INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Université Montpellier II

Place Eugène Bataillon
cc 040
34095 MONTPELLIER Cedex 05
Tél : 04.67.14.33.83 - 04.67.14.33.84
Fax : 04.67.14.39.09
e.mail : irem@math.univ-montp2.fr

Narration de Recherche

A. Chevalier - M. Sauter

- 1992 -

INTRODUCTION

Cette brochure s'adresse aux professeurs qui désirent mettre en oeuvre, dans leurs classes, de nouvelles pratiques à propos de la résolution de problèmes.

Nous ne développons aucune argumentation sur la nécessité de résoudre des problèmes dans l'enseignement des mathématiques, de nombreux ouvrages y sont consacrés. Mais nous pensons intéresser les professeurs qui souhaitent éveiller chez des jeunes le goût de la recherche d'un problème de mathématique et qui souhaitent avoir une connaissance plus approfondie de leurs élèves.

Cette brochure présente une méthodologie expérimentée par les professeurs du groupe géométrie de l'IREM de Montpellier. Ont participé à la mise en place de cette méthode : AMSALEM A., AUDIBERT G., BASCOU N., BONAFÉ F., BRUNET R., CALLIET J.J., CHEVALIER A., DRAY L.,FABRE-RIOS G., NAUDEILLO J., PAILHAS N., PAIS L.C., PELOUZET B., ROBERT J.P., SAUTER M.

SOMMAIRE

1. Pourquoi des narrations de recherche ?
Qu'est-ce qu'une narration de recherche ? p. 3

2. Description de la méthode p.5
2.1. Les énoncés p.7
2.2. Les consignes données aux élèves p.10
2.3. La correction et l'évaluation des copies p.12
2.4. Le compte-rendu en classe p.15

3. Questions soulevées par la pratique des narrations de recherche
Premières approches p.17
3.1. La narration de recherche et les élèves p.17
3.2. La narration de recherche et les programmes p.19
3.3. La narration de recherche et la démonstration p.21

4. Narrations de recherche d'élèves
Exemples de travaux d'élèves p.23

5. Des sujets de narration p.41

Bibliographie p.57

1. Pourquoi des narrations de recherche ? Qu'est-ce qu'une narration de recherche ?

Pendant quelques années, les professeurs de l'équipe de Géométrie de l'IREM de Montpellier [15]* dirigée par Gérard AUDIBERT ont procédé à des expérimentations sur des groupes d'élèves pour étudier les procédures qu'ils mettaient en oeuvre lors de la recherche des solutions de problèmes de géométrie [1], [2], [5], [7].

Ces expérimentations se déroulaient de la manière suivante : dans une ou deux salles de classe, une douzaine de professeurs consacraient une heure à observer chacun un seul élève dans le but, clairement exprimé au début de la séance, d'étudier les différentes étapes de sa recherche; ils n'intervenaient pas, ne portaient aucun jugement, ne pénalisaient aucune erreur, ne centraient pas leur attention sur le résultat à trouver ... . Ils manifestaient simplement par leur attitude, par les notes qu'ils prenaient ... qu'ils ressentaient un très vif intérêt pour ce que **fait, pense et dit** l'élève observé [10], [12].

Ces expérimentations nous montrent que des élèves placés dans certaines conditions font preuve d'une surprenante capacité de recherche. Motivés sans doute par la présence très attentive d'un observateur auprès de chacun d'eux, ils manifestent une grande ingéniosité et révèlent des qualités souvent insoupçonnées. De plus, nous pouvons dire qu'ils prennent plaisir à la recherche d'un problème de mathématique.

Avions-nous là des élèves particulièrement brillants ? Non ! Ils avaient été choisis au hasard dans des établissements de l'Académie de Montpellier. Alors, nos propres élèves ont-ils, eux aussi, de telles qualités ? Comment le savoir ? Comment nous en rendre compte ? Une observation individuelle de chacun d'eux est impossible pour des raisons matérielles. Comment les jugeons-nous habituellement lorsque nous leur proposons une résolution de problème ? Nous évaluons leurs devoirs qui contiennent (ou non) la solution (démontrée ou pas) du problème.

Mais nous n'apprécions là que la phase finale de la résolution d'un problème, car nous pouvons diviser l'activité de la résolution d'un problème en deux phases : la recherche de la solution et la rédaction de cette solution.

La première phase est essentielle et plaît en général aux élèves. Elle est faite d'essais, de tâtonnements, d'intuition, c'est un moment d'activités inorganisées où l'élève suit plusieurs pistes, met en oeuvre de nombreuses stratégies.

Puis cette phase de recherche est suivie d'une mise en forme de la solution. L'élève se heurte alors à la mise en ordre et l'articulation de ses argumentations, à des difficultés de vocabulaire, de syntaxe. Il peut ne rien écrire malgré une recherche très importante s'il juge ses résultats non présentables, il s'autocensure et nous n'avons aucune trace de la richesse de sa véritable recherche.

* Voir bibliographie à la fin de la brochure

Lors des expérimentations, nous pouvions apprécier la phase de recherche à travers tous les protocoles écrits par chaque observateur. Or, nous voudrions bien comprendre : **comment** un élève trouve un problème ou **pourquoi** il ne trouve pas.

Voici comment est née chez Arlette CHEVALIER [8] l'idée de faire écrire aux élèves eux-mêmes cette phase de recherche puisqu'il est impossible pour un professeur de pratiquer une observation individuelle de chacun d'eux. L'élève doit raconter les différentes étapes de sa recherche avec ses impasses, ses réussites.

Cette idée reprise par les professeurs du groupe Géométrie de l'IREM de Montpellier [9], [3], [4] a donné naissance à ce nouveau type de devoirs que nous avons nommés **narration de recherche** et dont nous pouvons donner la définition suivante :

Une narration de recherche est l'exposé détaillé, écrit par l'élève lui-même, de la suite des activités qu'il met en oeuvre lors de la recherche des solutions d'un problème de mathématique [16].

Quel nouveau genre de devoir obtenons-nous ?

Pour mieux appréhender ce que constitue vraiment une narration de recherche, vous trouverez page 23 des devoirs d'élèves qui présentent, à nos yeux les qualités d'une bonne narration de recherche.

2. Description de la méthode

La narration de recherche est une activité proposée régulièrement tout au long de l'année. Comme toute nouvelle activité, elle demande une phase d'apprentissage et nous n'obtenons des devoirs vraiment satisfaisants qu'après un, deux ou trois exercices de ce type.

La narration de recherche nous permet d'accéder à un élément traditionnellement hors de portée de notre connaissance et pourtant déterminant pour la progression de nos élèves l'activité de recherche elle-même. Mais l'accès à cette activité dépend essentiellement de la qualité du récit que l'élève en fait.

Dans un premier temps, nous insistons sur cet aspect narratif, car l'élève ne rédige pas un devoir de mathématique traditionnel. Il raconte plutôt une histoire : l'histoire de sa recherche, il s'implique personnellement, montrant ses hésitations, ses doutes. Ce devoir est **un espace de liberté** pour l'élève qui ne doit pas se sentir jugé sur ses capacités mathématiques mais sur son ingéniosité, sa persévérance dans la recherche d'un problème. Dans un deuxième temps, lorsque les élèves ont compris quel nouveau type de devoir leur était demandé et surtout quelle nouvelle forme d'expression, nous pouvons travailler sur les diverses méthodes de recherche, l'argumentation des résultats car la narration de recherche est assurément une activité essentielle pour l'approche de la démonstration.

Pour la mise en oeuvre de la méthode, quatre éléments intervenant au cours de l'activité nous paraissent essentiels :

* le choix des énoncés
* les consignes données aux élèves
* la correction et l'évaluation des copies
* le compte-rendu en classe

Nous allons les étudier successivement et retrouverons toujours dans chacun d'eux cet aspect évolutif de l'activité insistant d'abord sur le côté narratif lors des premiers devoirs puis sur le côté recherche lorsque la qualité du récit est satisfaisante.

Afin de ne pas trop amputer l'horaire disponible en classe pour le cours de mathématique et surtout pour ne pas limiter le temps et les moyens de la recherche, ce travail est donné à faire à la maison. Nous avons remarqué que nous obtenions des travaux très personnels où les copiages sont pratiquement absents et loin de nuire à la fiabilité de ces devoirs le fait qu'ils soient donnés à faire à la maison nous permet de découvrir les élèves dans de nouvelles situations. L'élève sérieux, travailleur, consciencieux mais qui a des difficultés en mathématique s'investit totalement dans ce devoir où il ne lui est pas seulement demandé la solution mais le récit de son activité de recherche. Nous obtenons souvent des devoirs conséquents de plusieurs pages qui manifestent un important travail personnel.

La réalisation d'un devoir hors de l'école pose évidemment le problème de l'intervention et de l'aide d'autres personnes. En fait, l'intervention d'adultes apporte rarement une contribution bénéfique à une narration car les solutions proposées par ces adultes utilisent quelquefois des résultats théoriques et des modes de raisonnement qui ne sont pas maîtrisés par les élèves et loin d'être une aide, ces interventions extérieures gênent plutôt l'élève dans l'explication de sa recherche. Ces aides sont donc très facilement décelables dans les devoirs, lorsqu'elles n'y sont pas mentionnées car dans de nombreux cas l'élève lui-même les décrit clairement. De fait, nous avons observé que les élèves se rendent vite compte qu'il leur est impossible de rendre une bonne narration si elle n'est pas précédée d'un vrai travail personnel de recherche et, passés les premiers devoirs ces interventions extérieures se font donc de plus en plus rares.

Des narrations de recherche ont aussi été données en classe, leur durée doit alors être d'environ deux heures mais quelques élèves n'ont pas suffisamment de temps pour rédiger. De plus, la recherche est alors amputée de moyens tels que livres, dictionnaires, maquette...

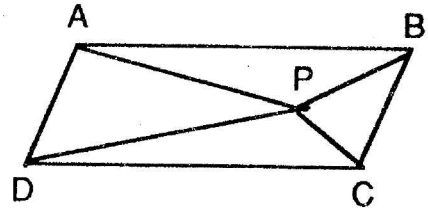
2.1. *Les énoncés*

Le choix et la rédaction de l'énoncé jouent un rôle déterminant. L'énoncé doit piquer la curiosité de l'élève et motiver sa recherche.

En voici deux exemples :

* Si on dessine deux cercles et un rectangle, combien de points d'intersection peut-on obtenir au maximum ? (les figures ne doivent pas être confondues).

* Un fermier possède un très grand champ en forme de parallélogramme ABCD à l'intérieur duquel se trouve un puits en un certain point P.
Se sentant mourir, il donne à son fils Pierre les deux champs triangulaires PAB et PCD et tout le reste à son fils Jean (le puits restant leur copropriété).
Un des frères est-il défavorisé dans ce partage ?



Nous allons présenter les principales caractéristiques de ces énoncés qui ont suscité chez nos élèves un certain intérêt puisqu'ils ont relevé le défi de trouver la solution et ont mis en oeuvre de nombreuses stratégies de recherche.

* L'énoncé est assez bref, exprimé simplement pour être facilement compris par l'élève. On peut l'"habiller" pour le rendre plus motivant comme dans le deuxième exemple.

* La solution n'est pas évidente et elle n'est surtout pas donnée par l'énoncé. Nous éliminons donc tous les problèmes du type : "démontrer que". D'autant plus que ces énoncés nous placeraient d'emblée dans la phase de rédaction d'une démonstration.

* Tout élève peut démarrer sa recherche par tâtonnement, par des dessins, par des essais numériques et tester ou vérifier ses résultats.

* L'énoncé n'induit pas la méthode de résolution, l'élève n'est pas guidé dans sa recherche et nous éliminons donc les problèmes qui amènent l'élève à la solution par une suite de questions intermédiaires.

* Le problème se situe dans un champ de connaissances où l'élève peut prouver la validité de ses conjectures.

* Les problèmes où la solution est accessible par plusieurs modes de raisonnement (algébrique, géométrique, ...) sont particulièrement intéressants.

A travers les deux énoncés précédemment cités, nous allons retrouver ces différentes caractéristiques.

Dans le premier problème, les élèves commencent toujours par faire de nombreux dessins en cherchant à augmenter de l'un à l'autre le nombre des points d'intersection. Ces essais les amènent à émettre des conjectures qu'ils peuvent toujours vérifier par des dessins, puis ils amorcent très souvent une recherche de démonstration pour être certains d'avoir obtenu le ***nombre maximum*** de points d'intersection.

Marie :

> *"Mais avant toute chose, je me suis dit que je devais trouver quelque chose qui pourrait m'aider sans que j'ai à reproduire beaucoup d'autres figures et en plus comment savoir que j'aurai trouvé le nombre maximal d'intersections ...".*

Patrick :

> *"J'ai tracé deux autres cercles qui se coupaient en deux fois alors j'ai tracé un rectangle qui faisait douze intersections il y en avait donc quatorze cela faisait deux fois que je trouvais quatorze intersections et je cherchais la raison de cela ...".*

Le deuxième énoncé donne lieu aussi à un travail de recherche très intéressant. Traité en Quatrième, la plupart des élèves commencent par faire des dessins, prendre des mesures, calculer des aires, puis nous trouvons des interrogations.

Mélanie a obtenu des aires égales

> *"Je vais chercher pourquoi ce sont les mêmes parts. Je vais voir où P est placé ..."*

Laetitia, dont les aires sont différentes

> *"Je marque "environ" car mon dessin n'est pas celui d'un architecte je ne peux pas avoir mon résultat exact au mm ..."*

A partir de ces résultats numériques, de ces remarques s'ébauchent des recherches de démonstrations algébriques ou géométriques.

Nous proposons à la fin de la brochure une liste d'énoncés qui ont été donnés par l'équipe de géométrie de Montpellier. On peut y retrouver des "problèmes ouverts" de Lyon [13], [14], des énigmes et des problèmes puisés dans divers manuels scolaires.

Nous ne précisons pas à quel niveau ils ont été donnés car on peut adapter les exigences aux possibilités des élèves. Lorsque la narration de recherche est une activité bien maîtrisée par les élèves et intégrée à la progression pédagogique du professeur, nous pensons que l'on peut travailler sur des énoncés "plus classiques" car toute résolution de problème nécessite une phase de recherche et peut donc faire l'objet d'une narration de recherche.

2.2. *Les consignes données aux élèves*

En début d'année, lors de la mise en route du premier devoir, il est très important d'avertir les élèves et d'insister sur le nouveau type d'activité que nous leur proposons. Il s'agit d'un changement radical dans leurs habitudes et surtout dans leur comportement lors de la rédaction du devoir. De la même manière, les élèves doivent sentir que le professeur appréciera leurs copies avec un état d'esprit très différent des autres corrections.

Nous présentons la première narration de recherche par des consignes orales qui prennent la forme suivante :

> *"Je vous propose un problème où vous aurez tous beaucoup de choses à m'écrire. Pourquoi? Et bien tout simplement parce que je vous demande de ne pas vous contenter de me donner la réponse mais de me raconter en détail tout ce que vous avez fait pour trouver ou pour essayer de trouver. Vous me décrirez vos essais, toutes les pistes que vous avez essayées même si elles n'ont abouti à rien. Toute mon attention ira à la qualité et la persévérance de votre recherche. Je ne tiendrai pas compte de l'orthographe et de la syntaxe. J'attacherai plus d'importance à la précision de cette narration qu'au résultat trouvé lui-même".*

Ces consignes orales sont étayées par une phrase écrite à la fin de l'énoncé, par exemple :

> *"Raconte sur ta feuille les différentes étapes de ta recherche, les remarques, les aides, les observations que tu as pu faire et qui t'ont fait changer de méthode ou qui t'ont permis de trouver. Ce serait bien si tu pouvais joindre tous tes brouillons numérotés, donner des précisions sur la durée et l'organisation de ton travail".*

A propos des brouillons, nous avons remarqué que malgré nos sollicitations, ils sont très souvent absents lors des premières narrations. Nous pouvons penser que les élèves habitués à remettre des devoirs bien écrits, organisés répugnent à donner des brouillons mais il est probable que ces écrits sont, pour certains, trop personnels, trop intimes pour être montrés au professeur. Certains élèves nous ont aussi expliqué qu'ils rédigent directement leur devoir, car sinon il leur est trop difficile de reprendre et expliquer en détail les méandres de leur démarche de recherche. Il nous semble donc intéressant de demander ces brouillons sans toutefois sanctionner leur absence et nous avons noté qu'après quelques narrations, les élèves les remettent plus fréquemment. Mis en confiance, ils comprennent l'utilité des informations qu'ils contiennent pour la compréhension de leur démarche, par le professeur.

En cours d'année, les consignes vont s'enrichir de nouvelles exigences, par exemple :

"A la fin de ton devoir, explique ta solution à un camarade qui n'a pas cherché. Tu dois le convaincre de l'exactitude de tes résultats".

Ces nouvelles consignes ont pour but d'amener les élèves à *justifier*, à développer des argumentations. La narration de recherche qui dans un premier temps a pour objectif de motiver et valoriser les élèves persévérants, s'achemine en cours d'année vers un objectif à plus long terme qui est de développer l'aptitude des élèves à communiquer et à se justifier. Cette évolution doit se sentir progressivement à travers les consignes accompagnant les énoncés et lors des comptes-rendus en classe pour donner lieu, enfin, à la rédaction de démonstrations. Cependant, la narration de recherche doit rester une activité bien séparée de la rédaction d'une démonstration, garder son caractère d'objet de communication d'une activité de recherche.

2.3. *La correction et l'évaluation des copies*
Quels critères pour juger une narration de recherche ?

De nouveaux critères sont à prendre en compte car il ne s'agit pas de mesurer une acquisition de connaissances ou un savoir-faire technique, comme nous en avons très souvent l'occasion dans des devoirs classiques. L'évaluation porte plutôt sur l'ingéniosité et la persévérance de l'activité de recherche et non, comme d'habitude sur la validité de la solution proposée. Mais la connaissance de cette activité de recherche dépend essentiellement de la qualité de la narration que l'élève en fait, et nous ne pouvons éviter de prendre en compte les qualités du récit lui-même.

Pour évaluer une narration de recherche, nous retenons donc deux aspects : *la recherche* de la solution et *la narration* c'est-à-dire le récit qui est le moyen de comprendre la recherche.

Les paramètres de cette évaluation évoluent dans le temps et selon les objectifs de chaque narration mais il nous paraît intéressant d'en relever quelques-uns dans le but principalement d'améliorer progressivement la qualité des devoirs.

Nous commencerons tout d'abord par l'aspect *narration* car il faut habituer les élèves à un nouveau style d'expression, à une nouvelle manière de s'exprimer, ils doivent *se raconter*.

2.3.1. Quels critères pour une bonne narration ?

L'élève devient écrivain, le devoir doit présenter toutes les qualités d'un bon *récit*, sans toutefois que les difficultés de syntaxe ou d'orthographe ne constituent un obstacle à son expression, à sa spontanéité. L'action de narrer n'est pas une activité facile mais on peut retenir quelques éléments qui sont soulignés et encouragés par le correcteur sur la copie.

- **Le style d'écriture** : les phrases s'enchaînent, sont faciles à lire, la rédaction n'est pas faite dans un style télégraphique. La présentation des copies est claire et soignée.

- **La précision du récit** : toutes les idées, tous les essais sont décrits minutieusement; chaque action, chaque changement de piste de recherche doivent être commentés. Par exemple, dans le premier cycle, le dessin d'un triangle est accompagné de son programme de construction où l'élève précise les instruments qu'il utilise et les procédures qu'il met en oeuvre.

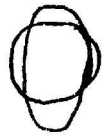
- **La chronologie du récit** : la narration apporte des informations sur le déroulement de la recherche à la maison. A-t-elle été faite en plusieurs jours ? Quelle en a été la durée ? Il faut que le devoir retrace ce déroulement avec la succession précise de chaque étape, l'ordre chronologique étant respecté.

- **La sincérité du récit** : L'élève s'implique personnellement, fait part de ses doutes, de ses hésitations, décrit ses erreurs. Il emploie le "je", mentionne s'il a reçu des aides extérieures. C'est là que la relation professeur-élève devient un facteur très important. L'élève doit être mis en confiance, il

est d'ailleurs très étonné lorsque nous lui disons qu'il doit raconter ses échecs, raconter tout ce qui lui passe par la tête. Un climat de confiance se crée où l'élève ne s'autocensure plus.

Paul (élève de 6ème, problème G2)

"Quand je faisais les cercles à la main, je les dessinais comme ceci
c'est pour cela que je trouvais 4 intersections"



En citant tous ces critères, on ne peut éviter de se poser des questions sur les aptitudes littéraires, sur la facilité de certains élèves à s'exprimer. Ces qualités se retrouvent effectivement dans une bonne narration, ces élèves écrivent de bonnes rédactions mais la narration de recherche n'est pas qu'un récit, son objectif est de nous permettre l'accès à la connaissance aussi précise que possible de l'activité de recherche et nous sommes donc amenés à voir le second aspect.

2.3.2. Quels critères pour une bonne recherche ?

Nous avons déjà parlé du choix des énoncés pour que la recherche soit motivante. La solution n'étant pas évidente, l'élève se trouve dans une véritable situation de recherche et on peut repérer dans son devoir certaines qualités d'une démarche scientifique.

- **Une interrogation sur l'énoncé** : la compréhension et l'interprétation d'un texte sont souvent des facteurs de blocage chez l'élève. Certaines interprétations erronées conduisent évidemment à des solutions différentes d'un même problème et nous trouvons des devoirs très intéressants où l'élève ayant exposé précisément sa problématique a fait une recherche originale.

- **Des essais** de diverses pistes en apportant des informations sur les diverses méthodologies adoptées.

- **Des vérifications qui provoquent des prises de conscience d'erreurs** et donc des changements de stratégies.

- **Une certaine cohérence** dans le raisonnement et l'enchaînement des actions. Cette logique est quelquefois difficile à trouver car elle n'est pas identique à celle du professeur. En effet, celui-ci peut avoir beaucoup de difficultés à suivre les cheminements d'un raisonnement d'élève.

- **Des argumentations** : la narration de recherche contribue très certainement à l'apprentissage de la démonstration.

Eric (élève de 4ème, problème G1)

> *"Mais je me disais bien que vous ne nous donneriez pas une narration de recherche qui n'aurait pour solution qu'un simple tâtonnement. Alors, je décidais de chercher une autre méthode ...".*

- **Un esprit critique** : l'élève doit se poser le plus de "pourquoi" possibles lorsqu'il émet des conjectures , s'interroger toujours sur la validité de ses résultats, effectuer des vérifications.

2.3.3. Autres critères

Tous les critères que nous venons d'énoncer constituent un point de départ pour juger une narration de recherche. Ce sont des éléments assez objectifs qui permettent d'apprécier un devoir, mais beaucoup d'autres paramètres, peut-être plus subjectifs, interviennent aussi dans cette évaluation.

Il s'agit d'apprécier la **persévérance** de l'élève dans sa recherche, son **ingéniosité.** Nous prenons en considération ses possibilités personnelles et son évolution de comportement durant l'année. Chaque correction est très individuelle et doit être un encouragement à progresser car une des sources de la motivation indéniable des élèves pour ce type d'exercices est la **qualité de l'attention manifestée par le professeur** pour les démarches de recherche de chacun d'eux en particulier. Le plus grand respect doit être réservé à l'originalité présentée par les pensées les plus personnelles de l'élève.

En ce qui concerne l'évaluation elle-même, les élèves ont pris l'habitude d'être notés et un travail qui ne l'est pas peut leur paraître sans valeur ou sans intérêt. D'autre part, les narrations de recherche nécessitent du travail et du temps pris au détriment d'autres activités scolaires valorisées; il faut donc en tenir compte. Une longue narration détaillée, précise, nourrie de nombreuses explications et accompagnée de copieux brouillons mérite d'entraîner une bonification des notes habituellement réservées aux résultats scolaires "classiques". Que l'évaluation se traduise par une note ou un niveau, elle ne doit pas, en tout cas, déboucher sur un abaissement des notes scolaires car la narration de recherche est un travail trop original.

2.4. *Le compte-rendu en classe*

En début d'année, ces premières séances de compte-rendu sont d'une **importance capitale** pour l'amélioration des narrations. Il est donc conseillé d'y consacrer une heure.

A travers le compte-rendu en classe, on essaie d'**imprégner** les élèves des qualités d'une "bonne narration", en valorisant certains extraits de copies suivant les critères précédemment cités. On ne peut pas donner des consignes strictes, une recette pour faire une bonne narration de recherche (encore faudrait-il la connaître !) car on risque par des consignes trop précises de couler les élèves dans un moule qui ôtera toute sincérité et toute spontanéité à leur narration. Si on insiste trop sur l'aspect narration, on risque des bavardages inutiles si on insiste trop sur l'aspect recherche les copies deviennent trop "sèches". Toutefois, le côté narratif sera privilégié dans les premiers devoirs car les élèves sont surpris par ce type d'exercice et il faut qu'ils s'habituent tout d'abord à cette nouvelle forme d'expression.

Nous pouvons tout de même donner quelques pistes pour mener un compte-rendu :

- **Motiver les corrections** par le fait qu'elles permettent de se dire les uns aux autres quelles sont les différentes façons de chercher : c'est un enrichissement pour les futures narrations.

- **Citer toutes les stratégies recensées**, puis élaborer collectivement une correction qui émane ainsi du travail personnel des élèves.

- **Eviter de donner trop d'importance à la solution du problème cherché.** Cette solution est évidemment donnée aux élèves car elle est tout de même le moteur de la recherche, ils ont cherché et ils sont donc très motivés pour l'écouter mais il faut bien insister sur le fait que dans de "bonnes narrations de recherche" la solution n'a pas toujours été trouvée.

- **Personnaliser le compte-rendu** en nommant précisément les élèves, en reprenant les différentes démarches trouvées dans la classe. Les élèves sont très étonnés de l'ingéniosité de certains de leurs camarades et l'auteur cité est toujours très fier.

- **Relire quelques "bons passages"** de différentes narrations, certains élèves s'en inspireront lors des narrations suivantes.

- **Valoriser les élèves en difficulté** en ne perdant aucune occasion de citer telle procédure intéressante, telle question pertinente trouvées dans leurs copies. En leur montrant qu'ils ont des possibilités, des capacités de recherche ils prennent confiance en eux et leur attitude vis-à-vis des mathématiques se modifie. Il est à noter également que le comportement collectif de toute la classe s'en trouve aussi modifié car ce ne sont plus toujours les mêmes élèves (les "bons en math") que l'on

cite; un nouveau regard de la classe est porté sur ces élèves qui sont souvent en difficulté dans des exercices "classiques".

- **Valoriser la recherche personnelle**, une discussion en classe sur les aides extérieures (parents, amis, ...) est inévitable, mais les élèves se rendent vite compte que ces aides sont inefficaces et plutôt nuisibles car ils n'ont plus rien à raconter et leurs copies sont souvent bien pauvres.

Les séances de correction sont des moments de grande écoute dans la classe (ce qui est assez rare reconnaissons-le lors de corrections habituelles). En effet, les élèves sont curieux d'entendre les diverses stratégies trouvées par leurs camarades. Un débat peut s'instaurer dans la classe où les élèves essaient de convaincre leur camarade des avantages de leur solution. Nous trouvons là une excellente préparation à l'apprentissage de la démonstration.

De plus, il faut tirer profit de cette écoute particulière afin de préciser les nouvelles consignes pour les prochaines narrations de recherche. Car les objectifs évoluent dans le temps, passés les premiers devoirs les élèves commencent à savoir narrer et l'on peut devenir plus exigeant sur leur démarche de recherche, leurs procédures d'argumentations ou leurs démonstrations.

3. Questions soulevées par la pratique des narrations de recherche. Premières approches

Nous rappelons que cette brochure a pour seul objectif d'expliquer une nouvelle pratique, comment mettre en oeuvre dans une classe des narrations de recherche.

Les conséquences de cette pratique sont en cours d'analyse mais nous ne pouvons achever cette brochure sans évoquer quelques questions qu'elle soulève :

* Quelle place donner à cette activité dans notre enseignement ?
* Quels sont ses effets sur nos élèves, sur nos pratiques ?
* Quelle contribution apporte-t'elle à l'apprentissage de la démonstration [6] ?

Loin de répondre précisément à ces questions, nous pouvons donner quelques pistes de réponses dont voici les premières approches.

3.1. *La narration de recherche et les élèves*

Donnons la parole aux élèves qui jugent les narrations de recherche [11].

> *"Cela nous permet de réfléchir et de faire toute sorte de montages pour essayer de résoudre notre problème, c'est très intéressant, j'ai beaucoup aimé ...*
> *"*
>
> *"Elle nous fait réfléchir toujours en profondeur et nous sommes obligés de nous creuser la tête pendant un certains temps et de chercher dans des livres ..."*
>
> *"Des fois on comprend mieux quand on fait une narration parce qu'on cherche que de faire une leçon ..."*
> *"Elles nous apprennent à nous exprimer ..."*

De nombreux témoignages traduisent ainsi l'intérêt des élèves pour cette nouvelle activité. Nous pouvons dégager trois points essentiels sous-jacents à cet enthousiasme : le plaisir de la recherche, la facilité de rédaction du devoir et le nouveau jugement porté par le professeur sur ses élèves.

Le plaisir de la recherche : l'énoncé place les élèves dans une situation inhabituelle, il pique leur curiosité ne faisant référence à aucune partie précise du cours, il donne la liberté d'essayer différentes

pistes, d'adopter plusieurs stratégies. Les élèves font preuve d'une grande imagination et leurs capacités de recherche nous surprennent toujours.

La facilité de rédaction : tous les essais, les réussites, les échecs sont communiqués au professeur dans un langage assez libre, qui n'exige pas le formalisme mathématique rebutant pour certains. L'élève peut s'exprimer plus librement, il ne se censure plus.

Nouveau regard du professeur : le professeur apprécie la persévérance avant les compétences, il encourage l'ingéniosité de la recherche, l'effort et le soin apportés à la rédaction. Ce nouveau jugement est très important et encourageant pour les élèves qui sont en difficulté, il leur redonne confiance dans leurs capacités et les motive à persévérer dans leurs efforts.

Nous pensons que les narrations de recherche constituent pour les élèves un espace de liberté. Elles leur permettent de s'exprimer, de communiquer plus intimement avec leur professeur, nous laissons Elodie conclure :

> *"Je trouve que les narrations sont des exercices intéressants plus qu'un simple problème où on ne doit que donner la réponse, alors que là, il faut y aller petit à petit, minutieusement, ne sauter aucun détail pouvant laisser une ombre sur l'explication être précis, il faut aussi aller au fond et c'est parfois long ça apprend à être patient, à ne pas se décourager.*
> *Jevous remercie pour tout ce que vous avez fait pour moi : vous m'avez fait apprécier les maths auquels je vouais une véritable haine auparavant.*
> *Un grand merci".*

3.1. *La narration de recherche et les programmes*

L'objectif principal de la narration de recherche est essentiellement méthodologique, comme nous l'avons souvent rappelé dans les différents paragraphes de cette brochure. Cette activité n'est pas directement liée au contenu d'un programme aussi lors de stages d'initiation à cette pratique, des professeurs ont fréquemment soulevé la question suivante :
"Les programmes sont chargés, nous manquons de temps pour les terminer, comment placer la narration de recherche dans notre progression ?".

Les programmes, au chapitre méthode, insistent sur la présentation aux élèves d'activités qui développent leur curiosité et leur esprit critique, qui leur permettent d'acquérir des méthodes de travail à l'occasion de recherche de problèmes. La narration de recherche s'inscrit totalement dans ces objectifs, elle n'est pas une activité annexe; présentée régulièrement aux élèves, elle constitue de fait un outil très riche pour la conduite du programme d'une classe.

Mais nous allons répondre plus précisément à ces professeurs dont le souci est de lier cette activité à l'apprentissage de nouvelles notions mathématiques. Nous allons voir qu'à travers le choix des énoncés et la situation du devoir dans l'année nous pouvons aussi aborder différents contenus.

La narration de recherche nous semble une étape privilégiée avant d'introduire certaines notions. Nous avons vu que pour qu'elle soit motivante et suscite une recherche intéressante, elle ne devait pas être l'application d'un cours, le sujet doit être "neuf", il est donc intéressant de donner des narrations abordant des notions qui n'ont pas été encore traitées en classe durant l'année.

Elles permettent au professeur de faire le bilan des connaissances de la classe : quels sont les acquis des années précédentes ? Comment sont-ils réinvestis, maîtrisés ?

Et chez l'élève, la recherche de certains problèmes constitue un "passage obligé" dans sa réflexion et ses pratiques pour qu'il soit plus réceptif à de nouvelles acquisitions. En citant Piaget, nous dirons "c'est en agissant que l'on apprend". La narration de recherche donne à l'élève le temps de réfléchir, elle lui permet de tester et d'organiser ses connaissances qui sont d'ailleurs, parfois, mises en défaut. Mais en formulant leurs difficultés, en décrivant leurs stratégies, les élèves prennent conscience de leurs possibilités et de leur savoir; aussi lorsque nous introduisons de nouvelles notions mathématiques à partir des narrations de recherche, nous obtenons une écoute et une motivation particulière.

En reprenant quelques-uns des différents types d'énoncés cités à la fin de la brochure, nous allons illustrer ces propos.

Enoncés sur les puissances

Dans les problèmes (P1, P2, P3), il suffit de connaître la définition d'une puissance. L'utilisation de la calculatrice est mise en échec. Ils permettent aux élèves de jongler avec les nombres et de renforcer leurs connaissances sur la multiplication, les algorithmes des opérations et la numération décimale. A la suite de recherches sur ces problèmes, les élèves sont très réceptifs, en Quatrième, à un cours sur les puissances.

Donnés dans des classes supérieures, comme en Troisième, ils permettent souvent de dresser un triste bilan sur l'acquisition et l'utilisation des formules de calcul avec les puissances.

Enoncés sur les dénombrements

Ces problèmes demandent beaucoup de méthode, d'organisation chez les plus jeunes. Dès la classe de Quatrième, ils constituent une très bonne motivation au calcul algébrique car les élèves font preuve de beaucoup d'imagination et les formules trouvées sont nombreuses et très variées.

Pour le problème D1, il n'est pas rare d'obtenir toutes les solutions suivantes plus ou moins bien formulées suivant le niveau

$a_n = a_{n-1} + 4 \times (n-1)$ $\qquad$ $a_n = 1 + 2n(n-1)$

$a_n = nxn + (n-1)(n-1)$ $\qquad$ $a_n = 1 + 4(1+2+3+ \ldots +(n-1))$

$a_n = 2n^2 - 2n + 1$

Chaque élève défend sa formule et la classe est très attentive lorsque l'équivalence de ces formules lui est démontrée.

Dans le second cycle, ces problèmes constituent une approche des suites et du raisonnement par récurrene.

Enoncés sur l'espace

Tout enseignement de la géométrie de l'espace soulève le problème de la représentation de cet espace et ses objets par des dessins. L'élève doit être confronté à de telles situations pour bien faire la différence entre le représentant et le représenté. Il doit aussi sentir la nécessité de codage et de règles de représentation.

Les problèmes *E1* et *E3* reposent sur le passage de l'objet au dessin, il est nécessaire de représenter la salle de classe, la fourme pour chercher une solution.

Le problème *E2* demande la lecture d'un dessin et son interprétation. Donné en 5ème, quelques élèves construisent une maquette ou travaillent sur le patron du cube, mais très fréquemment ils donnent comme solution le triangle dessiné directement sur la représentation du cube.

Ces problèmes constituent un très bon préambule à un cours sur l'espace car les élèves ont souvent éprouvé de nombreuses difficultés à leur résolution.

3.3. *La narration de recherche et la démonstration*

Un article rédigé par F. Bonafé [6] va paraître sur ce sujet. Nous pouvons en présenter les idées directrices.

Si l'on admet que résoudre un problème c'est chercher pour soi et démontrer, c'est exposer aux autres. Faire des démonstrations, c'est **communiquer** ses convictions, en essayant de convaincre son interlocuteur. Cette communication peut prendre des formes très différentes, car elle dépend du contexte, de l'époque, du public à qui elle s'adresse, mais nous retenons l'idée essentielle que la recherche et l'élaboration d'une démonstration ne peuvent se justifier auprès des élèves que s'il y a nécessité d'exposer ses résultats à autrui.

La narration de recherche qui demande aux élèves de communiquer leurs démarches lors de la recherche d'un problème prépare les élèves à la démonstration.

L'articulation résolution et démonstration est au coeur même de la narration de recherche. Il suffit de citer Philippe, élève de 4ème, qui termine sa narration par ces propos :

> *"Mais là, où ça coince, c'est pour expliquer ! Comment expliquer un truc trouvé ainsi ? Quel théorème ? Quelles propriétés utiliser ? Ma solution est bonne, j'en suis sûr, comment vous le montrer ?".*

6°E Souad

à rendre le mardi 19.03.91

Narration de recherche n°6

Dans un collège de 420 élèves, on enseigne l'anglais et l'espagnol. Il y a 230 élèves qui étudient l'anglais et 220 élèves qui étudient l'espagnol. Mais on sait aussi que 110 élèves étudient à la fois l'anglais et l'espagnol.
Combien d'élèves n'apprennent aucune de ces deux langues ?

Vous savez je me suis posée des questions jeud. 7 et vendred. 8 Févri. c'est à dire avant que vous nous donniez la narration.

Qu'est-ce que sera cette prochaine narration ? Que nous donnera-t-elle ? Un enoncé dont la solution est simple, dure à trouver peut-être ni trop compliqué ni Facile ?...

J'ai lu le premier enoncé que l'on proposait sans me préoccuper du deuxième dont j'ai essayé d'ignorer l'existence parce que vous aviez dit :

– Trouvez une autre méthode ou la même pour le deuxième énoncé.

Je vous aurais écouté avec beaucoup d'attention quand vous aviez dit ça. Moi, j'ai ~~obté~~ opté pour trouver une

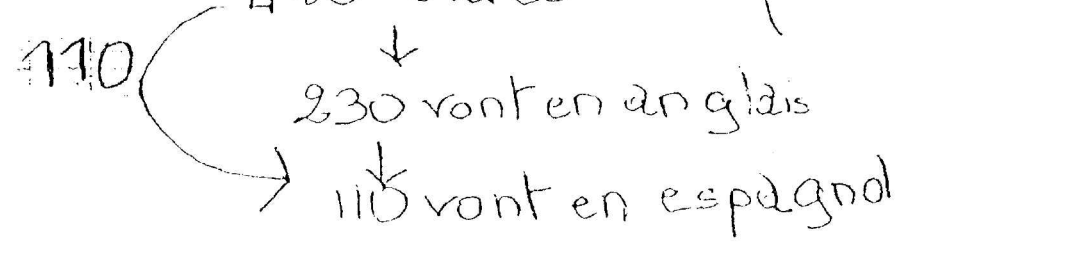
méthode pour chaque énoncé.
D'abord je me suis dit la solution ne pourrait pas être le nombre d'élèves qui fait anglais plus (+) celui des élèves qui font de l'espagnol car le résultat serait beaucoup plus grand que le nombre total d'élèves du collège.
exemple : nombre d'élèves du collège

nombre d'élèves qui font de l'anglais 330 + nombre d'élèves qui font de l'espagnol 432

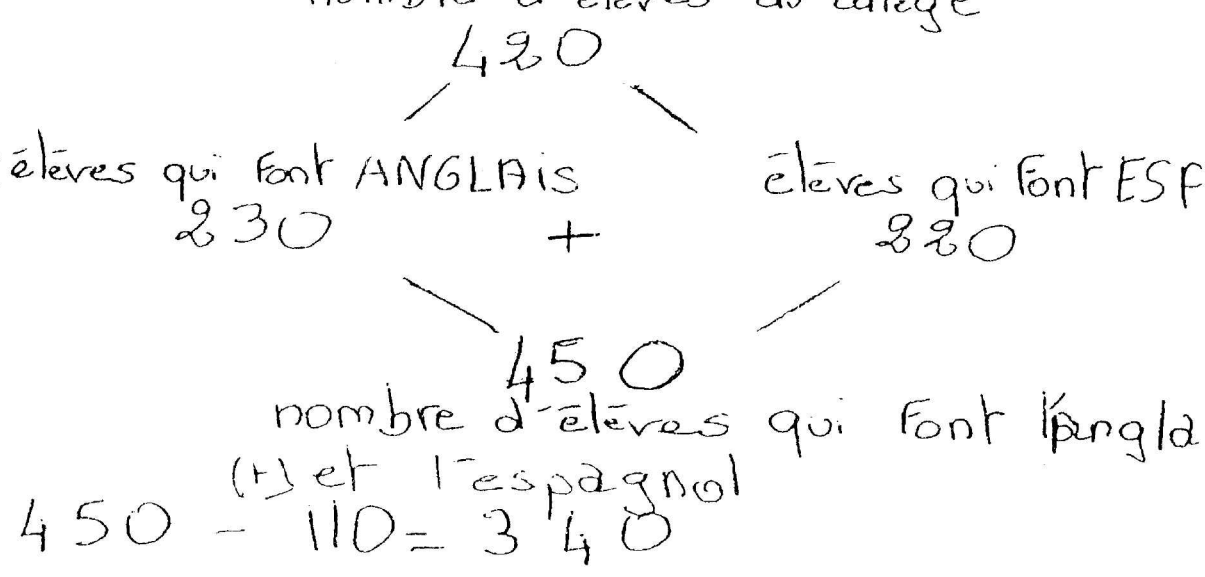
≠ 762

nombre d'élèves qui font l'anglais + celui des élèves qui font l'espagnol

(cette exemple est semblable à celui de l'énoncé)
Ensuite j'ai pensé que je pourrais faire de ces 420 élèves une immense classe qui à la première heure de la journée (de 8h à 9h) ils auraient un cours d'anglais 330 rentrent pour le faire. Ce de cette heure (cours) 110 vont en cours d'espagnol (de 9 à 10h). Et 110 autres rentrent. Alors j'ai fait un schéma (Quelques uns sortent : 120



Ça me sert à rien puisque je n'ai obtenu aucun autre nombre à par le nombre d'élèves qui rentre en deuxième heure qui est 110.
Je décidai de laisser tomber cette méthode.
Et j'ai fait un arbre avec ses brar

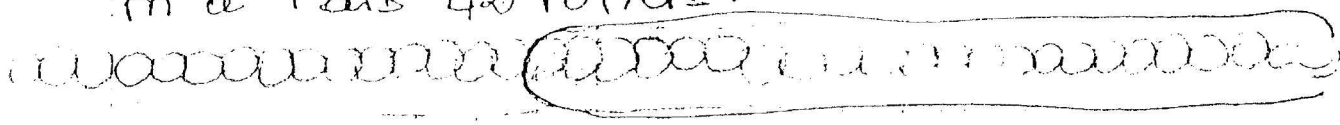


450 - 110 = 340

Maintenant j'ai deux nombres: celui des élèves qui sont rentrés à la deuxièr heure et celui des élèves qui font soit une langue soit l'autre.
Cette solution d'arbre ne m'a pas aidée à trouver la réponse. Je décidai alors d'adopter une autre solution.
Après un quart d'heure passé à réfléchir à une autre façon de trouve le nombre d'élèves qui ne fait aucune langue

. Il me vint à l'idée de représen-
-ter les élèves. Quand je pris l'énoncé
le relire pour savoir le nombre
total d'élèves du collège qui était 420 j
me suis dit c'est impossible, je perdrais
trop de temps pour dessiner les ronds
qui représenteraient chacun un élève.
exemple ← un élève.

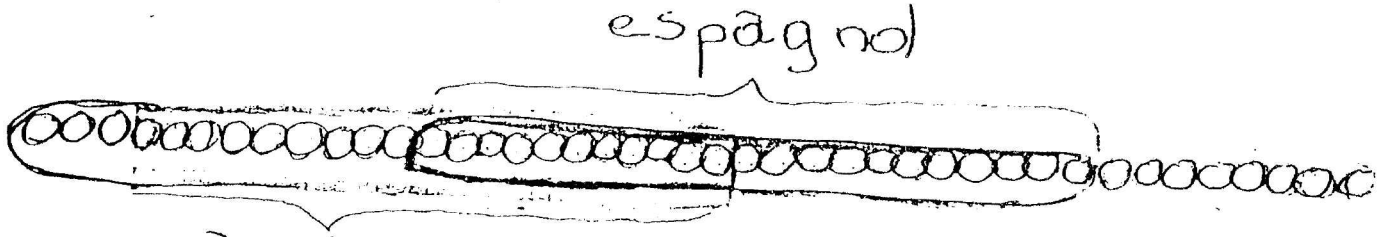
Quelques minutes après je me suis
dit j si chaque rond représente
dix élèves ça serait beaucoup plus
simple. Je l'ai donc dessiné et cela
m'a fait 42 ronds.



Je me suis dit.
- 230 élèves font anglais (vert)
- 220 élèves font espagnol (rouge).

si j'entourai 23 ronds en vert en
partant de gauche et
si j'en entourai 22 en rouge en par-
-tant de droite ça pourrait me donnai
la réponse.
Et j'ai alors obtenu deux ronds à la
fois vert et rouge j'ai tout de suite
pensé que ça voulait dire des élèves
apprennent à la fois l'anglais et
l'espagnol. Tant que j'y pense j'ai
oublié d'entourer 11 ronds qui

appartiennent à la Fois aux ronds rouges et aux ronds verts c'est à dire que ~~110~~ élèves apprennent à la Fois l'anglais et l'~~espagnol~~

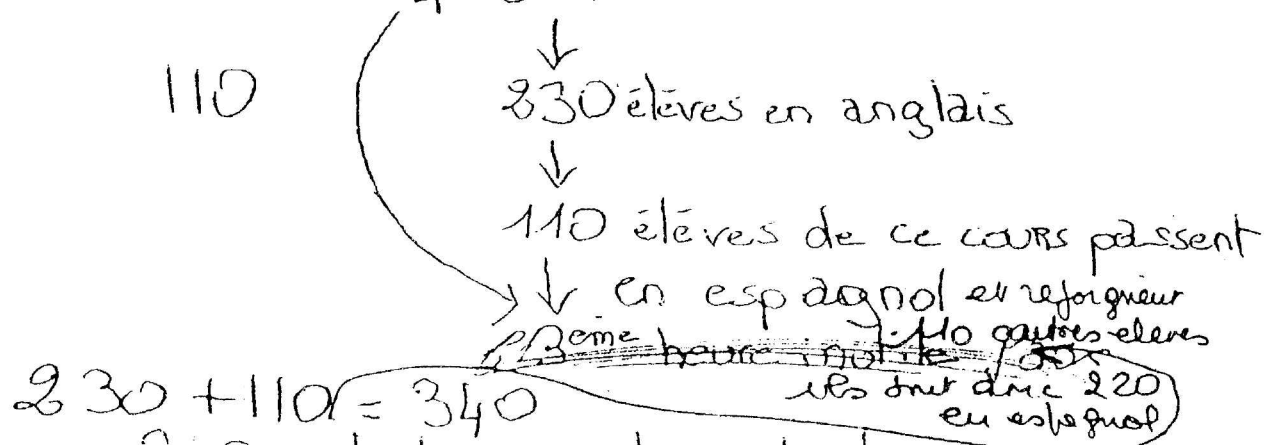


J'entoure 23 ronds ~~verts~~. Après avant de Faire toute chose je me décale ~~de onze~~ ronds donc je rentre dans la limite des ronds verts et je leur en prends onze ce qui Fait que 11 ronds appartiennent à la Fois aux rouges et aux verts. Comme je l'ai trouvé dans ma première méthode je dois continuer d'entourer et en entourer 11 de ce qui ne sont pas encore pris. Il reste 8 ronds non entourés ce qui veut dire !! que j'ai trouvé le nombre d'élèves qui ne Fait aucune langue Maintenant il me suffit de compter le chiffre de ronds qu'il reste; celui-ci est 8 : 80 élèves ne Font aucune langue.

Mais Regardons les méthodes que j'avais trouvé et pourquoi n'ai-je pas trouvé la solution?

Pour la première il aurait peut-être Fallu me demander: Quel est le nombre d'élèves qui n'est pas rentré depuis

ce matin
solution de la 1ère méthode



330 + 110 = 340

340 est le nombre d'élèves qui est rentré depuis 8H jusqu'à 10H
Maintenant il faut que je soustrais le nombre d'élèves du collège à celui des élèves qui sont rentrés.

480 - 340 = 80.

80 est le nombre d'élèves qui ne sont pas rentrés ce matin mais aussi celui des élèves qui ne font ni l'anglais ni l'espagnol.

Pour la deuxième il ne me manquait que la deuxième partie du raisonnement
480 - 340 = 80

80 est le nombre d'élèves qui ne font aucune langue.
Dans les 3 cas j'ai trouvé 80. Dans les 2 premiers cas j'avais certainement mal raisonné. En même tant que de faire cette narration je me suis prouvée à moi même plusieurs méthodes pour un problème, solutions

(1)

Valérie

28/05/91

4eA

Recherche

CONSTRUIRE LE CENTRE DE GRAVITÉ DU TRIANGLE SANS UTILISER DE TRACÉS EN DEHORS DE LA FEUILLE.

(On rappelle que le centre de gravité est le point d'intersec des trois médianes du triangle.)

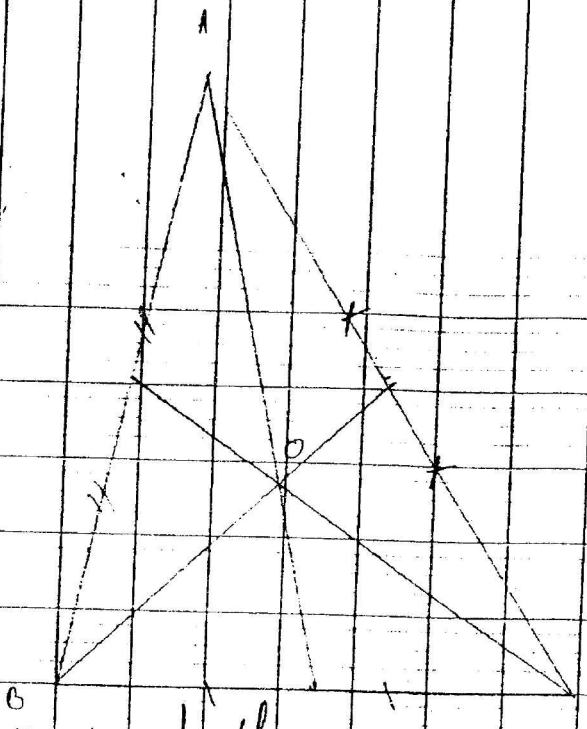
Racontez sur votre feuille:

- les différentes étapes de votre recherche,
- vos remarques,
- les observations que vous avez pu faire et qui vous ont fait changer de méthode ou progresser.

Je me demande comment on peut dessiner les médiatrices ~~des~~ quand le triangle n'est pas entier

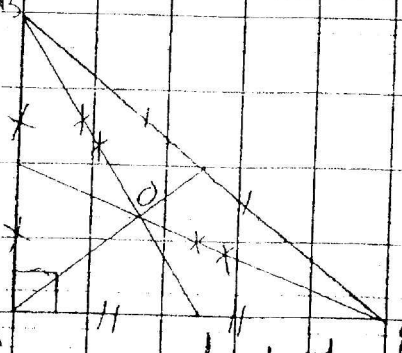
I Je vais dessiner un triangle quelconque et tracer ses médianes pour voir si cela ne peut pas m'aider

a



Je ne vois rien de plus que ce que je sais déjà ds l'emplacement de O centre de gravité de ABC
Mais je viens de penser qu'il me suffirait de tracer 2 médiane seulement pour trouver O
Je vais encore tracer les médianes mais cette fois si de triangle particulier

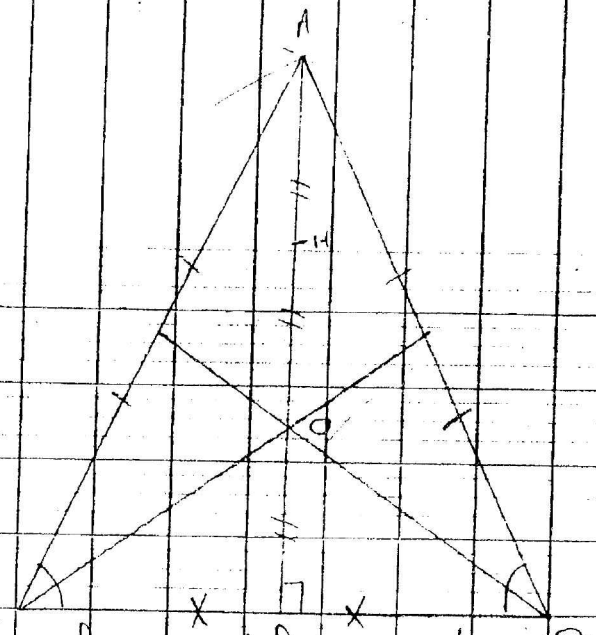
b Rectangle



Je ne remarque rien de particulier sur l'emplacement de O ds un triangle, je viens seulement de remarquer que O est un sommet du triangle isocèle OBC

(3)

c Isocèle



Dans un triangle isocèle O, centre de gravité, a un emplacement particulier puisque il se trouve sur la médiatrice de la base du triangle.

Sur ce dessin j'ai montré la règle disant que :

$$AO = \frac{2}{3} \times AD$$

$$OD = \frac{1}{3} \times AD$$

II Je vais voir si l'un des triangle est isocèl en sachant que 2 angles de ses triangles mesurent 60°

Le triangle A, a $\hat{B}$ qui mesure 60° mais pas $\hat{C}$, en tout cas il n'est pas équilatéral mais il peut toujours être isocèle.

Le triangle B, ne peut être ni isocèl, ni équilatéral

Je vais faire comme si A était un triangle isocèl et voir ce que ça donne. Donc je trace la médiatrice de [AC], et comme ma supposition est que A est isocèle alors,

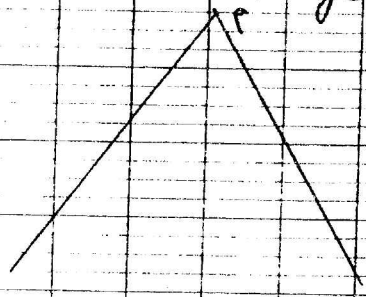
1)

[CB] = [CP]

[CB] = 18 cm = [CP]

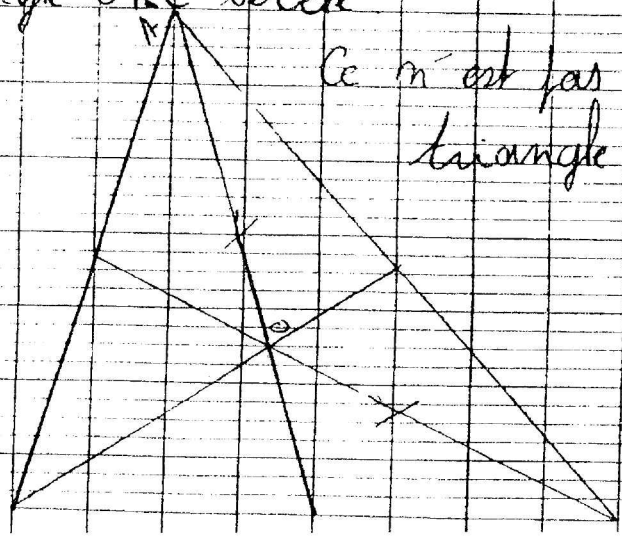
$\frac{1}{2}$ [BP] = 9 cm.

Donc si A est bien isocèle j'ai trouvé O, je vais vérifier en traçant la suite du triangle.



C'est faux car le triangle A n'est pas isocèle.

Je vais redessiner un triangle quelconque cette fois plus grand pour voir si je peux remarquer quelque chose avec la remarque 5 ; que O se trouve être un sommet du triangle ORC isocèle



Ce n'est pas vrais dans un triangle quelconque

⑤

4e A

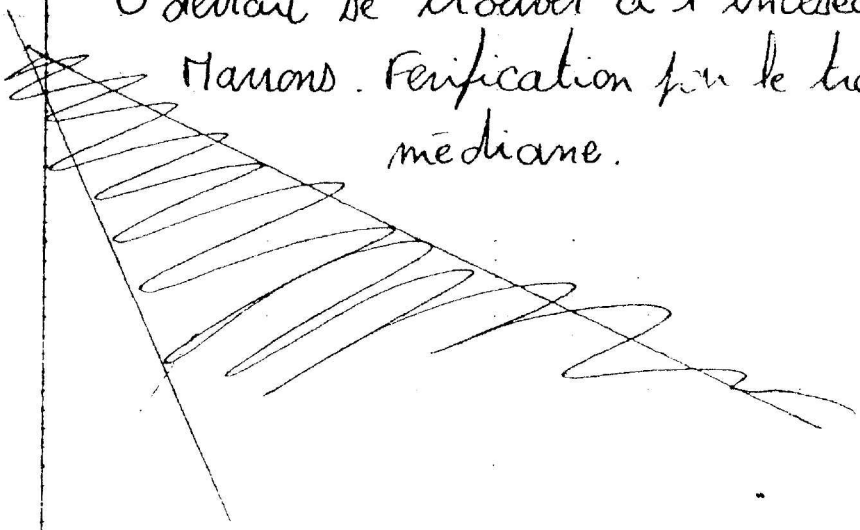
iangle A

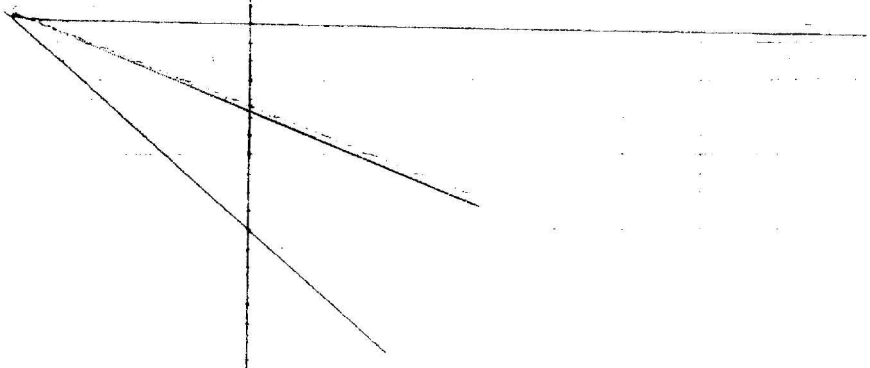
En feuilletant mon cahier je suis tombé sur le théorème des milieux. Et ça m'a donné du idée:

- Je connais la longueur de [CB] = 12 cm. Si je prend le milieu M de [CB] et que je trace la parallele à (BP) partant de M, alors la droite M coupera [CP] en son milieu, N
- Et si je prend la parallele à (CP) passant par M alors la droite M coupera [BP] en Q
- Verification avec le théorème des milieux réciproque:
Si M est le milieu de [CB] alors la droite M coupe [BP] en son milieu Q
et
Si M est parallè à [CP]
- Maintenant je peux tracer les médianes [BN], [QC] et O serait à l'intersection des 2 droites Bleues verification:

Ça ne marche pas de quelques millimètre mais je pense que c'est à cause de mes parallèles qui ne sont pas très précise, on va voire avec le triangle B cette fois je vais essayer d'être plus précise.
Mais ce triangle me pause un problème car [BE] n'est pas

assez long alors cette je ne suis pas sûre que ça marche.
Vérification. Pour tracer la 2ème médiatrice
je vais faire la même chose dans le triangle Q HN.
O devrait se trouver à l'intersection des médianes
Mamans. Vérification pour le tracé de la 3ème
médiane.

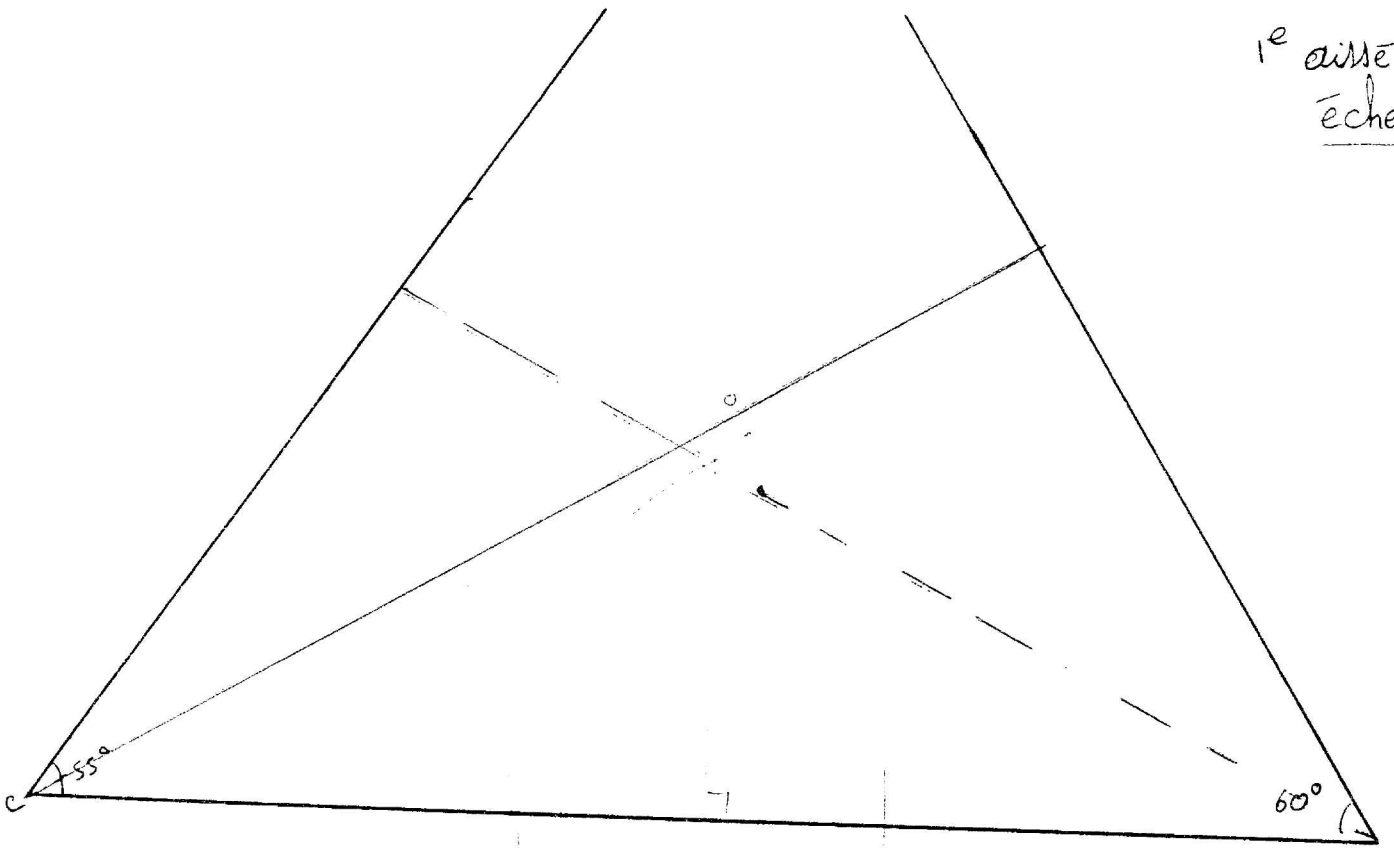




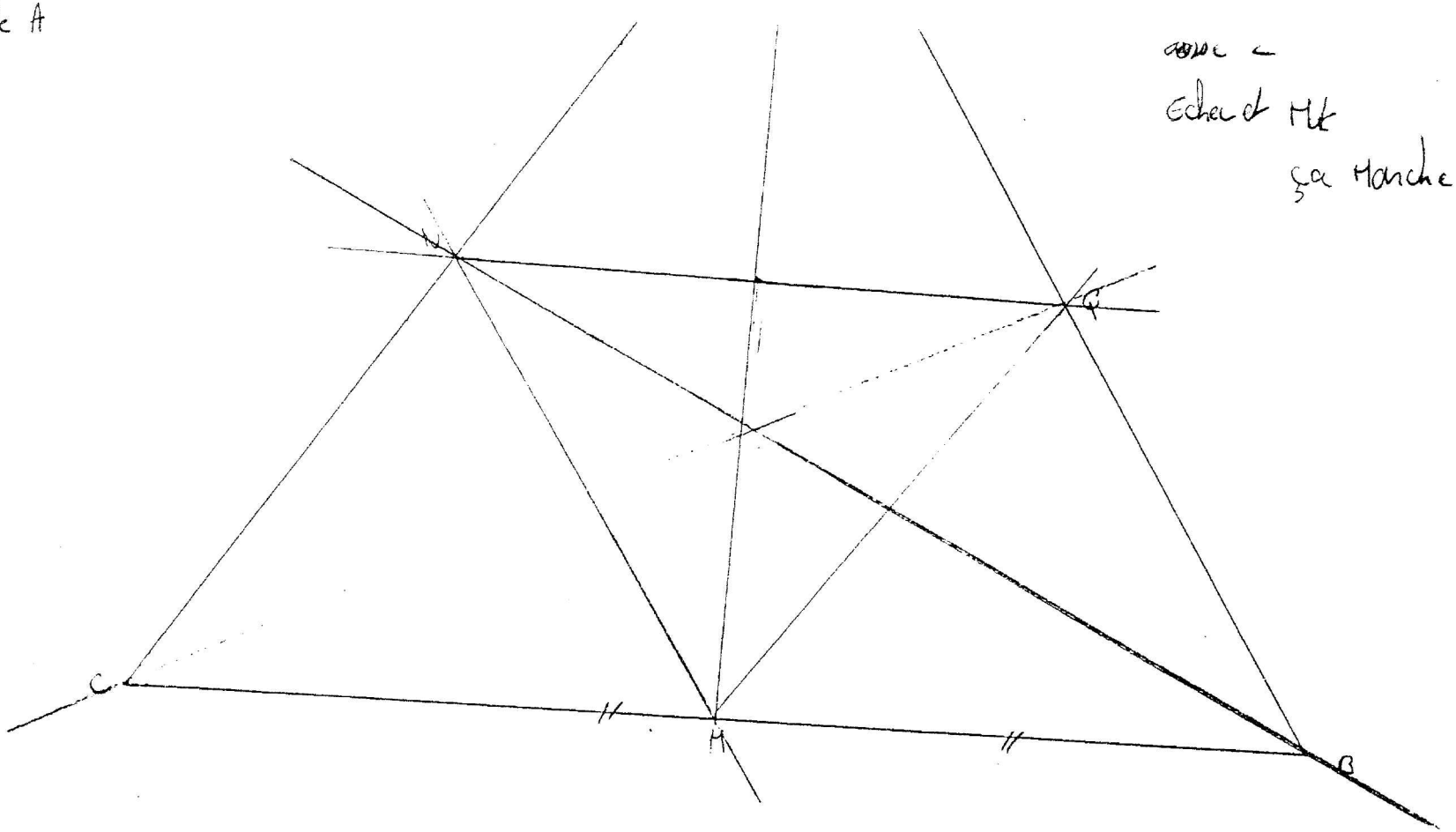
Ça marche ~~aussi~~ pour ces 2 triangles quand on
connait une longueur.

Triangle A

1e essai
échec

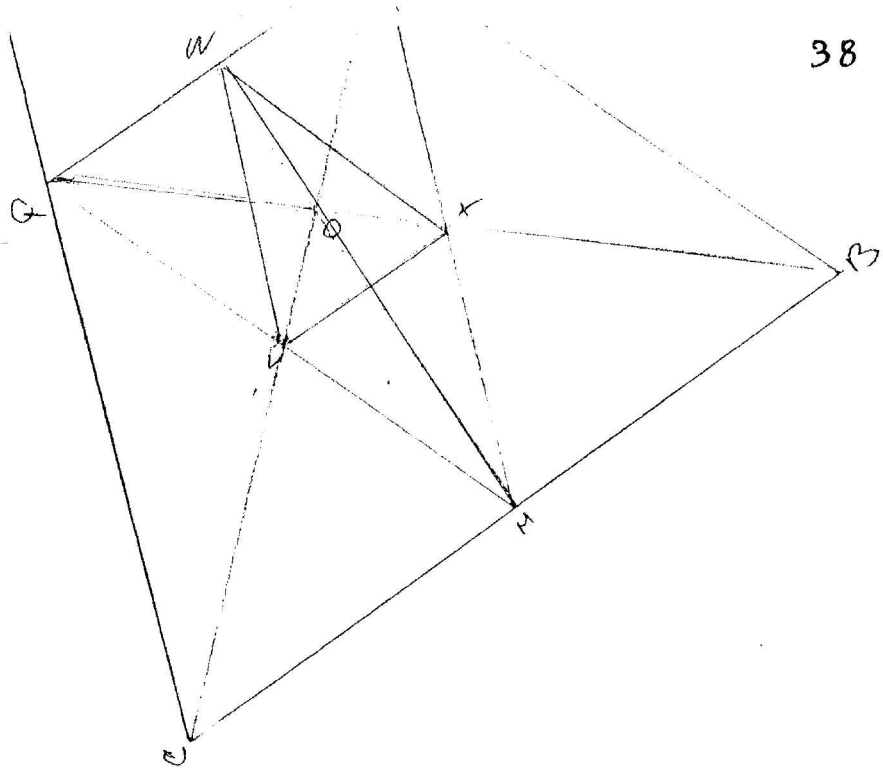


Triangle A



Echec et Mt

ça Marche



Triangle B n°3

Vérification n°1

Echec et Mat

en Manche.

Sujet de narration Puissances

(P1) Avec les symboles 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 (sauf 0) on fabrique des nombres de 9 chiffres.
Exemple 1 5 4 3 9 8 6 7 2
4 4 3 3 2 2 1 1 1
Il paraît que l'on peut en fabriquer un peu moins de 400 millions !
Quel est le nombre exact de nombres de 9 chiffres écrits avec 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 (toutes les répétitions sont permises).

(P2) Si je calcule 13^1, le chiffre des unités est 3.
Si je calcule 13^2, le chiffre des unités est 9
Quel est le chiffre des unités de 13^3, 13^4, 13^5, 13^9 ?
Quel est le chiffre des unités de 13^{1991} ?

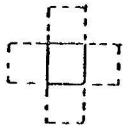
(P3) Si on calcule la différence 324-89 on obtient 235. La somme des chiffres de 235 est 2+3+5=10.
Calcule la somme des chiffres de la différence :
$10^{1991} - 1991$

(P4) Je possède dix mille petits carreaux identiques. En en prenant un certain nombre N, j'ai formé sur le sol une surface carrée. J'en ai ensuite rajouté 1989 pour former, avec les premiers, une surface carrée plus grande. De combien de carreaux me suis-je servi pour former mon premier carré ?
S'il y a plusieurs solutions, il faut les chercher toutes.
Et si le nombre de petits carreaux dont je dispose est illimité ?

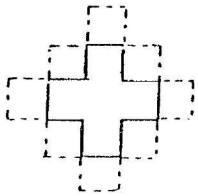
Sujet de narration Algèbre - Dénombrement

(D1) On construit des figures avec des carrés, on associe à chaque figure le nombre de carrés qui la constitue.

$a_1 = 1$ carré



$a_2 = 5$ carrés — On ajoute des carrés autour de la figure précédente.



$a_3 = 13$ carrés — On ajoute des carrés autour de la figure précédente.

On continue ainsi ces constructions. Déterminer a_5, a_{10}, a_{52}.
Donner la formule générale pour a_n.

(D2) On veut connaître le nombre de segments qui joignent des points donnés.
Par exemple :
Si j'ai 2 points, je ne peux tracer qu'un segment.
Si j'ai 3 points, je peux tracer au plus 3 segments.
Si j'ai 4 points, je peux tracer au plus 6 segments.
En faisant de nombreux dessins, en cherchant une méthode pour dénombrer les segments, remplis le tableau ci-dessous.

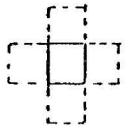
Si j'ai	Je peux tracer au plus
1 point	0 segment
2 points	1 segment
3 points	3 segments
4 points	
5 points	
6 points	
7 points	
12 points	
20 points	
108 points	
n points	

(D3) On dispose de feuille de papier de forme carrée.
On découpe ces feuilles de telle façon que tous les morceaux obtenus soient des carrés.
Quel nombre de morceaux peut-on obtenir quand on découpe une de ces feuilles ? Peut-on avoir deux morceaux ? Trois morceaux ? Quatre morceaux ? Cinq morceaux ?
Essaiez de trouver le plus de nombres possibles.

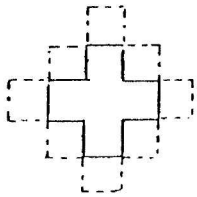
Sujet de narration Algèbre - Dénombrement

(D1) On construit des figures avec des carrés, on associe à chaque figure le nombre de carrés qui la constitue.

$a_1 = 1$ carré



$a_2 = 5$ carrés — On ajoute des carrés autour de la figure précédente.



$a_3 = 13$ carrés — On ajoute des carrés autour de la figure précédente.

On continue ainsi ces constructions. Déterminer a_5, a_{10}, a_{52}.
Donner la formule générale pour a_n.

(D2) On veut connaître le nombre de segments qui joignent des points donnés.
Par exemple :

Si j'ai 2 points, je ne peux tracer qu'un segment.
Si j'ai 3 points, je peux tracer au plus 3 segments.
Si j'ai 4 points, je peux tracer au plus 6 segments.

En faisant de nombreux dessins, en cherchant une méthode pour dénombrer les segments, remplis le tableau ci-dessous.

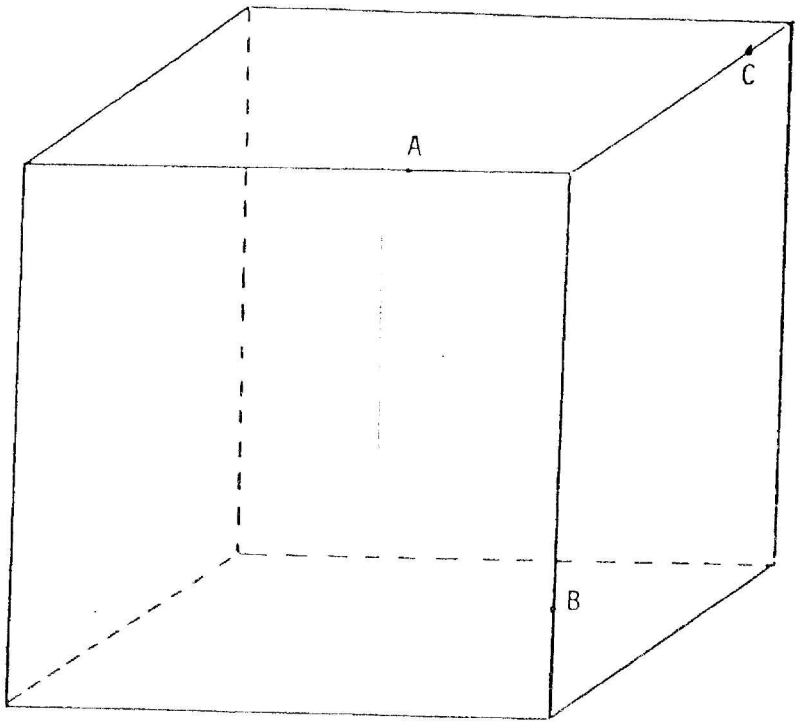
Si j'ai	Je peux tracer au plus
1 point	0 segment
2 points	1 segment
3 points	3 segments
4 points	
5 points	
6 points	
7 points	
12 points	
20 points	
108 points	
n points	

(D3) On dispose de feuille de papier de forme carrée.
On découpe ces feuilles de telle façon que tous les morceaux obtenus soient des carrés.
Quel nombre de morceaux peut-on obtenir quand on découpe une de ces feuilles ? Peut-on avoir deux morceaux ? Trois morceaux ? Quatre morceaux ? Cinq morceaux ?
Essaiez de trouver le plus de nombres possibles.

Sujets de narration Espace

(E1) Problème FIL :
Une salle de classe a pour dimension 7 m de long, 5 m de large et 3 m de haut. Un fil est tendu verticalement du plafond au sol. Une balle de révolver traverse la salle. Elle part d'un des coins du plafond et aboutit à la base d'un mur en son milieu.
La balle se déplace en ligne droite à partir de ce coin et coupe le fil à 1,5 m au-dessus du sol.
A quelle distance de chaque mur le fil était-il placé ?

(E2) On a un cube en bois de 10 cm de côté. On le partage en deux morceaux d'un coup de scie. Le coup de scie passe par les trois points A, B et C indiqués sur le dessin du cube.



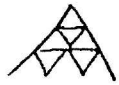
Le point A est à 3 cm d'un sommet.
Le point B est à 8 cm du même sommet.
Le point C est à 8 cm du même sommet.
On applique une des deux surfaces obtenues sur un tampon encreur et on l'imprime sur une feuille.
On demande de dessiner exactement le contour de la tache obtenue.

(E3) Une fourme de Lozère, cylindrique, a un diamètre de 10 cm et une hauteur de 8 cm (voir maquette).
On peut repérer le centre de la face supérieure : nous l'appellerons C.
On partage cette fourme en deux par un coup de couteau vertical.

1. Dessine la section obtenue si le coup de couteau passe par le centre C.
2. A quelle distance de C faut-il couper, pour que la section soit carrée ?

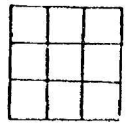
(D4) On possède un jeu de cartes et on réalise des "châteaux de cartes".
Pour un château de 1 étage, il faut 2 cartes

Pour un château de 2 étages, il faut 7 cartes

Pour un château de 3 étages, il faut 15 cartes 

Combien faut-il de cartes pour un château de 4, 5, 6, 10, 22, 47 étages et pour n étages?
Peux-tu trouver une formule ?

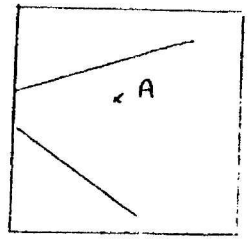
(D5) Combien de carrés sur cette figure ?
Cinq ! où sont-ils ?



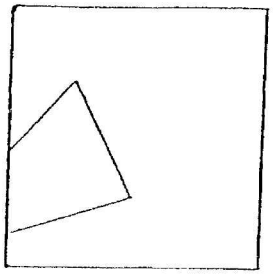
Combien de carrés sur un dessin 3x3 c'est-à-dire celui-ci
Sûrement plus de 12. Compte-les exactement.
Et maintenant, sur un damier 4x4, sur un damier de jeu d'échecs, combien de carrés ?

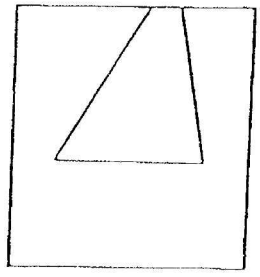
Sujets de narration Transformation

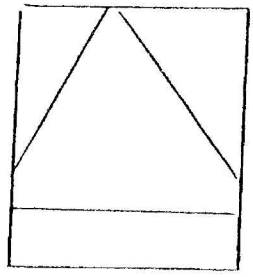
(T1) Sans utiliser de tracés en dehors de la feuille, tracer la droite passant par le point A et le point d'intersection de $\mathfrak{D}$ et $\mathfrak{D}'$.



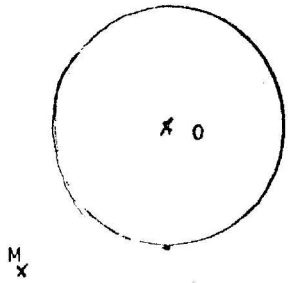
(T2) Construire le centre de gravité du triangle sans utiliser de tracés en dehors de la feuille.

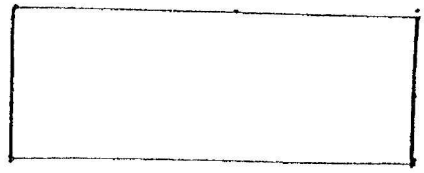


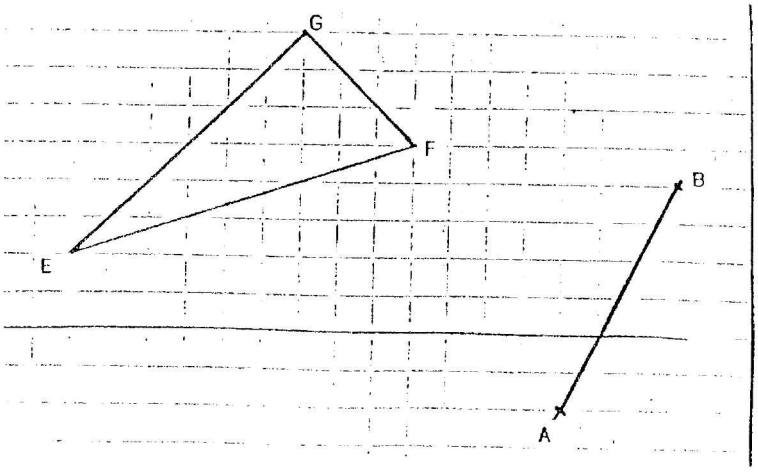




(T3) Combien peut-on construire de segments ayant le point M comme milieu, une extrémité surle cercle et l'autre extrémité sur l'un des côtés du rectangle ?

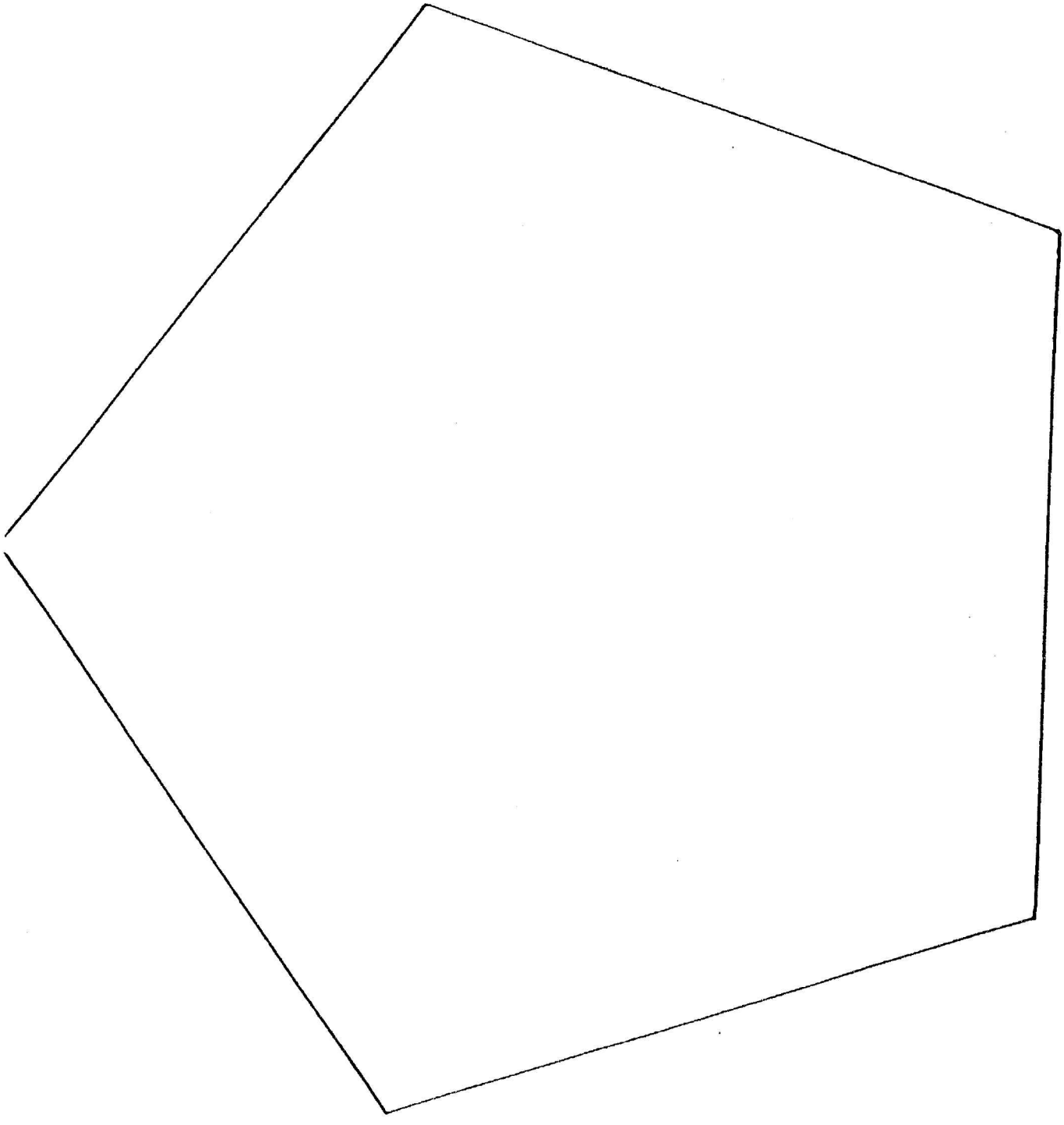






(T4) Etant donnés un triangle EFG, une droite $\mathfrak{D}$ et un segment [AB] combien peut-on trouver de segments [MN] de sorte que M appartienne $\mathfrak{D}$ à, N est sur un côté du triangle et ABMN est un parallélogramme.
(La figure est donnée sur un quadrillage pour faciliter sa reproduction).

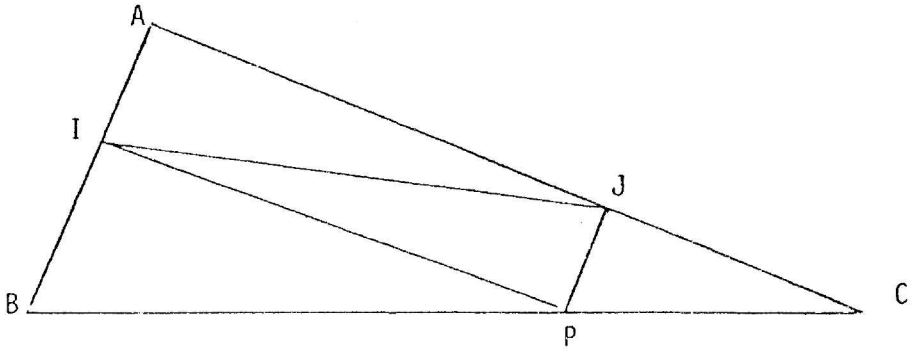
(T5) Dans le pentagone ci-dessous, quel est le nombre de triangles de dimensions 10 cm, 6 cm, 5 cm qui ont leurs trois sommets sur le bord de ce pentagone ?



Racontez les différentes étapes de votre recherche, vos remarques, comment vous avez progressé dans votre recherche, comment vous expliqueriez à un camarade votre solution, les aides éventuelles?

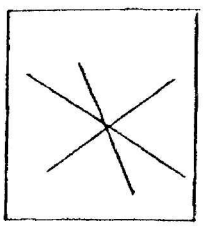
Sujet de narration Géométrie

(G1) Dans un triangle ABC rectangle en A, on place un point P sur l'hypoténuse.
On trace alors le segment [PI] perpendiculaire à [AB] et le segment [PJ] perpendiculaire à [AC].
On trace le segment [IJ].
Si on déplace le point P sur l'hypoténuse, la longueur du segment [IJ] varie.
Où faut-il placer le point P pour que le segment [IJ] soit le plus court possible ?



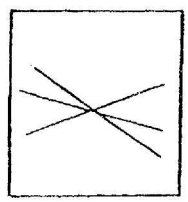
(G2) Si on dessine deux cercles et un rectangle, combien de points d'intersection peut-on obtenir au maximum ?
(Attention, les figures ne doivent pas être confondues)

(G3) Construire sur chacune des deux feuilles, un triangle qui admette les trois droites déjà tracées comme hauteurs.



1ère feuille

3 angles aigus différents et non droits



2ème feuille

1 angle obtus

Autres sujets de narration

(A1) Dans un collège de 420 élèves, on enseigne l'anglais et l'espagnol. Il y a 230 élèves qui étudient l'anglais et 220 élèves qui étudient l'espagnol. Mais on sait aussi que 110 élèves étudient à la fois l'anglais et l'espagnol.
Combien d'élèves n'apprennent aucune de ces deux langues ?

BIBLIOGRAPHIE

[1] **AUDIBERT G.**, 1980a - *Processus de problèmes de géométrie chez l'élève de l'enseignement secondaire*. Publication IREM-USTL, place E. Bataillon, Montpellier, 92 pages).

[2] **AUDIBERT G.**, 1982a - *Démarches de pensée et concepts utilisés par les élèves de l'enseignement secondaire en géométrie euclidienne plane*, volumes 1 et 2, nouvelle édition, publication de l'APMEP, 1984, N°56, 831 pages.

[3] **AUDI-MATH** N°2, CNDP, Octobre 1990, pages 17 à 19

[4] **BASCOU N., BONAFE F., BRUNET R.**, 1992 - Enseignement modulaire, fascicule 1, classe de Seconde, édition IREM-USTL, 46 pages, pages 3 à 12.

[5] **BONAFE F.**, 1985 - *La genèse du problème SEC*, édition IREM-USTL, place E. Bataillon, Montpellier, 39 pages.

[6] **BONAFE F.**, 1992 - Les narrations de recherche : un outil pour apprendre à démontrer (à paraître).

[7] **CHEVALIER A.**, 1984 - Le problème QAT : symétrie, vérification, algorithme de construction. La pratique de l'élève. Edition IREM-USTL, Montpellier, 442 pages.

[8] **CHEVALIER A.**, 1989b - Narration de recherche en classe de 4ème : influence sur les stratégies et la motivation des élèves,dans les *Actes de la 41ème Rencontre de la CIEAEM* ou *dans SNTP (sans tambour ni trompette)* N°6, Mai 1991, IREM de Lyon et APMEP Régionale Lyon.

[9] **CHEVALIER A., RIOS G., SAUTER M.**, 1990 - Narrations de recherche. Dans commission Inter-IREM Géométrie 1990. *Actes du colloque Inter-IREM Géométrie de Port d'Albret* des 7, 8 et 9 Juin 1990.

[10] **FABRE C.**, 1986 - *Déroulement d'une expérimentation portant sur l'enseignement de la perspective cavalière en classe de 5ème*, édition IREM-USTL, place E. Bataillon Montpellier, 48 pages, 2ème édition, IREM de Lille, colloque Inter-IREM Géométrie des 23, 24 et 25 Mai 1986 à St-Amand-les-Eaux, pages 100 à 143.

[11] **IREM de Lyon**, Janvier 1991 -La feuille à problèmes, N°43, pages 1 à 11.

[12] **Groupe de Recherche sur l'Enseignement de la Géométrie**
1979 - *Intégrale des protocoles du problème CRI*, à consulter sur place à l'IREM de Montpellier, 246 pages
1980a - *Intégrale des protocoles du problème SIM*, à consulter sur place à l'IREM de Montpellier, 488 pages.
1981b - *Isométries-Pentagone, fascicule de protocoles*, édition IREM-USTL, place E.Bataillon, Montpellier, 106 pages.
1981a - *Intégrale des protocoles du problème QAT*, à consulter sur place à l'IREM de Montpellier, 508 pages.
1984b - *Intégrale des protocoles du problème FIL*, à consulter sur place à l'IREM de Montpellier, 822 pages.
1987 - *Intégrale des protocoles de la séquence PC*, à consulter sur place à l'IREM de Montpellier, 1592 pages.

[13] **IREM de Lyon**, 1984 - *La pratique du problème ouvert.*

[14] **IREM de Lyon**, 1985 - *Varions notre enseignement avec les problèmes ouverts* (bande dessinée).

[15] **PAIS L.C.**, 1990b - Une équipe d'enseignants en situation de recherche. Actes de la 42ème rencontre de la CIEAEM (à paraître).

[16] **PAIS L.C.**, 1991 - *Représentation des corps ronds dans l'enseignement de la géométrie au collège : pratiques d'élèves, analyse de livres.* Thèse de Doctorat, édition IREM-USTL, 352 pages.