donc de 36° ($360^\circ : 10$).

Nous avons ensuite tracé le cercle puis marqué les points A, B, C, D et E et tracer toutes les droites.

Activité 1.

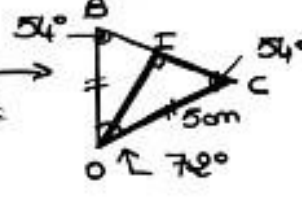
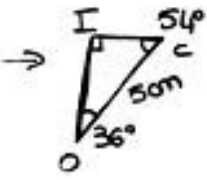
Méthode - Nous avons tracé un cercle de rayon 5 cm, ensuite nous avons divisé l'angle du disque par le nombre de branches de l'étoile :

$$\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

Puis, nous avons tracé des rayons tous les 72° et nous avons rejoint $A \tilde{a} C$; $A \tilde{a} D$; $B \tilde{a} D$; $B \tilde{a} E$; $C \tilde{a} E$... selon le modèle.

1°  Comme le cercle a un angle de mesure 360° , et que celui-ci est divisé en cinq arcs de cercle égaux, on divise 360° par 5 et on obtient la mesure en degré des arcs de cercle, c'est à dire 72° .

2° même chose en divisant par dix.

3°   

$$72^\circ = 360 : 5 =$$

$$54^\circ = \frac{180 - 72^\circ}{2}$$

$$OC = 5 \times \cos 54^\circ$$

$$\approx 2,93 \times 2$$

$$\approx 2,93 \times 2$$

$$\approx 5,87$$

$$BC \approx 5,8 \text{ cm}$$

$$\approx 5,9 \text{ cm}$$

SPHERE ET CALCULS DE DISTANCES : UNE COURSE AUTOUR DU MONDE !

Cette activité (voir feuille élève) s'appuie sur l'édition 1989 de la course autour du monde "Le Vendée Globe-Challenge" dont le départ a eu lieu en décembre 1989 des Sables d'Olonne. Elle utilise un document extrait du journal Ouest-France du 16 mars 1990.

Elle a été créée pour la classe de quatrième, dans le cadre d'une recherche-action IREM interdisciplinaire.

La sphère étant maintenant au programme de troisième, les outils disponibles se sont enrichis (Thalès, sinus), ce qui peut faciliter sa résolution ou amener des variantes. L'activité en est d'autant plus riche.

Cette activité est décrite dans un article de la brochure Inter-IREM troisième, septembre 2002.

Niveau :

Troisième.

Objectifs :

- Lire et travailler sur un document complexe.
- Réinvestir des connaissances sur l'espace, le périmètre d'un cercle, les angles alternes internes, la proportionnalité, les encadrements, la trigonométrie (sinus ou cosinus), les valeurs exactes et les valeurs arrondies.
- Réinvestir des connaissances provenant d'une autre discipline : méridien, parallèle, longitude et latitude.
- Poursuivre la découverte de la spécificité de l'objet "sphère".
- Apprendre à calculer des distances sur une surface sphérique (entre deux points de même longitude et entre deux points de même latitude).
- Ramener une partie du problème à un problème de géométrie plane puis utiliser des connaissances de géométrie plane pour traiter un problème de l'espace pour calculer la distance entre deux points de même latitude.

Prérequis :

- Trigonométrie.
- Sphère.
- Méridien, parallèle, longitude, et latitude sur la sphère terrestre.

Matériel :

Globe terrestre. Boule muette sur laquelle on peut écrire. Planisphère.

Déroulement :

La première question est distribuée et après un temps de recherche individuel, les élèves sont mis en groupe pour échanger, mettre en commun leurs lectures et produire une description sur transparents.

A partir des transparents projetés, un débat est mené pour confirmer ou infirmer certains contenus des descriptions produites par chaque groupe. Puis une description commune est réalisée par la classe en ne retenant que les informations données par le document.

La demande de description étant très ouverte, chacun lit le document à sa façon et c'est la complémentarité du travail individuel, en groupe puis en classe qui permet d'avoir une description qui comporte tous les éléments nécessaires à la suite de l'activité.

La deuxième question est alors donnée à chercher individuellement puis en groupe.

(évidemment, les mêmes groupes, ils ont une culture commune sur l'activité, il est logique qu'ils continuent à travailler ensemble).

Des aides sont prévues pour être données en groupe ou en classe entière comme "faire un dessin en perspective"

Les transparents terminés sont présentés, discutés et une mise au point est faite.

Le débat en classe a permis de mettre en évidence :

- que les démarches ont été différentes ;
- qu'il a fallu prendre des initiatives pour résoudre le problème ;
- qu'un dessin en perspective aidait à trouver la solution ;
- qu'avant d'utiliser la proportionnalité, il faut d'une part, repérer les grandeurs à associer et d'autre part vérifier s'il y a proportionnalité ou non entre ces grandeurs.

Une rédaction est faite en classe entière.

La troisième question est donnée avec le même fonctionnement (voir des productions d'élèves en annexe).

L'analyse et le débat sur les productions a permis de :

- Revenir sur la proportionnalité.
- De découvrir comment calculer le rayon d'un petit cercle de la sphère.

Une rédaction est faite avec la classe.

Un groupe écrit que :

Le périmètre de la Terre est :

$$P_{RT} = 2 \times \pi \times 6400 \text{ km} = 40\,212,4 \text{ km}$$

Et le périmètre de la distance parcourue entre janvier et février est :

$$40\,212,4 : 55 : 4 \times 3 = 547,5$$

Il a parcouru 547 km environ.

55 est sa position de janvier et février. On divise par quatre pour un quart de cercle et on multiplie par trois pour trouver les trois quarts.

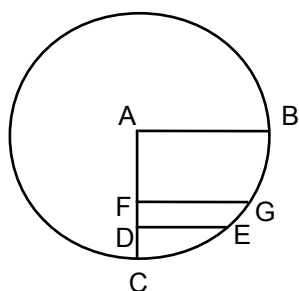
- Au niveau des égalités, il y a confusion entre valeur exacte et valeur arrondie.
- Quand la latitude grandit, le périmètre diminue. C'est vrai, mais pour une latitude de 90°, le rayon n'est pas nul comme il devrait l'être. Ce qui ne donnera pas la solution proposée.

Deux autres groupes écrivent que :

nombre de carreaux sur le dessin	1,5	27
km en réalité	1 600	x

Ces deux groupes ont expliqué que sur un méridien (question précédente), 1600 km correspond à 1,5 carreau donc qu'à 27 carreaux, il correspond x. Logique le raisonnement ! Un petit détail, le quadrillage n'est pas à maille carrée.

Un autre groupe, a d'abord pensé utiliser la propriété de Thalès dans le triangle ACB. Mais il abandonne cette idée en réalisant que le "FG" considéré n'est pas un rayon du cercle (G est alors un point de [BC]), il réalise la figure suivante et propose la solution suivante :



$$AB = AC = 6\,400 \text{ km}$$

$$DE = 1/4 AB = 1\,600 \text{ km}$$

FG représente le rayon du parallèle 55° et DE le rayon du parallèle 60°.

$$1\,600 \times \pi \times 2 \approx 10\,053 \text{ km}$$

...

En présentant son transparent, le groupe a expliqué qu'en effet $DE = 1/4 AB$ puisque sur la carte, par rapport à l'équateur DE correspond à 2 carreaux sur 8, donc que :

$$DE = 2/8 R_{\text{Terre}}, \text{ soit que } DE = 1/4 AB.$$

Là encore une logique dans le raisonnement des élèves !

Ce qui n'était pas évident à la lecture des transparents !

Un groupe après avoir fait un dessin en coupe, pense au sinus et trouve une solution juste, mais le calcul donnant que pour 60°, le rayon du parallèle est la moitié du rayon de la Terre laisse perplexe le groupe. A 60°, il doit correspondre une valeur plus grande ! Dans ce

contexte, ce résultat les a perturbés, ils n'avaient jamais été déstabilisés en faisant des exercices de trigonométrie détachés du réel.

Un autre membre du groupe propose la procédure suivante et le groupe, n'arrivant pas à se décider entre les deux solutions, rend celle-ci :

$$\begin{aligned} \text{Echelle} & \quad \frac{4,5}{6400} \\ \text{Rayon du parallèle } 55^\circ & \\ 3,5 \times \frac{6400}{4,5} &= \frac{22400}{4,5} \\ \text{périmètre du parallèle } 55^\circ & \\ \frac{22400}{4,5} \times 2 \times \pi & \\ \text{Il a parcouru environ} & \\ \frac{22400}{4,5} \times 2 \times \pi \times \frac{3}{4} &\approx 23\,457 \text{ km} \end{aligned}$$

d'un grand cercle de la Terre

L'enseignant ayant suivi le travail du groupe demande que les deux solutions soient rendues (la classe aidera à décider ... !) :

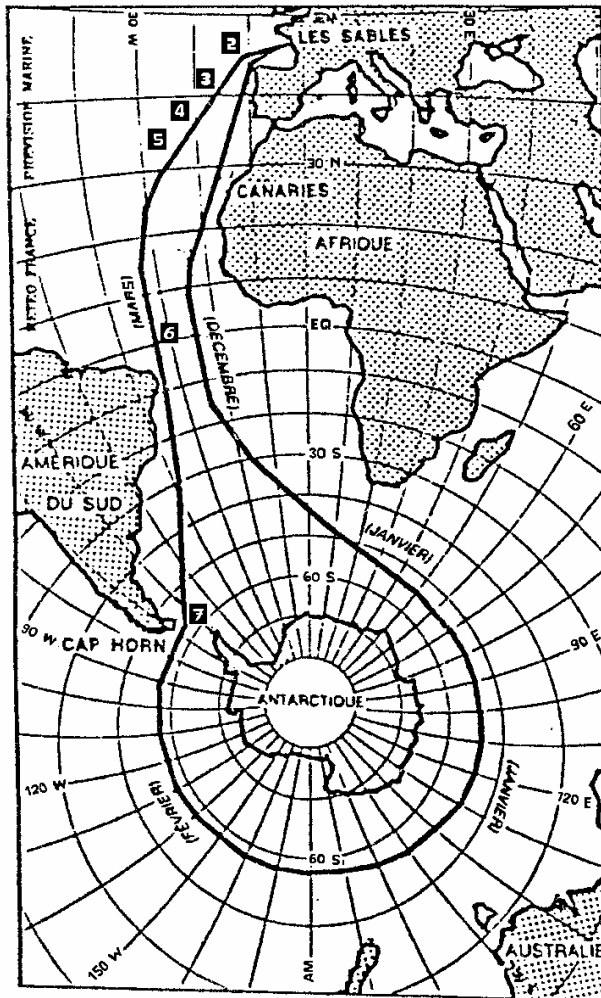
Pendant le débat en classe entière, les élèves font remarquer :

- que l'échelle proposée est fausse puisque les longueurs ne sont pas écrites dans la même unité,
- que la graduation $0^\circ, 10^\circ \dots$ est fausse puisque ces valeurs correspondent à des mesures d'angles ou d'arcs. Les élèves ont alors gradué le quart de cercle de 10° en 10° . Le rayon correspondant à 55° a été mesuré, l'échelle a été appliquée. La valeur réelle du rayon correspond bien à celui obtenu par la méthode précédente. Puis en revenant à 60° , il est retrouvé que l'on a un demi-triangle équilatéral. Et qu'il est normal d'avoir un rayon pour le parallèle 60° égal à la moitié du rayon terrestre pour 60° . Tous ces passages ont été nécessaires pour convaincre la classe !

Là encore, il fallait qu'il y ait de la "proportionnalité" ! Proportionnalité qui a créé un blocage.

Une course autour du monde

PARCOURS EFFECTUE PAR TITOUAN LAMAZOU (Ouest-France du 16 mars 1990)



Sur votre carte, les positions approximatives hier matin des six concurrents encore en course dans le Vendée Globe Challenge. En deuxième position : 1. L. Peyron ; 2. J.-L. Van den Heede ; 3. Ph. Jeantot ; 4. F. Follenfant ; 5. A. Gautier ; 6. J.-F. Coste, qui était encore à 7078 milles de l'arrivée et s'apprêtait à doubler le Cap Horn.

Première partie :

Titouan Lamazou a effectué ce parcours en 109 jours.

Décris la course qu'il a effectuée.

Deuxième partie :

Donne la position géographique d'Alain Gautier le 15 mars 1990.

Ensuite, il garde le même cap sur une certaine distance.

Donne une valeur approchée de cette distance en kilomètre.

Troisième partie :

Pendant sa course autour du monde, Titouan Lamazou effectue environ les $\frac{3}{4}$ du "tout du monde" à la même latitude.

Donne, en kilomètre, un encadrement de la distance qu'il a parcourue à cette latitude.

PGCD

La présence dans le programme de troisième d'un chapitre isolé d'arithmétique, alors que, de plus, les élèves n'en ont pas fait depuis la sixième, nous posait problème.

Il nous a semblé non seulement intéressant, mais même indispensable, d'en profiter pour faire le point sur les notions de multiples et diviseurs et de donner ainsi du sens à la notion de PGCD, au-delà de l'utilisation d'algorithmes.

Niveau :

Troisième

Objectifs :

Première partie

- Faire le point sur les notions de multiples et de diviseurs communs.
- Rappeler les critères de divisibilité.

Deuxième partie

- Faire découvrir l'importance d'une méthode réfléchie pour trouver tous les diviseurs d'un nombre.
- Définir le PGCD de deux nombres.

Troisième partie

- Faire découvrir que le diviseur de deux nombres divise leur somme et leur différence.
- Faire comprendre l'algorithme de la soustraction pour le calcul du PGCD de deux nombres.

Quatrième partie

- Utiliser le tableur et montrer son intérêt pour l'utilisation d'un algorithme.

Cinquième partie

- Faire découvrir qu'un diviseur d'un nombre a est diviseur du produit de a et de tout nombre b .
- Faire découvrir que tout diviseur de a et b ($a > b$ et $b \neq 0$) est un diviseur du reste de la division euclidienne de a par b .
- Faire comprendre l'algorithme de la division pour le calcul du PGCD de deux nombres.

Sixième partie

- Entraîner à l'utilisation des algorithmes.
- Faire découvrir que cette utilisation n'est pas toujours la méthode la plus rapide.
- Définir ce que sont deux nombres premiers entre eux.
- Faire découvrir l'intérêt du PGCD pour simplifier certaines fractions.
- Définir ce qu'est une fraction irréductible.
- Revenir sur le sens du PGCD de deux nombres.

Prérequis :

Aucun

Matériel :

Accès à une salle informatique disposant d'un tableur.

Déroulement :

Première partie

Le texte suivant (d'après un exercice de manuel scolaire de 3^{ème}) est distribué aux élèves (feuille élève 1) :

"Depuis qu'il sait compter, Hector a toujours compté les moutons avant de s'endormir.

Ce soir-là, il en avait un nombre tel qu'il pouvait les ranger par 2, par 3, par 7 et par 9.

Ainsi, il a obtenu un nombre formé des quatre chiffres de 1989.

Combien y avait-il de moutons ce soir-là ?"

La consigne est donnée pour le travail individuel (feuille transparent). Les élèves travaillent individuellement et rédigent leur solution en indiquant leur méthode sur une feuille que le professeur ramasse. Le professeur peut être amené à mettre tout de suite les élèves en groupe dans le cas où il remarque que plusieurs sont bloqués.

S'il a ramassé les productions individuelles, au cours suivant le professeur constitue des groupes de quatre à partir de solutions différentes. Dans les deux cas, la consigne pour le travail de groupe est donnée (feuille transparent).

Productions de trois groupes

1^{ère} Méthode : Comme le nombre de moutons est un multiple de 2, alors il est pair. Le nombre se finira donc par 8 car c'est le seul nombre pair. Après il restait 3 combinaisons possibles : 1998, 9998, 9918 (qui se finissent par 8). Seul 9918 était divisible par 7.

Donc le résultat est 9918.

2^{ème} Méthode : $1989 \times 2 = 3978$
 $1989 \times 3 = 5967$
 $1989 \times 7 = 13923$
 $1989 \times 9 = 17901$

$$3978 + 5967 + 13923 + 17901 = 41769$$
$$\frac{41769}{4,546} = 9178$$

Dans l'encadré ci-dessus, après avoir rédigé la première méthode, le groupe a subi l'influence d'un élève qui tenait à la sienne ; cette méthode (la deuxième) montre que la notion de multiple et diviseur est loin d'être acquise. La réponse étant déjà connue, il fallait ensuite y arriver, par n'importe quel "bidouillage" !

Dans l'encadré dessus à droite, si la démarche est juste, la méconnaissance, ou le peu de familiarité, avec les critères de divisibilité (même par 2 !) amène à une solution longue.

1989	x	x	x	x
1899	x	x	x	x
1998	o	x	x	x
9189	x	x	x	x
9198	o	o	o	o
9918	o	x	x	x
9981	x	x	x	x
9819	x	x	x	x
9891	o	o	x	o
8991	x	x	x	x
8919	x	x	x	x
8199	x	x	x	x
	2	3	7	9

o = Bon
x = Mauv

Nous avons cherché toutes les combinaisons possibles avec le nombre 1989 et nous obtenons 12 combinaisons.

En divisant chaque nombre par 2, 3, 7, 9, nous obtenons une combinaison qui fonctionne avec chaque diviseur.

les moutons : 1, 9, 9, 8

1. Si le nombre recherché doit être multiple de deux, celui-ci doit se terminer par un chiffre pair : 8.

sachant qu'il se termine par 8 : donc ...8
il reste 3 combinaisons possibles :

- 1998
- 9198
- 9918

En divisant chacune de ces combinaisons par 9 et par 7 on trouve la solution.

Dans le troisième encadré, ci-contre, le critère de divisibilité par 9 n'est pas utilisé et le groupe oublie de donner la réponse.

Après le débat entre élèves, le professeur intervient sur ce qui n'a pas été dit et aide à trancher les points restés en suspens.

L'institutionnalisation qui suit le débat en classe entière permet de définir les notions de multiples et de diviseurs et de rappeler les critères de divisibilité (voir feuille résumé).

Deuxième partie

Le texte suivant est distribué aux élèves (feuille élève 2) :

"Une propriétaire fortunée a un débarras dont le sol est un rectangle de 1,95 m sur 1,35 m.

*Elle demande un artisan de faire fabriquer des carreaux carrés pour que le sol du débarras soit recouvert avec le **minimum** de carreaux carrés, **exactement** et **sans en découper**.*

Quelle est la mesure en cm du côté des carreaux que l'artisan doit faire fabriquer ?"

Les élèves travaillent individuellement, puis en groupe pour rédiger une solution sur un transparent qui sera présenté avec les mêmes modalités que celui de la première partie.

Productions de trois groupes

Les groupes ont utilisé des démarches qui présentent trois approches différentes ce qui a permis dans l'institutionnalisation d'éclairer la notion de PGCD de façon différente.

Dans le premier encadré, il s'agit de sélectionner le plus grand parmi les diviseurs multiples de 5 de 195 et 135. Les élèves du groupe considèrent 10 comme un diviseur de 195 et 135. Il y a confusion entre diviseur et division qui "tombe juste". C'est l'occasion de rappeler qu'en arithmétique, il n'est question que de nombres entiers.

Soit x le côté en cm d'un carreau.

Comme les carreaux ne doivent pas être découpés, nous devons un nombre diviseur de 195 cm et de 135 cm :

$\frac{195}{x}$ = nombre de carreaux dans la longueur

$\frac{135}{x}$ = nombre de carreaux dans la largeur.

Comme 195 et 135 sont des multiples de 5, on teste les différents nombres multiples de 5 et on prend le plus grand :

$\frac{195}{5} = 39$ $\frac{135}{5} = 27$

$\frac{195}{10} = 19,5$ $\frac{135}{10} = 13,5$

$\frac{195}{15} = 13$ $\frac{135}{15} = 9$

donc : $x = 15$ cm
13 carreaux dans la l., 27 carreaux dans la l.

Méthode par essai-erreur.

Vu que 195 et que 135 se terminent par 5 alors le nombre cherché est un multiple de 5.

On essaye de diviser par 5:

$$195 : 5 = 39$$

$$135 : 5 = 27$$

Vu que les résultats sont encore divisibles on prend le nombre 15:

$$195 : 15 = 13$$

$$135 : 15 = 9$$

Les nombres ne sont plus divisibles alors le nombre 15.

Les côtés des carrés seront de 15 cm.

Au moins un des élèves du groupe auteur du troisième encadré, ci-contre, avait déjà vu ce qu'était le PGCD dans son livre, en travaillant seul. D'après le travail présenté, on peut penser qu'il a retenu le sens de la notion et pas seulement une technique.

Dans le deuxième encadré, les élèves trouvent que 195 et 135 sont divisibles par 5, que le quotient trouvé est lui-même divisible par 3 et en concluent que 195 et 135 sont divisibles par 3×5 ... ce qu'ils appellent méthode par essai-erreur... parce qu'ils ont eu le temps de faire des essais pour trouver ce résultat.

PGCD

Comme il doit y avoir le minimum de carreaux, la mesure des côtés des carreaux doit être la plus grande possible tout en étant à la fois diviseur de 195 et de 135 car il ne faut pas de découpage.

Nous cherchons donc le plus grand diviseur commun à ces deux nombres:

$$195 = 1 \times 195$$

$$= 3 \times 65$$

$$= 5 \times 39$$

$$= 13 \times 15$$

$$= \boxed{15} \times 13$$

$$135 = 1 \times 135$$

$$= 3 \times 45$$

$$= 5 \times 27$$

$$= 9 \times 15$$

$$= \boxed{15} \times 9$$

Donc, le côté d'un carreau est de 15 cm.

L'institutionnalisation permet de mettre en évidence :

- des méthodes réfléchies pour chercher tous les diviseurs d'un nombre
- de définir ce qu'est le plus grand diviseur commun à deux nombres, ainsi que la notation correspondante (voir feuille résumé).

Des exercices d'application sont donnés à faire à la maison pour que les élèves assimilent :

- les notions de multiples et diviseurs et de plus grand diviseur commun
- des techniques pour trouver tous les diviseurs d'un nombre.

Troisième partie

Le professeur projette aux élèves le tableau et la consigne ci-dessous (feuille transparent) :

195	135	60
135	60	75
75	60	15
60	15	45
45	15	30
30	15	15
15	15	0

"Ce tableau correspond au calcul du PGCD de 195 et de 135 réalisé grâce à un tableur.

Explique ce tableau."

Les élèves travaillent individuellement, puis en groupe pour rédiger une solution sur un transparent qui sera présenté avec les mêmes modalités que dans les parties précédentes.

L'institutionnalisation permet de justifier l'algorithme de la soustraction en donnant la propriété (voir feuille résumé) :

Un diviseur de deux nombres est diviseur de leur somme et de leur différence.

C'est l'occasion de dire aux élèves ce qu'est un algorithme et de donner l'origine de ce mot.

Quatrième partie (en salle informatique)

Cette quatrième partie se déroule dans une salle informatique dont les postes disposent d'un tableur.

Le professeur demande aux élèves d'utiliser le tableur pour calculer le PGCD de 31 929 et 15 047. Ce sera l'occasion de réutiliser une formule simple, celle de la différence, et d'introduire les fonctions MAX et MIN.

L'intérêt du tableur pour faire des calculs répétitifs (18 lignes...) est constaté.

Le professeur imprime le tableau obtenu pour les élèves ou le leur fait recopier.

Cinquième partie

Le professeur projette aux élèves le tableau et la consigne suivants (feuille transparent) :

290	248	42
248	42	38
42	38	4
38	4	2
4	2	0

Ce tableau correspond à un autre algorithme pour calculer le PGCD de 290 et 248.

Explique ce tableau.

Les élèves travaillent individuellement, puis en groupe pour rédiger une solution sur un transparent qui sera présenté avec les mêmes modalités que dans les parties précédentes.

L'institutionnalisation permet de justifier l'algorithme de la division en donnant les propriétés (voir feuille résumé) :

Un diviseur d'un nombre a est diviseur du produit de a et de tout nombre b .

Un diviseur de deux nombres a et b ($a > b$ et $b \neq 0$) est diviseur du reste de la division euclidienne de a par b .

Sixième partie

Les applications 1, 2 et 3 sont faites en classe (voir feuille élève 3).

Application 1

"Calcule :

$PGCD(288,300)$; $PGCD(56,63)$; $PGCD(84,65)$ "

Cette application a trois objectifs :

- entraîner les élèves à l'utilisation d'un algorithme
- montrer que l'utilisation d'un algorithme n'est pas toujours la méthode la plus rapide
- définir ce que sont deux nombres premiers entre eux (voir feuille résumé).

Application 2

"Simplifie le plus possible : $\frac{2016}{1560}$; $\frac{592}{765}$ "

Cette application a deux objectifs :

- montrer l'intérêt d'utiliser le PGCD pour simplifier certaines fractions
- définir qu'une fraction est irréductible quand le PGCD du numérateur et du dénominateur est égale à 1 (voir feuille résumé).

Application 3

"Un confiseur a un lot de 3150 bonbons et de 1350 sucettes.

Il veut réaliser des paquets contenant tous le même nombre de bonbons et le même nombre de sucettes.

1 - Quel est le nombre maximal de paquets qu'il pourra réaliser ?

2 - Sachant qu'un bonbon coûte 5 centimes d'euro et qu'une sucette coûte 30 centimes d'euro, quel est le prix d'un paquet ?"

Cette application est l'occasion de revenir sur le sens du PGCD de deux nombres, tout en continuant l'entraînement à sa recherche.

Première partie

Travail individuel

Rédige, sur une feuille que je ramasserai, ta solution au problème posé, ta méthode devant apparaître.

Travail de groupe

Comparez vos solutions et vos méthodes, puis mettez-vous d'accord sur une solution que vous rédigerez sur un transparent en montrant votre méthode.

Deuxième partie

Travail individuel

Travail de groupe

Comparez vos solutions et vos méthodes, puis mettez-vous d'accord sur une solution que vous rédigerez sur un transparent en montrant votre méthode.

Troisième partie

Travail individuel

195	135	60
135	60	75
75	60	15
60	15	45
45	15	30
30	15	15
15	15	0

Ce tableau correspond au calcul du PGCD de 195 et de 135 réalisé grâce à un tableur.

Explique ce tableau.

Travail de groupe

Comparez vos explications, puis mettez-vous d'accord sur une explication que vous rédigerez sur un transparent.

Quatrième partie

Utilisez le tableur pour calculer PGCD(31 929, 15 047)

CINQUIÈME PARTIE

Travail individuel

290	248	42
248	42	38
42	38	4
38	4	2
4	2	0

Ce tableau correspond à un autre algorithme pour calculer le PGCD de 290 et 248.

Explique ce tableau.

Travail de groupe

Comparez vos explications, puis mettez-vous d'accord sur une explication que vous rédigerez sur un transparent.

Sixième partie

Application 1

Calcule :

PGCD(288,300) ; PGCD(56,63) ; PGCD(84,65)

Application 2

Simplifie le plus possible : $\frac{2016}{1560}$; $\frac{592}{765}$

Application 3

Un confiseur a un lot de 3150 bonbons et de 1350 sucettes.

Il veut réaliser des paquets contenant tous le même nombre de bonbons et le même nombre de sucettes.

1 - Quel est le nombre maximal de paquets qu'il pourra réaliser ?

2 - Sachant qu'un bonbon coûte 5 centimes d'euro et qu'une sucette coûte 30 centimes d'euro, quel est le prix d'un paquet ?

Depuis qu'il sait compter, Hector a toujours compté les moutons avant de s'endormir.
Ce soir-là, il en avait un nombre tel qu'il pouvait les ranger par 2, par 3, par 7 et par 9.
Ainsi, il a obtenu un nombre formé des quatre chiffres de 1989.
Combien y avait-il de moutons ce soir-là ?

Depuis qu'il sait compter, Hector a toujours compté les moutons avant de s'endormir.
Ce soir-là, il en avait un nombre tel qu'il pouvait les ranger par 2, par 3, par 7 et par 9.
Ainsi, il a obtenu un nombre formé des quatre chiffres de 1989.
Combien y avait-il de moutons ce soir-là ?

Depuis qu'il sait compter, Hector a toujours compté les moutons avant de s'endormir.
Ce soir-là, il en avait un nombre tel qu'il pouvait les ranger par 2, par 3, par 7 et par 9.
Ainsi, il a obtenu un nombre formé des quatre chiffres de 1989.
Combien y avait-il de moutons ce soir-là ?

Depuis qu'il sait compter, Hector a toujours compté les moutons avant de s'endormir.
Ce soir-là, il en avait un nombre tel qu'il pouvait les ranger par 2, par 3, par 7 et par 9.
Ainsi, il a obtenu un nombre formé des quatre chiffres de 1989.
Combien y avait-il de moutons ce soir-là ?

Depuis qu'il sait compter, Hector a toujours compté les moutons avant de s'endormir.
Ce soir-là, il en avait un nombre tel qu'il pouvait les ranger par 2, par 3, par 7 et par 9.
Ainsi, il a obtenu un nombre formé des quatre chiffres de 1989.
Combien avait-il de moutons ce soir-là ?

Depuis qu'il sait compter, Hector a toujours compté les moutons avant de s'endormir.
Ce soir-là, il en avait un nombre tel qu'il pouvait les ranger par 2, par 3, par 7 et par 9.
Ainsi, il a obtenu un nombre formé des quatre chiffres de 1989.
Combien y avait-il de moutons ce soir-là ?

Depuis qu'il sait compter, Hector a toujours compté les moutons avant de s'endormir.
Ce soir-là, il en avait un nombre tel qu'il pouvait les ranger par 2, par 3, par 7 et par 9.
Ainsi, il a obtenu un nombre formé des quatre chiffres de 1989.
Combien y avait-il de moutons ce soir-là ?

Une propriétaire fortunée a un débarras dont le sol est un rectangle de 1,95 m sur 1,35 m. Elle demande à un artisan de faire fabriquer des carreaux **carrés** pour que le sol du débarras soit recouvert avec le **minimum** de carreaux carrés, **exactement et sans en découper**. Quelle est la mesure en cm du côté des carreaux que l'artisan doit faire fabriquer ?

Une propriétaire fortunée a un débarras dont le sol est un rectangle de 1,95 m sur 1,35 m. Elle demande à un artisan de faire fabriquer des carreaux **carrés** pour que le sol du débarras soit recouvert avec le **minimum** de carreaux carrés, **exactement et sans en découper**. Quelle est la mesure en cm du côté des carreaux que l'artisan doit faire fabriquer ?

Une propriétaire fortunée a un débarras dont le sol est un rectangle de 1,95 m sur 1,35 m. Elle demande à un artisan de faire fabriquer des carreaux **carrés** pour que le sol du débarras soit recouvert avec le **minimum** de carreaux carrés, **exactement et sans en découper**. Quelle est la mesure en cm du côté des carreaux que l'artisan doit faire fabriquer ?

Une propriétaire fortunée a un débarras dont le sol est un rectangle de 1,95 m sur 1,35 m. Elle demande à un artisan de faire fabriquer des carreaux **carrés** pour que le sol du débarras soit recouvert avec le **minimum** de carreaux carrés, **exactement et sans en découper**. Quelle est la mesure en cm du côté des carreaux que l'artisan doit faire fabriquer ?

Une propriétaire fortunée a un débarras dont le sol est un rectangle de 1,95 m sur 1,35 m. Elle demande à un artisan de faire fabriquer des carreaux **carrés** pour que le sol du débarras soit recouvert avec le **minimum** de carreaux carrés, **exactement et sans en découper**. Quelle est la mesure en cm du côté des carreaux que l'artisan doit faire fabriquer ?

Une propriétaire fortunée a un débarras dont le sol est un rectangle de 1,95 m sur 1,35 m. Elle demande à un artisan de faire fabriquer des carreaux **carrés** pour que le sol du débarras soit recouvert avec le **minimum** de carreaux carrés, **exactement et sans en découper**. Quelle est la mesure en cm du côté des carreaux que l'artisan doit faire fabriquer ?

Une propriétaire fortunée a un débarras dont le sol est un rectangle de 1,95 m sur 1,35 m. Elle demande à un artisan de faire fabriquer des carreaux **carrés** pour que le sol du débarras soit recouvert avec le **minimum** de carreaux carrés, **exactement et sans en découper**. Quelle est la mesure en cm du côté des carreaux que l'artisan doit faire fabriquer ?

Application 1

Calcule :

PGCD(288,300) ; PGCD(56,63) ; PGCD(84,65)

Application 2

Simplifie le plus possible : $\frac{2016}{1560}$; $\frac{592}{765}$

Application 3

Un confiseur a un lot de 3150 bonbons et de 1350 sucettes.

Il veut réaliser des paquets contenant tous le même nombre de bonbons et le même nombre de sucettes.

- 1 - Quel est le nombre maximal de paquets qu'il pourra réaliser ?
- 2 - Sachant qu'un bonbon coûte 5 centimes d'euro et qu'une sucette coûte 30 centimes d'euro, quel est le prix d'un paquet ?

Application 1

Calcule :

PGCD(288,300) ; PGCD(56,63) ; PGCD(84,65)

Application 2

Simplifie le plus possible : $\frac{2016}{1560}$; $\frac{592}{765}$

Application 3

Un confiseur a un lot de 3150 bonbons et de 1350 sucettes.

Il veut réaliser des paquets contenant tous le même nombre de bonbons et le même nombre de sucettes.

- 1 - Quel est le nombre maximal de paquets qu'il pourra réaliser ?
- 2 - Sachant qu'un bonbon coûte 5 centimes d'euro et qu'une sucette coûte 30 centimes d'euro, quel est le prix d'un paquet ?

MULTIPLES ET DIVISEURS – PLUS GRAND COMMUN DIVISEUR

Multiples et diviseurs

On dit que a est un multiple de b si on peut écrire :

$a = b \times n$, où n est un nombre entier.

36 est un multiple de 12 car on peut écrire :
 $36 = 12 \times 3$

Remarques :

1 – 0 est un multiple de tout nombre.

$0 = 22 \times 0$; $0 = 16 \times 0$; $0 = 1538 \times 0$; etc
 donc 0 est un multiple de 22, de 16, de 1538, etc.
 $6 = 4 \times 1,5$; mais 6 n'est pas un multiple de 4.

2 – L'expression "multiple" n'existe que pour des nombres entiers.

Si a est un multiple de b et si $b \neq 0$,
 on peut dire que a est divisible par b
 que b divise a
 que b est un diviseur de a .

$60 = 15 \times 4$; on peut dire que 15 est un diviseur de 60.
 Remarque : 4 est aussi un diviseur de 60

Remarque : L'expression "diviseur" n'existe que pour des nombres entiers.

$35 : 10 = 3,5$; mais 10 n'est pas un diviseur de 35

Si d est un diviseur de a et de b , $a \geq b$
 alors d est un diviseur de $a + b$ et de $a - b$.

$60 = 12 \times 5$ et $36 = 12 \times 3$
 12 est donc un diviseur de 60 et de 36.
 $60 + 36 = 12 \times 5 + 12 \times 3 = 12 \times (5 + 3) = 12 \times 8$
 $60 - 36 = 12 \times 5 - 12 \times 3 = 12 \times (5 - 3) = 12 \times 2$
 12 est donc un diviseur de la somme et de la différence de 60 et 36

Si d est un diviseur de a ,
 alors d est un diviseur de $a \times n$.

$18 = 3 \times 6$ 3 est un diviseur de 18,
 $18 \times 5 = 3 \times 6 \times 5$ donc 3 est un diviseur de 18×5

Si d est un diviseur de a et de b
 ($a > b$ et $b \neq 0$),
 alors d est un diviseur du reste de la division euclidienne de a par b .

$132 = 12 \times 11$ et $48 = 12 \times 4$,
 donc 12 est un diviseur de 132 et de 48.
 $132 = 48 \times 2 + 36$
 $36 = 132 - 48 \times 2$
 $36 = 12 \times 11 - 12 \times 4 \times 2$
 $36 = 12 \times (11 - 4 \times 2)$
 donc 12 est un diviseur de 36, reste de la division euclidienne de 132 par 48.

Plus grand commun diviseur de deux nombres

On dit que d est un diviseur commun à a et b si d divise à la fois a et b .

Parmi tous les diviseurs communs à a et b , le plus grand est appelé "Plus Grand Commun Diviseur" à a et b et il est noté :

PGCD (a, b)

Les diviseurs de 84 sont :
 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84.
 Les diviseurs de 63 sont :
 1, 3, 7, 9, 21, 63.
 Les diviseurs communs à 84 et 63 sont :
 1, 3, 7, 21.
 PGCD(84,63) = 21

Si PGCD(a, b) = 1, on dit que a et b sont premiers entre eux

PGCD(14,15) = 1
 14 et 15 sont premiers entre eux

Remarque : Quand PGCD(a, b) = 1,

on dit que $\frac{a}{b}$ est irréductible

PGCD (15,28) = 1.
 15 et 28 n'ont pas d'autre diviseur commun que 1,
 la fraction $\frac{15}{28}$ ne peut plus être simplifiée :
 elle est irréductible.

Trois méthodes pour calculer le PGCD de deux nombres

Lister les diviseurs communs

On veut trouver PGCD(56,84).

On cherche tous les diviseurs de 56 :

$$\begin{aligned} 56 &= 1 \times 56 \\ &= 2 \times 28 \\ &= 4 \times 14 \\ &= 7 \times 8 \\ &= 8 \times 7 \end{aligned}$$

Les diviseurs de 56 sont :

1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56.

On cherche tous les diviseurs de 84 :

$$\begin{aligned} 84 &= 1 \times 84 \\ &= 2 \times 42 \\ &= 3 \times 28 \\ &= 4 \times 21 \\ &= 6 \times 14 \\ &= 7 \times 12 \\ &= 12 \times 7 \end{aligned}$$

Les diviseurs de 84 sont :

1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84.

On repère le plus grand des diviseurs communs : **28 est le PGCD cherché.**

$$\text{PGCD}(56, 84) = 28$$

Utiliser l'algorithme de la soustraction

On veut trouver PGCD(117,90)

le plus grand

le plus petit

la différence des deux

117	90	27
90	27	63
63	27	36
36	27	9
27	9	18
18	9	9
9	9	0

le plus petit et la différence de la ligne précédente sont placés pour que leur différence soit possible

9 est le PGCD cherché

Utiliser l'algorithme de la division

On veut trouver PGCD(308,224)

308	224	84
224	84	56
84	56	28
56	28	0

le reste de la division euclidienne de 308 par 224.

28 = PGCD(308,224),
car 28 est le dernier reste non nul.

Remarque

Il faut d'abord observer les nombres dont on doit chercher le PGCD, pour choisir la méthode qui semble la meilleure.

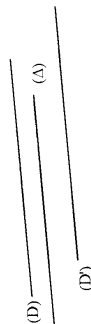
Suivant les cas, ce n'est pas toujours la même méthode qui est la plus simple ou la plus rapide !

ANNEXES

COMMENT DEMONTRER QUE...

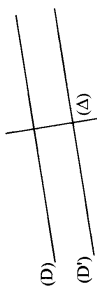
I – Deux droites sont parallèles ?

En montrant que :



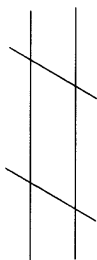
elles sont parallèles à une même droite.

ou



elles sont perpendiculaires à une même droite.

ou



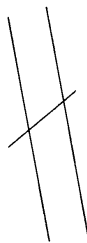
elles sont deux côtés opposés d'un parallélogramme.

ou



elles forment, avec une sécante commune, des angles alternes-internes égaux.

ou



elles forment, avec une sécante commune, des angles correspondants égaux.

ou



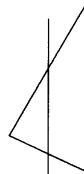
elles sont symétriques par rapport à un point.

ou



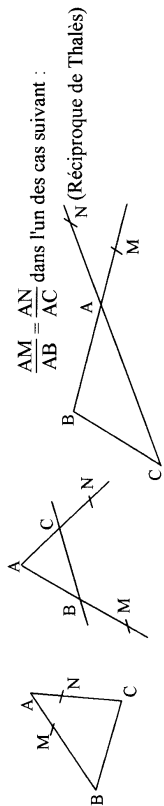
l'une est la translatée de l'autre.

ou



une de ces droites passe par les milieux de deux côtés d'un triangle et l'autre est le troisième côté.

ou



II – Deux droites sont perpendiculaires ?

En montrant que :



elles forment des angles complémentaires et adjacents.

ou



l'une est la hauteur d'un triangle et l'autre, la base correspondante.

ou



elles sont les diagonales d'un losange.

ou



elles sont les côtés consécutifs d'un rectangle.

ou



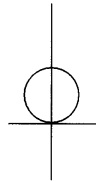
elles sont les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle.

ou



l'une est la médiatrice d'un segment de l'autre.

ou



l'une est tangente à un cercle et l'autre est une droite diamétrale passant par le point de tangence.

ou



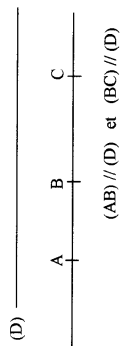
l'une est parallèle à une droite perpendiculaire à l'autre.

ou



$AB^2 + BC^2 = AC^2$ (réciproque de Pythagore).

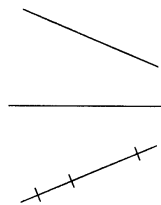
III – Trois points sont alignés ?



En montrant que :

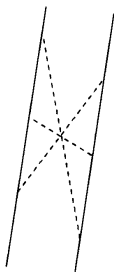
ils définissent deux droites qui sont parallèles à une même droite et qui ont un point commun.

ou



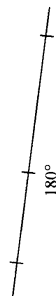
ces points sont l'image par symétrie orthogonale de trois points alignés.

ou



ces points sont l'image par symétrie centrale de trois points alignés.

ou



ils déterminent un angle plat.

ou

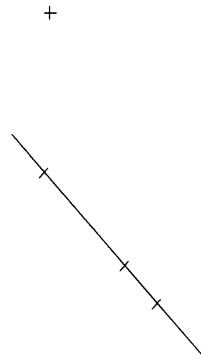


l'un est le milieu d'un segment dont les deux autres points sont les extrémités.

ou

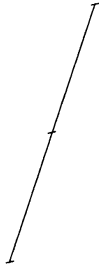


ces points sont l'image par translation ou par rotation de trois points alignés.



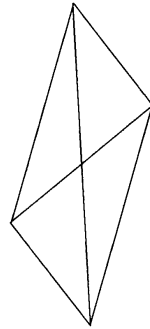
IV – Un point est le milieu d'un segment ?

En montrant que :



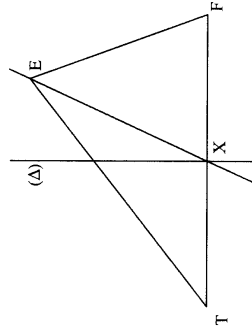
trois points sont alignés et l'un est à égale distance des deux autres.

ou



il est à l'intersection des diagonales d'un parallélogramme.

ou



il est le point commun d'un côté d'un triangle et de la médiane (ou de la médiatrice) relative à ce côté.

(EX) et (Δ) sont respectivement la médiane et la médiatrice relatives à [TF]

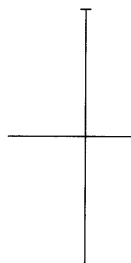
ou



le vecteur $\vec{AB}$ égale le vecteur $\vec{BC}$.

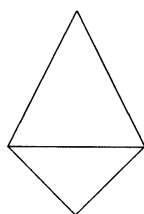
V – Une droite est la médiatrice d'un segment ?

En montrant que :



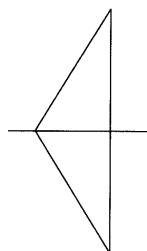
la droite passe par le milieu du segment et est perpendiculaire au segment.

ou



la droite passe par deux points qui sont équidistants des extrémités du segment.

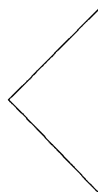
ou



la droite passe par un point équidistant des extrémités du segment et est perpendiculaire à ce segment.

VI – Un point est sur la médiatrice d'un segment ?

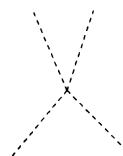
En montrant que :



il est à la même distance des extrémités du segment.

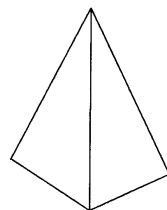
VII – Des points sont sur un même cercle (cocycliques) ?

En montrant que :



ces points sont à la même distance d'un même point (qui est le centre du cercle).

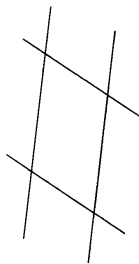
ou



ces points sont les sommets de triangles rectangles de même hypoténuse.

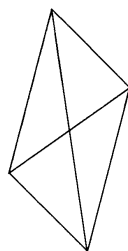
VIII – Un quadrilatère est un parallélogramme ?

En montrant que :



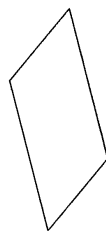
il a ses côtés opposés parallèles.

ou



ses diagonales ont le même milieu.

ou



il a ses côtés opposés de même longueur.

ou



ses angles opposés sont égaux.

ou



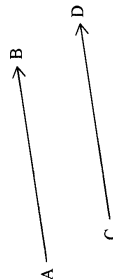
il a deux côtés opposés parallèles et de même longueur.

ou



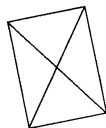
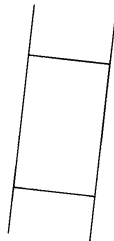
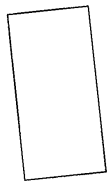
il a un centre de symétrie.

ou



le vecteur $\vec{AB}$ égale le vecteur $\vec{CD}$.

IX – Un quadrilatère est un rectangle ?



En montrant que :

il a trois angles droits.

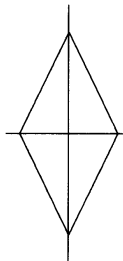
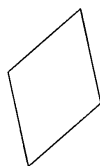
ou

il est un parallélogramme et il a un angle droit.

ou

il est un parallélogramme et ses diagonales ont la même longueur.

X – Un quadrilatère est un losange ?



En montrant que :

il a quatre côtés de même longueur.

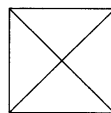
ou

il est un parallélogramme et ses diagonales sont perpendiculaires.

ou

il est un parallélogramme et il a deux côtés consécutifs de même longueur.

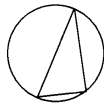
XI – Un quadrilatère est un carré ?



En montrant que :

il est un rectangle et un losange.

XII – Un triangle est rectangle ?



En montrant que :

il a deux côtés perpendiculaires.

ou

il a deux angles complémentaires.

ou

il a une médiane égale à la moitié du côté correspondant.

ou

il est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre un de ses côtés.

la somme des carrés de deux de ses côtés égale le carré du troisième (réciproque de Pythagore).

En montrant que :

il a deux côtés de même longueur.

ou

il a deux angles de même mesure.

ou

il a deux droites remarquables confondues (bissectrice, hauteur, médiane, médiatrice).

En montrant que :

il a trois côtés de même longueur.

ou

il a trois angles de même mesure.

ou

il est isocèle et il a un angle de 60° .

XV – Deux angles sont supplémentaires ?



ou



XVI – Deux angles sont complémentaires ?



ou



XVII – Deux angles sont égaux ?



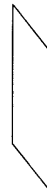
ou



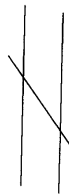
ou



ou



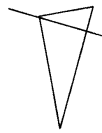
ou



ou



ou



En montrant que :

leur somme est 180° .

ils sont deux angles consécutifs d'un parallélogramme.

En montrant que :

leur somme est 90° .

ils sont les angles aigus d'un triangle rectangle.

En montrant que :

ils sont opposés par le sommet.

ils sont adjacents formés par la bissectrice d'un angle et les deux côtés de cet angle.

ils sont les angles à la base d'un triangle isocèle.

ils sont deux angles opposés d'un parallélogramme.

ils sont alternes-internes et formés par deux parallèles et une sécante à ces parallèles.

ils sont correspondants et formés par deux parallèles et une sécante à ces parallèles.

ils sont aigus et ont le même cosinus ou le même sinus ou la même tangente.

XVIII – Une droite est bissectrice d'un angle ?



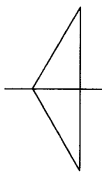
ou



ou

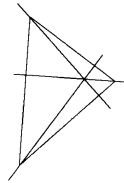


ou

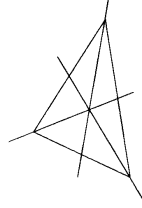


elle est la hauteur ou la médiane ou la médiatrice relative à la base principale d'un triangle isocèle (ou son axe de symétrie).

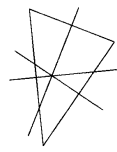
XIX – Des droites sont concourantes ?
(elles ont un point commun)



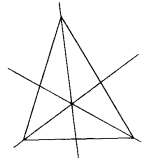
ou



ou



ou



En montrant que :

elle partage l'angle en deux angles adjacents égaux.

elle passe par le sommet de l'angle et elle contient un point situé à égale distance des côtés de l'angle.

elle contient deux points équidistants des côtés de l'angle.

En montrant que :

elles sont les trois hauteurs d'un triangle.

elles sont les trois médianes d'un triangle.

elles sont les trois médiatrices d'un triangle.

elles sont les trois bissectrices d'un triangle.

PROGRESSION DE 3^{ème}**1 - Un problème de synthèse de géométrie**

Fédérer la classe autour de la démonstration. **Activité : "Pour commencer l'année, un point sur la géométrie".**

Fiches "comment démontrer que".

2 - Egalité - équation

Fédérer la classe autour de l'algèbre : **autour du mot équation.**
Donner du sens au calcul littéral : résolution de problèmes (mis en équation ou en inéquation, réinvestissement de formules).

3 - Sinus, tangente :

- Egalités de rapports et proportionnalité vus en quatrième.
- Le sinus et la tangente sont travaillés comme d'autres cas de rapports égaux obtenus dans des triangles rectangles ayant un autre angle égal. Introduction faite en quatrième.
- Les représentations des fonctions cosinus, sinus et tangente sont des contre-exemples de fonctions non représentées par des droites. Quart de cercle trigonométrique.
- Propriétés $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ et $\tan x = \sin x / \cos x$ établies.

4 – Arithmétique 1

Première synthèse sur les nombres - Eclairage historique.
Nombres entiers et rationnels. π et $\sqrt{2}$ sont irrationnels.
On peut démontrer l'irrationalité de $\sqrt{2}$.

Calcul exact et approché. **Activité : "Les nombres rencontrés au collège".**

Activité : "Des exposés pour lire, écrire et dire sur les mathématiques".

5 - Produits remarquables

- Développements et factorisations. Problèmes.
- **Activité : "équation de la forme $(ax + b)(cx + d) = 0$ ".**

6 - Fonctions

- Préparer, introduire **les fonctions linéaires et affines**, inéquation et système d'équations.
- Séparer le problème concret de la généralisation (faire "sentir" la notion de fonction continue ou non).
- **Activité "les tarifs..."**
- Représentations : coefficient directeur et ordonnée à l'origine
- Proportionnalité entre les accroissements des y et des x.

7 - Vecteurs et translations

- Composition de deux symétries centrales. Translation et parallélogramme;
 - Compositions de deux translations, somme de deux vecteurs.
 - Représentation d'un vecteur dont on connaît les coordonnées (coordonnées introduites par la composition de deux translations selon les axes.
- Calculer les coordonnées d'un vecteur connaissant les coordonnées des extrémités d'un représentant. Coordonnées du milieu d'un segment.
- Dans un repère orthonormé distance de deux points dont on a les coordonnées.

8 - Thalès :

Thalès :

- direct (suite quatrième).
- réciproque formulée en tenant compte de l'ordre des points.

9 - Racines carrées :

Définition, Produit, quotient.

Réinvestissement produits remarquables.

Contrôle commun.

10- Problèmes de sections planes de solides - Agrandissement. Réduction.

- Nature des sections du cube et du pavé par un plan parallèle à une face, à une arête.

nature des sections du cylindre de révolution par un plan parallèle ou perpendiculaire à son axe.

- Sphère, boule :

- Descriptions. Définitions. Représentations. Points diamétralement opposés

- Section par un plan d'une sphère (à mettre en relation avec le cylindre) : cercle dont il faut savoir placer le centre et calculer son rayon connaissant celui de la sphère.

- Aire de la sphère et volume de la boule.

- Pyramides et cônes coupés par un plan parallèle à la base. Représentations et détermination. Application Thalès. Conséquences sur aire et volume. $k - k^2 - k^3$.

Activité pyramide réduite : aire et volume"

11 - Statistiques

- **Activité "Statistique"** : Moyennes. Médiane. Dispersion, étendue d'une série statistique. Tableur et statistique.

12 - Rotations - Polygones réguliers - Angles

- **Activité "Angle inscrit, polygone régulier et angle".**

Construire l'image par une rotation d'un point, d'un cercle, d'une droite, d'un segment et d'une demi-droite et conséquences sur les conservations.

Réinvestissement cercles, tangentes et trigonométrie.

Angle inscrit et angle au centre qui intercepte le même arc.

Construire un triangle équilatéral, un carré et hexagone (octogone) régulier connaissant son centre et son sommet.

Retour sur les transformations du collège.

13 – Espace 2

- Repérage dans le plan et sur la sphère ; méridien, parallèle, longitude, latitude.

• Activité : "Sphère et calcul de distance : une course autour du monde"

- Lecture d'une représentation de la Terre.
- Distance entre deux points de même longitude :
Périmètre d'un cercle
Un cercle a pour mesure 360° .
Proportionnalité entre les mesures en degré et en km.
- Distance entre deux points de même latitude :
Section par un plan d'une sphère.
Rayon d'un petit cercle d'une sphère :
Angles alternes internes, cosinus, sinus, Pythagore.
Proportionnalité entre les mesures en degré et en km.

14 – Arithmétique 2

Activité : "PGCD". Algorithmes.

Fractions irréductibles (numérateurs et dénominateurs premiers entre eux).

Points à revoir sur l'année de troisième

ALGEBRE

- Relatifs (somme, différence, produit, quotient).
 $a \times b$; $-a \times b$; $a \times (-b)$; $-a \times (-b)$.
- Fractions (somme, différence, produit, quotient, puissance et sens). Règles de priorité.
- Réductions de termes semblables. Développements. Factorisations.
- Puissances. Puissances de dix (somme, produit, quotient, écriture scientifique).
- Equation. Mise en équation.
- Valeurs approchées : arrondies, par défaut, par excès, troncature.
- Vitesse moyenne, débit, masse volumique, échelle.
- Pourcentage (appliquer, calculer).
- Diagrammes
 - lecture (bâton, barre, circulaire, semi-circulaire fonction).
 - fabrication (bâton, barre, circulaire, semi-circulaire fonction).
- Changements d'unités de temps, de volumes
- Statistiques (Moyennes, effectifs, fréquences, effectifs cumulés, fréquences cumulées).

Penser à donner des problèmes de proportionnalité entre autres des fabrications de diagramme circulaire avant de travailler longitude et latitude et calculs de distances sur un même méridien ou sur un même parallèle.

GEOMETRIE

- Parallélogramme : diagonales, côtés opposés parallèles côtés opposés de même longueur, deux côtés opposés parallèles et de même longueur "ou" vecteurs égaux .
- Rectangle : 3 angles droits, parallélogramme et un angle droit, parallélogramme et diagonales égales.
- Losange : 4 côtés égaux, parallélogramme et deux côtés consécutifs égaux, parallélogramme et diagonales perpendiculaires.
- Carré.
- Cube, pavé, cylindre droit, prisme droit, pyramide et cône.
- Symétrie orthogonale et symétrie centrale.
- Constructions de perpendiculaire, de médiatrice, de bissectrice.
- // et $\perp$;
- Équidistances (médiatrices, bissectrices).
- Triangle rectangle : $1/2$ cercle, médiane relative à l'hypoténuse (direct, réciproque). Pythagore (direct, réciproque).
- Somme des angles d'un triangle.
- Triangle isocèle (deux côtés égaux, deux angles égaux).
- Triangle équilatéral (trois côtés égaux, deux côtés égaux et un angle de 60° , deux angles de 60°).
- Demi triangle équilatéral.
- Inégalité triangulaire.
- Droites du triangle (médiatrices, hauteurs, médianes, bissectrices). Droite des milieux (deux milieux, un milieu, longueur)
- Cercle circonscrit, orthocentre, centre de gravité, cercle inscrit.
- Distance d'un point à une droite. Tangente à un cercle.
- Thalès quatrième, cos.
- Angles opposés par le sommet. Angles correspondants (direct, réciproque), alternes-internes (direct, réciproque).
- Translation.

BIBLIOGRAPHIE AUTOUR DES ACTIVITES

- **Enseigner les mathématiques autrement en sixième**
IREM des Pays de la Loire – C. Gilg – A.M. Letourneux – A. Massot – G. Pons – 1997
- **Enseigner les mathématiques autrement au cycle central**
IREM des Pays de la Loire – C. Gilg – A. Massot – G. Pons – 2001
- **Les outils mathématiques dans les autres disciplines au collège**
IREM des Pays de la Loire – A.M. Letourneux – A. Massot – C. Massot – G. Pons – 1994
- **Articulation école-collège : des activités géométriques**
Commission inter IREM premier cycle – COPIRELEM – 2001
- **"Les mathématiques, une discipline d'expression",**
ECHANGER – Ecrire pour de vrai 2 - collège la Reinetière – Ste Luce/Loire
n° 48 – 2000 - Académie de Nantes –
Recherches et pratiques innovantes dans le second degré
- **"Argumenter et démontrer en mathématiques"**
ECHANGER – Débat et argumentation – IREM des Pays de la Loire
n° 52 – 2001 - Académie de Nantes –
Recherches et pratiques innovantes dans le second degré
- **"Dire, lire et écrire les mathématiques au collège "**
A Massot – IREM de Nantes- B. Poulain – IREM de Rouen - Repères IREM n° 37 – 1999
- **52 outils pour un travail commun au collège**
CRDP Amiens – 1999
- **La démonstration, écrire des mathématiques au collège et au lycée**
Hachette – 1998
- **Argumenter, Démontrer, Expliquer : Continuité ou Rupture Cognitive**
R. Duval - Petit X – n°31 – Année 1992-93
- **Préparer plutôt que remédier**
IREM Rennes - 1999
- **Des mathématiques en sixième**
Commission inter IREM premier cycle – 1998
- **Des mathématiques au cycle central – tome 1**
Commission inter IREM premier cycle – 1999
- **Des mathématiques au cycle central – tome 2**
Commission inter IREM premier cycle – 2001
- **Des mathématiques en troisième**
Commission inter IREM premier cycle – 2002

- **La maîtrise de la langue au collège**
CNDP - 1997
- **Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse"**
M. Legrand - IREM de Grenoble - Repères IREM n° 10 – 1993
- **Initiation au raisonnement déductif au collège**
G. Arsac – G; Chapiron – A. Colonna G. Germain – M. Mante- PUF de Lyon – 1992
- **Vrai ? faux ? ... On en débat !**
Ermel – INRP – 1999
- **Corriger des copies – Evaluer pour former**
O. et J. Veslin – Hachette Education – 1992
- **Problème ouvert – Problème pour chercher**
R. Charnay - Grand n° 51 – 1992-93
- **Guide méthodologique pour l'élaboration d'une situation-problème**
P. Meirieu – Cahiers Pédagogiques n° 262 – 1988
- **"Démontrer ou ne pas démontrer, voilà la question"**
J. Houdebine – IREM de Rennes - Repères IREM n° 1 – 1990
- **Repères IREM n° 8 – 1992 est consacré à enseigner par activités...**
- **"Quelques outils et quelques activités pour l'apprentissage de la démonstration"**
A Massot et M. Jaffrot – IREM de Nantes - Repères IREM n° 12 – 1993
- **" Au tour de la symétrie centrale"**
A Massot et M. Jaffrot – IREM de Nantes - Repères IREM n° 35 – 1999

Titre : **ENSEIGNER LES MATHEMATIQUES
AUTREMENT EN TROISIEME**

Auteurs : **Annick Massot
Georges Pons**

Niveau : **Troisième de collège**

Date : **Octobre 2003**

Mots clé : **Savoirs, savoir-faire, savoir-être.
Activité.
Travail de groupe.
Autonomie.
Débat.
Oral**

**IREM des Pays de la Loire
Centre de Nantes
2 rue de la Houssinière – BP 92208
44322 NANTES CEDEX 03**

Format : A4

Nombre de pages : 110

Prix : 7 €

N° ISBN : 2-86300-034-9