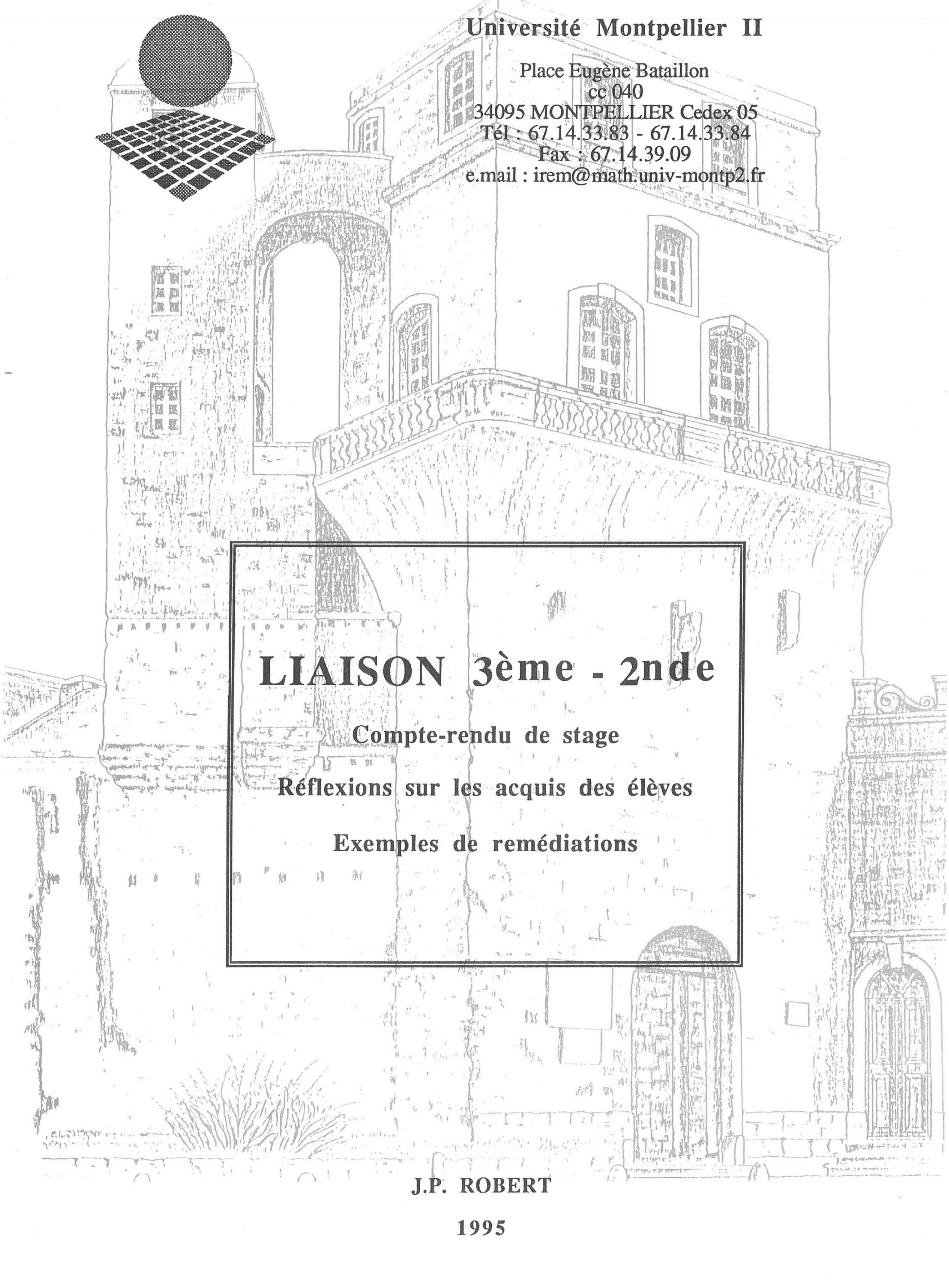
INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Université Montpellier II

Place Eugène Bataillon
cc 040
34095 MONTPELLIER Cedex 05
Tél : 67.14.33.83 - 67.14.33.84
Fax : 67.14.39.09
e.mail : irem@math.univ-montp2.fr



LIAISON 3ème - 2nde

Compte-rendu de stage

Réflexions sur les acquis des élèves

Exemples de remédiations

J.P. ROBERT

1995

SOMMAIRE

I / Présentation page 2

II / Les évaluations page 2
- l'évaluation nationale à l'entrée en seconde.
- acquis-non acquis : le point de vue des enseignants.
- des pistes de travail.

III / Autour du calcul algébrique page 5
- un catalogue des erreurs fréquentes.
- deux exemples de remédiation.

IV / Autour de l'ordre page 15
- à la recherche de l'ordre dans les programmes.
- comparaison de deux nombres réels.

V / Autour des transformations page 18
- reconnaitre une transformation.
- un problème de construction: compléter une figure.

VI / Autour de la démonstration en géométrie page 23
- vers la démonstration en géométrie.

VII / Dans l'espace page 29
- représentation de polyèdres : règles de la perspective cavalière.
- vers les sections de polyèdres : sections de cubes.

ANNEXES : 1/ Horaires et programmes des classes de 3ème et 2de. page 33
2/ Bilan des évaluations de Septembre 94. page 41
3/ Evaluation en 2de 95-96 (B.O 19 du 11.5.95). page 43
4/ Etude des programmes de 3ème et 2de par le GACEM. page 45

BIBLIOGRAPHIE : page 50

I/ PRESENTATION

Dans le cadre du Plan Académique de Formation , le Groupe Géométrie de l'IREM de Montpellier a animé pendant les années scolaires 1993 - 1994 et 1994 - 1995 des stages de travail " liaison $3^{ème}$ - 2^{de} " dans les centres de Montpellier , Anduze et Céret.

Le présent document a pour but d'en fournir un compte - rendu aussi fidèle que possible, de susciter la réflexion des enseignants de Mathématiques de collège et de lycée sur les difficultés rencontrées par les élèves et d'envisager certaines remédiations.

Il présente également les horaires et programmes (annexe 1) des classes de $3^{ème}$ et de 2^{de} .

Signalons enfin , que la classe de Mathématiques de 2^{de} se distingue de celles du collège par son découpage en trois périodes distinctes (voir à ce sujet : [I]):

- cours en classe entière
- travaux dirigés en demi-groupes à effectifs constants
- modules en demi-groupes à effectifs variables

II/ LES EVALUATIONS

1/ *L'évaluation nationale à l'entrée en seconde*

Depuis la rentrée 1992, le Ministère, à l'instar de ce qu' il a organisé en $6^{ème}$, a lancé une opération d'évaluation nationale des élèves de 2^{de} en Français, Langue Vivante 1, Histoire-Géographie et Mathématiques . Alors qu'en $6^{ème}$ un bilan national de cette évaluation est édité chaque année, seules sont disponibles, en 2^{de}, des statistiques personnelles (par classe) ou locales (par lycée). (voir à ce sujet : annexe 2)

Ces tests ne constituent pas un bilan de fin de $3^{ème}$, sur des contenus, mais plutôt une évaluation diagnostique des capacités et compétences des élèves: lire un énoncé, un tableau, un graphique , mobiliser ses connaissances, appliquer ......

Leur utilisation principale devait être la constitution , grâce à un traitement informatique, de groupes de modules réunissant les élèves ayant eu la même réussite (ou le même échec) à des items relevant des mêmes compétences.

Mais ces regroupements par troncature ont été très décevants: que dire d'une troncature à deux groupes qui donne un groupe d'un élève et un autre de 33 élèves ?

Comment équilibrer les groupes et intégrer les élèves atypiques ?

Comment choisir et une fois les groupes constitués , que leur faire faire ? (voir à ce sujet : [III])

La lourdeur de la tâche, l'organisation horaire des modules, la plupart du temps en parallèle avec une autre matière, ainsi que l'aspect inévitablement figé d'un test d'élève en début d'année n'ont pas, en général, permis une telle utilisation.

Ces tests constituent cependant une aide pour l'enseignant de 2de ; en lui permettant de repérer les items à forte ou faible réussite, ils lui fournissent des renseignements sur les profils d'élèves qui renvoient aux contenus enseignés et pourront guider son travail de début d'année.

Notons enfin, que le Ministère a entendu certaines des remarques qui lui sont parvenues depuis 2 ans et qu'il a à la rentrée 1995 apporté les aménagements suivants , valables pour les 4 matières évaluées . (voir la circulaire ministérielle en annexe 3).

- Utilisation d'un nouveau logiciel de traitement " plus convivial et accessible aux enseignants peu familiarisés avec l'informatique" ; il permettra d'obtenir des analyses d'items, ou de regroupements d'items, ainsi que des profils d'élèves, ou de classe.

- Mise à disposition des établissements, des résultats d'un échantillon national (même principe qu'en 6ème).

- Diffusion d'une banque d'exercices " qui permettra aux professeurs qui le désirent de connaitre en cours d'année les performances de leurs élèves , de suivre leur évolution et leurs progrès " , en procédant à une évaluation par compétences, avec des niveaux d'exigence gradués .

Cette circulaire insiste enfin sur l 'information et la communication nécessaires à la réussite de cette entreprise ainsi que sur la formation des professeurs dans les domaines suivants :

- " Evaluation par compétence".
- " Analyse des performances pour lesquelles l'utilisation du logiciel doit être présentée ".
- " Repérage des besoins ".

2/ *Acquis-non acquis : le point de vue des enseignants*

Dans chacun des centres de stage , la question suivante a été posée aux enseignants de 3ème et de 2de : " *Quelles sont , selon vous , les notions acquises ou non acquises par un élève à l'entrée en seconde ?* "

Après un fructueux travail de groupes , voici la synthèse que nous pouvons présenter :

NOTIONS ACQUISES	NOTIONS NON ACQUISES
- application du théorème de Pythagore pour les calculs de longueur; calcul de distances dans un repère orthonormal - connaissance du théorème de Thalès dans le triangle - trigonométrie dans le triangle rectangle - construction de l'image d'une figure dans une translation , une symétrie - techniques de calculs élémentaires	- notion de vecteur - notion d'équation de droite - démonstrations utilisant les sommes vectorielles - raisonnement (savoir énoncer la règle) - notion de fonction - calcul algébrique (expérience restreinte des factorisations) - notions de valeur exacte et approchée - résolution d'équations ou d'inéquations - compréhension des énoncés et mise en équation

3/ *Pistes de travail*

Ce document n'a pas pour objectif d'analyser finement les résultats des tests d'évaluation; nous souhaitons seulement, à partir du travail des groupes présenté ci-dessus, dégager les pistes de travail souhaitées par les stagiaires et les compléter grâce à quelques remarques concernant les résultats des tests d'évaluation .

Certaines des notions considérées comme non acquises (vecteur, équation de droite...) font référence à des contenus qui feront l'objet d'un apprentissage continué et approfondi en 2de et n'ont pas retenu notre attention.

D'autres mettent l'accent sur des compétences (raisonnement - savoir énoncer la règle - compréhension des énoncés et mise en équation ...) qui sont à la base de l'échec de nombreux élèves ; les modules de 2^{de} nous semblent le lieu priviligié pour tenter de répondre aux besoins de ces élèves (voir à ce sujet [1]).

Le net déficit de performance en calcul algébrique, sans doute dû au peu d'exigence des programmes du premier cycle, a très profondément retenu l'attention des stagiaires .

Dans la suite , nous présentons donc un travail autour du calcul algébrique, un autre autour de l'ordre et enfin, à la demande des stagiaires, quelques rappels des problèmes soulevés par la représentation dans l'espace.

D'autre part, la lecture des résultats des tests d'évaluation vient compléter le tableau précédent en ce qui concerne les transformations et le raisonnement en géométrie: la compétence "Justifier" (utiliser un théorème, une définition; mobiliser ses connaissances) figure parmi les notions les plus mal acquises.

Nous proposons donc en complément un travail sur les transformations et un autre sur la démonstration en géométrie.

III/ AUTOUR DU CALCUL ALGEBRIQUE

1/ *Un catalogue des erreurs fréquentes*

Grâce à leur expérience et à la lecture des tests d 'évaluation , les stagiaires ont pu dresser un catalogue des erreurs fréquentes en calcul algébrique .
Nous pouvons ainsi distinguer :

- celles liées à la linéarité: $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$.

- celles liées aux écritures fonctionnelles: inverse - opposé (confusion entre -a et 1/a), puissance ($-2^4 = 16$)........

- celles liées au parenthésage ainsi qu'à la lecture et à l'écriture des nombres:
$$\frac{2+5}{2\times 3} = \frac{5}{3} \quad \text{ou } 2+3\times 5 = 25 \ ....$$

- celles liées à l'égalité (inégalité) et aux transformations conservant la valeur de vérité: $2x + 3 = 0$ donne $x = -3 -2$.

- celles liées à la calculatrice et au traitement qu'elle réserve aux égalités:

$$\frac{2}{3} = 0{,}6666666666$$

2/ *Un premier exemple de remédiation sur les erreurs liées au parenthésage*

Dans nos classes , nous rencontrons souvent l'élève qui écrit juste et calcule faux : $2+3\times5=25$ et celui qui écrit faux et calcule juste :$2+3\times3+4=35$

Dans tous les cas , il y a un déficit double:
- sur la communication des calculs
- sur l'appréhension globale d'une expression algébrique.

Dans notre questionnement habituel, interviennent les mots: CALCULER - DEVELOPPER - REDUIRE - FACTORISER - SIMPLIFIER dont le sens est toujours lié à celui de l'addition ou de la multiplication. La compréhension nécessite toutefois que la forme de l'expression à calculer soit perçue globalement comme celle d'une *somme* ou d'un *produit* ou d'un *produit de sommes* ou d'une *somme de produits*.

- DEVELOPPER s'applique à 3(a+b)-2(c+d) (somme de produits), à (a+b)(c+d) (produit de sommes) mais pas à 2x+3y-5 (somme de produits).

- FACTORISER ne s'applique qu'à une somme de produits (ou à une forme remarquable).

- SIMPLIFIER peut signifier calculer, calculer en mettant en évidence des inverses ou des opposés , mais également utiliser des règles de simplification sur des quotients nécessitant la reconnaissance de produits.

Le travail que nous proposons ,tiré de [1], tente de clarifier ces aspects avec les élèves: il aborde l'objectif par des voies détournées (travail sur les surfaces) qui peuvent attirer l'attention d'élèves de 3ème ou de 2de tout en faisant prendre conscience du sens.
Il permet de travailler sur la reconnaissance et l'appréhension globale d'une expression algébrique en terme de sommes et produits.
Présenté en début d'année de 2deau cours d'un module, il a l'avantage de servir par la suite de référent pour la classe.

SOMME ET PRODUIT

Objectifs:

L'analyse des erreurs de calcul commises par les élèves dans les tests d'évaluation (et ailleurs) fait apparaître que dans presque tous les cas les causes d'erreurs sont les mêmes, l'écriture d'un nombre sous forme de somme S ou de produit P n'est pas repérée.

Les exercices qui suivent ont pour but de mettre cela en évidence et d'en apprécier les conséquences sur quelques simplifications de fractions.

Déroulement:

Ce travail a été abordé dans une première séance d'une demi-heure, les élèves travaillant individuellement. La deuxième séance de 1h30 a permis de réaliser les exercices 1,2,3 pour les plus rapides (qui ont bloqué sur le calcul 4 de l'exercice 3, mais c'est bien normal !). On peut remarquer que dans l'exercice 1 le calcul 8 n'est abordable que par la somme contrairement aux précédents. Les exercices 4 et 5 qui devaient permettre un contrôle n'ont pu être traités, ils le seront plus tard dans une autre séance.

Dans l'exercice 1 les élèves ont eu beaucoup de difficultés à adopter la méthode proposée, calcul de P, calcul de S, vérification. Leur démarche allant plutôt vers calcul de P, développement, forme de S.

Remarques:

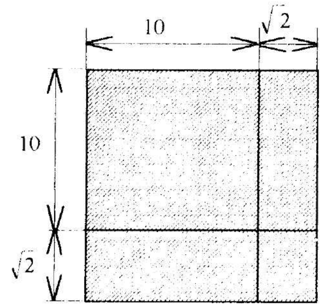
Cette séance effectuée relativement tôt dans l'année scolaire, a servi pour la suite de référent pour toute activité faisant intervenir développements ou factorisations. La lecture d'une expression algébrique en termes de somme ou produit facilitant les divers passages.

Les nombres proposés dans les exercices, l'absence d'échelle sur les figures résultent d'un choix. Si les racines carrées sont de nature à bloquer les élèves on peut les remplacer par des fractions, des lettres...

SOMME ET PRODUIT

Exercice 1: Calculer la surface hachurée sous forme de somme S et de produit P. Vérifier que P=S

(1)

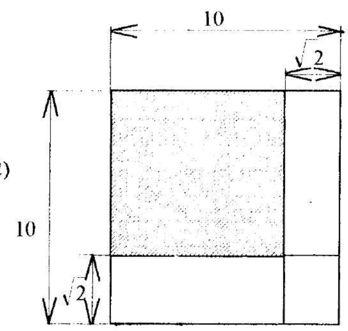


P=

S=

Vérification:

(2)

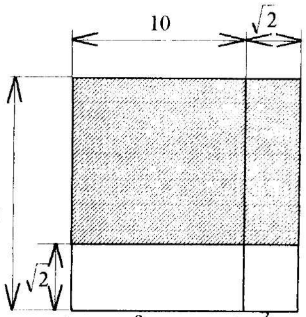


P=

S=

Vérification:

(3)

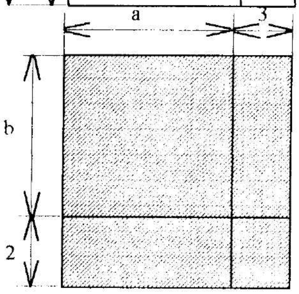


P=

S=

Vérification:

(4)

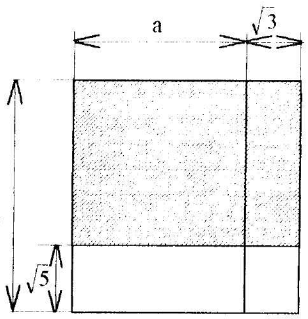


P=

S=

Vérification:

(5)

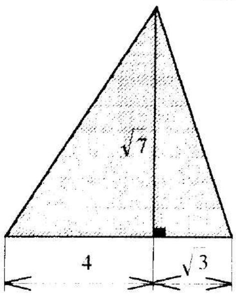


P=

S=

Vérification:

(6)

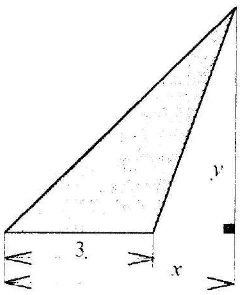


P=

S=

Vérification:

(7)

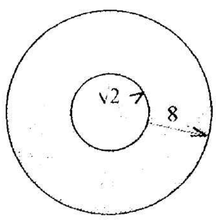


P=

S=

Vérification:

(8)



P=

S=

Vérification:

Exercice 2: Donner les dimensions d'un rectangle dont la surface s'exprime par:

1°) $\sqrt{3}(a+2)+\sqrt{5}(a+2)$ $\qquad \ell =$ $\qquad L =$

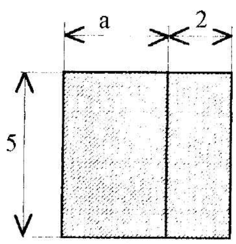
2°) $(3+\sqrt{2})(a-\frac{1}{2})+(3+\sqrt{2})(a+4)$ $\qquad \ell =$ $\qquad L =$

3°) a^2+2a $\qquad \ell =$ $\qquad L =$

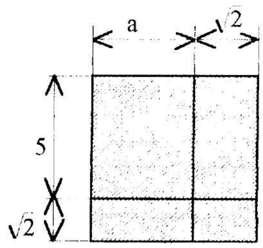
4°) $(3-\sqrt{2})(\frac{3}{4}-x)+(\frac{1}{3}-x)(3-\sqrt{2})$ $\qquad \ell =$ $\qquad L =$

5°) $a^2+3b+3a+ab$ $\qquad \ell =$ $\qquad L =$

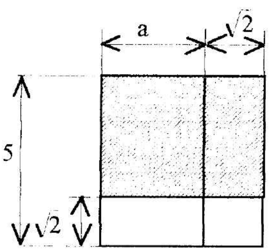
Exercice 3: La surface hachurée vaut 100 dans chaque cas. Que vaut le nombre a ?



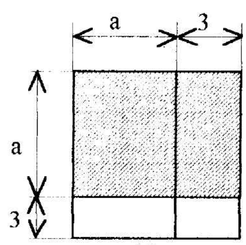
(1)



(2)

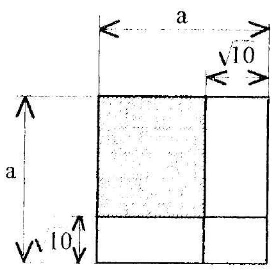


(3)

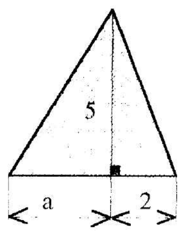


(4)

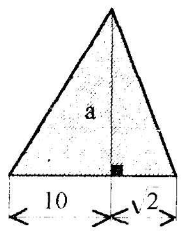
(5)



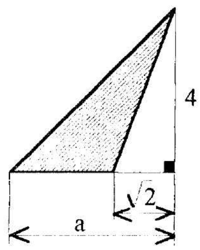
(6)



(7)



(8)



Exercice 4:

1°) Le nombre A= 2 + 3 x 4 - 5 est-il une somme ou un produit?
Effectuer le calcul.

2°) A l'aide de parenthèses convenablement placées dans 2 + 3 x 4 - 5 , formez un produit B que vous calculerez.

B=

2°) A l'aide de parenthèses convenablement placées dans 2 + 3 x 4 - 5 , formez deux sommes différentes C et D que vous calculerez.

C=

D=

Exercice 5: Simplifier si possible les fractions suivantes.

$$A = \frac{3 \times 17}{3 \times 5 - 3 \times 2}$$

$$B = \frac{3 \times 17}{3 \times 5 - 3}$$

$$C = \frac{3 \times 17}{3 \times 5 - 2}$$

$$D = \frac{3 \times 28}{4 + 3}$$

$$E = \frac{3 + 28}{4 \times 3}$$

$$F = \frac{4 + 28}{4 \times 3}$$

$$G = \frac{2a + b}{a + b}$$

$$H = \frac{4a + 4b}{a + b}$$

$$I = \frac{2a + 4b}{2 + 4}$$

$$J = \frac{25}{2\sqrt{5}}$$

$$K = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{6}}{5\sqrt{3}}$$

2/ Un deuxième exemple sur les erreurs liées à la linéarité

Nombreuses sont les erreurs sur le calcul formel liées à une volonté de simplification de l'écriture qui vient souvent de la prégnance du concept de linéarité: $\sqrt{a^2+b^2} = a+b$, $(a+b)^2 = a^2+b^2$..........

Pour tenter d' y remédier , il nous a semblé important de travailler dans trois directions:

- Du point de vue numérique , pour que l'élève ait une première prise de conscience de son erreur .

- Du point de vue graphique ou géométrique pour qu'il puisse attribuer du sens à chaque écriture :
  - Sur des figures géométriques dans le premier cycle (avec des calculs d'aire et un travail sur le théorème de Pythagore).
  - Grâce également à des représentations graphiques des fonctions de référence en 2^{de} (avec un travail essentiellement graphique).

Cette séquence regroupe les démarches de nombreux enseignants; présentée en module de 2^{de} en début d'année, ou pendant le cours de $3^{ème}$, elle pourra, nous l'espérons, servir de référent à la classe.

ETRE OU NE PAS ETRE LINEAIRE ?

Point de vue numérique

Compléter, lorsque c'est possible, le tableau suivant . Que peut-on conjecturer ?

a	9	-2	$\frac{1}{2}$	8	0
b	16	4	$\frac{1}{4}$	8	$\sqrt{3}$
$(a+b)^2$					
a^2+b^2					
$2(a+b)$					
$2a+2b$					
$\sqrt{a+b}$					
$\sqrt{a}+\sqrt{b}$					
$\frac{1}{a+b}$					
$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$					

Point de vue du langage

Ecrire en français à l'aide des mots somme , inverse , carré , racine carrée l'expression de chacune des formes algébriques suivantes :

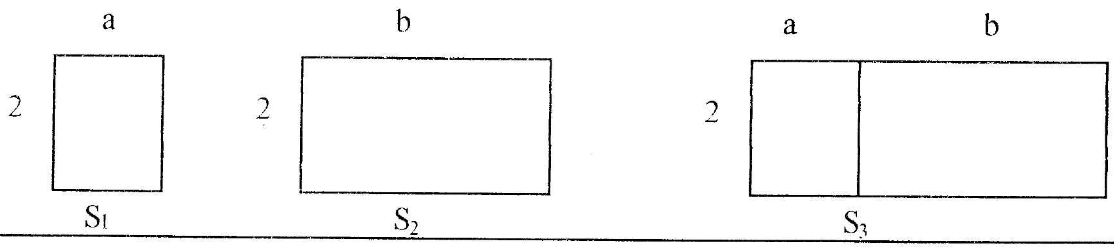
$$(a+b)^2 \quad ; \quad a^2+b^2 \ ; 2(a+b) \ ; 2a+2b \ ; \sqrt{a+b} \ ; \sqrt{a}+\sqrt{b}; \ \frac{1}{a+b}; \frac{1}{a}+\frac{1}{b}$$

exemple : $(a+b)^2$ est le carré de la somme de a et b

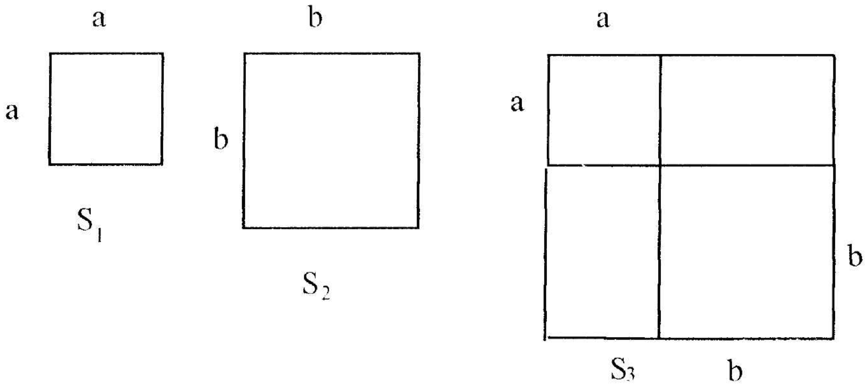
Point de vue graphique

- avec des figures

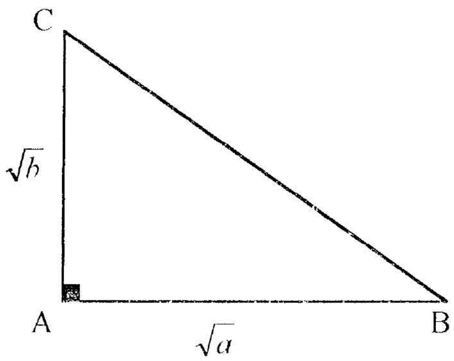
1/ Calculer $S_1 + S_2$ et S_3 .L'égalité :$2a+2b = 2(a+b)$ est - elle vraie ?



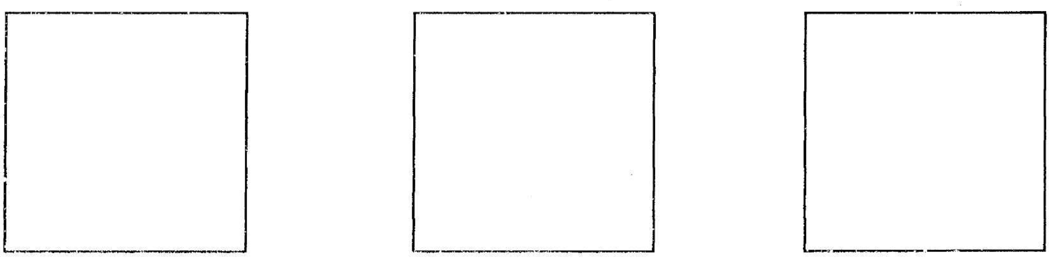
2/ Calculer $S_1 + S_2$ et S_3 . L'égalité :$(a+b)^2 = a^2 + b^2$ est - elle vraie ?
Que peut-on dire de plus ? Justifier à l'aide de la figure .



3/ Calculer BC . L'égalité : $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ est - elle vraie ?



4/ a = 4 b = 6 Chaque carré a une aire égale à 1. Représenter dans le premier carré une aire A_1 égale à $\frac{1}{a}$, dans le deuxième carré une aire A_2 égale à $\frac{1}{b}$ et dans le troisième carré une aire égale à $\frac{1}{a+b}$. L'égalité $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ est-elle vraie?



- *avec des représentations graphiques*

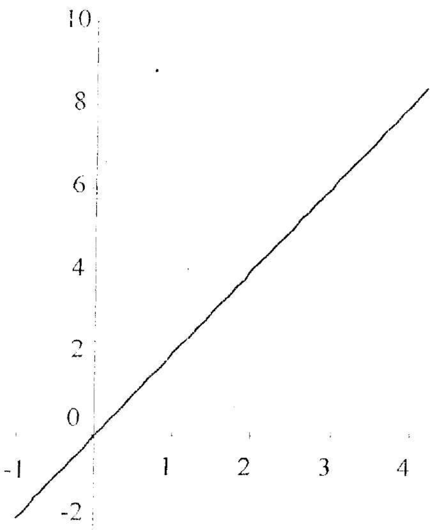
Pour chacune des représentations graphiques des fonctions de références f suivantes :

$$f(x) = 2x \quad ; \quad f(x) = x^2 \quad ; \quad f(x) = \sqrt{x} \quad ; \quad f(x) = \frac{1}{x} \quad ,$$

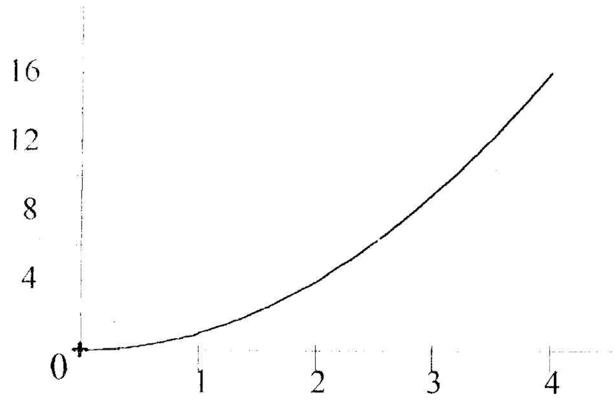
- placer sur l'axe des abscisses les nombres a, b et (a + b) ;
- placer sur l'axe des ordonnées les images f(a), f(b), f(a + b) et f(a + b);
- comparer sur le dessin f(a + b) et f(a) + f(b).

Les égalités suivantes sont-elles vraies ?

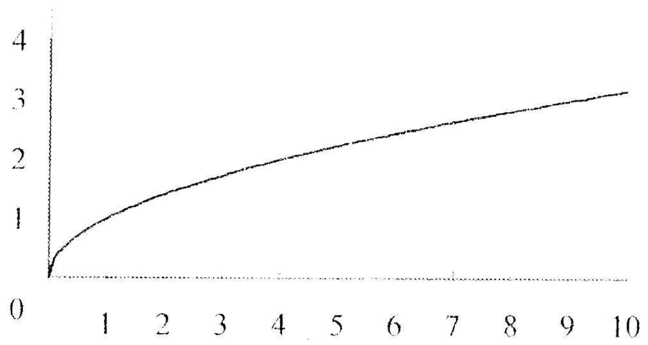
$$2a + 2b = 2(a + b) \; ; \; (a + b)^2 = a^2 + b^2 \; ; \; \sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \; ; \; \frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$



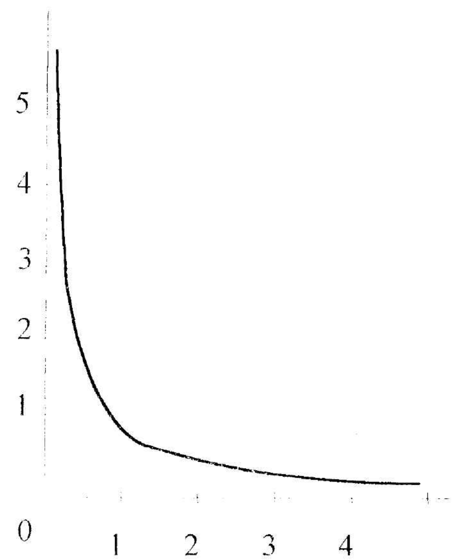
a = 1 b =3



a = 1 b = 3



a = 2 b = 5



a = 1 b = 3

IV/ AUTOUR DE L'ORDRE

1/ *A la recherche de l'ordre dans les programmes*

En 6ème et 5ème , les programmes mettent l'accent sur " la comparaison et le rangement des nombres d'après leurs écritures ".
- en 6ème :" nombres décimaux positifs"
- en 5ème :" nombres relatifs en écriture décimale"

" Il n'y a pas lieu de pratiquer de technique systématique de comparaison "

En 4ème et 3ème , l'accent est mis sur " l'effet de la multiplication et de l' addition sur l'ordre " afin de préparer les techniques de résolution d' inéquations .

" l'acquisition de savoirs - faire dans la comparaison est un objectif ; il peut prendre deux formes : - procédé direct de comparaison sur les écritures décimales grâce à une écriture de même numérateur ou de même dénominateur, ou grâce au signe de la différence.
- procédure de comparaison argumentée à l'aide de valeurs approchées ."

En 2de , c'est " l' effet du passage au carré , à l'inverse , à la racine carrée sur une inégalité ", qui est mis en avant ainsi que " la comparaison de a et a^2 selon les valeurs de a" .
On prépare ainsi le travail sur le sens de variation des fonctions de référence.

2/ *Comparaison de deux nombres*

La lecture des programmes de la 6ème à la 2de fait apparaitre une démarche progressive dans l'apprentissage de la comparaison de deux nombres grâce à leurs écritures.
Mais, même si elle est évoquée en 4ème, sur des valeurs numériques , la pratique systématique des techniques de comparaison et en particulier l'utilisation du signe de la différence font défaut.
Il nous semble que cet oubli peut être réparé dès la classe de 3ème afin de familiariser progressivement les élèves à une technique qui leur sera nécessaire pour étudier un sens de variation , comparer des fonctions ou encore étudier les positions relatives de deux courbes, d'une courbe avec une tangente ou une asymptote plus tard .

3 *Un exemple de remédiation*

Les activités suivantes (et d'autres sans doute) sont de nature à faire progresser les élèves dans leur conception de l'ordre . Dans ce qui suit, la question "comparer" peut être remplacée dans un premier temps par " sont-ils égaux ?"

COMPARAISON DE DEUX NOMBRES

Activité 1

- *comparer un nombre et son inverse* : 3 et $\frac{1}{3}$; 2 et $\frac{1}{2}$; 0,5 et $\frac{1}{0.5}$; -3 et $\frac{1}{-3}$; -0,1 et $\frac{1}{-0,1}$ comparer alors a et $\frac{1}{a}$ pour $a \succ 0$ d'abord, pour $a \prec 0$ ensuite.

- *comparer* $a+\frac{1}{a}$ *et* 1: pour cela, calculer $a+\frac{1}{a}$ pour des valeurs positives de a : 1 ; 2 ; $\frac{3}{2}$; $\frac{1}{4}$ ..... Que peut-on conjecturer ? Le démontrer .

- *comparer* $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ et 2: pour cela, calculer $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ pour les valeurs suivantes : a=1 b=2 ; a =1,5 b= 0,3 ; a= $\frac{1}{2}$ b= $\frac{1}{6}$; a= 2 b= 8 Que peut-on conjecturer ? Le démontrer.

Activité 2

- *comparer la moyenne arithmétique a de x et y avec x et y* (on rappelle : $a=\frac{x+y}{2}$) pour cela, compléter le tableau suivant :

x	-1	2	5	0	1/3
y	2	3	5	3	1/2
a					

Que peut-on conjecturer ? Pour le démontrer, supposer $x \leq y$, prouver $x \leq a$ puis $a \leq y$.
supposer $y \leq x$, prouver $y \leq a$ puis $a \leq x$.

Conclure.

Activité 3

On pose : $a=\dfrac{x+y}{2}$ $\quad g=\sqrt{xy}$ $\quad q=\sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{2}}$ $\quad h=\dfrac{2xy}{x+y}$

-comparer a, g, q et h

pour cela, compléter le tableau sui vant:

x	8	9	2	16	0	12
y	12	9	18	8	15	0
a						
g						
q						
h						

Que peut-on conjecturer ? Pour le démontrer, on se place dans le cas où $0 \leq x \leq y$, on suppose qu'on a toujours (c'est démontrable mais long) a, g, h et q entre x et y .

Comparer a et h , puis a et g (en comparant a^2 et g^2), puis a et q (en comparant a^2 et q^2) et enfin g et h (en comparant g^2 et h^2)

Conclure.

Activité 4

Comparer: $\dfrac{1}{a+b}$ et $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$; $\sqrt{a+b}$ et $\sqrt{a}+\sqrt{b}$

$(a+b)^2$ et a^2+b^2 ; $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ et $\dfrac{2}{\sqrt{5}-1}$

$\dfrac{a}{b}$ et $\dfrac{a+2}{b+2}$; $\dfrac{a}{b}+1$ et $\dfrac{a+2}{b+2}$

V/ AUTOUR DES TRANSFORMATIONS

S'il semble que les élèves maitrisent en fin de 3ème les algorithmes de construction des transformations, il apparait qu'il n'en est pas de même:

- de la reconnaissance d'une transformation à partir d'une figure et de sa figure image.
- de l'utilisation des propriétés d'une transformation pour résoudre des problèmes (l'apprentissage de ce dernier point sera, il est vrai, largement développé dans le second cycle).

1/ *Reconnaitre une transformation*

Nous proposons à l'élève de reconnaitre la transformation à partir d'une figure et de sa figure transformée.
Pour les exercices 1 à 4, il doit :

-mobiliser les images mentales acquises depuis la 6ème.

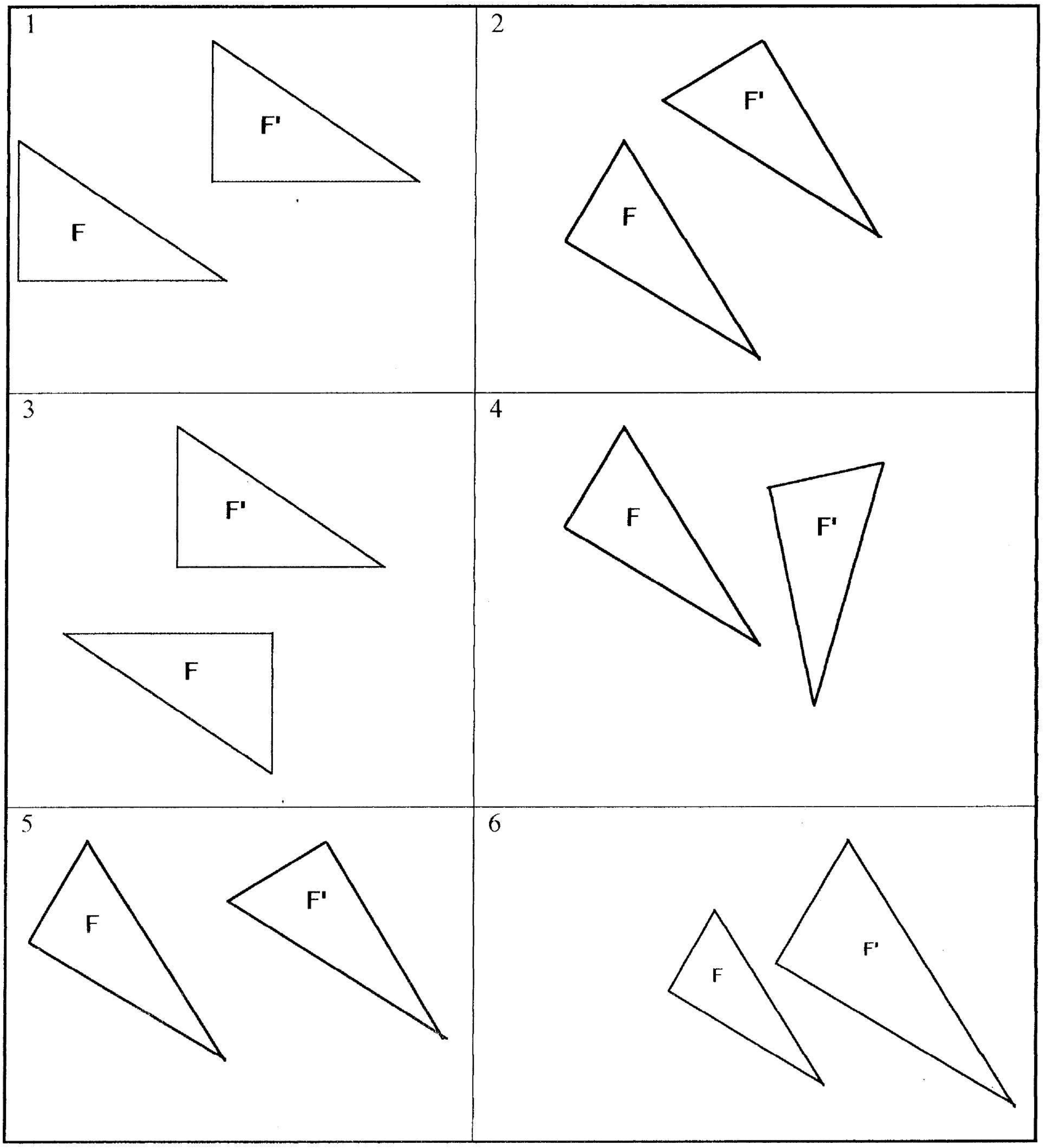
-anticiper sur les effets de telle ou telle transformation sur les points homologues, les longueurs , les angles ...(grâce aux propriétés de conservation).

L'aide du calque est possible pour mettre en évidence la notion de symétrie.
Les exercices 5 et 6 sont d'un abord plus difficile en 3ème et ne peuvent être exigibles; toutefois, les élèves de 3^{èmé} reconnaissent sans problème un agrandissement à l'exercice 6 et réussissent bien les exercices 4 et 5 en utilisant la composée de deux transformations.

Ce travail est à rapprocher de celui du Groupe de Recherche de Louvain La Neuve (voir [IV]) qui utilise le logiciel Cabri-Géomètre.Nos collègues proposent aux élèves des figures conçues pour découvrir et explorer les transformations du plan à l'aide de ce logiciel.Le dynamisme de Cabri pemet d'aborder des situations plus complexes que celles que nous proposons.

RECONNAITRE UNE TRANSFORMATION

Dans chacun des exemples suivants, trouver une transformation qui transforme le triangle rectangle F en le triangle F'.
On pourra s'aider d'un calque lorsque les longueurs sont conservées;dans certains cas, on pourra utiliser une transformation suivie d'une autre.



2/ *Un problème de construction: compléter une figure*

Ce travail, tiré de [V], propose d' utiliser les propriétés des transformations pour compléter une figure dont on connait certains éléments.

L'élève doit savoir :
- construire et utiliser l'image d'un point, d'un cercle, d'une droite par une isométrie ou une homothétie.
- utiliser les propriétés de conservation des longueurs,des alignements, des intersections, des angles de ces transformations.
- traduire l'invariance d' une droite par ces transformations.

Selon le niveau de la classe, on peut demander une justification de la démarche qui utilisera, entre autres, les propriétés ensemblistes suivantes, qui permettent de résoudre de nombreux problèmes dans le second cycle:
- si un point appartient à une figure, son image appartient à l'image de cette figure par la même transformation.
- si un point appartient à deux lignes, son image appartient aux images des deux lignes par la même transformation.

Remarques: -Ici aussi l'utilisation du calque peut s'avérer utile (ex 1 à 4).

- Le $5^{\text{ème}}$ exercice est bien sûr réservé à la classe de 2^{de}.

- Ce travail ne constitue pas, comme les précédents, une activité de remédiation;les élèves pourront éprouver des difficultés au départ, mais nous pensons qu'ils pourront tirer un réel profit de l'acquisition de cette démarche. Ce problème demandera donc davantage d'interventions de la part du professeur, en particulier pour faire traduire la notion d'invariance d'une droite par chacune des transformations proposées.

COMPLETER UNE FIGURE EN UTILISANT LES PROPRIETES D'UNE TRANSFORMATION

Dans chacun des cas ci-dessous, on sait que par la transformation donnée :

- la droite D est sa propre image,
- le point N' est l'image d'un point N de la droite d.

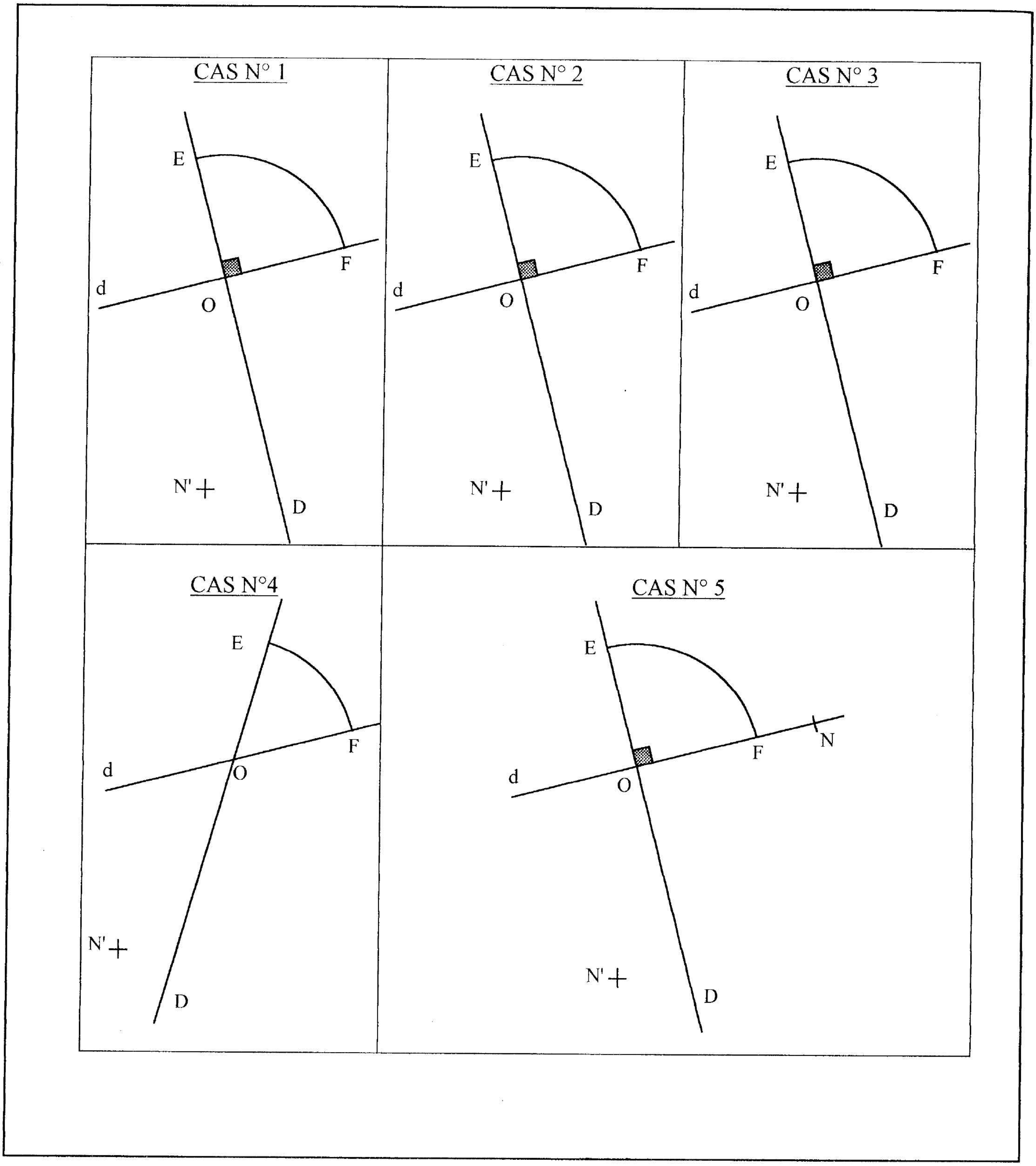
Cas n°1: on donne une translation.
Cas n°2: on donne une symétrie centrale.
Cas n°3: on donne une symétrie orthogonale.
Cas n°4: on donne une symétrie orthogonale.
Cas n°5: on donne une homothétie.

Il s'agit de retrouver tous les éléments manquants, c'est à dire:

- la droite d', image de d,
- les points O', E', F' images de O, E, F,
- le point N de la droite d (sauf dans le cas n° 5 où N est donné),
- l'image du quart de cercle (ou de l'arc).

Pour cela, on pourra suivre les conseils suivants:

- comment traduire l'invariance de D par chaque transformation?
- utiliser les propriétés de conservation (longueur, orthogonalité....).
- penser que par une symétrie centrale, ou par une translation, l'image d'une droite est une droite parallèle.
- utiliser les propriétés:- si un point appartient à une droite, l'image de ce point appartient à l'image de cette droite par la même transformation.
  - si un point appartient à deux lignes, son image appartient aux images de ces deux lignes par la même transformation.


CAS N° 1
E
F
d
O
N'
D
CAS N° 2
E
F
d
O
N'
D
CAS N° 3
E
F
d
O
N'
D
CAS N°4
E
F
d
O
N'
D
CAS N° 5
E
F
N
d
O
N'
D

VI/ AUTOUR DE LA DEMONSTRATION EN GEOMETRIE

Nombreuses sont les difficultés rencontrées par nos élèves devant un problème de géométrie.Si de multiples approches sont possibles pour aborder l'apprentissage de la démonstration, elles devront mettre en évidence:
- la nécessité de la démonstration (donner du sens, motiver la recherche).
- une mise en forme possible à un niveau donné.

Depuis plusieurs années, le Groupe Géométrie de l'IREM de Montpellier a développé, à travers la narration de recherche (exposé détaillé de la suite des activités qu'un élève met en oeuvre dans la recherche des solutions d'un problème), une approche de l'apprentissage de la démonstration (voir à ce sujet [VI]).Le lecteur trouvera dans [I] deux modules pour la classe de 2de qui utilisent la narration de recherche.

L' activité que nous présentons ci-dessous ne constitue qu'une piste de travail susceptible d' atténuer les difficultés d'un élève; pour cela, nous lui demandons de répondre aux questions suivantes:
- qu'est-ce qu' on me donne ?
- qu'est-ce qu' on demande ?
- comment commencer ?
- comment présenter correctement ce que j'ai trouvé?

Le travail proposé doit permettre à l'élève, selon son rythme et ses capacités, de trouver une réponse correcte à la question posée en l'amenant à cheminer de la recherche à la rédaction.

Il comprend pour chaque exemple:
- un énoncé
- une première aide "pour commencer"
- une deuxième aide "quelques pistes de travail" donnant des indications sur les théorèmes à utiliser et un début de cheminement.
- enfin une feuille "rédaction" proposant un canevas de solution rédigée à compléter.

Une annexe fournit un " aide-mémoire " regroupant les théorèmes susceptibles d'être utilisés.

Le premier exemple choisi est tiré de l'évaluation de 2de de Septembre 1995.

VERS LA DEMONSTRATION EN GEOMETRIE

Méthode proposée

- Lire attentivement l'énoncé.

- Faire une figure correcte avec soin.

- Indiquer sur la figure par des symboles appropriés les informations fournies par le texte (orthogonalité, égalités de longueurs, d'angles...).

- S'interroger sur les moyens de répondre à la question posée (chercher le ou les théorèmes à utiliser dans la feuille " aide-mémoire ").
  - Si on ne sait pas comment démarrer, voir la page " pour commencer ".

- Chercher les pistes qui vont permettre à partir des données du texte, et en utilisant les théorèmes adéquats, d'aller vers la conclusion souhaitée.
  - Si on ne trouve pas ces pistes, voir la page " quelques pistes de travail".

- Organiser l'enchainement données-théorèmes-conclusion en écrivant une rédaction détaillée.
  -Si on a du mal à rédiger, voir la feuille " rédaction ".

Exercice1 Soit un triangle ABC inscrit dans un cercle $\mathcal{C}$.
H est le point de concours des hauteurs du triangle ABC .
La droite passant par A et perpendiculaire à la droite (AB) recoupe le cercle $\mathcal{C}$ en D.
Démontrer que le quadrilatère AHCD est un parallèlogramme.

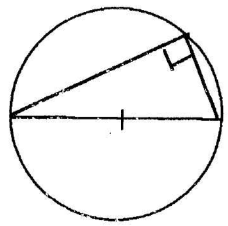
Exercice 2 Soit un parallèlogramme ABCD.
E est le milieu de [DC], H est le projeté orthogonal de A sur (EB).
La droite perpendiculaire à (AH) qui passe par D coupe (AH) en I et (AB) en F.
Démontrer que DA=DH

POUR COMMENCER

Ex 1 - S'interroger sur les moyens de démontrer: - qu'un quadrilatère est un parallèlogramme.

- que deux droites sont parallèles.

- Penser à utiliser la configuration suivante ainsi que les théorèmes qui s'y réfèrent.

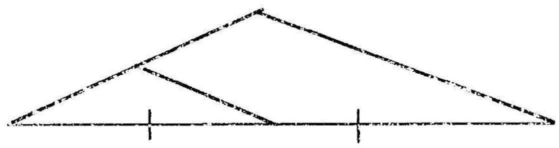


EX 2 - Quelle doit- être la nature du triangle ADH pour que : AD=AH ? Et de la droite (DI)?

- Y a-t-il des droites parallèles ?

- S' interroger sur les moyens de démontrer que deux droites sont parallèles.

- Penser à utiliser la configuration suivante.

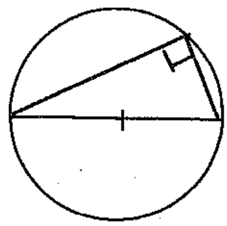


QUELQUES PISTES DE TRAVAIL

Ex 1 - Utiliser un des théorèmes pour démontrer que (AD) et (CH) sont parallèles.

- Utiliser un des théorèmes pour démontrer que (BD) est un diamètre du cercle.

- Utiliser un des théorèmes pour démontrer que (CB) est perpendiculaire à (CD) (penser à la configuration suivante).

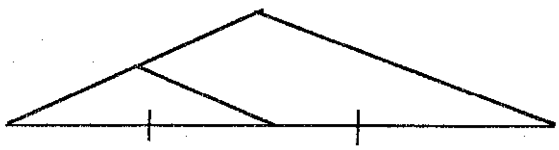


Ex 2 - Il s'agit de démontrer que la droite (DI) est la médiatrice du segment [AH].

- Utiliser un des théorèmes pour démontrer que (DI) et (EH) sont parallèles.

- Que peut-on dire du quadrilatère DEBF ? et du point F ?

- Utiliser un des théorèmes pour démontrer que I est la milieu de [AH] (penser à la configuration suivante).



REDACTION

Ex 1 Compléter la rédaction suivante:

Nous allons démontrer que les droites (AD) et (CH) sont ...., ainsi que les droites (AH) et (CD).

- les droites (AD) et (CH) sont perpendiculaires à .... D'après le théorème ..., elles sont donc ....
- BAD est un triangle rectangle en A. Puisque B, A et D sont sur le cercle circonscrit à ce triangle, alors d'après le théorème ..., le segment [BD] est .... du cercle *C*.
- puisque [BD] est un diamètre du cercle *C*, alors d'après le théorème ..., le triangle .... est .... et les droites (CD) et (CB) sont ....

les droites (CD) et (AH) sont perpendiculaires à ....D'après le théorème ....., elles sont ....

Puisque les droites.................. sont parallèles et puisque les droites .... sont parallèles, alors le quadrilatère AHCD est un parallèlogramme.

EX 2 Compléter la rédaction suivante:

Nous allons démontrer que la droite (DI) est la médiatrice du segment [AH].

- les droites (DI) et (EH) sont .... à la droite ....D'après le théorème ....., elles sont donc ....
- le quadrilatère DEBF a ses côtés ....D'après le théorème ....., c'est un ...., donc FB = ...$= \frac{1}{2}$ DC = $\frac{1}{2}$.... et F est .... du segment [AB].
- dans le triangle ABH, puisque F est le milieu de [AB], et que la droite (FI) est parallèle à ...., alors d'après le théorème ....., I est ....

Puisque I est le milieu de [AH] et que (DI) est ....à (AH), alors la droite (DI) est la médiatrice du segment [AH].Donc DA = DH.

AIDE-MEMOIRE

Théorème 1 Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, elles sont parallèles.

Théorème 2 Si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Théorème 3 Si un quadrilatère a ses côtés opposés deux à deux parallèles, alors c'est un parallèlogramme.

Théorème 4 Si un quadrilatère est un parallèlogramme, alors il a ses côtés opposés parallèles deux à deux (et de même longueur).

Théorème 5 Si dans un quadrilatère, les diagonales ont le même milieu, alors c'est un parallèlogramme.

Théorème 6 Si un quadrilatère est un parallèlogramme, alors ses diagonales ont le même milieu.

Théorème 7 Si un triangle est rectangle, alors son hypothénuse est un diamètre de son cercle circonscrit.

Théorème 8 Si le cercle circonscrit à un triangle a pour diamètre un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle et ce côté est l'hypothénuse.

Théorème 9 Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et si elle est parallèle à un deuxième côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.

Théorème 10 Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle, alors elle est parallèle au troisième côté.

VI/ DANS L'ESPACE

1/ *Représentation des polyèdres: règles de la perspective cavalière*

Durant tout le premier cycle, les élèves ont été familiarisés avec les premiers polyèdres simples (pavé droit; prisme droit; pyramide) ainsi qu'avec les corps ronds (cylindre; sphère;cône);ils ont dessiné et utilisé leurs représentations planes.

Toutefois, nombreux sont ceux qui rencontrent encore en fin de $3^{ème}$ des difficultés pour utiliser et produire une représentation d'un objet de l'espace.La confusion objet-dessin est encore fréquente.

Il nous parait donc important de revenir sur les points essentiels tirés des travaux du Groupe Géométrie depuis 1981 qu'il convient de respecter pour un bon apprentissage(voir à ce sujet [II]).

De l'objet au dessin:

- L'accès à la représentation des polyèdres passe par une analyse de l'objet , de ses sommets , de ses faces et de ses arêtes (parallèles à une face , perpendiculaires à une face , ni parallèles ni perpendiculaires à une face).

- La représentation de l'objet se fera en perspective cavalière (P.C) dont il convient , au moins au départ , de fixer les paramètres :

30° pour l'angle de fuite .

$\frac{1}{2}$ pour le rapport de réduction sur les fuyantes

Pour un pavé droit , elle respectera les règles d'action suivantes:

- choisir une face (simuler le plan de projection).
- la dessiner en vraie grandeur.
- tracer les fuyantes de longueur moitié: elles représenteront les arêtes perpendiculaires à la face choisie.
-terminer le dessin (traits forts pour les arêtes visibles; traits pointillés pour les autres).

Du dessin à l'objet:

Il est important à nos yeux, d'entrainer les élèves à la lecture d'un dessin et de les amener encore en début de 2^{de} à prendre conscience de la différence entre objet et représentation plane grâce à la réalisation de maquettes.

Du dessin au dessin :

Cette dernière étape doit permettre à l'élève , en l'absence de l'objet , de lire correctement le dessin , d'analyser l'objet pour déterminer la nature de ses faces et de ses arêtes , les caractériser en fonction de la face avant choisie pour la représentation , et de les représenter en utilisant les règles d'action ou leurs dépassements éventuels.

Ce travail met en oeuvre les deux précédents et prépare les activités concernant les sections planes de polyèdres.

2/ *Vers les sections de polyèdres: sections planes de cubes*

Nous proposons ici, un des nombreux travaux qui figurent dans la brochure " Enseigner la géométrie de l'espace de la $6^{ème}$ à la 2^{de} (voir [II]).

CONSTRUCTION GEOMETRIQUE DE LA SECTION D'UN CUBE
PAR UN PLAN DEFINI PAR TROIS POINTS SITUES SUR LES ARETES

Les constructions qui suivent sont à réaliser avec une règle non graduée et une équerre pour tracer des parallèles .

Elles sont effectuées sur des représentations d'un cube de 8 cm d'arête, dans une perspective cavalière d'angle 30° et de coefficient 1/2.

On peut ,dans la pratique, soit demander à l'élève de dessiner la représentation du cube, soit la lui fournir. On peut aussi demander une justification des constructions et la nature des polygones obtenus (on peut également demander la section en vraie grandeur). Les exercices de construction sont importants dans l'apprentissage car ils partent d'une phase expérimentale qui nécessite certaines justifications et peuvent déboucher sur des démonstrations.

Ces constructions sont justifiées par deux propriétés qu'il faut mettre en évidence:

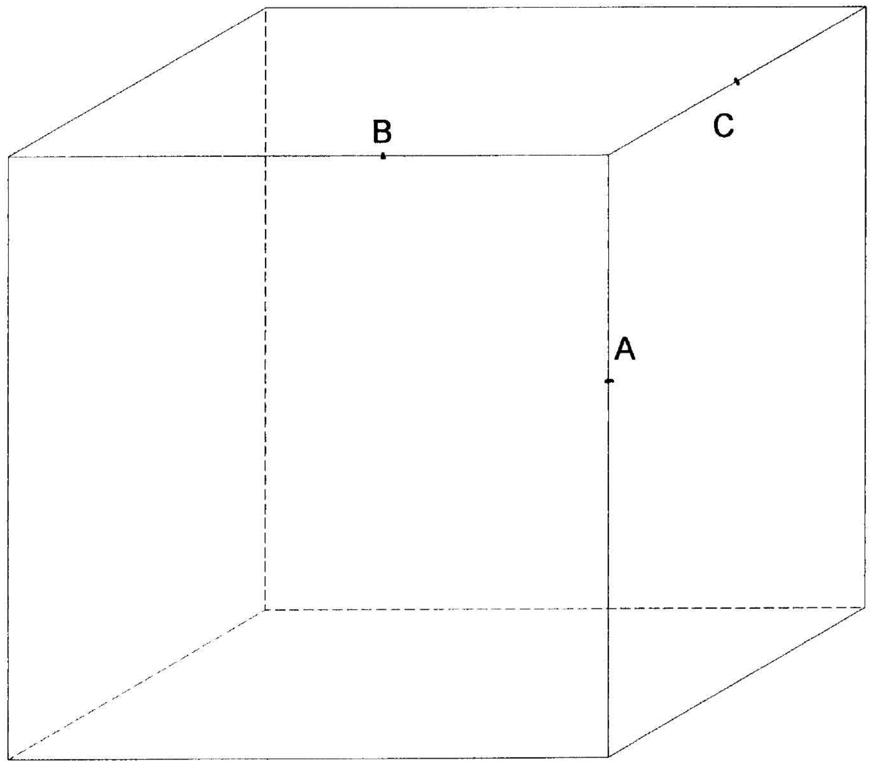
1/ Deux côtés de la section sont parallèles s'ils sont :

* soit situés dans des faces parallèles du cube.
* soit parallèles à une arête du cube.

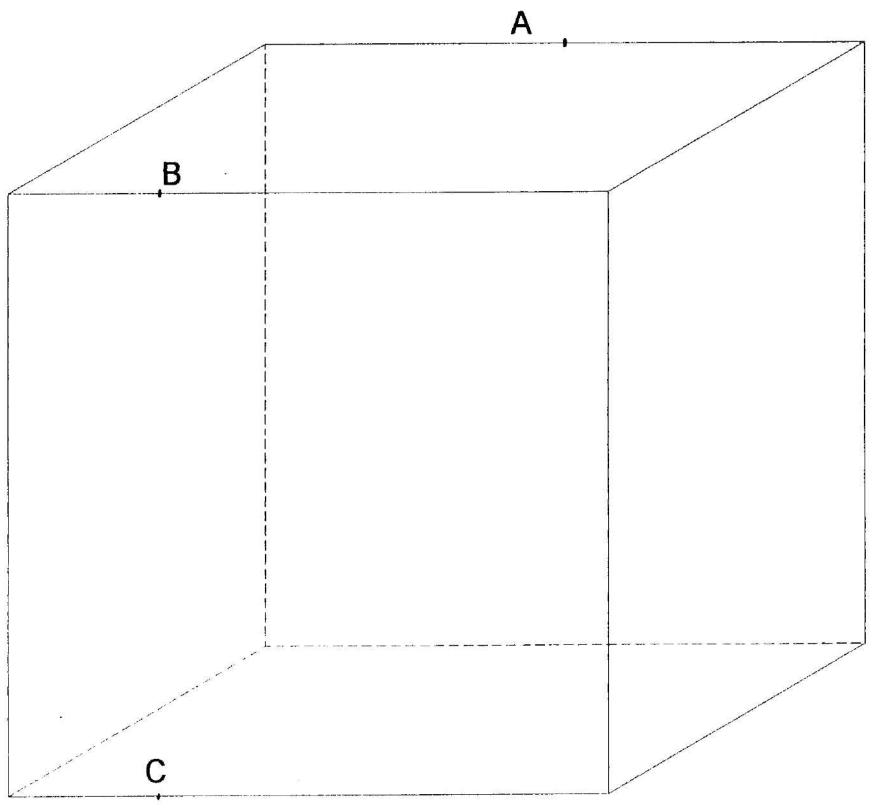
2/ Les supports de deux côtés non parallèles de la section se coupent sur le support d'une arête du cube.

Dans chacun des cas suivants un plan est déterminé par trois points donnés sur les arêtes d'un cube de 8 cm de côté. On demande de dessiner la section obtenue.

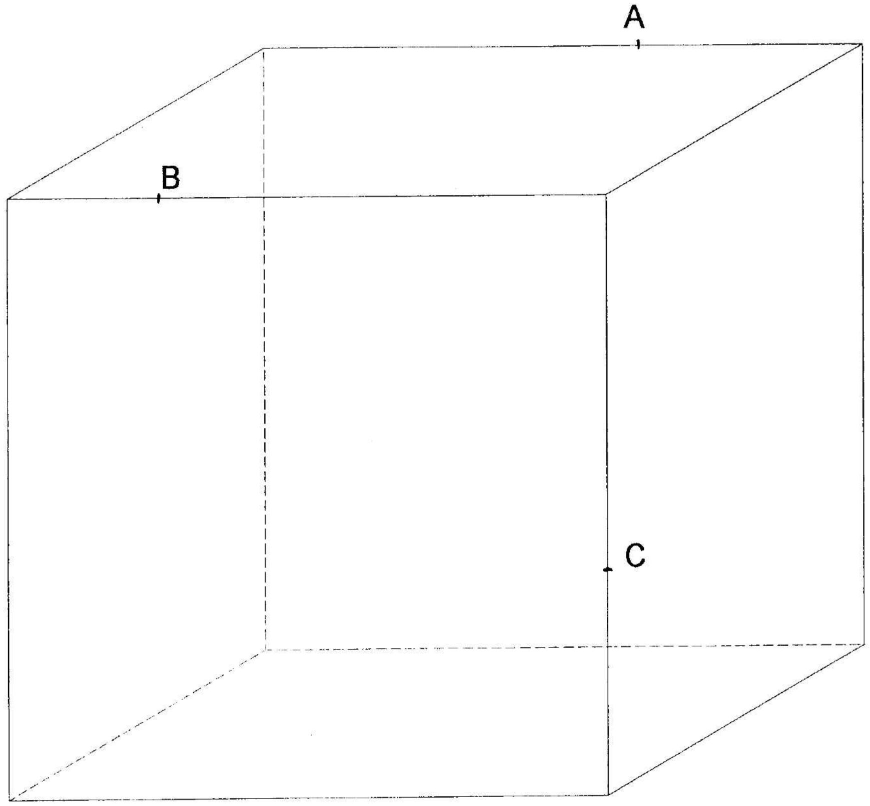
A est à 3 cm du coin le plus proche, B est à 3 cm du même coin, C est à 4 cm du même coin.



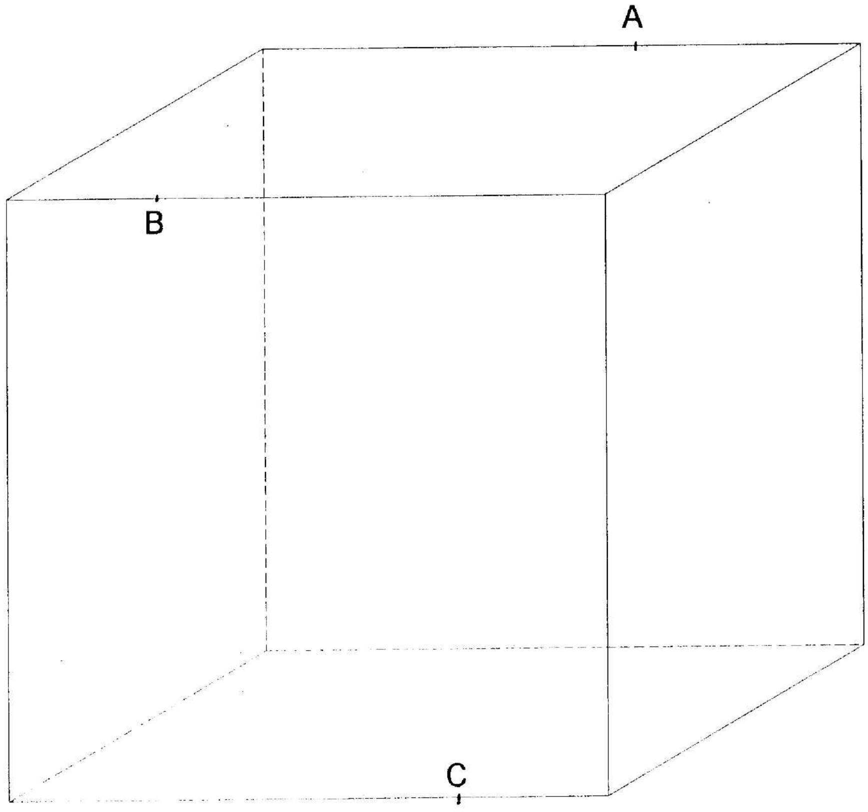
A est à 4 cm du coin le plus proche, B est à 2 cm du coin le plus proche, C est à 2 cm du coin le plus proche.



A est à 3 cm du coin le plus proche, B est à 2 cm du coin le plus proche, C est à 3 cm du coin le plus proche.



A est à 3 cm du coin le plus proche, B est à 2 cm du coin le plus proche, C est à 2 cm du coin le plus proche.



1. NATURE ET OBJECTIFS[1]

2. INSTRUCTIONS[1]

3. PROGRAMME de 3ème

Le travail effectué doit permettre à l'élève de s'approprier solidement l'usage des instruments de mesure et de dessin, d'acquérir définitivement des techniques opératoires (mentales ou écrites) et, conjointement, d'utiliser avec sûreté des calculatrices de poche, de s'entraîner constamment au raisonnement déductif.

L'utilisation d'un ordinateur peut accompagner utilement ces activités.

1. Travaux géométriques

1. Énoncé de Thalès relatif au triangle.

Application à des problèmes de construction (moyenne géométrique...).

Pyramide et cône de révolution: volume, section par un plan parallèle à la base.

Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur longueurs, aires et volumes, masses.

2. Angles:

Relations trigonométriques dans le triangle rectangle;
Angle inscrit dans un cercle et angle au centre.

3. Dans le plan, construction de transformées de figures par composition de deux relations; de deux symétries centrales; de deux symétries orthogonales par rapport à des droites parallèles ou perpendiculaires.

4. Translation et vecteur. Egalité vectorielle:

Dans le plan rapporté à un repère: effet d'un déplacement par translation sur les coordonnées d'un point; coordonnées d'un vecteur.

5. Distance de deux points en repère orthonormal:

Equation d'une droite sous la forme:

$$y = mx;\ y = mx + p;\ x = p$$

Coefficient directeur; parallélisme, orthogonalité en repère orthonormal.

6. Addition vectorielle.

1. Se référer page 19.

2. Travaux numériques

1. Écritures littérales:

Factorisation d'expressions de la forme:

$$a^2 - b^2;\ a^2 + 2\,ab + b^2;\ a^2 - 2\,ab + b^2$$

(a et b désignent des formes simples de nombres exprimés dans les différentes écritures déjà rencontrées).

2. Calculs élémentaires sur les radicaux (racines carrées):

Produits et quotient de deux radicaux;
Puissance d'ordre 2 ou 4 d'un radical.

3. Equations et inéquations du premier degré:

Méthodes graphiques de résolution d'équations et d'inéquations du premier degré à coefficients numériques;
Méthodes de résolution d'un système de deux équations ou inéquations du premier degré à deux inconnues à coefficients numériques;
Exemples variés de problèmes se ramenant au premier degré.

3. Organisation et gestion de données. Fonctions

1. Applications affines: représentation graphique d'une application affine.

2. Exploitation de données statistiques:

Moyenne; moyennes pondérées; médiane.

3. Mise en œuvre de la proportionnalité sur des grandeurs-quotients ou sur des grandeurs-produits.

4. Résolution d'équations par essais et corrections successifs.

5. Analyse (et construction) d'algorithmes comme suite d'instructions aboutissant à la résolution d'un problème donné. Application numérique à l'aide d'un ordinateur.

EXPLICITATION DES CONNAISSANCES, DES MÉTHODES ET DES CAPACITÉS EXIGIBLES DES ÉLÈVES

Remarques préliminaires

Les commentaires des quatre classes des collèges sont indissociables; ils se réfèrent aux lignes directrices définies en avant-propos des programmes *(cf. livre de poche des collèges, p. 77 à 82).*

Dans le cadre du programme, le professeur a toute liberté pour l'organisation de son enseignement. En particulier, il lui revient de déterminer selon le niveau de sa classe les résultats qui seront démontrés et ceux qui seront admis.

L'approfondissement des notions déjà acquises, l'entraînement au raisonnement déductif sont conduits dans l'esprit des classes antérieures, sans reconstruction systématique et à propos de situations nouvelles, de façon à développer les capacités de découverte et de conjecture autant que de démonstration. On entraînera les élèves à rédiger, mais on évitera les exigences prématurées de formulation; en particulier les propriétés caractéristiques seront encore exprimées à l'aide de deux énoncés séparés.

Les notations utilisées sont celles signalées en Quatrième, auxquelles s'ajoutent la notation du sinus et de la tangente d'un angle aigu. Les symboles ⊂, ∪, ∩ sont hors programme, ainsi que toute la notion sur les ensembles et les relations. Sont également exclues la notation «o» des lois de composition, la notation de la valeur absolue et celles relatives aux intervalles de réels.

Les travaux numériques nécessitent l'emploi d'une calculatrice scientifique. L'usage de l'ordinateur pourra accompagner utilement les activités géométriques, numériques et graphiques.

Pour chacune des trois rubriques du programme:

Les objectifs figurent en bandeau;

Dans la colonne de droite sont fixées les capacités exigibles, c'est-à-dire les connaissances et les savoir-faire qu'on demande à l'élève d'avoir assimilés et d'être capable d'exploiter avec ce que cela comporte d'utilisation d'acquis des classes antérieures;

Dans la colonne de gauche sont fixés les contenus et les limites du programme, ainsi que l'orientation des activités; celles-ci ne sauraient se limiter aux seuls points évoqués dans la colonne de droite.

1. Travaux géométriques

La *description* et la *représentation d'objets géométriques* usuels du plan et de l'espace, le *calcul de grandeurs* attachées à ces objets demeurent des objectifs fondamentaux.

Dans le plan, les travaux font appel aux figures usuelles (cercle, triangle, quadrilatères particuliers, polygones réguliers) et à leur transformation par symétries, translation, rotation.

Avec les travaux sur les solides, les outils acquis, comme le théorème de Pythagore, ou nouveaux, comme le théorème de Thalès, sont mis en œuvre à la fois dans le plan et dans l'espace. La recherche de sections planes d'un solide doit se limiter à des exemples très simples.

1. *a) Enoncé de Thalès relatif au triangle, application à des problèmes de construction.*

Des activités expérimentales, reliées à la pratique de la projection, permettront de dégager le théorème de Thalès relatif au triangle et sa réciproque: cette réciproque sera formulée en précisant dans l'énoncé les positions relatives des points.

Des activités de construction sur droites graduées contribueront à éclairer la correspondance entre nombres et points, construire les $\frac{9}{7}$ d'un segment, placer sur une droite graduée le point d'abscisse $-\frac{2}{3}$...

Connaître et utiliser dans une situation donnée le théorème de Thalès relatif au triangle:

$\left(\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}\right.$, B' est sur la droite (AB), C' est sur la droite (AC)$\left.\right)$ et sa réciproque.

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

Savoir construire une quatrième proportionnelle.

Cependant:

L'énoncé général du théorème de Thalès est hors programme;

Toute intervention de mesures algébriques est exclue;

La construction d'une moyenne géométrique n'est pas demandée.

b) Pyramide et cône de révolution; volume. Section par un plan parallèle à la base.

L'objectif est toujours d'apprendre à voir dans l'espace et de calculer des longueurs, des aires et des volumes, ce qui implique un large usage des représentations en perspective et de la fabrication de patrons.

L'observation et l'argumentation au cours de ces travaux font appel aux acquis de géométrie plane et à quelques énoncés courants concernant l'orthogonalité et le parallélisme. L'explication de ces énoncés n'est pas exigible des élèves.

Les activités sur la pyramide exploiteront des situations limitées et simples, se prêtant bien aux opérations de fabrication:

Pyramides dont une arête latérale est aussi la hauteur;

Pyramides régulières à trois, quatre ou six faces latérales.

(Une pyramide régulière est une pyramide admettant comme base un polygone régulier, l'axe de ce polygone contenant le sommet de la pyramide.)

Savoir, dans des situations simples et uniquement à propos de travaux sur les solides, utiliser le théorème de Pythagore pour des calculs de longueurs (diagonale d'un parallélépipède rectangle, rayon d'une section plane d'une sphère, hauteur d'une pyramide régulière...).

Connaître et utiliser les formules de ce volume:

$V = Bh$ pour les prismes droits et le cylindre de révolution.

$V = \frac{1}{3} Bh$ pour les pyramides et le cône de révolution.

c) Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, aires et volumes.

Les activités, notamment en classe de Cinquième, de dessin et de reproduction à une échelle donnée ont mis en œuvre le principe de la multiplication des longueurs initiales par un même coefficient.

Des activités expérimentales dégageront l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les aires, les volumes.

Utiliser, dans l'agrandissement ou la réduction d'un objet géométrique du plan ou de l'espace, la propriété: si les longueurs sont multipliées par k, alors les aires sont multipliées par k^2, les volumes le sont par k^3, et les angles sont conservés.

Connaître et utiliser la propriété, pour la section d'une pyramide ou d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base, d'être une réduction de la base.

2. Angles. Relations trigonométriques dans le triangle rectangle.

Angle inscrit dans un cercle et angle au centre.

On n'évoquera pas d'autre unité d'angle que le degré décimal.

La définition du cosinus d'un angle aigu a été mise en place en Quatrième. Le sinus et la tangente d'un angle aigu seront présentés comme des rapports dans le triangle rectangle.

Les formules $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ sont seules au programme.

La comparaison d'un angle inscrit et de l'angle au centre qui intercepte le même arc fera l'objet d'activités, mais aucune compétence n'est exigible sur ce point. Cette comparaison permet celle de deux angles inscrits interceptant le même arc, mais la recherche de l'ensemble des points du plan d'où l'on voit un segment sous un angle donné autre qu'un angle droit est hors programme.

Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur approchée:

Du sinus ou de la tangente d'un angle aigu donné;
De l'angle aigu de sinus ou de tangente donnés.

Connaître et utiliser dans le triangle rectangle les relations entre le cosinus ou le sinus, ou la tangente, et les longueurs de deux côtés du triangle.

3. Dans le plan, construction de transformées de figures par composition de deux translations, de deux symétries centrales, de deux symétries orthogonales par rapport à des droites parallèles ou perpendiculaires.

Les travaux entretiendront la compétence sur les transformations étudiées dans les classes précédentes.

La composition de deux transformations n'apparaîtra que dans son action sur des figures et les activités s'organiseront autour de la réalisation de figures (frises, pavages...).

Aucune compétence en la matière n'est exigible des élèves. On rappelle que la notation «o» est exclue.

Connaître et savoir utiliser la conservation de l'alignement, des distances, des angles dans la transformation d'une figure par une symétrie, une translation ou une rotation explicitement donnée.

4 et 6. Translation et vecteur. Égalité vectorielle. Dans le plan rapporté à un repère, effet d'un déplacement par translation sur les coordonnées d'un point; coordonnées d'un vecteur. Addition vectorielle.

Les travaux partiront de l'expérience acquise en Quatrième. Il s'agit essentiellement, sur des situations simples, de familiariser les élèves avec le maniement des vecteurs.

L'addition vectorielle, qui ne fera l'objet que d'un travail d'initiation, sera reliée à la composition de deux translations.

On évitera de donner une place excessive au calcul des coordonnées de l'image d'un point par une translation, à celui des coordonnées d'un vecteur ou de la somme de deux vecteurs.

Aucune compétence sur le calcul vectoriel n'est exigible des élèves. Le produit d'un vecteur par un réel n'est pas au programme.

Savoir relier l'égalité vectorielle au parallélogramme.

Savoir construire l'image d'un point par translation connaissant le vecteur de la translation.

Savoir que $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$.

Relier la construction de $\vec{AB} + \vec{AC}$ à celle du parallélogramme.

Savoir calculer, lire sur un graphique, les coordonnées du vecteur $\vec{AB}$ connaissant les coordonnées des points A et B.

5. Distance de deux points en repère orthonormal. Equation d'une droite sous la forme: $y = mx$, $y = mx + p$, $x = p$; coefficient directeur. Parallélisme, orthogonalité en repère orthonormal.

Les activités se placeront dans le cadre des différentes rubriques du programme. Elles mettront en œuvre les outils de géométrie plane; elles permettront aussi de consolider la notion de fonction linéaire introduite en Quatrième.

On se limitera au cas des repères orthogonaux. L'équation générale d'une droite sous la forme $ax + by + c = 0$ est hors programme; ceci n'exclut pas le traitement d'exemples numériques de ce type par retour à l'une des formes figurant au programme.

Dans le cas d'un repère orthonormal, on explicitera le lien entre un coefficient directeur strictement positif et la tangente de l'angle aigu formé avec l'axe des abscisses.

Calculer la distance de deux points définis par leurs coordonnées dans un repère orthonormal.

Tracer une droite donnée par son équation, ou par son coefficient directeur et un point.

Déterminer l'équation d'une droite définie:

Par deux points;
Par son coefficient directeur et un point.

Savoir reconnaître ou exprimer à l'aide des coefficients directeurs le parallélisme de deux droites ou, en repère orthonormal, leur orthogonalité.

2. TRAVAUX NUMÉRIQUES

La *résolution de problèmes* (issus de la géométrie, de la gestion de données, des autres disciplines, de la vie courante) constitue l'objectif fondamental de cette partie du programme.

La pratique du calcul exact et approché doit conduire, à l'issue de la classe de Troisième, à une bonne maîtrise des règles opératoires et des règles de comparaison des nombres.

L'entraînement au calcul littéral se poursuit et doit aboutir à une relative autonomie.

1. Écritures littérales; factorisation d'expressions de la forme:

$a^2 - b^2$, $a^2 + 2\,ab + b^2$, $a^2 - 2\,ab + b^2$

Comme en Quatrième, les travaux s'articuleront suivant deux axes:

Utilisation d'expressions littérales pour des calculs numériques;

Utilisation du calcul littéral dans la mise en équation et la résolution de problèmes divers.

Les activités viseront à assurer la maîtrise du développement d'expressions simples; par contre, la maîtrise de la factorisation n'est pas un objectif de la classe de Troisième. On entretiendra les compétences en matière de calcul sur les puissances.

Savoir factoriser des expressions, telles que:

$$(x + 1)(x + 2) - 5(x + 2)$$

$$(2\,x + 1)^2 + (2\,x + 1)(x + 3)$$

Connaître les égalités

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2\,ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2\,ab + b^2$$

et savoir les utiliser sur des expressions numériques ou littérales simples, telles que:

$$101^2 = (100 + 1)^2 = 100^2 + 200 + 1 \ldots$$

$$(x + 5)^2 - 4 = (x + 5)^2 - 2^2 = (x + 5 + 2)(x + 5 - 2)$$

2. Calculs élémentaires sur les radicaux (racines carrées):
Produit et quotient de deux radicaux.
Puissance d'ordre 2 ou 4 d'un radical.

La touche $\boxed{\sqrt{\ }}$ de la calculatrice, qui a déjà été utilisée en Quatrième, fournit une valeur approchée d'une racine carrée. On met en place, par ailleurs, les règles de calcul ci-contre.

Le calcul sur des expressions comportant des radicaux (telles que $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$, $\dfrac{1}{\sqrt{2} + 1}$) n'est pas un objectif du programme. Comme dans les classes antérieures, on habituera les élèves à écrire un nombre sous la forme la mieux adaptée au problème posé.

Savoir que, si a désigne un nombre positif, $\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré est a.

Savoir déterminer, sur des exemples numériques, les nombres x, tels que $x^2 = a$, où a désigne un nombre positif.

Sur des exemples numériques, utiliser les égalités:

$$(\sqrt{a})^2 = a,\ \sqrt{a^2} = a$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\,\sqrt{b},\quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}},$$

où a et b désignent deux nombres positifs.

Par exemple: $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$,

$$\sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}},\quad \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

3. Equations et inéquations du premier degré:
Méthodes graphiques de résolution d'équations et d'inéquations du premier degré à deux inconnues à coefficients numériques.
Méthodes de résolution d'un système de deux équations ou inéquations du premier degré à deux inconnues à coefficients numériques.
Exemples variés de problèmes se ramenant au premier degré.

Les travaux se placeront dans le cadre des différentes parties du programme. Comme en Quatrième, on dégagera, sur les exemples étudiés, les différentes étapes du traitement d'un problème: mise en équation, résolution, interprétation du résultat. On habituera les élèves à tester l'exactitude ou la vraisemblance des résultats.

Les activités de résolution d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues à coefficients numériques permettront de pratiquer les méthodes de substitution ou de combinaisons.

Pour la résolution graphique d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues à coefficients numériques, on se ramènera aux équations de droites figurant au programme (*cf. travaux géométriques*, § 5).

Aucune compétence n'est exigible sur les inéquations du premier degré à deux inconnues. L'étude du signe d'un produit ou d'un quotient de deux expressions du premier degré à la même variable est hors programme.

Savoir et utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme ab et ac sont dans le même ordre que b et c si a est strictement positif, dans l'ordre inverse si a est strictement négatif.

Résoudre une inéquation ou un système de deux inéquations du premier degré à une inconnue à coefficients numériques.

Résoudre un système de deux équations du premier degré à deux inconnues à coefficients numériques admettant une solution et une seule.

Mettre en équation et résoudre un problème simple conduisant à un tel système.

Savoir interpréter graphiquement un système de deux équations du premier degré à deux inconnues, les droites associées étant sécantes.

Résoudre une équation mise sous la forme A.B. = 0, où A et B désignent deux expressions du premier degré de la même variable.

3. Organisation et gestion de données. Fonctions

L'objectif essentiel est de gérer des situations concrètes, relevant en particulier des thèmes transversaux, à l'aide de tableaux, de diagrammes, de graphiques.

Dans les situations mettant en jeu des fonctions, on continue d'habituer les élèves à utiliser des expressions, telles que: «en fonction de», «est fonction de»; on pourra introduire prudemment la notation $f(x)$, mais toute définition de la notion de fonction ou d'application est exclue.

MATHÉMATIQUES

2de

PRESENTATION DU PROGRAMME

1. *Synthèse*

Ce programme présenté ici conserve le précédent, défini par l'arrêté du 26 janvier 1981 (*B. O. E. N.* spécial n° 1 du 5 mars 1981) modifié par l'arrêté du 30 août 1985 (*B. O. E. N.* n° 31 du 12 septembre 1985), ainsi que l'essentiel des instructions publiées dans la note de service du 10 octobre 1984 (*B. O. E. N.* n° 38 du 25 octobre 1984) modifiée par la note de service du 5 septembre 1985 (*B. O. E. N.* n° 31 du 12 septembre 1985). Pour faciliter la mise en œuvre du programme, une synthèse des textes ci-dessus a été effectuée.

2. *Organisation de l'enseignement*

L'horaire de la classe est de 4 heures : 2 h 30 + (1 h 30). Le programme requiert, pour donner prise à un travail efficace à partir des acquis du collège et bien remplir son rôle d'initiation aux enseignements ultérieurs, d'être appliqué avec réalisme et souplesse. Le professeur adopte la répartition qui lui convient des différentes parties, en les scindant ou les menant de front ; il lui est demandé d'assurer un *bon équilibre entre les différentes parties*. Des thèmes d'activités sont mentionnés ; on notera qu'ils font l'objet de listes indicatives, c'est-à-dire ni impératives, ni exhaustives ; *aucune connaissance n'est exigible des élèves sur le contenu des thèmes.*

3. *Lignes directrices*

a) Le présent programme est celui d'une *classe de Seconde pour tous ;* il convient de le préserver d'une intervention artificielle de descriptions de structures, et par conséquent de ne pas l'alourdir d'une algébrisation prématurée. Il va de soi que le professeur doit avoir une vue approfondie de la matière qu'il enseigne, et qu'il doit s'exprimer clairement ; mais son idéal ne saurait être de tenir aux élèves un discours si parfait soit-il : sa tâche principale est *d'entraîner les élèves à la réflexion et à l'initiative personnelle* et l'accent doit être mis sur *l'acquisition de méthodes,* aussi bien au niveau du cours que des activités de résolution d'exercices et de problèmes. Pour faciliter la poursuite de ces objectifs, l'horaire comporte une séquence de *travaux dirigés* en effectif réduit. Plus largement, chaque séance d'enseignement doit faire une place importante au *travail personnel des élèves ;* en effet la classe de mathématiques est d'abord un lieu de découverte, d'exploitation de situations, de réflexion sur les démarches suivies et les résultats obtenus. C'est aussi pourquoi *le cours doit être bref : son contenu doit se limiter aux notions et aux résultats essentiels.* Sa conception ne doit pas s'identifier au déroulement d'une suite bien ordonnée de notions et de théorèmes ; la présentation de contenus nouveaux doit être articulée avec *l'étude de situations assez riches,* qui peuvent, selon les cas, servir de motivation, constituer des secteurs d'intervention, fournir un support pour la mise en place de ces contenus... Ces différentes fonctions ont toutes leur importance.

Il faut enfin souligner que, dans la classe de Seconde de détermination, il convient de développer les capacités de *l'ensemble* des élèves. Une *diversification des activités proposées* peut y contribuer de manière efficace.

b) Le programme de *géométrie* porte essentiellement sur une *étude des objets usuels du plan et de l'espace ;* les aspects métriques y jouent un rôle important, car les sciences physiques et la technologie ont pour base des mesures. Dans l'espace, cette étude s'appuie sur une approche franchement expérimentale des relations entre droites et plans et de l'orthogonalité ; *tout développement axiomatique à ce propos est exclu.* Cette géométrie, par son contenu euclidien, doit développer une habitude de *vision directe des choses ;* elle met au service de l'intuition et de l'imagination son langage, ses procédés de représentation. L'enseignement de l'analyse peut s'en imprégner dès son commencement. Dans ce contexte les *activités graphiques* doivent tenir une place très importante dans les différentes parties du programme.

c) Les *problèmes et les méthodes numériques* doivent eux aussi tenir une large place. L'emploi systématique des *calculatrices scientifiques* renforce les possibilités d'étude de ces questions, aussi bien pour *effectuer des calculs* que pour *vérifier des résultats* ou *alimenter le travail de recherche.* En particulier, en analyse, l'exploitation des *touches de la calculatrice* permet d'accéder rapidement à des fonctions diversifiées et à leur représentation graphique. D'autre part, l'emploi des matériels informatiques existant dans les établissements est à encourager.

d) Il convient de souligner les formes diverses de *raisonnement* mathématique mises en jeu dans les situations étudiées ; mais *on évitera tout exposé de logique mathématique.* De même, c'est à travers les activités qu'on mettra en lumière les différentes phases de la démarche mathématique : conjectures, mise en œuvre d'arguments, élaboration d'une stratégie de démonstration et rédaction de la démonstration.

e) Il est également important qu'un grand nombre d'activités fasse *intervenir simultanément des parties diverses du programme* pour en faire ressortir l'unité (activités géométriques et algébriques relatives aux fonctions, articulation entre géométrie du plan et de l'espace...). Dans cette perspective, *l'enseignement des mathématiques est à relier à celui des autres disciplines* sous deux aspects principaux : étude de situations issues de ces disciplines ; organisation concertée des activités d'enseignement.

f) *La résolution d'exercices et de problèmes* doit jouer un rôle central dans le *travail personnel des élèves.* A cet effet, on combinera une participation active des élèves aux travaux effectués en classe avec des travaux effectués à la maison (préparation d'exercices, rédaction *fréquente* de devoirs) et *quelques* devoirs de contrôle. Ces différentes formes de travaux visent aussi à développer les qualités *d'expression écrite* (clarté du raisonnement, soin apporté à la présentation et à la rédaction) et *d'expression orale.*

g) Pour *l'organisation de l'enseignement,* il convient d'éviter deux écueils majeurs :

L'utilisation systématique, pour toutes les notions du programme, d'une présentation centrée sur un exposé synthétique et, en outre, souvent trop ambitieux.

En particulier, on notera que, *pour les rubriques du programme portant la mention « Exemples de », il n'y a pas lieu de faire un exposé synthétique ni de mettre en place un vocabulaire théorique général.* Il s'agit plutôt d'aboutir à des résultats précis et de dégager des idées ou des méthodes.

L'abus d'exercices aux objectifs scientifiques et didactiques mal définis. La lecture des manuels révèle en particulier une quantité excessive :

D'exercices, certes abordables, mais qui, coupés de tout leur contexte naturel d'intervention, perdent alors tout intérêt et se résument à des techniques peu motivantes ;

D'exercices dont la place naturelle est à un niveau plus élevé et dont un élève de Seconde, même s'il peut les exécuter, ne comprendra pas l'intérêt.

D'une façon générale il convient, à propos des exercices, de se poser quelques questions. Font-ils partie des *capacités requises* à la fin de l'année ? S'agit-il *d'activités possibles en classe ?* Leur contexte mathématique est-il compréhensible par un élève de Seconde ? Leur résolution a-t-elle valeur de méthode ?

4. *Présentation du texte*

Ce texte comporte, pour chaque chapitre :

Les objectifs essentiels (en caractères romains) ;

Le contenu du programme (en caractères italiques assortis d'un trait ondulé en marge) ;

Des indications, précisant le sens et les limites à donner à certaines questions du programme (en caractères romains) ;

Les thèmes éventuels (en caractères italiques).

PROGRAMME

I. Activités numériques

Ces activités ne constituent pas un objectif en soi ; elles sont à *pratiquer en relation avec les autres parties du programme*, notamment l'étude des fonctions, et avec l'enseignement des autres disciplines. Il s'agit de *consolider*, de *compléter* et de *mobiliser les capacités acquises au collège*. Les *interprétations graphiques*, l'usage des *calculatrices* jouent un rôle capital, à la fois comme outils et comme sources de problèmes.

Pratique des opérations et des inégalités portant sur des nombres réels, en particulier décimaux, rationnels.

Valeur absolue ; distance.

Exemples d'approximation d'un nombre réel au moyen d'encadrements.

Dans le calcul sur les nombres rationnels ou algébriques, il s'agit de mettre sous forme plus simple certaines expressions ; *aucune virtuosité n'est à rechercher*. Ainsi, la maîtrise d'exemples tels que $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ ou $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+2}$ est un objectif raisonnable, à condition que l'on ait précisé la forme réduite visée (elle-même étant fonction du problème posé).

Dans le calcul sur les nombre décimaux, il s'agit, à propos de la résolution de problèmes numériques, d'effectuer des *encadrements* (ordres de grandeur, valeurs approchées à une précision donnée...). Cette pratique ne doit pas consister en une manipulation purement formelle. Il convient de mettre en valeur la *signification* de tels encadrements dans des contextes variés, et de les relier aux notions d'intervalle, de distance, et de valeur absolue. En ce qui concerne les opérations, les objectifs peuvent se limiter à l'encadrement de sommes, de différences et du produit de deux termes, et à l'obtention d'une valeur approchée d'une somme à une précision donnée. D'autres cas (inverses, racines carrées) peuvent être abordés au cours des activités, mais leur maîtrise n'est pas exigible à l'issue de la Seconde.

Dans le calcul littéral, les principales difficultés concernent les inégalités. Pour que ces inégalités prennent sens et ne se réduisent pas à un formalisme purement algébrique, il est utile de relier leur étude à celle des fonctions tant du point de vue numérique que graphique. On pourra ainsi interpréter la comparaison de x et de x^2, pour $x \geqslant 0$, ou encore les opérations simples sur les inégalités : passage au carré, à l'inverse, à la racine carrée. Par exemple la relation $0 < a \leqslant b \Rightarrow 0 < \frac{1}{b} \leqslant \frac{1}{a}$ est à rapprocher de la décroissance de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ sur $]\,0, +\infty\,[$ et de l'allure de sa représentation graphique. *C'est la maîtrise de tels mécanismes élémentaires qui est importante et doit donc être l'objectif visé : toute virtuosité technique est donc exclue.*

De nombreuses situations conduisent à des *inéquations*. Leur résolution doit être abordée *très progressivement*, en prenant appui sur des *interprétations graphiques*. L'étude d'exemples tels que :

$$2 \leqslant x^2 \leqslant 4 \qquad x^2 \leqslant 2x \qquad |2x+1| \leqslant 1$$

constitue un objectif raisonnable. En revanche, il convient *d'éviter les exemples artificiels ou trop techniques.*

Les exercices faisant intervenir la *valeur absolue* de manière artificielle sont en dehors des objectifs de l'ensemble du second cycle. L'essentiel est de *savoir interpréter* $|b-a|$ comme étant la distance des points a et b, et, dans cette perspective, des relations telles que $|x-2| \leqslant 1$ ou $|x-2| \leqslant 1/100$ à l'aide des intervalles de centre 2, et de *savoir effectuer quelques majorations simples* en utilisant l'inégalité triangulaire et les formules donnant la valeur absolue d'un produit ou d'un quotient. Ces outils interviennent de façon naturelle dans les *problèmes d'approximation* au moyen d'encadrements.

II. Statistique

Ce chapitre présente un quadruple intérêt : d'abord la *lecture pertinente de tableaux statistiques* est maintenant nécessaire à la compréhension du fonctionnement de la société. Ensuite, c'est un excellent terrain pour des *activités interdisciplinaires*, où les élèves peuvent faire preuve d'initiative et développer leurs méthodes de travail. En outre, savoir *organiser, représenter et traiter des données* fournies à l'état brut, savoir apprécier l'intérêt et les limites d'un processus de mathématisation d'une situation est un élément majeur de toute formation scientifique. Enfin, c'est un secteur d'investissement des activités numériques, des représentations graphiques et des outils de calcul (calculatrices, ordinateurs). D'autre part, se familiariser progressivement avec le concept de moyenne est un objectif intéressant pour la formation proprement mathématique.

Description statistique d'une population ou d'un échantillon. Tableaux de données, relevés périodiques, réponses à une enquête... ; classement de ces données, représentations graphiques diverses.

Effectifs, fréquences, fréquences cumulées. Moyennes.

A l'issue de la Seconde, les élèves doivent savoir analyser, sur un *exemple*, un tableau de données (calcul de fréquences, de moyennes,...), mais *les définitions générales des concepts mis en jeu ne sont pas exigibles.*

Les documents nécessaires seront empruntés à l'environnement de l'élève ou proposés en liaison avec les enseignements de sciences biologiques, économiques et humaines ; on pourra exploiter des relevés chronologiques. Il est souhaitable que ces documents soient *authentiques et récents* et comportent des données nombreuses. Dans cette perspective les activités porteront sur l'étude de *quelques* situations propices à une bonne approche des notions du programme.

Dans son déroulement, l'activité statistique comporte plusieurs phases :

Prise de contact avec les données, lecture de tableaux ;

Elaboration d'une liste de questions qui se posent à partir de ces données ;

Choix des moyens à mettre en œuvre pour répondre à ces questions ;

Accomplissement des calculs (utilisation de calculatrices) ;

Analyse des graphiques : questions auxquelles ils permettent de répondre et nouvelles questions qu'ils conduisent à poser.

Les calculs les plus longs pourront être répartis entre les élèves et effectués à la maison : l'analyse des graphiques permettra d'en contrôler l'exactitude.

III. Fonctions

La notion de fonction sert à décrire et à étudier le comportement de phénomènes continus et joue un rôle central non seulement en mathématiques, mais dans toutes les sciences. On exploitera donc, pour mettre en place cette notion, des *situations variées :* tracés graphiques, touches de la calculatrice, algorithmes de calcul, relations de dépendance issues de la géométrie, de la mécanique, des sciences physiques et biologiques, de la vie économique et sociale. Les activités combineront ensuite le *traitement mathématique* et *l'interprétation des résultats* obtenus dans le cadre des situations étudiées.

Elles combineront aussi les études *qualitatives* avec les études *quantitatives*.

Le programme ne porte que sur l'*étude d'exemples* et se place dans le cadre des *fonctions définies sur un intervalle ;* il convient d'*éviter tout exposé général sur les fonctions* (opérations algébriques, composition, relations d'ordre, restriction,...).

1. *Exemples divers de fonctions.*

Représentations graphiques dans un repère orthonormal, dans un repère orthogonal.

Parité, périodicité ; interprétation graphique.

Fonctions croissantes, fonctions décroissantes.

Maximum, minimum d'une fonction.

2. *Variation et représentation graphique des fonctions* $x \mapsto ax + b$, $x \mapsto |x|$, $x \mapsto x^2$, $x \mapsto x^3$, $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \frac{1}{x}$. *Observation du comportement de ces fonctions pour les grandes valeurs de* x.

Exemples simples d'étude de fonctions se ramenant aux précédentes (par changement d'origine ou d'échelles). L'étude générale des fonctions polynômes de degré deux et des fonctions homographiques est hors programme.

3. *Notions sur les fonctions circulaires* $x \mapsto \cos x$ *et* $x \mapsto \sin x$ *: cercle trigonométrique, mesure de l'angle orienté de deux vecteurs unitaires ; exploitation des touches de la calculatrice. Les élèves doivent connaître la périodicité, les symétries, le sens de variation des fonctions* $x \mapsto \cos x$ *et* $x \mapsto \sin x$, *et connaître des relations telles que* $\cos (x + \pi) = -\cos x$, $\sin (\pi - x) = \cos$, x... *ainsi que quelques valeurs remarquables du cosinus et du sinus ; ils doivent savoir lire ces propriétés sur le cercle trigonométrique.*

Aucune démonstration n'est exigible des élèves ; les formules d'addition ne sont pas au programme, ainsi que la résolution des équations trignonométriques.

L'objectif principal est la maîtrise des fonctions élémentaires indiquées dans le programme et un certain savoir-faire pour y ramener, à l'aide d'indications convenables, des fonctions telles que

$x \mapsto 2x^2 + 1$, $x \mapsto (x - 1)^2$, $x \mapsto \frac{2}{x-1}$, $x \mapsto x(1 - x)$

Cela permet des activités très riches liées à d'autres chapitres et d'autres disciplines. C'est essentiellement pour que les élèves se forment une idée assez large de la notion de fonction qu'il convient, à titre d'activité, d'étudier, sous forme d'exemple, *quelques* fonctions d'un autre type ; mais *on évitera toute technicité conceptuelle ou calculatoire,* et aucune capacité n'est exigible des élèves dans ce domaine.

Il est important que les élèves sachent reconnaître les *phénomènes linéaires* et saisissent le caractère spécifique des fonctions linéaires et des fonctions affines et leur lien avec la proportionnalité ; à cet effet, il est utile d'étudier conjointement quelques comportements non linéaires.

L'étude de situations conduisant à des fonctions en escalier ou affines par morceaux et la représentation graphique de celles-ci constituent des activités souhaitables. Mais aucune connaissance spécifique n'est exigible des élèves sur ces types de fonctions, et *les exemples accumulant de façon gratuite les valeurs absolues ou les parties entières sont à éviter.*

Le taux de variation n'est pas au programme ; l'étude de la monotonie d'une fonction s'effectue de façon directe.

L'introduction des fonctions circulaires constitue une simple *prise de contact de caractère expérimental :* on s'appuiera sur des observations concernant la mesure des arcs ou des angles orientés (au moyen du rapporteur) et le mouvement circulaire uniforme. Pour ce qui est de l'angle orienté de deux vecteurs unitaires, l'objectif est que les élèves connaissent et sachent utiliser les résultats suivants (admis) :

Un angle orienté possède une mesure principale appartenant à $]-\pi, \pi]$ les autres mesures s'en déduisent par addition de $2k\pi$.

Inversement, tout nombre réel définit un angle orienté et un seul admettant ce nombre pour mesure.

Les mesures des angles orientés satisfont à la relation de Chasles ; en particulier, si θ est une mesure de $(\vec{u}, \vec{v})$, alors θ est une mesure de $(\vec{v}, \vec{u})$.

Toutes les mesures d'un angle ont un cosinus (respectivement un sinus) commun, qui est le cosinus (respectivement le sinus) de l'angle.

Dans ce qui précède l'unité d'angle est le radian ; on signalera la possibilité de choisir le degré comme unité de mesure. Aucune connaissance n'est exigible des élèves sur l'emploi des angles orientés en géométrie.

Thèmes (à titre indicatif) :

1. *Majoration, minoration d'une fonction sur un intervalle.*
2. *Recherche de maximums, de minimums, associée à des problèmes élémentaires d'optimisation.*
3. *Emploi des variations d'une fonction* f *pour l'étude d'équations* $f(x) = \lambda$ *et d'inéquations* $f(x) \leqslant \lambda$.
4. *Convexité de la fonction* $x \mapsto x^2$.

IV GÉOMÉTRIE PLANE

Il s'agit de mettre en œuvre, de consolider et de compléter les connaissances acquises au collège : propriétés des configurations fondamentales, usage des projections et des coordonnées, notions sur les vecteurs, propriétés usuelles des réflexions (ou symétries axiales), des symétries centrales et des translations. Des mises au point sont nécessaires, mais elles ne doivent pas prendre la forme d'un exposé systématique reprenant ces questions à leur point de départ.

En Seconde, *l'objectif essentiel est que les élèves sachent résoudre des problèmes concernant des configurations* en utilisant de manière pertinente quelques *outils* efficaces : les *transformations* (translations, symétries, homothéties), le *calcul vectoriel* et les *propriétés de quelques configurations fondamentales* (configuration de Thalès, triangle rectangle, parallélogramme, losange, rectangle inscrit dans un cercle, concours des médianes, hauteurs et médiatrices d'un triangle). *L'emploi d'un repère adapté* à une situation géométrique doit être un outil parmi les autres ; il ne doit ni constituer l'environnement habituel des problèmes de géométrie, ni être banni systématiquement.

1. *Homothétie ; lien avec la multiplication d'un vecteur par un nombre réel.*

Les élèves doivent connaître l'effet d'une homothétie sur les distances et les aires et savoir construire l'image d'une droite ou d'un cercle.

2. *Barycentre de deux points pondérés, d'un système de trois ou quatre points (l'étude systématique de l'associativité de la barycentration n'est pas au programme).*

3. *Représentation paramétrique vectorielle d'une droite.*

Représentation paramétrique et équation d'une droite dans un repère orthonormal.

4. *Cercle ; tangentes, symétries. Disque, convexité du disque. Equation du cercle dans un repère orthonormal.*

Le *calcul vectoriel* ne doit pas constituer un terrain purement algébrique ; la *maîtrise de ses relations avec les configurations* joue un rôle essentiel pour la résolution des problèmes de géométrie. En particulier, les élèves doivent connaître les relations entre points et vecteurs, une origine étant fixée ; entre les parallélogrammes, les translations, l'égalité et l'addition des vecteurs ; entre le théorème de Thalès, l'homothétie et la multiplication par un scalaire. De même, ils doivent savoir caractériser vectoriellement le parallélisme de deux droites, l'alignement de trois points et le milieu d'un segment, et connaître le lien entre distance de deux points et norme d'un vecteur.

Aux *transformations* déjà étudiées au collège s'ajoute l'homothétie. L'objectif est que les élèves connaissent de façon solide un ***petit nombre de propriétés essentielles*** de ces transformations et sachent les ***mettre en œuvre sur des configurations*** (effet sur l'alignement, le parallélisme, les distances, les aires,...). L'étude des transformations ne doit donc être ni exhaustive, ni considérée comme une fin en soi. L'étude systématique des composées de transformations est en dehors du programme, et aucune capacité n'est exigible des élèves à ce propos.

Thèmes (à titre indicatif)

1. *Problèmes de construction.*

2. *Exemples de transformations* $x' = ax + b$, $y' = ay + c$; *interprétation géométrique.*

3. *Recherche de symétries et d'homothéties transformant une configuration simple en une autre.*

4. *Propriétés d'alignement et de concours.*

V. Géométrie dans l'espace

L'objectif de cette partie est d'une *grande importance* pour la formation de *l'ensemble* des élèves. Il s'agit *d'analyser* et de *réaliser des objets de l'espace physique*, de les *représenter* par des figures planes, de *reconnaître* et *d'exploiter les configurations élémentaires* intervenant dans ces problèmes et de *calculer* des distances, des aires, des volumes, ce qui permet à la fois d'investir la pratique de la géométrie plane dans des situations spatiales et de dégager quelques propriétés fondamentales de l'incidence, de l'orthogonalité et du repérage qui sont spécifiques à l'espace. Dans une telle perspective, la géométrie dans l'espace peut être utilisée durant toute l'année comme terrain pour mobiliser des acquis en algèbre, en analyse et en géométrie plane.

Propriétés d'incidence ; parallélisme. Orthogonalité ; plan médiateur.

Projections ; projections orthogonales. Coordonnées d'un point dans un repère cartésien.

Calcul de distances, d'aires, de volumes.

Toute étude axiomatique est exclue ; on admettra les propriétés nécessaires à la conduite des activités (propriétés d'incidence, orthogonalité d'une droite et d'un plan, propriété de Thalès, validité des théorèmes de géométrie plane dans les plans de l'espace). L'objectif essentiel est que les élèves connaissent les situations de base, sachent les utiliser pour raisonner et calculer et acquièrent une meilleure maîtrise des solides usuels.

Le calcul vectoriel et l'étude des transformations géométriques de l'espace ne sont pas au programme.

Thèmes (à titre indicatif)

1. *Représentation d'un solide par des projections orthogonales sur deux plans perpendiculaires bien choisis.*

2. *Représentation par perspective cavalière.*

3. *Exemples de figures admettant un centre, un axe, un plan de symétrie (cube, tétraèdre régulier, sphère, cylindre,...).*

VI. Produit scalaire dans le plan

L'objectif est que les élèves sachent utiliser le produit scalaire en géométrie pour le *calcul de normes de vecteurs, de distances et d'angles* et pour la *caractérisation de l'orthogonalité* et prennent conscience, à ce propos, du rôle de la linéarité des projections orthogonales et de l'efficacité de ce nouvel outil de calcul. L'interprétation du produit scalaire en mécanique pourra faire l'objet d'une activité interdisciplinaire.

L'introduction du produit scalaire par les formes bilinéaires symétriques est exclue.

Définition du produit scalaire :

Formule $\vec{OA}.\vec{OB} = \vec{OA}.\vec{OH}$;

Formule $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| . \|\vec{v}\| . \cos\theta$.

Caractérisation de l'orthogonalité.

Propriétés du produit scalaire : symétrie, linéarité.

Expression du produit scalaire et de la norme dans une base orthonormale, de la distance de deux points dans un repère orthonormal.

Caractérisation d'une droite par $\vec{k}.\vec{AM} = 0$.

Les élèves doivent savoir calculer $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2$, caractériser le cas où les deux vecteurs sont orthogonaux et faire ainsi le lien avec le théorème de Pythagore.

On étudiera les lignes de niveau de quelques fonctions simples, telles que $MA^2 + MB^2$, $MA^2 - MB^2$, $\vec{k}.\vec{OM}$,..., et on appliquera le produit scalaire à l'étude de quelques relations métriques simples dans le triangle, mais aucune connaissance n'est exigible des élèves sur ces points.

Thèmes (à titre indicatif)

1. *Puissance d'un point par rapport à un cercle : lignes de niveau de* $OM^2 - R^2$; *régionnement associé.*

2. *Propriétés géométriques simples de la parabole, en relation avec l'étude de* $x \mapsto x^2$.

VII. Systèmes d'équations linéaires

Il s'agit de systèmes d'équations linéaires à *coefficients numériques.* L'objectif est non seulement de connaître une technique de résolution, mais aussi *d'étudier des problèmes* issus d'autres disciplines et de la vie économique et sociale, en mettant en valeur les phases de mise en équation, de traitement mathématique et d'interprétation des résultats.

Système de deux équations linéaires à deux inconnues à coefficients numériques ; interprétation graphique.

Exemples d'étude par interprétation graphique de systèmes d'équations et d'inéquations linéaires à deux inconnues.

Exemples de résolution de systèmes d'équations linéaires à coefficients numériques par la méthode de substitution.

Dans ce dernier cas, on se limitera à des situations ne comportant pas plus de quatre inconnues. A travers quelques exemples simples on montrera qu'il n'y a pas toujours existence et unicité de la solution, mais aucune connaissance n'est exigible des élèves pour l'étude de tels cas. On évitera les exemples trop techniques, coupés de tout contexte ; l'introduction de paramètres est exclue.

Pour ce qui est des systèmes à deux inconnues, l'objectif n'est pa d'apprendre des formules de résolution, mais d'organiser et de conjuguer l'étude numérique et l'étude graphique. Les formules de Cramer ne sont pas au programme, et l'étude d'exemples comportant des paramètres est exclue. Les élèves doivent savoir utiliser le déterminant pour établir a priori l'existence et l'unicité de la solution.

Thème (à titre indicatif)

Problèmes élémentaires de programmation linéaire à deux variables.

(*B.O. spécial* n° 1 du 5 février 1987.)

2/ BILAN DES EVALUATIONS DE SEPTEMBRE 94

Nous présentons ci-dessous deux tableaux qui fournissent les pourcentages de réussite des élèves des Lycées Jean Monnet et Mas de Tesse de Montpellier ,lors de l'évaluation de 1994.

La lecture et une éventuelle interprétation de ces résultats ne peuvent se faire valablement qu'au regard des questions posées dans le cahier d'évaluation de Septembre 1994.

Bilan Items

12 élèves de Lycée Jean MONNET → Codes de 396 élèves.
9 items de Mathématiques pour bilans

uméro				Codes 1	2	Réussis
1	ElabDe	Mat28A	Mobiliser ses connaissances	68	0	17.2%
2	Appliq	Mat43A	Appliquer	98	0	24.7%
3	Justif	Mat48A	Utiliser donnée, théorème, définition ...	104	0	26.3%
4	critiq	Mat25A	Contrôler la vraisemblance d'un résultat	120	0	30.2%
5	ElabDe	Mat16A	Trier des informations	138	0	34.8%
6	Justif	Mat19A	Utiliser donnée, théorème, définition ...	142	0	35.8%
7	Exécut	Mat45A	Exécuter une tâche simple	142	0	35.9%
8	Produ	Mat11A	Utiliser un vocabulaire approprié	150	0	37.8%
9	Exécut	Mat44A	Exécuter une tâche simple	153	0	38.6%
10	Produ	Mat49A	Utiliser un vocabulaire approprié	159	0	40.2%
11	LireEn	Mat09A	Donner un sens aux mots	166	0	41.8%
12	Produ	Mat10A	Utiliser un vocabulaire approprié	167	0	42.1%
13	Produ	Mat12A	Utiliser un vocabulaire approprié	188	0	47.4%
14	Justif	Mat39A	Utiliser donnée, théorème, définition ...	174	28	51.0%
15	Appliq	Mat34A	Appliquer	207	0	52.3%
16	Exécut	Mat04A	Mettre en oeuvre une stratégie	153	56	52.6%
17	conclu	Mat35A	Interpréter le résultat	213	0	53.8%
18	Appliq	Mat42A	Appliquer	218	0	55.1%
19	critiq	Mat24A	Contrôler la vraisemblance d'un résultat	236	0	59.4%
20	Justif	Mat47A	Utiliser donnée, théorème, définition ...	238	0	60.1%
21	LireEn	Mat14A	Observer un dessin	242	0	61.0%
22	Appliq	Mat38A	Appliquer	242	0	61.1%
23	ElabDe	Mat18A	Mobiliser ses connaissances	251	0	63.2%
24	ElabDe	Mat07A	Mettre en relation	200	60	65.5%
25	Produ	Mat33A	Produire un texte, un tableau, un graphique	260	0	65.7%
26	Appliq	Mat37A	Appliquer	262	0	66.2%
27	ElabDe	Mat30A	Mobiliser ses connaissances	268	0	67.7%
28	ElabDe	Mat06A	Trier des informations	272	0	68.5%
29	Appliq	Mat40A	Appliquer	279	0	70.5%
30	ElabDe	Mat15A	Trier des informations	281	0	70.8%
31	LireEn	Mat32A	Donner un sens aux mots	282	0	71.2%
32	Justif	Mat46A	Utiliser donnée, théorème, définition ...	285	0	72.0%
33	Appliq	Mat27A	Appliquer	293	0	74.0%
34	Appliq	Mat26A	Appliquer	295	0	74.5%
35	LireEn	Mat08A	Donner un sens aux mots	299	0	75.3%
36	Choisi	Mat23A	Décider d'un cadre de résolution	280	19	75.3%
37	LireEn	Mat36A	Lire un énoncé, un tableau, un graphique	312	0	78.8%
38	Exécut	Mat02A	Mettre en oeuvre une stratégie	254	62	79.6%
39	ElabDe	Mat29A	Mobiliser ses connaissances	319	0	80.6%
40	Choisi	Mat20A	Décider d'un cadre de résolution	167	155	81.1%
41	ElabDe	Mat17A	Trier des informations	324	0	81.6%
42	Produ	Mat31A	Produire un texte, un tableau, un graphique	339	0	85.6%
43	ElabDe	Mat21A	Trier des informations	348	0	87.7%
44	ElabDe	Mat22A	Trier des informations	346	2	87.7%
45	ElabDe	Mat03A	Reconnaître une situation de référence	340	10	88.2%
46	LireEn	Mat13A	Observer un dessin	354	0	89.2%
47	Appliq	Mat41A	Appliquer	354	0	89.4%
48	LireEn	Mat05A	Lire un énoncé, un tableau, un graphique	376	0	94.7%
49	ElabDe	Mat01A	Reconnaître une situation de référence	380	1	96.0%

Bilan Items

286 élèves du Lycée Mas de Tesse
49 items de Mathématiques pour bilans

Numéro				Codes 1	2	Réussis
1	Justif	Mat48A	Utiliser donnée, théorème, définition ...	66	0	23.3%
2	Justif	Mat19A	Utiliser donnée, théorème, définition ...	73	0	25.8%
3	ElabDe	Mat28A	Mobiliser ses connaissances	74	0	26.1%
4	critiq	Mat25A	Contrôler la vraisemblance d'un résultat	80	0	28.3%
5	Appliq	Mat43A	Appliquer	84	0	29.7%
6	Produ	Mat49A	Utiliser un vocabulaire approprié	92	0	32.5%
7	critiq	Mat24A	Contrôler la vraisemblance d'un résultat	98	0	34.6%
8	Justif	Mat39A	Utiliser donnée, théorème, définition ...	91	7	34.6%
9	ElabDe	Mat16A	Trier des informations	105	0	37.1%
10	Exécut	Mat44A	Exécuter une tâche simple	115	0	40.6%
11	Produ	Mat11A	Utiliser un vocabulaire approprié	115	0	40.6%
12	LireEn	Mat09A	Donner un sens aux mots	123	0	43.5%
13	Produ	Mat10A	Utiliser un vocabulaire approprié	123	0	43.5%
14	Appliq	Mat42A	Appliquer	124	0	43.8%
15	Produ	Mat12A	Utiliser un vocabulaire approprié	136	0	48.1%
16	Justif	Mat47A	Utiliser donnée, thèorème, définition ...	139	0	49.1%
17	Exécut	Mat45A	Exécuter une tâche simple	143	0	50.5%
18	Exécut	Mat04A	Mettre en oeuvre une stratégie	116	28	50.9%
19	Appliq	Mat34A	Appliquer	163	0	57.6%
20	conclu	Mat35A	Interpréter le résultat	164	0	58.0%
21	ElabDe	Mat30A	Mobiliser ses connaissances	165	0	58.3%
22	LireEn	Mat32A	Donner un sens aux mots	167	0	59.0%
23	Justif	Mat46A	Utiliser donnée, théorème, définition ...	168	0	59.4%
24	LireEn	Mat14A	Observer un dessin	173	0	61.1%
25	Appliq	Mat38A	Appliquer	174	0	61.5%
26	ElabDe	Mat18A	Mobiliser ses connaissances	175	0	61.8%
27	ElabDe	Mat07A	Mettre en relation	157	19	62.2%
28	Produ	Mat33A	Produire un texte, un tableau, un graphique	179	0	63.3%
29	LireEn	Mat36A	Lire un énoncé, un tableau, un graphique	181	0	64.0%
30	Appliq	Mat37A	Appliquer	187	0	66.1%
31	ElabDe	Mat06A	Trier des informations	192	0	67.8%
32	Choisi	Mat23A	Décider d'un cadre de résolution	172	24	69.3%
33	Appliq	Mat26A	Appliquer	202	0	71.4%
34	Appliq	Mat40A	Appliquer	202	0	71.4%
35	Appliq	Mat27A	Appliquer	204	0	72.1%
36	ElabDe	Mat15A	Trier des informations	206	0	72.8%
37	ElabDe	Mat17A	Trier des informations	208	0	73.5%
38	Produ	Mat31A	Produire un texte, un tableau, un graphique	214	0	75.6%
39	LireEn	Mat08A	Donner un sens aux mots	220	0	77.7%
40	Exécut	Mat02A	Mettre en oeuvre une stratégie	188	42	81.3%
41	ElabDe	Mat29A	Mobiliser ses connaissances	231	0	81.6%
42	Choisi	Mat20A	Décider d'un cadre de résolution	117	115	82.0%
43	ElabDe	Mat03A	Reconnaître une situation de référence	232	6	84.1%
44	ElabDe	Mat22A	Trier des informations	233	10	85.9%
45	Appliq	Mat41A	Appliquer	243	0	85.9%
46	LireEn	Mat13A	Observer un dessin	255	0	90.1%
47	LireEn	Mat05A	Lire un énoncé, un tableau, un graphique	256	0	90.5%
48	ElabDe	Mat21A	Trier des informations	256	3	91.5%
49	ElabDe	Mat01A	Reconnaître une situation de référence	266	0	94.0%

ÉVALUATION | NOR : MENS9500764N RLR : 523-2 | NOTE DE SERVICE N° 95-108 DU 3-5-1995 | MEN DEP DLC

Évaluation en seconde - année scolaire 1995-1996

Texte adressé aux recteurs, aux inspecteurs d'académie directeurs des services départementaux de l'éducation nationale, aux proviseurs de lycées et aux professeurs de classes de seconde générale et technologique et de seconde professionnelle.

OBJECTIFS GÉNÉRAUX

La classe de seconde ouvre dans l'enseignement général et technologique, comme dans l'enseignement professionnel, le cycle de détermination. L'évaluation réalisée à la rentrée scolaire depuis 1992 permet aux enseignants de recueillir, à l'entrée en seconde, des informations sur les compétences et les savoir-faire de chaque élève. Ce constat est fait en regard des objectifs des classes de seconde générale et technologique ou professionnelle ; c'est pour cette raison que les cahiers d'évaluation de français et de mathématiques sont différents pour les élèves du cycle BEP et pour ceux de seconde générale et technologique. Cette évaluation n'est donc pas un bilan de fin de troisième, mais une évaluation diagnostique situant l'élève en devenir. Elle vise à faciliter la mise en œuvre des modules afin de répondre au mieux aux besoins des élèves dans leur diversité. Cependant, la révision régulière des groupes, la réflexion sur les objectifs visés, le repérage des besoins des élèves ne peuvent s'appuyer tout au long de l'année sur l'évaluation de septembre et nécessitent par ailleurs l'utilisation d'une évaluation fondée sur l'observation de compétences. C'est pourquoi une innovation importante complétera en 1995-96 le dispositif d'évaluation de septembre. Une banque d'exercices sera mise à la disposition des enseignants au mois de janvier 1996.

L'évaluation en seconde à partir de la prochaine rentrée scolaire fait donc partie intégrante du fonctionnement pédagogique de la classe en prenant deux formes complémentaires :
- à la rentrée scolaire, l'évaluation qui reste nationale, systématique et obligatoire ;
- en cours d'année, une banque d'exercices en utilisation libre par les enseignants.

I - L'ÉVALUATION À L'ENTRÉE EN SECONDE EN SEPTEMBRE 1995

L'évaluation se déroulera dans les deux semaines qui suivent la rentrée, les résultats seront saisis et traités avant le 7 octobre 1995. Toutefois, les enseignants ne doivent pas attendre le mois d'octobre pour mettre en place les modules : les premières séances peuvent être consacrées avec profit à une interprétation partielle des performances des élèves par le professeur, en fonction de la progression pédagogique qu'il a choisie.

1 - Rappel du cadre général

Les disciplines concernées sont toujours :
- à l'entrée en seconde générale et technologique : français, mathématiques, histoire-géographie et LV1 (anglais et allemand) ; à la demande des rectorats et sur communication des effectifs, l'évaluation couvrira également l'espagnol, le portugais et l'arabe LV1 ;
- à l'entrée en seconde professionnelle : français, mathématiques, sciences et techniques industrielles, économie et gestion. L'organisation pédagogique dans les secteurs de l'hôtellerie-restauration et de l'alimentation et dans les CFA n'ayant pas inclus de modules, ceux-ci ne sont pas destinataires des cahiers d'évaluation.

2 - L'élaboration des épreuves

Comme les années précédentes, les cahiers d'évaluation sont réalisés par des groupes nationaux constitués de membres des corps d'inspection (IGEN, IPR-IA, IEN) et d'enseignants. Les grilles de compétences ainsi que les principes de codage restent les mêmes que l'an dernier. Chaque cahier d'exercices d'évaluation sera limité à une seule série d'épreuves. Pour chaque discipline les enseignants disposeront d'un cahier par élève et d'un cahier du professeur. En langues, des cassettes permettront d'évaluer la compréhension de l'oral.

3 - Aspects pratiques

Le routage des documents dans les établissements s'effectuera à partir du 22 août pour que les chefs d'établissement soient en mesure de mettre à la disposition des enseignants les cahiers d'évaluation dès la pré-rentrée. Cette année, la disquette du logiciel sera transmise aux établissements par les centres de ressource d'informatique académique (CRIA).

L'exploitation et l'analyse des résultats devraient être améliorées par la mise en place d'un nouveau logiciel testé par un comité d'utilisateurs. Ce logiciel devrait être plus convivial et donc plus accessible aux enseignants peu familiarisés avec l'informatique. Cette année, il offrira des possibilités d'analyses simples (analyses d'items, regroupements d'items, profils d'élèves et de classes), nécessaires à la mise en place des modules. Pour l'année scolaire 1996-97, le logiciel sera développé vers des analyses plus complexes (interdisciplinaires, par exemple).

4 - Échantillon national

Un échantillon représentatif au plan national sera constitué sur le même principe que celui qui a été retenu depuis plusieurs années pour l'évaluation en CE2 et en 6e. Son but est d'établir en septembre 1995 sur la base d'un échantillon d'élèves un état des performances des élèves à l'entrée en seconde générale et technologique d'une part et en seconde professionnelle d'autre part.

Le tirage de l'échantillon sera connu des établissements fin septembre 1995 ; des instructions seront données en septembre aux établissements de l'échantillon pour la restitution des résultats à la DEP. Les principaux résultats de l'évaluation de rentrée seront diffusés sur Minitel fin novembre/début décembre 1995. Ultérieurement, une publication sera adressée aux corps d'inspection, aux formateurs académiques et aux établissements présentant pour chaque discipline les résultats par exercices et par items.

II - LA BANQUE D'EXERCICES

1 - Les objectifs

Le constat qu'il est possible de faire des modules à l'heure actuelle est celui d'une certaine rigidité dans la composition des groupes et dans les objectifs visés : la prise en compte effective des besoins des élèves est insuffisante. On peut expliquer cette situation en partie par la *difficulté qu'éprouvent les professeurs* en cours d'année à procéder à une évaluation par compétences.

C'est pourquoi la DEP mettra à la disposition des professeurs de seconde une banque d'exercices, au mois de janvier 1996 : ils disposeront ainsi d'un matériel qui leur permettra de connaître en cours d'année les performances de leurs élèves, de suivre leur évolution et leurs progrès. Son utilisation sera laissée à l'initiative de chaque professeur. Selon la progression qu'il aura choisie, l'enseignant pourra avoir recours aux exercices avant, pendant ou après l'apprentissage d'une notion. Dans la mesure où ils se réfèrent à un tableau d'objectifs qui n'est pas exhaustif, les exercices de la banque d'items ne sont pas conçus à des fins de bilan ; dans le même esprit que les épreuves de début d'année, ils ont été mis au point pour faciliter le travail des professeurs.

2 - L'élaboration des exercices

Les exercices de cette banque sont élaborés par des groupes académiques en concertation étroite avec les groupes nationaux. Les mêmes disciplines y sont représentées, sauf l'espagnol, l'arabe et le portugais. Les exercices proposés se réfèrent aux mêmes tableaux de capacités et de compétences que ceux de l'évaluation de septembre tout en répondant à des niveaux d'exigences gradués.

Pour la première année du fonctionnement de la banque d'exercices, dite "phase d'initialisation", il est prévu, à l'intérieur de chaque compétence, environ un exercice par composante. En 1996-97 et dans les années suivantes, d'autres exercices s'y ajouteront, de niveaux d'exigences différents et en fonction des attentes des enseignants formulées auprès des inspecteurs. La DEP continuera à développer cette banque avec les groupes académiques et en liaison étroite avec les groupes nationaux.

3 - Modalités

Chaque enseignant sera destinataire d'un exemplaire pour sa discipline avec une cassette pour l'anglais et l'allemand, à charge pour lui de reproduire les exercices qu'il choisira en fonction du déroulement du programme et de la progression des élèves. Comme pour l'évaluation de début d'année, la diffusion des cahiers et des cassettes sera faite dans les établissements de l'enseignement public et de l'enseignement privé sous contrat.

III - INFORMATION, FORMATION ET COMMUNICATION

1 - Information

Il est indispensable que se poursuive, dans chaque académie, l'information des chefs d'établissement, des enseignants et des élèves sur les objectifs et les modalités de l'évaluation en 1995-96.

À cet égard, l'analyse des bilans académiques a confirmé le rôle essentiel des chefs d'établissement dans l'information des enseignants, des élèves et des familles. L'information des parents et des élèves doit être aussi complète que possible afin que l'objectif de l'évaluation soit bien compris. Il ne faudrait pas que l'évaluation soit interprétée comme un moyen de classer les élèves ou qu'inversement, les élèves n'en perçoivent pas l'intérêt et ne s'y impliquent pas suffisamment. Les enseignants doivent montrer eux-mêmes l'importance qu'ils accordent à cette opération, ils doivent expliquer l'utilisation qu'ils feront des résultats et le profit que peuvent en tirer les élèves en les associant au codage et à l'analyse des résultats.

2 - Formation

Le ministère accorde une grande importance aux modules, comme facteur de réussite des élèves de seconde et donc à l'évaluation nationale. Les recteurs sont invités à inscrire dans les plans académiques, des formations sur les aspects suivants : l'évaluation par compétences, l'analyse des performances pour laquelle l'utilisation du logiciel doit être présentée, et le repérage des besoins.

Une formation d'aide pour l'utilisation du logiciel sera proposée aux responsables académiques en juin 1995. Il serait opportun que dans chaque établissement au moins une personne ressource ayant reçu une formation à l'utilisation du logiciel puisse aider ses collègues.

3 - Communication

Sur le plan pratique, il revient à chaque recteur de veiller à ce qu'une bonne liaison s'instaure entre les établissements et les différents responsables auxquels il a confié le suivi de cette opération :

- **le coordonnateur académique,** chargé de la coordination de l'ensemble du dispositif. Le suivi et l'animation pédagogique à propos des modules et de l'évaluation en seconde sont de la responsabilité de chaque inspecteur (IPR-IA ou IEN) dans sa discipline. Afin de faciliter le travail du coordonnateur académique, et de le rendre plus efficace, les inspecteurs sont invités à lui fournir toutes les informations qu'ils jugeront utiles de transmettre à la DEP (cf. annexe) ;
- **le correspondant logiciel,** chargé de l'information sur cet outil, de son utilisation ainsi que de la formation à son utilisation auprès des personnes ressources dans les établissements, dans le cadre des formations mises en place par les MAFPEN ;
- **le responsable administratif,** chargé de la mise en place de la logistique de l'évaluation (prévision de la quantité de documents, gestion du stock de réserve, diffusion des documents...), afin que celle-ci se déroule dans les meilleures conditions. Il sera l'interlocuteur des chefs d'établissement en cas de problèmes lors de la réception des documents.

Afin d'assurer une meilleure organisation de l'ensemble du dispositif, nous vous prions donc de recommander aux chefs d'établissement de s'adresser, en cas de besoin, au rectorat qui leur aura communiqué les noms et coordonnées des différents responsables.

Vous trouverez ci-après les noms et références des personnes qu'outre le directeur de l'évaluation et de la prospective et le sous-directeur de l'évaluation, vous pourrez contacter pour toute information complémentaire que vous souhaiteriez obtenir :

- Madame Jacqueline Levasseur, chef du département de l'évaluation des élèves et des étudiants (DEP C2), 142 rue du Bac, 75007 Paris,

téléphone : (1) 49 55 37 10,
télécopie : (1) 49 55 29 38.

- Madame Catherine Trussy, chef du projet seconde (DEP C2), 142 rue du Bac, 75007 Paris,
téléphone : (1) 49 55 38 43,
télécopie : (1) 49 55 29 38.

Nous vous demandons enfin de veiller personnellement au bon déroulement de cette opération dont l'importance ne saurait vous échapper et de nous tenir informés des problèmes que vous pourriez rencontrer dans sa mise en œuvre.

Pour le ministre de l'éducation nationale
et par délégation,
Le directeur de l'évaluation et de la prospective
Claude THELOT
Le directeur des lycées et collèges
Christian FORESTIER

Annexe

ÉVALUATION EN SECONDE - ANNÉE SCOLAIRE 1995-1996
ÉCHÉANCIER ET RESPONSABILITÉS

DATES	NATURE DES TÂCHES	RESPONSABILITÉ
Du 22 août au 4 septembre 1995	Diffusion des documents dans les lycées d'enseignement général et technologique et professionnel	Niveau national : DEP - Niveau rectorat : responsable administratif et coordonnateur académique
Du 11 au 23 septembre 1995	Passation des épreuves... ... saisie et analyse des résultats	Niveau établissement : chef d'établissement, enseignants Niveau établissement : chef d'établissement, enseignants
Mi-septembre à mi-octobre 1995	Échantillon national	DEP-Chef d'établissement
Pour le 30 novembre 1995	Remise des bilans détaillés des évaluations, dans l'enseignement général et technologique et dans l'enseignement professionnel, à la DEP Restitution des résultats de l'échantillon national sur Minitel	Niveau rectorat : coordonnateur académique, correspondant logiciel Niveau national : DEP
Décembre 1995/janvier 1996	Diffusion de la banque d'exercices	Niveau national : DEP - Niveau rectorat : responsable administratif
À partir de janvier 1996	Utilisation de la banque	Niveau rectorat : coordonnateur académique - Niveau établissement : chef d'établissement, enseignants

4/ ETUDE DES PROGRAMMES PAR LE GACEM

Le GACEM (groupe académique de concertation sur l'enseignement des mathématiques) nous a fourni l'étude suivante sur les programmes de $3^{ème}$ et de 2^{de} ; elle permettra aux enseignants de collège et de lycée de mieux faire le point sur les capacités d'un élève en fin de $3^{ème}$ et en 2^{de}

CAPACITES EFFECTIVES EN DEBUT DE 2^{de}	**A NE FAIRE QU'EN 2^{de} (ou en approfondissement)**
TRAVAUX NUMERIQUES	
1/ calcul littéral et calcul numérique	
a) calcul sur les puissances l'application simple de ces notions est acquise ex : $2^3 \times 2^5$; puissances de 10 il y a plus de difficultés lorsqu'on fait appel à cette notion en tant qu'outil avec des degrés plus importants de difficultés (règles de signe, $a\sqrt{b}$)	à continuer en 2^{de} ex: $\dfrac{6}{2 \times 10^{23}}$; $(-5)^{-3}$ interprétation de l'affichage-machine(3 04 pour $3x10^4$) mélanger les difficultés appliquer aux problèmes concrets
b) opérations sur les inégalités ordre et addition ordre et multiplication quelques encadrements d'opérations simples(aires et périmètres) résolution d'inéquations	signe de ax+b, d'un produit, d'un quotient encadrement d'un produit,d'un quotient encadrement des images par des fonctions comportant des carrés, des inverses passage à l'inverse non acquis position relative de a et a^2 selon la position de a par rapport à 1
c) valeur absolue,intervalles, approximations représentation graphique d'intervalles en tant que solutions d'une inéquation inégalité triangulaire en géométrie valeur approchée troncature et valeur approchée;arrondi (notion visiblement acquise sauf en ce qui concerne la corrélation avec les ordres de grandeur et le problème des négatifs)	définition de la valeur absolue notation des divers types d'intervalles même chose en plus formalisé en 2^{de}:encadrements;approximations

2/<u>Systèmes d'équations linéaires</u> bon degré d'acquisition (sauf pour la méthode de substitution) on ne s'attache pas au critère d'existence et d'unicité de la solution. l'étude graphique est faite avec les moyens de $3^{ème}$ (y=ax+b)	résolution générale
3/<u>Travaux pratiques</u> <u>l'étude des situations conduisant à une équation à une inconnue</u> semble acquise <u>exemples d'emploi de factorisation</u> (pour les équations uniquement) ex: $2(x-1)-(x-1)^2$ outil important qui motive souvent les élèves	inéquations savoir différencier produit et somme factorisation pour les inéquations,mais l'acquisition demande du temps car il s'agit d'un nouveau mécanisme ex:(2x-5)(7x+1)-(-4x+10)
<u>opérations sur les fractions</u>	radicaux,puissances à approfondir rendre rationnel $\frac{7+\sqrt{2}}{5+\sqrt{3}}$
encadrement de l'opposé d'un nombre, d'une somme, d'un produit(ébauché mais pas par tous)	
<u>FONCTIONS</u>	
fonctions affines,linéaires sous la forme y =... représentation graphique de y = ax+b et y = ax	notation f(x) tout est à faire.......
<u>STATISTIQUES</u>	
répartition d'une population en classes effectif, fréquence effectifs cumulés, fréquences cumulées moyenne	écart-type

GEOMETRIE 1/ GEOMETRIE PLANE A/ Calcul vectoriel a) opérations sur les vecteurs	
vecteur $\overrightarrow{AB}$ (pas de vecteur $\vec{u}$) notion de longueur mais pas de norme représentation géométrique de $\overrightarrow{AB}$ relier égalité vectorielle aux $1/2\,\overrightarrow{AB}$ ou $2\,\overrightarrow{AB}$ (réponse assez spontanée) addition de vecteurs caractérisation du milieu	introduction de la notation vectorielle $\vec{u}$ et $\vec{u}$ représentant d'un vecteur vecteur nul opposé d'un vecteur,différence multiplication d'un vecteur par un réel vecteurs colinéaires mesures algébriques caractérisation du centre de gravité théorème de Thalès (traduction vectorielle) (les élèves ont du mal à quitter les longueurs)
théorème de Thalès dans le triangle application à des triangles homothétiques agrandissement et réduction de figures (conséquences sur les aires et les volumes)	homothétie
b) bases;repères un seul repère sur une droite :abscisse repère (O; I; J) coordonnées d'un point, de $\overrightarrow{AB}$, de $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$, de $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$, du milieu de [AB]. repère orthogonal;repère orthonormal équation réduite $y = mx+p; x = k$	bases;coordonnées dans uns base coordonnées de $\lambda\,\vec{u}$;colinéarité de deux vecteurs. équation $ux+vy+w = 0$ vecteur directeur ; vecteur normal
c) orthogonalité;mesure des angles orientés orthogonalité de deux droites $(aa' = -1)$ distance de deux points repère orthonormal trigonométrie dans le triangle rectangle (unité: le degré) cos; sin; tan $\cos^2 + \sin^2 = 1$ on n'exige pas la connaissance des valeurs remarquables	condition d'orthogonalité formule de la norme base orthonormale trigonométrie dans le cercle trigonométrique (unités: degré;radian) mêmes formules exigibles mais dans le cercle trigonométrique

B/ <u>Transformations et configurations</u> a)<u>transformations</u> symétrie orthogonale,symétrie centrale,rotation (construction de figures surtout), translation propriétés conservées par la transformation image d'une droite, d'un segment, d'un cercle, du milieu, de deux droites parallèles <u>le mot réflexion n'est pas au programme</u>	homothétie effet sur le parallèlisme , l'alignement, l'orthogonalité, les distances, les angles les aires.
b) <u>symétries du cercle</u> programme de 4ème mais qu'en reste-t-il ?	à titre d'exercice mais la notion d'ensemble n'est généralement pas travaillée: axes de symétrie de la configuration formée par deux droites concourantes.
2/ <u>GEOMETRIE DANS L'ESPACE</u> étude des volumes: cube, pavé, cylindre, cône, pyramide, sphère observation principalement. application de formules.Pas de projection. le reste "au feeling" sans trop énoncer de définitions et de propriétés. reconnaitre des droites parallèles sans formaliser dans les solides usuels(cube, pavé) propriétés de l'orthogonalité données mais non exigibles pas de plan médiateur.	à faire en 2de sous forme détaillée. définition du parallèlisme.

3/ <u>TRAVAUX PRATIQUES</u> <u>configurations de base</u> triangles, quadrilatères, cercles <u>calcul vectoriel</u> relation de Chasles égalité liée au parallèlisme	 tout le calcul vectoriel
<u>outil numérique</u> Pythagore, Thalès, trigonométrie	 généralisation du théorème de Thalès
<u>transformations</u> symétrie centrale, orthogonale, translation (constructions)	 homothétie, rotation (déterminer le centre et l'angle)
<u>exemples d'étude d'un objet usuel de l'espace</u> cube, pavé, prisme droit, cylindre, sphère, pyramide, cône	 parallèlisme, alignement, orthogonalité (mise en place en 2^{de})
<u>exemples de calcul de distance, d'aire et de volume</u> acquis	
<u>mise en oeuvre des propriétés des transformations</u> conservation des distances,des angles, de l'alignement	
<u>recherche et emploi de transformations</u> recherche mais pas utilisation	

BIBLIOGRAPHIE

[I] **BASCOU N., BONAFE F., BRUNET R.(1993)-** Enseignement modulaire, fascicule 2.Classe de 2de.Edition IREM-USTL.Montpellier.

[II] **Groupe de recherche sur l'Enseignement de la Géométrie (1991)-** Enseigner la géométrie de l'espace . Activités de la 6ème à la 2de .Edition IREM-USTL.Montpellier.

[III] **OLIVIER Y.(1994)** Classes de 2de . Premier bilan d'après rénovation . Bulletin A.P.M n°395 .Paris.

[IV] **Groupe de recherche de Louvain La Neuve** .Transformations du plan avec Cabri-Géomètre.SEDIMA.UCL Louvain La Neuve.

[V] **Groupe de recherche de l'IREM de Rennes.(1989)**.Suivi scientifique.Classe de 3ème Bulletin Inter -IREM 1er cycle. Paris.

[VI] **CHEVALIER A., SAUTER M. (1992).**Narration de recherche.Edition IREM-USTL.Montpellier

TITRE	**Liaison 3ème-2nde : Compte-rendu de stage Réflexion sur les acquis des élèves Exemples de remédiations**
Auteur	Jean-Pierre ROBERT
Date	Décembre 1995
Editeur	IREM de Montpellier
Mots clés	LIAISON COLLEGE-LYCEE - EVALUATION - REMEDIATION - ACTIVITES - CALCUL ALGEBRIQUE ORDRE - TRANSFORMATIONS - ESPACE - DEMONSTRATION.

Résumé

Cet ouvrage s'adresse aux professeurs de collège et de lycée :

- désireux de faire le point sur les compétences et capacités des élèves à l'entrée en 2nde :
  - grâce à une réflexion sur les tests d'évaluation de 2nde
  - à partir des analyses des stagiaires sur les acquis et non-acquis des élèves;
- souhaitant trouver des activités de remédiations dans les domaines suivants :
  - calcul algébrique : les erreurs fréquentes
  - ordre : comparaison de deux nombres
  - espace : sections de cubes
  - transformations : reconnaître une transformation, construire grâce à ses propriétés
  - démonstration : de la recherche à la démonstration.

Nb. de pages 50

ISBN 2-909916-17-0