INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Université Montpellier II

Place Eugène Bataillon
cc 040
34095 MONTPELLIER Cedex 05
Tél : 04.67.14.33.83 - 04.67.14.33.84
Fax : 04.67.14.39.09
e.mail : irem@math.univ-montp2.fr

Activités pour la classe de sixième : Nombres décimaux Aires et périmètres

Groupe Nouveaux programmes de Collège
IREM- IPR

- 1996 -

Les auteurs.

Ce document a été conçu et rédigé durant l'année scolaire 1995-96 par un groupe de réflexion mis en place dans l'Académie de Montpellier à l'initiative de l'IREM et des Inspecteurs Pédagogiques Régionaux avec le soutien de la MAFPEN.

Les différentes activités ont été proposées et décrites par :
Marie Claire COMBES, professeur au collège "François Villon" à Saint Gély du Fesc,
Liliane DRAY, professeur au collège privé "La Providence" à Montpellier,
Pierrette FERRIÈRE, professeur au collège "Jeu de Mail" à Montpellier,
Martine LEWILLION, professeur au collège "Pic Saint Loup" à Saint Clément de Rivière,
Mireille SAUTER, professeur au collège "Philippe Lamour" à La Grande Motte.
avec la collaboration de **Daniel BOUTTÉ** et **Thierry MURGIER** IPR-IA de mathématiques dans l'Académie.

SOMMAIRE

II - AIRES ET PÉRIMÈTRES

Préface

Le nouveau contrat pour l'école et la rénovation des collèges modifient le statut et le rôle de la classe de sixième : elle était le début d'un cycle d'observation de deux ans, elle devient l'année unique de consolidation des acquis du premier degré, ce qui rend encore plus évidente la nécessité de liaisons fortes entre les collèges et les écoles de leur bassin de recrutement.

La réforme des programmes constitue l'un des instruments de cette rénovation. Les synthèses académiques des contributions critiques, réalisées dans chaque établissement lors de la consultation nationale d'avril 95, ont aidé les groupes techniques disciplinaires à affiner les contenus des programmes qu'ils avaient proposés, dans la continuité des nouveaux programmes de l'école élémentaire, conformément aux recommandations du conseil national des programmes. Leur travail, qui s'appuie également sur les résultats obtenus lors des évaluations réalisées en aval et en amont depuis quelques années, a permis la rédaction de programmes mieux adaptés.

En ce qui concerne les mathématiques, il ne faudrait pas penser que les programmes n'ont pas changé ; certes les grands titres demeurent et certains contenus ou commentaires également, mais les professeurs de sixième auront désormais à travailler sur **le sens de certaines notions**, tâche qui incombait avant, de façon plus ou moins explicite, aux maîtres du premier degré ; il est donc très important que chaque enseignant de sixième puisse mettre l'élève face à des situations qui permettent à celui-ci de construire les connaissances demandées. L'assimilation de celles-ci ne pourra être perçue par l'enseignant qu'à travers des évaluations régulières ; à cet effet il pourra utiliser le fascicule de la Direction de l'Évaluation et de la Prospective du Ministère de l'Education Nationale ([1]) qui reprend des items des évaluations antérieures et a été envoyé en septembre 1994 dans tous les collèges.

Au niveau académique, il nous a paru intéressant d'apporter à nos collègues enseignant en sixième, une aide spécifique en diffusant ce document qui complète les formations qui seront mises en place prochainement. Autour de formateurs IREM, un groupe de travail s'est constitué ; il s'est penché sur les réponses à la consultation nationale des collègues de l'Académie de Montpellier pour, d'une part, expliciter certains points du nouveau programme, et, d'autre part, tenter de répondre aux attentes exprimées. A la suite de cette analyse, deux thèmes - "nombres décimaux" et "aires et périmètres" - ont été retenus ; ils correspondent à des modifications importantes du programme. N'en choisir que deux et les traiter séparément a bien sûr un effet réducteur : il est évident que les différents concepts rencontrés s'enrichissent mutuellement ;

1 "Aide à l'évaluation des élèves en cycle d'observation"

ainsi, comment travailler sur "aires et périmètres" sans utiliser la proportionnalité ou les nombres décimaux ? Ce document ne se veut pas exhaustif et ne prétend pas couvrir la totalité du programme ; c'est en consultant les travaux déjà publiés par d'autres groupes que les collègues pourront trouver des réponses à toutes leurs interrogations.

Nous nous sommes efforcés de présenter quelques activités retenues pour chacun des thèmes en précisant les objectifs, les compétences ou les savoir faire visés, en donnant un descriptif de la séquence et de son déroulement, en indiquant, en particulier, la durée mesurée par les collègues qui les ont utilisées dans leurs classes.

Pour ne pas alourdir la rédaction, les compétences transversales attendues des élèves et recherchées à travers les différentes activités ne sont pas rappelées à chaque fois, mais les choix effectués répondent au souci exprimé dans ces nouveaux programmes, de développer les capacités d'expérimentation, de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique indispensables à la formation du futur citoyen.

Chaque membre du groupe, fort de son expérience en classe, de ses lectures et de ses recherches, a contribué, de manière efficace, au travail collectif en s'inspirant de sources diverses et en particulier de travaux du groupe Didactique et du groupe Géométrie de l'IREM de Montpellier.

Pour notre part, nous avons pris beaucoup de plaisir à participer à cette réflexion commune que nous prolongerons les années à venir sur les nouveaux programmes des autres classes de collège.

D. BOUTTÉ, T. MURGIER
IPR de mathématiques.

Thème : Nombres décimaux

Présentation du thème

Les résultats enregistrés aux évaluations à l'entrée en sixième permettent d'observer que les rangement des nombres décimaux et les opérations sur ces nombres sont mal maîtrisés par les élèves à la fin de l'école primaire.

Beaucoup d'erreurs telles que :

$$2,3 \times 10 = 20,3 \quad ; \quad 7,8 < 7,25 \quad ; \quad 12,85 + 6,25 = 18,110 \quad ; \quad 3,4 \times 5,2 = 15,8$$

ont pour cause une mauvaise perception des nombres décimaux à travers l'écriture à virgule. La répétition d'exercices techniques permettra peut-être, dans un premier temps, d'obtenir des résultats corrects pour certains calculs mais le progrès ne sera qu'apparent ; *c'est seulement par des activités permettant à l'élève d'approcher la nature et le sens des nombres décimaux et de comprendre la signification de leurs différentes écritures en les reliant entre elles que l'on pourra espérer poser solidement les bases de l'apprentissage des nombres au collège.*

Nous avons fait le choix de faire précéder les premières activités sur les nombres décimaux d'un travail sur les fractions. Ces activités dont certaines sont aussi destinées à des élèves ayant des difficultés, devraient permettre de mieux aborder les propriétés suivantes qui posent souvent problème au niveau de l'apprentissage des opérations et de l'ordre sur les décimaux.

1) Les nombres décimaux sont de nouveaux nombres et pas simplement un recollement de deux nombres entiers. Le codage ne devrait être introduit qu'après avoir montré la nécessité de nouveaux nombres ; plusieurs codages peuvent être donnés et utilisés pour un même décimal ($\frac{6}{5}$; $\frac{12}{10}$; 1,2 ; 1,20 ...) ; même lorsque les élèves ont une connaissance apparente de ces codages il est parfois utile de revenir de temps à autre à leur sens.

2) Ranger des nombres décimaux demande de bien comprendre la signification de la partie décimale des nombres en revenant aux dixièmes, centièmes... de l'unité. Les exercices proposés, s'ils ne sont pas assez variés, sont souvent résolus par les élèves en faisant appel à des règles non universelles.

3) La multiplication des décimaux n'a pas toujours le même sens que celle des entiers qui n'est qu'une addition itérée ce qui explique certaines idées fausses qui parfois perdurent, ainsi "multiplier a pour effet d'accroître..."

4) Entre deux décimaux on peut toujours en intercaler un autre. Ici le support géométrique de la droite graduée et le partage de segments en parties de longueurs égales sont importants.

5) Les décimaux servent à approcher d'autres nombres par l'algorithme de la division (avec l'idée d'étapes successives). Certaines divisions s'arrêtent, d'autres ne s'arrêtent pas, et un usage réfléchi de la calculatrice peut être ici intéressant.

6) Les décimaux sont des outils pour les mesures et beaucoup d'activités proposées s'appuient sur des mesures de longueurs et d'aires. L'élève devra cependant être rapidement capable de s'affranchir de référence à une mesure et à des unités lorsqu'il sera amené à travailler sur les nombres décimaux.

Certaines de ces propriétés ont été abordées à l'école primaire, mais, l'évaluation à l'entrée en sixième le prouve, elles sont souvent mal assimilées et restent sources d'erreurs fréquentes, d'autres, comme la multiplication des nombres décimaux, sont nouvelles en sixième.

En tout état de cause, il conviendra de s'en tenir aux strictes limites imposées par les commentaires du programme et de proposer des exercices et activités qui, tout en étant suffisamment riches pour permettre une bonne compréhension des notions, ne requièrent aucune virtuosité technique, virtuosité rendue aujourd'hui inutile par l'usage des calculatrices auquel les élèves ont déjà été familiarisés à l'école primaire.

1 - AIRES ET FRACTIONS

Séance n°1

SITUATION DE L'ACTIVITÉ

Ce n'est pas en classe de $6^{ème}$ que les fractions sont introduites, elles ont déjà été utilisées en CM_1 et en CM_2.

Les élèves ont également des acquis sur la notion d'aire, ils ont réalisé des découpages "en parts égales" de surfaces, en surfaces superposables ou non superposables.

De plus, les élèves ont travaillé sur des situations de partage équitable lors d'activités sur la division de deux nombres entiers.

OBJECTIFS

- Amener l'élève à utiliser une fraction pour désigner une mesure de grandeur, présenter (ou consolider) le vocabulaire associé à la notion de fraction.
- Montrer que ce codage n'est réalisable que dans une situation de partage équitable.
- **Faire apparaître différentes écritures fractionnaires pour désigner la même mesure de grandeur et introduire l'égalité de fractions.**

ORGANISATION DE L'ACTIVITÉ

* Matériel : feuille de papier dessin blanc, instruments (règle, compas, équerre, rapporteur), photocopies (d'exercices), ciseaux, tube de colle.

* Durée : une heure.

* Déroulement de cette séance :

A) Phase manipulatoire

La consigne donnée à la classe est la suivante :

- 1 - *Construis un disque en papier (R = 3 cm), partage le en "huit parts égales" matérialise les bords de chaque part, puis colle le sur ton cahier (on appellera ce disque, disque n°1)*

Manipulation individuelle ; échange sur les procédés de partages réalisés ; synthèse collective et introduction de l'expression "un huitième" (qui représente chaque part du disque) qui s'écrira : $\frac{1}{8}$, qui pourra se lire "un sur huit" et qu'on appellera fraction. ; observation et remarque sur le nombre des huitièmes : $8 \times \frac{1}{8} = \frac{8}{8} = 1$ (disque entier).

- 2 - *Même consigne avec cette fois un partage en "six parts égales" (on l'appellera disque n°2).*

Même gestion de la classe, sauf pour la phase de réalisation du partage, où l'on doit s'attendre à davantage d'hésitations, de tâtonnement, à quelques essais de calculs (longueur du cercle et division par 6 – corde ou arc ? / Aire du disque et division par 6 ; qu'en faire ? / Mesure d'angle et division de 360° par 6 – usage du rapporteur).

Vocabulaire et remarque : $6 \times \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$ (disque entier).

- 3 - *Colorie en rouge les $\frac{3}{8}$ du disque n°1, puis en bleu les $\frac{2}{8}$ de ce disque n° 1.*

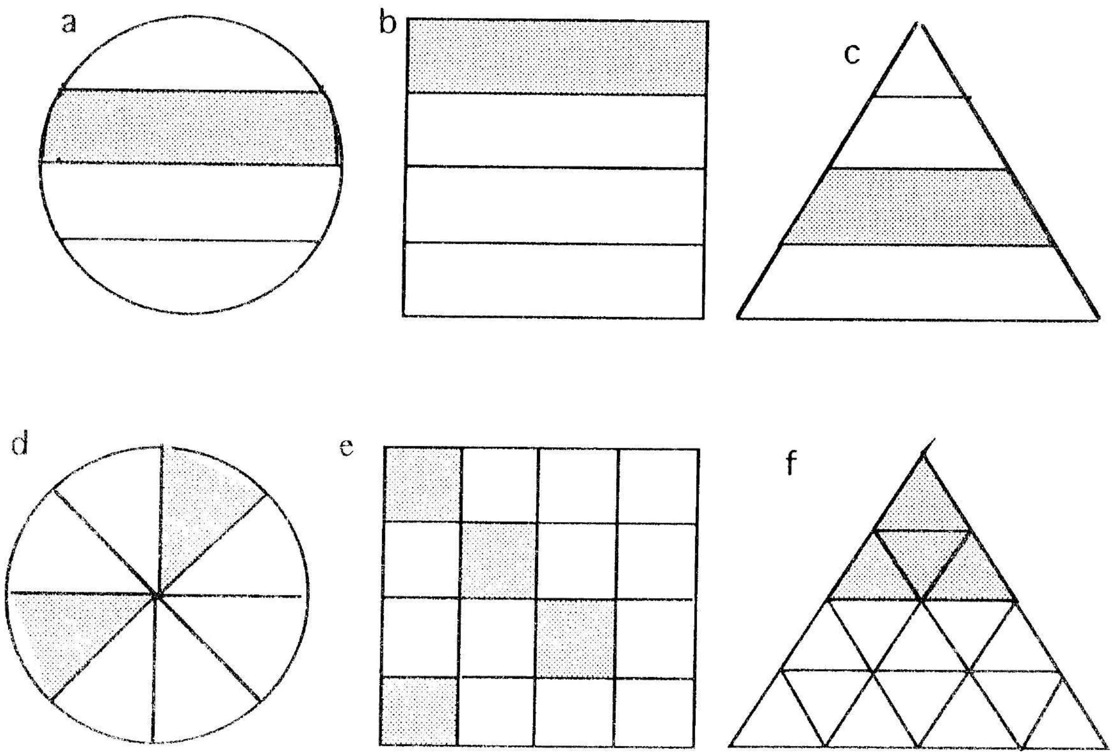
- Hachure au crayon les $\frac{3}{6}$ du disque n° 2.

Même gestion de la classe, sauf pour la mise en commun des résultats, où les fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ peuvent apparaître dans les discussions, selon que les élèves colorient (ou hachurent) des parts adjacentes ou des parts séparées, d'où introduction éventuelle de l'égalité de fractions.

Égalités possibles : $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$; $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

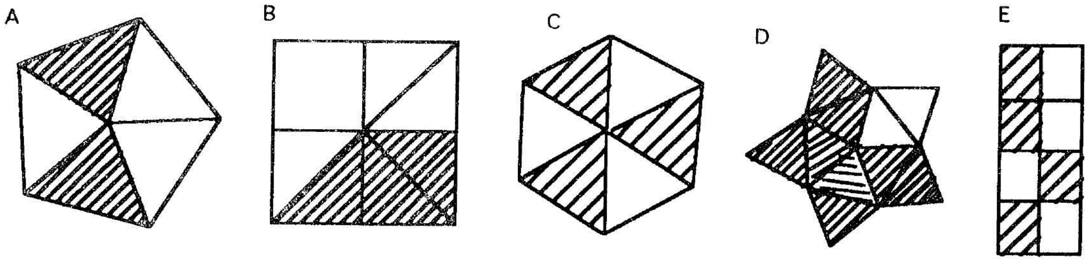
B) Recherche d'exercices (d'après l'idée de DELORD et VINRICH)

- 1 - Quels sont les dessins pour lesquels on a colorié le quart de la surface ?
- Quels sont les dessins où l'on voit plus facilement, que l'on a colorié le quart ?



Recherche individuelle ; correction collective orale.

Synthèse : les réponses "oui" vont-elles correspondre à un partage en quatre parts égales ?

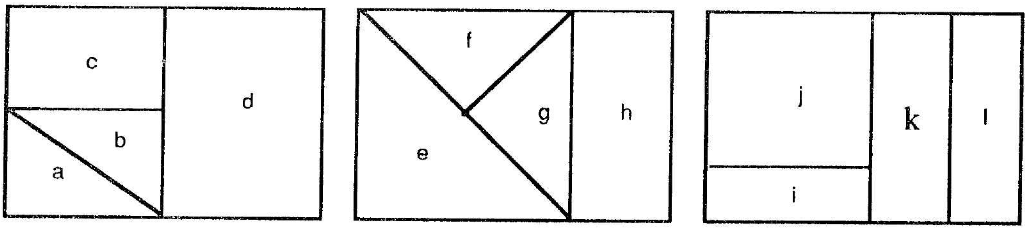


Pour chaque figure, écris la fraction de la figure représentée par la partie coloriée (écriture en lettres et écriture en chiffres).

Même gestion de la classe que pour l'exercice précédent.
Des égalités de fractions peuvent apparaître :

$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ou $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ (le "transport" de parts séparées pour en faire des parts adjacentes peut être un argument utilisé par les élèves pour justifier ces égalités).

C) Exercice à faire à la maison (correction en début de séance suivante)



Pour chaque figure, indique quelle fraction du rectangle représente chaque pièce.

(plutôt qu'un codage des figures nécessairement lourd, des consignes orales permettent de préciser les dimensions relatives de chacun des segments).

Procédures éventuelles de résolution :

- Quadrillage des rectangles (24 carreaux) et dénombrement.
- Pavages des rectangles, en carrés, en rectangles, en triangles rectangles, et procédé de comptage.
- Mesurage des côtés et réflexions diverses (demi, tiers, quart...).

MODIFICATIONS ÉVENTUELLES DE CETTE PREMIÈRE SÉANCE

- Utiliser des surfaces polygonales à la place des disques pour faciliter (ou uniformiser) les procédés de partage.

- Prendre un papier quadrillé (ou pointé) pour opérer par comptage à l'aide d'une unité choisie (report d'unité).

Séance n°2

Certains exercices de cette séance s'inspirent d'une expérimentation de l'IREM de Grenoble sur le thème du "nombre décimal en classe de 6ème" [11].

SITUATION DE L'ACTIVITÉ

Ce travail fait suite à des activités de partages équitables de grandeurs.
La notion de fraction de grandeur a été introduite et utilisée.
Certaines égalités de fractions ont pu apparaître dans des solutions proposées par les élèves.

OBJECTIFS

- Consolider la notion de fraction.
- Reconnaître dans des cas simples des égalités de fractions.
- Savoir décomposer une fraction comme somme d'un nombre entier et d'une fraction (inférieure à l'unité).

ORGANISATION DE L'ACTIVITÉ

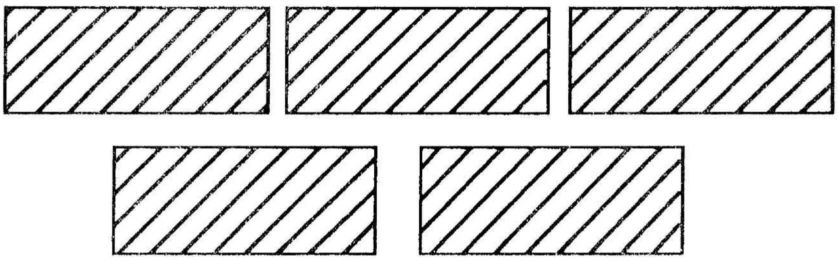
* Matériel : cahier de l'élève, exercices photocopiés, ciseaux, colle.

* Durée : une heure.

* Déroulement de cette séance :

A) **Correction de l'exercice donné à la fin de la séance précédente** et qui devait être cherché à la maison (trois rectangles partagés en différentes pièces). Voir descriptif dans la séance n°1.

B) **Le professeur présente un problème à la classe**, en commentant un schéma fait au tableau (voir ci-dessous) :



• Il s'agit de cinq rectangles de mêmes dimensions, représentant cinq tartes identiques. Reproduis ces rectangles sur ton cahier et résous le problème suivant :

Quatre amis doivent partager équitablement entre eux ces cinq tartes

• Effectue le partage et écris la part de chacun

• Si tu trouves différents partages possibles, donne l'écriture mathématique correspondant à chaque procédure.

Gestion de la classe :

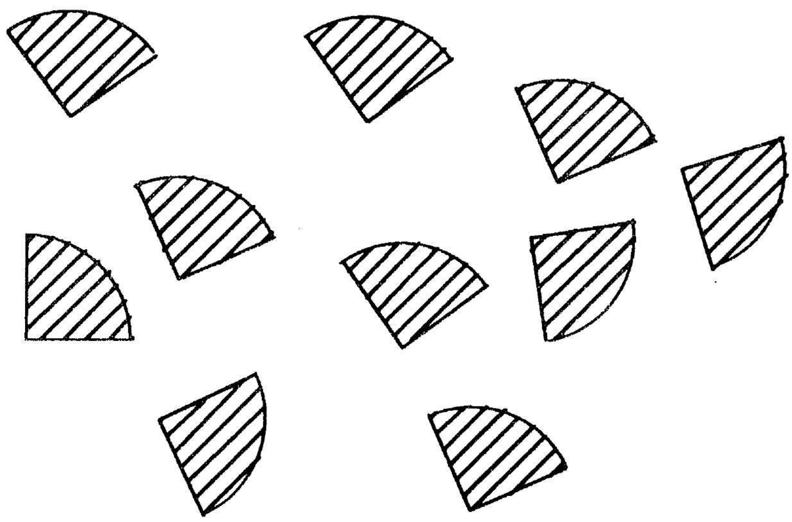
Recherche par groupes de deux, pendant une dizaine de minutes, suivi d'une correction collective faite au tableau par plusieurs élèves proposant leurs solutions. On peut s'attendre à des écritures diverses selon la procédure utilisée :

$$5 \text{ x } \frac{1}{4} = \frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \dots$$

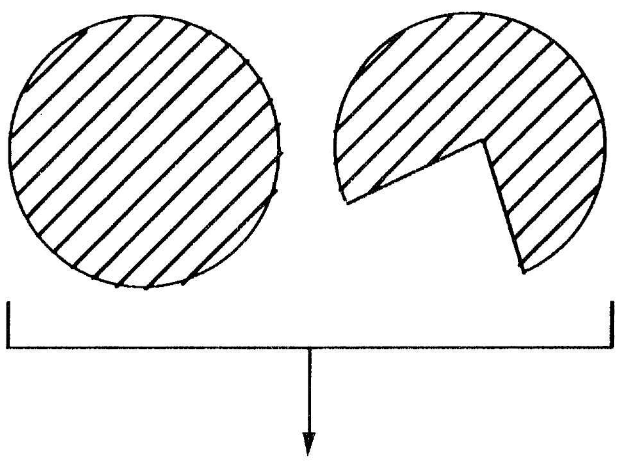
C) Recherche d'exercices

1 - Présentation d'un exercice résolu (rôle de l'exemple)

Le disque étant choisi comme unité d'aire, voici des quarts de disque, prends en SEPT :



Dispose-les ainsi pour constituer UN disque et TROIS QUARTS de disque :



SEPT QUARTS s'écrit $\frac{7}{4}$

$\frac{7}{4}$ peut aussi s'écrire $\frac{4}{4} + \frac{3}{4}$

$\frac{7}{4}$ peut aussi s'écrire $1 + \frac{3}{4}$

Ceci montre que $\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}$

2 - Exercices à chercher

a) *Combien de disques peut-on faire avec treize quarts de disque ?*
Combien de quarts de disque reste-t-il ?

Le disque étant choisi comme unité d'aire, complète :

$\frac{13}{4} = ... + \frac{}{}$

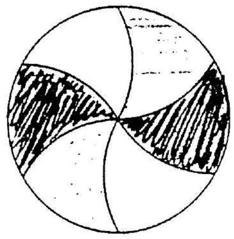
b) *Complète les égalités suivantes (utilise des disques si cela t'est nécessaire) :*

$\frac{5}{4} =$	$\frac{10}{4} =$
$\frac{8}{4} =$	$\frac{4}{4} =$
$\frac{0}{4} =$	$\frac{15}{4} =$

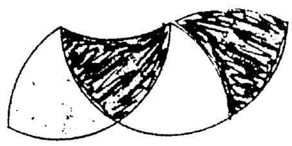
Travail individuel et réponses sur cahier (où a été collé l'exercice). Correction au tableau par plusieurs élèves.

D - Exercice à faire à la maison (commencé en classe par les élèves les plus rapides, à partir d'une photocopie distribuée à chacun).

- Ce disque a été partagé en six parts égales. Chaque part est un sixième du disque.
Reproduis cette figure sur ton cahier.



- Avec quatre parts on peut construire une figure comme celle-là :



- Construis des figures dont la mesure de l'aire sera égale à $\frac{3}{6}$ puis à $\frac{10}{6}$ de l'aire du disque .

MODIFICATIONS POSSIBLES DE CETTE DEUXIÈME SÉANCE

• Ces activités sur les fractions de grandeurs, manipulant surfaces et mesures d'aires, peuvent être conduites à partir de segments et de mesures de longueur.

2 - APPROCHES DE L'ÉCRITURE DÉCIMALE

PRÉSENTATION

Cette séquence est la première qui peut se mettre en place sur ce thème en classe de $6^{ème}$. Certaines parties s'adressent particulièrement à des élèves en difficulté qui n'ont pas compris ce qu'était l'écriture à virgule d'un nombre décimal.

Par contre, il faut absolument qu'ils sachent, d'une part ce que représente une unité de longueur, et qu'ils l'aient utilisée pour trouver une mesure entière de la longueur d'un segment et, d'autre part, qu'ils aient eu un premier contact avec la distinction entre chiffre et nombre.

Néanmoins, certaines de ces activités peuvent être utilisées et même conseillées dans des classes de tout niveau.

De petits commentaires sur le déroulement sont insérés dans ce document sans que ceux-ci résument tout le travail réalisé en classe.

Remarque préliminaire :

Certaines feuilles d'exercices ne comportent le plus souvent qu'un seul exercice : il s'agit simplement de les remettre à l'élève séparément car il ne doit les chercher qu'après résolution et correction en classe du précédent.

OBJECTIFS

- Savoir ce que désigne le codage en écriture à virgule d'un nombre décimal.
- **Comprendre l'écriture du nombre décimal,** connaître des propriétés liées à cette écriture et élaborer les règles de comparaison de deux décimaux et d'addition de deux nombres décimaux, propres à l'écriture à virgule.

ORGANISATION DE L'ACTIVITÉ

La séquence globale a duré douze heures environ. Il s'agit d'un travail en profondeur qui vise la destabilisation des conceptions (fausses) de l'élève sur l'écriture à virgule d'un nombre décimal et la reconstruction de connaissances correctes par l'élève sur ce sujet.

La séquence est découpée en six parties dont l'ordre ne peut être inversé.

*

* *

Chacune des deux premières parties comprend :

La phase 1 qui concerne le passage d'un nombre représenté par un dessin au nombre en langage naturel.
La phase 2 qui concerne le passage du nombre en langage naturel au codage de ce nombre en écriture simplifiée.

Partie A

Phase 1 :
Oralement en classe entière :

Dans notre classe, nous allons inventer une nouvelle écriture des nombres qui sera notre secret ; pour cela, je vous propose l'unité de longueur suivante. Observez-la.

Unité de longueur

En combien de grandes parts cette unité de longueur est-elle partagée ?
Combien y-a-t-il de grandes parts en tout dans cette unité de longueur ? Comment appelle-t-on chacune de ces grandes parts ?

Et chacune de ces grandes parts, en combien de petites parts est-elle partagée ?
Combien y-a-t-il de petites parts en tout dans une grande part ? dans l'unité de longueur ?
Comment s'appelle chacune de ces petites parts ?
Et chacune de ces petites parts, en combien de toutes petites parts est-elle partagée ?
Combien y-a-t-il de toutes petites parts en tout dans une petite part ? dans une grande part ? dans l'unité de longueur ? Comment s'appelle chacune de ces toutes petites parts ?

Et si j'ai une loupe et des instruments précis, à ton avis, comment vais-je continuer ? ..Mêmes questions...

Et si je dispose d'un microscope ?...Mêmes questions...

Commentaire :

Les élèves sont alors invités à coller une telle unité de longueur sur leur cahier et à repasser en rouge, un quart de l'unité de longueur, en vert, un seizième de l'unité de longueur, en bleu, un soixante-quatrième de l'unité de longueur et à écrire d'une part la légende, et d'autre part :
Avec 4 quarts de l'unité mis bout à bout, on obtient l'unité de longueur.
Avec 4 x 4, c'est-à-dire 16 seizièmes d'unité, on obtient l'unité de longueur ou 4 quarts d'unité.
Avec 4 x 4 x 4, c'est-à-dire 64 soixante-quatrièmes d'unité on obtient l'unité de longueur ou 16 seizièmes d'unité ou 4 quarts de l'unité.

Feuille d'exercices n°1 distribuée aux élèves :

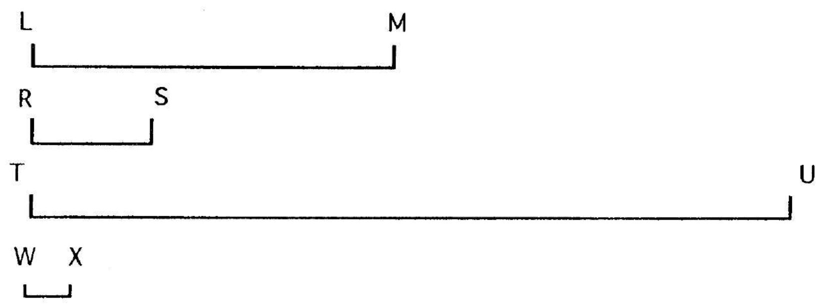
Il s'agit d'exercices faits individuellement suivis chacun d'une discussion accompagnée d'une correction explicative écrite.

Pour ces deux exercices, voici l'unité de longueur. Observe-la. (En donner également une par élève découpée dans du papier calque ou de la feuille transparente pour rétro-projecteur).

Unité de longueur

Exercice 1 :

Mesure avec cette graduation *la longueur du segment [LM]suivant.*
la longueur du segment [RS]suivant.
la longueur du segment [TU]suivant.
la longueur du segment [WX] suivant.



Commentaire :

Les longueurs des premier et second segments favorisent l'apparition de plusieurs solutions correctes ; ce qui permettra de mettre déjà en place des multiples manières de désigner un nombre : par exemple pour le second : soit huit soixante-quatrièmes d'unité de longueur, soit deux seizièmes d'unités de longueur, soit 0 unité de longueur et huit soixante-quatrièmes d'unité de longueur, soit 0 unité de longueur et deux seizièmes d'unités de longueur.

Le troisième segment comporte tous les éléments qui vont permettre une lecture de la longueur en langue naturelle et comportant toutes les subdivisions précédemment définies. Elle semble orienter évidemment vers la production d'une seule réponse mais le travail sur les deux exemples précédents permet l'apparition de nombreuses réponses. L'accent est alors mis sur la multiplicité des réponses correctes malgré l'apparente unicité de la réponse auquel conduit le dessin.

Le quatrième segment est choisi de telle manière qu'il y ait 0 unité, 0 quart d'unité, 0 seizième d'unité et 3 soixante-quatrièmes d'unité ou 3 soixante-quatrièmes d'unité etc....

Exercice 2 :

La graduation que tu possèdes peut-elle te servir à mesurer le segment suivant ?
Si oui, fais-le et donne sa mesure.
Si non, viens chercher ce qu'il te manque à mon bureau puis donne sa mesure. (Au bureau, on a préparé une règle graduée à l'aide de la même unité de longueur).

Commentaire :

Le procédé dépend de l'élève, les deux conviennent bien entendu pour répondre à la question posée selon que l'élève choisit le mesurage ou le repérage. Aucun de ces exercices n'a pour objectif principal le nombre (repérage) plutôt que le nombre qui mesure une grandeur (mesurage) : le choix en est donc laissé à l'élève.

Chaque réponse se fait en utilisant les groupes de mots : unité de longueur, un quart de l'unité de longueur etc..., aucun codage n'est utilisé, seule la langue naturelle permet de répondre aux questions.

Bilan en classe de ces deux activités.

Commentaire :

Les élèves sont au point où il faut poser la question suivante car ils souffrent beaucoup d'écrire toutes ces phrases qui sont malgré tout indispensables à la compréhension.

Phase 2 :

Oralement : *C'est long d'écrire toutes ces mesures avec des phrases. Comment est-ce qu'on pourrait écrire ces nombres juste avec des chiffres et aucun mot ?*

Cette phase est extrêmement importante et il ne faudrait surtout pas la supprimer en pensant gagner du temps. On note toutes leurs idées, des élèves en difficulté en ont beaucoup, on en discute simplement pour voir si ces choix sont pertinents mais sans entériner aucune des écritures proposées. Ils pensent souvent à des abréviations du type : 3u4q5se6so d'unités pour 3 unités 4 quarts d'unité 5 seizièmes d'unité 6 soixante-quatrièmes d'unité ou 3456 so et à 9q pour 9 quarts d'unité de longueur.

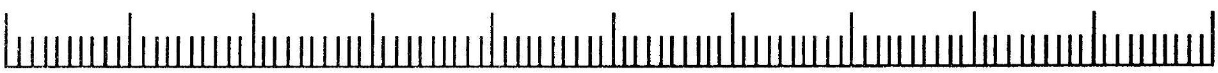
Mais dans ces écritures demeurent toujours des éléments en relation avec le sens des écritures des nombres et c'est ce qui explique peut-être les difficultés liées à l'écriture décimale où tout sens a complètement disparu pour l'élève.

*
* *

Partie B

Phase 1 :

Oralement en classe entière : *Je vous propose l'unité de longueur suivante. Observez-la...*



unité de longueur

En combien de grandes parts cette unité de longueur est-elle partagée ?
Combien y-a-t-il de grandes parts en tout dans cette unité de longueur ? Comment appelle-t-on chacune de ces grandes parts ?

Et chacune de ces grandes parts, en combien de petites parts est-elle partagée ?
Combien y-a-t-il de petites parts en tout dans une grande part ? dans l'unité de longueur ?
Comment s'appelle chacune de ces petites parts ?

Et si j'ai une loupe et des instruments précis, à ton avis, comment vais-je continuer ? ..Mêmes questions...

Et si je dispose d'un microscope ?...Mêmes questions...

Commentaire :

Les élèves sont alors invités à coller une telle unité de longueur sur leur cahier et à repasser en rouge un dixième de l'unité de longueur ; en vert un centième de l'unité de longueur.

«Avec 10 dixièmes d'unité mis bout à bout, on obtient l'unité de longueur.
Avec 10 x 10, c'est-à-dire 100 centièmes d'unité, on obtient l'unité de longueur ou 10 dixièmes d'unité ».

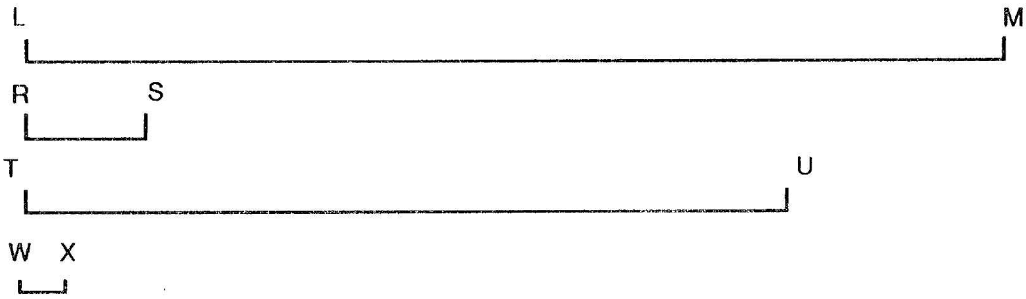
Feuille d'exercices n°2 distribuée aux élèves :

Il s'agit d'exercices faits individuellement suivis chacun d'une discussion accompagnée d'une correction explicative écrite.

Pour ces deux exercices, voici l'unité de longueur. Observe-la. (En donner également une par élève découpée dans du papier calque ou de la feuille transparente pour rétro-projecteur).

Exercice 1 :

Mesure avec cette graduation la longueur du segment [LM]suivant.
la longueur du segment [RS]suivant.
la longueur du segment [TU]suivant.
la longueur du segment [WX] suivant.



Commentaire :

On peut reprendre exactement les mêmes segments que dans la partie A mais en changeant l'unité de longueur et ses subdivisions, ce qui permet en même temps de constater que les longueurs demeurent mais que les mesures dépendent de l'unité choisie. Les discussions doivent toujours suivre chacun des exercices.

Exercice 2 :

La graduation que tu possèdes peut-elle te servir à mesurer le segment suivant ?
Si oui, fais-le et donne sa mesure.
Si non, viens chercher ce qu'il te manque à mon bureau puis donne sa mesure.

Commentaire :

Certains ont trouvé plus pratique ici d'utiliser une règle graduée réalisée pour ces activités et laissée sur le bureau, ils utilisent donc le nombre (repérage) plutôt que le nombre qui mesure une grandeur (mesurage).

Chaque réponse se fait en utilisant les groupes de mots : unité de longueur, un dixième de l'unité de longueur etc...., aucun codage n'est utilisé, seule la langue naturelle permet de répondre aux questions.

Bilan en classe de ces deux activités.

Phase 2 :

Oralement : *C'est long d'écrire toutes ces mesures avec des phrases. Comment est-ce qu'on pourrait écrire ces nombres juste avec des chiffres et aucun mot ?*

Cette phase est toujours extrêmement importante puisque ces élèves ont été choisis parce qu'ils n'avaient pas compris l'écriture décimale. On note toutes leurs idées au tableau, on en discute pour voir si leurs choix tiennent compte de tous les éléments qui interviennent dans ces nombres.

On discute de leurs idées, et puis à partir de leurs écritures, on leur montre que, par exemple pour 5u3d4c5m l'ordre importe peu mais qu'il reste encore des signes, des initiales. Comme on en veut le moins possible, il faut faire un choix et ce n'est pas celui réalisé par les mathématiciens.

Il est alors nécessaire de mettre en relation les écritures inventées par les élèves avec l'écriture mathématique et donc d'expliquer toute l'écriture d'un décimal, tout ce qui est implicite : la partie avant la virgule qui indique le nombre d'unités de longueur dans le segment choisi, la position relative des chiffres...

Il est extrêmement important à ce stade de recommencer une discussion sur combien y-a-t-il de dixièmes dans un nombre donné etc... et d'insister sur le fait que lorsqu'on affirme «le premier chiffre après la virgule est le chiffre des dixièmes», ce n'est pas le nombre de dixièmes contenus dans le nombre. Mais ce premier chiffre après la virgule représente en tant que nombre :

- le nombre maximum de dixièmes d'unité de longueur en plus de ceux contenus dans les unités de la partie entière
- ce nombre est donc inférieur à 10, etc...

Et de prolonger le débat avec le nombre de centièmes, le chiffre des centièmes etc...
C'est au moment du codage d'un décimal en écriture à virgule que ces notions doivent être abordées. Plus tard, l'élève se sera fait de nouveau des idées fausses sur ce sujet et il sera très difficile pour nous d'y remédier.

On demandera également d'écrire en écriture à virgule des nombres inférieurs à 1 comme 5 centièmes par exemple, ce qui malgré ce qui vient d'être fait sera une difficulté et permettra d'orienter la discussion sur les réflexions suivantes. C'est bien la place du chiffre, qui va donner l'indication sur ce qu'il représente : unité, dixième, centième etc. .....et donc, si on n'a que 5 centièmes et qu'on écrit 5 cette écriture ne représentera pas ce qu'on veut, d'où la nécessité de produire obligatoirement des zéros pour les places inoccupées alors que la lecture de ce nombre ne l'indique pas.

Une discussion identique à celle de la fin de l'exercice 1 de la partie A s'est déroulée.
On pourra alors écrire, dans le bilan sur le cahier, en soulignant pour le deuxième exemple les écritures les plus courantes :

Les écritures suivantes 3,456 et $3+\frac{4}{10}+\frac{5}{100}+\frac{6}{1000}$ et $\frac{34}{10}+\frac{56}{1000}$ et $\frac{3456}{1000}$ et $3+\frac{456}{1000}$ représentent le même nombre décimal ainsi que le nombre qui mesure le segment donné avec des mots :
3 unités et 4 dixièmes d'unité et 5 centièmes d'unité et 6 millièmes d'unité et on peut donc utiliser le signe « = »

Les écritures suivantes 0,03 et $0+\frac{0}{10}+\frac{3}{100}$ et $\frac{0}{10}+\frac{3}{100}$ et $\frac{3}{100}$ et $0+\frac{3}{100}$ représentent le même nombre décimal ainsi que le nombre qui mesure le segment donné avec des mots par exemple :
3 centièmes d'unité et on peut donc utiliser le signe « = » :
$$0{,}03=0+\frac{0}{10}+\frac{3}{100}=\frac{0}{10}+\frac{3}{100}=\frac{3}{100}=0+\frac{3}{100}.$$

Remarque : Les écritures 4/10 ; 5/100 etc ne désigent pas des quotients mais des codages de nombres.

*
* *

Partie C

Il s'agit ici de travailler sur une erreur fréquente : la confusion des positions relatives des chiffres des dizaines et des dixièmes, des centaines et des centièmes ... induite par l'idée d'une symétrie par rapport à la virgule.

On distribue la feuille n°3 suivante (recherche individuelle) :

Deux élèves sortent de la classe en discutant :
Firmin affirme : «Finalement l'écriture d'un nombre décimal, avec une virgule, est symétrique par rapport à la virgule puisque le premier chiffre juste après la virgule est le chiffre des dixièmes et que celui juste avant est le chiffre des dizaines».
Wilfried, lui, n'est pas d'accord : «Le chiffre placé juste avant la virgule et le chiffre placé juste après n'ont aucun lien entre eux. Un nombre, c'est symétrique par rapport au groupe "-unité, virgule-". Tu vas voir : dessine "2,1" et tu verras bien».

Et toi, qu'en penses-tu ? Qui a raison ?

Commentaire :

L'intérêt d'utiliser, dans un exercice, un dialogue entre deux enfants d'une même classe ou de deux classes différentes réside dans la possibilité d'écrire dans un langage non mathématique et donc plus facile d'accès des éléments qui seraient très difficiles à rédiger sous une forme rigoureuse.

Le thème de cet exercice peut paraître surprenant : donner à l'élève une erreur à critiquer. Mais n'est-ce -pas en critiquant, en étant capable de trouver une erreur et de l'expliquer qu'on éprouve la robustesse, la stabilité de ses propres connaissances ? Quant aux élèves qui vont croire en ce qu'affirme Firmin (et ils sont très nombreux d'après les évaluations 6ème antérieures), ce sont des élèves qui tôt ou tard auraient fait cette erreur, mais à des moments différents et donc sans que nous enseignants ayons pu préparer une séance de remédiation. En effet, ce jour-là, elle n'aurait concerné que deux ou trois élèves et on aurait choisi seulement de corriger l'exercice en question. Par contre là, les autres élèves et le professeur vont trouver des arguments pour convaincre les partisans de Firmin car c'est justement l'objectif de la séance.

Après une discussion - correction, le professeur donnera alors des nombres avec partie entière à plusieurs chiffres et partie décimale à plusieurs chiffres. Il interrogera alors oralement les élèves, après un moment de réflexion pour chacun d'eux, à ce sujet pour favoriser l'observation des propriétés de cette écriture à virgule.

*
* *

Partie D

Les exercices vont permettre de travailler le passage de l'écriture simplifiée au dessin (graduation ou droite graduée au choix de l'élève). Ils sont classiques et non développés ici : ils constituent la feuille n°4 d'exercices mais ont pour but une représentation du nombre décimal ; or, une représentation correcte du nombre, quelqu'elle soit, est indispensable à la compréhension de ce nombre.

Il s'agit donc de donner aux élèves des nombres décimaux en écriture à virgule (3 ou 4 comportant ou non le chiffre 0 dans la partie décimale mais non à la fin de la partie décimale, avec une partie décimale de longueur variable) et les élèves doivent tracer le segment qui a pour mesure de longueur le nombre donné, dans l'unité choisie.

*

*   *

Partie E

Oralement :

Voici deux nombres : 2,3 et 2,14. Un temps de réflexion étant laissé. Qui pense que c'est 2,14 le plus grand ? On vote.

Remarquons que certains élèves, malgré le travail entrepris répondent encore 2,14 : ils n'ont pas encore mis en opposition leurs nouvelles connaissances des nombres décimaux avec leurs anciennes règles fausses et c'est justement l'objet de cette partie.

Chaque élève reçoit alors la feuille n°6 qui suit et travaille individuellement pendant cinq minutes.

Pour tout cet exercice, voici l'unité de longueur choisie. (En donner une par élève découpée dans du papier calque ou transparent ; elle sera réutilisée dans la première activité de la partie E).

unité de longueur

Trace un segment [AB] de longueur 2,3 puis avec la même unité, un segment [CD] de longueur 2,14. A «vue d'oeil», quel est le plus long ? Alors ?

Les élèves vont demander s'ils peuvent utiliser les deux pages du cahier pour tracer ces segments, ce qui leur sera accordé, bien entendu.

Ils sont alors déstabilisés : ils auraient parié tout l'or du monde que leur réponse était juste.

Il est important de passer par cette étape pour qu'ils sentent le besoin de poursuivre l'activité.

Chacun reçoit la feuille n°7 mais le travail se fait en groupe :

Observez chaque segment : qu'est-ce qui fait que le deuxième est plus court que le premier ? Trouvez un moyen pour comparer les nombres 2,3 et 2,14 sans avoir besoin de dessiner à chaque fois les segments correspondants.

Mise en commun et débat.

Chacun reçoit alors la feuille n°8 qui est à rechercher individuellement.

«Pour cet exercice, j'ai changé d'unité de longueur.
L'unité de longueur est tellement grande que j'ai été obligée de la partager en 100 parties égales et je n'ai pu en dessiner qu'une de ces parties. Voici une de ces parties.»

a) Dessine l'unité de longueur choisie. (Évidemment, on ne précise pas où ! Dès que l'un demande de la tracer au tableau parce qu'il ne peut pas le faire sur son cahier, cela va accélérer la recherche pour tous les élèves).

b) Trace un segment de longueur 0,013 unité.
Tu peux utiliser ton cahier dans n'importe quel sens.
Trace un segment de longueur 0,0124 unité.
Tu peux utiliser ton cahier dans n'importe quel sens.
Quel est le plus long des deux ?

c) On dispose de deux segments l'un mesure 0,07 unité, un second mesure 0,048 unités.
Quel est le plus long des deux ?
(Les élèves disposent d'un cahier 24 x 32)

<u>En classe entière : débat</u>

<u>Commentaire</u> :

Dans le b), l'élève va utiliser le dessin pour conclure ; dans le c), c'est impossible, il sera donc obligé de mettre en place les règles vues à l'exercice précédent.

Une activité en classe entière suit :
Une unité de longueur est tracée sur toute la «longueur» du tableau ou en diagonale ! (On peut penser qu'un tableau de salle de classe mesure au minimum 3 m de long) avec un dixième d'unité en rouge, un centième d'unité en vert, un millième d'unité en bleu. S'il s'agit d'un tableau dit «noir», avec une craie taillée à l'aide d'un gros taille-crayon, on y arrive !

Les premières questions visent à l'appropriation de la figure : *Que représente la partie rouge ? Que représente la partie verte ? Que représente la partie bleue ? Combien y-a-t-il de parties bleues donc de millièmes d'unité de longueur dans la partie rouge c'est-à-dire dans le dixième d'unité ? Etc . ....*
Est-ce qu'on aurait pu continuer ainsi ? Etc...

Comparez les nombres 0,9 ; 0,99 ; 0,999 et 1.
Le premier qui va donner un nombre plus grand que 1 avec que des 9, comme on a commencé, aura gagné ? Qui va être le premier ?
Chacun vient tracer le segment qui correspond à sa réponse.
Évidemment, dans la classe, chacun va s'apercevoir qu'on ne parvient pas à trouver ainsi un nombre plus grand que 1. (On ne discutera bien évidemment que du cas où le nombre de 9 est fini !) et on pourra expliquer pourquoi.

Et si on fait suivre 0,9 par zéro, par zéro, zéro etc ..., le nombre change-t-il ?

Et les nombres 0,901 et 0,91 sont-ils égaux ? etc...

Posez de nombreuses questions de ce type.

Le professeur affirme (comme il est demandé dans les nouveaux programmes du collège) que ce que les élèves constatent sur ces nombres fonctionne avec n'importe quel nombre. Les élèves ont à leur charge de formuler la règle. Voici ce qui a été écrit après discussion :
«A chaque fois que dans la partie décimale d'un nombre, le dernier chiffre à droite est zéro, je peux le retirer et j'obtiens une nouvelle écriture du même nombre».

«A chaque fois que dans la partie décimale d'un nombre, le chiffre zéro est suivi d'un chiffre (pas forcément juste après) qui n'est pas zéro, je ne peux pas le retirer. Si je le retire j'obtiens un nombre qui n'est pas égal au nombre du départ».

Et le professeur va alors donner tout de suite des nombres en demandant :
- de retirer les zéros inutiles et en particulier des nombres entiers mais donnés sous la forme 5,000
- de mettre des zéros supplémentaires mais sans pour autant que le nombre change.

Commentaire :

Là apparaît alors l'écriture " **5,** " de ce nombre, qui, (il faudra le faire remarquer et le faire écrire dans le cahier), par convention, va se réduire à " **5** ". Ce qui va signifier également que 5 est un nombre décimal, pas seulement un nombre entier, ce qui va évidemment à l'encontre de ce qu'un élève venant de l'école primaire connaît sur les nombres. Des exercices de passage de l'écriture montrant qu'un nombre est entier à l'écriture montrant que ce nombre est un nombre décimal et les exercices de passage inverse sont alors les bienvenus.

Feuille d'exercices n°11 :

Exercice : *Trouvez quinze nombres compris entre 17,3 et 17,4.*
Trouvez quinze nombres compris entre 12 et 13.

Commentaire :

«Trouvez quinze nombres compris entre 12 et 13» est plus difficile puisqu'il faut d'abord que l'élève produise une écriture à virgule des nombres 12 et 13 ; la représentation à l'aide d'un segment est évidemment très utile ici.

Et lors du débat de correction, il est donc extrêmement important de poser les questions suivantes qui éliminent obligatoirement le recours au dessin réalisé sur le cahier mais font appel au sens du nombre décimal.:

Trouvez cent vingt nombres compris entre 12 et 13.
Trouvez mille cent cinq nombres compris entre 12 et 13 etc...

On parviendra évidemment à une description des réponses après en avoir écrites quelques-unes.

Cela devient un jeu et on en propose d'autres.

Oralement : Jeu : *Je pense à un nombre, il faut me poser des questions pour le trouver ; je réponds uniquement par oui ou non.*
Seules questions autorisées : le chiffre des centièmes est-il, le chiffre des dixièmes est-il....etc..., le chiffre des centaines est-il....le chiffre des dizaines est-il......?
Questions interdites au sujet du nombre de chiffres dans la partie entière, du nombre de chiffres dans la partie décimale.

Plusieurs nombres donnés par le professeur puis jeu d'équipe ; l'une décide du nombre et réponds aux questions des autres. Le professeur est au courant du nombre choisi par une équipe pour contrôler s'il n'y a pas d'erreur.

Jeu : *Je pense à un nombre, il faut me poser des questions pour le trouver.*
Seules questions autorisées : est-il plus petit que ... est-il plus grand que ...

Commentaire :

On peut évidemment utiliser «est inférieur», «est supérieur à», mais ce vocabulaire étant ambigu en mathématique, éternel débat entre «strictement inférieur à» et «inférieur ou égal à» pour «inférieur», il ne me paraît pas nécessaire d'introduire ces nuances en début d'année de 6ème.

Modifications possibles :

Les jeux de la séquence peuvent évidemment comporter des règles fort différentes selon les objectifs visés. On peut imposer des questions parmi : le nombre de dixièmes est-il....., le chiffre des dixièmes est-il..., la somme des «chiffres de la partie décimale» est-elle..., la somme des «chiffres de la partie entière» est-elle ... (On peut justement leur expliquer l'abus de langage qui est fait entre chiffre et nombre pour ne pas avoir des phrases trop lourdes).

*

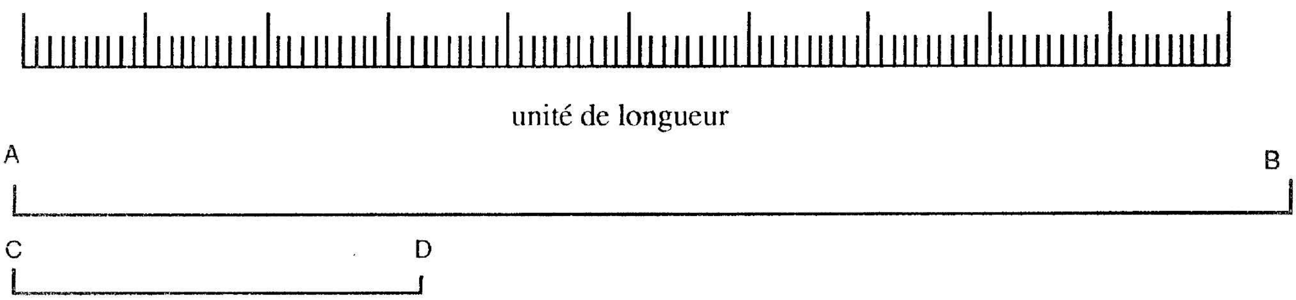
* *

Partie F

Les élèves à ce stade ont une meilleure représentation du nombre que représente le codage à l'aide d'une virgule. Ils sont donc en mesure de trouver eux-mêmes les règles d'addition.

Travail individuel : feuille n° 12.

Voici deux segments [AB] et [CD] et une unité (on la leur donne séparément).



Mesure la longueur de chacun d'eux avec cette unité.
Prévois la longueur du nouveau segment [AD] obtenu en les mettant bout à bout.

Feuille n°13 :

Travail de groupe :
Confrontez vos réponses. Trouvez la bonne réponse en expliquant votre choix. Et trouvez une règle qui permettrait de ne jamais se tromper pour ajouter deux nombres décimaux.

Après cela, on peut alors donner des exercices classiques de sommes de plusieurs décimaux.

*

* *

Commentaire terminal :

A la fin de cette séquence, de nombreuses propriétés liant une écriture de type fractionnaire et une écriture à virgule, comme celle concernant le produit de deux nombres décimaux écrits à l'aide de virgule, sont encore à découvrir tout au long de l'année scolaire.

Il serait regrettable dans un souci d'économie de temps d'amputer cette séquence de la première partie en "base 4" car c'est justement elle qui permet à l'élève de bien voir la construction de l'écriture des nombres dans une base. Or, la familiarité avec la base 10 annihile chez l'élève toute analyse.

Le choix de 4 s'est fait pour plusieurs raisons : il s'agit d'utiliser des fractions familières aux élèves et $\frac{1}{2}$ mise à part, ce sont les premières qui ont du sens pour l'élève. D'autre part, avec la "base 2", la richesse des nombres est limitée et ne permet pas de bien voir que chaque chiffre représente un nombre inférieur au nombre qui définit la base.

Ces exercices n'ont absolument pas pour objectif l'écriture de tous les nombres dans une "base" autre que 10 et les parties entières ont donc toujours été inférieures à 4 (respectivement à 10).

Il serait tout aussi regrettable par un souci de limitation des dimensions du cahier des élèves de se cantonner à des nombres ne comportant que deux chiffres dans la partie décimale puisque c'est justement ce qui est habituellement demandé et qui fait que les élèves n'imaginent pas qu'un nombre puisse avoir plus de deux chiffres dans cette partie.

Le temps qui paraît être «perdu» à ce moment-là sera largement récupéré plus tard dans l'année. Même si des erreurs persistent après cette séquence chez certains, ils seront capables de les corriger eux-mêmes ce qui n'était pas le cas auparavant. Le temps d'apprentissage est long et beaucoup plus important que le temps d'enseignement mais les bases jetées ici seront plus solides.

3 - FRACTIONS DÉCIMALES, "ÉCRITURE À VIRGULE"

SITUATION DE L'ACTIVITÉ

L'élève a déjà abordé la notion de fraction, il a travaillé sur les notions de longueur et d'aire, à partir de pavages, à l'aide de quadrillages ou sur papier blanc.

Certaines égalités de fractions ont été introduites, de même que sont apparues diverses décompositions de fractions comme sommes d'un entier et d'une (ou plusieurs) fraction (s).

OBJECTIFS

- Donner du sens à la notion de fraction décimale.
- **Savoir passer, pour un même nombre décimal, d'une écriture fractionnaire à une écriture à virgule.**
- Connaître et utiliser le vocabulaire relatif à l'écriture à virgule d'un nombre décimal (vocabulaire lié à la numération de position, à la base dix).
- Comprendre que chaque décimale est associée à un sous multiple de l'unité choisie.
- Etre capable de décomposer un nombre décimal en une somme de sa partie entière et d'une fraction décimale.

ORGANISATION DE L'ACTIVITÉ

* Matériel : bandes de papier blanc d'environ 25 cm, un carré (10 x 10 cm) de papier blanc, le cahier de l'élève, les instruments de dessin (règle - équerre- compas-), les photocopies des exercices.

* Durée : deux heures

* Déroulement de cette séance :

A - Phase manipulatoire

On distribue à chaque élève une bande de papier à dessin blanc.
Partage cette bande de papier en dix parties superposables, matérialise les bords de chaque partie, puis colle-la sur ton cahier.

Manipulation par groupe de deux - Uniformisation des procédés de partage qui peuvent être très variés - Synthèse et introduction de l'expression "un dixième" (qui représente chaque part de la bande), que l'on écrit : $\frac{1}{10}$ que l'on lit : "un sur dix", et qu'on appelle fraction décimale. On amènera les élèves à s'interroger sur le nombre des dixièmes :

$10 \times \frac{1}{10} = \frac{10}{10} = 1$ (bande entière).

Colorie (de deux couleurs différentes) une partie de la bande correspondant à la fraction $\frac{3}{10}$, puis à la fraction $\frac{5}{10}$, de la bande.
Donne la fraction correspondant à la partie de la bande non coloriée.

<u>Égalités de fractions</u> pouvant apparaître lors de la correction :

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2} \qquad \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

On distribue aux élèves un carré en papier dessin blanc (10 cm x 10 cm).

Partage ce carré en cent parties exactement superposables.
Les bords de chaque part étant matérialisés, colle le sur ton cahier.

Construction par groupe de deux - On peut s'attendre à de nombreuses possibilités de partage en "cent parts égales".

Mise en commun - présentation de l'expression "un centième", que l'on écrit $\frac{1}{100}$, que l'on lit "un sur cent", que l'on appelle <u>fraction décimale</u>.

- Que représente ici un dixième de carré ?
- Combien y-a-t-il de dixièmes de carré dans le carré ?
- Combien y-a-t-il de centièmes de carré dans le carré ?
- Combien y-a-t-il de centièmes de carré dans un dixième du carré ?

Ces activités sont proposées aux élèves pour les amener à découvrir les propriétés suivantes:

$$10 \times \frac{1}{10} = \frac{10}{10} = 1 \qquad 100 \times \frac{1}{100} = \frac{100}{100} = 1 \qquad 10 \times \frac{1}{100} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

- Hachure (ou colorie) la partie du carré représentée par la fraction $\frac{30}{100}$.
Que remarques-tu?

<u>Observation possible</u> : $\frac{30}{100} = \frac{3}{10}$ (30 carreaux correspondent à 3 bandes).

- Hachure (ou colorie) la partie du carré représentée par la fraction $\frac{26}{100}$.
Que remarques-tu?

<u>Réflexions éventuelles</u> :

$\frac{26}{100}$ → 26 carreaux → 26 centièmes de carré

$\frac{26}{100}$ → 2 bandes (de 10 carreaux) et 6 carreaux → 2 dixièmes de carré et 6 centièmes de carré

On pourra être amené à écrire : $\frac{26}{100} = \frac{2}{10} + \frac{6}{100}$

B - Recherche d'exercices (d'après certaines activités proposées dans le Nouvel Objectif Calcul au CM [13])

*** Un peu d'histoire : :**

En 1582, un mathématicien belge Simon Stevin, écrit dans son livre : "La disme", pour la 1ère fois en occident, les fractions décimales sous une forme différente simplifiée.

S. Stevin nous donne un exemple : $45 + \frac{6}{10} + \frac{8}{100}$ s'écrit : 45 ⓪ 6 ① 8 ②

- <u>Que représentent les chiffres entourés d'un rond</u> ?

  - le nombre de zéros qu'il y a au dénominateur ?

  - S. Stevin part des unités ("les commencements" et repère leur ordre par ⓪ , puis définit "les primes" (dixième partie de l'unité "commencement") repérés par ①, puis les "secondes" (dixième partie de l'unité "prime") repérées par ②, les "tierces", les "quartes", ...selon le même principe.

Ainsi 8 ⓪ 9 ① 3 ② 7 ③ fait $8 + \frac{9}{10} + \frac{3}{100} + \frac{7}{1000}$.

- <u>Écris grâce à cette convention les nombres suivants</u> :

$34 + \frac{8}{10} + \frac{5}{100}$ $\quad 26 + \frac{5}{10} + \frac{7}{1000}$ $\quad \frac{4}{10} + \frac{9}{100} + \frac{6}{1000}$.

Il est indispensable de montrer aux élèves les avantages de cette convention, c'est une écriture commode, qui prolonge celle déjà adoptée pour les entiers.

- <u>Écris sous forme de fractions décimales ou de sommes de fractions les nombres suivants écrits à la manière de Stevin</u> :

3 ⓪ 5 ① 4 ②

14 ⓪ 2 ① 0 ② 3 ③

0 ⓪ 1 ① 2 ② 3 ③

Vers 1615, l'écossais John Napier remplace le zéro entouré par une virgule et n'utilise plus les chiffres entourés

ainsi : $45 + \frac{6}{10} + \frac{8}{100}$ s'écrit 45 ⓪ 6 ① 8 ② et aussi 45,68

- <u>Écris les nombres suivants (écrits à la manière de Stevin) en utilisant la virgule</u> :

4 ⓪ 1 ① 0 ②

29 ⓪

41 ⓪ 2 ① 3 ②

0 ⓪ 1 ① 2 ② 3 ③

Gestion de la classe :

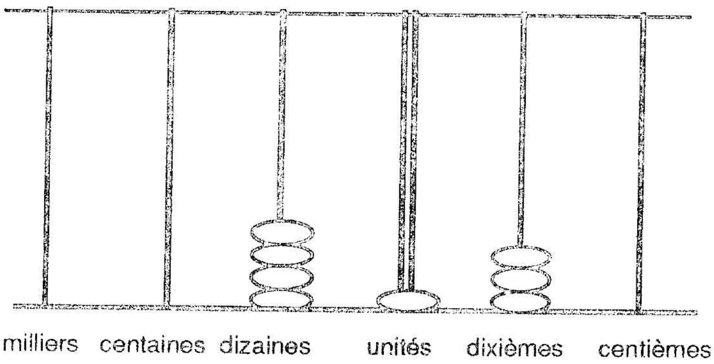
Le professeur présente cet exercice à la classe, les écritures demandées sont marquées au tableau, les élèves recopient les questions sur leurs cahiers d'exercices et y notent leurs réponses.
Correction au tableau par différents élèves et synthèse avec pour objectifs :

- la compréhension du rang de chaque chiffre de ces écritures à virgule.
- l'analyse du rôle de certains zéros dans ces écritures.

*** Activités à partir de bouliers**

Le professeur distribue à chaque élève une photocopie comme ci-dessous. Il dispose de plusieurs bouliers qu'il montre à la classe.

Voici comme on affiche 41,3 sur un boulier :



Affiche le nombre 507,8 puis le nombre 0,46 sur deux bouliers de ce type que tu reproduis sur ton cahier.

Chaque élève travaille individuellement sur cet exercice.
Correction collective :
Consolidation du vocabulaire et analyse des règles de la numération décimale.

PROLONGEMENTS POSSIBLES DE CES ACTIVITÉS

- Comparaison de décimaux : écritures fractionnaires / écritures à virgule.

4 - REPÉRAGE SUR UNE DROITE GRADUÉE

PRÉSENTATION

Cette activité doit aider les élèves à donner du sens aux nombres décimaux, en passant du nombre à des représentations graphiques elle leur permet de se fabriquer des images et en particulier celle d'une droite graduée, où les points sont associés à des nombres décimaux. Il s'agit d'un travail préliminaire à celui sur l'ordre et il renforce les connaissances sur l'écriture et la nature d'un nombre décimal chez les élèves.

OBJECTIFS

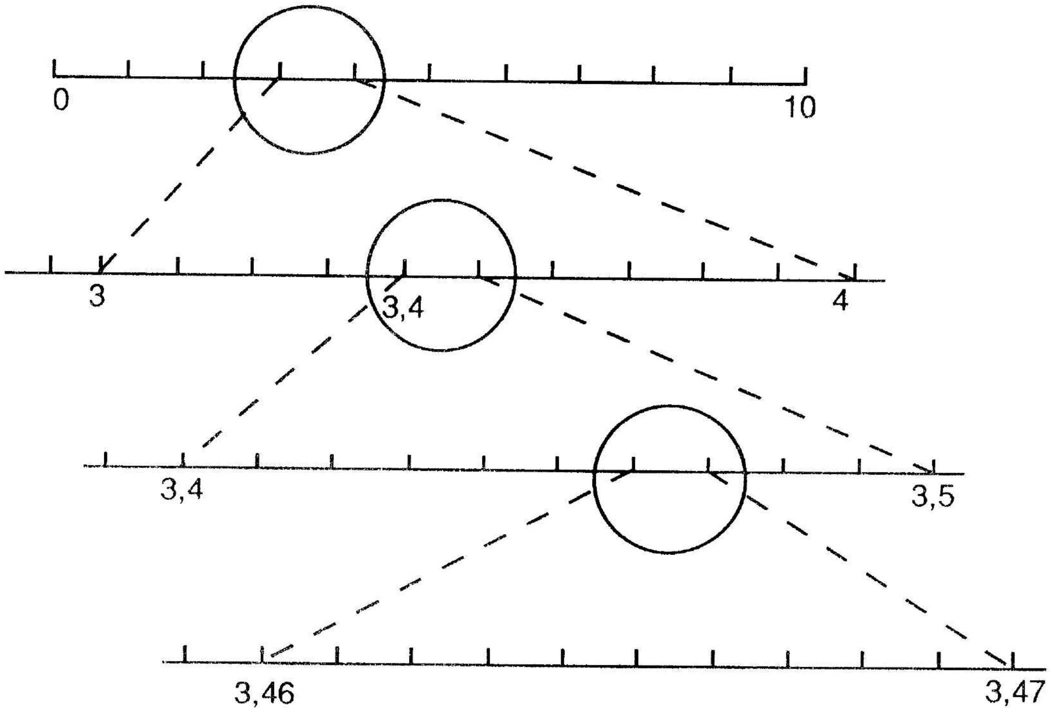
- **savoir qu'entre deux nombres décimaux on peut toujours intercaler d'autres nombres décimaux.**
- avoir une image mentale des nombres sur une droite graduée.
- savoir compléter une graduation et associer un point à un nombre donné.

ORGANISATION

L'activité se présente sous la forme d'exercices à traiter individuellement ou à deux.
La durée peut être de deux heures.

EXERCICE 1

Écrire les nombres correspondants à chaque point de la graduation :



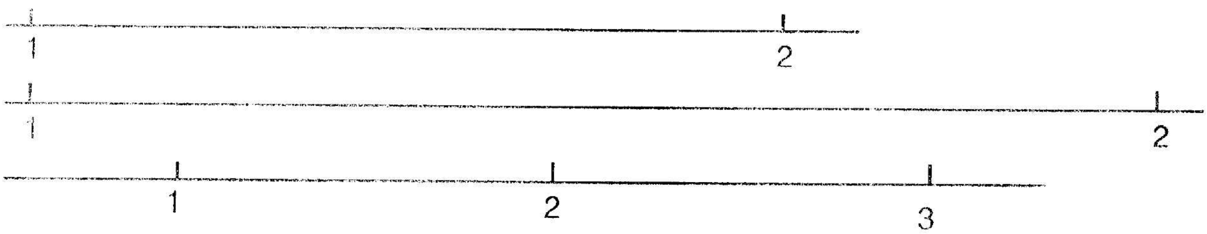
Écrire douze nombres compris entre :

- *3 et 4 : ....*
- *3,4 et 3,5 : ....*
- *3,46 et 3,47 : ....*
- *0,9 et 1 : ....*
- *0,18 et 0,2 : ....*

EXERCICE 2

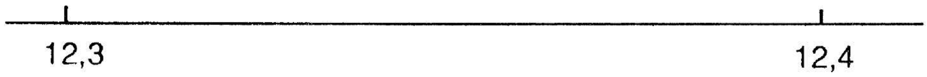
Pour faciliter le travail des élèves, on choisira comme dimensions de l'unité respectivement 10 cm, 15 cm et 5 cm.

Graduer les droites avec des dixièmes d'unité. Placer en rouge les points correspondants aux nombres : 1,4 ; 1,9 ; 1,65 ; 2,1



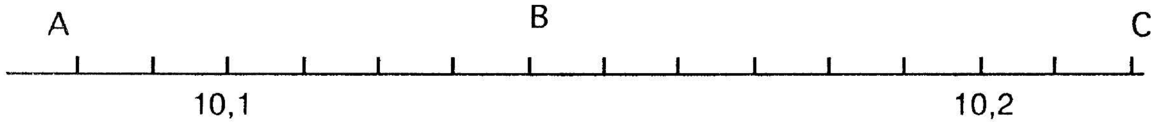
EXERCICE 3

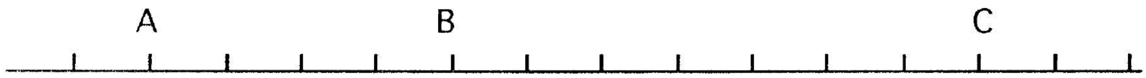
Graduer la droite avec des centièmes d'unité. Placer le plus soigneusement possible les points correspondants aux nombres : 12,32 ; 12,39 ; 12,355 ; 12,29 ; 12,42



EXERCICE 4

Sur ces droites graduées écrire les nombres associés aux points A , B , C .





5 - DÉCIMAL OU NON : L'APPORT DE LA CALCULATRICE

Où l'on divise avec la calculatrice "aussi loin que l'on veut".

OBJECTIFS

- Connaître sa calculatrice.
- **Savoir qu'un décimal peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule.**
- **Savoir qu'un nombre écrit sous forme fractionnaire n'est pas toujours un nombre décimal.**
- Connaissant les écritures décimales des deux facteurs d'un produit, savoir prévoir :
  . le nombre de chiffres de la partie décimale,
  . le dernier chiffre de la partie décimale.
- Connaître la relation liant dividende, diviseur, quotient et reste.

ORGANISATION DE L'ACTIVITÉ

• En principe, en demi-classe, chaque élève peut s'exprimer davantage et il est plus facile de gérer la diversité des calculatrices.

• Les élèves ont déjà, en $6^{ème}$, travaillé sur le calcul des quotients, ils ont déjà abordé les notions d'arrondi et de troncature.

Aides : 1) On est toujours sûr des sept premiers chiffres affichés par la calculatrice.

2) DIVIDENDE = (DIVISEUR x QUOTIENT) + RESTE

exemple :

$$\begin{array}{r|l} 23 & 9 \\ \cline{2-2} 5 & 2 \end{array} \qquad 23 = 2 \times 9 + 5$$

d'où :

RESTE = DIVIDENDE - (DIVISEUR x QUOTIENT).

Suivant les classes, ces aides sont écrites au tableau avant le début de l'activité ou au fur et à mesure des besoins ;
ou
projetées au rétroprojecteur pendant la première phase, celle de recherche individuelle.

* Matériel : cahier de brouillon, cahier d'exercices, calculatrice.

* Durée : 1 heure avec en plus du travail à la maison, soit de mise au propre soit d'approfondissement (des calculs supplémentaires).

La séance commence par 15 minutes de recherche individuelle où les aides sont distribuées, éventuellement complétées par des prévisions sur la partie décimale des produits. Puis on alterne : mise en commun, communication orale, mise au propre partielle, recherche.

Consigne dictée aux élèves, au début de la séance :

En utilisant la calculatrice, étudier les quotients de :

1) 34 par 8

2) 10 par 6

3) 172 par 14

4) 1 par 17

puis 5) 36 par 17

On souhaite pour chacun d'eux connaître les quatrième, sixième et dixième chiffres après la virgule.

Commentaire : Il faut que les élèves se posent ce genre de questions :

"Il y a huit chiffres à l'affichage donc comment répondre à la question ?"
"Y-a-t-il ou non des chiffres après le 8ème et si oui, lesquels ?"

On utilise ou pas la touche Fix de la calculatrice.

A la fin de la séance les élèves auront classé les nombres en décimaux et non décimaux et on pourra ensuite introduire la notation fractionnaire comme écriture du quotient exact de deux nombres.

Étude des exemples choisis :

Je fais noter qu'il s'agit d'affichage calculatrice et, en fait, je fais écrire les résultats dans un tableau pour ne pas utiliser le symbole =

1)	34 : 8	4, 25
2)	10 : 6	1, 6666667
3)	172 : 14	12, 285714285714
4)	1 : 17	0, 05882352941176470588
5)	2 : 3	0, 66666666

Il semble que les nouvelles "Casio collège" tronquent pour les nombres de partie entière inférieure à 1, aussi j'ai remplacé le calcul du quotient de 2 par 3 par le calcul du quotient de 10 par 6.

Il est convenu, avec les élèves, que l'on arrête une division papier-crayon ou machine soit quand on trouve un reste égal à zéro, soit quand on trouve un reste déjà rencontré.

Suivant les classes, le calcul du reste est fait à la machine ou de tête. Compte-tenu de la difficulté de la mise en page, je distribue aux élèves qui ont trouvé le calcul 4) la fiche photocopiée ci-jointe.

Après, ils peuvent faire un dernier calcul : 36 par 17.

1	17
0,99994 — produit de 0,05882 par 17 (machine)	0,0 5 8 8 2 ¦ 3 5 — chiffres que l'on décide de ne pas connaître
6 — reste partiel (tête)	0, 3 5 2 9 4 1 ¦ 1
5,999997	quotient de 6 par 17 (machine)
3 — reste partiel (tête)	0, 1 7 6 4 7 0 5
produit de 0,17647 par 17 (machine) — 2,99999	quotient de 3 par 17 (machine)
reste partiel (tête) — 1	quotient de 1 par 17 (machine) — 0, 0 5 8 8 2 3 5 2 — pour vérifier

Répétition

$$1:17 \quad 0,\underbrace{0588235294117647}_{\text{période}}\,05882\ldots$$

période
(suite de chiffres répétés)

À la calculatrice : "Aussi loin que l'on veut"

6 - MULTIPLICATION DES NOMBRES DÉCIMAUX

PRÉSENTATION DE L'ACTIVITÉ

Cette activité fait suite à l'introduction des nombres décimaux à partir des fractions et tente de continuer à donner du sens à ces nombres.

Les élèves connaissent, en général, l'algorithme de multiplication de deux nombres décimaux écrits en écriture à virgule, mais ne mettent pas beaucoup de sens derrière ce mécanisme. C'est ainsi que dès qu'ils essaient de faire des calculs de tête, notamment en quatrième, avec le théorème de Pythagore "$4{,}7^2$ devient 16,49" : erreur dûe à leur perception du nombre décimal comme deux entiers séparés par une virgule.

Ce travail inspiré d'une des activités proposées par Marie-Jeanne PERRIN (M.J. PERRIN 1992 [10]) essaie de contrer cette erreur par le biais d'un changement de cadre, en passant du cadre numérique au cadre géométrique.

Le passage préalable par un système non décimal, en l'occurence l'ancien système d'unité de mesure de longueur anglais, permet de faire réfléchir sur le sens des retenues rencontrées dans le système décimal (P. JOHAN [9]). De plus, comme la plupart des élèves de sixième apprennent l'anglais ce peut être l'occasion d'un travail interdisciplinaire.

OBJECTIFS

- **Donner du sens au produit des fractions, puis des décimaux.**
- Faire réfléchir les élèves à la performance du système décimal par rapport aux autres systèmes.
- Donner du sens aux algorithmes de l'addition, de la soustraction et de la multiplication.

ORGANISATION DE L'ACTIVITÉ

Cette activité est organisée en quatre séances.

Séance I

L'objectif de cette première séance est de donner du sens au produit des fractions et de travailler dans un système non décimal.

Elle est divisée en quatre phases :

Phase 1 : durée 10 minutes environ.
Travail collectif.

Les élèves ont travaillé en début d'année sur l'ancien système de mesure de longueur anglais ; on rappelle la correspondance entre le yard et le foot : 1yd = 3 ft.

Le professeur donne l'unité d'aire correspondant au yard (square-yard noté sq-yd) et au foot (square-foot noté sq-ft).

Phase 2 : durée 10 minutes environ.
Travail individuel.

La consigne est la suivante :
"Construisez sur votre cahier un rectangle qui représentera un rectangle de 4yd 2ft sur 3yd 1ft en choisissant une échelle qui vous paraîtra adaptée à la situation. Coloriez à l'intérieur une surface qui représentera 1 sq-yd et une surface qui représentera 1 sq-ft".

Le choix volontaire qui a été fait de laisser les élèves trouver eux-mêmes l'échelle peut paraître surprenante mais c'est afin que la situation de recherche soit la plus ouverte possible. Les élèves dans leur grande majorité ont pris, assez spontanément, un centimètre ou un carreau pour représenter 1ft. Un bilan doit être fait sur cette recherche d'échelle avant de poursuivre l'activité.

Phase 3 : durée 10 minutes.
Travail individuel.

La consigne est celle-ci :
"Calculez l'aire de ce rectangle. Cherchez plusieurs réponses possibles".

Séance II

Cette séance à pour but principal de donner du sens à la multiplication des fractions.
Travail intéressant autour des conversions dans un système non décimal et conflit cognitif autour du passage d'une aire à une aire réduite par changement d'échelle de longueur.

Phase 1 : durée 30 minutes.
Travail collectif.

Le professeur marque au tableau toutes les propositions des élèves quant à la réponse concernant l'aire du rectangle.

Dans un premier temps un débat s'instaure pour éliminer les réponses qui semblent vraiment incohérentes.

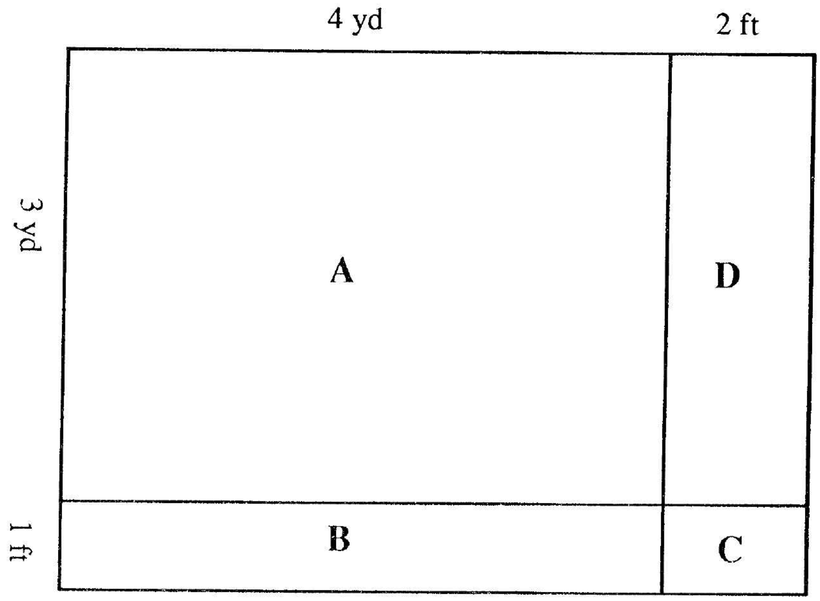
La validité des autres réponses est ensuite examinée après l'argumentation de l'un des élèves qui l'a proposée.

Les élèves notent sur leur cahier toutes les réponses convenables.

Si le découpage en quatre rectangles :

A : $L = 4$ yd $l = 3$ yd
B : $L = 4$ yd $l = 1$ ft
C : $L = 2$ ft $l = 1$ ft
D : $L = 3$ yd $l = 2$ ft

n'a pas été cité on le mentionne et on fait le travail sur les aires des quatre rectangles en prenant comme unité le sq-ft puis le sq-yd.



Phase 2 : durée 10 minutes.
Institutionnalisation.

$$\frac{1}{3} \text{x} \frac{2}{3} = \frac{2}{9} \qquad 4\text{x}\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

Quand des longueurs sont trois fois plus petites, les aires sont neuf fois plus petites.

Phase 3 : durée 10 minutes.

Chaque élève reçoit une feuille sur laquelle est dessiné un rectangle de longueur L=5 u et $\frac{3}{10}$ u et de largeur l =3 u et $\frac{7}{10}$ u où u est une unité choisie arbitrairement. Les unités et les dixièmes sont mis en évidence.

On rappelle le codage des unités d'aire dans notre système. On décide qu'un carré de côté 1 u aura pour aire 1 u^2.

Les élèves ont pour consigne de trouver l'aire du rectangle qui leur a été distribué. Ils ont la possibilité de donner plusieurs réponses comme pour le rectangle de la première séance. Le travail est à terminer pour la séance suivante.

Séance III

L'objectif est de donner du sens à la multiplication des fractions décimales et des nombres décimaux.

Phase 4: : durée 30 minutes.
Travail collectif.

Débat autour des différentes solutions proposées lors de la séance précédente.
Les élèves écrivent toutes les bonnes réponses trouvées par la classe.
On étudie ensuite le découpage proposé précédemment en quatre rectangles, ce qui permet de faire apparaître la multiplication de deux fractions et la multiplication d'une fraction par un entier.
Une première approche de la distributivité apparaît également dans ce travail.
En dernier lieu, on écrit les dimensions du rectangle en se servant des nombres décimaux en écriture à virgule et on vérifie le calcul de l'aire avec la calculatrice.

Phase 5 : durée 10 minutes.
Institutionnalisation sur la multiplication de deux fractions décimales, sur la multiplication d'un entier par une fraction décimale.

Phase 6 : durée 15 minutes.
Travail en alternance dans deux registres, le registre des écritures fractionnaires et le registre des écritures à virgule.
Travail de passage d'un registre à l'autre.

Séance IV

La dernière séance est consacrée à un travail de vérification des opérations sur les nombres décimaux en écriture à virgule au moyen d'un passage par les écritures fractionnaires.

Les opérations proposées sont assez simples pour ne pas rendre le travail trop fastidieux.

Au passage l'effet de la multiplication par un nombre compris entre 0 et 1 est mis en évidence. Les vives réactions des élèves à cet égard prouvent, si besoin en était, l'importance de ce travail pour "casser" les idées reçues.

MODIFICATIONS POSSIBLES

On peut utiliser les anciennes unités françaises si l'on préfère.

7 - LA MULTIPLICATION N'ACCROÎT PAS TOUJOURS

PRÉSENTATION

Cette activité se situe à la suite de l'apprentissage de l'algorithme de la multiplication des nombres décimaux.

Les élèves considèrent la multiplication comme une opération qui augmente toujours, cette propriété qui est vraie sur les nombres entiers et dont les élèves sont donc très imprégnés, est mise en défaut sur les nombres décimaux, il faut donc pointer et insister sur ce nouvel aspect de la multiplication. Une activité identique peut-être faite avec la division.

OBJECTIF

- **Présenter la multiplication sur les nombres décimaux comme une opération qui peut ``augmenter ou diminuer``.**

ORGANISATION

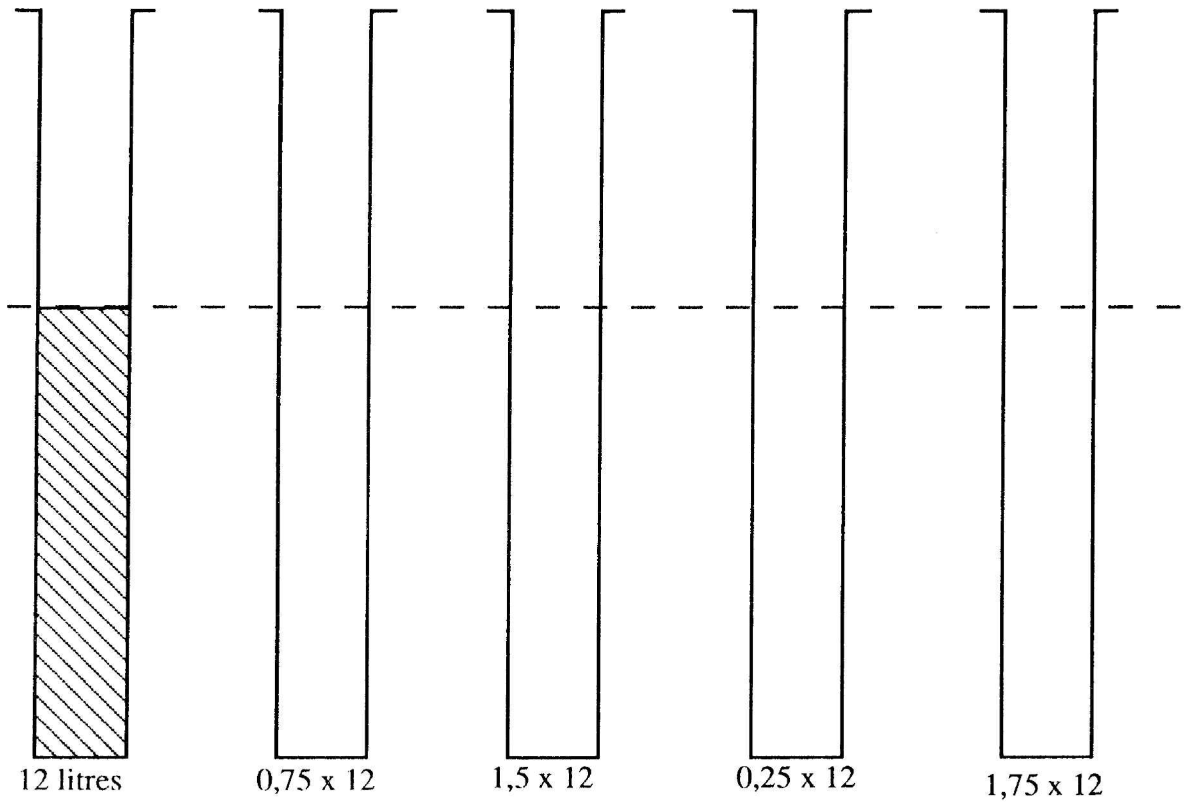
L'activité se présente sous forme d'exercices à faire individuellement ou à deux, distribués sur des feuilles polycopiées.

La durée est de une ou deux heures suivant le niveau de la classe.

EXERCICE 1

La première éprouvette contient 12 litres, colorie les autres éprouvettes qui contiennent la quantité de liquide indiquée sous chacune d'elles.

Remarque : pour faciliter le travail des enfants on s'arrangera pour que 12 litres correspondent à 12 unités de longueur sur le dessin.



Complète par < ou > :

12 ......0,75x12 *12......1,5x12* *12 .... 0,25x12* *12 ..... 1,75x12*

Complète par un nombre :

12 < 12 x ..... *12 > 12* x ..... *12 = 12* x ....

Complète par une fraction (aide toi des dessins des éprouvettes) :

0,75x12 = ...x 12 1,5x12 = ... x 12 0,25x12 = ... x 12 1,75x12 = ... x 12

Commentaires

Un débat peut s'instaurer dans la classe autour de la meilleure stratégie pour multiplier par des nombres comme 0,75 ou 0,25, etc... où l'écriture fractionnaire est plus performante.

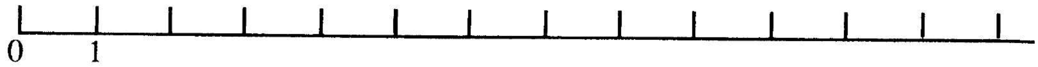
Un travail sur les différentes écritures d'un nombre peut poursuivre cet exercice.

EXERCICE 2

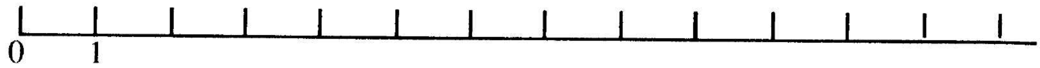
Placer sur chaque droite graduée les nombres écrits en début de ligne :

4 et 4 x 2

4 et 4 x 0,5

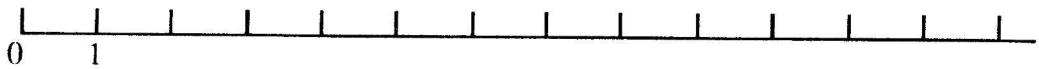


4 et 4 x 1,5



4 et 4 x 3

4 et 4 x 0,4



Complète par le signe < ou > :

4 .... 4 x 2   4 .... 4 x 0,5   4 .... 4 x 1,5   4 .... 4 x 3   4 .... 4 x 0,4

BILAN DES EXERCICES 1 ET 2

Après une mise en commun des conjectures émises par les élèves à la suite de ces exercices, la classe peut arriver à une propriété du type :

`` Quand on multiplie un nombre par un nombre inférieur à 1 le résultat est plus petit que le nombre de départ``.

``Quand on multiplie un nombre par un nombre supérieur à 1 le résultat est plus grand que le nombre de départ``.

EXERCICE 3 - APPROFONDISSEMENT (voir ERMEL [1])

Sans faire de calcul, range du plus petit au plus grand en expliquant ta stratégie :

- *les nombres 12,3 et 4,7*   *et leur produit 12,3 x 4,7 ;*
- *les nombres 0,8 et 0,45*   *et leur produit 0,8 x 0,45 ;*
- *les nombres 0,62 et 1,5*   *et leur produit 0,62 x 1,5 ;*

8 - CELSIUS OU FAHRENHEIT ?

OBJECTIFS

- Apprendre à relier des observations du réel à des représentations.
- Utiliser à la main ou à la calculatrice, les techniques opératoires.
- Appliquer une formule littérale.
- **Étudier une situation relevant du modèle proportionnel (échelle).**

ORGANISATION DE L'ACTIVITÉ

Dans une classe traditionnelle la moitié de la séance pourra être consacrée à la lecture de la fiche et au début du tracé de la graduation.

Les graduations sont complétées à la maison et corrigées individuellement par le professeur.

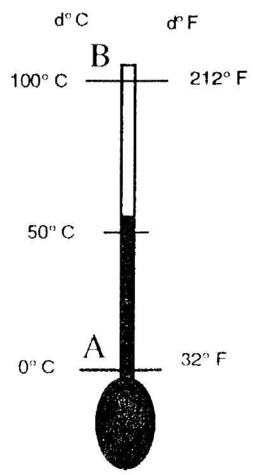
Les tableaux sont complétés en classe pour l'organisation du calcul machine, par exemple (utilisation des touches mémoires ou facteur constant), le travail une fois compris est terminé à la maison.

Dans une classe de consolidation, le professeur veillera à controler chaque étape du travail.

Matériel : papier millimétré, cahier d'exercices, calculatrice, fiche d'activités polycopiée.

Fiche élève

En France, les températures sont exprimées en degrés Celsius (°C).
Dans cette échelle de température l'eau pure se transforme en glace à 0°C et se met à bouillir à 100°C.
Dans d'autres pays, on utilise les degrés Fahrenheit (°F) où l'eau pure se transforme en glace à 32°F et se met à bouillir à 212°F.



1) Ce dessin représente un thermomètre gradué en degrés Celsius et Fahrenheit. Les deux graduations sont régulières.

***a)** Refais ce dessin sur une feuille de papier millimétré, en prenant 18 cm pour AB.*

***b)** Complète la graduation en degré Celsius (10°C; 20°C; ...; 90°C).*

c) Complète la graduation Fahrhenheit entre A et B. Tu vois alors, sur ton dessin, une correspondance entre les deux échelles de température.

d) Indique la distance séparant deux traits consécutifs de la graduation (de 10 degrés Celsius en 10 degrés Celsius)

Et, si tu pouvais graduer de degré Celsius en degré Celsius, quelle distance séparerait deux traits consécutifs de cette nouvelle graduation ?

e) Marque sur ta graduation, 40° F; 50° F, 210° F.

2) On a montré que la température Fahrenheit "T" s'obtient à partir de la température Celsius "t" de la façon suivante :

$$T = (1{,}8 \times t) + 32$$

Vérifie sur ton dessin.

Complète le tableau ci-dessous :

Température Celsius t	Température Fahrenheit T
0	
10	
20	
30	
40	
50	
60	
70	
80	
t	

3) On a montré que t = [5 x (T - 32] : 9

Complète, de la même façon :

Température Fahrenheit T	Température Celsius t
32	
40	
50	
60	
70	
80	
90	
100	
110	
120	
130	
140	
150	
160	
180	
200	
210	
212	
T	

4) On peut faire, ultérieurement, éventuellement dans le cadre d'une activité pluridisciplinaire, un tableau de températures relevées au Canada, ou dans un autre pays et leur conversion en degrés Celsius.

9 - LA COURSE À 20...

d'après G. Brousseau

PRÉSENTATION

L'algorithme de la division est en cours d'apprentissage au collège, il faut lui redonner, ou même lui donner pour certains élèves, du sens.

Quand un élève calcule 245 : 3

la "comptine" : "en 25 combien de fois 3" et la soustraction 25 - 24 posée debout ou non, doivent avoir une signification et ne pas être uniquement des automatismes.

OBJECTIFS

- **Redonner du sens à l'algorithme de la division.**
- Développer le calcul mental.

ORGANISATION DE L'ACTIVITÉ

* Durée : 2 séances ou 2 séances et demi.

La première partie de cette activité est menée en demi-classe, la seconde partie, suivant les classes, peut-être faite en classe entière. La synthèse finale qui dure environ 1/2 séance est faite en classe entière.

* Matériel : cahier de brouillon, pas de calculatrice (tout au moins pour la 1ère séance).

Dans des classes plus faibles, on peut distribuer aux élèves une feuille photocopiée où les nombres de 1 à 20 sont inscrits dans 4 colonnes (pour 4 parties) ainsi que les nombres de 1 à 38.

Consigne : *Vous allez former des groupes de deux.*
Chacun jouera à son tour.
On ne peut pas passer son tour.

Écrivez chacun, sur une feuille, en colonne les entiers de 1 à 20.

Prenez des stylos de couleurs différentes et entourez chacun à votre tour, un nombre de la liste, vous pouvez faire des sauts de 1 ou 2.

Celui qui va entourer le 20 est le gagnant.

On explique donc que le premier joueur peut entourer le 1 ou le 2 et qu'alors le second joueur pourra entourer.....

On les laisse jouer quatre parties et on leur demande d'observer leurs listes et de donner, à tour de rôle, leur conclusion.

On leur demande ensuite, toujours par deux, de faire “une course à 38” avec sauts de 1 ; 2 ; 3 ou 4, en essayant de prévoir le ou les nombres gagnants.

Puis “une course à 92” avec des sauts de 1 à 7. Bien sûr, ils n'écrivent pas la liste des entiers, chacun avec sa couleur inscrit le nombre choisi.

On se met d'accord sur ce qu'est une stratégie gagnante : c’est une stratégie qui permet de gagner à chaque partie. Suivant les élèves deux stratégies gagnantes apparaissent :
- les soustractions répétées, mais alors ils ont du mal à atteindre “la course à 234”,
- la division euclidienne.

Pour les plus rapides, on aborde “la course à 101” avec des sauts de 1 à 8.

A la fin de la première séance, on distribue pour une mise au propre soit en commun si le temps le permet, soit en travail à la maison, la fiche photocopiée (annexe 1).

Seconde séquence : travail individuel

L'objectif est alors de trouver le nombre duquel il faut partir pour gagner, en supposant qu'il n'y ait pas d'erreur après.

“course à 93”, sauts de 1 à 10.
“course à 234”, sauts de 1 à 18.

Pour vérifier

“course à 4393”, sauts de 1 à 137.

La difficulté n'est pas de trouver le nombre de départ mais de passer du nombre de fois où l'on soustrait 19 à 234 à la détermination de ce nombre par une division.

Au début de la troisième séance, on fait ensemble la synthèse et on consolide la compréhension de l’algorithme de la division.

ANNEXE

La course à 20, 38, etc. ....

1.- <u>La course à 20, sauts de 1 ou 2.</u>

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

Celui qui va entourer 20, est le gagnant.

Le gagnant est celui qui entoure , donc c'est une course à

Les numéros gagnants :

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

2.- <u>La course à 38, sauts de 1 ; 2 ; 3 ou 4.</u>

A votre avis, quel est le nombre le plus proche de 38, qu'il faut entourer pour être sûr de gagner

3.- <u>La course à 92, sauts de 1 à 7.</u>

4.- <u>La course à 101, sauts de 1 à 8.</u>

Et maintenant, plus de travail en équipe, chacun pour soi.

Essayez de trouver une stratégie gagnante c'est à dire une stratégie qui permet de gagner à chaque partie.

Thème : Aires et périmètres

Présentation du thème

Les résultats enregistrés aux différentes évaluations, ces dernières années, ont montré, s'il en était besoin, que les concepts d'aire, de périmètre et de volume étaient loin d'être acquis par la plupart des élèves à l'entrée en sixième. Il est donc extrêmement important, et les commentaires le soulignent, à juste titre, de traiter cette partie du programme sans la réduire à l'usage ou à la découverte de quelques formules, d'autant plus que dans les autres classes du collège l'accent est rarement mis sur le sens de ces notions. Leur étude ne sert parfois qu'à étendre la classe des figures dont on sait calculer l'aire par des formules et au mieux de support à des activités numériques (distributivité, identités remarquables).

"On pourra s'appuyer sur ces travaux qui donnent du sens à la notion d'aire pour constituer et utiliser un formulaire". Par cette remarque qui apparaît dans les commentaires des nouveaux programmes de sixième les auteurs entendent bien privilégier le sens des concepts, préalable à la constitution et l'utilisation d'un formulaire, utilisation qui donnera lieu à des exercices sur les unités usuelles et les changements d'unités.

Les activités menées dans le premier degré participent de la formation de ces concepts qui ne peut être envisagée que dans la continuité. Si dans les anciens programmes de l'école élémentaire figurait :
"formation des concepts de longueur, d'aire, de volume, de masse, d'angle et de durée"
la formulation dans le nouveau programme devient :
"mesures de diverses grandeurs : longueur, masse, durée, aire volume",
sans préjuger de ce qui sera fait dans le premier degré, il semble qu'il y ait là une approche plus numérique, ce qui renforce notre conviction qu'il est nécessaire de travailler sur le sens des concepts en sixième.

Dans les programmes du cycle 3 : *"distinction entre aire et périmètre"* remplace *"détermination du périmètre d'un cercle, de l'aire d'un disque"*,
cela entraînera-t-il la distinction entre le contour et l'intérieur, préalable à toute activité sur les aires et les périmètres ?

À l'entrée en sixième un élève auquel on demande de calculer le périmètre d'un triangle connaissant les trois côtés déclare ne pas pouvoir répondre parce qu'il n'a pas de formule, d'autres élèves à qui on demande de calculer l'aire d'un triangle rectangle connaissant les trois côtés en donnent le périmètre (35,4 % lors de l'évaluation de septembre 94, alors que seulement 29 % donnent une réponse exacte).

Avant d'exiger des élèves l'utilisation d'une formule du type $p = 2 (L + l)$ (est-ce d'ailleurs une exigence souhaitable ?) il est prudent de faire suivre le tour de la figure envisagée pour arriver naturellement à "$l + L + l + L$" et d'attendre que l'élève ait effectivement construit l'association périmètre - longueur du contour - somme des longueurs des lignes qui constituent ce contour. De même, l'utilisation prématurée des formules sur les aires des triangles, rectangles et parallélogrammes sans activités préalables de découpages, recollements et comptages de carreaux ne permet pas de construire le concept d'aire dont on sait qu'il n'est pas maîtrisé à ce niveau.

Les activités proposées sont variées mais poursuivent les mêmes objectifs et visent les mêmes compétences, elles font volontairement "l'impasse" sur l'apprentissage des formules et sont conçues conformément au programme pour donner du sens aux différentes notions rencontrées.

I - LONGUEURS, AIRES ET VOLUMES

PRÉSENTATION DE L'ACTIVITÉ

Les élèves confondent souvent aire et périmètre.

Il est intéressant de les faire débattre autour des trois concepts de longueur, d'aire et de volume.

Cette activité a été élaborée en prenant pour appui le travail de BRITT-MARI BARTH autour de "l'apprentissage de l'abstraction". Dans cet ouvrage est mis en relief le fait qu'un concept ne peut se construire que par opposition ou complémentarité par rapport à d'autres concepts (Britt-Mari BARTH [21]).

OBJECTIFS

- **Différencier les concepts : longueur, aire et volume.**

ORGANISATION DE L'ACTIVITÉ

* Matériel : chaque élève dispose d'un jeu complet de cartes données en annexe qu'il devra découper. Chaque équipe a un transparent à sa disposition, ainsi qu'un feutre pour transparent.

*Déroulement de l'activité: le travail se déroule en trois phases.

Phase 1 : travail individuel
durée 15 minutes environ.

La consigne est la suivante :
"Vous devez classer ces cartes en trois familles différentes en trouvant vos propres critères de classement. Toutes les cartes doivent être classées."

Phase 2 : travail en équipes de trois
durée 30 minutes.

Les élèves ont pour consigne :
"Vous allez vous mettre d'accord sur les trois familles à constituer. Vous expliciterez vos critères de classement sur le transparent et noterez les numéros des cartes de chaque famille".

Phase 3 : travail classe entière
durée 45 minutes.

Synthèse des différents transparents et débat mathématique.

Le professeur note au tableau le nom des familles constituées par chaque équipe en faisant des regroupements s'il y en a. Les élèves interrogés en priorité sont les élèves en difficulté, car ils risqueraient de se censurer après le passage des autres.

On choisit ensuite les noms les plus cités par la classe.

Un groupe propose ensuite la liste des cartes qu'il a classées dans chaque famille choisie et un débat collectif s'instaure.

__Phase 4__ : institutionnalisation
durée 15 minutes.

Synthèse du travail autour des mots : longueur, périmètre, surface, aire et volume.

PROLONGEMENTS

Chaque élève peut à son tour inventer une ou deux cartes relevant de chaque famille constituée par le groupe-classe.

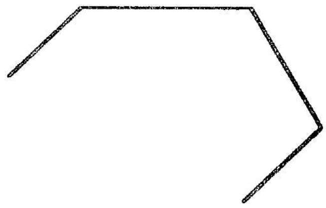
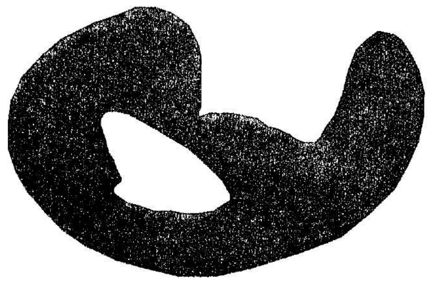
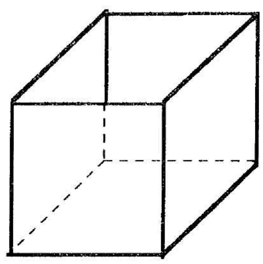
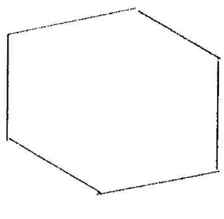
COMMENTAIRES

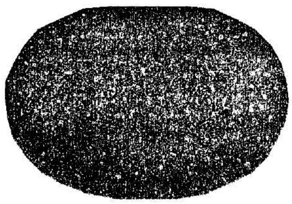
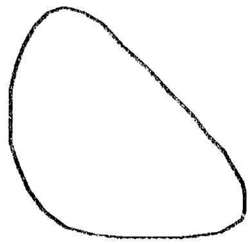
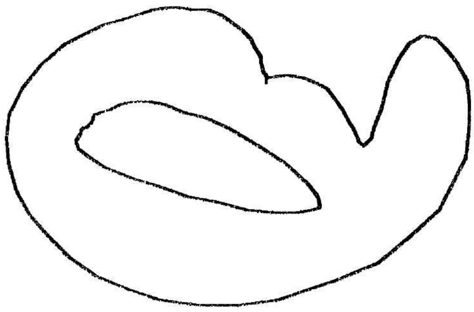
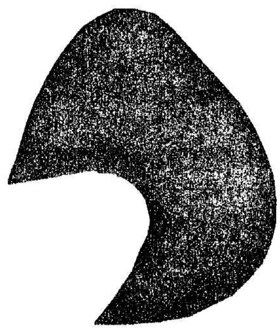
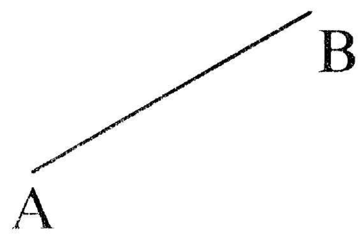
Il faut prévoir un petit travail individuel à donner aux élèves les plus rapides pour respecter le rythme des autres pendant la phase 2 (fiches de calcul mental écrit, par exemple).

Il est important de veiller à l'équilibre des groupes, mais il est intéressant que les élèves en difficulté puissent exposer leurs conceptions. Le débat en est plus riche ensuite.

Dans leur grande majorité, les élèves ont constitué trois familles autour de longueur, périmètre, aire et volume avec des variations quant au classement des différentes cartes. Cependant, on peut voir émerger le classement suivant : dessin, texte, dessin + texte ; ce classement n'a pas été rejeté mais considéré comme un classement possible puisque les critères relevaient d'un choix personnel.

ANNEXE

-1- Le tour du terrain de sport sous la fenêtre de notre classe mesure 100 mètres.	-2- Monsieur le principal demande au factotum de repeindre les murs de la salle de musique.
-3- 	-4- Mathieu calcule la quantité de lambris nécessaire pour finir les murs de sa chambre.
-5- 	-6- Je mesure la distance à vol d'oiseau entre Montpellier et Paris sur ma carte routière
-7- Rémi veut recouvrir sa balle de ping pong avec du tissu rouge.	8- Je remplis cette boite de sable. 
-9- 	-10- Pour remplir ma bouteille d'eau j'ai besoin de 6 verres d'eau
-11- Monsieur Dupond compte le nombre de carreaux nécessaires pour recouvrir le fond de la piscine et les parois.	-12- J'ai acheté une canadienne et la quantité d'oxygène contenue à l'intérieur permet d'y mettre 3 personnes.

-13- 	-14- 
-15- Je veux repeindre la niche de mon chien. Quelle sera la quantité de peinture nécessaire?	-16- Monsieur Léon est en train de vider l'eau de sa piscine.
-17- Émilie veut connaître la longueur du tour du stade d'athlétisme.	-18- Marie veut remplacer la toile de sa tente qui est usagée.
-19- 	-20- 
-21- Jean remplit sa baignoire aux trois-quarts	22- 
-23- Les ouvriers sont en train de refaire la piste du stade.	-24- Éric se demande s'il va rentrer debout sous la tente qui est dans le jardin.

2 - SURFACES ET AIRE : CONSERVATION

SITUATION DE L'ACTIVITÉ

Cette étude de grandeur sans idée de mesure, peut se faire en début d'apprentissage, pour permettre de donner du sens au concept d'aire.

OBJECTIFS

- Dissocier les objets géométriques et les grandeurs associées

- Dégager la notion d'aire à partir d'activités de partage, sans recours systématique au dénombrement, sans information sur les dimensions;

- **Et donc accéder au stade de la conservation de l'aire, indépendamment des modifications de forme de la surface.**

- A partir de la notion intuitive de partage équitable, faire comprendre aux élèves que des surfaces de formes différentes peuvent avoir la même aire.

ORGANISATION DE L'ACTIVITÉ

* Matériel : feuilles rectangulaires blanches (12 cm sur 18 cm avec le massicot du collège), instruments de géométrie, ciseaux.

* Consigne de la tâche à exécuter (après distribution des feuilles) :

- Partage la feuille de façon équitable en quatre morceaux, et découpe les.

- Trouve différentes possibilités de réaliser un tel partage (plusieurs feuilles sont à ta disposition), et justifie tes solutions.

* Gestion de la classe :

- Phase manipulatoire, temps de recherche par groupes de deux.

- Phase orale de communication des résultats, temps de mise en commun collective avec débat sur la validité des solutions proposées par la classe.

- A l'issue de cette activité, une synthèse sera effectuée pour faire ressortir la propriété suivante :
Deux surfaces de formes différentes peuvent avoir la même aire.

* Durée de cette activité : une séance (50 minutes environ).

PROLONGEMENTS ÉVENTUELS À CETTE ACTIVITÉ

- Notion de partage équitable et sens de l'opération division.

- Utilisation de quelques fractions simples : $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}$.

• Aborder des problèmes d'approximation.

• Étude de formes géométriques élémentaires (carré, rectangle, triangle...) et du vocabulaire associé (côté, angle droit, angle, diagonale, axe de symétrie...).

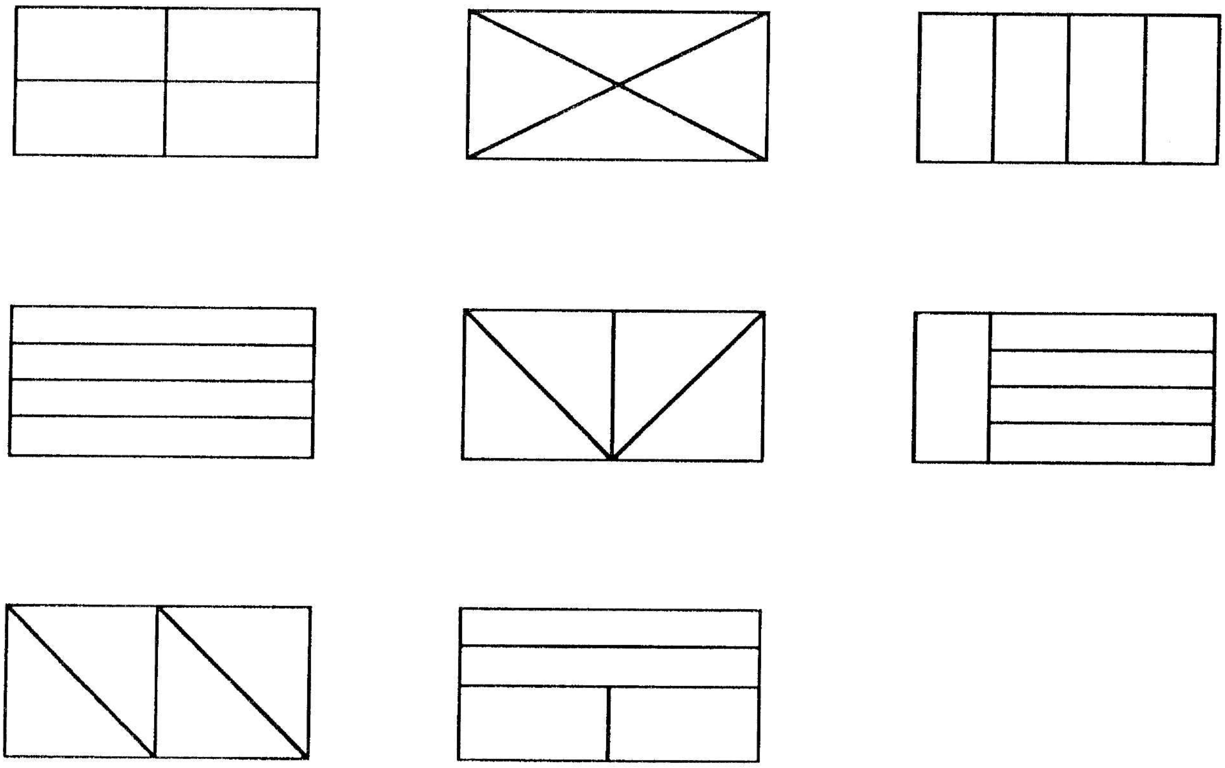
MODIFICATIONS POSSIBLES

• La forme des feuilles utilisées par les élèves peut varier : ronde ou même polygonale.

• La nature du papier utilisé peut changer : papier blanc puis papier quadrillé qui permet des procédés de mesurage par comptage.

• Possibilité de continuer cette activité par une recherche à faire à la maison : le professeur propose un (ou plusieurs) partage non trouvé par la classe et l'élève doit s'interroger sur la validité de cette solution proposée.

Voici quelques types de productions d'élèves qui peuvent être obtenues dans cette activité :



• Les procédés utilisés peuvent être très divers :
- du pliage avec superposition de certains bords, au mesurage avec essais de calculs.

• Les justifications données pour convaincre la classe peuvent être aussi très variées :
- de la vérification par superposition, à l'utilisation d'éléments de symétrie ou d'un vocabulaire tels que milieu, moitié, demi, quart, tiers...

3 - DISTINCTION ENTRE LES NOTIONS D'AIRE ET DE PÉRIMÈTRE SANS FORMULE

Activité 1 : "PAPIER BLANC ET FICELLE"

PRÉSENTATION

Cette activité demande aux élèves de mettre en oeuvre des stratégies de comparaison de longueurs et d'aires sans faire intervenir de **mesure.**

Les élèves manipulent et travaillent avec des objets : morceaux de papier pour les aires et ficelles pour les longueurs. Au collège on sous estime trop l'intérêt de ces activités de manipulation très concrètes avec des objets, de nombreux élèves ont besoin de passer par ces étapes pour arriver progressivement à l'abstraction de certaines notions. Même en sixième il faut découper des surfaces, les colorier car un passage trop rapide aux tracés de figures, aux quadrillages privilégie le trait, la forme au détriment de la surface.

OBJECTIFS

- Différencier les grandeurs : longueur et aire.
- Différencier formes et grandeurs.
- Formuler que des surfaces de même aire peuvent avoir des périmètres différents.
- Formuler que des surfaces de même périmètre peuvent avoir des aires différentes.
- **Savoir qu'aire et périmètre peuvent varier en sens contraires.**

ORGANISATION DE L'ACTIVITÉ

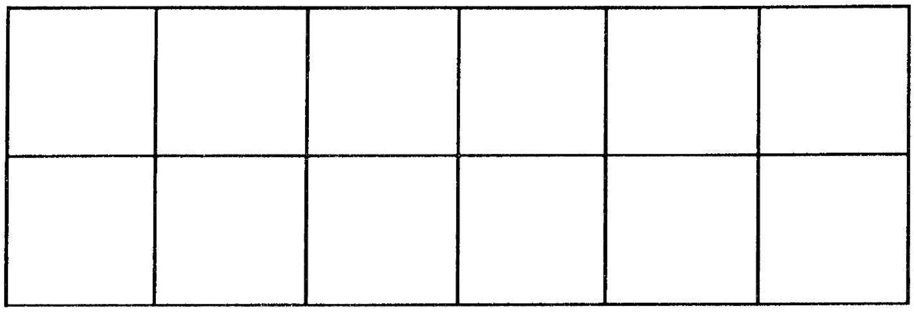
Cette activité se déroule en trois phases, qui peuvent durer une heure chacune. Les deux premières commencent par un travail individuel, suivi par un travail par équipe de deux.

Une synthèse des résultats est faite à la fin de chaque séance sur les cahiers des élèves.
La dernière phase peut être présentée comme un travail personnel, validant les compétences acquises ou non acquises des élèves.

* Matériel : feuilles blanches, ficelle (de cuisine) , ciseaux, papier calque

Phase 1 : AIRE CONSTANTE

* Matériel : une feuille polycopiée est distribuée à chaque élève avec le dessin suivant



Consignes individuelles :

- Découpe ces 12 carrés.
- Sur ta feuille blanche, assemble les 12 carrés sans les faire se chevaucher de manière à obtenir une nouvelle surface, en un seul morceau (les carrés doivent toujours avoir un coté commun) . Dessine le contour de cette surface sur ta feuille blanche.
Fais de nouveaux assemblages (3 ou 4), tu obtiens ainsi plusieurs surfaces différentes, dessine les.
- Compare les périmètres de ces surfaces.
- Compare tes dessins et tes résultats avec ton camarade.

Questions à l'équipe :

- Est-ce que vos surfaces occupent la même place. Ont-elles la même aire ?
- Est-ce que vos surfaces ont le même périmètre ?
- Dessinez une ou plusieurs surfaces qui ont le plus petit périmètre, puis le plus grand.

Commentaires

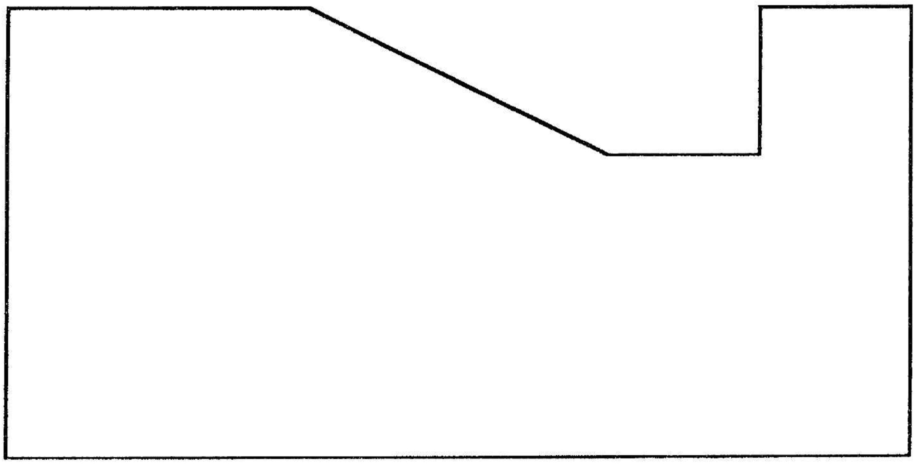
Cette activité est proposée avec des carrés pour obtenir des surfaces assez simples et faciliter les comparaisons de périmètre.

Suivant le niveau des élèves on peut proposer cette activité avec d'autres formes : rectangle, triangle...

L'existence et l'unicité d'un plus petit ou d'un plus grand périmètre posent un problème théorique qui ne peut être abordé en classe. La recherche se fait donc parmi les résultats trouvés par les élèves.

Phase 2 : PÉRIMÈTRE CONSTANT

* Matériel : une feuille polycopiée à chaque élève avec le dessin suivant :



Consignes individuelles:

- Coupe un morceau de ficelle qui borde exactement tout le tour de cette surface.
- En t'aidant de ce morceau de ficelle, dessine sur ta feuille blanche trois surfaces qui ont le même périmètre que celui de la surface polycopiée.
- Compare les aires de ces surfaces, tu peux les décalquer, les découper... mais garde bien la première feuille où tu les a dessinées comme témoin.

Questions à l'équipe :

- Est-ce que vos surfaces ont la même aire ?
- Pouvez vous dessiner une surface qui a une aire plus grande que celle de la feuille polycopiée avec toujours le même périmètre ? Une surface qui a une aire plus petite ?

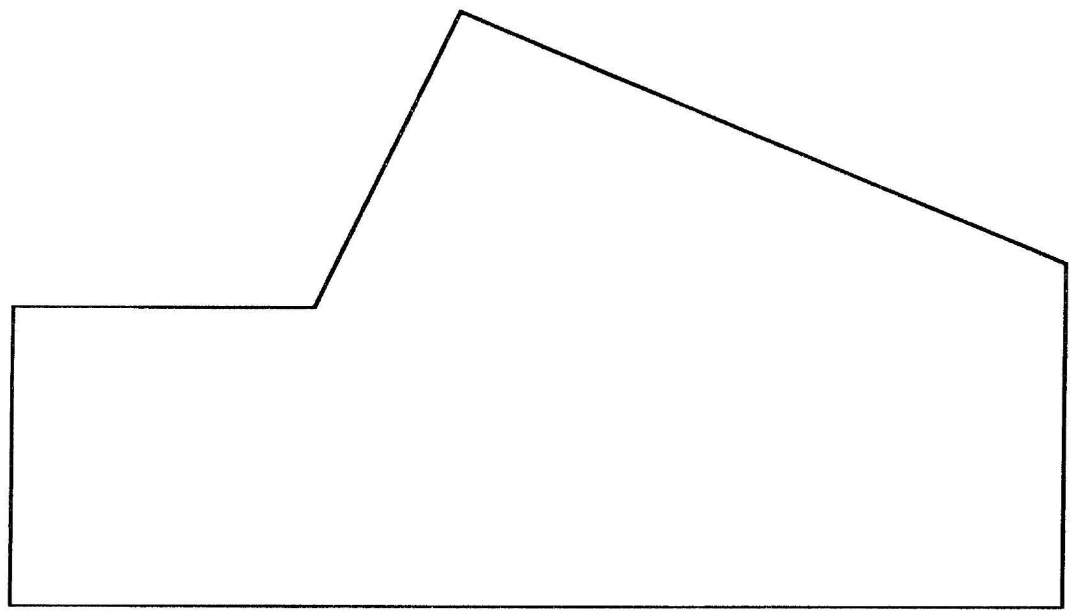
Commentaires :

Le choix de la surface polycopiée donnée au début induit des recherches de difficultés variables. Par exemple cette activité a été proposée aux élèves en leur donnant un rectangle et en limitant les formes cherchées à des rectangles, les comparaisons d'aire se trouvent simplifiées.

Le tracé des figures avec une ficelle peut présenter quelques difficultés pour les élèves maladroits, mais il est essentiel qu'ils manipulent des surfaces en les découpant, en les superposant ; les border par une ficelle concrétise la notion de contour et de périmètre.

Phase 3 : PÉRIMÈTRES ET AIRES VARIENT

* Matériel : 2 feuilles polycopiées à chaque élève avec le dessin suivant :



Consignes individuelles ou à l'équipe :

- Modifie cette surface pour que l'aire soit plus grande et le périmètre plus petit. Explique, montre tes comparaisons.

- Modifie cette surface pour que l'aire soit plus petite et le périmètre plus grand. Explique, montre tes comparaisons.

Commentaire :

Cette activité bilan peut être faite individuellement et constituer un test d'acquisition de compétences.

Activité 2 : "TANGRAM"

Phase 1 : PÉRIMÈTRE CONSTANT

OBJECTIFS

- Différencier les grandeurs : longueur et aire.
- Distinguer lignes et surfaces planes.
- Savoir que deux figures ayant le même périmètre n'ont pas toujours la même aire.
- **Savoir que aire et périmètre ne varient pas dans le même sens.**

ORGANISATION DE L'ACTIVITÉ

* Travail : individuel.

* Durée : une séance.

* Matériel : feuille grand format à petits carreaux, ciseaux, colle.

Fiche élève :

Sur une feuille à petits carreaux, trace puis découpe un carré de 18 cm de côté (figure 1).

Sur une autre feuille à petits carreaux, trace puis découpe un carré de même dimension que le premier. Découpe-le, puis découpe un carré à chaque coin (comme indiqué figure 2).

Recommence une nouvelle fois (comme indiqué figure 3).

Compare les périmètres des trois figures puis leurs aires. Tu ne dois pas effectuer de mesures.

Bilan - Commentaires :

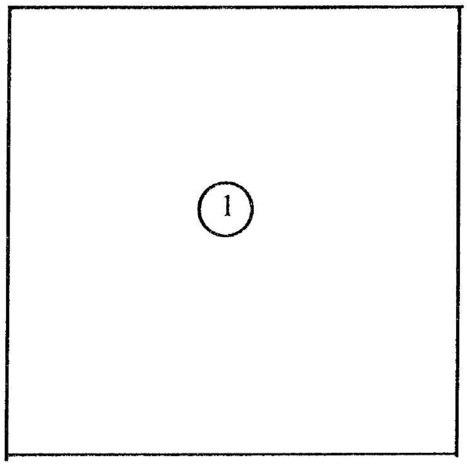
. Des figures peuvent avoir des formes différentes et le même périmètre.

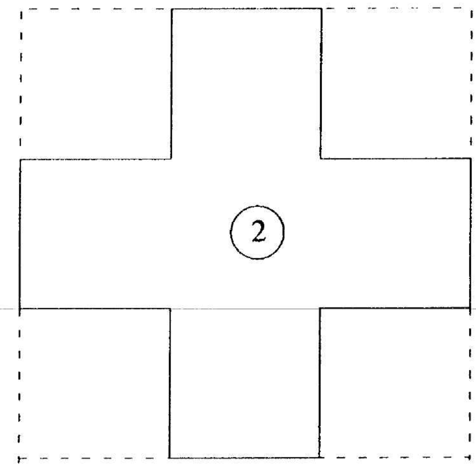
. Le périmètre peut rester le même alors que l'aire diminue.

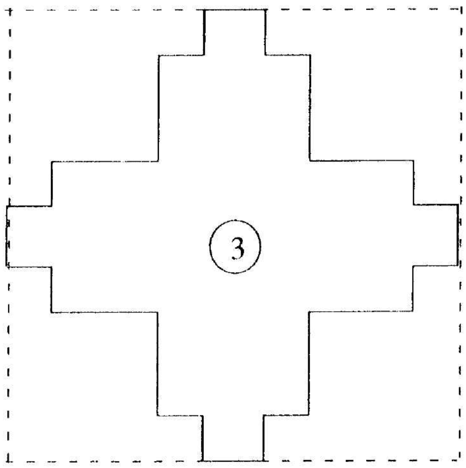
On observe, souvent, au Collège, en général même chez des élèves qui n'ont pas de difficulté particulière, des conceptions erronées du type : "Quand le périmètre augmente l'aire aussi". Ces mêmes élèves acceptent difficilement des exercices de manipulation ("jeu de bébé") et reconnaissent ensuite que c'est en manipulant qu'ils ont pu être convaincus de leurs erreurs.

ANNEXE Aide pour le démarrage :

Des consignes orales sont données pour préciser la nature des figures et la longueur relative de chaque côté







Phase 2 : **AIRE CONSTANTE**

OBJECTIFS

- Différencier les grandeurs : longueur et aire.
- Distinguer lignes et surfaces planes.
- Savoir comparer des longueurs par superposition ou report.
- **Savoir que deux figures ayant la même aire n'ont pas toujours le même périmètre.**
- Savoir que le périmètre d'une figure est la longueur totale de la ligne fermée qui délimite cette figure.
- Savoir construire un segment de longueur égale au périmètre d'une figure.
- Savoir que aire et périmètre ne varient pas toujours dans le même sens.

ORGANISATION DE L'ACTIVITÉ

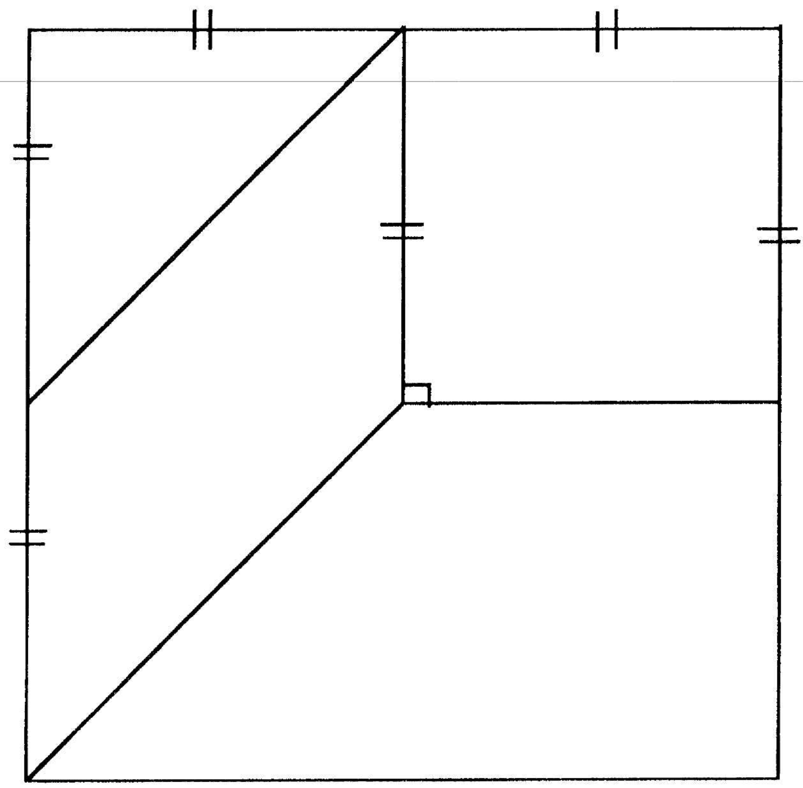
* Travail : individuel.

* Durée : une séance.

* Matériel : feuille grand format, petits carreaux, ciseaux, colle.

Fiche élève :

Voici un puzzle (grandeur réelle : carré de 10 cm de coté)



Découpe, après l'avoir dessiné sur une feuille à petits carreaux, chaque pièce de ce puzzle et colle-les sur ton cahier pour dessiner "une nouvelle figure".

Découpe, après l'avoir dessiné sur une feuille à petits carreaux, chaque pièce de ce puzzle et colle-les sur ton cahier pour dessiner "une nouvelle figure".
Tu dois utiliser tous les morceaux qui doivent se toucher "bord à bord".
Repasse en couleur la frontière de ta figure.
Construis un segment de même longueur que le périmètre de ta figure.
Tu veux coller du papier transparent sur ta figure. De combien en as-tu besoin ?

Bilan :

Des figures peuvent avoir des formes différentes et la même aire.
L'aire peut rester la même alors que le périmètre varie.

Commentaires :

La conservation de l'aire n'est pas un acquis en 6$^{\text{ème}}$ et pourtant...

De la même manière, on observe une très grande réticence de la part des élèves de 6$^{\text{ème}}$, à ne pas associer des mesures aux grandeurs, ce qui prouve qu'il y a là matière à travailler ces concepts.

Dans cette activité, on peut utiliser les "Tangrams" du commerce qui ont plus de pièces et qui pourront servir de base à des manipulations et des comptes-rendus de recherches effectuées à la maison.

J'ai remarqué que ces Tangrams qui ont un nombre relativement élevé de pièces (7) ne sont pas utilisables par des classes de consolidation qui ont du mal à gérer cette "complexité".

ACTIVITÉ 3 : "PAPIER QUADRILLÉ"

Les élèves ont déjà travaillé sur des activités de comparaison d'aires à l'aide de papier calque, de reports de figures à l'aide du compas, de superpositions de surfaces.

OBJECTIFS

- Distinguer lignes et surfaces planes.
- Différencier longueurs et aires.
- Analyser une figure complexe à l'aide de sous-figures non tracées.
- Comparer des aires à l'aide de découpages de recollements ou de l'utilisation de calques.
- **Savoir qu'aire et périmètre ne varient pas toujours dans le même sens.**

CONTENU

Phase 1 : Oralement : (on montre au rétroprojecteur ou sur une feuille A3 les deux figures - annexes 1 et 2 - l'une avec le contour rouge, l'autre avec le contour vert) et l'énoncé suivant :
"Une fourmi Alfred n'a le droit de circuler que dans la partie de la feuille limitée par le contour rouge et Berthe l'autre fourmi dans la partie de la feuille limitée par le contour vert ".
Qui dispose de plus de place pour circuler ? (On laisse un temps de réflexion).
Et on vote rapidement. Notez les avis (3 avis différents) au tableau.

Phase 2 : Les deux figures sont données *par groupe* : chacune sur une feuille de papier calque ou sur une feuille rétroprojetable. Oralement : *"repassez en rouge ce contour et en vert celui-ci".*
Et maintenant, vous allez chercher à expliquer vos réponses. Vous avez le droit de faire ce que vous voulez, tous les moyens de recherche sont autorisés. Et vous mettrez les explications sur la feuille blanche. Lorsque tout le monde aura terminé (25 mn), un rapporteur, par groupe, viendra expliquer le travail de son groupe.

Phase 3 : Chaque rapporteur vient présenter le travail du groupe, débat puis bilan à la fois sur l'activité elle-même et sur le fait qu'en mathématiques, la minorité peut avoir raison.

Phase 4 : A la séance suivante ou exercice à la maison :
Compare par la méthode de ton choix les périmètres de chacune des figures .

Phase 5 : A la correction, élaboration de la conclusion de ces deux activités concernant aire et périmètre.

COMMENTAIRES

Le contexte d'un animal qui se déplace permet de mieux visualiser ce qu'est la place occupée et d'entretenir la notion d'aire .

Il ne faut pas s'interdire d'apporter, au moment du débat, une réponse supplémentaire, si on la juge importante et qu'elle n'est pas apparue dans les groupes ; ceci en précisant bien entendu, pour plus de crédibilité, qu'elle est issue d'un groupe d'une autre 6ème.

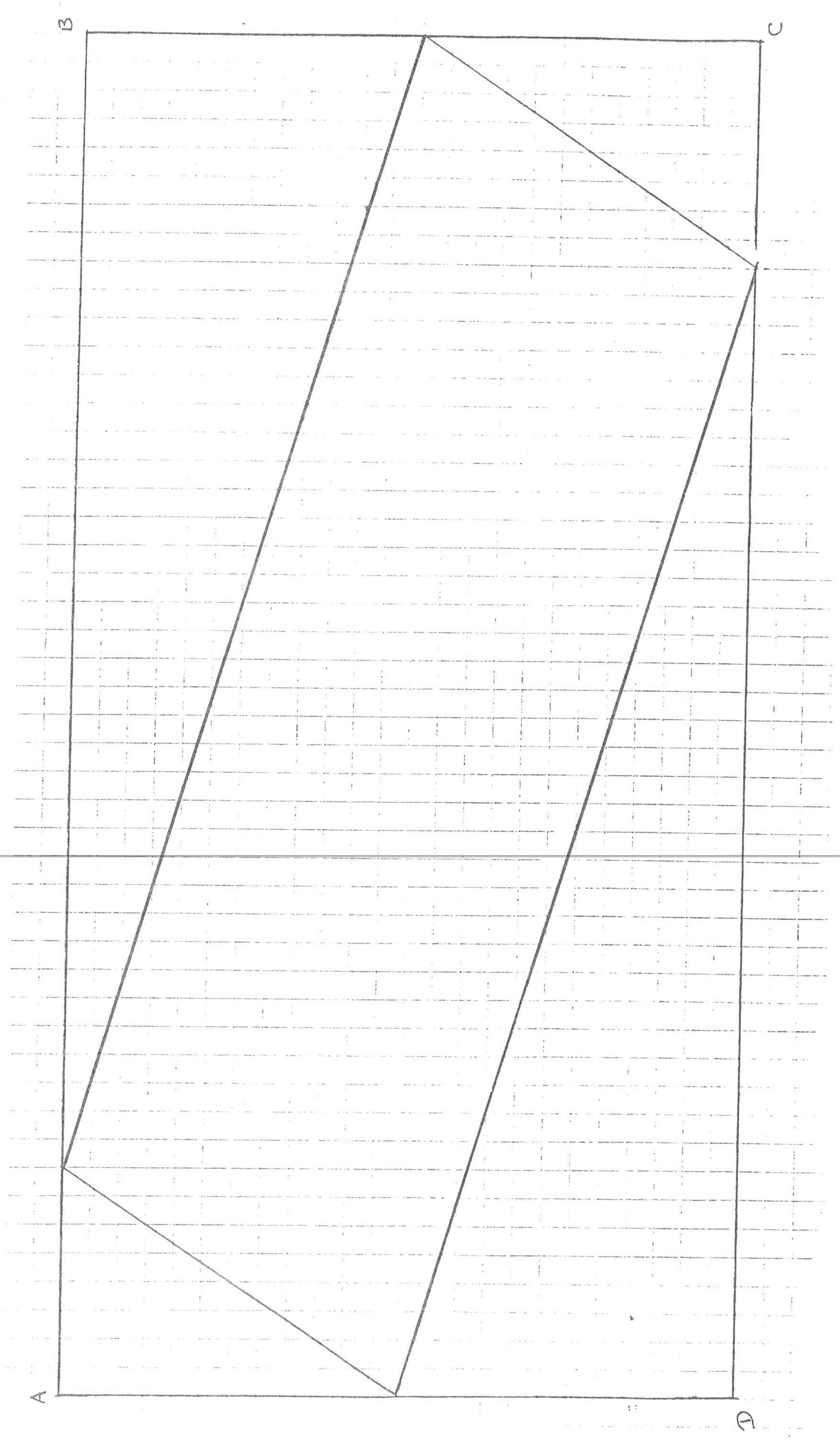
MODIFICATIONS POSSIBLES

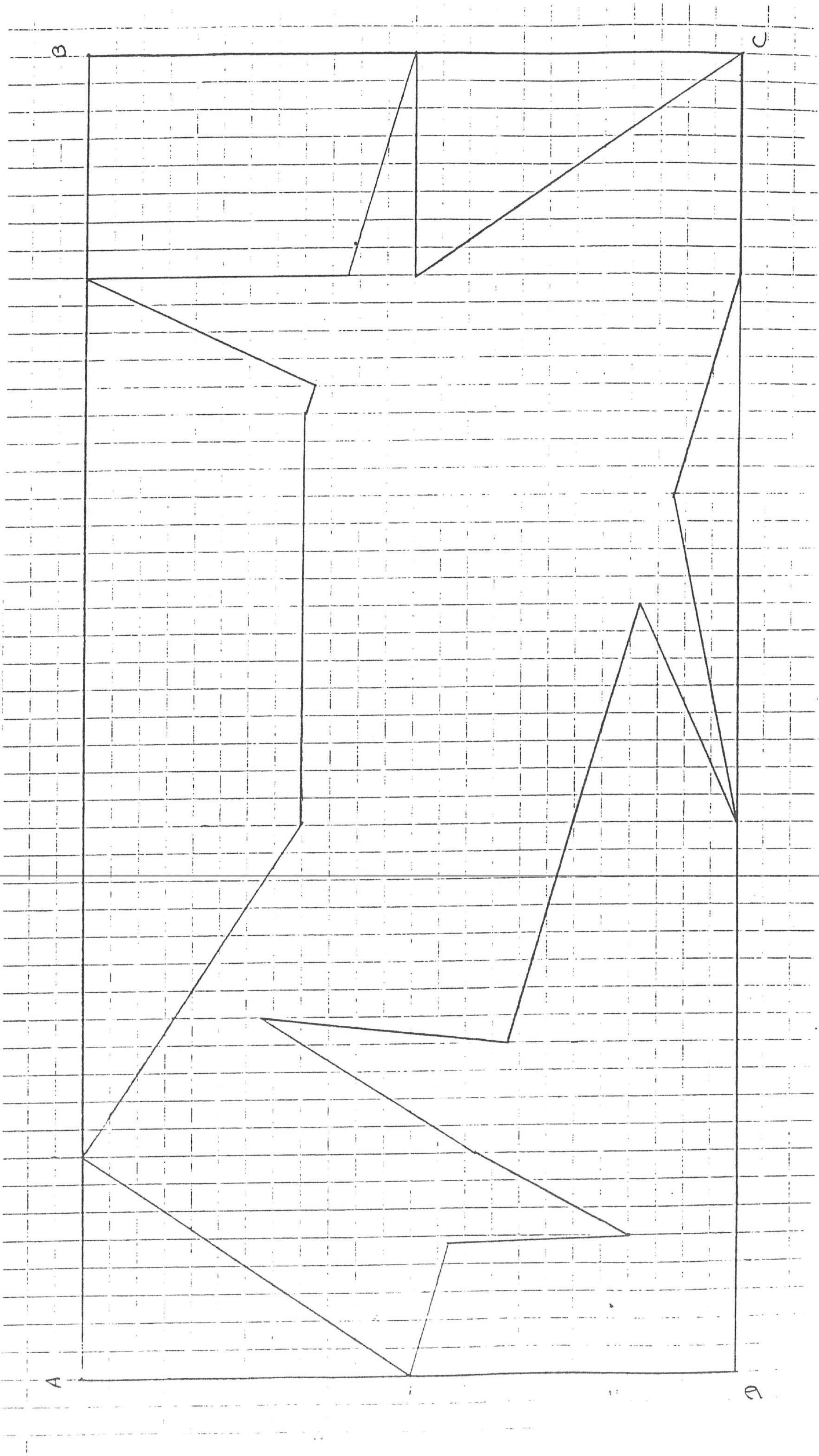
Les deux figures choisies peuvent être faites sur papier blanc (on privilégie les découpages, recollements et on en donnera alors un jeu supplémentaire) ou sur quadrillage (l'aspect comptage de carreaux sera alors dominant). En effet, en classe de 6ème, l'élève ne dispose pas de formule pour calculer l'aire d'un triangle quelconque.

Ces figures peuvent être également présentées "l'une sur l'autre", avec ou sans le rectangle qui leur est circonscrit.

Ces différentes variantes influent bien entendu sur la façon de chercher des élèves et le choix se fera donc en fonction des objectifs poursuivis par l'enseignant.

Elles peuvent être faites à partir de n'importe quelle figure de base (ici un parallélogramme) à laquelle on adjoint des " trous " et des " bosses " superposables et d'autres non. Selon le niveau des élèves, le nombre de modifications apportées à la figure initiale choisie est un facteur certain de complexité mais il est nécessaire que les deux figures obtenues laissent planer le doute!


A
B
C
D


B
C
A
D

4 - COMPARAISON ET ÉGALITÉ D'AIRES

SITUATION DE L'ACTIVITÉ

L'élève a déjà abordé la notion d'aire mais sans idée de mesure.
L'idée de cette activité s'inspire des travaux développés dans ERMEL au cycle Moyen [12].

OBJECTIFS

- Distinguer lignes et surfaces.

- Savoir reproduire, décrire, construire des figures planes élémentaires, et savoir les identifier dans des figures plus complexes.

- Comparer des aires à l'aide de superposition, de report et d'assemblage ou par comparaison indirecte à l'aide d'une surface intermédiaire.

- **Comprendre que deux surfaces non directement superposables, car de formes différentes, peuvent avoir la même aire.**

ORGANISATION DE L'ACTIVITÉ

* Matériel : feuille de bristol blanc (10 cm x 10 cm), sur laquelle chaque élève a construit un puzzle de type Tangram, dont le schéma a été donné par le professeur . Travail à faire à la maison (voir annexe).
Le professeur dispose également du même puzzle, mais de dimensions agrandies.

* Consigne (chaque élève possède le puzzle construit à la maison)

Cherche parmi toutes les pièces de ton puzzle, celles qui ont la même aire (la comparaison pourra se faire : un/un ou un/assemblage. On écarte la comparaison : assemblage/assemblage pour ne pas trop multiplier les possibilités). On s'interdira de faire chevaucher les pièces.

* Gestion de la classe

- Recherche par groupes de deux.

- Phase de communication des différentes possibilités trouvées, avec justification des égalités d'aires.

- Bilan écrit : deux surfaces superposables ont la même aire, mais deux surfaces de formes différentes peuvent avoir la même aire.

* Consigne (deuxième partie de l'activité)

En utilisant uniquement les pièces du puzzle et en se servant de ces pièces comme pochoirs, réalise des figures sur ton cahier correspondant à des assemblages divers qui ont la même aire que la pièce C de ton tangram.

Cette deuxième partie de l'activité sera réalisée individuellement, puis les cahiers relevés par le professeur.

* Durée de l'activité : une séance (environ 50 minutes).

PROLONGEMENTS ÉVENTUELS

- Étude de formes géométriques usuelles (carré, rectangle, triangle...).

- Évaluer, à partir du rectangle (ou du carré), l'aire d'autres surfaces planes simples, par découpage, report et recollement.

- Utilisation du Tangram agrandi du professeur pour réfléchir à une situation possible de proportionnalité.

MODIFICATIONS POSSIBLES DE CONDUITE DE CETTE ACTIVITÉ

On peut utiliser d'autres versions de Tangram, avec par exemple des bords non rectilignes ("l'oeuf magique").

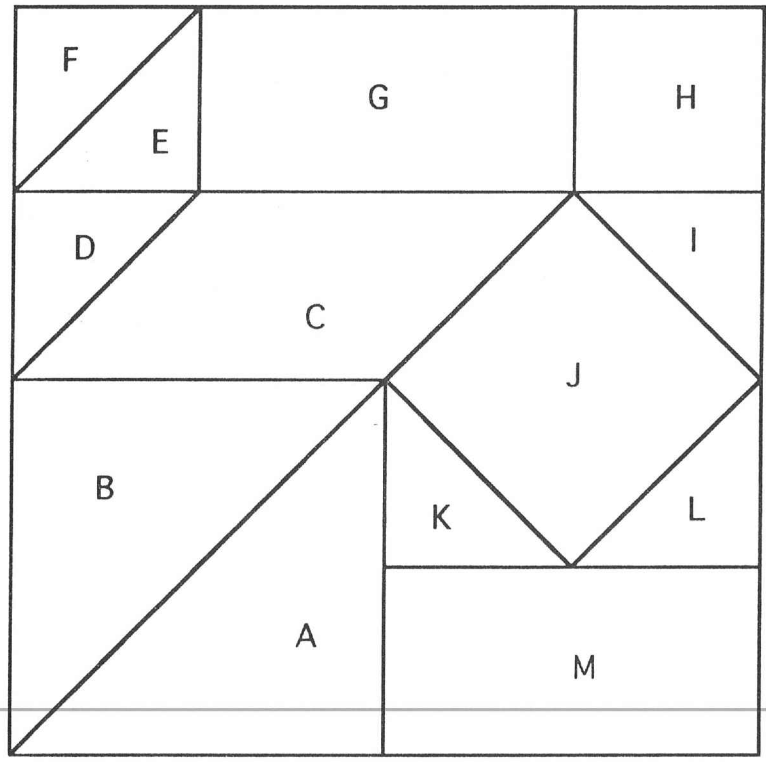
- On peut également ne pas exprimer dans la consigne, de façon explicite, les possibilités de chevauchement des pièces et voir, lors de la mise en commun, si cette situation apparaît et ce qu'elle risque d'impliquer par rapport à la propriété d'additivité des mesures d'aires.

ANNEXE

Ci-joint, à ce descriptif, le schéma donné aux élèves qu'il leur fallait reproduire à partir d'un carré 10x10 cm.

Ce travail, à faire à la maison, a été précédé de différentes explications sur la position des formes tracées sur la surface carrée.

- **Schéma distribué à chaque élève** : Puzzle Tangram



5 - DÉCOMPOSITION DE SURFACES ET MESURE D'AIRES PAR COMPTAGE

SITUATION DE L'ACTIVITÉ

L'élève a déjà travaillé sur le concept d'aire mais sans recours systématique aux procédés de mesurage, de dénombrement ou de calcul. L'élève sait décrire des figures planes élémentaires et les identifier dans une figure complexe.

OBJECTIFS

- Différencier forme et grandeur, puis grandeur et nombre.
- Comparer des aires, à partir de pavages simples, à l'aide de décomposition et de report, ou à l'aide de transformations mentales.
- Déterminer une aire par décomposition en surfaces élémentaires.
- **Déterminer une aire à l'aide d'un quadrillage donné, par un procédé de comptage – introduire la notion d'unité (liée au quadrillage) et construire le concept de mesure.**

ORGANISATION DE L'ACTIVITÉ

* Matériel : photocopies de "fusée" sur quadrillage, crayons de couleur.
(Prévoir des photocopies supplémentaires).

* Consigne : (chaque élève reçoit une photocopie du dessin - voir annexe).

Voici un dessin de fusée :
1) Fais l'inventaire des différentes pièces composant cette figure.
2) Détermine quelles surfaces ont la même aire, en justifiant ces égalités.
3) Colorie de la même couleur, les pièces de la fusée qui ont la même aire.

* Gestion de la classe

- Travail individuel de chaque enfant avec sa photocopie et son cahier.
- Correction rapide du professeur, au fur et à mesure des productions d'élèves.
- Bilan collectif des résultats – différencier nature des formes géométriques composant la figure, dimensions de ces formes et aires de ces surfaces.
- Amener les élèves à la réflexion suivante : **L'aire d'une surface donnée sur un quadrillage, peut-être déterminée par comptage du nombre de carreaux unités** (à écrire sur son cahier).

* Durée de cette activité : une séance (environ 50 mn).
(Les erreurs de coloriage sont fréquentes – recommencer à la maison).

PROLONGEMENTS POSSIBLES

• Meilleure connaissance de formes géométriques usuelles, étude des différents triangles, isocèles, rectangles, rectangles isocèles.

• Détermination de l'aire d'une surface, par addition ou soustraction de mesure d'aires de surfaces élémentaires contenues ou contenant la surface initiale.

• Élaboration de formules simples usuelles.

MODIFICATIONS ÉVENTUELLES

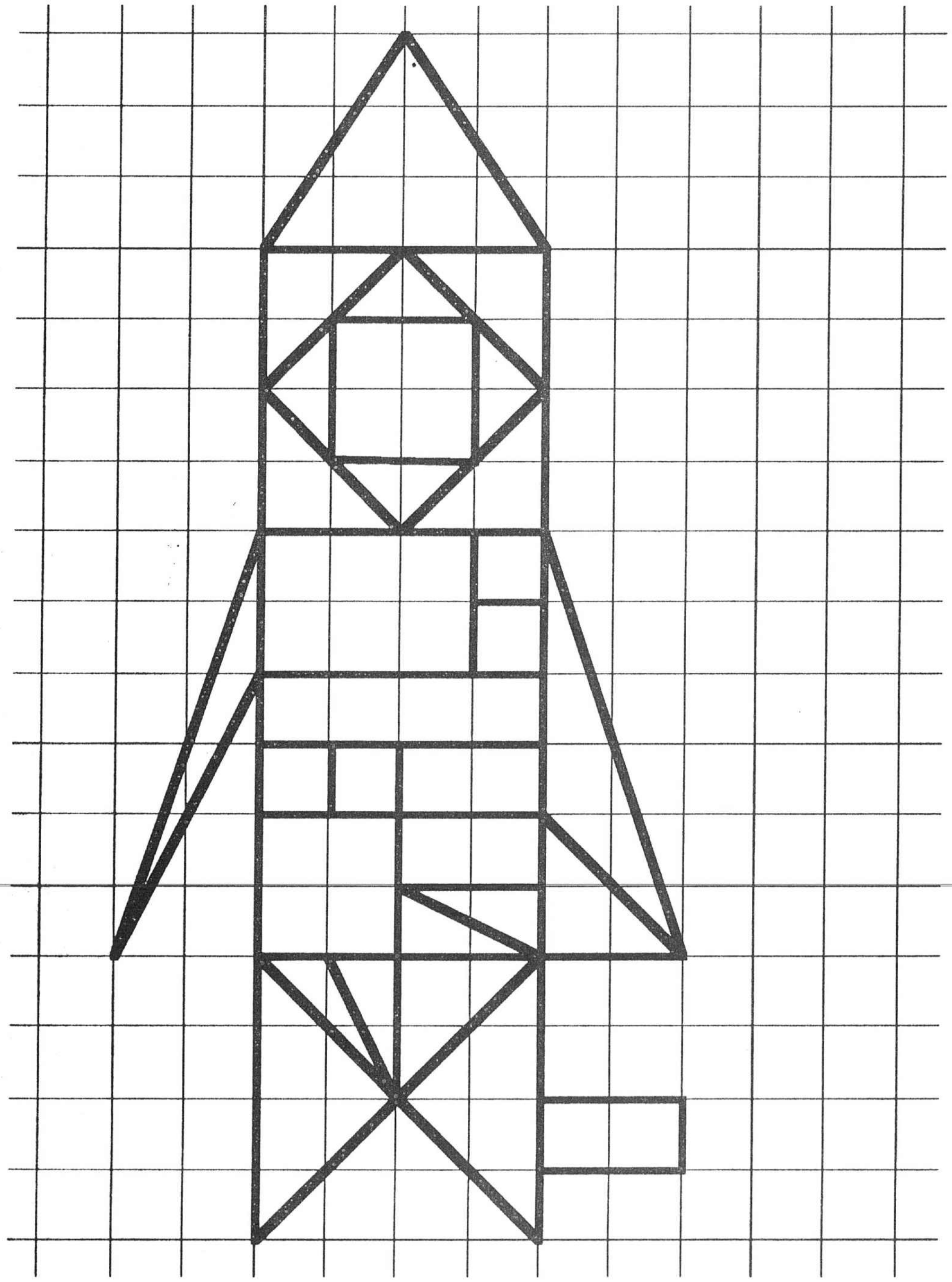
• Augmenter la complexité du dessin, le nombre de pièces, l'utilisation de formes géométriques moins élémentaires que triangle, carré, rectangle.

• Proposer une figure avec des éléments de symétrie pour utiliser la propriété de conservation de l'aire.

• Autoriser le mesurage. Problème d'approximation. Utilisation de quelques formules (les élèves "connaissent" les formules d'aires du carré, du rectangle, du triangle rectangle, parfois même du triangle isocèle par juxtaposition de deux triangles rectangles...).

ANNEXE

Ci-joint au descriptif de cette activité, la photocopie de la "fusée" distribuée à chaque élève.



6 - DU RECTANGLE AU PARALLÉLOGRAMME *

PRÉSENTATION

Cette activité s'adresse à une classe qui a déjà travaillé sur le mesurage des aires par report d'une unité ou comptage de carreaux.

Elle permettra aux élèves de se rendre compte que des figures de mêmes dimensions (même côté) ne délimitent pas forcément des surfaces de même aire.

OBJECTIFS

- Différencier longueurs et aires.
- Savoir que des figures peuvent avoir le même périmètre mais pas la même aire.
- Déterminer une aire par comptage à l'aide d'un quadrillage donné et/ou déterminer un encadrement de cette aire.
- Savoir que l'aire ne se conserve pas toujours par déformation de figures.
- **Savoir que la formule de l'aire d'un rectangle (côté x côté) ne s'applique pas au parallélogramme.**

CONTENU

Phase 1 : Oralement : *Voici trois figures* (annexe 3 : elles sont tracées superposées mais doivent être données aux élèves séparées). *Il s'agit d'un rectangle et de deux parallélogrammes. Observez ces figures ; leurs dimensions sont identiques .*
Ces trois figures ont-elles la même aire ?
On laisse un temps de réflexion. On vote . (Laissez les avis au tableau).

Phase 2 : En groupe : *vous allez essayer d'expliquer vos réponses ; voici pour tout le groupe ces trois figures sur du papier quadrillé et une feuille blanche pour vos explications ainsi que de gros feutres. Si vous avez besoin d'autres exemplaires pour les essais du groupe, je vous les donnerai au fur et à mesure des besoins. Vous calculerez également le périmètre de chacun de ces figures.*

Phase 3 : On affiche au tableau les productions des élèves. Chacun les lit. Débat et bilan.

COMMENTAIRES

Conformément au programme, le parallélogramme est présenté à l'école primaire comme un rectangle déformé. L'élève pense donc, généralement, que des invariants attachés à la figure rectangle demeurent (périmètre et aire) pour le parallélogramme même si, par ailleurs, les élèves savent que des figures peuvent avoir le même périmètre et pas la même aire et vice versa.

L'idée qu'un parallélogramme et un rectangle de mêmes côtés ont la même aire risque donc de s'ancrer durant toute la classe de 6ème et les suivantes et s'ériger en véritable obstacle

* inspiré de PERRIN - GLORIAN (1992).

lors de la recherche de l'aire d'un parallélogramme. Or, cette dernière ne peut prendre du sens qu'à condition que l'élève soit déjà persuadé que la formule à laquelle il pense ne convient pas.

Il sera alors tout indiqué en 4ème de calculer les aires de parallélogramme et de remarquer que, à côtés fixés, l'aire d'un parallélogramme varie en fonction d'un des angles (thème : cosinus d'un angle aigu).

Différentes manières peuvent concourir à comparer les aires délimitées par ces trois figures.

• Trouver l'aire de chacun des deux parallélogrammes non rectangles :

- soit par "décomposition - recomposition" : un parallélogramme non rectangle a même aire qu'un rectangle obtenu par déplacement d'un triangle rectangle du parallélogramme initial ; le comptage des carreaux ou l'utilisation de la formule de mesure de l'aire d'un rectangle donnera alors son aire exacte ;

- soit par "décomposition" : un parallélogramme non rectangle a pour aire la somme de deux aires de deux rectangles accolés ; le premier d'entre eux étant "le rectangle intérieur" au parallélogramme, le second étant obtenu à partir de deux triangles rectangles symétriques par rapport au centre du parallélogramme et que l'on accole. Le comptage des carreaux ou l'utilisation de la formule de la mesure de l'aire d'un rectangle donnera alors son aire exacte ;

- soit par "décomposition" : la surface délimitée par un parallélogramme non rectangle est découpée en rectangles et triangles rectangles et son aire est alors la somme des aires de toutes les surfaces la composant ; le comptage des carreaux, l'utilisation de la formule de la mesure de l'aire d'un rectangle pour trouver l'aire d'un rectangle et celle d'un triangle rectangle permettront de trouver les aires attendues.

• Trouver un encadrement de l'aire de chacun des parallélogrammes non rectangles :

- par les aires de deux surfaces limitées d'une part par deux côtés opposés du parallélogramme, d'autre par par deux lignes polygonales en escalier bordant l'une intérieurement, l'autre extérieurement chacune d'un côté du parallélogramme ; le comptage des carreaux uniquement permettra alors de trouver les aires voulues ;

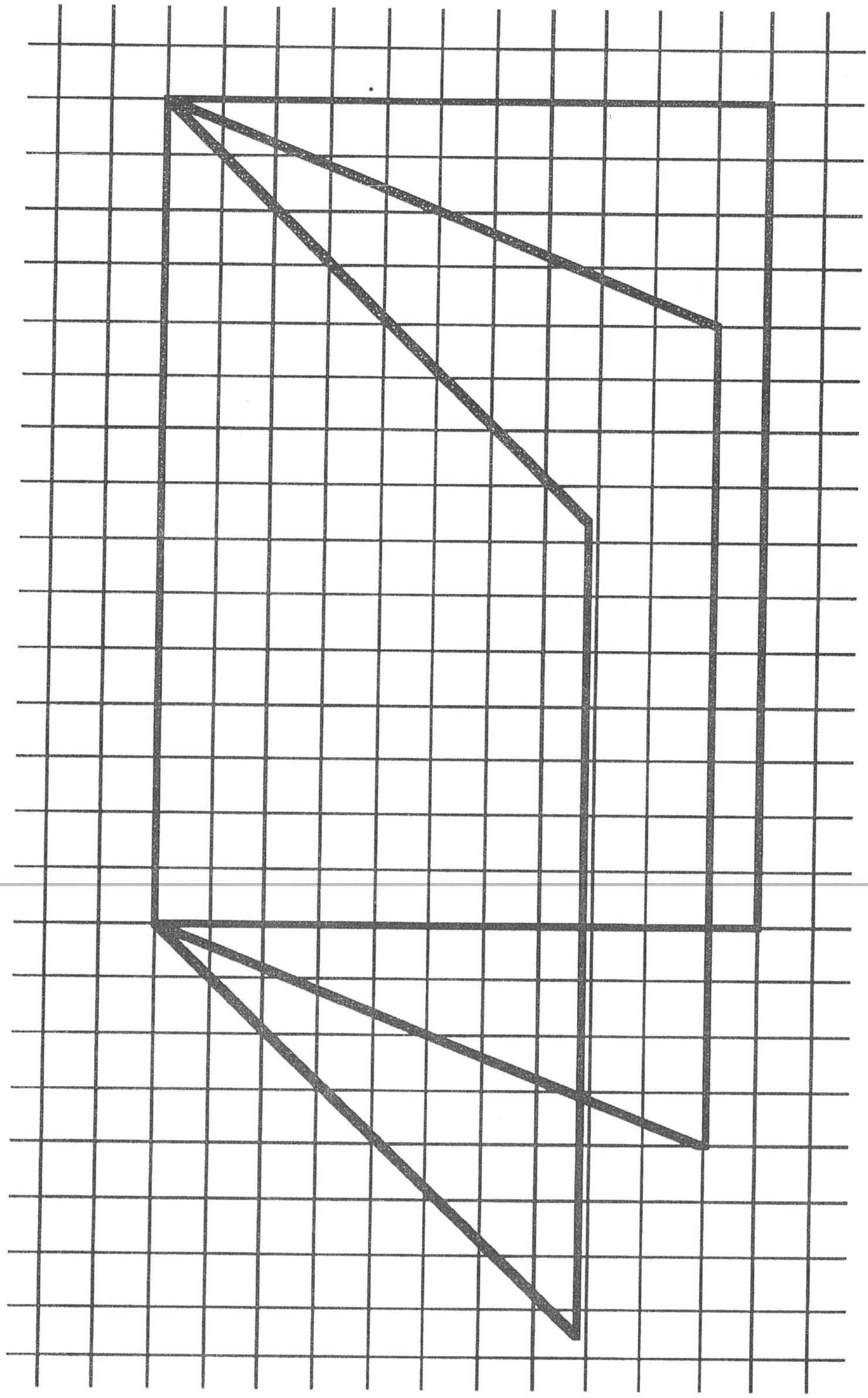
- par observation des carreaux traversés par les côté du parallélogramme, comptage de ceux-ci et compensation entre les parties de ces carreaux laissées à l'intérieur du parallélogramme et celles comptées se trouvant à l'extérieur du parallélogramme.

MODIFICATIONS POSSIBLES

Si le niveau de la classe l'autorise, les figures peuvent être données sur papier blanc, il n'est pas possible de parvenir à la réponse par un comptage de carreaux. C'est alors plutôt par décomposition des figures en sous-figures et recomposition pour obtenir des figures connues, que les élèves travailleront. Dans ce cas, ils doivent déjà avoir découvert la formule de l'aire du rectangle avec des mesures de longueur entières et savoir l'utiliser pour des mesures décimales ou autres. Cela suppose qu'ils sachent obtenir un triangle rectangle à partir d'un rectangle et vice versa.

Il sera alors possible de remarquer que si les aires délimitées par deux figures ayant un côté commun s'ajoutent pour obtenir l'aire de la figure composée, il n'en est pas de même pour les périmètres : le côté commun ne devant pas être compté en double.

ANNEXE



7 - PÉRIMÈTRE ET AIRE : NARRATION DE RECHERCHE

SITUATION DE L'ACTIVITÉ

Les élèves ont déjà travaillé sur la notion d'aire, à partir d'activités de pavages, à l'aide de quadrillages ou sur papier blanc. Ils connaissent des formes géométriques planes élémentaires. Ils savent déterminer l'aire d'une surface par report d'unité.

Dans la conduite de cette activité, le professeur utilise une pratique pédagogique appelée "**narration de recherche**" [27] [28]. Cette méthode consiste à demander à chaque élève de raconter par écrit, de façon détaillée, ses différentes phases de recherche d'un problème ; il racontera ses essais, ses erreurs, ses tâtonnements et argumentera sur la validité des solutions qu'il propose.

Se retrouvent visées ici, quelques compétences transversales indiquées dans les nouveaux programmes du cycle III de l'école primaire et de 6ème du collège, à savoir "capacité à chercher, raisonner, prouver... ".

On pourra utiliser un autre sujet de narration de recherche (voir à la fin de cette séance) proposé à des élèves de 6ème sur ce même thème "aire et périmètre". Deux productions d'élèves, sur l'activité proposée ici, sont données en annexe.

OBJECTIFS

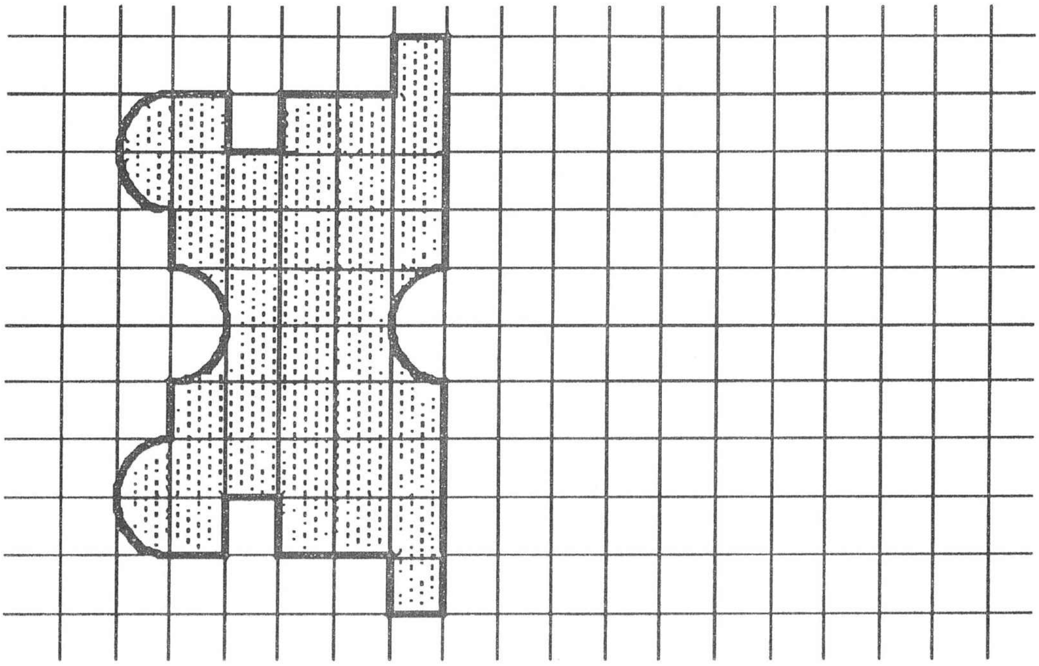
- Savoir comparer des aires planes.
- Formuler que deux surfaces non superposables peuvent avoir la même aire.
- Savoir que le périmètre d'une figure est la longueur totale de la ligne fermée qui délimite cette figure.
- Différencier les concepts de périmètre et d'aire et constater que la propriété "avoir même aire" n'entraîne pas obligatoirement "avoir même périmètre".

ORGANISATION DE L'ACTIVITÉ

* Matériel : photocopies d'une figure sur fond quadrillé, distribuées aux élèves. (Voir dessin dans consigne).

* Consigne :

- Construis sur le quadrillage ci-dessous un rectangle de même aire que la surface hachurée.
- Ce rectangle que tu viens de construire a-t-il le même périmètre que la figure du problème ?
- Comme pour tes précédentes narrations, essaie de raconter, avec le plus de précision possible, comment tu arrives à résoudre ce problème.
- Quelles sont les idées et les remarques que tu as faites, les observations qui t'ont fait changer de méthode ou qui t'ont fait progresser ?



* Déroulement

- Chaque élève travaille individuellement sous la forme d'une "**narration de recherche**".
- Ces feuilles seront relevées, corrigées par le professeur et rendues à la séance suivante pour une synthèse collective en classe : un compte-rendu des différentes stratégies utilisées par les élèves permettra de construire ainsi, progressivement, une correction du problème à partir du travail de chacun.

PROLONGEMENTS POSSIBLES

- Calcul de l'aire d'un rectangle pour des mesures entières, qui peuvent amener à la formule.
- Calcul du périmètre d'un rectangle pour des mesures entières.
- Évaluer la longueur d'un cercle, avec mesure entière du rayon.

MODIFICATIONS ÉVENTUELLES DE CETTE ACTIVITÉ

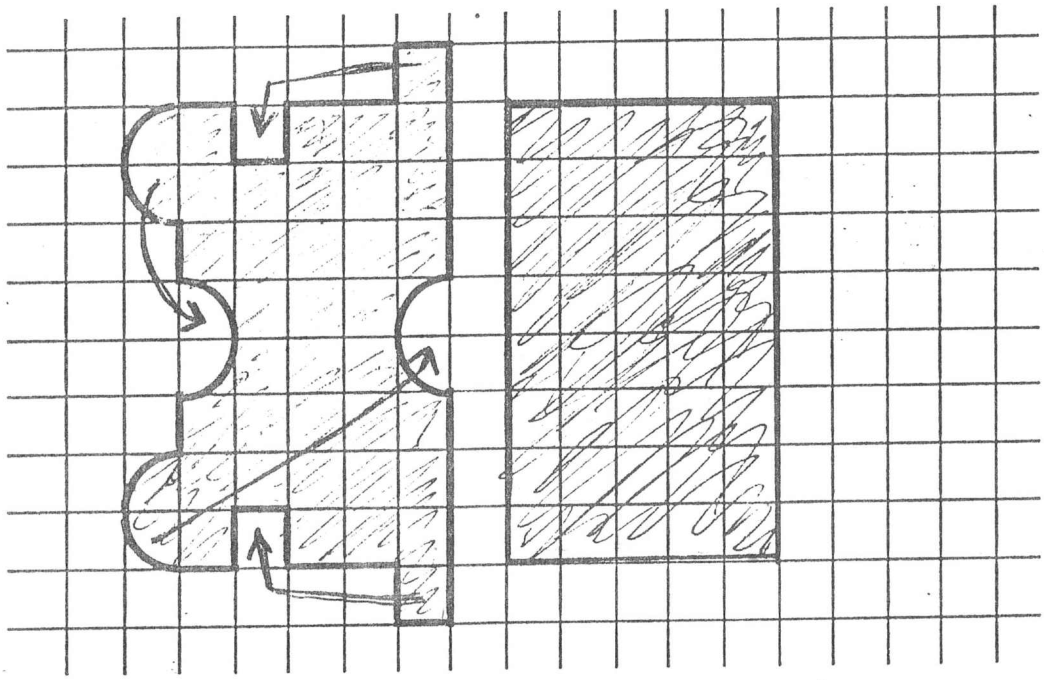
- Figure proposée plus complexe, ou à l'inverse, figure limitée seulement par des bords rectilignes pour une meilleure évaluation du périmètre.
- Demander dans la consigne de construire une figure de même aire, sans préciser la forme rectangle, pour avoir une recherche plus ouverte.

- **On peut également proposer un autre sujet de narration de recherche :**

" Trace un triangle ABC tel que AB = 6 cm ; BC = 8,5 cm et AC = 9,5 cm. Où dois-tu placer un point M sur le côté [AC] pour que les deux triangles ABM et BMC aient le même périmètre ? "

~ Narration de recherche ~ (6e)

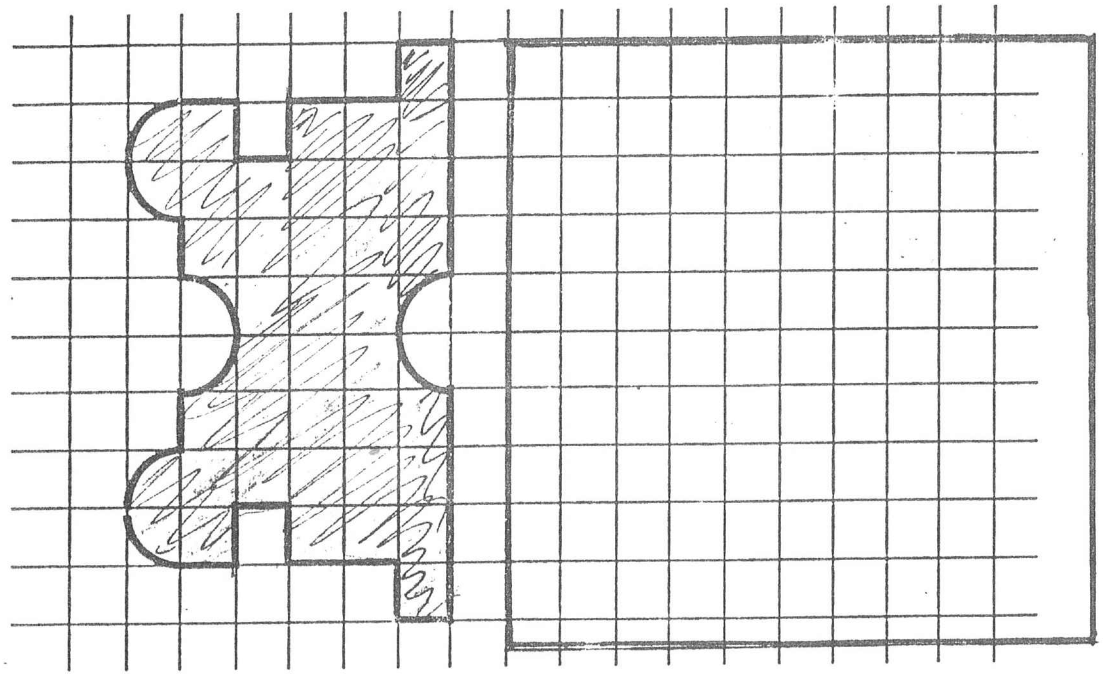
- Construis sur le quadrillage ci-dessous un rectangle de même aire que la surface hachurée.
- Expliques en quelques phrases ta démarche et tes idées.
- Ce rectangle que tu viens de construire a-t-il le même périmètre que la figure du problème,



1) Dans ce dessin, il y a des trous qui font la même dimension
que des bosses.
Je vais boucher les trous par les morceaux en trop qui dépasse et les
du rectangle. J'ai mis les cubes dans les trous carrés
demis-cercles me serviront à boucher les parties arrondis
qui sont rentrés.
Je fais des flèches pour vous montrer de quoi je
parle.
Ça donne un rectangle, je le fais à côtés.
Je calcule l'aire en carreaux, c'est plus facile sans les
arrondis, je compte 40 carreaux.
2) En principe ça à le même périmètre, j'ai calculé,
j'ai ajouté ou ils ont le même nombre de carreaux.
Les morceaux en trop, je ne les ai pas jeté je les ai gardés
pour les mettre dans les trous
Le rectangle a le même périmètre que la surface
hachurée car s'il à la même aire il a forcément le
même périmètre.

~ Narration de recherche ~ (6e)

- Construis sur le quadrillage ci-dessous un rectangle de même aire que la surface hachurée.
- Expliques en quelques phrases ta démarche et tes idées.
- Ce rectangle que tu viens de construire a-t-il le même périmètre que la figure du problème?



Je calcule d'abord le perimètre

1 carreau = 0,8 cm et il y a 26 carreaux donc 0,8 × 26 = 20,8 cm

rayon du cercle = 0,8 cm et le cercle à 5,44 il y a 4 ½ cercle donc 2 cercles

5,44 × 2 = 10,88

Perimètre totale = 20,8 + 10,88 = $\boxed{31,68 \text{ cm}}$

Perimètre du rectangle :

8 + 8 = 16   8 = longueur

31,68 − 16 = 15,68 ÷ 2 = 7,84 = largeur

Aire totale du rectangle :

8 × 7,84 = $\boxed{62,72 \text{ cm}}$

8 - IMAGE MENTALE DU MÈTRE CARRÉ

SITUATION DE L'ACTIVITÉ

Cette activité est à mettre en place avant de travailler sur les unités d'aire usuelles. Les élèves n'ont pas beaucoup d'images mentales sur les principales unités et il est intéressant de tenter d'y remédier.

Le caractère, un peu exceptionnel, de cette activité qui se déroule à l'extérieur de la salle sera un bon point d'ancrage pour le référent collectif de la classe.

Une activité de ce genre se trouve dans le Suivi Scientifique de 6ème (INTER-IREM [8]) avec le cm^2.

OBJECTIFS

- **Se constituer une image mentale du m^2.**
- Savoir que des surfaces de différentes formes peuvent avoir pour aire 1 m^2.
- Savoir que des surfaces de même aire peuvent avoir des périmètres différents.
- Savoir que des surfaces de même périmètre peuvent avoir des aires différentes.

ORGANISATION DE L'ACTIVITÉ

* Lieu : à l'extérieur, dans la cour du collège, ou sous le préau.

* Matériel : pour chaque groupe d'élèves, une grande règle professeur, une équerre, des craies de couleur et de la ficelle.
Un panneau type "paper board" avec des feuilles blanches et des marqueurs pour le groupe -classe.

*Déroulement de l'activité : le travail se déroule en trois phases.

Phase 1 : durée 15 minutes environ

Les élèves sont par groupes de trois et la consigne est la suivante:

"Dessinez deux surfaces différentes ayant comme aire 1 m^2"

Chaque groupe vient faire le schéma de sa surface sur la feuille blanche en indiquant les dimensions choisies.

Phase 2 : durée 15 minutes environ

Chaque groupe vient travailler sur les surfaces d'un autre groupe.
La consigne est celle ci :

"Transformez une des deux surfaces de façon que son périmètre augmente mais que son aire ne change pas."

Phase 3 : durée 20 minutes environ.

Travail collectif pour valider les productions des différents groupes et faire la synthèse de l'activité.

PROLONGEMENTS ÉVENTUELS

Si les élèves sont très rapides ou lors d'une deuxième séance, ils peuvent chercher une surface de 1 m^2 dont le périmètre soit le plus petit possible parmi tous ceux trouvés par la classe.

On peut aussi se cantonner aux rectangles et étudier les variations du périmètre.

On peut aussi s'intéresser aux surfaces de 1 m^2 dont le périmètre serait le plus grand possible parmi tous ceux trouvé par la classe....

MODIFICATIONS POSSIBLES

On peut faire le même travail avec les autres unités usuelles, par exemple le dm^2 ou le cm^2. L'activité peut alors se dérouler en classe.

BIBLIOGRAPHIE

sur "Nombres décimaux"

[1] *Apprentissages mathématiques en 6ème*, 1991, I.N.R.P. - Ermel - Hatier enseignants.

[2] *Aides pédagogiques pour le cycle moyen 2*, 1986, Nombres décimaux. Élém - Math VIII, Bulletin de l'A.P.M.E.P. n° 61

[3] BELLARD (collectif), 1995, *Liaison cycle 3 - 6ème : Un outil d'aide à l'analyse des compétences en mathématiques*, IREM de Montpellier.

[4] DUVAL, 1993, *Registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée*, Annales de didactique et de sciences cognitives, Vol. 5, IREM de Strasbourg pp. 37-65.

[5] Évaluations d'entrée en 6ème depuis 1987 et les résultats nationaux s'y rapportant.

[6] GRISVARD et LÉONARD, 1983, *Résurgence de règles implicites dans la comparaison de nombres décimaux*, Bulletin de l'A.P.M.E.P. n° 340.

[7] LÉONARD et GRISVARD, 1981, *Sur deux règles implicites utilisées dans la comparaison de nombres décimaux positifs*, Bulletin de l'A.P.M.E.P n° 327.

[8] Suivi scientifique classe de sixième, Inter IREM.

[9] P. JOHAN, *Opérations sur toises, pieds, pouces...*, Repères n° 18.

[10] M.J.PERRIN - GLORIAN, 1992, Thèse de doctorat d'état : *Aires de surfaces planes et nombres décimaux - Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM - 6ème* .

[11] *Le nombre décimal en sixième*, IREM de Grenoble.

[12] Ermel CM2 (Hatier).

[13] *Objectif Calcul* CM1 (Hatier).

sur "Aire et périmètre"

[14] *Apprentissages mathématiques en 6ème*, 1991, I.N.R.P. - Ermel - Hatier enseignants.

[15] *Aides pédagogiques pour le cycle moyen 2*, 1986, Nombres décimaux, Élém - Math VIII, Bulletin de l'A.P.M.E.P. n° 61.

[16] BELLARD (collectif), 1995, *Liaison cycle 3 - 6ème : Un outil d'aide à l'analyse des compétences en mathématiques*, IREM de Montpellier.

[17] DUVAL, 1993, *Registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée*, Annales de didactique et de sciences cognitives, Vol. 5, IREM de Strasbourg pp. 37-65.

[18] Évaluations d'entrée en 6ème depuis 1987 et les résultats nationaux s'y rapportant.

[19] GRISVARD et LÉONARD, 1983, *Résurgence de règles implicites dans la comparaison de nombres décimaux*, Bulletin de l'A.P.M.E.P. n° 340.

[20] LÉONARD et GRISVARD, 1981, *Sur deux règles implicites utilisées dans la comparaison de nombres décimaux positifs*, Bulletin de l'A.P.M.E.P n° 327.

[21] Britt-Mari BARTH, *Apprentissage de l'abstraction* , Éditions Retz.

[22] R. DOUADY et M.J. PERRIN - GLORIAN, 1989, *Processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane*, Educational Studies n °20, pp. 387-424.

[23] Collectif de Cahors, 1991, *Introduction Aires des surfaces planes*, Actes du colloque de la Copirelem de Cahors.

[24] Marie-Lise PELTIER et Catherine HOUDEMENT, en compléments du précédent.

[25] N. BELLARD (collectif), 1995, *Liaison cycle 3 - 6ème : Un outil d'aide à l'analyse des compétences en mathématiques*, I.R.E.M. de Montpellier.

[26] C. PAVERNY et P. WIERUSZEWSKI, *Périmètre et aire*, Revue Plot n° 66.

[27] P. MOREIRA BALTAR, C. COMITI, 1994, *Difficultés rencontrées par des élèves de cinquième en ce qui concerne la dissociation aire/périmètre pour des rectangles*, Revue Petit X n° 34, pp.5-29.

[28] A. CHEVALIER, 1993, *Narration de recherche*, Revue Petit X n° 33 .

[29] A. CHEVALIER et M. SAUTER, 1992, *Narration de recherche*, IREM de Montpellier.

[30] *Diagonale CM2* (Nathan).

Signalons également les manuels scolaires de sixième à grande diffusion, dans lesquels on pourra trouver quelques idées intéressantes.

TITRE
ACTIVITÉS POUR LA CLASSE DE SIXIÈME : NOMBRES DÉCIMAUX - AIRES ET PÉRIMÈTRES.

AUTEURS
Marie-Claire COMBES - Liliane DRAY - Pierrette FERRIÈRE - Martine LEWILLION - Mireillle SAUTER avec la collaboration de Daniel BOUTTÉ et Thierry MURGIER.

ÉDITEUR
IREM de Montpellier

MOTS CLÉS
Nombres décimaux - Aire - Périmètre - activités - collège - sixième.

RÉSUMÉ
Ce document réalisé à partir d'une réflexion sur les nouveaux programmes de sixième, concerne des activités sur des notions dont la présentation a sensiblement été modifiée dans les programmes de 1996.

Le choix des auteurs s'est porté sur deux thèmes , "nombres décimaux" et "Aires et périmètres" qui, au vu des résultats des évaluations, semblent les plus mal maitrisés par les élèves à l'entrée au collège.

Chacune des activités proposées a été utilisée en classe par les enseignants qui ont rédigé ce document. Elle est présentée par sa place dans le programme de sixième, les objectifs qu'elle vise, le détail de son organisation dans une classe et ses prolongements possibles.

NOMBRE DE PAGES
84 pages

N° ISBN
2-909916-24-3