

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Université Montpellier II

LIAISON CYCLE 3 - 6^{EME}

UN OUTIL D'AIDE

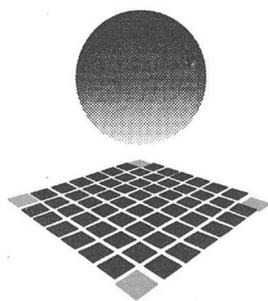
A L'ANALYSE DES COMPETENCES

EN MATHÉMATIQUES

GRUPE DIDACTIQUE

1995

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES



Université Montpellier II

Place Eugène Bataillon

cc 040

34095 MONTPELLIER Cedex 05

Tél : 04.67.14.33.83 - 04.67.14.33.84

Fax : 04.67.14.39.09

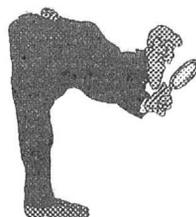
e.mail : irem@math.univ-montp2.fr

LIAISON CYCLE 3 - 6 ÈME

UN OUTIL D'AIDE

A L'ANALYSE DES COMPETENCES

EN MATHÉMATIQUES



Groupe didactique :

Nicole Bellard
Bernard Casenove
Mirène Larguier
Sylvie Pellequer
Michel Seco

Alain Bronner
Yves Girmens
Martine Lewillion
Elisabeth Rébillard

Sommaire

I. INTRODUCTION.	2
I. 1 OBJECTIFS DE CE DOCUMENT.	2
I. 2 CRITERES ET LIMITES DE CE DOCUMENT.	2
I. 3 EXPLICITATION DU LIBELLE DES COLONNES.	3
II. ANALYSE D'EXERCICES : UN MOYEN DE DECOUVRIR DES MINI-COMPETENCES	4
III. NOMBRES DECIMAUX	9
III. 1 REPERAGE	10
III. 2 ECRITURE DES NOMBRES.	12
III. 3 ORDRE SUR LES DECIMAUX, COMPARAISON, ENCADREMENT.	13
IV. GEOMETRIE.	14
IV. 1 LES SOLIDES.	14
IV. 2 GEOMETRIE PLANE.	15
IV. 3 LES INSTRUMENTS DE GEOMETRIE.	19
IV. 4 LONGUEUR ; PERIMETRE ; AIRE.	20
V. UN EXEMPLE D'UTILISATION DE CE DOCUMENT.	23
VI. BIBLIOGRAPHIE	25
VII. PROGRAMMES DU CYCLE 3 ET DE LA CLASSE DE 6EME.	26



I. INTRODUCTION.

Les auteurs sont les membres du groupe didactique de l'IREM de Montpellier. Ils animent des stages de formation continue à l'intention des professeurs de collège et de lycée, ainsi que des stages de liaison cycle 3-6ème.

L'équipe mène une réflexion sur plusieurs thèmes concernant l'enseignement des mathématiques autour de l'articulation cycle 3 - 6ème.

A la demande de nombreux participants aux stages de liaison, le groupe a élaboré une liste de mini-compétences en relation avec les programmes des classes concernées. Ces mini-compétences, nécessaires pour les apprentissages ultérieurs du secondaire, permettent de définir ce qu'on attend d'un élève à la fin d'un cycle avec plus de précision.

I. 1 OBJECTIFS DE CE DOCUMENT.

1. **Fournir un support de réflexion et une base de travail** sur les contenus enseignés ainsi que sur les situations d'enseignement utilisées, en faisant compléter par les utilisateurs les 3 colonnes laissées intentionnellement vides.
2. **Permettre une meilleure communication entre les enseignants.**
L'acquisition d'une notion demande du temps et la rencontre de situations diverses. Des mini-compétences permettent de délimiter avec précision des acquisitions possibles en cycle 3 puis en 6ème.
3. **Expliciter des formulations du programme officiel**, par exemple, « distinction entre périmètre et aire » ou « il maîtrisera la notion d'aire ».
4. **Mettre en lumière le sens de certaines notions mathématiques** pour aider à la construction de ce sens chez l'élève.
Par exemple, l'utilisation d'une unité non conventionnelle aide à la construction de la notion d'unité.

I. 2 CRITERES ET LIMITES DE CE DOCUMENT.

1. Ce n'est pas un document officiel. Il ne prétend pas être complet et la liste des mini-compétences n'est pas exhaustive.
2. Le fait d'analyser le programme en termes de mini-compétences **ne signifie absolument pas que chacune d'elles doit faire l'objet d'un entraînement systématique, mais qu'au contraire plusieurs mini-compétences sont à travailler dans un même problème.**
3. L'ordre des mini-compétences ne correspond pas à une chronologie d'enseignement mais à des regroupements par thème.
4. Ces mini-compétences ont été conçues en s'appuyant sur des travaux de chercheurs et sur nos pratiques d'enseignants : analyse des erreurs des élèves, difficultés liées aux notions mathématiques...

I.3 EXPLICITATION DU LIBELLE DES COLONNES.

"Acquises en fin de cycle 3" :

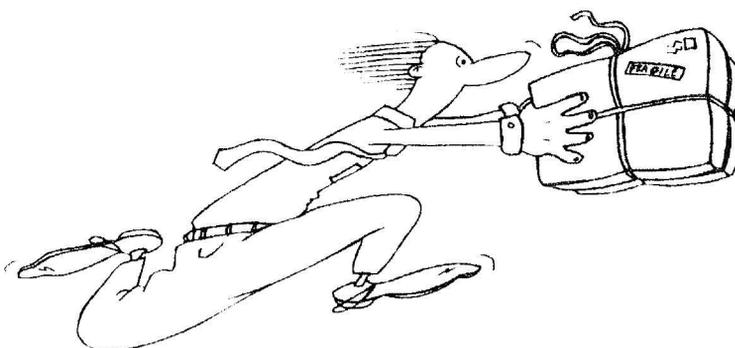
Ces mini-compétences doivent être maîtrisées en fin de cycle et n'ont plus à faire l'objet d'apprentissages spécifiques dans la classe suivante.

Par contre, elles doivent être entretenues et réinvesties dans des situations diverses dans la classe suivante.

"En cours d'acquisition" :

Ces mini-compétences font l'objet d'apprentissages spécifiques dans la classe en cours.

Dans la classe suivante, elles peuvent faire l'objet d'une remédiation ou d'un approfondissement.



Toutes remarques et critiques, tous compléments sur ce document, seront accueillis avec le plus vif intérêt.

II . ANALYSE D'EXERCICES : UN MOYEN DE DECOUVRIR DES MINI-COMPETENCES

En lisant les programmes de l'école primaire (édité par le CNDP en 95), on trouve à la page 107 la compétence : « passer, pour un nombre décimal, d'une écriture à virgule à une écriture fractionnaire décimale (et réciproquement) ». Bien que cette compétence soit exprimée clairement, pour notre part, nous avons distingué 8 mini-compétences pour que l'élève puisse faire ces transformations. Ce sont les mini-compétences 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27 et 28 (cf. Ecriture des nombres).

Ainsi, d'une façon générale, les compétences inscrites dans les programmes expriment un rapport très large aux notions mathématiques considérées.

Pour mieux discerner les connaissances que les élèves doivent mettre en oeuvre dans l'activité mathématique, nous avons exploité deux voies:

- les difficultés que nous rencontrons chez nos élèves;
- l'analyse des connaissances mises en jeu dans les exercices proposés par les manuels.

C'est cette deuxième voie que nous avons choisi d'illustrer dans ce chapitre.

Pour donner des exemples de la façon dont les exercices peuvent être l'occasion de mettre à jour des mini-compétences, nous avons choisi le thème REPERAGE.

Dans le programme du cycle 2, on trouve à la page 108 : « utiliser des nombres pour repérer des positions sur une ligne graduée » (il s'agit de nombres entiers).

Au collège, en 6^{ème}, le programme exige que les élèves sachent graduer régulièrement une droite et placer sur une droite graduée un point dont l'abscisse est un entier relatif.

Au cycle 3, les programmes sont muets sur le sujet. Doit-on en conclure qu'il faut poursuivre ce qui a été amorcé au cycle 2 ?

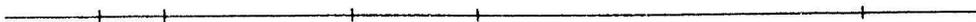
Dans les manuels du cycle 2, le repérage est utilisé comme un moyen didactique pour montrer l'intercalation de nombres entre deux nombres donnés, pour visualiser une relation de proportionnalité, etc... Le repérage sur une droite est aussi l'objet d'exercices.

Pour assurer une cohérence d'ensemble à l'analyse des exercices qui suit, nous avons dû convenir de quelques définitions:

- une **gradation régulière** d'une droite est une suite de points régulièrement espacés sur une droite. Dorénavant, nous emploierons simplement le terme de graduation.
- le **pas d'une graduation** est la longueur constante de tout segment qui a pour extrémités deux points successifs de la graduation.

Exemples :

a) on a une graduation irrégulière



b) on a une graduation régulière de pas la longueur du segment marqué en gras.



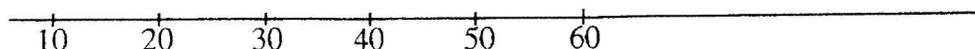
- une **droite graduée** est une droite munie d'une graduation telle que :
 - * à chaque point de la graduation correspond un nombre,
 - * l'ordre des points (avant ; après) est compatible avec l'ordre des nombres ($<$; $>$),
 - * si deux segments ont des longueurs égales, alors les écarts des nombres associés à leurs extrémités sont égaux.

- une **droite graduée canonique** est une droite graduée pour laquelle le pas est l'unité de longueur.

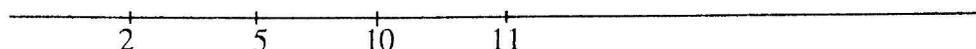
(l'unité de longueur est la longueur d'un segment dont les extrémités correspondent à deux nombres entiers consécutifs).

Exemples :

a) on a une droite graduée, le pas mesure 10 unités, elle n'est donc pas canonique.

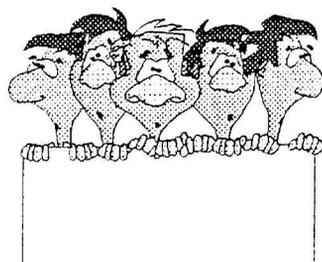


b) ce n'est pas une droite graduée bien qu'on ait une graduation régulière et que l'ordre des nombres soit compatible avec l'ordre des points.



Remarque : Nous utilisons :

- « droite graduée » bien qu'à l'école primaire on n'utilise que des demi-droites,
- « nombres consécutifs » pour deux nombres entiers dont la différence est 1,
- « traits successifs » pour deux traits qui se suivent sur la graduation et
- « nombres successifs » pour deux nombres correspondants à deux traits successifs, ces nombres n'étant pas obligatoirement consécutifs.

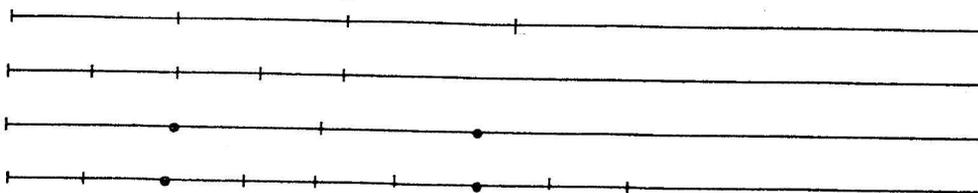


Les exercices que nous allons étudier sont tirés de ATOUT MATH (Hachette 1993). Ce manuel propose une leçon intitulée : GRADUATIONS REGULIERES (p. 61).

La notion est introduite avec des lignes et des colonnes de fleurs régulièrement espacées.

Exercice 1

Sans mesurer, complète ces graduations.



Dans cet exercice, l'objet graduation est donné, c'est une succession de petits traits ou marques régulièrement espacés sur une demi-droite. Cette représentation est une abstraction de la disposition en ligne droite d'objets régulièrement espacés.

Pour l'élève, compléter la graduation demande de repérer deux petits traits successifs et de reporter le pas à l'aide du compas jusqu'à épuisement de la longueur disponible.

Ainsi une graduation devient une succession de points régulièrement espacés.

Ces remarques amènent deux mini-compétences :

- **Savoir que la longueur du segment d'extrémités deux points successifs d'une graduation est le pas de la graduation (n°7).**
- **Savoir que sur une droite, il peut y avoir plusieurs graduations de pas différents (n°8).**

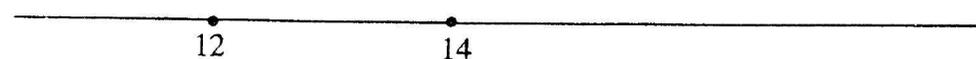
Exercice 2

Complète ces graduations, en plaçant convenablement les nombres de 10 à 15, régulièrement espacés.

Item 1



Item 2



Item 3



Dans cet exercice, il faut compléter une droite graduée, deux points et les nombres associés étant donnés.

Item 1 : l'élève doit observer que les deux nombres entiers donnés sont consécutifs, et utiliser la longueur entre les points associés à 12 et à 13 comme étant le pas de la graduation. Il doit alors mobiliser les mini-compétences suivantes :

- **Savoir qu'à certains points d'une droite on peut faire correspondre des nombres entiers (n°10).**
- **Savoir compléter une droite graduée canonique (n°13).**

Item 2 : l'élève doit reconnaître ici que les deux entiers donnés ne sont pas consécutifs et en déduire que la longueur entre les points associés à 12 et à 14 n'est pas le pas de la graduation qui permet de placer les nombres demandés. Il doit ainsi mettre en oeuvre la mini-compétence suivante :

◦ **Savoir que sur une droite deux points donnés successifs ne définissent pas toujours le pas de la graduation la plus pertinente et qu'il faut donc parfois déterminer une autre graduation avec un autre pas (n°9).**

Pour revenir à l'exercice, comment l'élève peut-il alors obtenir cette graduation ?

En construisant le milieu du segment ayant pour extrémités les points correspondants aux nombres 12 et 14, ce qui met en jeu la mini-compétence n°65.

Pour finir, il complète la droite graduée canonique (n°13).

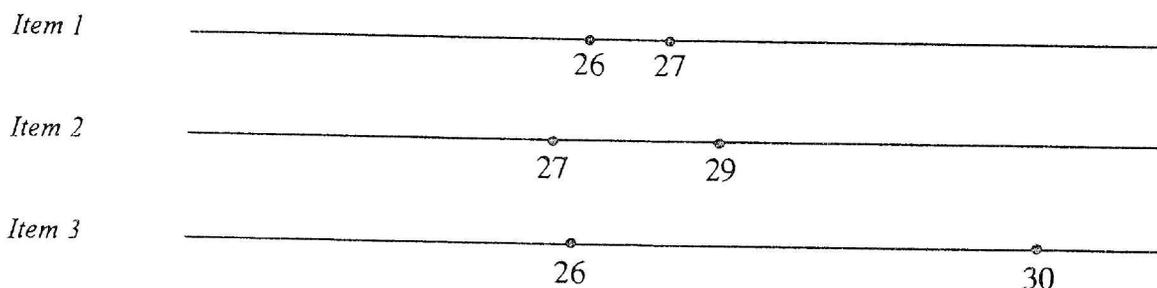
Item 3 : cet item met en jeu la mini-compétence n°9 mais pour obtenir la graduation adéquate, l'élève ne dispose plus de la procédure milieu. L'élève peut trouver le pas de la graduation canonique par des essais successifs avec le compas.

D'où la compétence suivante :

◦ **Savoir que si la différence entre deux nombres successifs placés sur la droite est n , alors le pas de la droite graduée canonique s'obtient en partageant en n parties égales le segment d'extrémités les points associés à ces deux nombres (n°17).**

Exercice 3

Complète les graduations. Il faut placer les nombres de 25 à 30. Tu peux utiliser ton compas, mais tu n'as pas le droit de mesurer.

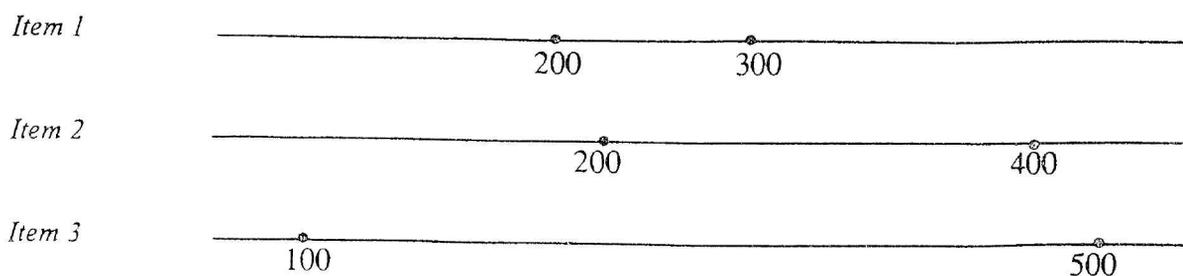


Item 3: cet item généralise l'item 2 de l'exercice 2. La mini-compétence mise en oeuvre peut s'énoncer :

◦ **Savoir que si l'écart de deux nombres placés sur une droite est une puissance de 2, on peut alors, en déterminant des milieux successifs, obtenir le pas d'une graduation (n°18).**

Exercice 4

Complète ces graduations, en plaçant convenablement les nombres 100, 200, 300, 400, 500...

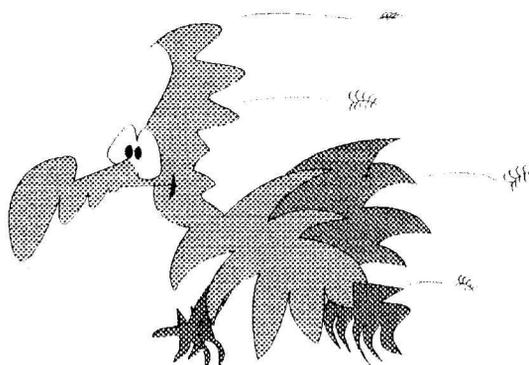


Dans cet exercice, les nombres à placer sont des nombres entiers de centaines. Pour y parvenir, l'élève doit transférer les connaissances acquises dans les exercices précédents, en particulier, il doit identifier 100, 200, 300, ... comme des centaines consécutives. Il doit ainsi construire la mini-compétence :

- **Savoir que le pas d'une graduation n'est pas toujours le pas canonique : c'est-à-dire celui de la graduation d'une droite graduée canonique (n°19).**

Conclusion

A travers l'analyse de ces exercices, nous avons fait émerger quelques mini-compétences sur le thème repérage. Mais ce thème est loin d'être épuisé. D'une part, l'intervention des décimaux amènera d'autres mini-compétences. D'autre part, lorsque la droite graduée sera utilisée comme outil dans des problèmes pour représenter des données (poids, tailles, dates...) d'autres mini-compétences seront nécessaires.



III. NOMBRES DECIMAUX

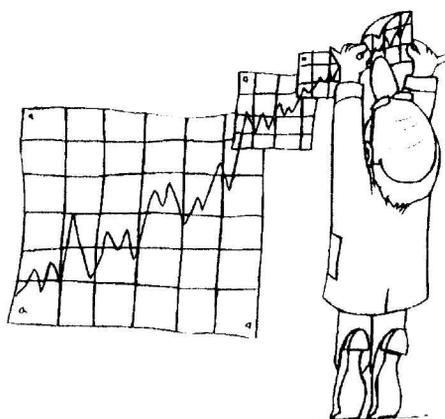
	Acquises en fin de cycle 3.	En cours d'acquisition en cycle 3.	Non abordées en cycle 3, en cours d'acquisition en 6ème.
1. Savoir utiliser le signe = Savoir utiliser le signe \approx			
2. Savoir, qu'à partir d'une unité de longueur donnée, on ne peut pas mesurer n'importe quel segment donné et qu'on peut redécouper l'unité.			
3. Savoir que découper l'unité en 10 parties égales <i>est un choix</i> , et qu'il y en a d'autres.			
4. Savoir, que si une unité de longueur est découpée en 10 parties égales, chaque morceau est un dixième d'unité et que, pour mesurer encore plus finement la longueur d'un segment, on peut redécouper le dixième d'unité encore en 10 parties égales pour obtenir un centième d'unité de longueur, et ainsi de suite			
5. Savoir reconstituer l'unité de longueur à partir de son dixième; et reconstituer le dixième de l'unité de longueur à partir de son centième, et ainsi de suite ...			
6. Savoir <ul style="list-style-type: none"> • qu'en mettant bout à bout 10 dixièmes d'unité on trouve une unité et que cela peut se traduire par $10 \times 1/10 = 1$ et par $10 \times 0,1 = 1$. • qu'en mettant bout à bout 9 dixièmes d'unité et 9 centièmes d'unité et 9 millièmes d'unité ..., <i>du moment qu'on s'arrête</i>, on n'atteint jamais l'unité. 			

III.1 REPERAGE ¹	Acquises en fin de cycle 3.	En cours d'acquisition en cycle 3.	Non abordées en cycle 3, en cours d'acquisition en 6ème.
7. Savoir que la longueur du segment d'extrémités 2 points successifs d'une graduation est le pas de la graduation.			
8. Savoir que sur une droite il peut y avoir plusieurs graduations de pas différents.			
9. Savoir que sur une droite 2 points donnés successifs ne définissent pas toujours le pas de la graduation la plus pertinente et qu'il faut parfois déterminer une autre graduation avec un autre pas.			
10. Savoir qu'à certains points d'une droite graduée, on peut faire correspondre des nombres entiers.			
11. Savoir que sur une droite graduée d'origine O, • à chaque point M de la droite correspond un nombre m (entier, décimal ou fractionnaire). • la longueur du segment OM est égale à m unités.			
12. Savoir placer sur une droite graduée, à origine et unité précisées, le point correspondant à : • un entier • un décimal non entier, • une fraction ² .			
13. Savoir compléter une droite graduée canonique			
14. Savoir trouver sur une droite graduée le nombre correspondant à un point connu ou donner un encadrement de ce nombre.			
15. Savoir que si des segments ont des longueurs égales, les écarts entre les nombres associés à leurs extrémités sont égaux.			
16. Savoir représenter sur une droite graduée d'origine O, un segment de longueur donnée dont une extrémité est O.			
17. Savoir que si l'écart entre 2 nombres successifs placés sur une droite est n, alors le pas canonique s'obtient en partageant en n parties égales le segment d'extrémités les points associés à ces 2 nombres.			

¹ Nous parlons de droite graduée dans l'acceptation des pratiques courantes : s'agit-il d'une droite graduée ou d'une droite numérique ou d'une demi-droite graduée ? Cela peut être l'objet d'un débat.

² fraction indique une écriture fractionnaire, à numérateur et à dénominateur entiers

REPERAGE	Acquises en fin de cycle 3.	En cours d'acquisition en cycle 3.	Non abordées en cycle 3, en cours d'acquisition en 6ème.
18 Savoir que si l'écart de 2 nombres placés sur une droite graduée est une puissance de 2, on peut, en déterminant des milieux successifs obtenir le pas de la graduation.			
19 Savoir que le pas d'une graduation n'est pas toujours le pas canonique.			



III . 2 ECRITURE DES NOMBRES.	Acquises en fin de cycle 3.	En cours d'acquisition en cycle 3.	Non abordées en cycle 3, en cours d'acquisition en 6ème.
20. Savoir qu'un nombre décimal peut s'écrire à l'aide d'une écriture composée de 2 parties séparées par une virgule, avec un nombre <i>fini</i> de chiffres après la virgule.			
21. Savoir qu'on peut mettre des zéros supplémentaires au début de la partie entière ou à la fin de la partie décimale sans changer le nombre.			
22. Savoir qu'on peut enlever les zéros, s'il y en a, au début de la partie entière, sans changer le nombre. Savoir qu'on peut enlever les zéros, s'il y en a, à la fin de la partie décimale, sans changer le nombre.			
23. Savoir qu'un nombre décimal peut s'écrire sous la forme d'une fraction ³ décimale.			
24. Savoir à partir d'un nombre décimal donné avec une virgule, l'écrire à l'aide d'une somme du type: $7 + 3 \times 1/10 + 5 \times 1/100$ (<i>type I</i>).			
25. Savoir à partir d'un nombre décimal, donné avec une virgule, l'écrire à l'aide d'une somme du type : $7 + 3/10 + 5/100$ (<i>type II</i>).			
26. Savoir à partir d'un nombre décimal donné avec une virgule, l'écrire sous la forme d'une seule fraction décimale ⁴ : $321/100$ ou $3210/1000$ etc... (<i>type III</i>).			
27. Savoir écrire le nombre décimal à l'aide d'une virgule s'il est donné sous la forme d'une écriture : <ul style="list-style-type: none"> • du type I • du type II • du type III. 			
28. Savoir trouver, par exemple, le <i>chiffre</i> des centaines et le <i>nombre</i> de centaines etc...			
29. Savoir que lorsqu'un nombre est écrit à l'aide d'une virgule, les places des chiffres des dixièmes et des dizaines ne sont pas "symétriques" par rapport à la virgule.			
30. Savoir, à partir de l'écriture en chiffres d'un nombre décimal, lire ou écrire ce nombre en lettres en utilisant tous les mots : unité, dixième, centième, etc...			
31. Savoir qu'un nombre écrit en fraction <i>n'est pas toujours</i> un nombre décimal.			

³ fraction indique une écriture fractionnaire, à numérateur et à dénominateur entiers

⁴ fraction décimale désigne une « fraction » dont le dénominateur est une puissance de 10 : c'est-à-dire que le dénominateur est écrit sous la forme 10, 100, 1000 ...; l'écriture de la forme 10^n n'a pas à être utilisée à ces niveaux.

III . 3 ORDRE SUR LES DECIMAUX, COMPARAISON, ENCADREMENT.	Acquises en fin de cycle 3.	En cours d'acquisition en cycle 3.	Non abordées en cycle 3, en cours d'acquisition en 6ème.
<i>(avec des nombres comportant 0, 1, 2, 3 etc... chiffres dans la partie décimale).</i>			
32. Savoir comparer deux nombres décimaux en comparant successivement de gauche à droite les chiffres de même nature (...dizaines, unités, dixièmes, centièmes, etc...).			
33. Savoir ranger plusieurs nombres donnés en écriture décimale et utiliser < ou >.			
34. Savoir placer, sur une droite graduée, un point à abscisse fractionnaire entre deux points à abscisses décimales.			
35. Savoir intercaler un ou plusieurs nombres : <ul style="list-style-type: none"> • entre deux entiers consécutifs, • entre deux décimaux ayant un dixième d'écart ou un centième d'écart ouun dix-millième d'écart, etc... 			
36. Savoir encadrer une fraction par deux nombres décimaux.			
37. Savoir trouver la valeur approchée par défaut, par excès, à la dizaine près, à l'unité près, au dixième près, etc...d'un nombre.			
38. Savoir trouver l'arrondi, à la dizaine près, à l'unité près, au dixième près, etc...d'un nombre.			
39. Savoir la technique de l'addition, de la soustraction des décimaux.			
40. Savoir la technique de la multiplication des décimaux.			
41. Savoir donner du sens à ces techniques.			
42. Connaissant les termes d'une somme ou d'une différence, savoir en trouver un ordre de grandeur.			
43. Connaissant les deux facteurs d'un produit, savoir prévoir <ul style="list-style-type: none"> • le <i>nombre</i> de chiffres de la partie décimale, • le <i>dernier</i> chiffre de la partie décimale. 			
44. Savoir trouver des renseignements sur deux nombres dont on connaît le produit et en particulier dont on connaît le nombre de chiffres après la virgule.			
45. Un nombre étant donné, savoir qu'en le multipliant par un décimal, le produit peut être inférieur à ce nombre.			

IV . GEOMETRIE.

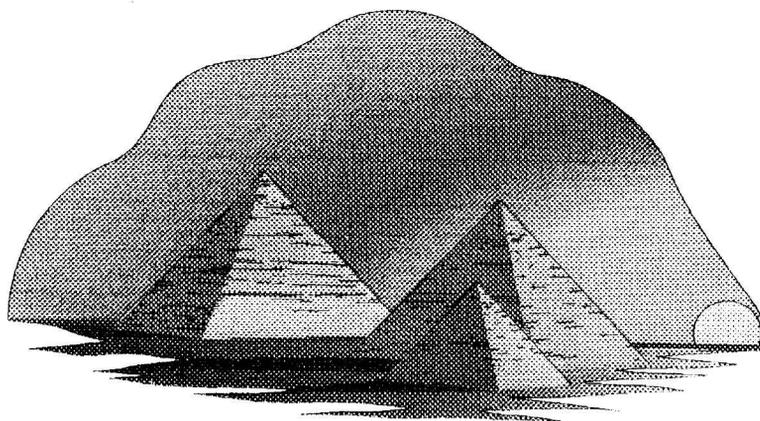
IV . 1 LES SOLIDES.	Acquises en fin de cycle 3.	En cours d'acquisition en cycle 3.	Non abordées en cycle 3, en cours d'acquisition en 6ème..
46. Savoir décrire un solide (cube, pavé droit) dont on donne la maquette, avec les mots : "face", "sommets", "arête".			
47. Savoir décrire un solide (cube, pavé droit) dont on donne une représentation, avec les mots : "face", "sommets", "arête".			
48. Savoir le nombre de mesures de longueur à effectuer sur la maquette pour faire un patron (1 pour le cube, 2 ou 3 pour le pavé droit)			
49. Savoir faire un patron d'un cube ou d'un pavé droit dont on donne la maquette : <ul style="list-style-type: none"> • les dimensions étant données, • les dimensions étant à mesurer. 			
50. Savoir passer d'une maquette à une représentation en perspective cavalière.			
51. Savoir expliquer pourquoi un patron donné <i>est</i> celui d'un pavé droit.			
52. Savoir expliquer pourquoi un patron donné <i>n'est pas</i> le patron d'un pavé droit.			
53. Savoir ajouter ou enlever des parties d'un patron pour obtenir le patron d'un pavé droit.			
54. Une <i>maquette</i> d'un pavé droit étant donné, <ul style="list-style-type: none"> • savoir identifier deux faces parallèles, • savoir identifier deux faces perpendiculaires. 			
55. Une <i>représentation</i> du type perspective cavalière étant donnée, <ul style="list-style-type: none"> • savoir identifier deux faces parallèles, • savoir identifier deux faces perpendiculaires. 			
56.. Une <i>maquette</i> étant donnée, <ul style="list-style-type: none"> • savoir identifier deux droites (support(s) d'arête(s) ou autre(s)) parallèles, • savoir identifier deux droites (support(s) d'arête(s) ou autre(s)) perpendiculaires, • savoir identifier deux droites qui ne sont ni parallèles, ni sécantes. 			
57. Une <i>représentation</i> du type perspective cavalière étant donnée, <ul style="list-style-type: none"> • savoir identifier deux droites (support(s) d'arête(s) ou autre(s)) parallèles, • savoir identifier deux droites (support(s) d'arête(s) ou autre(s)) perpendiculaires, • savoir identifier deux droites qui ne sont ni parallèles, ni sécantes. 			

IV . 2 GEOMETRIE PLANE.	Acquises en fin de cycle 3.	En cours d'acquisition en cycle 3.	Non abordées en cycle 3, en cours d'acquisition en 6ème.
58. Savoir repérer dans une figure complexe des sous-figures usuelles.			
59. Savoir trouver à partir de figures usuelles d'autres figures usuelles.			
60. Savoir trouver un rectangle à partir d'un seul triangle rectangle.			
61. Savoir trouver un carré à partir d'un seul triangle rectangle isocèle.			
62. Savoir qu'un segment de droite est une partie d'une ligne droite.			
63. Savoir colorier ou hachurer, sur la même figure composée d'une droite et de deux points distincts de cette droite : <ul style="list-style-type: none"> • la droite, • le segment de droite, • les demi-droites. 			
64. Savoir utiliser les notations (AB) ; $[AB]$; $[AB)$: <ul style="list-style-type: none"> • en étant précédées respectivement des mots droite, segment de droite, demi-droite, • sans être précédées des mots droite, segment de droite, demi-droite. 			
65. Trois points au moins étant alignés, savoir dénombrer tous les segments ayant pour extrémités deux de ces points.			
66. Savoir nommer la même droite de <i>toutes</i> les façons possibles à l'aide de deux points choisis parmi des points nommés de cette droite.			
67. Savoir placer le milieu d'un segment de droite <ul style="list-style-type: none"> • le segment étant tracé, • les extrémités seules de ce segment étant tracées. 			
68. Savoir reconnaître qu'un point équidistant des extrémités d'un segment, hors du segment, <i>n'est pas son milieu</i> parce qu'il n'est pas un point de ce segment.			
69. Savoir reconnaître qu'un point d'un segment, non équidistant des extrémités de ce segment, <i>n'est pas son milieu</i> parce qu'il n'est pas à égale distance des extrémités de ce segment.			
70. Savoir tracer trois points alignés. Savoir reconnaître que trois points sont alignés ou sont non alignés.			

GEOMETRIE PLANE (SUITE).	Acquises en fin de cycle 3.	En cours d'acquisition en cycle 3.	Non abordées en cycle 3, en cours d'acquisition en 6ème.
<p>71. Savoir colorier un angle tracé sur son cahier, sur le tableau. Savoir que le sommet d'un angle est un point. Savoir que les côtés d'un angle sont des demi-droites : ils partent du sommet et se prolongent indéfiniment. Savoir distinguer un angle du "coin". Savoir distinguer un angle de ses côtés. Savoir nommer un angle tracé.</p>			
<p>72. Savoir que deux angles égaux n'ont pas forcément des représentations superposables (ils peuvent avoir les tracés des côtés de longueurs différentes). Savoir que l'égalité de deux angles ne dépend pas de la longueur des traits qui représentent les côtés de l'angle.</p>			
<p>73. Savoir tracer deux angles égaux à l'aide d'un gabarit ou d'un papier calque. Savoir tracer, à l'aide d'un gabarit ou d'un papier calque un deuxième angle, égal à un premier angle, et dont un côté est déjà tracé. Savoir reconnaître, à l'aide d'un gabarit, que deux angles sont égaux ou non. Savoir, à partir d'un angle quelconque pris comme unité, et à l'aide d'un gabarit ou d'un calque, trouver la mesure d'un autre angle donné. Savoir que deux rapporteurs de rayons différents, construits avec la même unité, donnent la même mesure d'un même angle.</p>			
<p>74. Savoir utiliser des rapporteurs non conventionnels faisant apparaître les angles-unités.</p>			
<p>75. Savoir utiliser des rapporteurs traditionnels comportant une graduation des arcs de cercle.</p>			
<p><i>A l'aide des instruments de géométrie, à l'aide du papier calque ou d'un gabarit.</i></p>			
<p>76. Savoir reconnaître un triangle rectangle parce qu'il a un angle droit.</p>			
<p>77. Savoir reconnaître un triangle isocèle parce qu'il a un axe de symétrie.</p>			
<p>78. Savoir reconnaître un triangle équilatéral parce qu'il a trois axes de symétrie.</p>			

GEOMETRIE PLANE (SUITE).	Acquises en fin de cycle 3.	En cours d'acquisition en cycle 3.	Non abordées en cycle 3, en cours d'acquisition en 6ème.
79. Savoir reconnaître un triangle isocèle parce qu'il a deux côtés égaux.			
80. Savoir reconnaître un triangle équilatéral parce qu'il a trois côtés égaux.			
81. Savoir reconnaître un triangle isocèle parce qu'il a deux angles égaux.			
82. Savoir reconnaître un triangle équilatéral parce qu'il a trois angles égaux.			
83. Savoir qu'un triangle équilatéral est isocèle.			
84. Savoir tracer <i>à main levée</i> , sans référence aux bords de la feuille, <ul style="list-style-type: none"> • deux droites parallèles, • deux droites perpendiculaires. 			
85. Savoir tracer une droite parallèle à une droite tracée, <ul style="list-style-type: none"> • à l'aide d'une perpendiculaire commune, • à l'aide du glissement d'un gabarit d'angle quelconque. 			
86. Savoir tracer une perpendiculaire à une droite donnée.			
87. Savoir tracer la droite <i>parallèle</i> à une droite donnée, passant par un point donné, lorsque ce point n'appartient pas à la droite donnée.			
88. Savoir tracer la droite <i>perpendiculaire</i> à une droite donnée, passant par un point donné, lorsque : <ul style="list-style-type: none"> • ce point appartient à la droite donnée, • ce point n'appartient pas à la droite donnée. 			
89. Dans un environnement « complexe », savoir faire les tracés précédents.			
90. Savoir « vérifier » à l'aide des instruments de géométrie <ul style="list-style-type: none"> • que deux droites sont parallèles, • que deux droites sont perpendiculaires. 			
91. Savoir que deux droites parallèles sont deux droites qui ne sont pas sécantes (en géométrie plane).			
92. Savoir que deux droites perpendiculaires sont sécantes. Savoir que deux droites sécantes ne sont pas forcément perpendiculaires.			

GEOMETRIE PLANE (SUITE).	Acquises en fin de cycle 3.	En cours d'acquisition en cycle 3.	Non abordées en cycle 3, en cours d'acquisition en 6ème..
93. Savoir que deux « traits droits » qui se coupent en dehors de la feuille représentent deux droites sécantes. Savoir qu'on peut prolonger « les traits » qui représentent les droites.			



IV. 3 LES INSTRUMENTS DE GEOMETRIE.	Acquises en fin de cycle 3.	En cours d'acquisition en cycle 3.	Non abordées en cycle 3, en cours d'acquisition en 6ème.
94. Savoir qu'un compas sert à reporter des longueurs.			
95. Savoir observer une équerre : <ul style="list-style-type: none"> • reconnaître où est l'angle droit quelle que soit la position de l'équerre, • reconnaître où sont les côtés de l'angle droit. 			
96. Savoir que, sur une règle du commerce, <ul style="list-style-type: none"> • le premier trait de la graduation n'est pas toujours au ras de la règle mais un peu en retrait. • la graduation commence à zéro et non pas à un. Savoir mesurer une longueur à l'aide d'une règle graduée.			
97. Savoir repérer le centre du rapporteur.			
98. Savoir que, <ul style="list-style-type: none"> • sur un rapporteur du commerce, il peut y avoir deux graduations superposées correspondant à <i>deux unités différentes</i> et qu'il faut repérer obligatoirement celle qui correspond à l'unité usuelle : le degré d'angle, • sur un rapporteur du commerce, il peut y avoir deux graduations superposées correspondant à <i>deux origines différentes</i> et qu'il faut choisir celle qu'on utilise, • sur un rapporteur du commerce il peut y avoir quatre graduations superposées et qu'il faut repérer exactement celle qu'on utilise, • sur un rapporteur du commerce, il peut y avoir une seule graduation (grades) et que ce n'est pas celle préconisée par les programmes. 			

IV . 4 LONGUEUR ; PERIMETRE ; AIRE.	Acquises en fin de cycle 3.	En cours d'acquisition en cycle 3.	Non abordées en cycle 3, en cours d'acquisition en 6ème.
<i>Comparaison.</i>			
99. Savoir comparer des longueurs par superposition ou report.			
100. Savoir comparer des longueurs en utilisant une unité (implicite ou explicite).			
101. Savoir comparer des aires par découpage ou recollement.			
102. Savoir comparer des aires en utilisant une unité (implicite ou explicite).			
103. Savoir comparer des aires ou des longueurs par des raisonnements géométriques.			
104. Savoir que pour comparer des longueurs ou des aires on peut comparer leurs mesures.			
105. Savoir que pour comparer des longueurs à l'aide de leurs mesures il faut la même unité.			
106. Savoir que pour comparer des aires à l'aide de leurs mesures il faut la même unité.			
<i>Mesure.</i>			
107. Savoir construire un segment de mesure donnée.			
108. Savoir donner la mesure entière d'une longueur dans une unité de référence : • conventionnelle, • non conventionnelle.			
109. Savoir donner la mesure fractionnaire d'une longueur dans une unité de référence : • conventionnelle, • non conventionnelle.			
110. Savoir donner la mesure entière d'une aire dans une unité de référence : • conventionnelle, • non conventionnelle.			

<i>Mesure (suite)</i>	Acquises en fin de cycle 3.	En cours d'acquisition en cycle 3.	Non abordées en cycle 3, en cours d'acquisition en 6ème..
111. Savoir donner la mesure fractionnaire d'une aire dans une unité de référence : <ul style="list-style-type: none"> • conventionnelle, • non conventionnelle. 			
112. Savoir encadrer la mesure d'une longueur ou d'une aire en utilisant des unités : <ul style="list-style-type: none"> • conventionnelles, • non conventionnelles. 			
113. Savoir utiliser un pavage pour évaluer l'aire d'une figure.			
<i>Unités.</i>			
114. Connaître les unités du système métrique pour les mesures de longueur et les mesures d'aire.			
115. Connaître les unités : « are.... » pour les mesures d'aire.			
116. Avoir une bonne perception de « l'étendue » réelle de : <ul style="list-style-type: none"> • 1 mm^2 ; 1 cm^2 ; 1 dm^2 ; 1 m^2. • 1 mm ; 1 cm ; 1 dm ; 1 m. 			
117. Savoir choisir l'unité appropriée pour mesurer <ul style="list-style-type: none"> • une longueur • une aire 			
118. Savoir trouver, dans un contexte donné, un bon ordre de grandeur de la mesure : <ul style="list-style-type: none"> • d'une longueur • d'une aire. 			
119. Savoir faire des conversions d'unité : <ul style="list-style-type: none"> • des mesures de longueur • des mesures d'aire. 			

<i>Périmètre et aire.</i>	Acquises en fin de cycle 3.	En cours d'acquisition en cycle 3.	Non abordées en cycle 3, en cours d'acquisition en 6ème..
120. Savoir que le périmètre d'une figure est la longueur totale de la ligne fermée qui délimite cette figure.			
121. Savoir construire un segment de longueur égale au périmètre d'une figure.			
122. Savoir que pour un polygone, il n'est pas nécessaire d'utiliser une formule pour calculer son périmètre.			
123. Savoir utiliser la formule pour calculer le périmètre d'un cercle.			
124. Savoir écrire la valeur exacte du périmètre d'un cercle avec π .			
125. Savoir donner un arrondi du périmètre d'un cercle.			
126. Savoir que des figures de même aire peuvent avoir des périmètres différents.			
127. Savoir que des figures de même périmètre peuvent avoir des aires différentes.			
128. Savoir qu'en modifiant une figure de façon à augmenter le périmètre alors l'aire peut diminuer.			
129. Savoir utiliser un formulaire pour calculer l'aire d'une figure.			
130. Savoir calculer, sans formulaire, l'aire : <ul style="list-style-type: none"> • d'un carré, • d'un rectangle, • d'un triangle rectangle, • d'un triangle quelconque, • d'un parallélogramme, • d'un disque. 			
131. Savoir trouver l'aire d'une figure par « addition ou soustraction » d'aires.			
132. Savoir trouver, à partir de l'aire d'un rectangle, l'aire : <ul style="list-style-type: none"> • d'un triangle rectangle, • d'un triangle, • d'un parallélogramme. Savoir évaluer à partir de l'aire d'un carré, l'aire d'un triangle rectangle isocèle (demi-carré).			
133. Savoir exprimer avec des lettres la mesure : <ul style="list-style-type: none"> • d'un périmètre, • d'une aire. 			

V. UN EXEMPLE D'UTILISATION DE CE DOCUMENT.

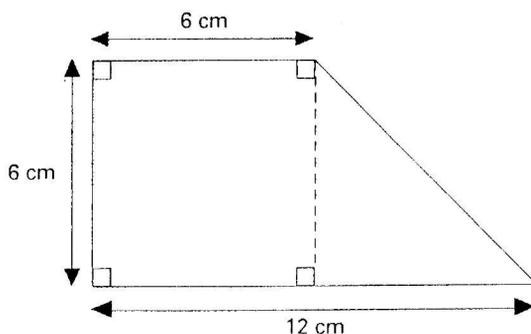
Analyse de l'exercice 8 de l'évaluation nationale à l'entrée en sixième de Septembre 1994

Cet exercice a été donné à l'évaluation d'entrée en sixième de septembre 1994 comme une activité de calcul d'aire d'une figure obtenue en accolant un carré et sa moitié.

Son pourcentage de réussite donné par la DEP⁵ est un des plus faibles au niveau national.

Exercice 8

Calcule l'aire de cette figure en centimètres carrés.



Analyse de la tâche

Pour cette analyse, nous avons consulté la partie «longueur, périmètre et aire» du référentiel.

Nous avons retenu 6 mini-compétences :

Du point de vue des outils de production des réponses :

- Connaître les unités du système métrique pour les aires (n°114)
- Savoir calculer sans formulaire l'aire d'un carré (n°130).
- Savoir évaluer à partir de l'aire d'un carré, l'aire d'un triangle rectangle isocèle (demi-carré) (n°132).

Du point de vue de la figure :

- Savoir repérer dans une figure complexe des sous-figures élémentaires (n°59)
- Savoir retrouver un carré à partir d'un seul triangle rectangle isocèle (n°60)
- Savoir trouver l'aire d'une figure par addition et soustraction d'aires (n°131)

De plus, l'analyse de cet exercice nécessite des compétences du point de vue de la résolution de problème (cet aspect n'est pas traité dans ce document) :

- Analyser une situation en vue de la reconnaissance et du choix d'un modèle.
- Trier des informations.
- Utiliser la notion d'aire dans des problèmes complexes (d'application non directe).
- Organiser une démarche.
- Distinguer aire et périmètre dans une situation de base.

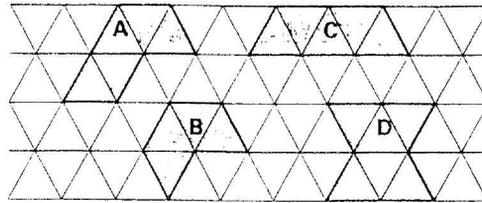
⁵ Division de l'Évaluation et de la Prospective

Signalons que le taux de réussite donné par la DEP pour l'exercice 8 est de 12,5%. Il peut même tomber à 2% dans certaines classes de sixième comme nous l'avons effectivement constaté. De plus le taux de non-réponse est élevé (20 %).

Des exercices comme les numéros 21 ou 22 (voir ci-dessous) de cette même évaluation, ne mobilisent que les mini-compétences 101 et 109 et sont réussis à plus de 80% voire 90% dans les classes de sixième.

Exercice 21

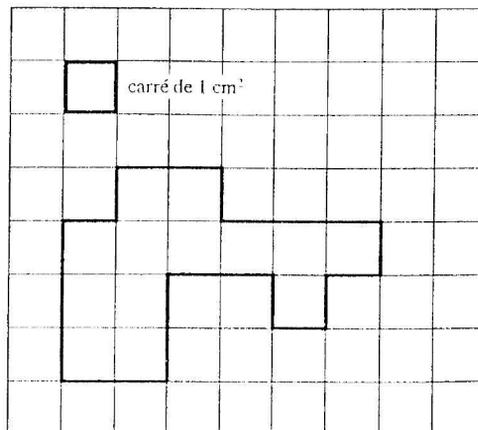
Quelles sont les deux figures qui ont la même aire ?



Entoure ta réponse : A B C D

Exercice 22

Quelle est l'aire de la figure ?



En résumé, l'analyse en terme de mini-compétences permet aux enseignants de mieux se rendre compte de la complexité de la tâche et de construire, par conséquent, des situations d'enseignement sans doute mieux maîtrisées.

Ainsi, on utilisera les mini-compétences avec profit pour élaborer des exercices favorisant la mise en oeuvre du sens des notions plutôt que des savoir-faire automatiques.

VI. BIBLIOGRAPHIE

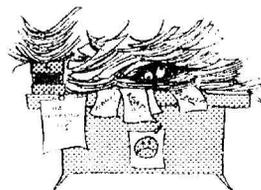
ATOUT MATH 1993 : Cm1. Hachette

EVALUATION 6 EME 1994 : Evaluation nationale à l'entrée en 6ème

EVALUATION CE2 - 6EME 1994 ; Résultats nationaux septembre 1994 Les dossiers d'éducation et formation. Ministère de l'Education Nationale. Direction de l'Evaluation et de la Prospective.

PROGRAMMES DE L'ECOLE PRIMAIRE 1995 .Ministère de l'Education Nationale. Direction des Ecoles.Centre Nationale de Documentation Pédagogique.

Notre groupe fonde ses travaux sur les théories de la didactique des mathématiques élaborées par des chercheurs français (G.Brousseau, Y.Chevallard, R.Douady, G.Vergnaud.....)
Il serait difficile de citer précisément les ouvrages qui ont inspiré ce document.



VII. PROGRAMMES DU CYCLE 3 ET DE LA CLASSE DE 6ÈME.

PROGRAMME DU CYCLE DES APPROFONDISSEMENTS

Au cycle des approfondissements, l'élève consolide et prolonge ses acquis concernant les nombres entiers et découvre de nouveaux nombres : les nombres décimaux et les fractions. Il achève de construire les techniques opératoires de la multiplication et de la soustraction et découvre celle de la division. Il approche la notion de fonction numérique, en particulier dans le cadre de situations de proportionnalité.

Dans le domaine de la géométrie, l'élève complète ses connaissances sur les objets géométriques, s'exerce aux tracés et au maniement de différents outils. Dans le domaine de la mesure, il consolide et élargit ses compétences.

Le développement des capacités à chercher, abstraire, raisonner, prouver, se poursuit, tandis que se consolident les compétences nécessaires à la poursuite de la scolarité au collège, avec lequel il convient d'assurer une bonne liaison. Pour cela, il est nécessaire de conduire une initiation à la logique et à la rigueur et de porter une attention particulière aux procédures mises en œuvre et aux méthodes de travail.

La résolution de problèmes occupe une place centrale dans l'appropriation par les élèves des connaissances mathématiques. La plupart des notions, dans les domaines numérique, géométrique, ou encore dans celui de la mesure, peuvent être élaborées par les élèves comme outils pertinents pour résoudre des problèmes nouveaux, avant d'être étudiées pour elles-mêmes et réinvesties dans d'autres situations. Il ne faut jamais perdre de vue que toute nouvelle notion ou technique se construit sur des acquisitions antérieures et sur les expériences dont disposent les élèves.

Par ailleurs, des activités sont proposées pour mettre en place et développer des compétences spécifiques, d'ordre méthodologique, utiles pour résoudre des problèmes.

Les activités relatives à la résolution de problèmes portent sur :

- de véritables problèmes de recherche, pour lesquels l'élève ne dispose pas de démarche préalablement explorée ;
- des problèmes destinés à permettre l'utilisation des acquis antérieurs dans des situations d'application et de réinvestissement ;
- des problèmes destinés à permettre l'utilisation conjointe de plusieurs connaissances dans des situations plus complexes.

Un même problème, suivant le moment où on le propose, suivant les connaissances des élèves à qui on le destine et suivant la gestion qui en est faite, peut relever de l'une ou l'autre des catégories précédentes.

Nombres et calcul

▼ Nombres naturels :

- numération décimale (interprétation de l'écriture chiffrée d'un nombre) ;
- ordre sur les naturels (utilisation des signes $<$ et $>$) ;
- relations arithmétiques entre les nombres (double, moitié, tiers... pour des nombres simples ; multiples de 2, de 5 et de 10) ;
- techniques opératoires de la soustraction, de la multiplication, de la division euclidienne ;

● pratique du calcul exact ou approché en utilisant :

- les techniques opératoires,
- le calcul réfléchi (mentalement ou avec l'aide de l'écrit),
- la calculatrice dans les situations où son usage s'avère pertinent,
- l'ordre de grandeur (encadrement, valeur approchée) ;

● problèmes relevant de l'addition, la soustraction, la multiplication, la division euclidienne.

▼ Fractions simples : écriture, comparaison de fractions de même dénominateur.

▼ Nombres décimaux :

- écriture à virgule, écriture fractionnaire, passage d'une écriture à l'autre ;
- ordre sur les décimaux (comparaison, encadrement) ;
- pratique du calcul exact ou approché en utilisant :
 - les techniques opératoires (addition, soustraction ; multiplication et division d'un décimal par un entier) ;
 - le calcul réfléchi (mentalement ou avec l'aide de l'écrit) ;
 - la calculatrice dans les situations où son usage s'avère pertinent ;
 - l'ordre de grandeur (encadrement, valeur approchée) ;
- problèmes relevant de l'addition et de la soustraction, de la multiplication et de la division d'un décimal par un entier, de la division décimale de deux entiers.

▼ Première approche de la proportionnalité :

- reconnaissance de situations de proportionnalité dans des cas simples (échelles, pourcentages) ;
- utilisation de tableaux, diagrammes, graphiques.

Géométrie

- À partir d'un travail sur des solides et des surfaces divers (reproduction, description, représentation, construction), notions de :
 - face, sommet, arête ;
 - côté, segment, milieu, ligne droite, angle ;
 - perpendiculaire, parallèle.
- Connaissance de quelques objets géométriques usuels (cube, parallélépipède rectangle, sphère, carré, rectangle, losange, triangle, cercle, disque).
- Actions sur des figures planes : mise au point de techniques de reproduction, construction et transformation (symétrie axiale, agrandissement, réduction).
- Tracés géométriques à l'aide d'instruments (papier calque, règle, équerre, compas, gabarit pour les angles), en particulier tracé de parallèles et de perpendiculaires.
- Représentation plane d'objets de l'espace ; patrons.
- Repérage dans le plan.

Mesure

- Mesure de diverses grandeurs : longueur, masse, durée, aire, volume (en litres).
- Distinction entre périmètre et aire.
- Comparaison de deux angles, reproduction d'un angle donné.
- Unité de mesure :
 - pour les longueurs et les masses, unités du système métrique ;
 - pour les aires et volumes : cm^2 , dm^2 , m^2 , km^2 ; cl, dl, l ;
 - pour les durées, unités usuelles et relations entre ces unités.
- Ordre de grandeur pour longueur, masse, aire, volume, durée ; choix de l'unité appropriée.
- Périmètre d'un polygone, d'un cercle.
- Aire d'un rectangle.
- Utilisation d'un recueil de formules simples.
- Conversions d'unités :
 - entre unités usuelles de longueur ; de masse ;
 - entre unités légales et usuelles (entre hectare et m^2).

MATHEMATIQUES**LES MATHEMATIQUES AU COLLEGE****1 OBJECTIFS DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES AU COLLEGE**

Au collège, on constate qu'une proportion importante d'élèves s'intéressent à la pratique des mathématiques et y trouvent du plaisir. Il est en effet possible de se livrer, à partir d'un nombre limité de connaissances, à une activité mathématique véritable, avec son lot de questions ouvertes, de recherches pleines de surprises, de conclusions dont on parvient à se convaincre. Une telle activité est ainsi accessible au plus grand nombre et a une valeur formatrice évidente.

Les mathématiques comme discipline de formation générale

Au collège, les mathématiques contribuent, avec d'autres disciplines, à entraîner les élèves à la pratique d'une démarche scientifique. L'objectif est de développer conjointement et progressivement les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique. Elles contribuent ainsi à la formation du futur citoyen.

A travers la résolution de problèmes, la modélisation de quelques situations et l'apprentissage progressif de la démonstration, les élèves peuvent prendre conscience petit à petit de ce qu'est une véritable activité mathématique : identifier un problème, conjecturer un résultat, expérimenter sur des exemples, bâtir une argumentation, mettre en forme une solution, contrôler les résultats obtenus et évaluer leur pertinence en fonction du problème étudié.

L'outil mathématique

Les méthodes mathématiques s'appliquent à la résolution de problèmes courants. Elles ont cependant leur autonomie propre qui leur permet d'intervenir dans des domaines aussi divers que les sciences physiques, les sciences de la vie et de la terre, la technologie, la géographie... L'enseignement tend à développer la prise de conscience de cette autonomie par les élèves et à montrer que l'éventail des utilisations est très largement ouvert.

Au collège on vise la maîtrise des techniques mathématiques élémentaires de traitement (organisation de données, représentations, mises en équation) et de résolution (calculs et équations bien sûr, mais aussi constructions). Leur emploi dans la prévision et l'aide à la décision est précieux dans de multiples circonstances, de la gestion familiale à l'activité professionnelle.

Les mathématiques comme discipline d'expression

Les mathématiques participent à l'enrichissement de l'emploi de la langue par les élèves, en particulier par la pratique de l'argumentation. Ainsi que d'autres disciplines, les mathématiques ont en charge l'apprentissage de différentes formes d'expression autres que la langue usuelle (nombres, figures, graphiques, formules, tableaux, schémas). L'usage largement répandu des moyens actuels de traitement de l'information et de communication exige une bonne maîtrise de ces formes variées d'expression.

2 PROGRESSION DES APPRENTISSAGES ET DE L'ENSEIGNEMENT

L'enseignement prend en compte une connaissance préalable des élèves et de leurs acquis : mise en valeur des points forts et repérage des difficultés de chaque élève. Ainsi l'enseignement peut-il être organisé au plus près des besoins des classes, en tenant compte du fait que tout apprentissage s'inscrit nécessairement dans la durée et s'appuie sur les échanges qui peuvent s'instaurer dans la classe.

Les trois parties des programmes des classes du collège s'organisent autour des objectifs suivants :

Travaux géométriques :

- passer de l'identification perceptive (la reconnaissance par la vue) de figures et de configurations à leur caractérisation par des propriétés,
- être familiarisé avec les représentations de l'espace, de l'application des conventions usuelles (lignes cachées, perspective) aux traitements permis par les représentations,
- utiliser quelques transformations géométriques simples, telles symétries ou translations, permettant au delà des comparaisons de figures géométriques d'envisager l'espace géométrique tout entier,
- "prendre contact" avec des théorèmes et apprendre à les utiliser.

Travaux numériques :

- acquérir les différentes manières d'écrire des nombres (écriture décimale, écriture fractionnaire, radicaux) et les traitements correspondants,
- se représenter la droite graduée complète, avec son zéro séparant les valeurs positives et négatives et apprendre à y localiser les nombres rencontrés,
- assimiler progressivement le langage algébrique et son emploi pour résoudre des problèmes.

Organisation et gestion de données, fonctions :

- maîtriser différents traitements en rapport avec la proportionnalité,
- se familiariser avec l'usage des grandeurs les plus courantes (longueurs, angles, aires, volumes, durées),
- s'initier à la lecture et à l'utilisation de représentations, de graphiques,
- acquérir quelques notions fondamentales de statistique descriptive.

Ces programmes sont construits de manière à permettre une acquisition et un approfondissement progressifs des notions sur toute la durée du collège. Leur mise en oeuvre sera grandement facilitée par l'emploi des instruments modernes de calcul, de dessin et de traitement (calculatrices, ordinateurs).

PROGRAMME DE LA CLASSE DE SIXIEME

Ce programme conserve l'architecture globale, les grands équilibres et le niveau général d'exigence du programme précédent.

Les modifications apportées visent à :

- insister sur la continuité des apprentissages (école élémentaire-collège) ;
- expliciter plus clairement la démarche, notamment dans le domaine numérique ;
- rechercher une plus grande progressivité des exigences en géométrie dans l'espace.

Ce programme tient compte du programme de l'école élémentaire publié au B.O. n°5 du 9 mars 1995 qui sera mis en œuvre en dernière année de cycle 3 à la rentrée 1997, et des informations recueillies par diverses évaluations concernant les acquis mathématiques des élèves de l'école élémentaire et de sixième.

A. OBJECTIFS GENERAUX

L'enseignement des mathématiques en classe de sixième comporte deux aspects :

- il apprend à relier des observations du réel à des représentations : schémas, tableaux, figures ;
- il apprend aussi à relier ces représentations à une activité mathématique et à des concepts.

Cette démarche permet de bâtir des mathématiques à partir des problèmes rencontrés dans plusieurs disciplines et, en retour, d'utiliser les savoirs mathématiques dans des spécialités diverses.

Elle accorde une grande place à l'activité de construction, de réalisation de dessins, de résolution de problèmes, d'organisation et de traitement de données, de calculs... Cela permet aux élèves de mieux prendre en compte le caractère « d'outil » des mathématiques.

Elle concourt à la formation intellectuelle de l'élève, à la formation du citoyen, et doit notamment :

- développer les capacités de raisonnement : observation, analyse, pensée déductive ;
- stimuler l'imagination, l'intuition ;
- habituer l'élève à s'exprimer clairement, aussi bien à l'écrit qu'à l'oral ;
- affermir les qualités d'ordre et de soin.

Ainsi, dès la sixième, l'enseignement des mathématiques développe les capacités de travail personnel de l'élève et son aptitude à chercher, à communiquer et à justifier ses affirmations.

Le programme établit une distinction claire entre :

- les activités de formation qui doivent être aussi riches et diversifiées que possible ;
- les compétences exigibles.

B. ORGANISATION DE L'ENSEIGNEMENT

1. Il existe des dominantes de contenus et d'activités qui rendent possible une bonne organisation du temps disponible et permettent de réaliser la cohérence et la progression de l'enseignement. Il importe, en effet, d'éviter l'émiettement et de faciliter la bonne structuration des savoirs et des méthodes.

2. Il convient de faire fonctionner, à propos de nouvelles situations et autrement qu'en reprise ayant un caractère de révision, les notions et «outils» mathématiques antérieurement étudiés. Il convient également de préciser à chaque étape de l'apprentissage quelles connaissances sont désormais en place. Il convient enfin de mettre en œuvre des exercices de synthèse pour coordonner des acquisitions diverses.

3. Il est essentiel que les connaissances prennent du sens pour l'élève à partir des questions qu'il se pose. Il est tout aussi essentiel qu'il sache les mobiliser pour résoudre des problèmes.

Ainsi, pour l'acquisition des techniques opératoires sur les nombres décimaux, il ne suffit pas de décrire des placements de virgule et d'adjoindre éventuellement des zéros adéquats. Il est nécessaire d'étudier des situations qui amènent à opérer sur des nombres décimaux. Par exemple, les mesures de longueurs, intégrées à des activités telles que la construction de courbes point par point, peuvent conduire à de telles opérations.

4. L'activité de chaque élève doit être privilégiée, sans délaisser l'objectif d'acquisitions communes. Dès lors seront choisies des situations créant un problème dont la solution fera intervenir des «outils», c'est-à-dire des techniques ou des notions déjà acquises, afin d'aboutir à la découverte ou à l'assimilation de notions nouvelles. Lorsque celles-ci auront été bien maîtrisées, elles fourniront à leur tour de nouveaux «outils», qui permettront un cheminement vers une connaissance meilleure ou différente.

Les activités choisies doivent :

- permettre un démarrage possible pour tous les élèves, donc ne donner que des consignes très simples et n'exiger que les connaissances solidement acquises par tous ;
- créer rapidement une situation assez riche pour provoquer des conjectures ;
- rendre possible la mise en jeu des outils prévus ;
- fournir aux élèves, aussi souvent que possible, des occasions de contrôle de leurs résultats, tout en favorisant un nouvel enrichissement ; on y parvient, par exemple, en prévoyant divers cheminements qui permettent de fructueuses comparaisons.

Elles nécessitent une synthèse, brève, qui porte non seulement sur les quelques notions, résultats et outils de base que les élèves doivent connaître, mais aussi sur les méthodes de résolution de problèmes qui les mettent en jeu.

Le travail effectué permet aussi à l'élève d'acquérir et de parfaire l'usage d'instruments de mesure et de dessin, de développer le calcul mental et l'utilisation rationnelle des calculatrices de poche, de s'initier très progressivement au raisonnement déductif.

Il est également important de souligner le sens, l'intérêt, la portée des connaissances mathématiques en les enseignant en interaction avec les autres disciplines et avec la vie quotidienne (pourcentages, échelles, représentations graphiques...) et en utilisant les moyens modernes de communication (informatique, banques de données, audiovisuel...).

5. Il convient d'être attentif au langage et aux significations diverses d'un même mot. Le vocabulaire et les notations ne doivent pas être fixés d'emblée, mais introduits au cours du traitement d'une question, en fonction de leur utilité.

L'objectif est d'entraîner les élèves à mieux lire et mieux comprendre un texte mathématique, et aussi à produire des textes dont la qualité est destinée à être l'objet d'une amélioration progressive.

Un moyen efficace pour faire admettre la nécessité d'un langage précis, en évitant que cette exigence soit ressentie comme arbitraire par les élèves, est le passage du «faire» au «faire faire». C'est lorsque l'élève écrit des instructions pour l'exécution par autrui (par exemple, décrire pour la faire reproduire une figure un peu complexe) ou lorsqu'il utilise un ordinateur pour un traitement voulu, que l'obligation de précision doit lui apparaître comme une évidente nécessité.

6. Les travaux mathématiques sont l'occasion de familiariser les élèves avec l'emploi d'un nombre limité de notations courantes :

- dans le domaine numérique : les symboles d'égalité et d'inégalité ($<$, $>$), les symboles d'opérations et le symbole de pourcentage ;
- dans le domaine géométrique : le symbole d'appartenance \in , la longueur AB d'un segment d'extrémités A et B, l'angle \widehat{AOB} , le segment $[AB]$, la droite (AB), et éventuellement la demi-droite $[AB)$.

7. Le travail personnel des élèves en classe, en études ou à la maison, est essentiel à leur formation. Il a des fonctions diversifiées :

- la résolution *d'exercices d'entraînement*, combinée avec l'étude du cours permet aux élèves d'affermir leurs *connaissances de base* et de les mettre en œuvre sur des exemples simples.
- les travaux individuels de *rédaction* sont nécessaires au développement des capacités d'expression écrite et de la *maîtrise de la langue*.
- les *devoirs de contrôle*, courts et peu nombreux, permettent de vérifier les acquis des élèves.

C. EXPLICITATION DES CONTENUS

Il est rappelé que le professeur a toute liberté dans l'organisation de son enseignement à condition que soient atteints les objectifs visés par le programme.

I. Travaux géométriques

De l'école élémentaire, les élèves apportent une expérience des figures les plus usuelles. *L'objectif fondamental en sixième est encore la description et le tracé de figures simples.* Au terme d'un processus progressif, le champ des figures étudiées est enrichi, le vocabulaire est précisé et les connaissances sont réorganisées à l'aide de nouveaux outils, notamment la symétrie orthogonale par rapport à une droite (symétrie axiale). Les travaux géométriques prennent appui sur *l'usage des instruments de dessin et de mesure y compris dans un environnement informatique.* Ils sont conduits en liaison étroite avec l'étude des autres rubriques. Ils constituent en particulier le support d'activités numériques conjointes (grandeurs et mesures) ou de notions en cours d'acquisition (repérage, proportionnalité).

CONTENU	COMPETENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
<p>I.1 Reproduction de figures planes simples.</p>	<p>Sur papier blanc et sans que la méthode soit imposée :</p> <ul style="list-style-type: none"> - reporter une longueur ; - reproduire un angle, un arc de cercle de centre donné; - tracer, par un point donné, la perpendiculaire ou la parallèle à une droite donnée. <p>Utiliser correctement, dans une situation donnée, le vocabulaire suivant :</p> <p>droite, cercle, centre, rayon , diamètre, angle, droites perpendiculaires, droites parallèles, demi-droite, segment, milieu.</p> <p>Tracer et reproduire sur papier blanc les figures suivantes :</p> <p>triangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle, rectangle, losange, carré, cercle.</p> <p>Reconnaître ces figures dans un environnement plus complexe.</p>	<p>En complément aux instruments classiques de dessin, il est conseillé d'utiliser aussi du papier calque, du papier quadrillé ou pointé.</p> <p>Il s'agit de développer les connaissances acquises à l'école élémentaire en vue de :</p> <ul style="list-style-type: none"> - compléter et consolider l'usage d'instruments de mesure ou de dessin (règle graduée ou non, compas, équerre). Le rapporteur est un nouvel instrument de mesure qu'il convient d'introduire à l'occasion de la construction et de l'étude des figures. - tirer parti des travaux pour préciser le vocabulaire, en particulier celui concernant les figures planes. <p>Les travaux de reproduction et de construction pourront consister en :</p> <ul style="list-style-type: none"> - la copie conforme d'un modèle concret ou d'un dessin, - un dessin à partir de données graphiques et numériques - un dessin à partir d'un énoncé décrivant la figure. <p>Les travaux de construction conduiront à l'utilisation progressive et prudente de lettres pour désigner les points d'une figure. Cette utilisation est nouvelle et son apprentissage se fera à l'occasion d'activités de communication telles que figures "téléphonées" ou énoncés rédigés par des élèves.</p> <p>Les travaux de construction d'une figure, à l'aide d'instruments ou dans un environnement informatique, s'appuieront sur sa définition ou certaines de ses propriétés.</p> <p>Les travaux géométriques permettront aussi la mise en place de courtes séquences déductives s'appuyant par exemple sur la définition du cercle et les propriétés d'orthogonalité et de parallélisme. On prendra garde à ce sujet, de ne pas demander aux élèves de prouver des propriétés perçues comme évidentes.</p>

CONTENU	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
<p>1.2. Surfaces planes : mesure, comparaison et calcul d'aires et de périmètres.</p>	<p>Déterminer l'aire d'une surface à partir d'un pavage simple.</p> <p>Comparer des périmètres, comparer des aires.</p> <p>Calculer l'aire et le périmètre d'un rectangle.</p> <p>Évaluer, à partir du rectangle, l'aire d'un triangle rectangle.</p> <p>Calculer la longueur d'un cercle.</p>	<p>On pourra faire déterminer des aires à l'aide, soit de reports, de décompositions, de découpages et de recolllements, soit de quadrillage et d'encadrements.</p> <p>Ces travaux permettront de retenir sous forme d'images mentales, le passage du rectangle au triangle rectangle ou au parallélogramme, et de mettre en place des calculs sur les aires à partir de l'aire du rectangle.</p> <p>On pourra s'appuyer sur ces travaux qui donnent du sens à la notion d'aire pour constituer et utiliser un formulaire. Cette utilisation pourra être liée aux unités usuelles et aux changements d'unités.</p>

CONTENU	COMPETENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
<p data-bbox="168 263 555 420">I.4. Dans le plan, (transformation de figures par symétrie orthogonale par rapport à une droite (symétrie axiale)).</p> <p data-bbox="168 514 555 584">Construction d'images et mise en évidence de conservations</p> <p data-bbox="168 725 555 820">Construction de figures symétriques élémentaires et énoncé de leurs propriétés.</p>	<p data-bbox="555 522 1341 647">Tracer le ou les axes de symétrie des figures suivantes : triangle isocèle, triangle équilatéral, losange, rectangle, carré. Construire le symétrique d'un point, d'une droite, d'un segment, d'un cercle, que l'axe de la symétrie coupe ou non la figure</p> <p data-bbox="555 741 1341 929">Utiliser la symétrie axiale pour construire un triangle isocèle, un losange, un rectangle et un carré. Construire, sans méthode imposée et sur papier blanc : la médiatrice d'un segment, la bissectrice d'un angle. Relier les propriétés de la symétrie axiale à celles des figures du programme.</p>	<p data-bbox="1352 302 2047 490">L'effort portera d'abord sur un travail expérimental (pliage, papier calque) permettant d'obtenir un inventaire abondant de figures simples, à partir desquelles se dégageront de façon progressive les propriétés conservées par la symétrie axiale, ces propriétés prenant alors naturellement le relais dans les programmes de constructions.</p> <p data-bbox="1352 529 2047 718">La symétrie axiale n'a ainsi, à aucun moment à être présentée comme une application du plan dans lui-même. Suivant les cas on mettra en évidence :</p> <ul data-bbox="1352 624 2047 718" style="list-style-type: none"> - l'action d'une symétrie axiale donnée sur une figure ; - la présence d'un axe de symétrie dans une figure, c'est à dire d'une symétrie axiale la conservant. <p data-bbox="1352 749 2047 1100">Ces travaux conduiront à :</p> <ul data-bbox="1352 780 2047 1100" style="list-style-type: none"> - la construction de l'image : d'un point, d'une figure simple ; - la mise en évidence de la conservation des distances, de l'alignement, des angles et des aires. Exemples d'utilisation de ces propriétés ; - la construction d'axes de symétrie (médiatrice, bissectrice...) ; - la construction de triangles isocèles, de quadrilatères possédant des axes de symétrie (rectangles, losanges...) ; - l'énoncé et l'utilisation de quelques propriétés caractéristiques des figures précédentes. On veillera à toujours formuler ces propriétés à l'aide de deux énoncés séparés.

2. Travaux numériques

Cette partie du programme s'appuie principalement sur la résolution de problèmes. L'activité de recherche ne fait pas l'objet d'une rubrique particulière puisque, constamment, elle doit sous-tendre l'ensemble des travaux numériques.

Outre leur intérêt propre, ces problèmes doivent permettre aux élèves, en continuité avec l'école élémentaire, d'associer à une situation concrète un travail numérique et de mieux saisir le sens des opérations et des équations figurant au programme.

Les travaux numériques prennent appui sur la pratique du calcul exact ou approché sous différentes formes : le calcul mental, le calcul à la main (dans le cas de nombres courants et d'opérations techniquement simples), l'emploi d'une calculatrice.

CONTENU	COMPETENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
<p>2.1. Nombres entiers et décimaux : écriture et opérations.</p> <p>Techniques opératoires.</p> <p>Procédés de calcul approché : troncature et arrondi ; ordre de grandeur d'un résultat.</p>	<p>Utiliser l'écriture décimale et en connaître le sens. Multiplier et diviser un décimal par 10 ; 100 ; 1000 ou par 0,1 ; 0,01 ; 0,001.</p> <p>Addition, soustraction et multiplication : savoir effectuer ces opérations sous les trois formes de calcul (mental, à la main, à la calculatrice), dans des situations n'exigeant pas de virtuosité technique.</p> <p>Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne d'un nombre entier par un nombre entier d'un ou deux chiffres. Effectuer, dans des cas simples, la division décimale d'un nombre entier ou décimal par un nombre entier.</p> <p>Prendre la troncature ou l'arrondi à l'unité.</p> <p>Proposer des ordres de grandeur de deux nombres et les utiliser pour donner un ordre de grandeur de leur somme et, éventuellement, pour contrôler un calcul sur machine.</p>	<p>On consolidera et on enrichira les acquis de l'école élémentaire relatifs à la numération et au sens des opérations en les mobilisant dans l'étude de situations rencontrées au collège. On tendra ainsi à ce que la maîtrise des techniques opératoires devienne suffisante pour ne pas faire obstacle à la résolution de problèmes.</p> <p>La multiplication et la division par une puissance de dix sont à relier à des problèmes d'échelles ou de changements d'unités.</p> <p>La multiplication des nombres décimaux est une nouveauté de la classe de sixième tant du point de vue du sens que de la technique.</p> <p>La division est une opération en cours d'acquisition en début de collège. On la reliera aux problèmes d'encadrement d'un entier (ou d'un décimal) par des multiples d'un entier et on entraînera les élèves à donner aussi bien l'approximation entière d'un quotient par excès que par défaut. L'objectif principal est l'acquisition du sens de l'opération, au travers d'une pratique et de diverses utilisations.</p> <p>Aucune compétence n'est exigible quant à la technique de la division à la main de deux décimaux.</p> <p>Les procédés de calcul approché trouveront un développement naturel dans le calcul mental et dans l'usage des calculatrices. On apprendra notamment à prévoir et à contrôler des calculs à la machine par des calculs mentaux approchés.</p>

CONTENU	COMPETENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
<p>2.3. Nombres décimaux en écritures décimales et fractionnaires.</p>	<p>Pour des nombres décimaux courants, passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire et vice-versa.</p> <p>Ranger des nombres donnés en écriture décimale.</p> <p>Sur une droite graduée :</p> <ul style="list-style-type: none"> - lire l'abscisse d'un point ou en donner un encadrement, - situer un point d'abscisse donnée. 	<p>Il s'agit de pouvoir utiliser différentes écritures fractionnaires d'un même nombre décimal.</p> <p>Les écritures fractionnaires et décimales pourront être utilisées comme des moyens de contrôle mutuel des opérations sur des nombres décimaux. C'est dans ce seul cas que seront rencontrées les opérations (+, -, ×) en écriture fractionnaire telles que :</p> $\frac{32}{10} + \frac{7}{100} = \frac{327}{100}$
<p>2.4. Initiation à la résolution d'équations.</p>	<p>Trouver, dans des situations numériques simples,</p> <ul style="list-style-type: none"> - le nombre à ajouter à un nombre donné pour obtenir un résultat donné, - le nombre à retrancher d'un nombre donné pour obtenir un résultat donné, - le nombre par lequel multiplier un nombre donné pour obtenir un résultat donné. 	<p>Certains problèmes concrets se traduisent par la recherche d'un nombre manquant dans une opération. Il s'agit là d'une résolution d'équation, mais la désignation de l'inconnue par une lettre n'est pas nécessaire dans ces activités.</p> <p>Dans le cas de la division, la recherche est menée en classe, mais ne correspond pas à une compétence exigible à ce niveau scolaire.</p>
<p>2.5. Initiation aux écritures littérales.</p>	<p>Appliquer une formule littérale dans une situation familière à l'élève.</p>	<p>On entraînera l'élève à schématiser un calcul en utilisant des lettres qui, à chaque usage, seront remplacées par des valeurs numériques.</p>
<p>2.6. Nombres relatifs et repérage.</p>	<p>Grader régulièrement une droite.</p> <p>Sur une droite graduée, les valeurs en jeu étant des entiers relatifs : lire l'abscisse d'un point donné, placer un point d'abscisse donnée.</p> <p>Dans le plan repéré, les valeurs en jeu étant des entiers relatifs : lire les coordonnées d'un point donné, placer un point de coordonnées données.</p>	<p>Les travaux proposeront des exemples variés de situations nécessitant l'introduction de "nouveaux nombres". Dans certains de ces exemples faisant intervenir des températures, des durées,... on pourra être conduit à opérer sur ces nombres, mais les règles d'addition ne sont pas au programme.</p> <p>Sur la droite et dans le plan, le cas de points dont les coordonnées ne sont pas des entiers relatifs doit être envisagé en classe, mais ne donne pas lieu à une compétence exigible.</p>

3. Organisation et gestion de données. Fonctions.

Cette rubrique a pour objectif d'initier à la *lecture*, à l'*interprétation* et à l'*utilisation* de diagrammes, tableaux et graphiques et d'en faire l'analyse critique. La réalisation de tels objectifs contribue à l'éducation civique. Les travaux correspondants ne peuvent se concevoir qu'à partir de situations concrètes et en liaison avec d'autres parties du programme. Chaque fois que possible, ils se feront en liaison avec l'enseignement des autres disciplines : sciences de la vie et de la terre, géographie, technologie... Ils seront l'occasion de consolider et d'approfondir les acquis des élèves sur l'utilisation d'unités de mesure et la pratique de certains changements d'unités.

CONTENUS	COMPETENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
<p>Exemples issus d'activités :</p> <ul style="list-style-type: none"> - à base numérique <p>Application d'un pourcentage à une valeur ; relevés statistiques ; opérateurs et, notamment, usage des opérateurs constants d'une calculatrice.</p> <ul style="list-style-type: none"> - à base géométrique <p>Calcul du périmètre et de l'aire d'un rectangle, de la longueur d'un cercle.</p>	<p>Appliquer un taux de pourcentage.</p> <p>Effectuer, éventuellement avec une calculatrice, des calculs faisant intervenir diverses grandeurs : longueurs, angles, aires, volumes, durées...</p> <p>Effectuer pour les longueurs et les aires, des changements d'unités de mesure.</p>	<p>On se servira de ces exemples pour :</p> <ul style="list-style-type: none"> - lire et établir des relevés statistiques sous forme de tableaux ou de représentations graphiques, éventuellement en utilisant un ordinateur. - étudier des situations (échelles, tarifs...) relevant ou non du modèle proportionnel. <p>Certains travaux conduiront à décrire des situations qui mettent en jeu des fonctions.</p> <p>Toute définition de la notion de fonction sera évitée, mais des expressions telles que "en fonction de", "est fonction de" pourront être utilisées.</p>

TITRE :

Liaison cycle 3 - 6ème : Un outil d'aide à l'analyse des compétences en mathématiques.

AUTEURS :

Nicole Bellard - Alain Bronner - Bernard Casenove - Yves Girmens - Mirène Larguier -
Martine Lewillion - Sylvie Pellequer - Elisabeth Rébillard - Michel Seco.

DATE :

Novembre 1995.

EDITEUR :

IREM de Montpellier.

MOTS-CLES :

Liaison - cycle 3 - 6ème - mini-compétences en mathématiques - programmes.

RESUME :

Ce document présente un ensemble de mini-compétences en mathématiques.

La traduction en termes de mini-compétences favorise une approche fine des notions. Cela permet d'en appréhender les continuités et les ruptures pour un certain nombre d'entre elles.

Ce document est aussi un outil d'analyse de la tâche de l'élève lors de la résolution d'exercices classiques.

Enfin, on l'utilisera avec profit pour bâtir des exercices favorisant la mise en oeuvre du sens des notions plutôt que des savoir-faire automatiques.

NOMBRE DE PAGES : 42

I.S.B.N. : 2.909916-18-9

