UNIVERSITE MONTPELLIER II

I.R.E.M.

INSTITUT DE RECHERCHE
SUR L'ENSEIGNEMENT
DES MATHÉMATIQUES

Deug A B

Bac S toutes spécialités

LIAISON LYCÉE/UNIVERSITÉ
Terminale S/Tronc Commun A B

- 1997 -

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Université Montpellier II

Place Eugène Bataillon
cc 040
34095 MONTPELLIER Cedex 05
Tél : 04.67.14.33.83 - 04.67.14.33.84
Fax : 04.67.14.39.09
e.mail : irem@math.univ-montp2.fr

Ce document a été réalisé par l'équipe Liaison Lycée Université de l'IREM de Montpellier, grace à des moyens de la Direction des Lycées et Collèges.

ÉQUIPE LIAISON LYCÉE UNIVERSITÉ

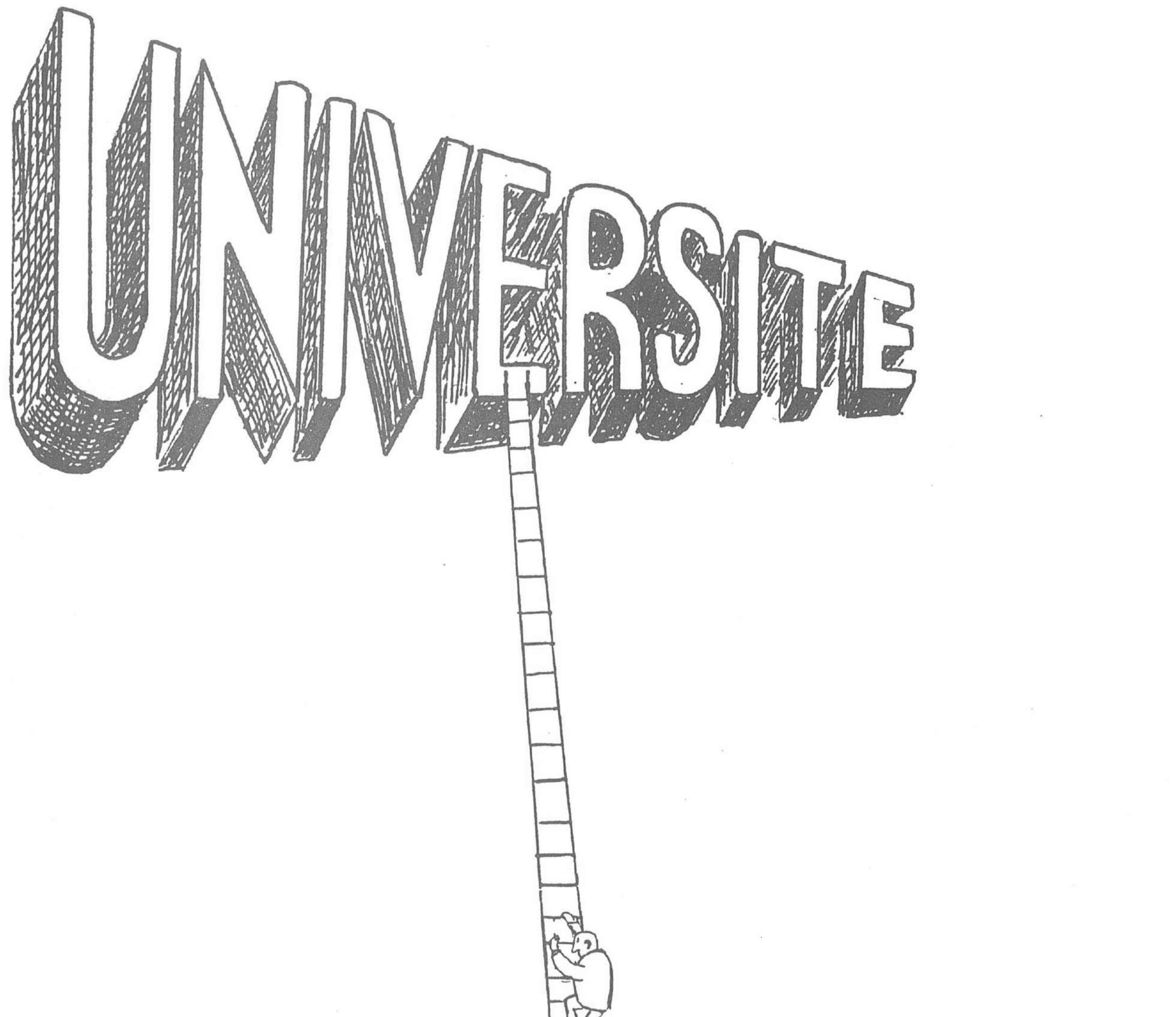
Noël BASCOU Freddy BONAFÉ Dominique CUER
Christian FAURE Mireille PIERROT
ChistianeTISSERON Françoise KIEFFER

- 1997 -

SOMMAIRE

LIAISON LYCÉES / UNIVERSITÉS

I.R.E.M. de Montpellier



d'aprés steinberg.

L'équipe[1] LIAISON LYCÉES / UNIVERSITÉS est née à la rentrée 1995 d'un projet de l'IREM de Montpellier, projet suivi et soutenu par la Direction des Lycées et Collèges (DLC). Dès sa création, notre équipe s'est assigné certains objectifs :

- Nouer des contacts avec les autres équipes engagées sous le même intitulé.
- Suivre certains concepts construits en lycées, repris à l'université, où se manifestent des hiatus entre Lycée et Université (les programmes et les pratiques).
- Effectuer une étude des pratiques, des perceptions et des motivations des étudiants.

Cependant les récentes réformes de structures tant au Lycée qu'à l'Université n'étant pas correctement intégrées par tous, notre premier travail a consisté à faire le point sur les différentes trajectoires que pouvaient parcourir élèves et étudiants, leurs orientations et choix possibles.

Ce document commence donc par une évocation aussi claire que possible des diverses séries et spécialités du Lycée ainsi que des diverses séries du DEUG Sciences et les modalités du nouveau système d'enseignement semestriel à l'université.

La deuxième partie centrée sur les contenus propose un panorama ancré dans les programmes et assorti des pratiques, des grands concepts vus ou entrevus (ou ignorés) au Lycée et qui seront repris à l'Université.

On trouvera dans une troisième partie les résultats d'une enquête menée après un semestre d'étude auprès d'étudiants en première année de DEUG Sciences Maths Physique. Ces résultats, même s' ils sont sans grande surprise, nous ont permis de mieux cerner les pratiques, les perceptions et les motivations des étudiants.

Enfin quelques repères bibliographiques qui témoignent du nombre de plus en plus grand de ceux qui se soucient de cette LIAISON LYCÉES / UNIVERSITÉS permettront au lecteur d'aller plus avant afin de mieux aider élèves et étudiants pour un passage moins douloureux du Lycée à l'Université.

---

[1] Les membres de cette équipe sont : PIERROT Mireille (pour l'Université) et BASCOU Noël, BONAFÉ Freddy, CUER Dominique, FAURE Christian, TISSERON Chistiane, KIEFFER Françoise (pour les Lycées)

LA RÉNOVATION DES LYCÉES

LA RÉNOVATION , CÔTÉ HORAIRES :

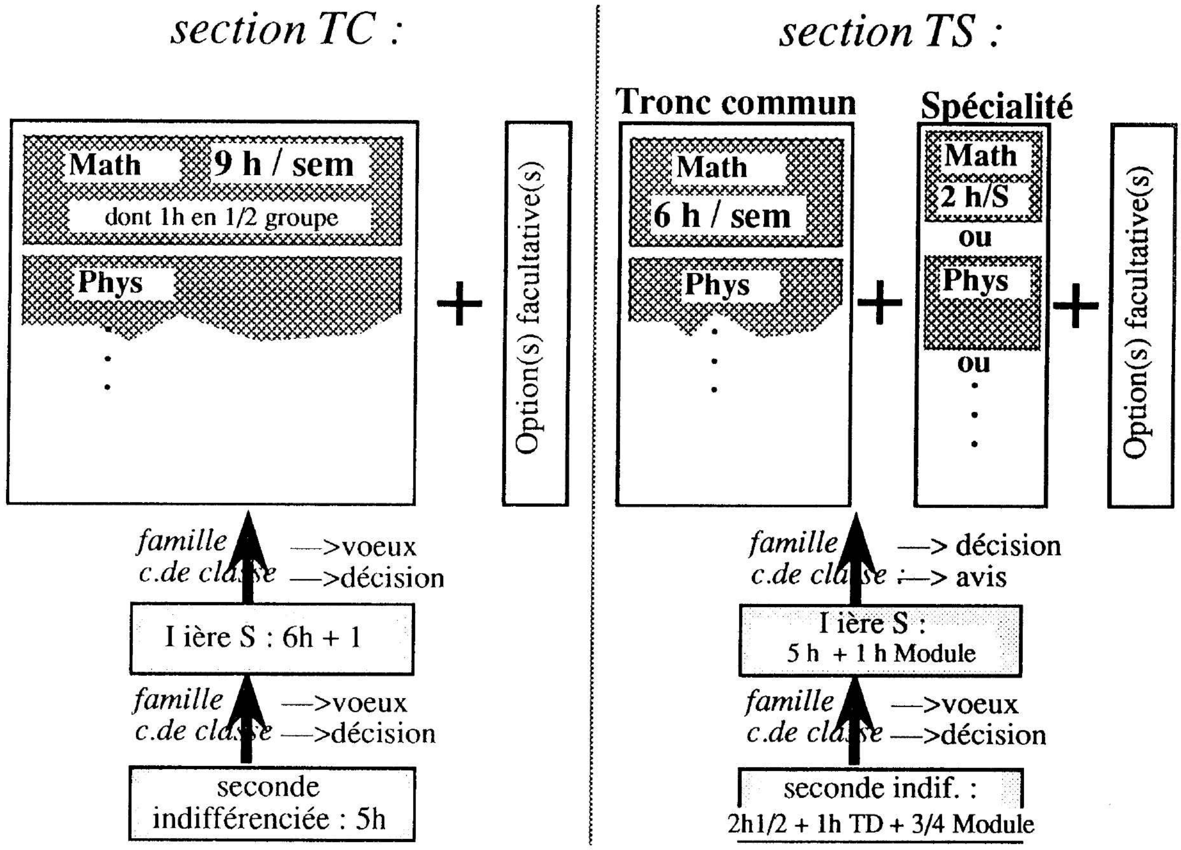
Les méthodes et les conceptions d'enseignement des mathématiques ne sont pas remises en question par cette réforme. Il s'agit essentiellement d'une modification des structures et du contenu des programmes.

Les titulaires d'un bac scientifique, donnant accès au DEUG mathématiques, viennent d'une TS (Terminale Scientifique).

Les sections TC , TD , TE ont disparu, ou plus exactement, se sont fondues dans cette nouvelle section TS ou les élèves doivent choisir une spécialité[1] : Math , Physique , Sciences de la Vie et de la Terre (S.V.T.) , Sciences et Techniques de l'Ingénieur (S.T.I.) .

Le choix de la spécialité se fait en fin de Première S. Le conseil de classe de fin d'année émet un avis sur le passage en Terminale et sur le choix fait par l'élève quant à son option en Terminale. Cet avis n'a aucune force de décision ; cette dernière reste à l'élève et à sa famille. Donc l'alternative redoublement / passage et le choix de la spécialité sont laissés aux familles.

[1]Dans ces spécialités, on peut y voir , en schématisant, l'ancienne TC (pour la spécialité Math) , l'ancienne TD (pour SVT), l'ancienne TE (pour STI)



Les élèves titulaires d'un bac S peuvent prétendre à toutes les formations scientifiques sans distinction de la spécialité suivie en Terminale. Les premiers cycles des universités nationales auront donc à tenir compte de cette donnée.

Les premiers cycles qui recrutent sur dossiers sont, bien sûr, libres de définir un "profil".

LA RÉNOVATION, CÔTÉ PROGRAMME

Certaines notions ne seront abordées <u>que</u> par les élèves ayant opté pour la spécialité Mathématiques. On notera que la géométrie est fortement concernée.

Notions abordées uniquement en spécialité mathématiques

ANALYSE :

- Le théorème de la convergence d'une suite croissante majorée
- Exemples d'encadrements de fonctions par d'autres fonctions
- Les courbes paramêtrées

GÉOMÉTRIE

- Les coniques (définition par foyer / directrice)
- Lignes de niveau (la fonction numérique de Leibniz)
- Arc capable
- Cocyclicité
- Étude des isométries du plan. Compositions et décompositions. Les classifications (isométries directes , indirectes , points fixes ..)
- Les similitudes directes

ALGÈBRE

- Racines $n^{\text{ièmes}}$ de 1 dans C
- Linéarisation et mise sous forme de polynômes en cos / sin
- Résolution d'équations $a \sin x + b \cos x = c$

Notions qui entrent dans le programme du tronc commun

ALGÈBRE

- Opérations élémentaires transformant un système linéaire

LA RÉNOVATION DES DEUG :

PRÉSENTATION

La réforme des DEUG a été mise en place à la rentrée 1994 à l'Université de Montpellier II. Auparavant, l'enseignement était annuel, avec deux sessions d'examen (Mai et Juin en première année, Juin et Septembre la deuxième année). L'étudiant non reçu à la 1ère session pouvait ne repasser, à la 2ème session, que les matières où il n'avait pas eu la moyenne, conservant pour les autres les notes de la 1ère session. En cas d'échec à la 2ème session, il ne conservait rien pour l'année suivante.

Maintenant, l'enseignement est divisé en modules semestriels, compensables et capitalisables sanctionnés par l'obtention d'un niveau[1].

• modules compensables :
Pour obtenir un niveau, il faut avoir la moyenne sur l'ensemble des modules composant ce niveau. On peut donc rattraper une mauvaise note dans une matière par de bonnes notes obtenues dans d'autres .

• modules capitalisables :
Tout module où l'étudiant a obtenu la moyenne est définitivement acquis.

[1] Cette organisation du premier cycle n'est pas appliquée à l'échelle nationale. Dans certaines universités, l'enseignement est resté annuel et (ou) il n'y a pas de tronc commun.
[LILLE : l'étudiant choisit dès la rentrée son orientation, avec éventuellement un avis des enseignants du supérieur qui examinent son dossier]

L'ORGANISATION DE LA PREMIÈRE ANNÉE :

Le tronc commun [T.C.] ou 1ère période - 1er niveau comporte trois modules et la première session d'examen à lieu en Janvier.

• Cas I : Si l'étudiant obtient la moyenne à l'ensemble des modules ou à deux modules sur trois, il est autorisé à poursuivre en «2ième période - 1er niveau».
Il choisit alors la mention de son DEUG[1] : M.I.A.S , S.M. pour le DEUG A ; S.T. ou S.M. pour les DEUG B

• Cas II : Sinon il recommence la préparation au T.C. (tronc commun) et repasse en Juin (deuxième session du T.C.) les modules de T.C. non acquis.
Si, après cette deuxième session, l'étudiant se retrouve dans le «cas I» , il entre en «2ième période - 1er niveau» à la rentrée universitaire suivante[2]
Sinon, il peut tripler le T.C. , il lui alors est conseillé d'envisager plutôt une réorientation....

La 2ème période - 1er niveau comporte trois modules et une option . L'étudiant autorisé en Janvier à entrer en 2ième période passe en Juin la première session de la 2ème période - 1er niveau.

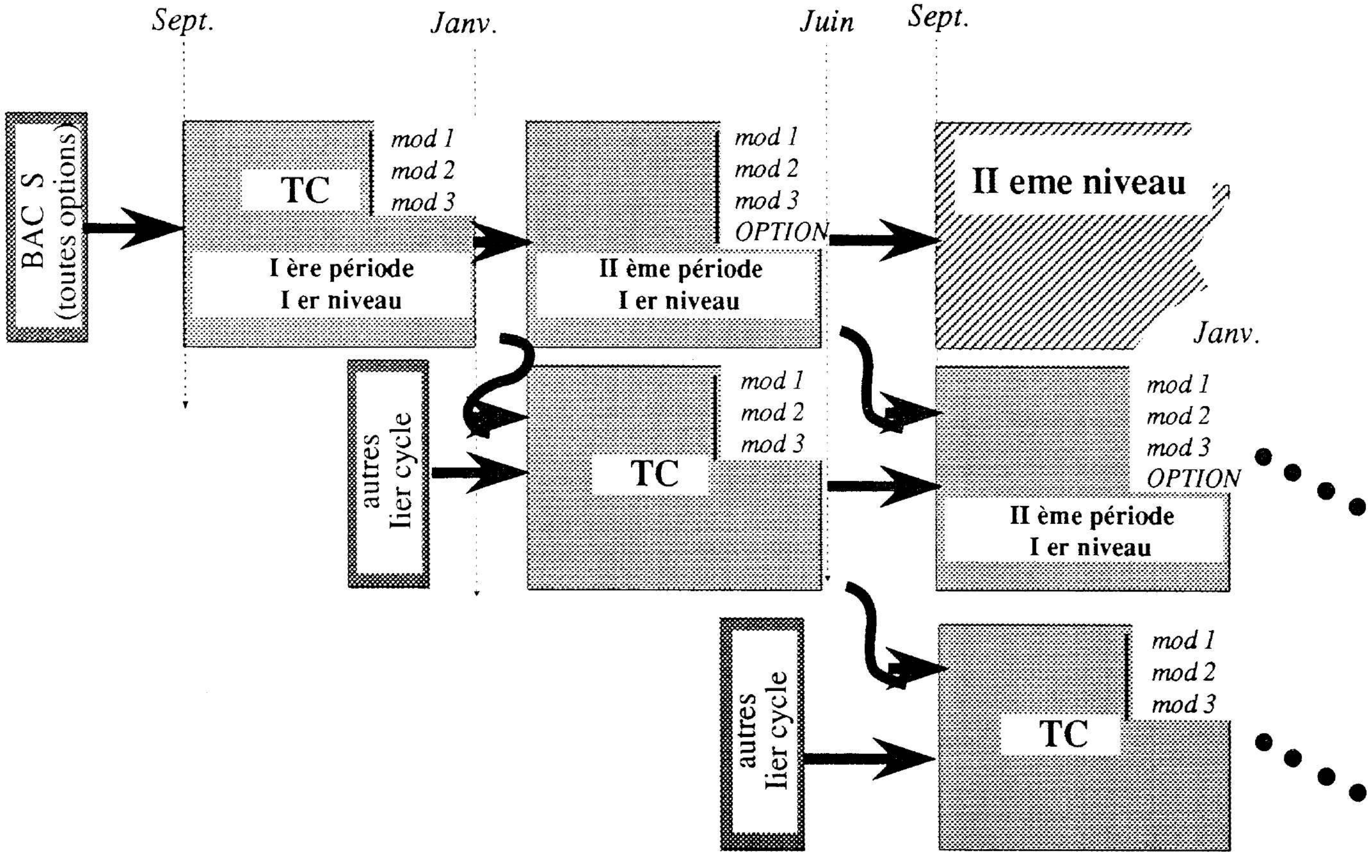
• Si l'étudiant a obtenu la moyenne sur l'ensemble des modules du 1er niveau (1ere et 2ème périodes), il est admis en «deuxième niveau».

• Sinon, il repasse en Septembre les modules de 1er niveau (1ere et 2ème périodes) non acquis. S'il n'est pas admis alors, tout en étant en «deuxième niveau», il recommence dès la rentrée universitaire suivante, la préparation aux modules manquants .
(Si, toutefois, il a obtenu 6 modules sur 7, il peut, par dérogation, s'inscrire en 2ème niveau avec l'obligation de récupérer ce module manquant).

---

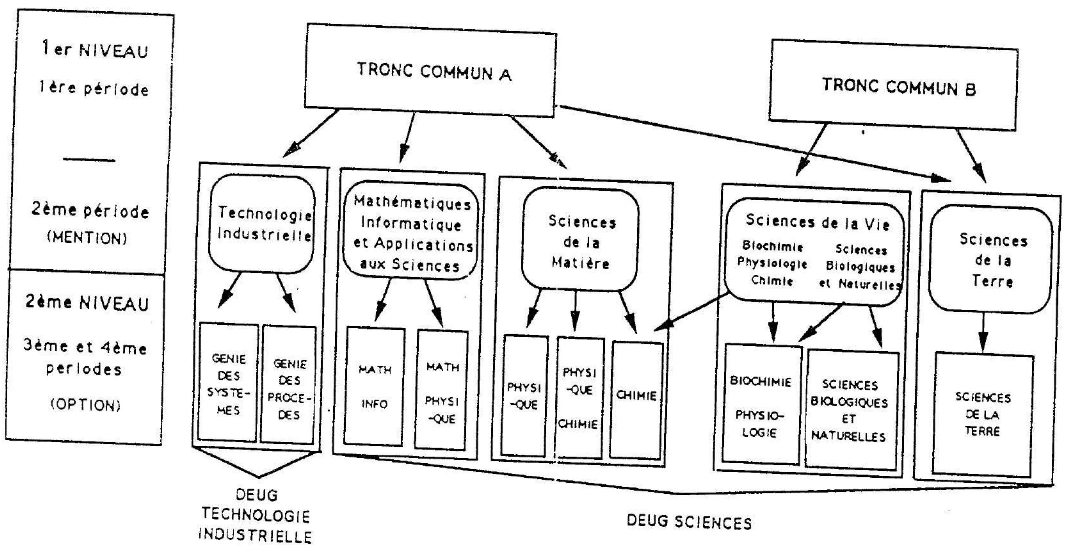
[1] Voir l'organigramme général des DEUG

[2] Mais si ses résultats lors de ses examens, en janvier, de fin de «2ième période - 1er niveau» lui autorisent un rattrapage, il devra attendre juin pour le tenter. (Pas de session de rattrapage en janvier)


Sept.
Janv.
Juin
Sept.
BAC S
(toutes options)
TC
mod 1
mod 2
mod 3
I ère période
I er niveau
mod 1
mod 2
mod 3
OPTION
II ème période
I er niveau
II eme niveau
Janv.
autres
Iier cycle
mod 1
mod 2
mod 3
TC
mod 1
mod 2
mod 3
OPTION
II ème période
I er niveau
autres
Iier cycle
mod 1
mod 2
mod 3
TC

ORGANIGRAMME GÉNÉRAL DES DEUG

Baccalauréat S conseillé



Définitions

NIVEAU : Unité de temps et unité pédagogique.
Le DEUG comprend deux niveaux.
Chaque niveau comprend deux périodes.

PÉRIODE : Une période est accomplie en un semestre.
Elle contient plusieurs modules.

MODULE : Unité d'enseignement englobant une ou plusieurs matières.
Chaque module est évalué par un examen.
Un module validé est conservé définitivement (module capitalisable).
Lors des délibérations de fin de niveau, un bon résultat dans un module compense un résultat plus faible dans un autre module (modules compensables).

MENTION du DEUG : Dénomination nationale apportant une précision à l'intitulé DEUG SCIENCES.
A l'UFR-SCIENCES - DEUG SCIENCES avec 4 mentions : MIAS - SM - ST - SV.
(Mention MASS en projet)

OPTION : Spécialisation à l'intérieur d'une mention.
Chaque université définit les options qu'elle propose.

Spécifité du DEUG SCIENCES à l'UFR SCIENCES

PREPARATIONS AUX CONCOURS D'ENTREE DANS LES ECOLES D'INGENIEURS

√ *Ecoles d'Ingénieurs de type PHYSIQUE :*
Dans le cadre des modules optionnels en 2e, 3e et 4e périodes DEUG SM (P) MIAS (MP)

√ *Ecoles d'Ingénieurs de type CHIMIE :*
Dans le cadre des modules optionnels en 3e et 4e périodes.

√ *Ecoles d'Ingénieurs de type AGRO :*
Série spéciale du DEUG SCIENCES mention SV (2e niveau).

Matières et volumes horaires
1er NIVEAU
1ère et 2ème Périodes

1ère Période

TCA		
M1	Mathématiques	100h
P1	Physique	80h
C1	Chimie	50h

TCB		
MP1	Mathématiques Physique	80h
BST1	Biologie Sc. de la Terre	100h
C1	Chimie	50h

2ème Période

MATH. INFO et APPLICATIONS AUX SCIENCES (MIAS) 335h		
M2	Mathématiques	130h
I2	Informatique	56h
PMe2	Mécanique Physique	70h 50h
OP2	Modules optionnels Langue	30h 20h

SCIENCES DE LA MATIERE (SM) 325h		
M'2	Mathématiques	80h
P2	Physique	105h
C2	Chimie	90h
OP2	Modules optionnels Langue	30h

SCIENCES DE LA TERRE (ST) 270h		
C2	Chimie	90h
MP2	Mathématiques Physique	70h
ST2	Sciences de la Terre	110h
OP2	Modules optionnels Langue	30h 20h

SCIENCES DE LA VIE (SV) BIOCHIMIE PHYSIOLOGIE-CHIMIE		
C2	Chimie	90h
MP2	Mathématiques Physique	70h
BC2	Biologie Chimie	
OP2	Modules Optionnels Langue	30h 20h

SCIENCES DE LA VIE (SV) SCIENCES BIOLOGIQUES ET NATURELLES		
C2	Chimie	90h
MP2	Mathématiques Physique	70h
SB2	Biologie	130h
G2	Géologie Conseillé aux étudiants désirant préparer le CAPES et l'Agrégation de Sciences Naturelles	50h
OP2	Modules Optionnels Langue	30h 20h

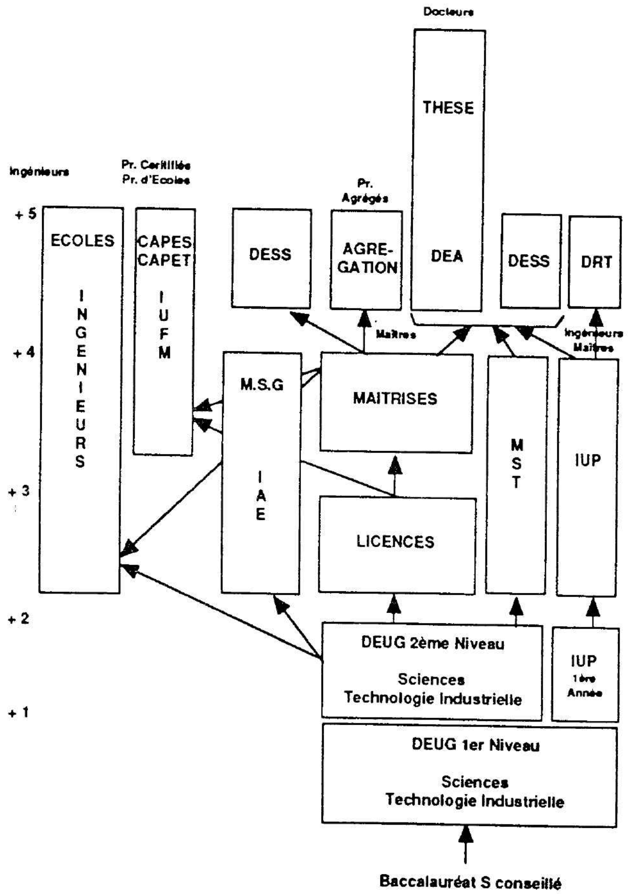
Matières et volumes horaires

2ème NIVEAU

3ème et 4ème Périodes

Option	3ème Période	4ème Période	Mention du DEUG SCIENCES
Math. Info.	MP3 Math. 110h, Physique 75h Me3 Meca. 80h OP3 Module optionnel 50h	I4 Informatique 80h M4 Math. 110h OP4 Module Optionnel 50h	Math. Informatique et Applications aux Sciences (MIAS)
Math. - Physique	MP3 Math. 110h, Physique 75h Me3 Meca. 80h OP3 Module optionnel 50h	M4 Math. 110h P4 Physique 75h OP4 Module Optionnel 50h	
Physique	MMe3 Math. 100h, Méca 80h PC3 Physique 40h, Chimie 40h OP3 Module optionnel 50h	M'4 Math. 70h P'4 Physique 120 OP4 Module Optionnel 50h	Sciences de la Matière (SM)
Physique Chimie	MMA3 Math. 100h, Math ap 60h PC3 Physique 40h, Chimie 40h OP3 Module optionnel 50h	P'4 Physique 120h C'4 Chimie 100h OP4 Module Optionnel 50h	
Chimie	PM3 Physique 75h, Math. 45h C3 Chimie 125h OP3 Module optionnel 50h	CB4 Chimie 55h, Biochimie 50h C4 Chimie 100h OP4 Module Optionnel 50h	
Sciences de la Terre	PM3 Physique 75h, Math. 45h MG3 Mineralogie Geologie 110h OP3 Module optionnel 50h	STP4 Sci. Terre 70h, Physique 40h ST4 Chimie 50h, Math. 60h OP4 Module Optionnel 50h	Sciences de la Terre (ST)
Biochimie Physiologie	PM3 Physique 75h, Math. 45h CBc3 Chimie 25h, Biochimie 85h OP3 Module optionnel 50h	Bc4 Biochimie 110h PMc4 Physiologie microbio. 120h OP4 Module Optionnel 50h	Sciences de la Vie (SV)
Sciences Biologiques et Naturelles	PMb3 Physique 30h, Math. 40h CBc3 Chimie 25h, Biochimie 85h BI3 Biologie 50h OP3 Module optionnel 50h	PMc4 Physiologie microbio. 120h BI4 Biologie 100h OP4 Module Optionnel 50h	
Préparation aux concours SV	PM'3 Physique 96h, Mat 109h CBc'3 Biochimie 85h, Chimie 91h Modules langues	BC'4 Biochimie 134h PMc4 Physiologie 120h Modules langues 120h	

POURSUITES D'ETUDES APRES LE DEUG



IUP : Institut Universitaire Professionnalisé
IUFM : Institut Universitaire de Formation des Maîtres
MST : Maîtrise de Sciences et Techniques
MSG : Maîtrise Sciences de Gestion
DEUG : Diplôme d'Etudes Universitaires Générales
DEA : Diplôme d'Etudes Approfondies
DESS : Diplôme d'Etudes Supérieures Spécialisées
DRT : Diplôme de Recherche Technologique

Janvier 1996

SERVICE COMMUN UNIVERSITAIRE D'INFORMATION ET D'ORIENTATION

DEUG SCIENCES

****

UFR - SCIENCES

Le DEUG est le premier cycle d'études universitaires longues. Le DEUG dispense un enseignement général. Il ne donne pas une formation professionnelle. Les études sont largement théoriques y compris dans les filières expérimentales. Par conséquent, entrer en DEUG requiert un minimum de goût pour l'abstraction et le raisonnement.

L'Université Montpellier II délivre un DEUG SCIENCES assorti de quatre mentions spécialisées en options :

√ **Mathématiques, Informatique et Applications aux Sciences : MIAS** avec 2 options :
- **MI** (Mathématiques-Informatique)
- **MP** (Mathématiques-Physique)

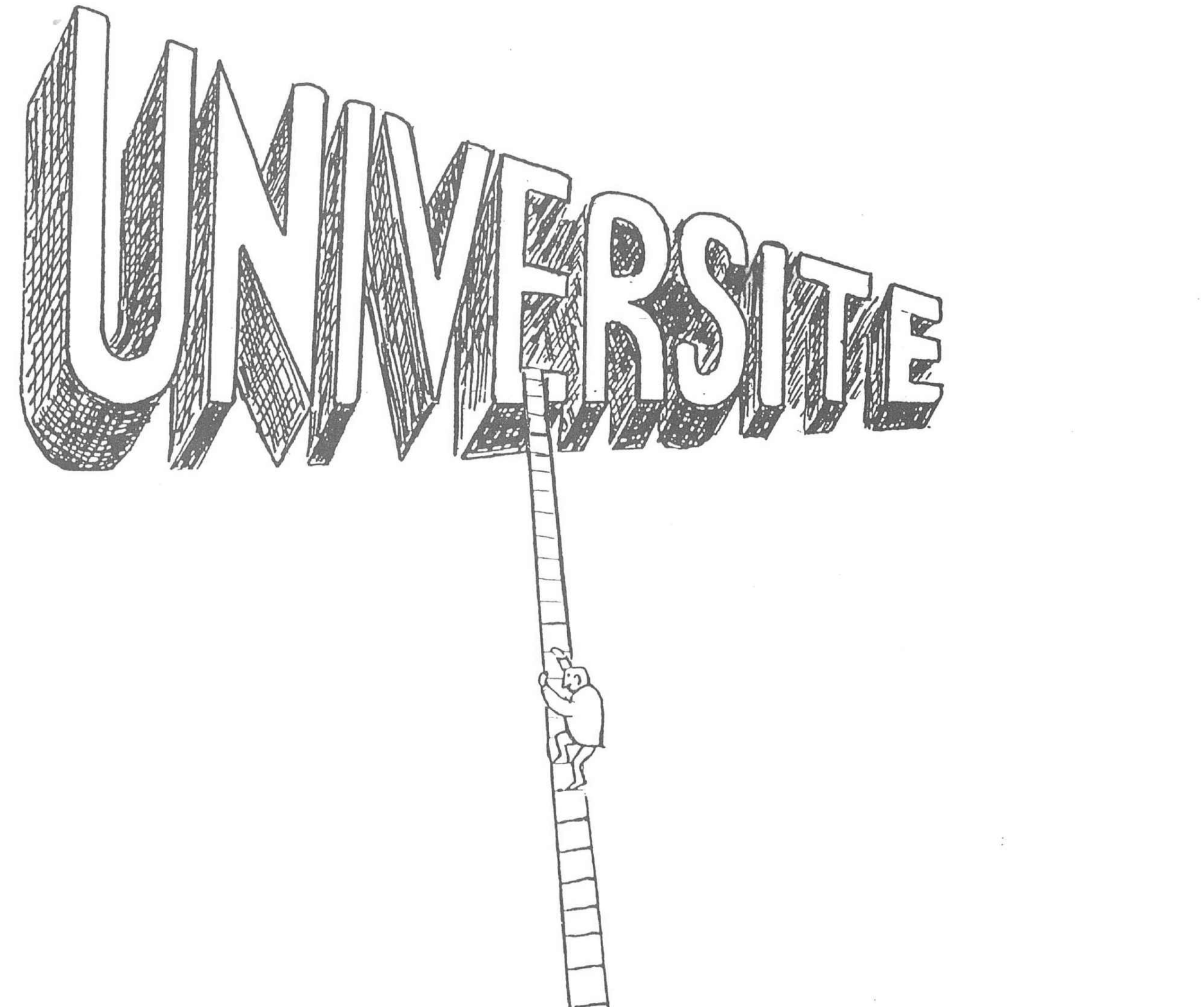
√ **Sciences de la Matière : SM** avec 3 options :
- **P** (Physique)
- **PC** (Physique-Chimie)
- **C** (Chimie)

√ **Sciences de la Terre : ST**

√ **Sciences de la Vie : SV** avec 2 options :
- **BP** (Biochimie-Physiologie)
- **SBN** (Sciences Biologiques et Naturelles)

√ **Mathématiques Appliquées aux Sciences Sociales MASS** (en projet)

UNIVERSITE MONTPELLIER II - SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC
Place Eugène Bataillon
34095 MONTPELLIER CEDEX 5
☎ 67 14 30 61/62
Télécopie : 67 14 30 31
E-mail : scuio@univ-montp2.fr



d'après steinberg.

LE LEXIQUE

LES INTENTIONS

Lexique, dictionnaire, … ,ces mots nous permettaient de désigner cette partie de notre travail .

Ils ne sont sûrement pas les mieux appropriés pour désigner un petit répertoire (non exhaustif !) des notions charnières entre une terminale scientifique et les premières semaines du supérieur.

Chaque concept cité est associé à des extraits de programmes (quand ils sont explicitement restrictifs), des commentaires (commentaires consensuels quant au sens et au contenu), des exemples (situations ou questions types) … On trouvera ci-dessou le format d'une rubrique.

Notre objectif n'était certainement pas d'alimenter le débat sur "la baisse des exigences dans le secondaire", mais la production d'un outil pour les professeurs exerçant de part et d'autre de ce seuil critique qu'est l'entrée dans le supérieur, outil qui aiderait à cerner le profil du "bachelier lambda" issu d'une terminale scientifique (avec ou sans la spécialité mathématique).

Le format retenu est le suivant :

mot clé	• <u>commentaires</u> : Sur sa définition, son contenu, ses utilisations ... • <u>exemples</u> : Quelques situations types • <u>perspectives</u> : Les attentes ou objectifs du supérieur • <u>pratiques</u> : Restrictions ou prolongements qu'en font parfois les enseignants des lycées • <u>programmes</u> : A la lettre, les restrictions imposées par les programmes [—><u>renvois</u> vers d'autres concepts]

APPLICATION

• Aucune mention n'en est faite, ni dans le programme, ni dans la pratique des cours en lycée.

Perspectives :

• Les nouveaux étudiants apprennent en début de Tronc Commun "qu'aucune distinction ne sera faite entre fonctions et applications".

[—> INJECTIONS, SURJECTIONS]

ARITHMÉTIQUE

Commentaires :

L'arithmétique n'est évoquée qu'au collège :

• "a divise b" <=> "b = a q" <=> " b multiple de a"
• critère de divisibilité par 2 ; 3; 5 ; 9.

Mais l'approche est aussi pragmatique que réduite :

• pas de notation " | "
• Les concepts de PGCD , PPCM ne sont pas présentés.
• Pas de décomposition en produit de nombres premiers (existence de la décomposition, unicité, pratique).

• Aucune notion de "base de numération".

Au lycée, aucun intitulé relatif à l'arithmétique; les congruences ont disparu des programmes depuis longtemps[1].

Exemples :

• $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ est dominé (la décomposition en produit de nombres

[1] Des projets de programmes de TS mentionnent un "retour" de l'arithmétique...

premiers est totalement empirique).

• ln 128 = 7 ln 2 , ce ne sera certainement pas un réflexe. (pas de pratique de la décomposition systématique en puissances de nombre premiers).

• On peut lire des énoncés :"exprimer cette probabilité sous forme d'une fraction irréductible" (la notion d'irréductibilité est connue de façon empirique).

• Calculs élémentaires sur $n!$; C_n^p et A_n^p.

Pratique :

• Le concept de nombre premier est construit de façon empirique sous la forme : «nombre qui n'a pas de diviseur propre » (et 1 ?) mais il n'est fait aucune considération sur l'ensemble des nombres premiers.

• Pratique de la décomposition en produit de nombres premiers.

• Le concept de fraction irréductible a pour sens : «on ne peut plus simplifier ».

Programmes :

- Pas de notion d'ordre.
- Pas de décomposition sur les nombres premiers.
- Pas de notation aZ.
- Pas de PGCD, ni de PPCM.
- Les nombres premiers : vaguement définis au collège. Aucune mention de la suite des nombres premiers.

ASYMPTOTE

Commentaires :

• La courbe d'équation : $y = g(x)$ est asymptote à la courbe (C) de f signifie : $f(x) - g(x)$ a pour limite 0 en $+\infty$ ($-\infty$).
En fait de courbes asymptotes, il s'agit essentiellement de droites asymptotes.

• Certains utilisent l'écriture : $f(x) = ax + b + f(x)$ (avec limite de f .....) pour définir le concept de courbes asymptotes.
• La recherche de droites asymptotes par l'étude des limites de $\frac{f(x)}{x}$ ... est hors programme .

• Pas de notion de branche infinie, de direction asymptotique, de branche parabolique. (Bien que beaucoup de livres écrivent "ln à une branche parabolique")

• Les fonctions considérées en TS tendent à construire une image réductrice du concept : «une asymptote et la courbe ne se coupent jamais ».

Exemples :

• Soit $f : x \longrightarrow 2x - 1 + e^{-x}$ [...]
Étudier la limite de $f(x) - (2x-1)$ en $+\infty$
En déduire l'existence d'une droite asymptote ...

• Soit $f : x \longrightarrow \ln(e^x + 1)$. Montrer que la droite (D) : $y = x$ est asymptote à la courbe (C) qui représente f ....

Perspectives :

• Une question sur la non existence d'une droite asymptote (en ...) présentera de très grandes difficultés.

• Pas d'étude systématique des branches infinies d'une courbe $y = f(x)$.

• Infaisable : (C) d'équation $y = x+\ln x$ a une branche parabolique.

Pratiques :

• La formulation des questions relatives aux asymptotes est presque exclusivement du type ci-dessus et génère des comportements réflexes dont le rendement est assez bon.

• Cependant, il suffit d'une formulation différente pour révéler l'étroitesse du concept retenu par les élèves et la pauvreté des images mentales associées.

Programmes :

[...] en dehors du cas des asymptotes horizontales ou verticales, des indications doivent être fournies sur la forme de la fonction g à utiliser .

BIJECTION

Commentaires :

• En 1iere S , le mot «bijection» peut être évoqué lors de l'énoncé du théorème : «Si f est dérivable sur I=[a;b], str. croissante sur I, alors pour tout m de [f(a);f(b)] l'équation f(x) = m ....».

• En TS , le théorème est formulé en terme d'image d'intervalle : « Si f est continue sur I, str. croiss sur I alors f(I) = [f(a);f(b)] ... » , le théorème est adapté aux intervalles non compacts.

• La formulation d'une question du type « [...]montrer que f est une bijection de I vers J » est hors de propos. Cependant, le théorème est utilisé dans le cours, pour la définition de la fonction exponentielle .

• L'aspect "une bijection est une application (i.e. : une source, un but, un graphe) tel que.." est totalement occulté. L'ensemble d'arrivée n'est pas précisé a priori, : c'est f(I) issu d'un calcul. La notion est entièrement

dépendante de celle de solution unique à une équation.
En particulier : $f(a) = f(b) \iff a = b$ n'apparaît pas comme indubitablement relié au concept de bijection. (injection)

Exemples :

• Soit f : x—> ... [...étude des variations ...]
Montrer que l'équation : $f(x) = k$ (un réel donné) admet sur I une solution unique α ...
• Soit $f : x \longrightarrow \frac{5 \ln x}{\sqrt{x}}$ définie sur $]0;+\infty[$, justifier l'affirmation :" l'équation $f(x) = -5$ admet une solution unique α et $0,4 < \alpha < 0,6$ ".

Perspectives:

Une question du type "Montrer que la fonction f définit une bijection de I vers J " sera atypique, le théorème ne sert qu'à étudier l'existence (de solution) dans un problème d'équation.

Pratique :

• Certains professeurs citent le théorème des valeurs intermédiaires.

• Le mot bijection est systématiquement prononcé lors de l'énoncé du théorème des fonctions continues str. monotones sur un intervalle ("[...] on dit alors que f définit une bijection de I vers J")

Programmes :

Le mot bijection n'apparaît que dans le contexte des transformations traitées dans l'enseignement de spécialité.

[—> INJECTIONS,SURJECTIONS].[—> RECIPROQUE].

CONTINUITÉ

Commentaires :

• Aspect global :

- L'image mentale d'une courbe représentant une fonction continue sur I qui se trace "d'un seul trait" est (trop) bien installée.
- La continuité est considérée sur un intervalle ou une réunion[1] d'intervalles (d'intérieur non vide : pas d'ensemble avec points isolés !).
- Forte utilisation du théorème : «dérivable sur I => continue sur I »
- Pas, ou peu, de raccordement de fonctions continues.

• Aspect local :

- «f est continue en *a* » signifie «f a une limite réelle en *a* où elle est définie» (a dans Df qui est réunion d'intervalles)
- Quand f est définie en *a*, sa limite éventuelle ne peut être que f(*a*)
- Prolongement par continuité en a : tarte à la crème des sujets précédant la rénovation reste explicitement au programme.
- Continuité à droite (resp : gauche) : n'est pas mentionnée dans les programmes mais est systématiquement évoquée dans les livres dans quelques situations pratiques. Elle ne fait l'objet d'aucun exercice.

Exemples

• f définie sur $[0;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{x \ln x}{x+1}$ et $f(0) = 0$, montrer que f est continue en 0 , en déduire que f est continue sur $[0;+\infty[$

Perspectives

• question très difficile sans directives : f définie sur R par $f(x) = e^x$ si $x < 0$ et $f(x) = \sqrt{x}$ si $x \geq 0$ étudier la continuité de f sur R ...

---

[1] " $x \longrightarrow 1/x$ est continue sur R* " présentera de grosses difficultés pour beaucoup d'élèves.

• difficile : Justifier l'existence de $\int_1^2 \ln x \, dx$.

Justifier la continuité de $\int_1^x \ln u \, du$ sur...

Pratique :

- La définition d'une fonction prolongement par continuité d'une fonction donnée ou l'étude de la continuité d'une fonction prolongeant en un point une fonction donnée font encore l'objet d'exercices ou de problèmes.
- L'hypothèse de continuité sur I est systématiquement exigée lors de l'utilisation du «théorème de la bijection[1] »
- L'hypothèse de continuité n'apparaît pas de façon systématique dans le contexte du calcul intégral : si dans le cours il en est fait mention, dans les exercices il y a beaucoup plus de laxisme.
- Le théorème : «f continue à dr. et cont. à g. en a <=> f continue en a» n'est pas utilisé, il est généralement ignoré.

Programmes :

La continuité sur un intervalle est introduite dans le seul but de fournir un langage efficace pour l'énoncé et l'emploi de théorèmes.

La continuité en un point, considérée isolément, ne doit pas faire l'objet d'une étude systématique .[...] La notion de continuité sur d'autres parties de R que les intervalles est hors programme.

[—> LIMITES] [—>BIJECTION][—> INTEGRALE]

[1] Si f est continue strictement monotone sur [a;b] alors f([a;b]) = [f(a);f(b)] .....

DÉFINITIONS PROPRIÉTÉS THÉORÈMES

Commentaires :

• Dans le cours, les rubriques "théorème" , "définitions" ... apparaissent clairement bien que dans certains cas sont faits des amalgames :

-"Définition" qui contient en fait un théorème (existence ...)

-"Propriété" qui sont en fait des caractéristiques de définition

-Des notions sont prétendues définies alors qu'il ne s'agit , en fait, que d'une symbolisation d'un champ d'exemples. (Voir LIMITES)

Exemples :

• Dans les probabilités :
Définition :"Une probabilité associe à un événement un réel de [0;1]"
Propriété :"Elle vérifie $p((\Omega) = 1$; $p(A \text{ u } B) = ...$"

• Dans les transformations:
Définition : " La projection associe à un point le point d'intersection ....“

• En algèbre :
Définition : On note $\sqrt{a}$ le réel positif tel que ....

[—> LOGIQUE]

DÉRIVABILITÉ

Commentaires :

Aspect global :

• Pour les élèves il y a dérivabilité sur I quand la formule "marche" sur I.

• L'interprétation graphique de la dérivabilité sur I par l'absence de points anguleux est assez bien établie.

• Le théorème «f dérivable sur I => f continue sur I» est fondamental.

• Les notions de dérivée à droite, dérivée à gauche ne sont pas mentionnées dans les programmes, mais dans les livres on trouve quelques exemples de situations avec points anguleux.

• Le théorème «f dérivable à droite et à gauche en a et ...<=> f dérivable en a » n'est pas utilisé.

• Pas de théorème sur la dérivabilité de la réciproque d'une fonction dérivable.

Aspect local :

• La dérivabilité en x_0 est définie par :

- La limite réelle du taux exprimé par $\dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ ou par $\dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$

- L'existence de l'écriture : $f(x_0 + h) = f(x_0) + h\, f'(x_0) + h\, \varepsilon(h)$ ...

• Cette expression de la dérivabilité reste très peu usitée, pas même pour calculer l'équation de la tangente à la courbe, à peine pour quelques exemples de calculs "approchés".

• La locution « Développement limité à l'ordre 1» n'apparaît pas dans les programmes, mais est introduite par certains professeurs. Elle apparaît sous le vocable de "meilleure approximation affine".

• Mention est faite de $(1 + x)^n \approx 1 + n\,x$, $\sqrt{1 + x} \approx 1 + 0{,}5x$ ....

• Les notations $\dfrac{dy}{dx}$ et $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ sont données sans commentaire ni application, la notion de différentielle est hors programme.

Exemples :

• Soit f définie sur $[0;+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{x \ln x}{x+1}$ et $f(0) = 0$, [...] Montrer qu'elle est dérivable sur $]0;+\infty[$, [...] Étudier sa dérivabilité en 0.

• Limite de $\frac{e^x - 1}{x}$ en 0.

Pratique :

l' équivalence "existence de DL1 <=> f dérivable " est parfois établie.

Programmes :

[...] aucune connaissance spécifique n'est exigible[...] sur la convexité et les points d'inflexion.

Le théorème de Rolle et la formule f(b) - f(a) = (b-a) f ' (c) sont hors programme.

[...] l'étude de singularité (points de discontinuité et points anguleux) n'est pas un objectif du programme.

ENSEMBLES

Commentaires:

• Le vocabulaire ensembliste est défini par l'usage, et les symboles ensemblistes ne sont que des notations commodes introduites au fil des ans. Ainsi un élève issu de terminale S doit avoir rencontré et pratiqué les notations $\in$, $\notin$, $\subset$, $\cap$, $\cup$, $\overline{A}$, CA, $\emptyset$.

• Par contre, l'usage de P (E) n'est pas mentionné.

• Les notations N, Z, Q, R, R*, R+, R-, des ensembles de nombres sont utilisées.

Exemples :

• On considère la fonction f définie sur R* par .....

• On considère la fonction f définie sur]-1, 2[par .....

• On donne deux points A et B distincts et M $\in$ [AB] ....

Pratique:

• Ce n'est guère qu'en classe de seconde que l'on peut rencontrer quelques exercices systématiques de recherches de réunions ou d'intersections d'ensembles à propos de l'introduction des intervalles de R.

• Le "ou" apparaît dans le plus grand nombre de cas comme étant exclusif car il n'est pratiquement utilisé que dans des écritures du type : $]-1, 2[\cup]2, +\infty[$. Ce n'est qu'à l'occasion du dénombrement et des probabilités que se posent effectivement des questions à ce sujet.

• Certains professeurs ne mentionnent même pas la notation : CA

Perspectives :

• La définition en tant qu'opérations ensemblistes de la réunion et l'intersection demande une redéfinition claire des symboles $\cap$, $\cup$
• Fréquentes confusions entre : $\in$ et $\subset$.

• L'égalité de deux ensembles n'est pas perçue comme une double inclusion.
• Les élèves n'ont aucune pratique de démonstration de $A \subset B$.

Programme :

A l'exception de Card(E) et de l'intervention du langage ensembliste en probabilités, tout ce qui concerne les ensembles et le vocabulaire associé se trouve toujours rassemblé dans les programmes sous le titre de paragraphe : Raisonnement, vocabulaire et notations :
[Le souci est] *de se limiter à un vocabulaire modeste et à quelques notations simples.*

[—> LOGIQUE]

ENSEMBLE DE DÉFINITION

Commentaires :

• La recherche systématique de l'ensemble de définition d'une fonction (dit aussi : «domaine de définition») n'est plus au programme.
Cependant, dans le contexte équations, inéquations cette recherche fait toujours partie de la résolution.

• Si dans le supérieur[1] il est fait usage de la locution " f (application) définie par ...", dans le secondaire on lit plutôt : "f (fonction) définie sur ..."

Exemples :

• On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = x + \ln x$ .....

• On se propose d'étudier la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = x\, e^{-1/x}$ si $x < 0$ et $f(0) = 0$ .....

• Montrer que $f : f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x - x}$ est définie sur $[0 ; +\infty[$.

Pratique :

La recherche systématique d'ensembles de définition est encore dans les pratiques de certains enseignants. D'autres l'utilisent comme prétexte à résolutions d'équations ou inéquations : « pour quelles valeurs de x l'expression .... est elle définie».

Perspectives :

La recherche de l'ensemble de définition de $f : f(x) = \ln(\sin x - \frac{1}{2})$ demandant un réinvestissement des inéquations trigonométriques (à peine évoquées en Première) dans une problématique d'ensemble de définition présente donc de grandes difficultés.

Programme :

Il se place dans le cadre des fonctions définies sur un intervalle [...] . Si l'ensemble de définition est une réunion d'intervalles, on se ramène à une étude portant sur chaque intervalle.

[1] Voir le polycopié mis à la disposition des étudiants du Tronc Commun à l'Université de Montpellier II

GRAPHES

(sens relationnel)

Commentaires :

• Le mot « relation » n'existe plus dans les programmes et par là, pas de « graphe de relation ».

• Dans le cas de graphe d'une fonction, c'est l'aspect «courbe» qui domine ("la courbe est la fonction"), en d'autres termes, f(x) ne se regarde pas sur un axe, mais comme un point de la courbe.

INJECTION SURJECTION

Programmes :

Les notions d'injection et de surjection sont hors programme .

INTÉGRALES

Commentaires :

• Les fonctions considérées sont systématiquement continues sur [a;b] (compact) . Si la continuité est systématiquement évoquée dans les théorèmes du cours, l'aspect suffisant de cette propriété est très mal perçu par les élèves.

• Si , de plus, la fonction est positive sur [a;b], l'interprétation en terme d'aire est donnée sans aucune démonstration. La notion "d'aire algébrique" a disparu.

• Les formules usuelles (Chasles, linéarité,..) sont données en cours.

• La majoration $|\int f| \leq \int |f|$ n'apparaît pas dans les programmes.

• Pour le calcul d'intégrales : l'intégration par parties est fortement sollicitée dans les exercices, mais les méthodes de calculs approchés sont seulement évoquées.

• Pas d'intégrales indéfinies, mais on peut solliciter un calcul de limite sur une intégrale qui a été exprimée comme fonction d'une borne.

• La notion d'intégrabilité est inaccessible aux élèves.

Exemples :

• Exemple de définition [BELIN] : « f continue sur [a;b], (ce qui garantit l'existence de primitives), soit F une primitive sur [a;b] , on appelle intégrale de f sur [a;b] le réel noté .... et égal à F(b) - F(a) ».

• Calculer $I(a) = \int_0^a x\, e^{-x}\, dx$, on pourra utiliser une intégration par parties . Déterminer la limite de I(a) quand a tend vers $+\infty$.

Perspectives :

• L'étude d'une fonction définie par une intégrale telle que $F(x) = \int_x^{2x} t\, e^{-t}\, dt$ est inaccessible ; celle de $F(x) = \int_0^x \frac{1}{t^2+1}\, dt$, difficile.

Pratique :

• Les intégrations par parties sont systématiquement suggérées.

• Les techniques d'encadrements ne sont que l'objet d'exercices (fortement) dirigés pour les élèves qui suivent la spécialité MATH .

Programmes :

[...] mais toute formule de changement de variable est hors programme. (p57)

[—> PRIMITIVES].

INTERVALLE

Commentaires :

• La topologie de R se limite à la notion d'intervalle. Si l'aspect ordonné est bien perçu, l'aspect connexe l'est beaucoup moins (« f est croissante sur R* »)

• Le vocabulaire d'intervalle ouvert, fermé est couramment utilisé.

Pratique :

• Le vocabulaire :« [a ; b[est "semi ouvert" » est parfois utilisé. On peut parfois entendre :« [a ; b[n'est ni ouvert ni fermé »

• L'intervalle [a ; +∞ [est perçu comme fermé mais R est ???

Programmes :

Notation des divers types d'intervalles [programme de seconde]

LIMITES

Commentaires :

• La notion de limite est introduite dès la première S.

• Elle est construite à partir d'exemples à base de fonctions très élémentaires (en général quelques fonctions de référence telle carré ou racine).

• Pour une fonction définie en a, <u>il ne peut y avoir d'autre limite en a que f(a)</u> !

• La pauvreté des fonctions considérées à ce niveau (des rationnelles !) produit d'inévitables "dérives" du concept. Malgré les efforts pour exposer quelques situations "contre-exemples" destinées à recentrer les images mentales construites par les élèves, des tests effectués en TS et en DEUG montrent combien les concepts de monotonie, de non majoration ... contaminent celui de limite.

• Le langage spontanément utilisé en cours, les images écran empiriquement interprétées (calculatrices et ordinateurs) favorisent la «conception primitive de limite» [TROUCHE] i.e. : si x s'approche de ... alors f(x) s'approche de .... conception qui sera très difficile à convertir en termes d'approximation (ε , α).

• Les problèmes de limites en Première S et TS ne demandent en fait qu'un traitement "algébrique" via un réseau de théorèmes dont l'aspect suffisant, mais non nécessaire, n'a pas toujours été clairement posé.

• La notion de limite à droite (resp: à gauche) en a est définie par la limite en a de la restriction de f à $]a\,;+\infty[$ (resp: $]-\infty;a\,[$) . Ainsi une fonction peut avoir une limite à droite et à gauche en a égales sans avoir de limite en a ! .

Pratique :

• Peu ou pas de situation de "non limite". ("la limite existe toujours"). Le cas élémentaire de la fonction sin en $+\infty$ n'est pas suffisamment exploité.

Programme :

[...]Les définitions par (ε,α) ou (ε, A) sont hors programmes. On s'appuie sur l'observation du comportement de quelques fonctions simples.[...] tout exposé sur la notion de propriété locale est exclu .

[—> CONTINUITE] [—>SUITES]

LOGARITHME , EXPONENTIELLE

Commentaires :

• Logarithme népérien est l'objet central. Le logarithme de base 10 est évoqué. Le logarithme de base a n'est plus mentionné. Pas de formule $\log_a x = \dfrac{\ln x}{\ln a}$

• Aucune manipulation de table numérique.

• Les fonctions a^x ne sont plus des fonctions de référence. La formule $a^x = e^{x \ln a}$ permet de définir la notion d'exposant réel (>0) et d'aborder quelques exemples de fonctions de ce type.

• La suite (a^n) reste une suite de référence

Programmes :

Les élèves doivent savoir en déduire celle des fonctions directement apparentées telles que $t \longrightarrow \exp(at)$ et $t \longrightarrow a^t$.

LOGIQUE

Commentaires :

• Aucune mention de logique. Les déductions s'articulent verbalement ("donc on a...", "or on sait que ... ")
Le symbole <=> est attaché à des locutions du type "veut dire la même chose que" .

Le symbole => peut être utilisé avec précaution (même pas du tout). La réciproque de propositions simples est formulée.
La contraposée vient "naturellement" sur des propositions simples ("f n'est pas dérivable car elle n'est même pas continue"). La contraposée d'une proposition de la forme :

$\left\{ \begin{array}{l} P \\ Q \end{array} \right. \Rightarrow S$ est difficilement envisageable. Cependant , l es élèves peuvent suivre, voire faire, une démonstration "par l'absurde".

• Notion de "contre-exemple" : connue dès la seconde, (pas forcement. dominée)

• Pas de formulations à l'aide des quantificateurs.

• Raisonnement par récurrence : bonne pratique de la récurrence simple. Les démonstrations de ce type sont explicitement demandées.

Pratique :

Les locutions "il faut que", "il suffit" sont utilisées sans discernement par les élèves et les erreurs ne sont pas sanctionnées systématiquement par les professeurs.

Les problèmes d'ensembles de points, de résolution d'équations où s'exerçaient les raisonnements par conditions nécessaires et conditions suffisantes ne sont plus usités.

Les erreurs de confusion entre condition nécessaire et condition suffisante sont systématiquement relevées.

Perspectives :

• Difficile de faire appréhender la différence entre :
"$\forall x$, $\exists y$;..." et "$\exists y$, $\forall x$,..." ces symboles sont d'ailleurs inconnus.

• Très difficile de faire comprendre que [(Faux => Vrai) est vrai]

• $0 < 1$ est notoirement vrai, mais $0 \leq 1$est plus difficile à faire accepter.

Programmes :

Tout exposé de logique mathématique est exclu.

[—> ENSEMBLES]

MAJORANT, MINORANT

Commentaires :

• La seule relation d'ordre est l'ordre naturel sur R, même la relation $f > g$ n'est pas présentée comme une relation sur les fonctions.

• La notion de majorant est introduite à partir de celle de fonctions bornées sur I et il n'est pas donné de définition au mot "majorant" sinon celle d'être la plus grande des deux bornes d'une fonction bornée. En fait la locution la plus usitée est « f est majorée par M sur...» plutôt que «M est un majorant de f sur ...»

• Un concept mentionné (Voir ci-dessous : "programmes") : celui d'une fonction f majorant une fonction g sur un intervalle I.

• Quelques exercices demandant de prouver qu'une fonction (suite) est majorée (resp. minorée). Exercices qui, très souvent, renforcent la confusion "majorant = maximum".

Exemples :

• Montrer que, pour tout x de I, on a : $|g'(x)| \leq 1/12$

• Montrer que : si $1 \leq x \leq 5/4$ alors $1 \leq g(x) \leq 5/4$
(les mots majoré / minoré n'y sont pas utilisés).

Perspectives :

• La vision de la notion de majorant essentiellement graphique : Il existe une droite $y = M$ au dessus de la courbe $y = f(x)$. De ce fait, la notion d'ensemble majoré en sera une extension non triviale.

• La confusion : borne sup = majorant sera d'autant plus installée que la non unicité d'un majorant est peu soulignée.

• Le théorème de la limite monotone étant réservé au programme de la spécialité, la confusion : majorant = limite sera encore plus forte.

Pratiques :

• Certains enseignants donnent la définition de majorant et minorant (d'une fonction , d'une suite) en insistant sur la non unicité.

Programmes :

Pas de mention explicite pour une définition de majorant / minorant, mais des mentions en sont faites dans le contexte des fonctions et des suites.

Le théorème de la limite monotone (d'une suite) est réservé à l'enseignement de spécialité.

Les exemples d'emploi de majorations et d'encadrements de fonctions par des fonctions plus simples est réservé à l'enseignement de spécialité.

Même commentaires pour les intégrales.

NOMBRES COMPLEXES

Commentaires :

• Forme cartésienne; trigonométrique; opérations.

• L'interprétation géométrique de ces opérations est bien installée, mais l'aspect angulaire présente encore des difficultés.

• Aucune notion de corps (ni d'ordre dans un corps) .

• Résolution d'équations polynômes d° 2 à coefficients REELS .

• Interprétations géométriques et expressions complexes des transformations : translation, homothétie, rotation.

• Les "passages" : (affixe)<—>(point)<—>(coordonnées) sont bien pratiqués, mais il ne faut pas espérer des initiatives vers des interprétations graphiques qui ne sont pas explicitement demandées.

• La notation e^{ia} et les formules d'Euler. Exemple de linéarisation de polynômes trigonométriques (élémentaires).

• Pas de recherche des racines carrées d'un complexe a + i b par des méthodes algébriques. Pas de résolution d'équation du second degré à coefficients complexes.

• Les fonctions de C dans C ne sont évoquées que dans un contexte géométrique. Les suites dans C : inconnues, au mieux : évoquées dans un exercice.

• On ne fait plus mention de la différence entre Arg et arg.

Exemples :

• Soit la suite (r_n) [...](de réels strictement positifs : les modules) et la suite (a_n) [...] (les arguments). On considère la suite (M_n) [...] les images dans un plan complexe. (CENTRE ÉTRANGER, groupe 1, 1995)

• Module et argument de $(e^{ia} + 1)$: exercice difficile.

Programmes :

• Pas de construction de C.

• Réservé à l'enseignement de spécialité :

Racines n-ième de 1 et interprétation.
En trigonométrie : transformation somme<—> produit .
Transformation de $a \cos \alpha + b \sin \alpha = k \cos(\alpha + \beta)$.
Similitudes directes.

NOMBRES RÉELS

Commentaires :

• Le programme les mentionne à plusieurs occasions, sans évoquer aucune espèce de "définition". Le mot «réel» n'est employé qu' à l'intérieur de locution telles que « La suite (a^n) , a réel ...» ou : «la suite (n^a) où a est un réel »

• De la 6ième à la terminale, les nombres, au début décimaux puis fractionnaires, deviennent discrètement(si l'on peut dire..), nombres «quelconques» ou nombres tout court, puis nombres réels.

• En seconde, présentation de la notation N ; Z , Q et R et du vocabulaire : « entiers , rationnels ...».

• L'existence de ces nombres n'est pas évoquée puisque la calculatrice peut en donner une valeur approchée ...

• Les nombres sont avant tout des décimaux et $\sqrt{5}$ - 1 serait plutôt un "calcul".

Programmes :

la notation N ; Z , Q et R est donnée, sur ces différents points, il ne s'agit que d'un simple vocabulaire et aucun développement n'est au programme.

PLAN AFFINE

Commentaires :

• Le mot "affine" n'est jamais prononcé sinon dans le contexte des fonctions («fonctions affines») .

• Le concept de "quelque chose qui continue d'avoir un sens quand on enlève le repère" n'est pas dégagé. La confusion entre "points et vecteurs" règne même dans le programme :

• Aucune notion de «vectorialisé d'un espace affine»

Programmes :

[...]une isométrie du plan est une bijection qui conserve les distances.[..]

[...]conservation du produit scalaire par une isométrie .
Dans un repère orthonormal, expression de la distance et de la norme[...]

POLYNÔMES

Commentaires :

• Il n'y a aucune espèce de définition du polynôme .

• Seule la notion de fonction polynôme est connue, un élève sait reconnaître une fonction de ce type, en donner son degré. Il connait le cas des trinômes (degré égal à 2) . La règle d°(PQ) = d°(P)+ d°(Q) est connue empiriquement.

• Le mot valuation est totalement inconnu.

• On dit "Q est facteur dans P" ou "P est factorisable par Q" mais l'expression "Q divise P" n'est pas usitée.

• Factorisation par (x - a) ; par (x-a)(x-b) {a≠b} .....

• Interprétation graphique des zéros d'un(e fonction) polynôme : fortement traitée.

• Pas de notion précise sur la multiplicité des zéros.

• Égalité, nullité de polynôme sont traitées mais non assimilées.

• Polynômes remarquables : formule de Newton.

Pratique :

• La division de polynôme à coefficients réels est pratiquée dès la 1ère avec certains professeurs.

• Le prolongement à C[X] des théorèmes évoqués sur R[X] (égalité, factorisation) est tacite.

• Les concepts d'égalité de polynômes P(X) = Q(X) et d'équations : P(x) = Q(x) restent confus.

Programmes :

Traités en classe de première S.

[—> EQUATIONS] [—> QUANTIFICATEURS]

PRODUIT SCALAIRE

Commentaires :

• Il est défini au départ à l'aide de projections orthogonales !
On utilise encore le produit des mesures algébriques des projetés mais la notion de mesure algébrique n'est plus objet d'étude. (Voire abandonnée par certains professeurs)

• Ce qui est retenu par les élèves, c'est l'expression analytique en repère orthonormé.

• Il se produit alors le même phénomène que pour les vecteurs : l'existence d'un produit scalaire est lié à l'existence d'un repère (Il "disparaît" si disparaît le repère ; et si l'on change de repère, le produit scalaire ne saurait que changer !).

RÉCIPROQUE (FONCTION)

Commentaires :

• "La fonction réciproque est la fonction qui permet de revenir à l'antécédent initial". Les touches $\cos^{-1}$ ... confortent cette image : "$\cos^{-1}(a)$ c'est le nombre dont le cos est a "

• La notation f^{-1} n'est pas définie (alors que x^{-1} est utilisée depuis la seconde)

• La symétrie des représentations (en r.orthonormés) est évoquée à l'occasion des leçons sur l'exponentielle et sur la racine nième.

• La dérivation de f^{-1} n'est pas au programme. Les nombres dérivés de exp en *a*, n'apparaissent pas comme des inverses de nombres dérivés.

Perspectives :

• $f^{-1} \circ f = Id_I$ Cette propriété est implicite pour les deux cas de réciproques qui sont au programme, mais son sens général et même son écriture sont ignorés.

Programmes :

En dehors de l'étude de l'exponentielle et de la racine $n^{ième}$, l'étude des fonctions réciproques n'est pas au programme.

|—> BIJECTIONS| |—> DERIVEE|

RÉCURRENCE

Commentaires :

Pas de formalisation et aucune considération sur la validité de ce type de raisonnement. Il est mis en place par des exemples.
C'est l'énoncé qui, systématiquement, suggère l'utilisation d'une récurrence.

Dans certaines situations (sommation membre à membre de n égalités ...), la récurrence est escamotée par des locutions du type «de proche en proche» «ainsi de suite»

Exemples :

- ...$a_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$, montrer que $\sum_{i=1}^{n} a_i = 1 - \frac{1}{n+1}$ ...
- (u_n) définie par $u_0 = 1$; $u_{n+1} = 1 + \frac{1}{u_n}$ *(ici la positivité est "évidente")*

- ... et pour tout n on a : $| u_{n+1} - a | \leq 1/2 \ | u_n - a |$, en déduire pour tout n , $| u_n - a | \leq |u_0 - a| \ 1/2^{\,n-1}$ *(sera souvent traité par (n-1) multiplications membre à membre ou une combinaison linéaire de n inégalités).*

Pratiques :

Certains professeurs refusent d'escamoter les récurrences par des locutions ou méthodes citées ci dessus.

Peu d'exemples de récurrence hors l'étude des suites.

Très peu d'exemples de récurrence du type : passage de 1,2,...,n à n+1.

Pas d'empilement de méthodes [un raisonnement par l'absurde pour montrer P(n) => P(n+1) ...]

Programmes :

Classe de première :

Sur quelques exemples simples, on pourra utiliser le raisonnement par récurrence, pour établir une croissance ou une majoration mais aucune connaissance n'est exigible à ce sujet.

Terminale S, programme obligatoire :

[...] on amènera les élèves à conduire et à rédiger des raisonnements par récurrence (passage de n à n+1; passage de 1,2,3, ... n à n+1 ...) On évitera la mise en forme de récurrences dans les cas évidents et on s'abstiendra de toute considération théorique.

[—> SUITES]

SUITES

Commentaires :

• La notion de suite est introduite en classe de première. Elle est construite à partir d'exemples concernant quelques modes de génération : valeurs f(n) , $u_{n+1} = f(u_n)$ et valeur initiale, suites arithmétiques et géométriques.

• Le langage des limites est mis en place sur les suites de référence.

• La somme de termes consécutifs d'une suite n'est requise que pour les cas très particuliers que sont $1+2+3+....+n$ et $1+b+b^2+.....+b^n$.

• C'est toujours de notions qu'il est question en terminales avec la mise en place de théorèmes généraux sur les limites (comparaison, somme, ...)

• Le théorème de convergence des suites monotones et bornées n'est au programme que de la spécialité.

• L'objectif final est la recherche sur des exemples d'approximations d'un point fixe via l'inégalité des accroissements finis.

Exemples : (Archétype !)

{On a montré que $f(x) = 0$ admet sur $J = \dots$ une solution a unique}.

Montrer que si $x \in J$ alors $f(x) \in J$. Prouver que pour tout x de J, $|f'(x)| \leq \dots$ En déduire que pour tout x de J, $|f(x) - a| \leq \dots$ On définit (u_n) par $u_0 = 0{,}9$ et $u_{n+1} = f(u_n)$. Prouver que pour tout entier naturel n ......En déduire la limite de (u_n). Donner des valeurs approchées .... Déterminer un entier n tel que $|u_n - a| \leq 10^{-6}$.

Pratiques:

• La pratique s'appuie sur des travaux du type de celui mentionné ci-dessus.

• En relation avec la notion d'aire les élèves peuvent avoir rencontré des situations faisant intervenir des suites définies par une intégrale.

Perspectives :

• Hors les suites $u_n = f(n)$, les connaissances des élèves sur le sujet sont extrêmement fragiles. Dans des notions fondamentales comme les suites arithmétiques et géométriques, la somme de certains de leurs termes consécutifs n'est pas maîtrisée. Le travail sur les suites fait souvent partie des mauvais souvenirs des élèves et doit être totalement repris à partir de méthodes d'études et de théorèmes pertinents.

Programmes :

• *Le programme se place dans le cadre des suites définies **pour tout** entier naturel. Aucune difficulté ne peut être soulevée **sur l'existence et** l'unicité des suites du type $u_n = f(n)$.*

• L'étude du comportement de suites de la forme $u_n = f(n)$ ne figure qu'au programme de l'enseignement de spécialité.

• L'étude du comportement de suites de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ ne figure qu'au programme de l'enseignement de spécialité sous forme d'exemples.

[—> RECURRENCE]

TRANSFORMATIONS DU PLAN

Commentaires :

• La notion de transformation apparaît dès le collège. Il s'agit alors d'associer aux points d'une figure donnée, les points de la figure transformée.

• En Première S, le concept se précise : il s'agit de transformation des points du plan (et non plus des points d'une figure). Ce concept est associé à celui de bijection (Alors que la projection est connue depuis le collège)

• En Terminale S, le mot ne figure plus au programme sinon dans les interprétations de : $z \longrightarrow a\,z$ et de : $z \longrightarrow e^{ia}\,z$.

• Dans l'enseignement de spécialité :
Pratique de la composition, de la décomposition des isométries.
Définition et étude de la similitude directe.
Le mot «affinité» est parachuté a propos de l'ellipse.

• Les transformations de l'espace ont disparu des programmes.

• Il faut noter que la composition des transformations est le seul cas de loi non commutative. Les élèves n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité n'ont donc aucune pratique de calcul sur une loi non commutative.

Exemples :

Programmes :

Sur quelques exemples simples, on montrera l'utilité des transformations pour la recherche de lieu géométrique et on mettra en évidence l'intérêt de la bijectivité pour ce type de problèmes.

TRANSFORMATIONS DE L'ESPACE

Hors programme.

TRIGONOMÉTRIE

Commentaires :

• Sin et cos sont des fonctions de référence.

• Il n'est plus fait de distinction entre Sin(angle) et sin(réel).

• La perception géométrique est moins bien installée que ce que l'on peut prévoir comme le révèle la moindre inéquation trigonométrique.

• Tan est nettement plus marginale et son interprétation géométrique n'est pas toujours établie.

• Cotan est pratiquement ignorée.

• Les formules usuelles de transformations «produit <—>somme » sont disponibles sur les formulaires du baccalauréat, aussi les formules de duplication de l'angle sont moins sues . Les problèmes de conversion «produit <—>somme » sont des travaux pratiques de la spécialité.

• Les équations trigonométriques : cos x = a et sin x = a sont connues.

• Les inéquations trigonométriques sont très majoritairement ignorées .

• « modulo 2π » est plutôt incantatoire et son sens reste très confus.

Pratique :

• Lors de (très rares) études de fonctions trigonométriques quelques inéquations trigonométriques élémentaires sont abordées.

Programmes :

Exemple de mise en oeuvre des formules de Moivre et d'Euler .
(linéarisation) [Dans des T.P.].

Transformation de $a \cos x + b \sin x$.
Conversion produit <-> somme [Dans les TP de la spécialité].

VECTEURS

Commentaires :

• La notion de vecteur apparaît en Quatrième comme la donnée de trois renseignements : une direction, un sens et une longueur.

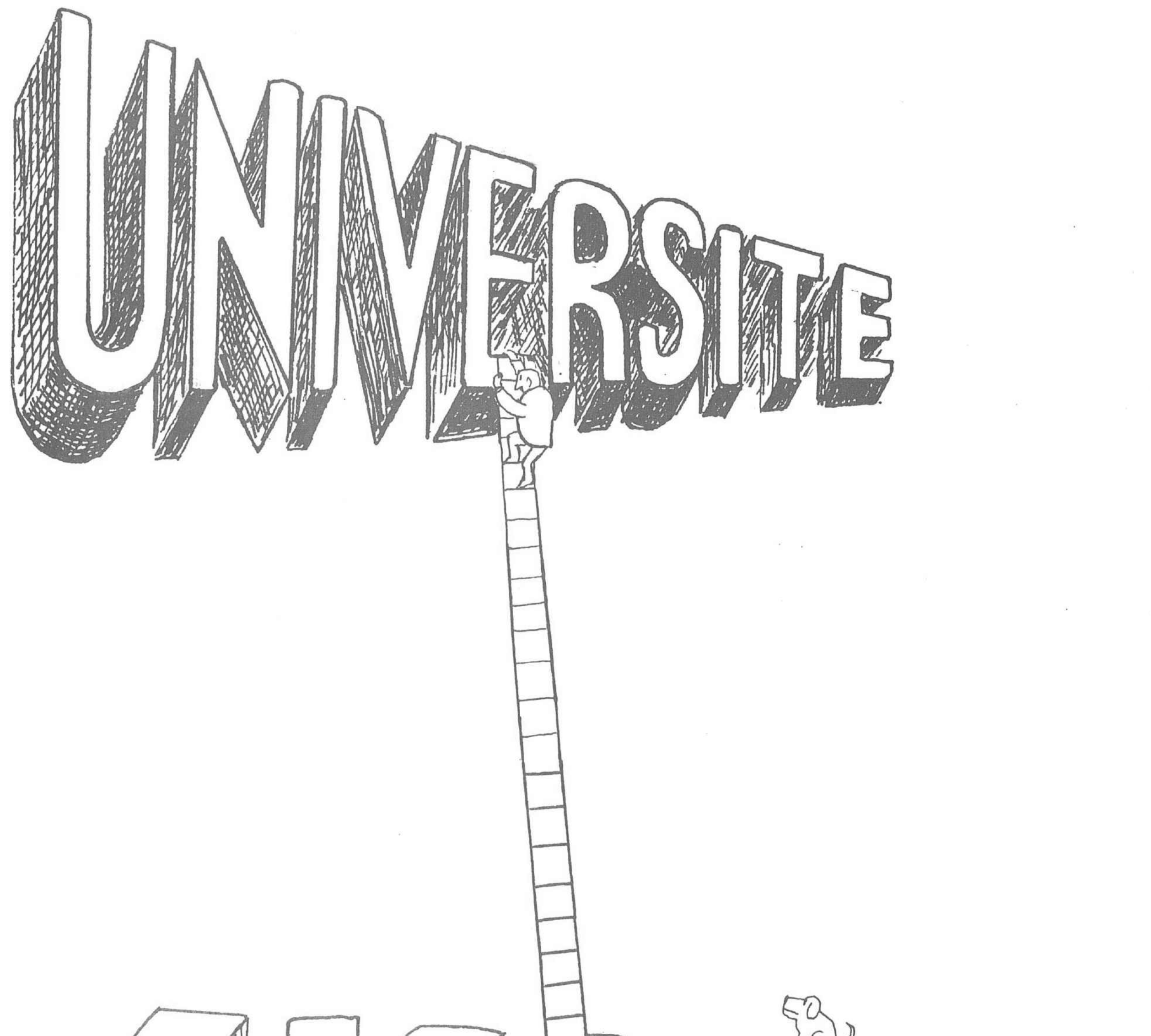
• En Seconde, le vecteur s'identifie à ses composantes et son existence est liée à l'existence d'un repère.

• La relation de Chasles est le moteur de la plupart de problèmes vectoriels.

Perspectives :

• Est-il vraiment pertinent de vouloir appuyer l'algèbre linéaire sur cette conception très géométrique de vecteur où l'affine et le vectoriel ne sont pas distingués ?

[—> PLAN AFFINE]


UNIVERSITE
LYCEE

UNE ENQUÊTE

PRÉSENTATION

Nous avons proposé après les examens du premier semestre 1995 1996 à 60 étudiants de première année de DEUG A (un groupe de 30 collés et un groupe de 30 reçus) de compléter le questionnaire qui suit .

Nos intentions étaient multiples, en particulier nous souhaitions comparer leurs résultats à la fin de ce premier semestre avec :

- l'image qu'ils avaient de leur niveau en terminale,
- leurs notes de math au bac et leur spécialité en terminale S,
- leur projet personnel,
- leur approche des études à l'université,
- leurs comportements face à de nouvelles méthodes d'enseignement.

Nous souhaitions également connaître les causes qu'ils pouvaient attribuer à leur réussite ou leur échec. Les résultats sont sans grande surprise.

Quand on confronte leur échec ou réussite à :

- la scolarité antérieure, les "bons élèves" de terminale réussissent mieux, de même que ceux qui ont fait plus de math que les autres ;
- leur approche des études à l'université (absentéisme, complémentarité cours / TD , travail personnel, gestion du temps) les élèves les mieux intégrés au système réussissent mieux.

Quant à leur perception des causes d'échec, elle révèle souvent un sentiment de culpabilité.

Faut-il pour autant attribuer aux seuls étudiants les causes de leur échec ? N'existe-t-il pas également des raisons structurelles (compatibilité des programmes, anonymat dans la multitude, encadrement, motivation devant les problèmes de société) à cet échec ?

Cette enquête[1], trop succincte, ne nous permet pas de donner des réponses à ces questions . Pourtant elles méritent d'être étudiées si l'on souhaite améliorer cette transition terminale - université .

---

[1] Voir bibliographie pour des références à des études menées dans ce sens.

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES DE MONTPELLIER

QUESTIONNAIRE A L'INTENTION DES ETUDIANTS DE PREMIERE ANNEE DE DEUG A

NOM: .... PRENOM: ....

SCOLARITE ANTERIEURE

Classe ou section fréquentée en 92/93...

93/94...

94/95...

Niveau en maths en terminale

Très Bon	Bon	Assez Bon	Moyen	Faible	Très Faible

Citez vos deux matières préférées en terminale ....

Citez les deux matières que vous réussissiez le mieux en terminale ....

BACCALAUREAT

Série:

C	D	E	S	Autre
			Spécialité::	Précisez:

Année d'obtention: ....

Note en maths: ....

Si vous avez eu le bac en 95

L'entrée en DEUG A était-elle votre premier choix ?

OUI	NON

Si non, quel était votre premier choix ?

Prépa	IUT	BTS	INSA	Autre
				précisez:

SI vous avez eu le bac avant 95

Redoublez-vous le DEUG A ?

OUI	NON

Si vous ne redoublez pas le DEUG A, quelles sont les raisons qui vous ont poussé à cette réorientation?...

....

PROJET PERSONNEL

Dans chacune des hypothèses suivantes, qu'envisagez-vous pour la prochaine rentrée ?

1) Vous êtes reçu aux examens de fin d'année:..

....

2) Vous êtes collé aux examens de fin d'année:..

....

A quel niveau envisagez-vous d'arrêter vos études universitaires?

DEUG A	Licence	Maîtrise	IUP	DEA	DESS	Doctorat	Autre
							Précisez

Avez-vous un projet professionnel? | OUI | NON |

Précisez-le:...
....
....

LA VIE A L'UNIVERSITE

L'organisation en Cours et TD est-elle pour vous génératrice de difficultés?

OUI	NON

Si OUI précisez-les: :...
....
....
....

Pour vous le plus important c'est: | LE COURS | LES TD | Sans opinion |

Pourquoi ?...
....
....

Avez-vous été absent plus de trois fois en cours ? | OUI | NON |

Pourquoi ?...
....

Avez-vous été absent plus de trois fois en T.D.? | OUI | NON |

Pourquoi ?...
....

Avez- vous eu en terminale des méthodes de travail utilisables à l'université ? | OUI | NON |

Votre travail personnel a-t-il consisté:

A apprendre uniquement les théorèmes ?	OUI	NON
A refaire les démonstrations du cours ?	OUI	NON
A refaire les exercices des T.D.?	OUI	NON
A faire les sujets d'examen des sessions antérieures ?	OUI	NON

Lorsque vous avez un trou dans l'emploi du temps vous allez le plus souvent:

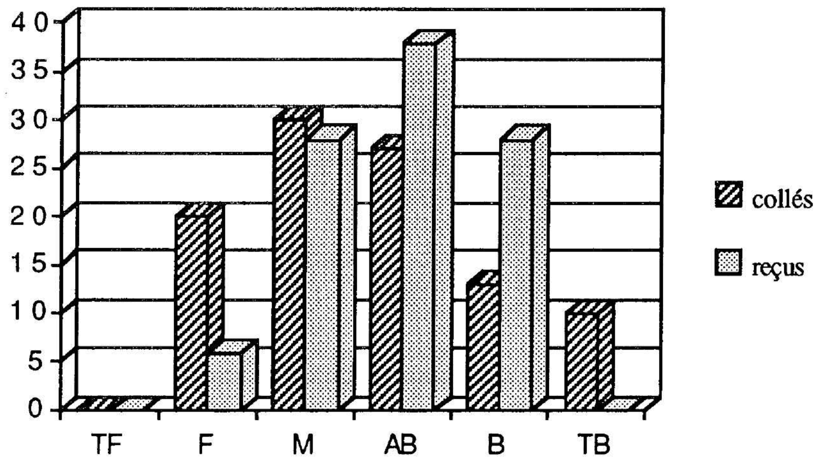
Chez vous	A la B.U.	Au bistrot	A la cafet

Quels sont selon vous les facteurs de réussite ou d'échec à l'université ? ....
....
....
....
....

DÉPOUILLEMENT

LA SCOLARITÉ ANTÉRIEURE POUR LES REÇUS ET COLLÉS EN 1ERE PERIODE :

Niveau en MATH en Terminale

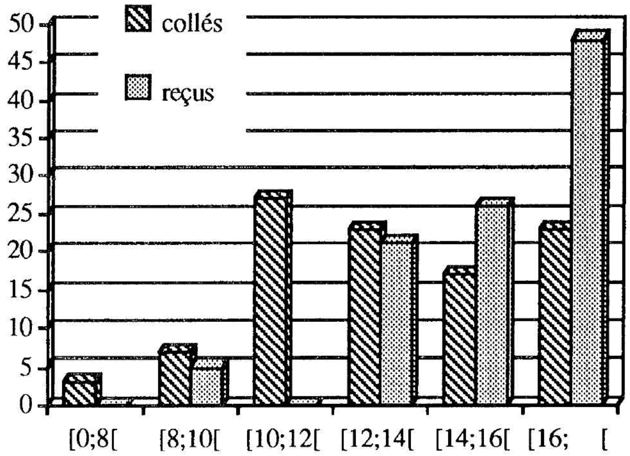


On demandait aux étudiants de se prononcer sur leur niveau en math en classe de TS.

Cette appréciation personnelle des niveaux en math donne des médianes très crédibles (Assez Bon / Moyen).

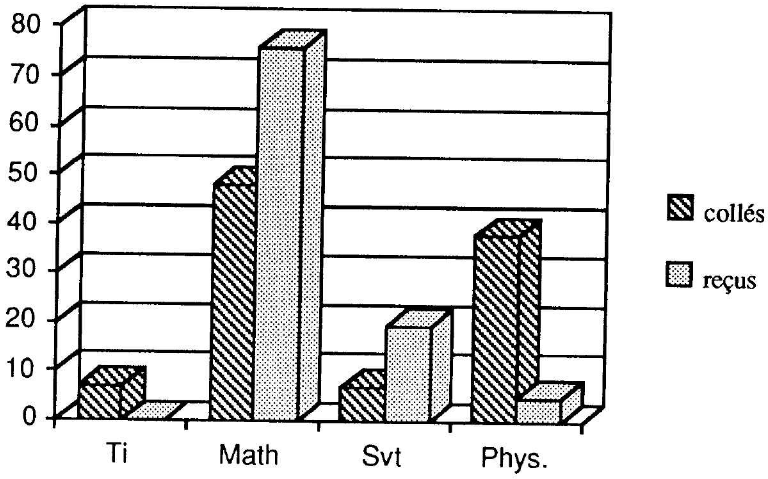
Cependant, 10% des collés s'estimaient d'un niveau Très Bon !. Un effet classique devant la brutalité de l'échec ?

Notes au bac :



Les reçus avaient de meilleures notes au bac que les collés, on ne peut pas parler de paradoxe! Il faut remarquer que 40% des collés ont eu 14 ou plus au bac, ce qui est une note plus qu'honorable.

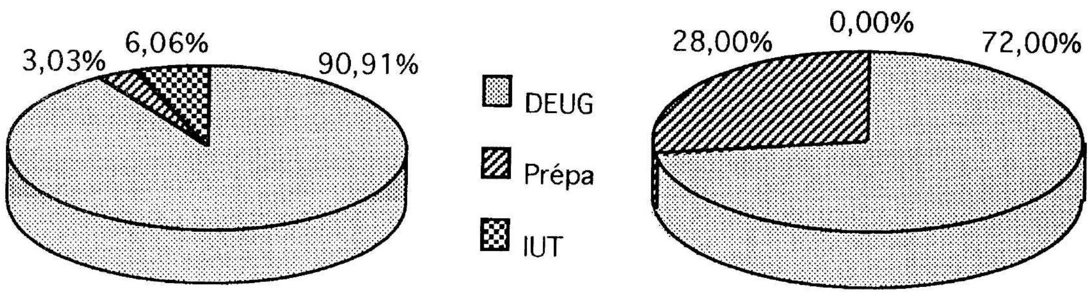
Spécialité en TS :



Chez les étudiants reçus, la dispersion sur les spécialités de Terminale S est bien moindre que chez les collés (respectivement 76% contre 48% ont fait la spécialité MATH).

Pas de causalité hâtive mais peut-être une piste.

COLLES : Premier voeu **RECUS : Premier voeu**



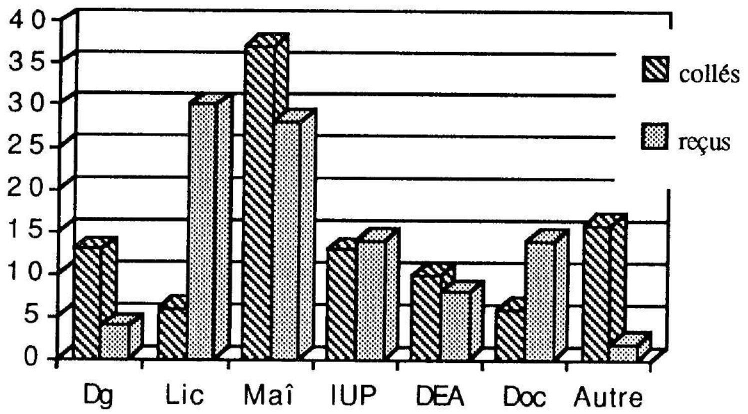
Parmi les reçus, 28% avaient demandé une classe préparatoire. Vraisemblablement, une préparatoire math vu la répartition des spécialités dans cette population.

Chez les étudiants collés on ne trouve qu'une petite minorité (6%) qui avait fait un dossier de classe préparatoire (23% s'estimaient pourtant d'un niveau BON / TBON...) par contre, en minorité certes, des étudiants qui avaient souhaité une scolarité "courte" (3% IUT).

Peut-on parler d'orientation par défaut ? Ce ne semble pas le cas pour la population la plus critique : les collés.

PROJET PERSONNEL POUR LES REÇUS ET COLLÉS EN PREMIÈRE PÉRIODE :

Niveau d'étude projeté

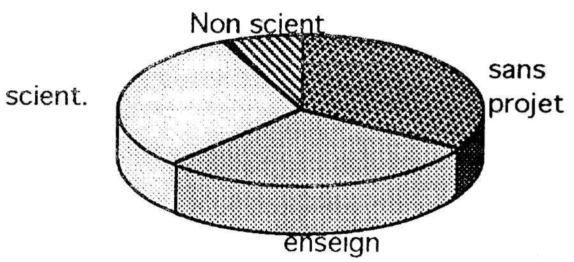


Une répartition sans surprise, un diplôme de deuxième cycle apparaît comme l'objectif naturel pour des études universitaires.

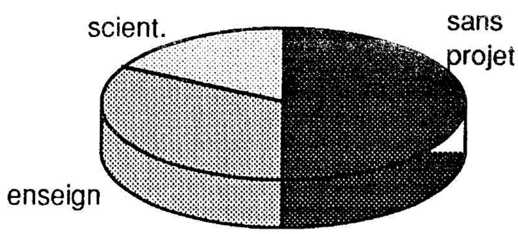
Quelques ambitions de III^{ème} cycle un peu plus marquées pour ceux qui viennent d'être reçus.

Il faut rapprocher cette série de la suivante :

COLLES : projet personnel

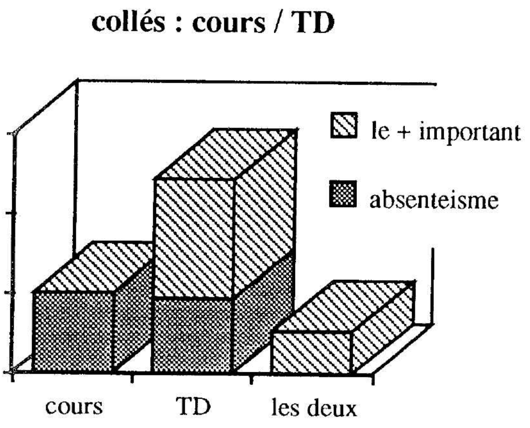


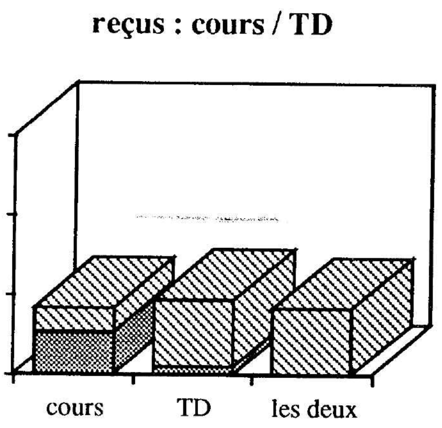
RECUS : projet personnel



LES ÉTUDES À L'UNIVERSITÉ :

1. Comparaison cours / td pour les reçus ou collés en première période :





On demandait aux étudiants ce qui est perçu comme le plus important du cours ou des TD et les taux d'absentéisme (> 3 fois) respectifs.

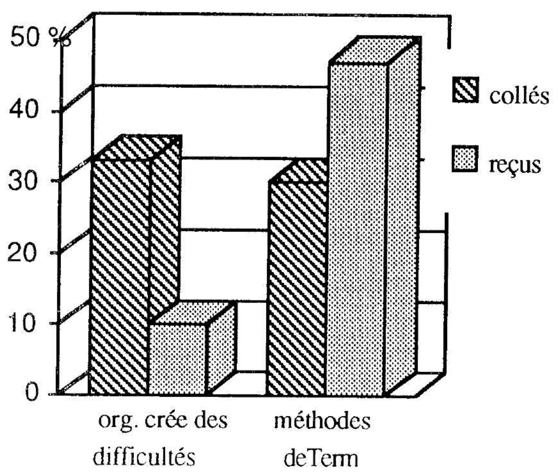
Une évidence : l'absentéisme notoire chez les collés.
Plus remarquable : chez les collés les cours n'apparaissent pas comme importants, alors que chez les reçus on perçoit bien (≈ 50%) la complémentarité cours / TD.

Dans les deux populations, les TD apparaissent comme très importants pour les raisons qui suivent :

- **applique et explique** : 85 %
- **contact** : 15 %

2. ORGANISATION DES ÉTUDES POUR LES REÇUS OU COLLÉS EN PREMIÈRE PÉRIODE :

Quant aux questions sur l'organisation des études à l'université et les réinvestissements des méthodes de terminale on a les réponses qui suivent :



Chez les collés, l'organisation en cours/td est perçue comme génératrice de difficultés (première série).

Ces difficultés sont peu détaillées , les quelques réponses évoquent :

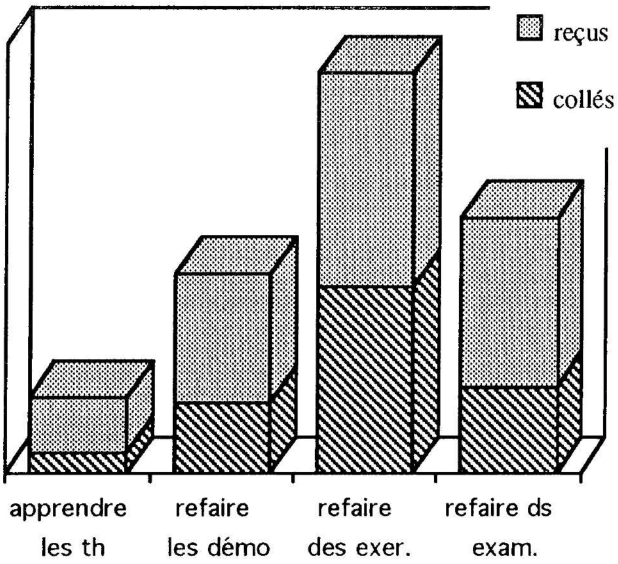
- pédagogie et suivi : 5
- cohérence TD/cours : 5
- surpopulation : 2

Quant au transfert des méthodes de terminales (deuxième série), il est assez faible particulièrement chez les collés.

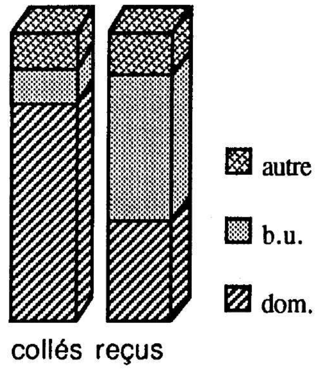
Le passage terminale —> supérieur semble nettement vécu comme une rupture.

3. MÉTHODES DE TRAVAIL POUR LES REÇUS OU COLLÉS EN PREMIÈRE PÉRIODE :

• Votre travail personnel consiste en :



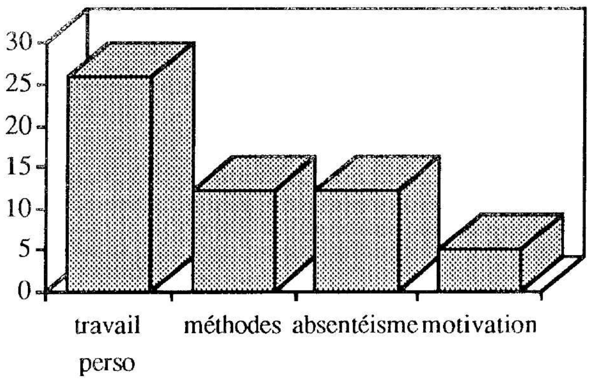
• Occupation lors d'un "trou" dans l'emploi du temps :

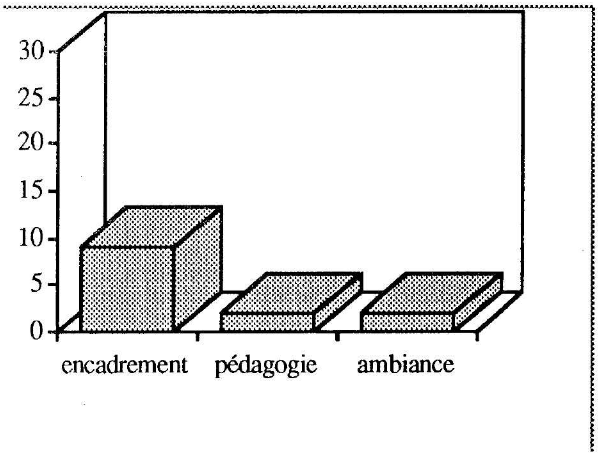


Chez les collés, on avoue des travaux plus restreints en quantité et en variété, l'essentiel étant pour eux de «refaire des exo».

A la plus grande variété et quantité des travaux chez les reçus, s'ajoute une utilisation notablement plus forte de la bibliothèque universitaire.

4. RÉUSSITE OU ÉCHEC, LES RAISONS AVOUÉES





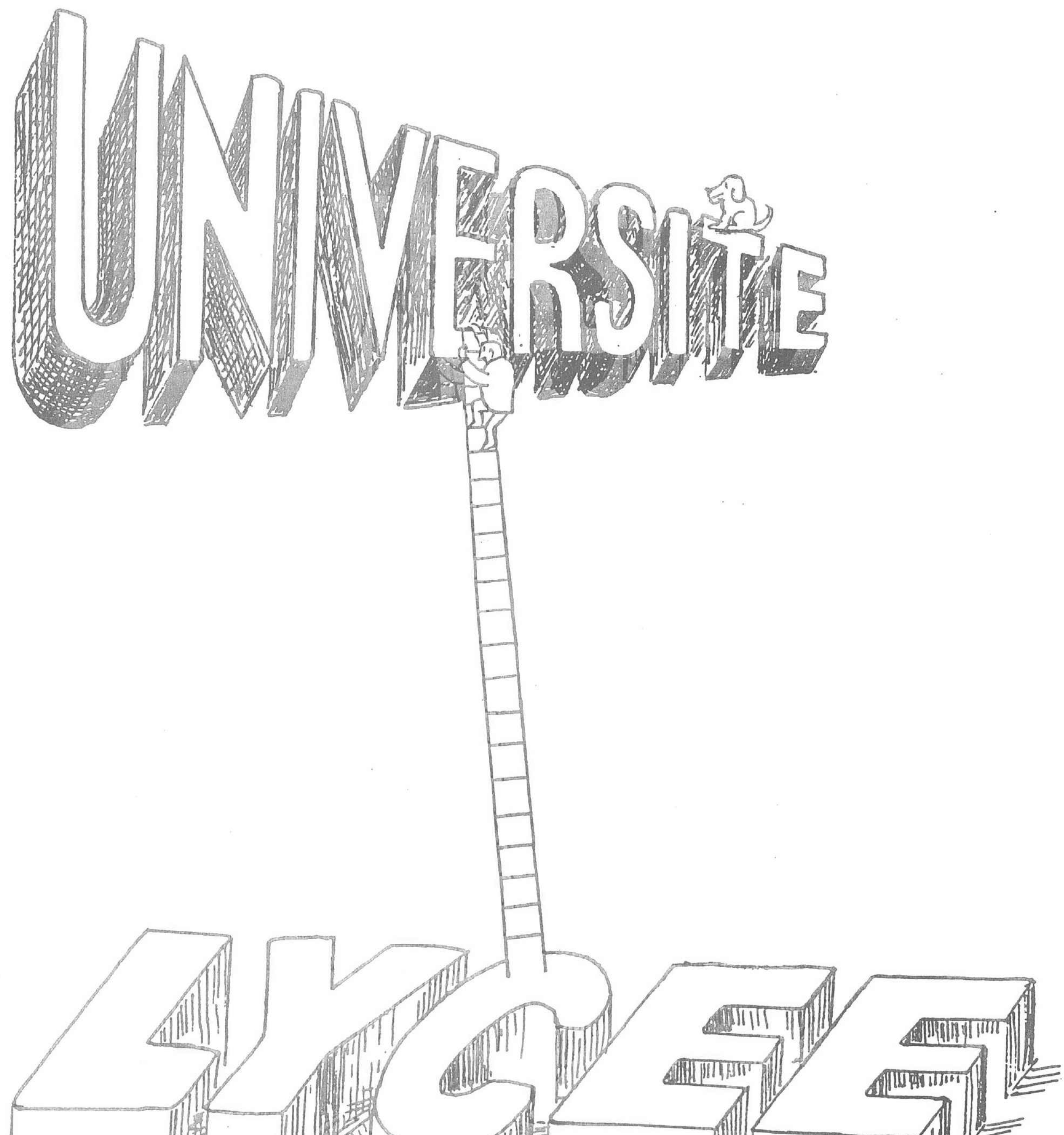
Les facteurs critiques cités de façon significative (>1) sont regroupées en "facteurs personnels" et facteurs structurels".

On notera la forte "culpabilité" exprimée ici : travail, absentéisme ... sont cités 55 fois quand les raisons structurelles ne sont citées que 15 fois.

Il faut cependant poser la possibilité d'un biais culpabilisant introduit par la forme de la question et aussi décoder certains mots (motivation , ambiance ...).

LIAISON LYCÉES / UNIVERSITÉS

I.R.E.M. de Montpellier



REPÈRES BIBLIOGRAPHIQUES

ALLEGRE C., 1995 , L'enseignement des sciences est à repenser, La Recherche vol( ).

AYMES J. , 1997, *Bac : passage ou rupture ?*. Repères IREM n°26. Topiques - Editions[1].

BKOUCHE R., 1992 , L'enseignement scientifique entre l'illusion langagière et l'activisme pédagogique. Repères IREM n°9. Topiques - Editions.

BKOUCHE R., 1995 , L'achèvement de l'enseignement mathématique. Repères IREM n°21. Topiques - Editions.

GROUPE LIAISON LYCEES-DEUG, 1996, *Exercices de DEUG A première année, debut de chapitres* , Ateliers des journées de l'APMEP.

IREM DE STRASBOURG, 1994 , La dérive des continents , La Gazette des Mathématiciens n° 70 , S.M.F.

LEGRAND M. , La crise de l'enseignement, un problème de qualité, Aléas Editeur (LYON).

LEGRAND M. , 1993 , Le débat scientifique en cours de mathématiques, Repère Irem n°10 . Topiques - Editions.

LEGRAND M. , 1995 , Mathématiques, mythe ou réalité : un point de vue éthique sur l'enseignement des mathématiques, Repère Irem n°20 & 21. Topiques - Editions.

NIMIER J., 1976, *Mathématique et affectivité*, Collection Laurence Pernoud, Stock.

POINCARE H. , 1889 , La logique et l'intuition dans la science mathématique et dans l'enseignement , oeuvres complètes (Tome 6).

ROGALSKI M. , 1994, *L'enseignement de l'algèbre linéaire en première année de DEUG A*, La Gazette des Mathématiciens n° 60 , S.M.F.

ROGALSKI M. , 1996, Le nouveau public étudiant en sciences : quels choix stratégiques ?, La Gazette des Mathématiciens n° 69 , S.M.F.

TOURAINE A. , 1996, Comment les universitaires peuvent-ils réduire l'échec dans les premiers cycles ? , La Gazette des Mathématiciens n° 70 , S.M.F.

TROUCHE L. , 1996 , Masques, Repère Irem n°24. Topiques - Editions.

---

[1] Également : 1996, La Gazette des Mathématiciens n° 70 , S.M.F.

TITRE

"Liaison Lycée Université"

AUTEURS

Noël BASCOU, Freddy BONAFÉ, Dominique CUER, Christian FAURE, Mireille PIERROT, ChistianeTISSERON, Françoise KIEFFER.

ÉDITEUR

IREM de Montpellier

MOTS CLÉS

Nouveau lycée - Nouveau DEUG - Élèves - Étudiants - Programmes et pratiques.

RÉSUMÉ

Comment nos élèves bacheliers ou nos étudiants se repèrent-ils, s'adaptent-ils à l'université ?
Ce document propose quelques éléments d'explication concernant :

- l'organisation des études,
- les programmes et les pratiques,
- le contenu des concepts mathématiques

à la charnière du lycée et de l'université.

NOMBRE DE PAGES

55 pages

N° ISBN