INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES
Université Montpellier II
Sciences et Techniques du Languedoc
Place Eugène Bataillon
34095 MONTPELLIER CEDEX 5
Tél. 67 14 33 83 ou 67 14 33 84
Télécopie 67 14 39 09

ENSEIGNEMENT MODULAIRE

Fascicule 1

Classe de Seconde

BASCOU Noël - BONAFE Freddy - BRUNET Robert

- 1992 -

Ce document a été réalisé par le groupe Géométrie de l'IREM de Montpellier dans le cadre d'une expérimentation commandée par la Direction des Lycées et Collèges. Il a pour objet de proposer aux professeurs de mathématiques de Seconde une première série d'activités pouvant être mises en oeuvre dans les séances d'enseignement modulaire prévues à partir de la rentrée 92.

Distinguer entre cours, travaux dirigés, enseignement modulaire, soutien ou approfondissement n'est pas chose simple pour qui a l'habitude de pratiquer des mathématiques actives, reposant sur la résolution de problèmes comme le préconisent les programmes et commentaires.

Nous avons donc tenté de cerner des thèmes de travail permettant de mettre l'accent sur l'acquisition de méthodes et sur les modes d'expression sans négliger des aspects comme l'autonomie et la motivation des élèves, la gestion de l'hétérogénéité, la recherche et la démonstration.

Pour chacun des premiers thèmes retenus que nous avons intitulés :

**** Narrations de recherche***

**** Problèmes de construction***

**** La démonstration***

**** Les ombres***

le lecteur trouvera une brève description, les objectifs visés, la méthode de traitement. Il trouvera également quelques indications concernant la conduite du travail, les difficultés que l'on peut rencontrer dans la gestion de certaines activités.

Nous avons, à chaque fois, effectué des choix, limité le nombre d'exercices. Ce sont pour l'essentiel des exercices de géométrie. Nous invitons le lecteur à tenter des approches voisines (ou différentes) dans ce domaine (ou d'autres) et nous accueillerons avec plaisir toute proposition ou critique constructive nous permettant de préciser et compléter ces activités.

Les auteurs

Thème : **NARRATIONS DE RECHERCHE**

Recherche et rédaction de problèmes dans le but de motiver et valoriser des élèves en situation d'échec sur des activités plus classiques.

Objectifs :

1/ Faire prendre conscience aux élèves de leurs possibilités et de leurs difficultés.

2/ Motiver les élèves à la recherche de problèmes.

3/ Participer à la mise en place de la démonstration.

Méthode :

Cette activité peut prendre la forme d'un devoir en classe ou à la maison avec la consigne pour l'élève de chercher un problème et de raconter les étapes de la recherche et les difficultés qu'il a rencontrées.

La mise en oeuvre

Il s'agit avant tout de définir clairement avec l'élève un contrat oral ou écrit précisant ce que l'on attend de lui : un exposé écrit (que nous appelons narration) décrivant le travail qu'il a effectué lors de la recherche d'un problème donné. Cet exposé peut ou non conduire à la solution, il doit contenir les différentes étapes de sa recherche (minutées ou non), les divers éléments qui l'ont arrêté, qui l'ont incité à changer de direction. Il peut éventuellement être accompagné de ses brouillons. En échange l'enseignant s'engage à faire porter son évaluation sur ce travail de recherche et narration que l'élève soit parvenu ou non à une solution complète et correcte. Cette évaluation portera sur la précision de l'exposé, la qualité des explications et des justifications données, la qualité des dessins. Le contrat doit être perçu comme une amorce de dialogue entre enseignant et élève.

L'énoncé :

Les narrations de recherche ne peuvent concerner que des problèmes dans lesquels la réponse n'est pas donnée. Ce qui élimine (au moins dans un 1er temps) les problèmes du type "Démonter que ...".

Par ailleurs si l'on veut laisser le champs libre aux élèves quant au choix des stratégies mises en oeuvre, il faut éliminer aussi les énoncés dans lesquels une série de questions induisent une progression bien définie. Le choix reste large cependant, comme par exemple les problèmes ouverts posés par l'équipe de Lyon (cf) ou certains problèmes de manuels scolaires.

Le compte-rendu

Il s'agit là du travail le plus important et plus délicat du dispositif car c'est là et à travers les diverses annotations de la copie qu'il faut instaurer un dialogue professeur-élève.

On peut faire porter l'accent sur :

- le fait que tous les brouillons soient joints et numérotés
- les difficultés de compréhension de l'énoncé
- les prises de conscience d'erreurs qui ne manquent pas de surgir
- les méthodes utilisées pour traiter certaines questions particulières
- les raisons ayant provoqué un changement de stratégie
- les idées qui apparaissent incidemment même si elles ne paraissent pas directement liées à la solution du problème
- les recherches de procédures performantes
- les recherches de preuves
- les réflextions personnelles de tous ordres.

Lire des extraits de copies d'élèves en difficulté pour les valoriser, montrer à certains qu'ils étaient peut-être tout près du but pour les motiver, laisser s'instaurer et favoriser un débat entre élèves ayant des solutions différentes en prenant soin de leur laisser exposer leurs solutions.

A ce stade on peut mettre en place une réflexion sur la justification, sur la démonstration, sur l'exposé de la solution et les exigences que cela nécessite.

Le contrat va s'enrichir de consignes nouvelles, à côté de sa recherche l'élève devra alors présenter une solution claire et succinte destinée à un camarade qui n'avait pas cherché ce problème et qu'il faudrait convaincre.

On va aussi peu à peu s'acheminer vers des problèmes pour lesquels la narration de la recherche sera suivie d'une proposition de démonstration.

Quelques conseils :

1/ Notre expérience montre qu'en début d'année l'effet de motivation est accru si l'on s'appuie sur des énoncés de type dénombrement. Leur traitement met souvent en oeuvre des stratégies différentes de la part des élèves ce qui favorise le débat.

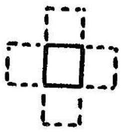
2/ On peut également mettre le professeur de français dans le coup, s'il se prête au jeu cela peut lui valoir quelques rédactions intéressantes.

3/ On peut largement puiser dans les énoncés qui suivent, ils ont tous été testés et portent sur des domaines divers des mathématiques.

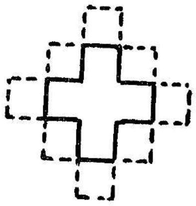
Sujet de narration Algèbre - Dénombrement

(D1) On construit des figures avec des carrés, on associe à chaque figure le nombre de carrés qui la constitue.

$a_1 = 1$ carré



$a_2 = 5$ carrés On ajoute des carrés autour de la figure précédente.



$a_3 = 13$ carrés On ajoute des carrés autour de la figure précédente.

On continue ainsi ces constructions. Déterminer a_5, a_{10}, a_{52}.
Donner la formule générale pour a_n.

(D2) On veut connaître le nombre de segments qui joignent des points donnés.
Par exemple :

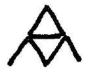
Si j'ai 2 points, je ne peux tracer qu'un segment.
Si j'ai 3 points, je peux tracer au plus 3 segments.
Si j'ai 4 points, je peux tracer au plus 6 segments.

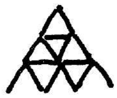
En faisant de nombreux dessins, en cherchant une méthode pour dénombrer les segments, remplis le tableau ci-dessous.

Si j'ai	Je peux tracer au plus
1 point	0 segment
2 points	1 segment
3 points	3 segments
4 points	
5 points	
6 points	
7 points	
12 points	
20 points	
108 points	
n points	

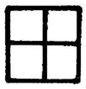
(D3) On dispose de feuille de papier de forme carrée.
On découpe ces feuilles de telle façon que tous les morceaux obtenus soient des carrés.
Quel nombre de morceaux peut-on obtenir quand on découpe une de ces feuilles ? Peut-on avoir deux morceaux ? Trois morceaux ? Quatre morceaux ? Cinq morceaux ?
Essaiez de trouver le plus de nombres possibles.

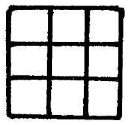
(D4) On possède un jeu de cartes et on réalise des "châteaux de cartes".
Pour un château de 1 étage, il faut 2 cartes 

Pour un château de 2 étages, il faut 7 cartes 

Pour un château de 3 étages, il faut 15 cartes 

Combien faut-il de cartes pour un château de 4, 5, 6, 10, 22, 47 étages et pour n étages?
Peux-tu trouver une formule ?

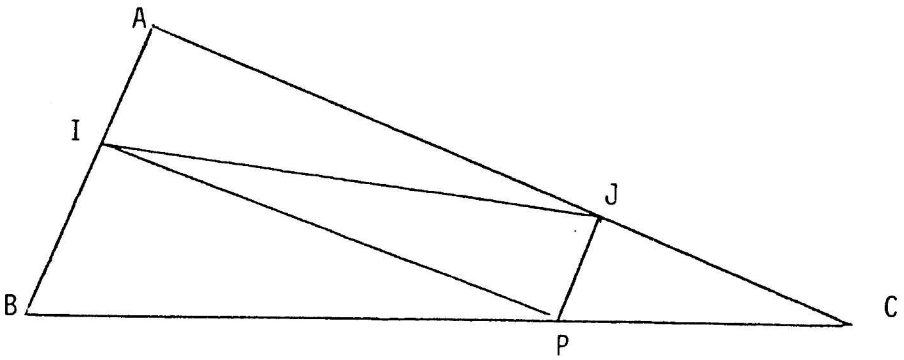
(D5) Combien de carrés sur cette figure ? 
Cinq ! où sont-ils ?



Combien de carrés sur un dessin 3x3 c'est-à-dire celui-ci
Sûrement plus de 12. Compte-les exactement.
Et maintenant, sur un damier 4x4, sur un damier de jeu d'échecs, combien de carrés ?

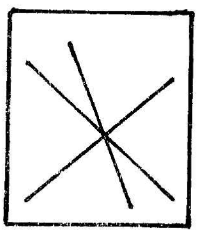
Sujet de narration Géométrie

(G1) Dans un triangle ABC rectangle en A, on place un point P sur l'hypoténuse.
On trace alors le segment [PI] perpendiculaire à [AB] et le segment [PJ] perpendiculaire à [AC].
On trace le segment [IJ].
Si on déplace le point P sur l'hypoténuse, la longueur du segment [IJ] varie.
Où faut-il placer le point P pour que le segment [IJ] soit le plus court possible ?



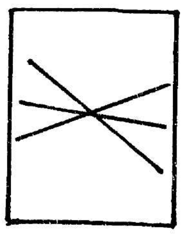
(G2) Si on dessine deux rectangles et un cercle, combien de points d'intersection peut-on obtenir au maximum ?
(Attention, les figures ne doivent pas être confondues).

(G3) Construire sur chacune des deux feuilles, un triangle qui admette les trois droites déjà tracées comme hauteurs.



<u>1ère feuille</u>

3 angles aigus
différents et
non droits



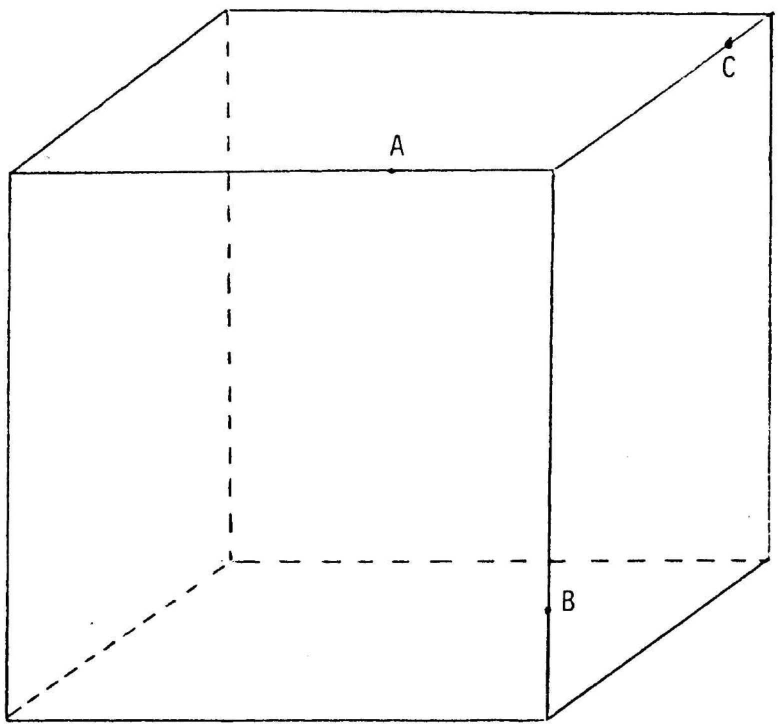
<u>2ème feuille</u>

1 angle obtus

Sujets de narration Espace

(E1) Problème FIL :
Une salle de classe a pour dimension 7 m de long, 5 m de large et 3 m de haut. Un fil est tendu verticalement du plafond au sol. Une balle de révolver traverse la salle. Elle part d'un des coins du plafond et aboutit à la base d'un mur en son milieu.
La balle se déplace en ligne droite à partir de ce coin et coupe le fil à 1,5 m au-dessus du sol.
A quelle distance de chaque mur le fil était-il placé ?

(E2) On a un cube en bois de 10 cm de côté. On le partage en deux morceaux d'un coup de scie. Le coup de scie passe par les trois points A, B et C indiqués sur le dessin du cube.



Le point A est à 3 cm d'un sommet.
Le point B est à 8 cm du même sommet.
Le point C est à 8 cm du même sommet.
On applique une des deux surfaces obtenues sur un tampon encreur et on l'imprime sur une feuille.
On demande de dessiner exactement le contour de la tache obtenue.

(E3) Une fourme de Lozère, cylindrique, a un diamètre de 10 cm et une hauteur de 8 cm (voir maquette).
On peut repérer le centre de la face supérieure : nous l'appellerons C.
On partage cette fourme en deux par un coup de couteau vertical.

1. Dessine la section obtenue si le coup de couteau passe par le centre C.
2. A quelle distance de C faut-il couper, pour que la section soit carrée ?

Sujet de narration Puissances

(P1) Avec les symboles 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 (sauf 0) on fabrique des nombres de 9 chiffres.
Exemple 1 5 4 3 9 8 6 7 2
4 4 3 3 2 2 1 1 1
Il paraît que l'on peut en fabriquer un peu moins de 400 millions !
Quel est le nombre exact de nombres de 9 chiffres écrits avec 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 (toutes les répétitions sont permises).

(P2) Si je calcule 13^1, le chiffre des unités est 3.
Si je calcule 13^2, le chiffre des unités est 9
Quel est le chiffre des unités de 13^3, 13^4, 13^5, 13^9 ?
Quel est le chiffre des unités de 13^{1991} ?

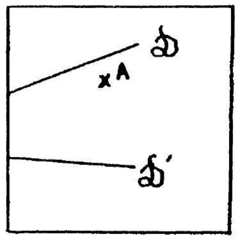
(P3) Si on calcule la différence 324-89 on obtient 235. La somme des chiffres de 235 et 2+3+5=10.
Calcule la somme des chiffres de la différence :

$$10^{1991} - 1991$$

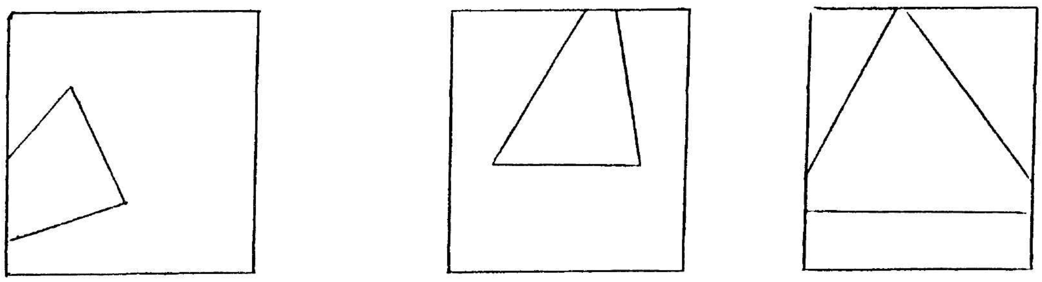
(P4) Je possède dix mille petits carreaux identiques. En en prenant un certain nombre N, j'ai formé sur le sol une surface carrée. J'en ai ensuite rajouté 1989 pour former, avec les premiers, une surface carrée plus grande. De combien de carreaux me suis-je servi pour former mon premier carré ?
S'il y a plusieurs solutions, il faut les chercher toutes.
Et si le nombre de petits carreaux dont je dispose est illimité ?

Sujets de narration Transformation

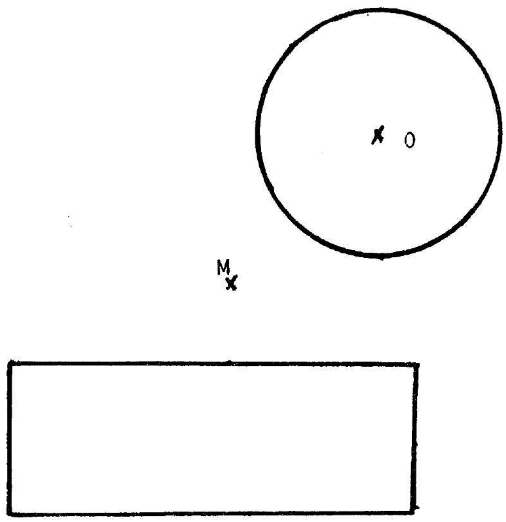
(T1) Sans utiliser de tracés en dehors de la feuille, tracer la droite passant par le point A et le point d'intersection de $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$.

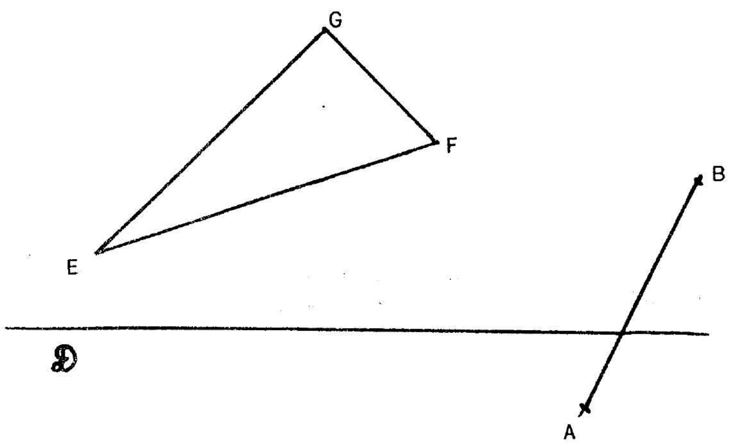


(T2) Construire le centre de gravité du triangle sans utiliser de tracés en dehors de la feuille.



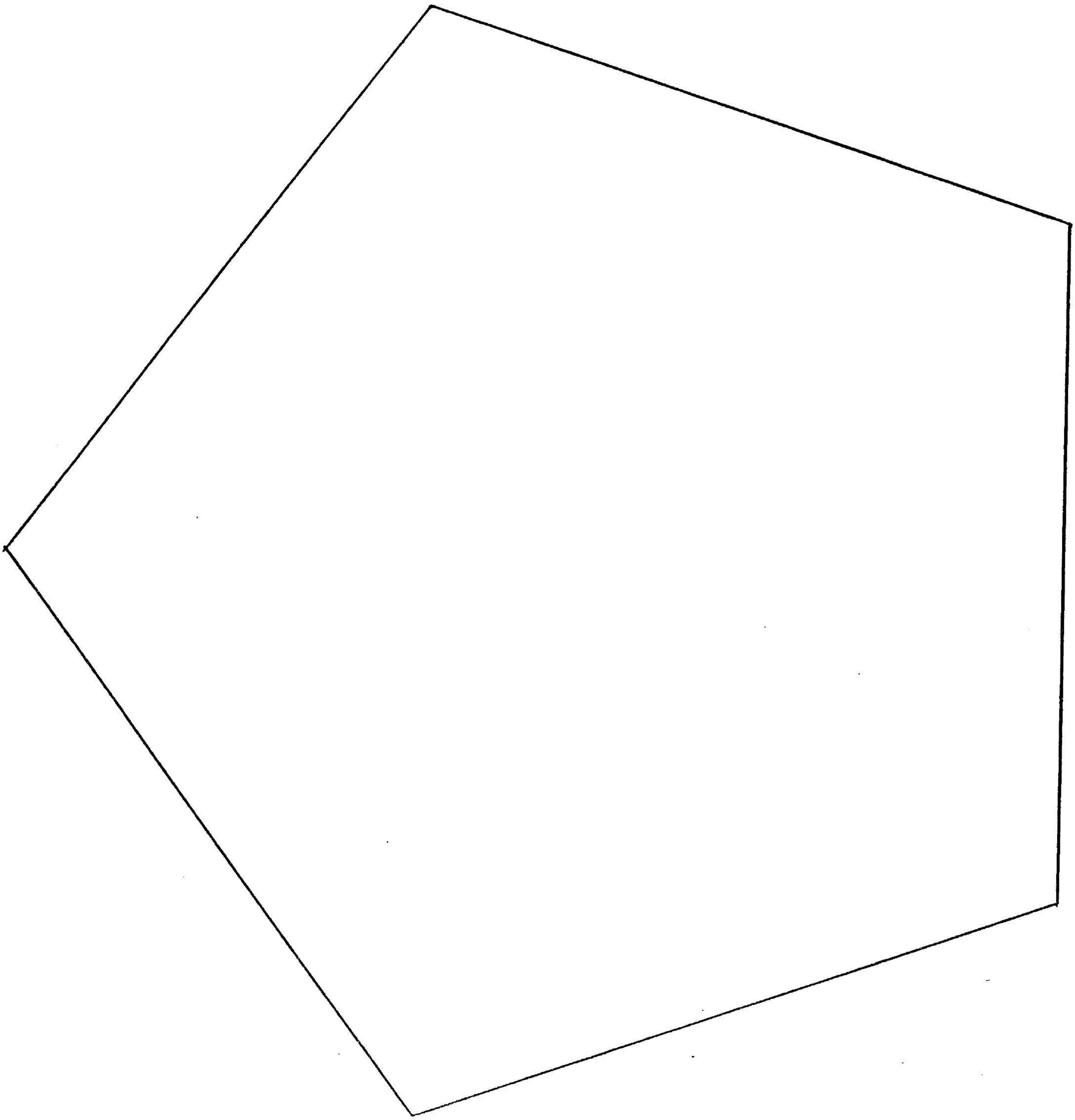
(T3) Combien peut-on construire de segments ayant le point M comme milieu, une extrémité surle cercle et l'autre extrémité sur l'un des côtés du rectangle ?





(T4) Etant donnés un triangle EFG, une droite $\mathcal{D}$ et un segment [AB] combien peut-on trouver de segments [MN] de sorte que N appartienne $\mathcal{D}$, M est sur un côté du triangle et ABMN est un parallélogramme.
(La figure est donnée sur un quadrillage pour faciliter sa reproduction).

(T5) Dans le pentagone ci-dessous, quel est le nombre de triangles de dimensions 10 cm, 6 cm, 5 cm qui ont leurs trois sommets sur le bord de ce pentagone ?



Racontez les différentes étapes de votre recherche, vos remarques, comment vous avez progressé dans votre recherche, comment vous expliqueriez à un camarade votre solution, les aides éventuelles?

Thème : **PROBLEMES DE CONSTRUCTION**

Mise en oeuvre d'une méthodologie de traitement des problèmes de construction : l'abaissement des contraintes.

Objectifs :

1/ Donner aux élèves une manière d'aborder les problèmes de construction.

2/ Montrer les limites d'une méthode unique de traitement pour une catégorie de problèmes.

Méthode :

Description des problèmes de construction, de la méthode d'abaissement des contraintes. Mise en oeuvre sur des exercices de difficultés progressives. Exemples d'exercices montrant les limites de la méthode.

LE MOT "CONSTRUIRE"

Les problèmes de construction du seul point de vue graphique sont ceux dont la solution peut être obtenue à l'aide :

* de la règle et du compas
* du compas seul
* de la règle seule
* d'autres appareils que l'on puisse assimiler à la règle et au compas.

"L'algèbre et l'analyse permettent d'affirmer qu'une condition nécessaire et suffisante pour qu'une expression analytique puisse être construite à la règle et au compas est qu'elle se déduise de grandeurs connues par des opérations rationnelles ou par des racines carrées en nombre fini". Cette citation de F. KLEIN définit les grandeurs constructibles à la règle et au compas, et, de là, les problèmes de construction qui ont une solution et surtout ceux qui en n'ont pas ... Mais ce n'est pas l'objet de ce document.

LA NATURE DES PROBLEMES

Résoudre un problème de construction va donc consister à définir un enchaînement de tâches correspondant à des tracés de droites ou de cercles et à la mise en évidence de points d'intersection. Cet enchaînement de tâches devra être une conséquence des contraintes imposées par l'énoncé.

Par exemple, pour construire un triangle ABC sachant que AB = 6, AC = 4 et BC = 3, l'unité étant choisie, il faut respecter trois contraintes que sont les trois longueurs. La méthode de traitement traditionnelle consiste à dessiner tout d'abord le segment AB par exemple et ensuite ne retenir qu'une seule des deux contraintes restantes, par exemple AC = 4. De là, le point C ne peut être que sur le cercle de centre A et rayon 4 et enfin introduire la troisième contrainte BC = 3 pour construire les deux triangles solutions. Il est évident que l'on ne peut à la fois mettre en jeu les trois contraintes et c'est de façon presque naturelle que l'on choisit d'en considérer une, puis deux simultanées et enfin trois simultanées. On a là une approche d'une méthode plus générale de traitement qui consiste de façon systématique à gommer une contrainte.

Les exercices 1, 2, 3, 4, 5, 6 suivants proposent d'approcher puis de mettre en oeuvre cette méthode.

LES DIFFICULTES

La première de toute réside dans le choix de la contrainte à abandonner; là il faut faire preuve de patience, peut être encourager les mauvais choix pour mieux les dénoncer ensuite ...

La deuxième provient du fait que gommer une contrainte revient très souvent à transformer le problème en un problème de lieu géométrique (droite ou cercle) dont ll'approche est en général donnée par une transformation géométrique : isométrie, homothétie,...

Enfin, bien que semblant naturelle, cette méthode (qui peut être d'ailleurs utilisée dans d'autres domaines) a ses limites comme le montrent les exercices 7 et 8.

Exercice 1 :

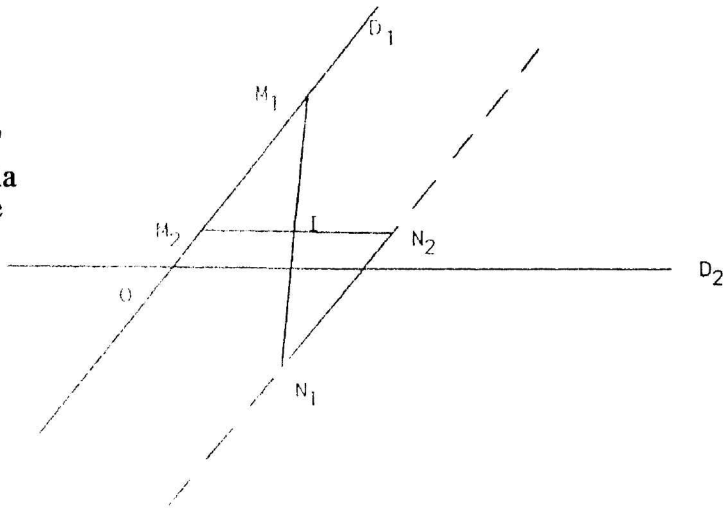
On donne deux droites D_1 et D_2 sécantes en O et un point I n'appartenant ni à D_1 ni à D_2. Construire M sur D_1 et N sur D_2 tels que I soit milieu de [MN] en adoptant la démarche suivante :

1/ Déterminer les différentes contraintes du problèmes
2/ Résoudre le problème en abondonnant une des contraintes
3/ Réintroduire la contrainte abandonnée. Donner une solution au problème.

Remarques :

1. Le comptage des contraintes ne pose pas de problèmes majeurs, de même que la ressemblance entre "M sur D_1" et "N sur D_2". La difficulté réside dans le choix de la contrainte à abandonner. Il faut laisser le temps au temps ...

2. Si l'on abandonne "N sur D_2" l'alignement des points N apparaît rapidement, la difficulté se situe au niveau de la preuve de cette propriété.



3. Cette méthode n'exclut nullement la possibilité de traiter le problème en le supposant résolu ... autre méthode bien connue mais parfois moins évidente.

Exercice 2 :

On donne un cercle $\mathscr{C}$, une droite D, un point I n'appartenant ni à D ni à $\mathscr{C}$. Construire M sur $\mathscr{C}$ et N sur D tels que I soit milieu de [MN].

Remarques :

Il s'agit d'une autre version de l'exercice 1 dans laquelle il va falloir envisager l'existence et la multiplicité des solutions et la méthode d'abaissement des contraintes apparaît ici pertinente.

Exercice 3 :

D_1, D_2, Δ sont trois droites du plan. Construire un point M dont le symétrique par rapport à D_1 est sur Δ et donc le symétrique par rapport à D_2 est également sur Δ. Ce problème a-t-il toujours une solution ?

Remarques :

La difficulté de cet exercice réside essentiellement dans la multiplicité des positions relatives de D_1, D_2, Δ. On peut fixer leur position en fournissant un dessin en guise d'énoncé. Les deux contraintes sont claires, leur mise en évidence invite à s'intéresser aux symétriques de Δ par rapport à D_1 et D_2.

Exercice 4 :

D_1 et D_2 sont deux droites sécantes en O, A est un point du plan n'appartenant ni à D_1 ni à D_2. Construire un cercle passant par A et tangent aux droites D_1 et D_2. La solution est-elle unique ?

Remarques :

Trois contraintes ici pour le cercle, la contrainte à éliminer doit apparaître ... et l'homothétie fera le reste. A ce niveau seulement on peut aborder des exercices tels que le 5 suivant.

Exercice 5 : ABC étant un triangle, construire M sur [AB], N sur [BC], P et Q sur (AC) pour que MNPQ soit un carré.

Exercice 6 :

Quelques questions pour mettre en pratique la méthode.

1. On donne deux droites D_1 et D_2, deux points A et B. Construire M sur D_1 et N sur D_2 tels que AMBN soit un parallélogramme.
2. On remplace AMBN par ABMN dans l'énoncé ci-dessus.
3. On donne deux droites D_1 et D_2, un point A. Construire M sur D_1 et N sur D_2 tels que MAN soit rectangle et isocèle en A.
4. On remplace rectangle et isocèle par équilatéral dans l'énoncé ci-dessus.

LIMITES DE LA METHODE

Exercice 7 :

On donne un triangle ABC. Construire M sur [AB] et N sur [AC] tels que BM = NM = NC.

Remarques :

Les contraintes sont ici au nombre de 4. Supprimer une égalité, par exemple MN = NC est toujours possible mais alors le lieu de M reste le segment [AB] et seul le hasard peut conduire à la solution. Il reste donc à supprimer une contrainte d'appartenance par exemple $M \in$ [AB] mais cela revient à construire N sur [AC] tel que BN = 2NC. Etudier les positions de N telles que BN>2NC ou BN<2NC, ... C'est l'impasse ... sauf si l'on pense à l'exercice 5 et que l'on transforme l'énoncé en : construire N' sur [AC], B' sur [BC] et M' tel que (B'M')//(BA) et B'M' = M'N' = N'C. On aura alors une solution "plus petite" qu'une homothétie de centre C permettra de recréer.

Exercice 8 :

On donne deux points B et I. Construire les points A et C tels que le triangle ABC soit isocèle en A et que I soit le milieu de [AC].

Remarques :

Les contraintes sont donc ici AB = AC et I milieu de [AC] ou encore AB = AC, $I \in$ [AC] et AI = IC. L'abandon d'une des trois contraintes ne donne rien. La difficulté vient du fait que ce problème est un faux problème de construction, c'est un problème de lieux géométriques, le point A vérifiant AB = 2AI il faut pour le construire fixer arbitrairement une longueur 1 et construire ensuite A tel que AI=1 et AB=21.

Thème : **LA DEMONSTRATION**

Aide méthodologique à la recherche d'un problème, à l'apprentissage de la démonstration. Gestion de l'hétérogénéité de la classe.

Objectif :

1/ Donner aux élèves quelques méthodes pour aborder la recherche d'un problème.

2/ Aider les élèves dans la rédaction d'une démonstration.

Méthode :

A partir d'un énoncé, proposer successivement quelques voies permettant d'aborder la recherche, une aide dans la conduite du travail et enfin guider l'écriture d'une rédaction à l'aide d'un canevas.

MISE EN OEUVRE DES ACTIVITES

Les difficultés que rencontrent nos élèves devant un problème de géométrie sont de plusieurs ordres :

- Qu'est ce qu'on me demande ?
- Comment commencer ?
- Comment présenter correctement ce que j'ai trouvé ?

Les activités présentées ici doivent permettre d'aider l'élève lorsqu'il est arrêté dans son travail, afin qu'il puisse seul parvenir à donner une réponse correcte à la question posée.

Pour chacune des six activités suivantes on trouvera :

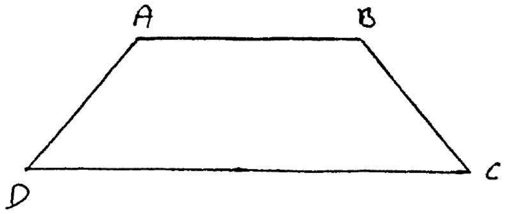
- Un énoncé;
- Une première feuille "Pour commencer" pouvant l'aider à aborder son travail;
- Une deuxième feuille "quelques pistes de travail" donnant des indications ayant pour but d'amener l'élève à la solution. Il s'agira pour lui de mettre en place la rédaction de la démonstration;
- Une troisième feuille "Rédaction" proposant un canevas de solution à compléter par l'élève.

Suivant le rythme de travail de l'élève, on pourra lui proposer soit l'énoncé seul, soit l'énoncé accompagné de la feuille 1, soit l'aider davantage avec la 2ème feuille. Dans tous les cas, son travail terminé ou non on lui demandera de compléter la 3ème feuille qui comporte parfois un prolongement de l'activité.

ENONCES

Activité I

Soit (A B C D) un trapère isocèle de bases [AB] et [CD] tel que DC = 2AB. Par B on mène la parallèle à (AD) qui coupe (DC) en E. Nature du triangle (A B E).



Activité II

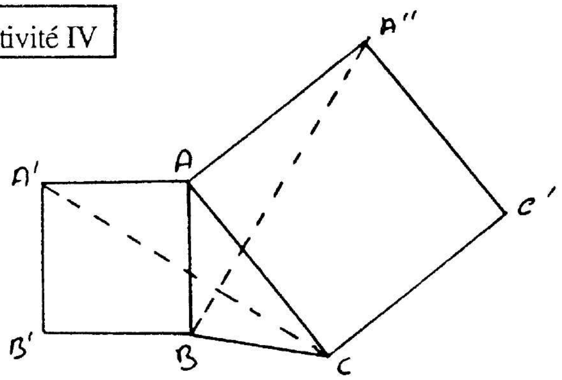
Soit $\mathscr{C}$ un cercle de diamètre [BC], A un point extérieur au cercle, non aligné avec B et C, et tel que A B C ne soit pas un triangle rectangle.
La droite (AB) coupe le cercle $\mathscr{C}$ en B et P, la droite (AC) coupe le cercle $\mathscr{C}$ en C et Q. Les droites (PC) et (BQ) se coupent en I.

Démontrer que (AI) et (BC) sont perpendiculaires.

Activité III

Soit (ABC) un triangle, A' le milieu de [BC], B' le milieu de [AC], C' le milieu de [AB]. On appelle 0 le point d'intersection des hauteurs du triangle (A'B'C'). Que représente le point 0 pour le triangle (ABC) ?

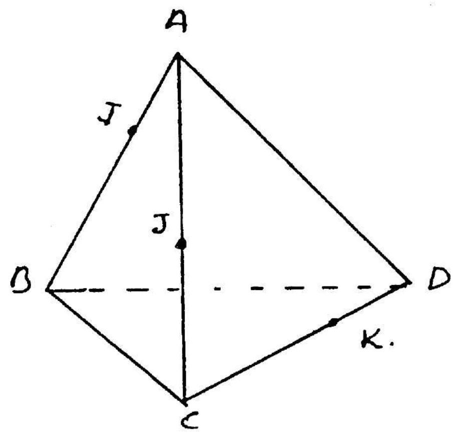
Activité IV



(ABC) est un triangle quelconque
A A' B' B est un carré
A C C' A" est un carré (voir figure ci-contre).

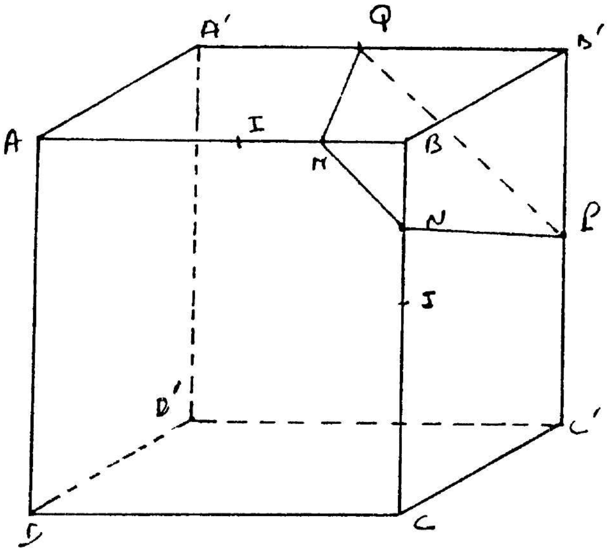
Comparer les longueurs [A'C] et [B A"].

Activité V



Construire l'intersection du plan (I J K) avec les faces du tétraèdre (A B C D).

Activité VI



(A B C D A' B' C' D') est un cube de 5 cm de côté représenté ci-contre en perspective cavalière (30°, 1/2).

I le milieu de [AB]

J le milieu de [BC]

M le milieu de [IB]

N le milieu de [BJ]

P le milieu de [B'C']

Q le milieu de [A'B']

Quelle est la nature du quadrilatère (MNPQ) ?

POUR COMMENCER

Activité I

Pour bien comprendre ce problème il est indispensable de commencer par faire une figure correcte en s'interrogeant sur les propriétés du trapèze isocèle.

On étudiera ensuite les propriétés du triangle ABE en effectuant diverses mesures. Il peut être isocèle, équilatéral, rectangle ou quelconque. Préciser ces mots.

Sa nature étant clairement énoncée on pourra alors tenter de justifier ce résultat en mettant en évidence des égalités de longueurs ou d'angles.

Activité II

Pour bien aborder ce problème il est indispensable de faire une figure avec soin permettant de vérifier que les droites (AI) et (BC) sont bien perpendiculaires.

On peut ensuite s'interroger sur la façon de montrer que deux droites sont perpendiculaires :

- côtés d'un rectangle
- côté et hauteur d'un triangle
- côté et médiatrice d'un triangle
- Diagonales d'un losange
- etc...

On tentera de choisir une piste possible et de justifier chaque étape permettant d'établir la conclusion après un examen attentif de la figure.

Activité III

Pour bien commencer ce problème, il est indispensable de faire une figure avec soin. On pourra construire les milieu de [AB], [BC], [CA] à la règle et au compas.

On peut ensuite s'interroger sur les points remarquables d'un triangle, il y en a 4 :

- orthocentre
- centre de gravité
- centre de cercle circonscrit
- centre de cercle inscrit.

Définir alors chacun de ces points.

Le point 0 est certainement un de ces points, lequel ? Pourquoi ?

Activité IV

Comparer deux longueurs c'est énoncer une des phrases suivantes :

A'C est égale à BA"

A'C est inférieure à BA"

A'C est supérieure à BA"

On peut mesurer sur la figure fournie avec l'énoncé pour avoir une idée du résultat, on peut aussi refaire une ou plusieurs autres figures pour confirmer ou infirmer le résultat obtenu.

Lorsqu'une certitude est acquise il reste alors à tenter de la justifier; dans tous les cas, c'est la superposition de deux segments qui permet de comparer leur longueur. Il faut donc tenter par une transformation d'amener un segment sur l'autre.

Activité V

L'intersection de deux plans sécants de l'espace est une droite.
L'intersection d'un plan et d'une face est donc un segment (lorsque ils sont sécants). Deux points suffisant pour déterminer une droite, il est immédiat que :

[IJ] est l'intersection du plan (IJK) et de la face ABC.

[JK] est l'intersection du plan (IJK) et de la face ADC.

La difficulté est donc de construire les intersections de (IJK) avec les faces ABD et DCB car dans chaque cas un seul point est connu. Comment trouver un autre point ?

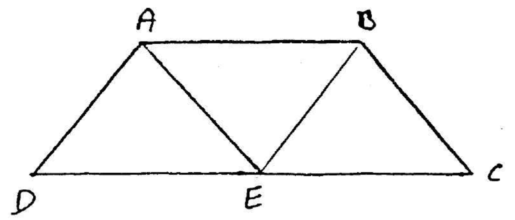
On peut prolonger les tracés de (IJ) et (JK) et tenter de savoir si ces droites coupent ou non le support de certaines arêtes du tétraèdre.

Activité VI

Les quadrilatères particuliers sont les trapèzes (quelconques - isocèles - rectangles), les parallélogrammes (quelconques, rectangles, losanges, carrés). On peut donc commencer par chercher à savoir si deux côtés de (MNPQ) au moins sont parallèles. On peut s'intéresser ensuite aux autres côtés. Les mesures effectuées sur le dessin peuvent-elles servir ? Pourquoi ?
Peut-on obtenir des renseignements sur les angles MQP, MNQ, MNP, NPQ ?
Peut-on comparer les longueurs MQ et NP ?

QUELQUES PISTES DE TRAVAIL

Activité I



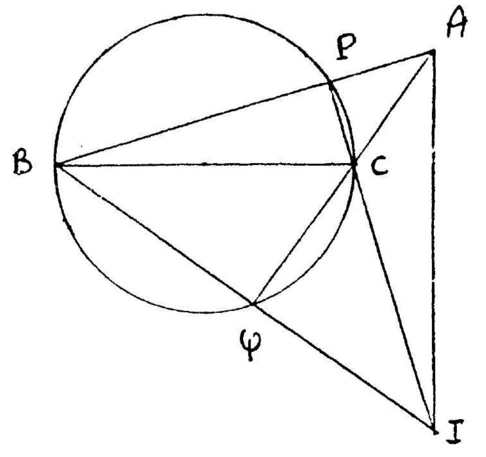
Pour montrer que (A B E) est un triangle isocèle en E on peut montrer que E B = E A.

Pour cela il suffit de comparer les longueurs EB et AD d'une part, AE et BC d'autre part.

Pour montrer que AD = EB, on peut chercher la nature du quadrilatère ABED.

De même on peut montrer que AECB est un parallélogramme.

Activités II



Dans le triangle ABI, les droites (AQ) et (BC) sont sécantes en C. On peut s'intéresser au rôle particulier qu'elles jouent dans ce triangle.

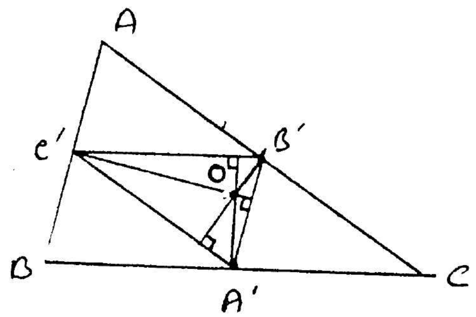
Pour démontrer que (BC) et (AI) sont perpendiculaires il suffit de démontrer que (BC) est la hauteur issue de B du triangle (ABI).

Pour cela on peut démontrer que C est l'orthocentre du triangle. Il faut donc démontrer que (PI) et (AQ) sont des hauteurs du triangle (ABI).

Pour montrer que (PI) est une hauteur, il faut démontrer que (PB) est perpendiculaire à (PC), pour cela que peut-on dire du triangle BPC, [BC] étant un diamètre du cercle $\mathcal{C}$.

On démontre de même que (CQ) est une hauteur en considérant le triangle BQC.

Activité III



Sur une figure précise, on peut mesurer OA, OB, OC, constater leur égalité par exemple.
O est donc le centre du cercle circonscrit au triangle (ABC).

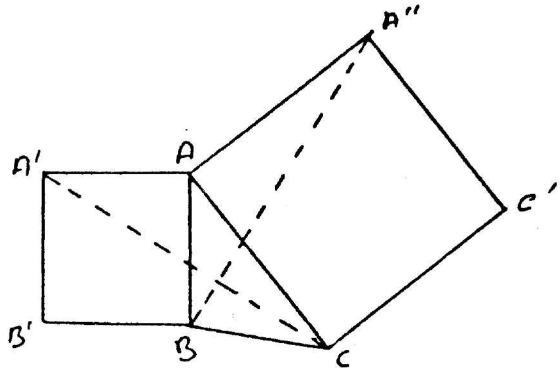
Pour prouver cela il faut démontrer que (OA') et (OB') par exemple sont des médiatrices du triangle.

Pour montrer que (OB') est médiatrice de [AC], il suffit de montrer que (OB') et (AC) sont perpendiculaires car B' est le milieu de[AC].

On sait que (OB') est perpendiculaire à (A'C'), on doit donc démontrer que (A'C') est parallèle à (AC).
Pour cela on peut utiliser le théorème des milieux dans le triangle (ABC)

Pour montrer que (OA') est médiatrice de [BC], il faut procéder de même que pour (O B') en montrant que (B'C') est parallèle à (B C).

Activité IV



Les mesures nous invitent à démontrer que A'C = BA"

Pour montrer que [A'C] et [BA"] ont même longueur, il faut chercher une isométrie qui transforme A' en B et C en A" par exemple.

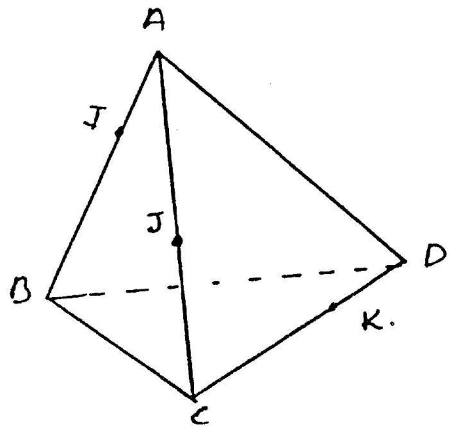
La configuration des triangles rectangles isocèles (A'AB) et (ACA") nous invitent à utiliser la rotation de centre A.

A'AB étant un triangle rectangle isocèle on a donc

AA' =AB et A'AB = 90° dans A' pour image B dans la rotation de centre A d'angle 90° (rotation dans le sens inverse des aiguilles d'une montre).

On peut faire de même en considérant le triangle (A"A C).

Activité V



Soit P le plan (I J K)

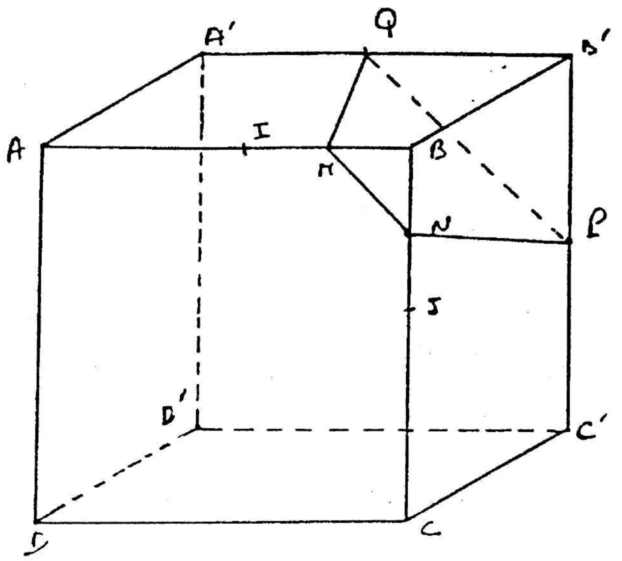
[IJ] et [JK] sont les intersections du plan P avec les faces (A B C) et (A C D).

Pour construire l'intersection de P avec la face (B C D) par exemple, il faut un autre point que K sur cette face.

Pour déterminer ce 2ème point, on peut démontrer tout d'abord que les droites (IJ) et (BC) sont sécantes en un point : E et énoncer toutes les relations d'appartenance commençant par "E appartient à". Par exemple E $\in$ (IJ), E $\in$ BC) ... etc ...

En faisant de même avec K on peut alors montrer que (KE) est l'intersection des plans (IJK) et (BCD). Il suffit ensuite de poursuivre.

Activité VI



Il faut montrer que (M N P Q) est un trapèze isocèle.

On peut d'abord montrer que (MN) et (PQ) sont parallèles.

Pour cela on montrera en utilisant le théorème des milieux dans un triangle que (P Q) et (A'C') sont parallèles.

On démontrera en utilisant la réciproque du thèorème de Thalès que (M N) et (A C) sont parallèles.

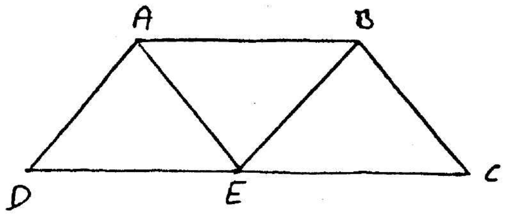
On utilisera ensuite le fait que (A C) et (A'C') sont parallèles.

Il faut aussi montrer que M Q = N P on peut pour cela utiliser les trapèzes rectangles (M B B' Q) et (B B' P N) ou les triangles rectangles (I Q M) et (N P J).

REDACTION D'UNE DEMONSTRATION DU PROBLEME

Activité I

Compléter la rédaction suivante :



(A B) parallèle à (D C) car .... est un ....
donc (A B) et (D E) sont ....
De plus (A D) parallèle à (B E) donc A B E D est un ....
d'où AD = ...

(A B E D) est un .... donc A B = ...
or D C = 2 AB donc D C = 2 ....
or E appartient au segment .... donc E est le .... de [DC]
d'où E C = D E = ...

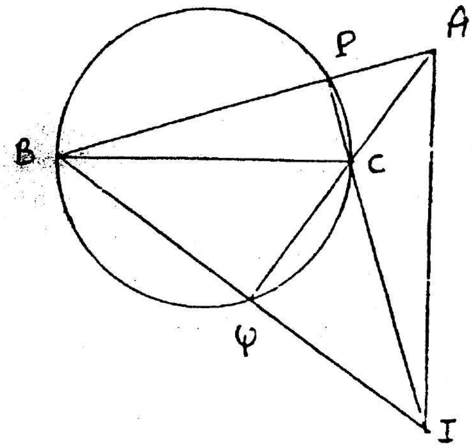
De plus (A B) et (E C) sont .... car ....
donc (A B C E) est un ....
d'où A E = ...

A D = B C car ....
or B E = A D donc B E = ...
et A E = ...
donc A E = ... d'où A E B est ....

Prolongement : Construire le trapèze isocèle (A B C D) de l'exercice ci-dessus avec DC = 2AB et de telle sorte que le triangle A B E soit rectangle et isocèle en E.

Activité II

Compléter la rédaction suivante :



P est un point du cercle $\mathscr{C}$, [BC] est .... du cercle
donc le triangle B P C est .... en ....
donc (B P) et (P C) sont .... d'où (B P) et (P I) sont ....
Dans le triangle B A I, (P I) est donc .... issu de ....

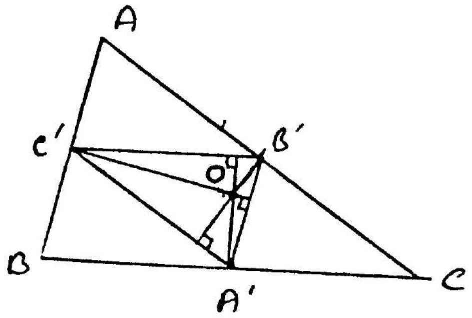
Q est un point du cercle $\mathscr{C}$, [BC] est ....
donc le triangle (B Q C) est .... en ....
donc (B Q) et (Q C) sont .... d'où (B Q) et (Q A) sont ....
Dans le triangle BAJ, (A Q) est donc ....

Le point C est donc .... du triangle A B I car
(A Q) et .... sont des ....
donc (B C) est .... issue de .... du triangle ....
d'où (B C) et ....

Prolongement : Traiter le cas particulier où A B C est rectangle en B ou C.

Activité III

Compléter la rédaction suivante :



Dans le triangle (A B C), B' est le milieu de [A C] et C' le milieu de [A B] d'après la réciproque du théorème de Thalès; on a donc (C'B') .... à (B C)
or (O A') est .... à (B'C') car (O A') est la .... issue de A du triangle (A'B'C')
donc (O A') est .... [B C]
de plus A' est le .... de [B C] donc (O A') est .... du segment [B C].

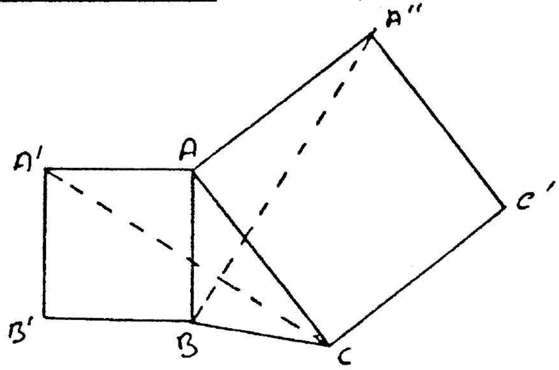
De même dans le triangle (A B C), A' est le milieu de [B C] et C' le milieu de [A B].
D'après la réciproque de Thalès on a donc (A'C') .... à (A C)
or (O B') est .... (A'C') car (O B') est ....
donc (O B') est .... à (A C)
de plus B' est le .... de [A C] donc (O B') est .... du segment [A C].

Si (O B') et (O A') dont deux .... du triangle (A B C)
alors O est .... du triangle (A B C)
donc O A = ... = ...

Prolongement : Comparer le centre de gravité du triangle (A B C) et celui du triangle (A'B'C').

Activité IV

Compléter la rédaction suivante



A'A = A B car A' A B B' est ....

$\widehat{A'AB}$ = ° car A' A B B' est ....

donc A' a pour image .... dans la rotation de centre ....

et d'angle .... dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

A C = A A" car ....

$\widehat{CAA''}$ = ... car ....

donc C a pour image .... dans la ....

et d'angle .... dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

Si R est cette rotation

par R : A' →

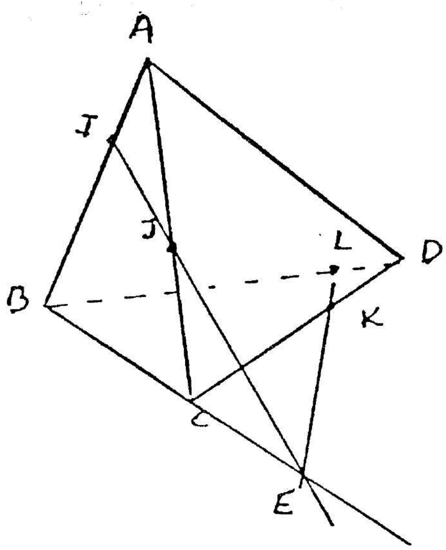
C →

or une rotation est une .... , donc : A'C = ...

Prolongement : démontrer que [A'C] et [B A"] sont perpendiculaires.

Activité V

Compléter la rédaction suivante



Soit P le plan (I J K)

le segment [I J] est l'intersection de P avec la face ....

le segment [J K] est l'intersection de P avec la face ....

Les droites (I J) et (B C) sont coplanaires car elle sont incluses dans le plan ....

Soit E leur point d'intersection.

E appartient à P car E .... à (I J) et (I J) .... dans ....

E appartient au plan (B C D) car E .... et ....

E et K appartiennent à l'intersection de P et du plan ....

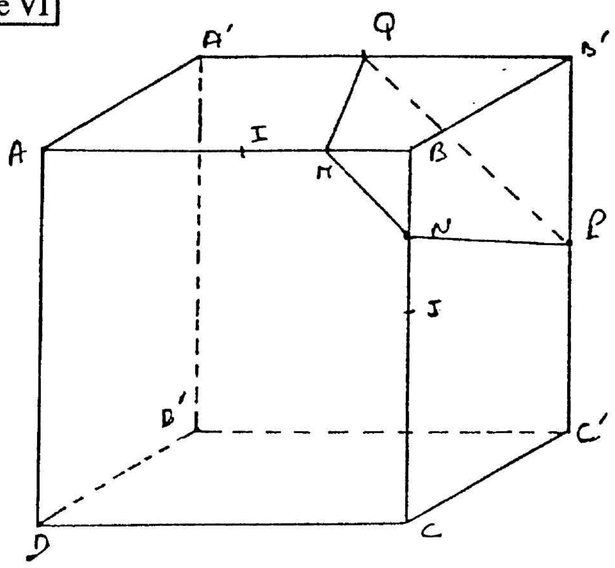
On trace (E K) qui coupe (B D) en L.

alors [K L] représente l'intersection de P avec ....

intersection de P avec la face (A B D) est ....

Prolongement Lorsque I, J, K sont les milieux respectifs de [A B], [A C], [C D], quelle est la nature de l'intersection de P avec le tétraèdre.

Activité VI



Compléter la rédaction suivante :

Dans le triangle (A'B'C') Q est .... de [A'B']
P est .... de [B'C']
d'après la réciproque du théorème de Thalès : (P Q) est .... à (A'C')

Dans le triangle (A B C) B M = $\frac{1}{2}$ B I donc B M = ... B A
d'où $\frac{B\,M}{B\,A}$ = ...
B N = $\frac{1}{2}$ B J donc B N = ... B C
d'où $\frac{B\,N}{B\,C}$ = ...
donc $\frac{B\,M}{B\,A}$ .... $\frac{B\,N}{B\,C}$ d'après la réciproque du théorème de Thalès
(M N) est .... à (A C)
Or (A C) est .... à (A'C') car (A A' C' C) est un parallélogramme.
(en effet A A' = ... et (A A') est .... à (C C')
donc (M N P Q) est un ....

Il faut de plus montrer que M Q = ... Le quadrilatère (Q I B B') est un rectangle car ....
donc Q I .... B B' = 5
I M = ... B A = $\frac{5}{\ }$

de triangle I Q M est rectangle en .... , en utilisant le théorème de Pythagore,
M Q^2 = ... + ... donc M Q^2 = ... et M Q =
De même le triangle N P J est rectangle en .... d'après le théorème de Pythagore
= .... + ... donc NP^2 = ... et NP = ...
On déduit donc que M Q .... N P donc (M N P Q) est un ....

Thème : $\boxed{\textbf{ESPACE}}$

Mise en oeuvre des propriétés de la géométrie de l'espace à travers des activités rarement abordées en cours.

Objectifs :

1/ Aborder d'un point de vue méthodologique certains problèmes de géométrie de l'espace.

2/ Réinvestir les connaissances acquises, les organiser.

3/ Prolonger et approfondir le travail effectué en classe.

Méthode :

Traitement d'exercices de difficultés croissantes dont la méthode générale de traitement est définie par le premier exercice de chaque série.

PROBLEMES D'OMBRES

Les problèmes d'ombre peuvent fournir à divers niveaux (mais peut-être pas chez les débutants?) un terrain d'exercice intéressant pour la mise en oeuvre des diverses connaissances acquises en géométrie de l'espace.

Ces problèmes font intervenir deux types de situations déterminées par la nature de la source lumineuse :

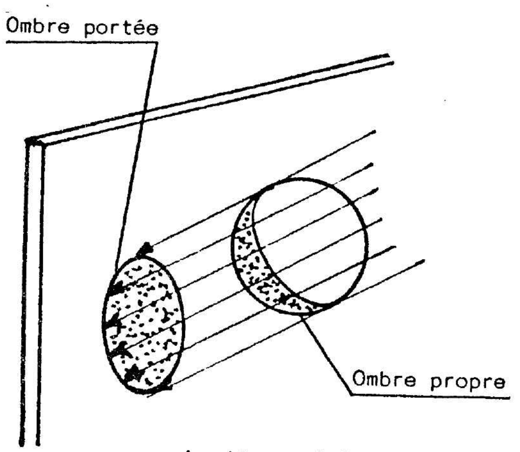
* la lumière solaire
* la lumière artificielle ("au flambeau")

Dans le premier cas, la source lumineuse est tellement éloignée que par rapport à la taille des objets terrestres on peut la considérer à l'infini et, de ce fait, les rayons lumineux sont parallèles. Le modèle mathématique correspondant est la projection cylindrique sur un plan suivant une direction donnée. Cette projection donne naissance à la perspective cavalière.

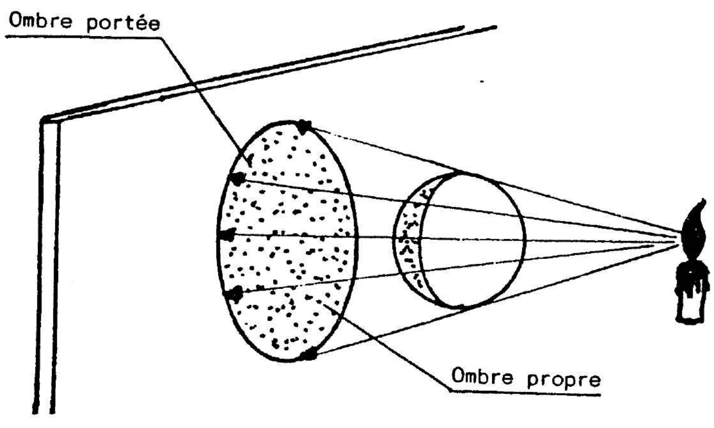
Dans le deuxième cas, les rayons lumineux émanant d'une source rapprochée, leurs supports concourent en un point (la source). Le modèle mathématique correspondant est la projection conique sur un plan à partir d'un point extérieur à ce plan. Cette projection donne naissance à la perspective centrale.

Pour être complet, il faut ajouter que dans tous les cas on distingue deux sortes d'ombres :

* l'ombre propre de l'objet, située sur l'objet est la partie non éclairée de celui-ci
* l'ombre portée par un objet sur une surface quelconque



Lumière solaire



Lumière artificielle

LA NATURE DES PROBLEMES

De ce qui précède, on peut distinguer plusieurs types de problèmes selon que la lumière sera solaire ou artificielle, que l'on cherchera l'ombre propre ou portée. Toutefois, si l'on suppose connue la position de la source lumineuse, sa nature, et si l'on veut bien s'en tenir à la recherche de l'ombre portée sur des plans particuliers, le modèle de traitement est fourni, pour l'ombre d'un point donné, par la recherche de l'intersection d'une droite et d'un plan. Cette droite pouvant être définie par deux points ou par un point et sa direction. La méthode consiste à choisir un plan auxiliaire convenable contenant cette droite et à chercher son intersection avec un plan donné.

Les fiches de travail qui suivent constituent une approche de ce que peut être un tel travail. On a volontairement traité des deux aspects qui interviennent : la mise en évidence des parties ombrées ou celle des parties éclairées.

La fiche 1 est une approche méthodologique du traitement des ombres solaires, la fiche 2 sur le même thème propose la recherche des parties éclairées.

Les fiches 3 et 4 reprennent le même travail lorsque la lumière est artificielle.

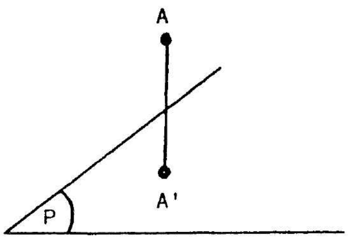
LES DIFFICULTES

Une des premières difficultés auxquelles on peut se heurter réside dans la nature rectiligne des rayons lumineux qui n'est pas une évidence pour tous les élèves. Une autre réside dans la nature du dessin. En effet, il faut faire cohabiter sur un même dessin plan des représentations planes d'objets de l'espace (une boule, un tableau) ainsi que des représentations de ces objets sur d'autres objets (l'ombre de la boule est une représentation de la boule sur le tableau). Il y a donc deux niveaux de lecture au sein d'un même dessin : le niveau des objets, le niveau des ombres.

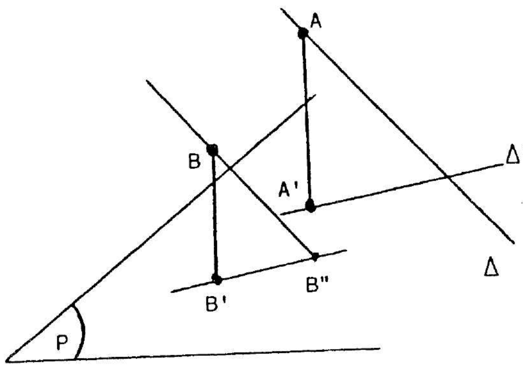
Il est donc souhaitable, dans tous les cas, d'accompagner tout travail de ce type d'expériences réelles facilement réalisables : une lampe, le soleil, un objet, permettent de visualiser les situations.

FICHE 1

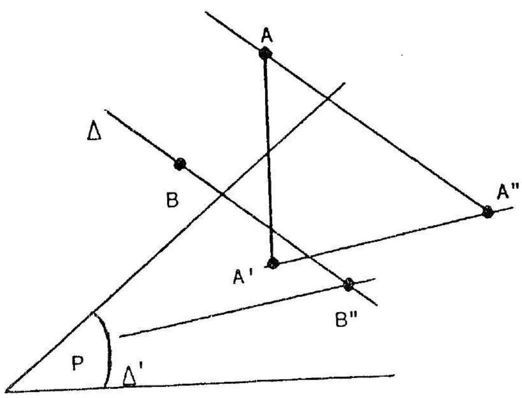
Dans cette fiche, la lumière est solaire, les rayons lumineux sont parallèles. Les objets sont représentés en perspective cavalière.



L'exercice 1 est une approche de la méthode générale de traitement. L'ombre du bâton AA' vertical et reposant sur le plan P, est connue dès que l'on connaît l'ombre de A. Il faut donc se donner la direction d'un rayon lumineux. Cela ne peut se faire que de deux façons : soit en donnant un rayon passant par deux points fixes (un sur un bâton vertical, un sur le plan P), soit en donnant un rayon et sa projection orthogonale sur le plan P.



<u>1er cas</u> : On connait un bâton vertical BB' et B" ombre de B, B' est dans le plan P.
Tout rayon aura comme direction (BB").
Le bâton AA' étant vertical et A' étant dans P, l'ombre de A est donc sur la parallèle Δ à (BB") passant par A ainsi que dans le plan Q défini par (AA') et la droite Δ. Le plan Q contenant (AA') parallèle à (BB') et Δ parallèle à (BB"), il est donc parallèle au plan Q' qui contient B, B' et B". Les plans Q et Q' coupent P suivant deux droites parallèles. Une est (B' B"), l'autre Δ' passe par A'. L'intersection de Δ et Δ' est l'ombre A" de A.

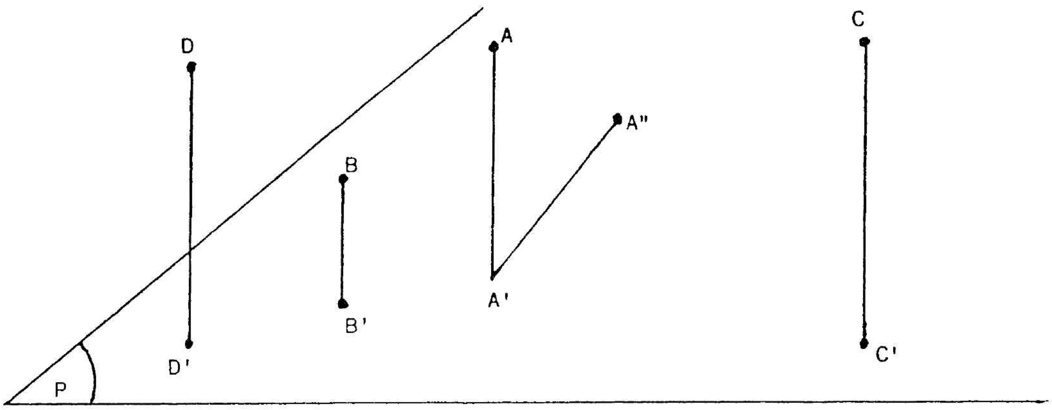


<u>2ème cas</u> : on connait un rayon Δ ainsi que sa projection orthogonale Δ' sur P. Tout rayon aura la direction de Δ. Si B est un point de Δ, on connait l'ombre B" de B qui est l'intersecton de Δ et Δ'. En se ramenant au cas précédent on déterminera A".

Plus généralement, l'ombre A" d'un point A étant donnée, la projection orthogonale A' sur le plan d'ombre P de ce point A va nous donner la direction de l'ombre (A'A") du bâton AA'. Sachant que des plans parallèles coupent un même plan suivant des droites parallèles, nous connaîtrons alors la direction des ombres de tous les bâtons. Les exercices 1, 2, 3, 4 et 5 suivants sont des applications directes de ce résultat.

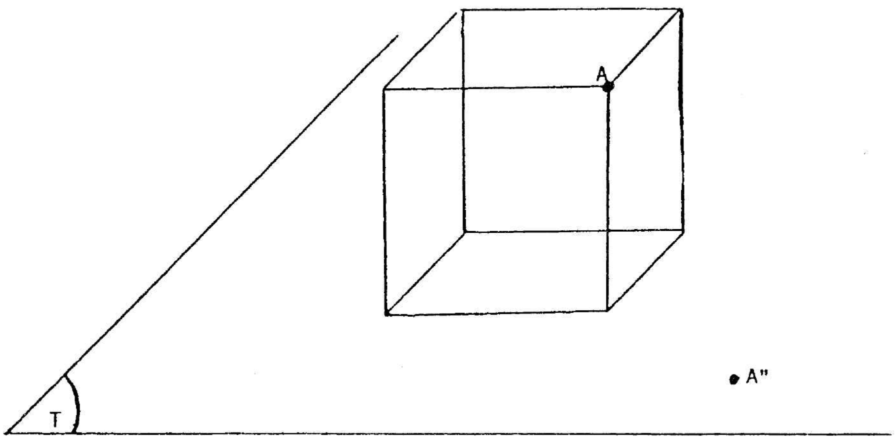
Exercice 1 :

On connait l'ombre A'A" dans le plan P du bâton AA'. Dessiner les ombres des autres bâtons sachant que la lumière est solaire, que AA', BB', CC', DD' sont verticaux et que A', B', C', D' sont dans P.



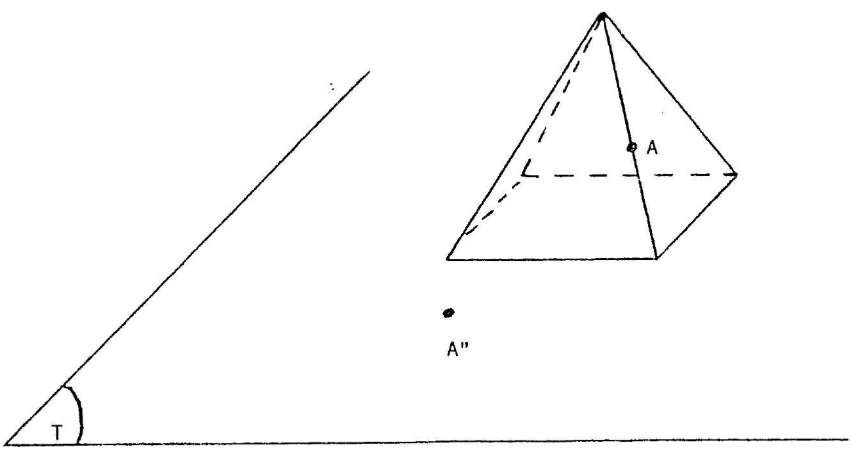
Exercice 2 :

Un cube en fil de fer est posé sur une table T. On connait l'ombre solaire A" d'un coin A de cube. Compléter l'ombre du cube.



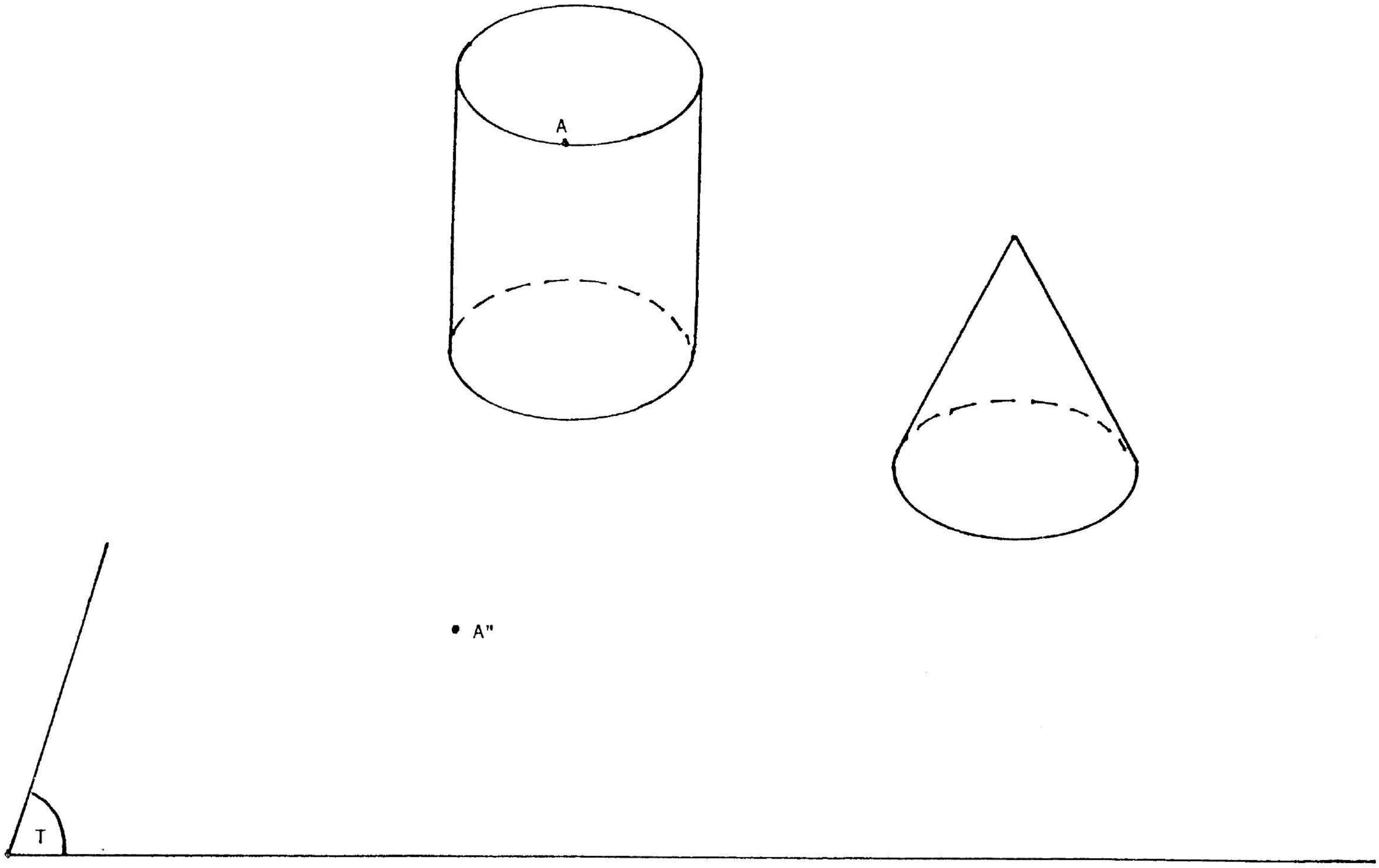
Exercice 3 :

Une pyramide régulière en bois à base carrée est posée sur une table T. On connait l'ombre solaire A" d'un point A d'une arête. Tracer l'ombre du sommet, compléter l'ombre de la pyramide.



Exercice 4 :

Un cylindre et un cône en bois sont posés sur une table T. On connait l'ombre A" d'un point A du cylindre. Tracer l'ombre du sommet du cône, du disque supérieur du cylindre. Compléter les ombres.

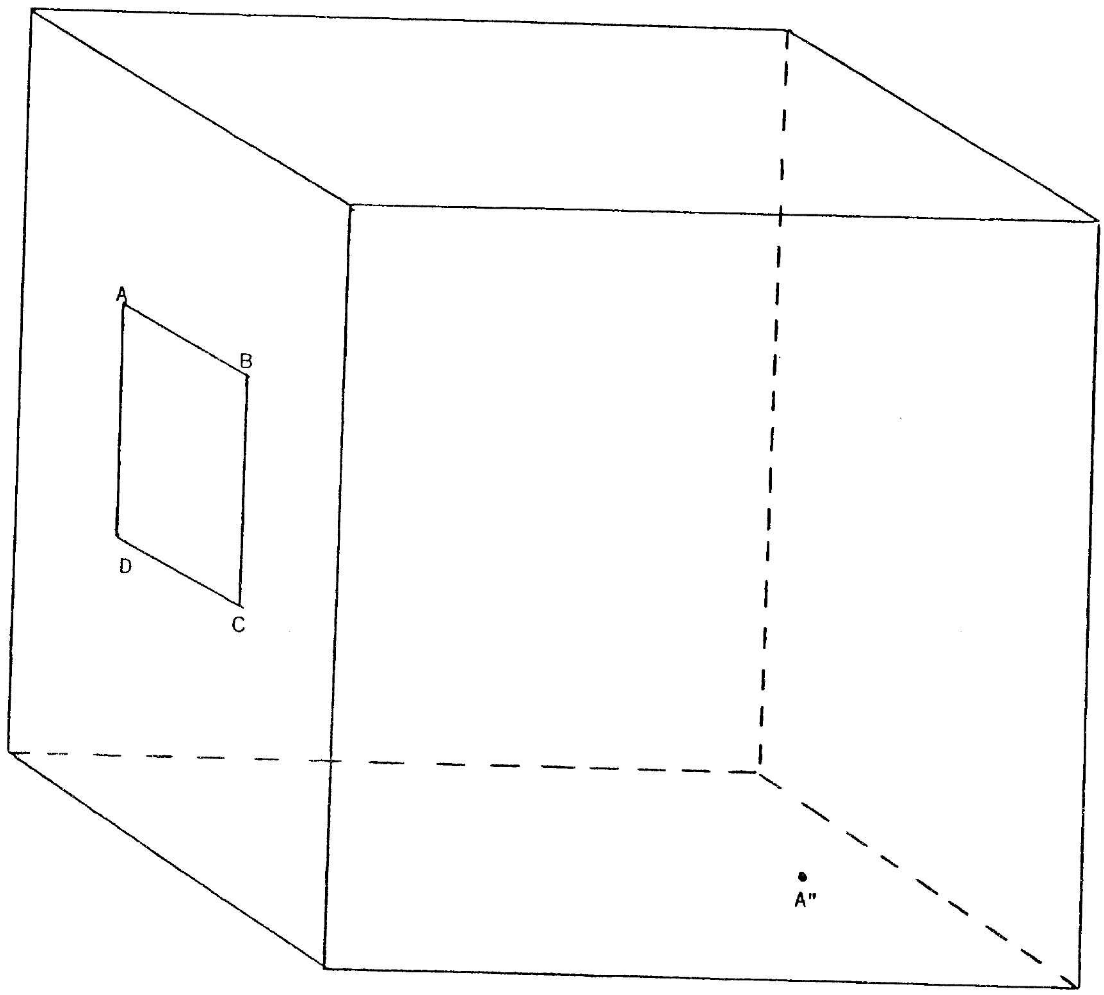


FICHE 2

Dans cette fiche, les dessins sont en perspective cavalière, la lumière est solaire, elle pénètre à l'intérieur d'une maison par une fenêtre, on cherche la partie éclairée. Le problème paraît inversé par rapport aux précédents mais en fait, il suffit de connaître les ombres portées des "bâtons" servant de contour à la fenêtre. L'exercice 2, plus délicat, peut être abordé comme la recherche de l'ombre sur deux plans différents : ombre complète sur le plan du sol, ombre complète sur le plan contenant le mur arrière. Il suffira ensuite de retenir ce qui est effectivement dans ces murs.

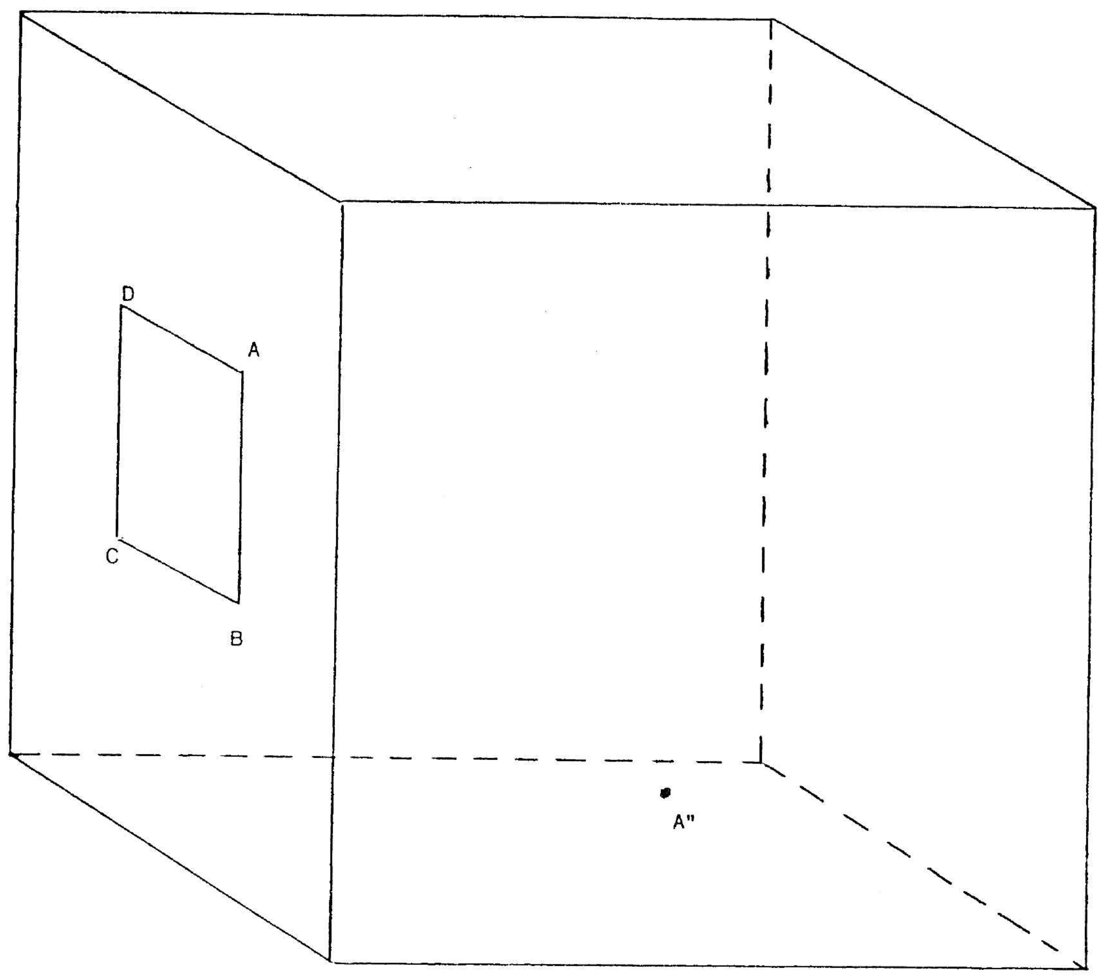
Exercice 1 :

Un rayon de lumière solaire pénètre par le coin A de la fenêtre et laisse en A" une trace sur le sol. Dessiner l'image éclairée de la fenêtre à l'intérieur.



Exercice 2 :

Même question que l'exercice 1.

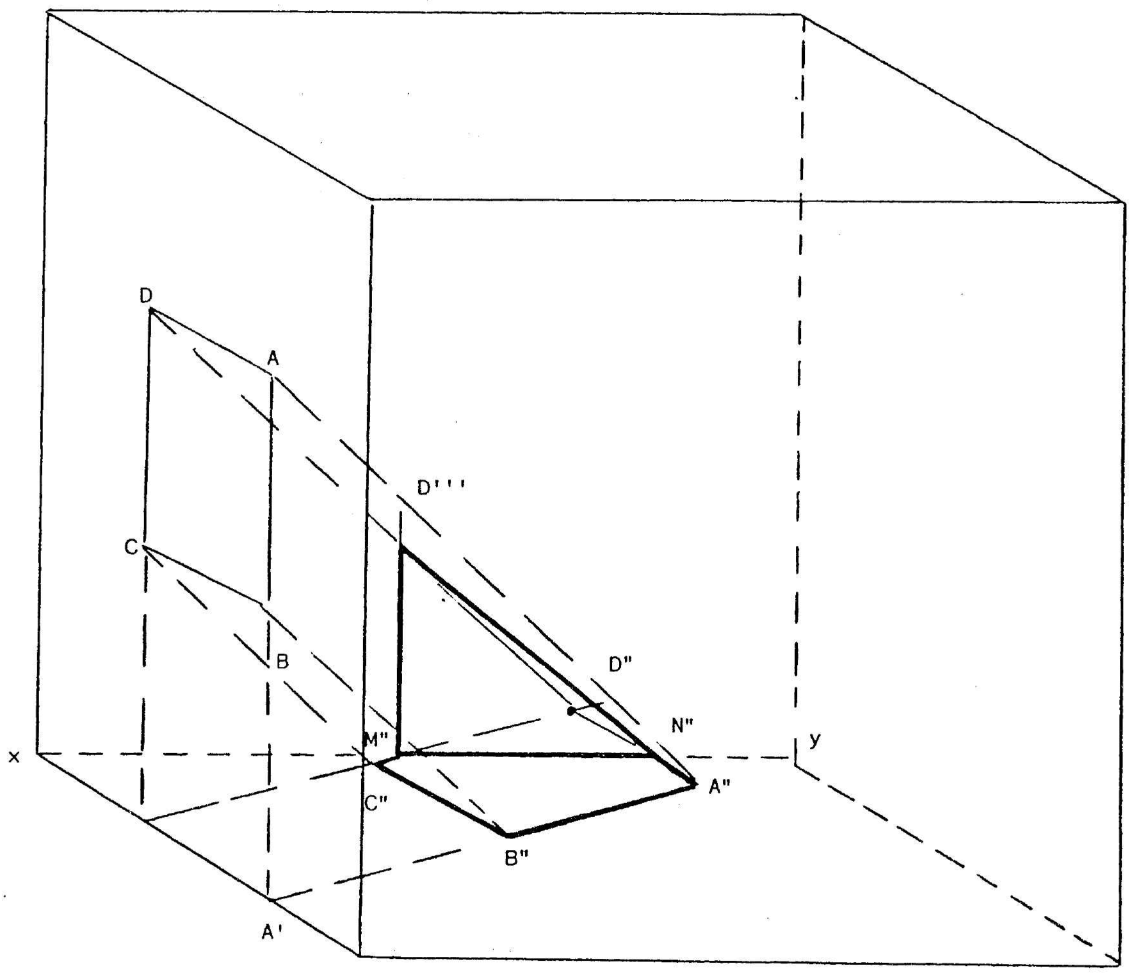


Remarque : La difficulté ici est que l'on ne connait pas sur le mur arrière (ou plutôt sur le plan qui le contient) l'ombre du point A. On peut se référer au théorème "du toit" qui dit "Si deux plans P et P' sécants suivant une droite Δ sont coupés par un troisième plan Q parallèle à Δ, les intersections de Q et P ainsi que de Q et P' sont parallèles à Δ".

De ce théorème, on peut déduire que (DA) ainsi que (CB) sont parallèles à leurs "ombres" sur le sol et qu'il en est de même pour (DC), (AB) et leurs ombres sur le mur arrière. Ce résultat peut être mis en oeuvre dans l'exercice 1 également.

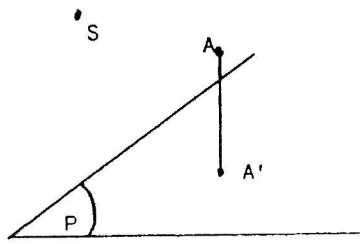
Corrigé de l'exercice 2, Fiche 2

A' étant la projection orthogonale de A sur le sol, l'ombre de AA' est A'A". Comme B est sur AA', l'ombre B" de B est l'intersection de (A'A") avec la parallèle à (AA") passant par B. En supposant que le mur arrière n'existe pas, on obtiendrait de la même façon les points C" et D" ombres de C et D sur le sol (cf. exercice 1, fiche 1). Si (xy) est l'intersection du sol et du mur arrière, en désignant par M" et N" les intersections de (xy) avec respectivement (C"D") et (D"A"), le polygone A"B"C"M"N" est l'ombre au sol à l'intérieur de la maison.
Pour déterminer l'ombre sur le mur arrière, considérons "le toit" constitué par le mur de gauche et le mur arrière. Le plan CDC"D" est parallèle au faite de ce toit, il coupe donc les deux murs gauche et arrière suivant deux parallèles. Une de ces parallèles est (CD), l'autre passe par M" qui est à la fois dans le mur arrière et dans le plan CDC"D". L'intersection de cette deuxième parallèle avec (DD") donne le point D''' et l'ombre sur le mur arrière est le polygone M"D"N".

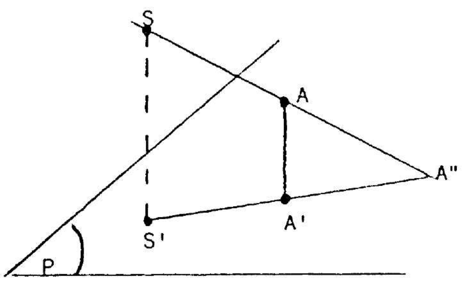


FICHE 3

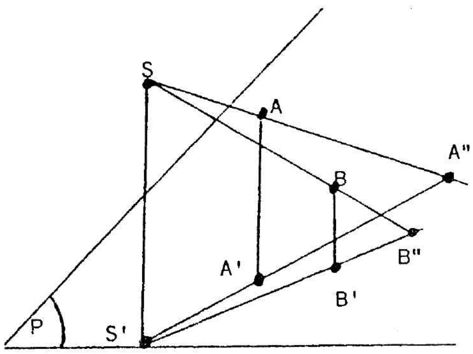
Dans cette fiche, la lumière est artificielle, les supports des rayons lumineux convergent vers une source S. Les dessins sont en perspective cavalière.



L'exercice 1 est une approche générale de la méthode de traitement. L'ombre du bâton AA' vertical et reposant sur le plan P est connue dès que l'on connait l'ombre de A. Il faut donc connaître la direction du rayon (SA). Cela ne peut se faire que si l'on connait l'exacte position de la source S, pour cela deux alternatives : ou bien on connait S et sa projection orthogonale S' sur P, ou bien on connait déjà S, un point et son ombre.



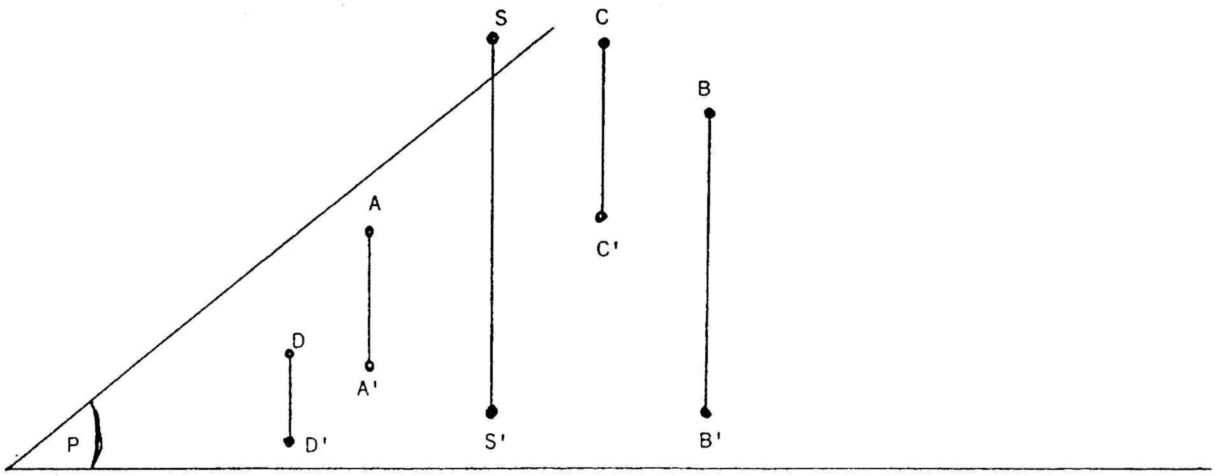
<u>1er cas</u> : S est précisée par sa projection orthogonale S' sur P.
Les quatre points SS'AA' sont coplanaires. Si Q est le plan qui les contient, (S'A') est l'intersection de P et Q et l'ombre A" de A sera l'intersection de (S'A') avec (SA).



<u>2ème cas</u> : On connait S et B" qui est l'ombre de B. Le point B est situé grâce à sa projection orthogonale B' sur P.
Le plan Q contenant SBB'B" est un plan vertical, son intersection avec P contient donc la projection orthogonale S' de S sur P. Comme l'intersection de P et Q est la droite (B'B"), la projection orthogonale S' de S sur P sera l'intersection de (B'B") et de la parallèle à (BB') passant par S. Une fois connue S', le problème se ramène pour A au cas précédent.
Plus généralement, S étant donné, l'ombre A" d'un point A sera connue lorsque sera connu le plan Q qui contient S, A, les projections orthogonales sur le plan d'ombre de S et de A.
Les exercices 1, 2, 3, 4, 5 suivants sont des applications directes de ce résultat.

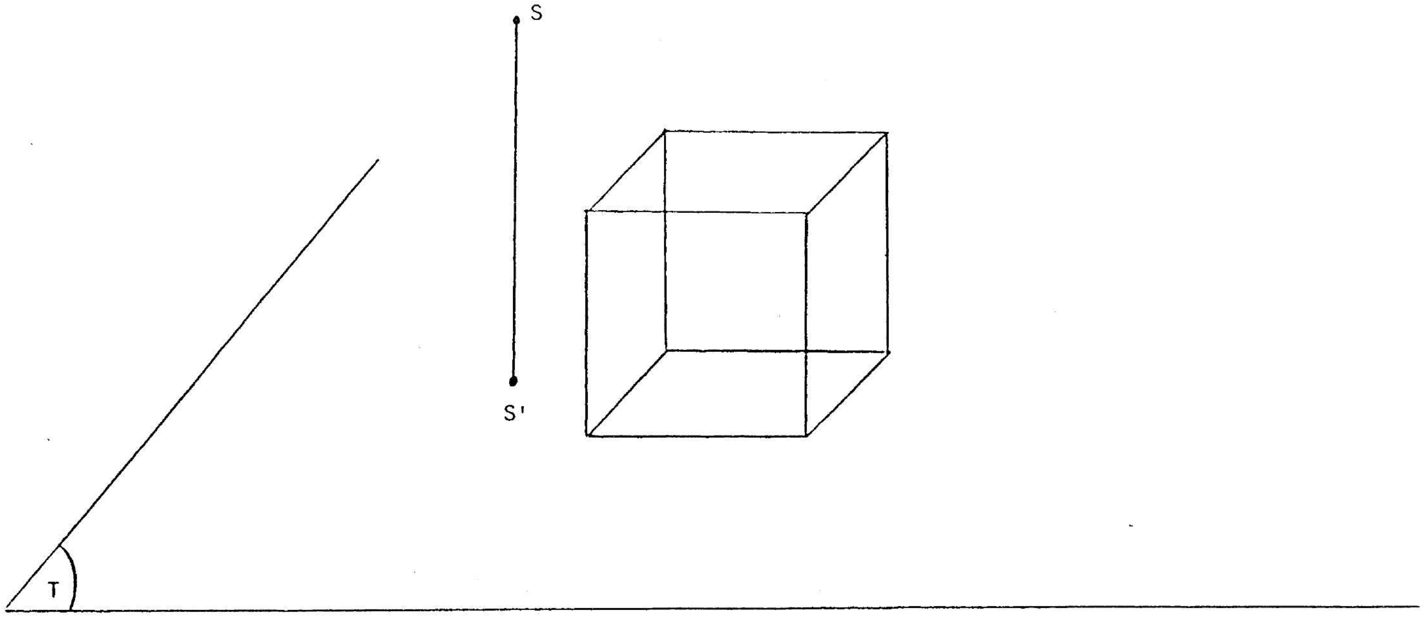
Exercice 1 :

SS' est un lampadaire vertical. Dessiner les ombres des bâtons verticaux AA', BB', CC', DD' sur le plan P sachant que A', B', C', D', S' sont dans le plan P.



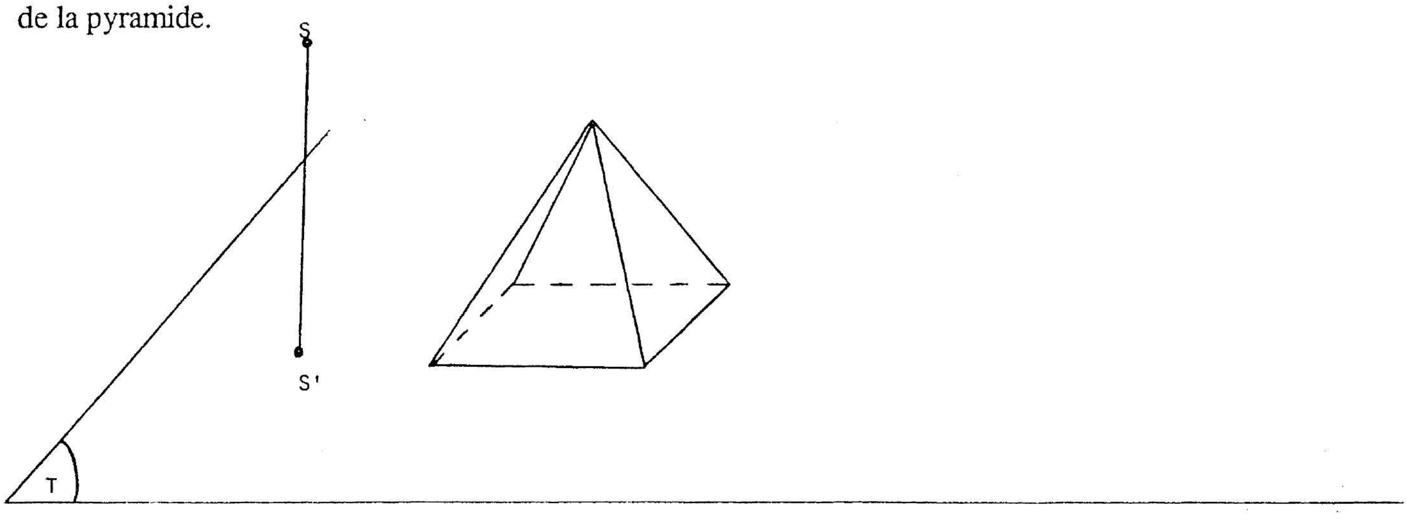
Exercice 2 :

Un cube en fil de fer est posé sur une table T. La lumière émane d'une source S dont on connait la projection orthogonale S' sur T. Compléter l'ombre du cube.



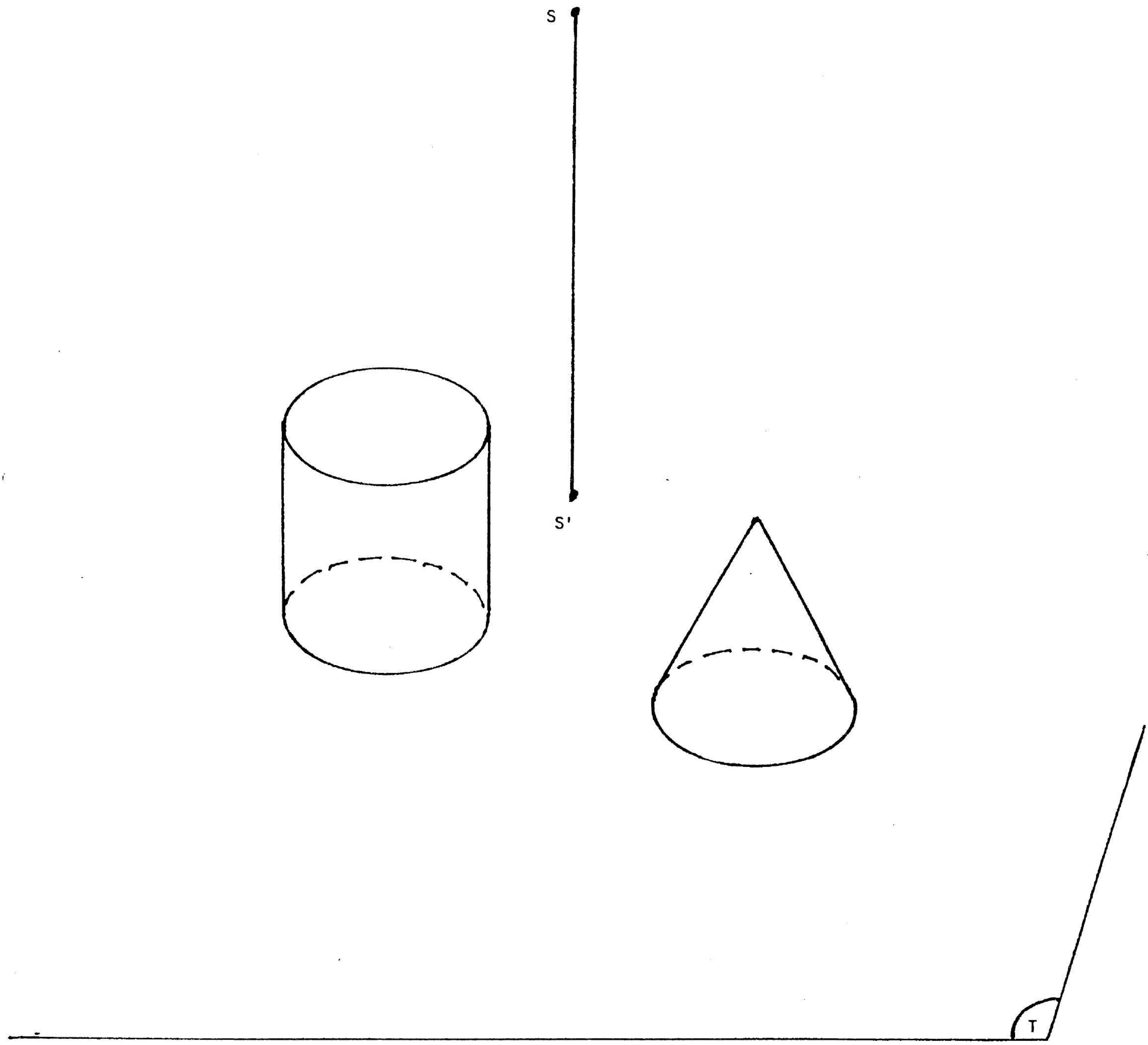
Exercice 3 :

Une pyramide en bois à base carrée est posée sur une table T. La lumière émane d'une source S dont on connait la projection orthogonale S' sur T. Tracer l'ombre du sommet, compléter l'ombre de la pyramide.



Exercice 4 :

Un cylindre et un cône en bois sont posés sur une table T. La lumière émane d'une source S dont on connait la projection orthogonale S' sur T. Tracer l'ombre du sommet du cône, du disque supérieur du cylindre. Compléter les ombres.

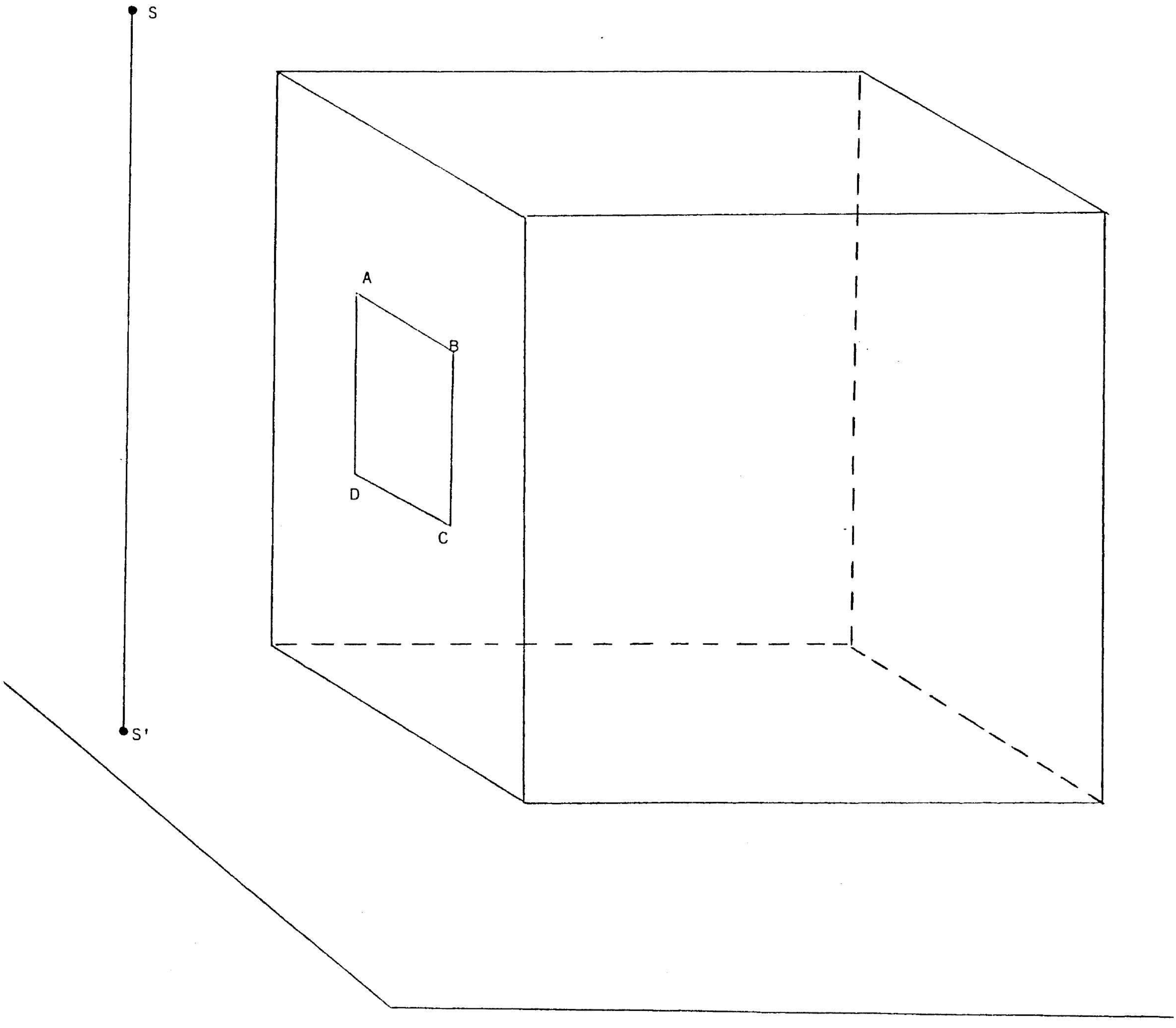


FICHE 4

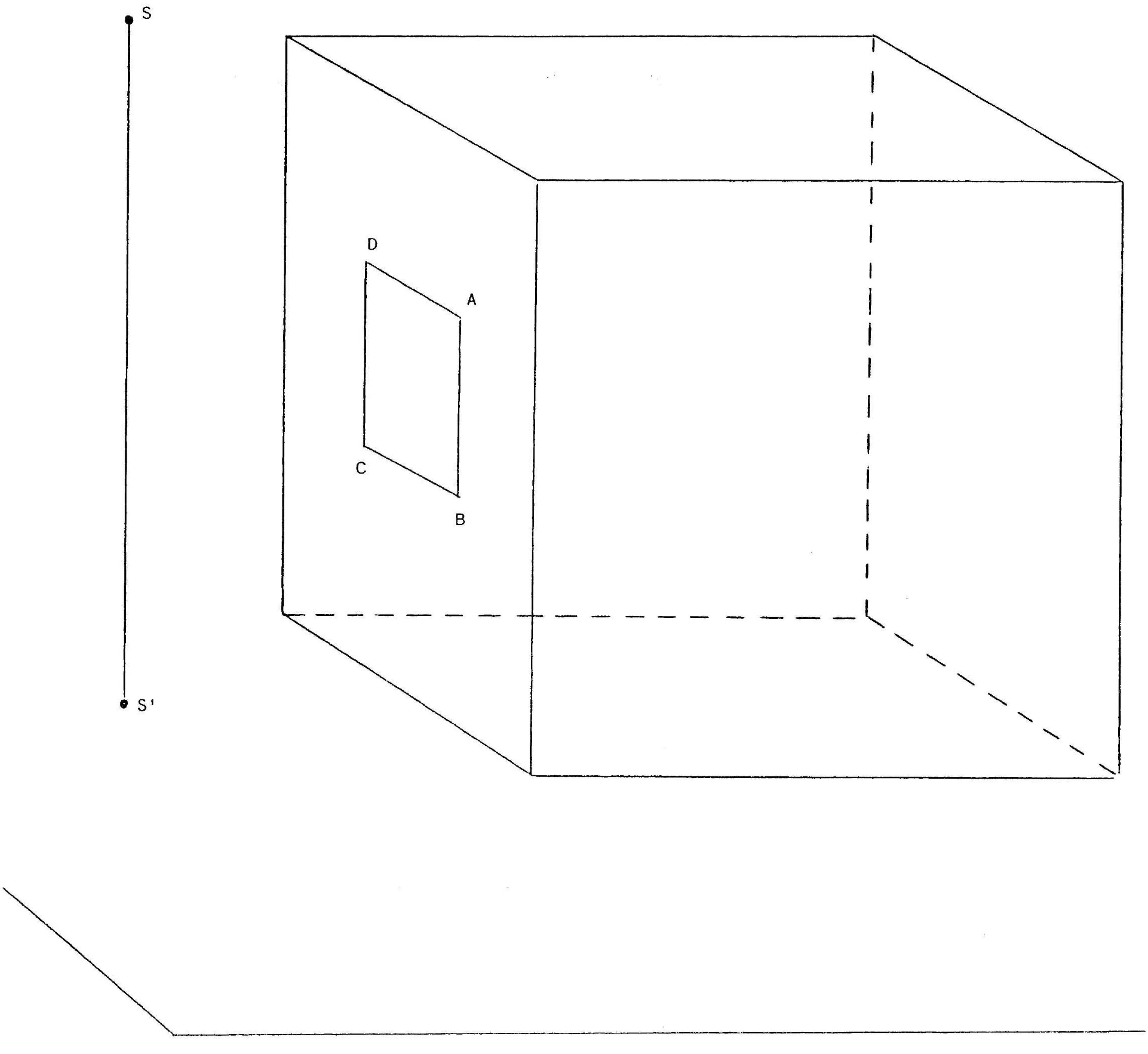
Dans cette fiche, les dessins sont en perspective cavalière, la lumière est artificielle, elle pénètre à l'intérieur d'une maison par une fenêtre, on cherche la partie éclairée. On connait la source S et sa projection orthogonale S' sur le plan du sol de la maison. La méthode reste la même, il suffit de connaître les ombres portées des "bâtons" servant de contour à la fenêtre.

Exercice 1 :

Un lampadaire SS' éclaire l'intérieur de la maison. Dessiner l'image élcairée de la fenêtre à l'intérieur.



Exercice 2 : Même question que l'exercice 1.



Remarque : On peut, dans un premier temps, rechercher l'ombre au sol en faisant abstraction du mur arrière. On se reportera ensuite au corrigé de l'exercice 2, fiche 2 pour avoir l'ombre sur le mur arrière.