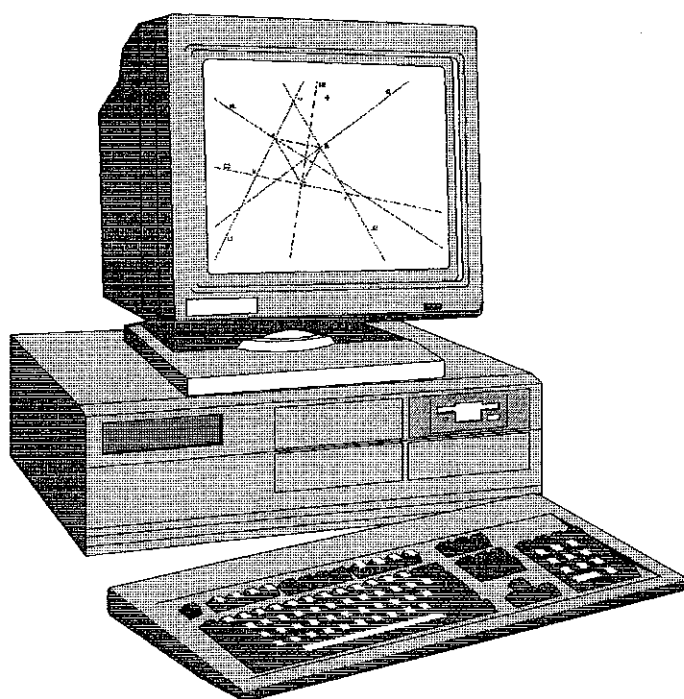


L'OUTIL INFORMATIQUE EN MATHÉMATIQUES AU COLLEGE



I.R.E.M. de l'Académie d' Aix - Marseille

M.A.F.P.E.N. de l'Académie d' Aix - Marseille
Délégation aux Technologies Nouvelles

1993 - 94

AVERTISSEMENT

L'enseignement des mathématiques au collège, s'organise autour d'activités "en situation". A partir d'une démarche où devront être mises en oeuvre des observations et des conjectures, les élèves seront amenés à une compréhension intuitive de concepts qui seront ensuite institutionnalisés, réutilisés et reliés entre eux.

Le professeur est ainsi encouragé à développer des méthodes innovantes permettant aux élèves de construire ou d'enrichir leur savoir mathématique, et de faire apparaître l'unité des différentes parties du programme (activités numériques, géométriques et graphiques).

L'outil informatique peut prendre une place importante dans une telle démarche, grâce notamment à l'évolution des matériels informatiques et des logiciels qui offrent des réponses diversifiées aux besoins pédagogiques des enseignants et des élèves. On notera à ce sujet que les établissements disposent de plus en plus de matériels informatiques utilisables à des fins pédagogiques.

Pour inciter les enseignants à utiliser l'outil informatique en mathématiques et les aider dans la mise en place d'une démarche pédagogique nouvelle pour beaucoup, l'IREM d'Aix-Marseille a confié à un groupe d'enseignants de collège un travail de recherche et de formation portant sur l'intégration de l'outil informatique dans la démarche pédagogique.

Des stages ont permis à de nombreux enseignants des collèges de prendre en main les logiciels utilisables en mathématiques et de développer des séquences pédagogiques utilisant l'ordinateur.

Cette publication présente aux enseignants des collèges des pistes d'utilisation de l'ordinateur en mathématiques au travers de la présentation de quelques logiciels et d'exemples de séquences pédagogiques développées lors des stages. Elle devrait faciliter la mise en oeuvre de ces pratiques par les enseignants.

Guy HACQUART

Ont participé aux travaux du Groupe Informatique en Mathématiques au Collège :

Guy HACQUART

Animateur - Professeur - Formateur M.A.F.P.E.N. I.R.E.M. AIX-MARSEILLE

Alain BORHIS

Professeur - Formateur M.A.F.P.E.N.

Collège GERARD PHILIPPE
MARSEILLE

Jean-Luc CORDINA

Professeur

Collège BELLE-DE-MAI
MARSEILLE

François COSMO

Professeur

Collège Paul GAUTHIER
CAVAILLON

Roger GONZALEZ

Professeur - Formateur M.A.F.P.E.N.

Collège Paul GAUTHIER
CAVAILLON

Jacques PLANES

Professeur - Formateur M.A.F.P.E.N.

Collège LA CARRAIRE
MIRAMAS

Document réalisé par Roger GONZALEZ

SOMMAIRE

Utilisation du logiciel LE GEOMETRE..... 7

A propos de GEOPLAN..... 27

Travailler avec GEO-PROBLEMES 39

Fiches de quelques activités avec LE GEOMETRE..... 55

Le Géomètre

Utilisation du logiciel LE GEOMETRE

I - Quelques remarques et conseils.....	11
II - Prise en main du logiciel	12
III - Séquences pédagogiques d'apprentissage du logiciel	17
IV - Exemples de figures	22
V - Exemples de macro-constructions.....	23
VI - Conclusion.....	24

Alain BORHIS

Collège GERARD PHILIPPE
MARSEILLE

Utilisation du logiciel LE GEOMETRE

Le géomètre est un logiciel qui permet de réaliser des séquences pédagogiques en géométrie très simples et aussi très complexes. Son apprentissage et son utilisation sont très faciles. Les réalisations des séquences pédagogiques ne doivent leur complexité qu'à celle des constructions envisagées et de la visualisation souhaitée à l'écran de la propriété étudiée.

I - Quelques remarques et conseils

Lancement :

Après l'installation (suivre les instructions de la documentation page 6 et 7) se placer dans le répertoire contenant les fichiers du géomètre et lancer un des deux fichiers suivant, GEOM.BAT ou GEOMETRE.EXE.

Manipulation :

L'utilisation conjointe d'une souris et du clavier est très fortement conseillée.

Impossibilités :

- de tracer des demi droites (on peut tricher à l'écran avec un segment agrandi).
- de tracer un arc de cercle (notamment $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$ de cercle).
- de tracer un cercle en choisissant son centre et son rayon (utiliser pour cela la macro cerayoce).
- de travailler sur les surfaces (pas de quadrillage, pas de mesure d'aire).
- de superposer deux figures existantes.

A noter aussi :

- l'impossibilité avec l'option " Choix des menus" dans "Divers" d'annihiler les options "Enregistrer", "Enregistrer sous" et surtout "Détruire un fichier" dans "Fichier" (à quand un menu superviseur et un menu utilisateur ?).
- l'impossibilité de charger une macro à partir du menu "Fichier - Ouvrir" (il faut obligatoirement passer par " Divers - Macros constructions - Ouvrir").

Problèmes rencontrés :

- saturation de la mémoire lorsque l'on charge plusieurs figures à la suite (le remède consiste à quitter et à relancer geom.bat).
- blocages fréquents lors de la demande d'impression écran (il faut presque toujours relancer l'ordinateur en éteignant puis en rallumant : la combinaison CTRL+ALT+DEL étant inactive).

- toutes les imprimantes ne sont pas prises en compte d'où des blocages fréquents même avec l'impression à partir du menu Fichier.

Incidents fréquents avec l'option historique dans le cas d'une figure complexe (à la fin de l'historique on a souvent une perte d'une partie du graphisme des menus et parfois un blocage).

- ces problèmes sont certes gênants mais ne constituent pas un handicap à l'utilisation du logiciel qui est, rappelons-le, simple et agréable.

- à signaler, lorsque l'on fait varier la mesure d'un angle de façon décroissante on obtient les valeurs successives suivantes ... 11° , 10° , 1° , 9° , 8° ,

II - Prise en main du logiciel

Utilisation des menus

Fichier	Edition	Création	Construction	Divers
Figure				

Fichier



Nouveau : pour créer une nouvelle figure (si une figure est déjà à l'écran on peut alors la sauver).

Ouvrir : permet de charger une figure existante (sauvegarde de la figure présente à l'écran possible).

Enregistrer : sauvegarde la figure en cours dans le répertoire courant.

Enregistrer sous : sauvegarde de la figure en cours dans le répertoire et sur le lecteur de son choix.

Revenir : pour revenir à la figure chargée au départ et que l'on aurait modifiée.

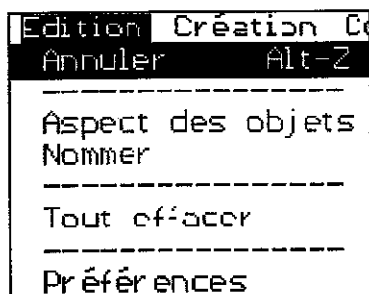
Détruire un fichier : pour effacer un fichier sur le disque ATTENTION !

Format d'impression : pour configurer le mode d'impression.

Imprimer : pour imprimer une partie de la figure que l'on choisira en déplaçant le rectangle de sélection.

Quitter : pour quitter le géomètre (on peut alors sauver la figure en cours).

Edition



Annuler : pour annuler la dernière action .

Aspect des objets :

Pinceau : pour avoir les tracés en épais ou en couleur

Crayon : pour rétablir en trait plein l'action obtenue avec gomme

Gomme : pour gommer les objets que l'on ne veut plus voir apparaître à l'écran. Ceux-ci apparaissent alors en pointillé pour disparaître lorsque l'on sort de "Aspect des objets"

Tout : pour revenir à la figure initiale en trait fin et blanc (sur fond noir).

Nommer : pour donner un nom aux points, aux droites, aux cercles (quatre caractères maximum ; on peut déplacer le nom en saisissant le rectangle en pointillé). Pour effacer un nom il faut utiliser la touche .

Tout effacer : pour retrouver un écran vierge de tout dessin.

Préférences : pour choisir le fond de l'écran (blanc ou noir) et pour ajuster les cercles ainsi que les longueurs.

Création

Création	Constructi
Point	
Droite	
Cercle	

Segment	
Droite déf. 2 pts	
Triangle	
Cercle déf. 2 pts	

Tous les objets créés pourront être déplacés. Pour cela, approcher la croix près de l'objet que l'on veut déplacer, cliquer alors sur le bouton de gauche de la souris (une main saisissant l'objet apparaît), il suffit alors de garder appuyé et de faire glisser la souris.

Point : déplacer la souris pour positionner le point à l'endroit désiré sur l'écran puis cliquer.

Droite : déplacer la souris pour positionner un point de la droite puis cliquer sur le bouton de gauche en gardant appuyé pour déterminer la position de la droite à l'écran. On peut par la suite modifier cette position en appuyant sur la touche ALT, en cliquant sur le bouton gauche de la souris, en gardant appuyé, puis en faisant glisser la souris.

Cercle : déplacer la souris pour positionner le centre du cercle puis cliquer en gardant appuyé pour obtenir, en faisant glisser la souris, le rayon désiré. On peut ensuite modifier ce rayon en appuyant sur ALT et le bouton de gauche de la souris.

Segment : désigner deux points en cliquant.

Droite définie par deux points : désigner deux points en cliquant.

Triangle : désigner trois points en cliquant.

Cercle défini par deux points : cliquer une première fois pour le centre puis une deuxième fois pour un point du cercle.

Construction

Construction	Divers
Lieu de points	

Point sur objet	
Intersection de 2 objets	

Milieu	
Médiatrice	
Droite parallèle	
Droite perpendiculaire	
Centre d'un cercle	

Gymétrie d'un point	
Bissectrice	

On ne peut construire que si l'on a préalablement créé les objets de base à la construction désirée.

Lieu de points : On ne peut désigner qu'au maximum dix lieux simultanément. Pour voir un lieu il faut déplacer un objet de base en relation avec le point ou les points dont on souhaite voir le lieu (Attention certains points de base déformeront la figure lors de leur déplacement aussi il est préférable en général de déplacer un point construit par l'option "Point sur objet"). Il faut obligatoirement garder le bouton de la souris appuyé pendant la recherche du lieu. Pour imprimer un lieu il suffit d'appuyer sur la touche I (pensez à "Format d'impression" avant).

Point sur objet : permet de placer un point sur un segment, une droite ou un cercle. Un point sur objet peut se déplacer sur l'objet.

Intersection de deux objets : permet de marquer les points d'intersection de deux objets (en effet ceux-ci n'existent pas à priori).

Milieu : il faut désigner un segment ou deux points.

Médiatrice : il faut désigner un segment ou deux points.

Droite parallèle : il faut désigner un point puis une droite ou un segment.

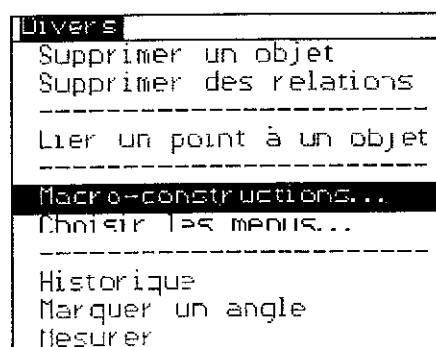
Droite perpendiculaire : il faut désigner un point puis une droite ou un segment.

Centre d'un cercle : permet de placer le centre d'un cercle créé avec l'option "Cercle" du menu "Créations".

Symétrique d'un point : permet de créer le symétrique d'un point par rapport à un autre point ou par rapport à une droite. Il faut d'abord désigner le point dont veut construire le symétrique puis le centre ou l'axe de symétrie désiré. Il s'agit comme pour l'option "Bissectrice" d'une macro construction résidente. C'est à ce niveau que les macros constructions seront chargées.

Bissectrice : il faut désigner trois points, celui du milieu étant le sommet de l'angle dont on veut construire la bissectrice.

Divers



Supprimer un objet : permet de supprimer un objet créé ou construit, si des éléments dépendent de cet objet ils seront aussi supprimés.

Supprimer des relations : permet de supprimer le lien ou les liens existants créés par les options "Point sur objet", "Intersection de deux objets" et "Lier un point à un objet".

Lier un point à un objet : cela n'est possible que si le point est proche de l'objet.

Macro-constructions : permet de construire certains objets géométriques rapidement à partir de la désignation d'éléments de base. On a la possibilité d'ouvrir (charger) une macro existante, de créer une nouvelle macro et de l'enregistrer. On peut aussi supprimer (du menu et non pas du disque) une macro que l'on a chargée, cela est très utile car on ne peut charger que dix macro-constructions au maximum. Nous verrons plus tard comment créer une macro-construction.

Choisir les menus : permet d'annihiler certaines options de création ou de construction.

Historique : Permet de visualiser étape par étape la réalisation de la figure. On obtient les étapes en cliquant. On peut, en appuyant sur ALT tout en sélectionnant l'option "Historique", obtenir celle-ci en sens inverse. Il faut pour faire l'historique en sens inverse garder la touche ALT appuyée et cliquer. Pendant l'historique en sens direct si on appuie sur ALT l'historique continue en sens inverse.

Marquer un angle : il faut désigner trois points, celui du milieu étant le sommet.

Mesurer : on peut mesurer les segments créés et les angles marqués. Ces mesures sont effectuées au degré près pour les angles et au dixième près pour les segments. Faire glisser le curseur de la souris près de l'objet à mesurer puis cliquer (en cas d'ambiguïté cliquer puis sélectionner l'objet dont vous voulez la mesure).

Quelques remarques supplémentaires

L'appui sur la touche ECHAP a pour effet d'interrompre l'option en cours avec la suppression de tous les éléments créés depuis l'appel de cette option.

Il est possible de déplacer une figure à l'écran. Pour cela il suffit d'appuyer sur la touche CTRL, sur le bouton de gauche de la souris et de faire glisser la souris.

Il est possible d'agrandir la figure en appuyant sur la touche P ou sur la touche +.

Il est possible de réduire la figure en appuyant sur la touche m ou sur la touche -.

Les options "Aspect des objets", "Nommer", "Mesurer" ne nécessitent pas de relance systématique.

Pour qu'un objet existe il doit obligatoirement être créé ou construit.

Exemples :

Si l'on crée une droite définie par deux points, la droite existe mais pas le segment.

Si l'on crée un cercle et une droite visuellement sécante au cercle, les deux points d'intersection devront être créés pour exister.

Pour avoir à l'écran un point que l'on ne peut pas déplacer il faut le construire (par exemple avec l'option "Symétrique d'un point". Attention un point construit avec l'option "Point sur objet" est mobile.

Pour ne plus voir les éléments de base d'une construction il suffit de les gommer.

En mode construction il est possible de revenir en arrière étape par étape en cas d'erreur. Pour cela il suffit d'appuyer sur la touche .

Les objets de bases d'une figure (éléments créés) peuvent être saisis et déplacés.

On peut voir clignoter les éléments de base d'une figure en gardant le bouton de gauche de la souris appuyé et en se déplaçant près d'un objet de la figure.

La fenêtre des fichiers (figures ou macros) est limitée à 35. Pour accéder aux autres fichiers il faut utiliser les flèches.

Il est peut être souhaitable avant de construire une première figure d'ouvrir une figure existante par l'intermédiaire de "Fichier-Ouvrir-Ok-Figures-Entrée" (Pour sélectionner la figure désirée il suffit d'utiliser les flèches). Puis d'utiliser l'option "Historique" afin de visualiser les étapes de la réalisation de la figure. L'option "Aspect des objets" est aussi très utile à la compréhension de la réalisation de la figure.

III - Séquences pédagogiques d'apprentissage du logiciel

Vous trouverez ici quelques séances pédagogiques élémentaires utilisant le géomètre. Il est souhaitable que ces séances aient lieu en salle informatique avec au maximum deux élèves par poste.

Après avoir lancé le géomètre (par geom.bat) et cliqué sur les deux pages de présentation choisir successivement dans les menus :

En classe de Sixième : A la découverte de la symétrie axiale

- 1 - Création-Droite définie par deux points (désigner deux points à l'écran en cliquant).
- 2 - Création-Triangle (désigner trois points à l'écran en cliquant).
- 3 - Construction-Symétrique (désigner un point du triangle puis la droite, recommencer pour les deux autres sommets du triangle).

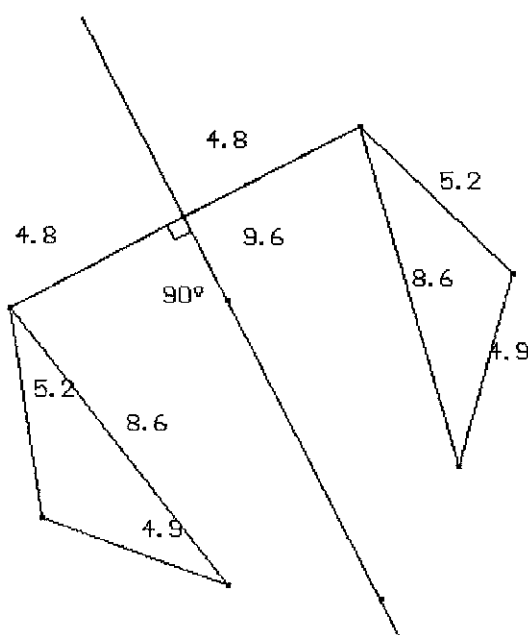
Création-Segment pour créer les trois segments images (à faire trois fois).

- 4 - Attraper un des sommets du triangle de base (pour cela approcher le curseur de la souris d'un des sommets puis cliquer en gardant appuyer et en faisant glisser la souris). Vous pourrez alors conjecturer avec les élèves.
- 5 - Recommencer l'action précédente avec un point de base de la droite.
- 6 - Création-Segment pour construire un segment joignant un des sommets de base et son image dans la symétrie.
- 7 - Construction-Intersection de deux objets pour obtenir l'intersection du segment précédent et de la droite.

Création-Segment pour créer les deux segments obtenus visuellement par la réalisation précédente (à faire deux fois).

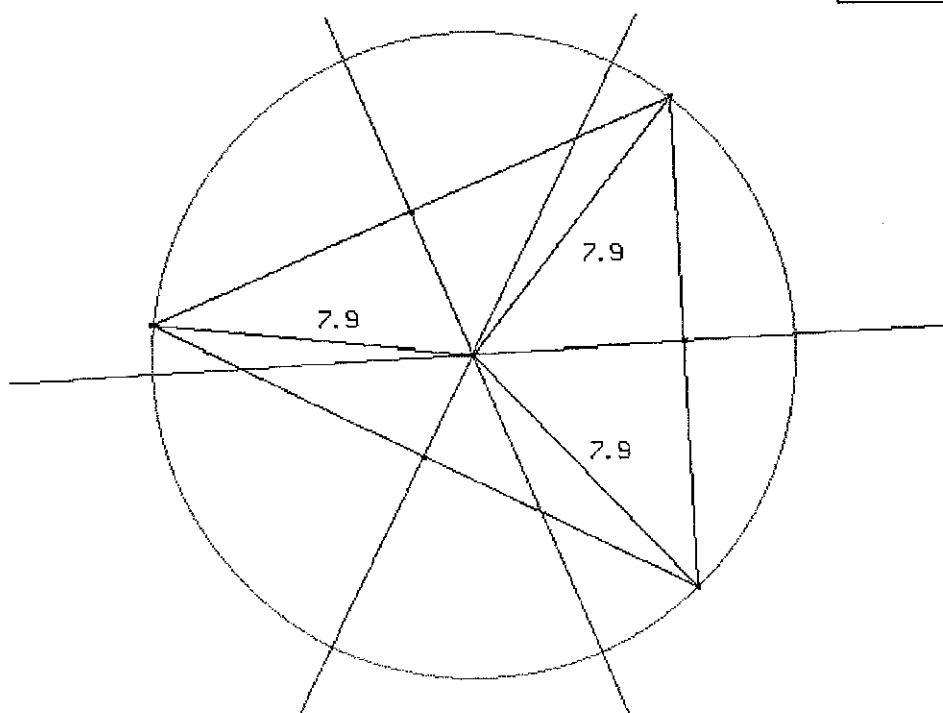
- 8 - Divers-Mesurer pour mesurer les segments de la figure. Faire des remarques.
- 9 - Divers-Marquer un angle pour marquer l'angle formé par la droite et le segment obtenu au 6 (désigner un point de la droite puis l'intersection droite-segment puis enfin une des extrémités du segment).
- 10 - Divers-Mesurer pour mesurer l'angle que l'on vient de marquer.
- 11 - Vous pouvez maintenant demander à vos élèves de réaliser des tracés sur papier.

SYDROTRI.FIG



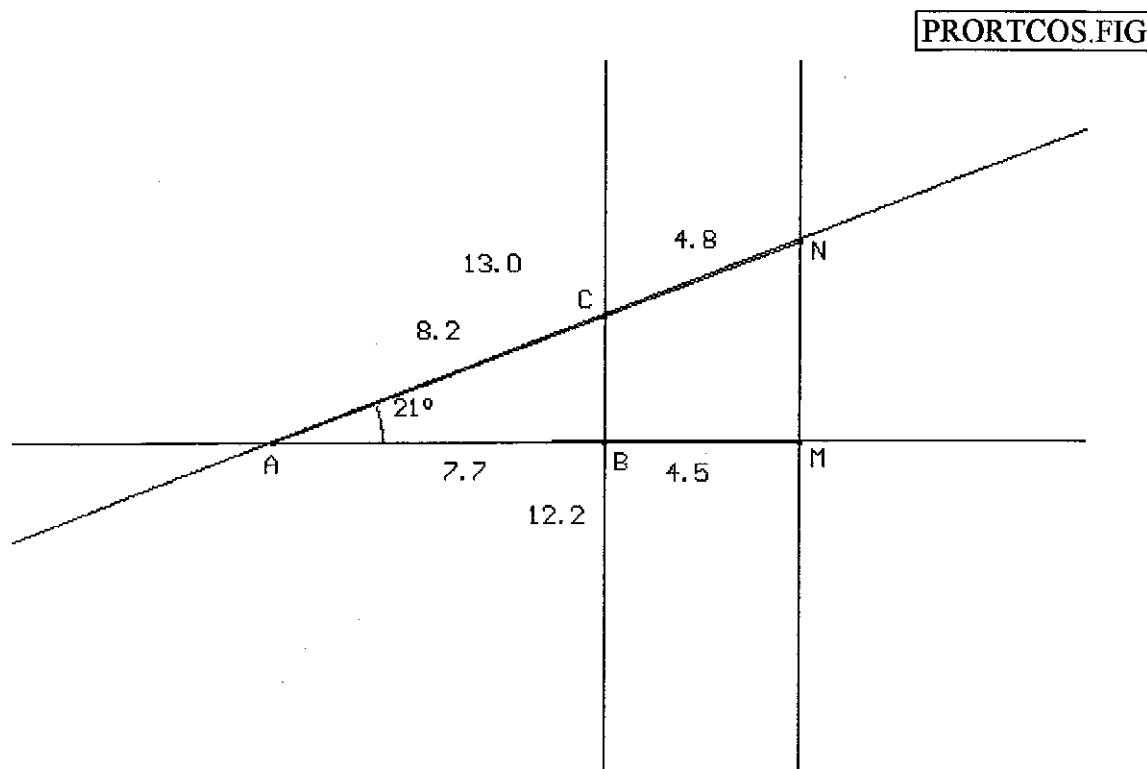
En classe de cinquième : Du triangle à la démonstration

- 1 - Création-Triangle
- 2 - Construction-Médiatrice pour construire les médiatrices du triangle (recommencer trois fois).
- 3 - Construction-Intersection de deux objets pour marquer l'intersection de deux médiatrices (pour avoir l'intersection des médiatrices recommencer l'opération en prenant les médiatrices deux par deux).
- 4 - Saisir un des sommets du triangle et le déplacer pour voir les différents cas de figures possibles.
- 5 - Création-Cercle défini par deux points pour obtenir le cercle circonscrit au triangle (désigner d'abord l'intersection des médiatrices puis un des sommets du triangle).
- 6 - Saisir un des sommets du triangle, le déplacer et observer.
- 7 - Construction-Milieu pour marquer les milieux des côtés du triangle (à faire trois fois).
- 8 - Création-Segment pour construire les segments joignant l'intersection des médiatrices à un des sommets du triangle (à faire trois fois).
- 9 - Edition-Aspect des objets pour améliorer la lisibilité de la figure (choisir l'option pinceau et sélectionner l'aspect désiré puis l'objet à peindre).
- 10 - Divers-Mesurer pour mesurer les segments créés au 7. Faire évoluer la figure pour conjecturer.
- 11 - Vous pouvez maintenant demander à vos élèves une réalisation papier et/ou faire la démonstration de la propriété constater.

TRMEDCER.FIG

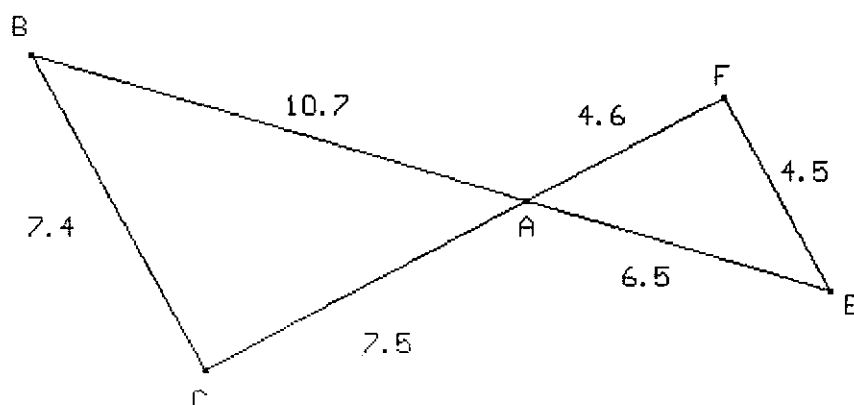
En classe de quatrième : En route vers le cosinus

- 1 - Création-Droite définie par deux points , les Nommer A et B avec Edition-Nommer.
- 2 - Construction-Perpendiculaire pour construire la perpendiculaire à (AB) passant par B.
- 3 - Construction-Point sur objet pour placer un point sur cette perpendiculaire, le nommer C.
- 4 - Création-Droite définie par deux points pour tracer la droite (AC).
- 5 - Construction-Point sur objet pour placer un point sur la droite (AB), le nommer M.
- 6 - Construction-Perpendiculaire pour construire la perpendiculaire à (AB) passant par M.
- 7 - Construction-Intersection de deux objets pour construire l'intersection de cette perpendiculaire avec la droite (AC), le nommer N.
- 8 - Créer tous les segments des droites (AB) et (AC). Il y en a six.
- 9 - Divers-Marquer un angle pour marquer l'angle BAC.
- 10 - Divers-Mesurer pour mesurer tous les segments ainsi que l'angle BAC.
- 11 - Vous pouvez maintenant faire remplir un tableau où seront consignées toutes les mesures données par le logiciel ainsi que les résultats de calculs conduisant à la définition du cosinus d'un angle. Faire évoluer la figure en déplaçant un des points de base pour pouvoir conjecturer.



En classe de troisième : A la découverte du théorème de Thalès

- 1 - Création-Droite définie par deux points, les nommer A et B.
- 2 - Création-Droite définie par deux points pour obtenir une droite sécante en A à (AB), nommer C le deuxième point de cette sécante.
- 3 - Création-Droite définie par deux points pour obtenir la droite (BC).
- 4 - Construction-Point sur objet pour placer un point sur la droite (AB), le nommer E.
- 5 - Construction-Parallèle pour obtenir la droite passant par E et parallèle à la droite (BC).
- 6 - Construction-Intersection de deux objets pour obtenir l'intersection de cette parallèle avec la droite (AC), nommer F cette intersection.
- 7 - Création-Segment pour créer les segments [AB], [AC], [BC], [AE], [AF] et [EF].
- 8 - Edition-Aspect des objets pour gommer les quatre droites.
- 9 - Divers-Mesurer pour mesurer les six segments créés précédemment.
- 10 - Faire évoluer la figure en attrapant le point E pour faire apparaître les différentes positions possibles.
- 11 - Faire relever les mesures puis faire calculer les quotients permettant la mise en évidence du théorème de Thalès.

THAETTRI.FIG

IV - Exemples de figures

Nom du fichier	Commentaires
ANG_ALT1 ANG_ALT2 ANG_ALT3 ANG_ALT4	Angles et parallélisme
ANG_CEN	Angle au centre et angle inscrit
ANG_SUP	Angles supplémentaires
BIS_PAR	Les bissectrices consécutives d'un parallélogramme sont perpendiculaires.
BRANDENB CERCLE9P CUBOCTA DESCARTE	Figures fournies avec le logiciel
DIS_MIN1 DIS_MIN2	Problème de Pythe à Gore
DIS_MIN3 DIS_MIN4 DIS_MIN5	La somme des distances d'un point intérieur à un triangle équilatéral aux côtés est constante.
DIS_MIN6 DIS_MIN7	Chemin minimal : point d'une droite-droite-point d'une droite
DIS_MIN8 DIS_MIN9	Chemin minimal : point-droite-droite-point
DIS_MINA DIS_MINB	Chemin minimal : point-droite point
EULER	Figure fournie avec le logiciel
ING_TRI1 ING_TRI2	Inégalité triangulaire
NAPOLEON OPTIQUE PARABOLE PARAL_SY	Figures fournies avec le logiciel
PAR_MIL	Parallélogramme et milieu (théorème de Varignon ?)

PRO_CER1	Projections
PRO_CER2	
PRO_DEF	
PRO_SEG	
PYRAMIDE	
	Figure fournie avec le logiciel
PYTHAGOR	Triangle rectangle (à construire) et médiane Triangle rectangle, cosinus, calcul d'un côté .
PYTHCOS1	
PYTHCOS2	
PYTHCOS3	
PYTHCOS4	
ROT_RAP	Rapporteur pour les rotations Rotation et triangle .
ROT_TRI1	
ROT_TRI2	
SEG_MED1	Médiatrice d'un segment
SEG_MED2	
SEG_MED3	
SEG_MED4	
TRIANGLE	Figure fournie avec le logiciel
TRISEC1	Trisection d'un angle
TRISEC2	
TRISEC3	
TRI_CON	Conductibilité d'un triangle
TRI_ISO1	Triangle isocèle
TRI_ISO2	
TRI_ISO3	
TRI_ISO4	
TRI_MED1	Triangle, médiane, centre de gravité
TRI_MED2	
TRI_MED3	
TRI_MED4	

V - Exemples de Macro-Constructions

Nom du fichier	Commentaires
CANROT	Charger préalablement ROT_RAP.FIG pour avoir l'angle modifiable facilement. Construction d'un point par rotation, il faut désigner successivement le centre, l'angle (trois points) puis l'antécédent.
CARRE	Construction d'un carré, il faut désigner les extrémités d'une des diagonales.

CERAYOCE	Construction d'un cercle en désignant son rayon (deux points) puis son centre.
CERC_CIR	Construction du cercle circonscrit à un triangle, il suffit de désigner le triangle.
CERC_INS	Construction du cercle inscrit à un triangle, il suffit de désigner le triangle.
PARAGRAM	Construction d'un parallélogramme, il faut désigner trois points.
REP_ANG	Report d'un angle, il faut désigner un angle puis les deux premiers points définissant le nouvel angle.
REP_SEG	Report d'un segment, il faut désigner un segment existant puis le point origine du nouveau segment et enfin un point qui avec le point origine va définir la droite support du nouveau segment ainsi que le sens du report.
TANGENTE	Construction de la tangente à un cercle en un des points du cercle. Il faut désigner le cercle puis un point d'un cercle.
TANGENT2	Construction des tangentes à un cercle à partir d'un point extérieur au cercle, il faut désigner le point et le cercle.
VECTEUR	Construction d'un vecteur, il faut désigner l'origine puis l'extrémité.
SYMETRIQUE D'UN POINT et BISSECTRICE sont des macros résidentes (voir le menu constructions).	

VI - Conclusion

Tout est facile avec de la volonté
Tout se résoud avec de la compétence
Entre la volonté et la compétence il y a le travail.

Géoplan

A propos de GEOPLAN

I - Présentation de GEOPLAN	32
II - Les différents modes	32
III - Les menus du mode Créer	33
IV - Proposition d'utilisation de GEOPLAN	37
V - Quelques limites à connaître	37

Jacques PLANES

Collège LA CARRAIRE
MIRAMAS

A propos de GEOPLAN

PUBLICATION

Sous la direction conjointe du Bureau des Innovations Pédagogiques et des Technologies Nouvelles de la Direction des Lycées et Collèges, et du Centre de Recherche et d'Expérimentation pour l'Enseignement des Mathématiques (Conservatoire National des Arts et Métiers), ce logiciel est publié par le :

CRDP de Poitou - Charentes
6, rue Sainte Catherine
86034 POITIERS CEDEX

PRIX

Le prix du logiciel et de la documentation s'y rapportant est de **50F.**

PUBLIC VISE

Classes de Premières et Terminales.

BUT

Intégration de l'outil informatique dans la discipline.

MOYENS

Activités Mathématiques et Imagiciels.

NOTRE BUT

Pouvoir exploiter ce logiciel dans d'autres classes, en particulier en collège.

NOS LIMITES

Le peu de connaissances des élèves de collège dans le domaine de la géométrie analytique ne leur permet que difficilement une utilisation de ce logiciel. Il demeure toutefois un très bon outil pour le professeur afin de créer ses propres imagiciels.

I - Présentation de GEOPLAN

Geoplan est un logiciel qui permet la construction de figures géométriques planes mettant en jeu des objets de types différents :

- objets géométriques élémentaires tels les points, les segments, les droites, les demi-droites, les cercles, les transformations, les repères,
- courbes représentatives de fonctions ou courbes obtenues comme lieux de points,
- objets numériques élémentaires telles les constantes, les variables et les fonctions.

Ces objets peuvent être définis :

- par des constructions géométriques classiques (barycentre, intersection, médiatrice, ...),
- analytiquement,
- par des calculs sur des grandeurs géométriques ou algébriques.

Certains objets, tant géométriques qu'algébriques, peuvent être variables ; il est ainsi possible de déclarer un point mobile sur une droite, un cercle, dans un cadre pré défini, d'utiliser une variable réelle dans un intervalle choisi..

A partir de ces diverses fonctionnalités, l'enseignant va pouvoir fabriquer ses propres imagiciels ; il pourra ainsi préparer une séquence de cours illustrée par l'ordinateur et utilisable de façon collective dans la classe. Il est possible, en particulier, de créer des commandes qui automatisent les modifications successives que l'on souhaite apporter à une figure lors d'un travail en classe: ceci facilite l'utilisation du logiciel devant les élèves.

II - Les différents modes

Le logiciel GEOPLAN fonctionne sous trois modes différents:

mode VOIR

Dans ce mode, on peut présenter une figure achevée, on peut la recadrer, la compléter en faisant intervenir des commandes définies antérieurement par l'utilisateur.

mode CREER

C'est le mode qui permet toutes les constructions, toutes les modifications de figures. Dans ce mode, une ligne de menus est affichée en haut de l'écran. On **sélectionne** un des menus au moyen des **flèches droite**  ou **gauche**  puis en validant à l'aide de la **touche ENTREE**. Le menu se déroule et on peut alors **choisir un article** au moyen des **flèches haut**  et **bas**  puis en validant à l'aide de la **touche entrée ENTREE**.

Tous les objets qui sont créés doivent être nommés :

- un point est désigné par une lettre, seule ou dotée d'un indice,
- une droite est désignée par deux de ses points ou par un nom qui lui est propre,
- une demi-droite est désignée par deux points : l'origine et un autre,
- un cercle, une courbe, une transformation ou un repère peuvent être désignés par un ou deux caractères,
- les scalaires et les fonctions peuvent être nommés à l'aide d'au plus 3 caractères,
- un cadre ne pourra porter que les noms A, B, C ou D, ce qui limite à 4 le nombre de cadres que l'on peut construire dans une même figure.

Il conviendra donc d'être très prudent dans la manière de désigner les divers objets créés, des objets de types différents pouvant porter le même nom.

mode MOUVOIR

Lorsqu'une figure contenant des objets mobiles est créée, le mode **mouvoir** permet de déplacer les points mobiles ou de faire évoluer les variables.

Ce mode donne accès à d'autres possibilités :

- laisser la trace d'objets qui se déplacent,
- afficher un ou plusieurs calculs variables réactualisés au fur et à mesure que se déplace un point mobile.

Lorsqu'on se place en mode **mouvoir**, si plusieurs objets ont été définis comme mobiles, le logiciel propose de choisir l'un d'entre eux. L'objet choisi est rappelé en haut de l'écran à gauche et le pas de déplacement à droite ; on change ce pas à l'aide des touches "+" et "-". Un appui sur les flèches permet le déplacement de l'objet mobile ou l'évolution de la variable choisie ; les éléments de la figure qui ont été définis à partir d'eux se déplacent en même temps.

Si la figure ne comporte aucun objet mobile, le mode est inactif et le logiciel le signale.

III - Les menus du mode Créer

Sept menus sont proposés en **mode Créer**. Nous avons vu comment passer de l'un à l'autre et comment ouvrir et parcourir chacun d'eux. Nous allons analyser succinctement le contenu de chacun d'eux.

MENU

ARTICLE

ACTION

POINT

Point repéré

permet de placer un point soit dans un repère pré défini, soit dans un repère créé par l'utilisateur.

Intersection	permet de construire l'intersection de deux droites d'une droite et d'un cercle, de deux cercles.
Milieu	permet de construire le milieu d'un segment.
Centre	permet de construire le centre de gravité, le centre des cercles inscrit et circonscrit à un triangle, son orthocentre. Permet aussi de construire le centre d'un cercle déjà construit.
Barycentre	permet de construire le barycentre de 2, 3 ou 4 points pondérés.
Transformés	permet de construire les images des points par translation, symétrie centrale ou axiale, homothétie projection, rotation ou par une transformation pré définie dans le menu TRANSFORMATION.
Point/cercle	permet de construire un point sur un cercle.

LIGNE

Segments	permet de construire un segment à partir de deux points pré définis.
Demi-droite	permet de construire des demi-droites à partir de deux points pré définis.
Droite	permet de construire une droite à partir de deux de ses points, comme parallèle ou perpendiculaire à une autre droite, passant par un point donné. Permet aussi de construire des médiatrices, des bissectrices, des transformées de droites, des droites définies par point et coefficient directeur ou par leur équation dans un repère.
Cercle	permet de construire un cercle défini par son centre et, soit son rayon, soit l'un de ses points, soit une tangente.
Courbe	permet de choisir entre courbe définie comme lieu de points ou comme graphe d'une fonction.
Cadre	permet de définir un cadre à partir des extrémités de l'une de ses diagonales.

TRANSFORMATION

Translation	elle est donnée par un représentant de son vecteur.
Symétrie	elle peut être axiale orthogonale ou centrale.
Rotation	elle est définie par son centre et un angle
Homothétie	elle est définie par son centre et son rapport , ou par son centre et la donnée d'un point et de son image.
Composée	permet de définir la composée de deux transformations pré définies.

NUMERIQUE

Constante	permet de définir des nombres fixes.
Calcul géométrique	permet de nommer des mesures d'objets géométriques de la figure. On peut choisir une unité de longueur ou d'angle lorsque cela s'avère nécessaire.
Calcul algébrique	permet de définir des "nombres" Ils sont calculés à partir de l'article Calcul géométrique.
Fonction numérique	permet de définir des fonctions numériques utilisant les opérations classiques du calcul mathématique.

MOBILE

Point libre	permet de définir un point qui peut être déplacé n'importe où dans le plan . Le logiciel lui attribue une place de façon aléatoire.
Point dans cadre	c'est une restriction de l'article précédent. Le point peut être déplacé n'importe où, à l'intérieur d'un cadre déjà défini.
Point sur ligne	Le point ainsi défini ne peut se déplacer que sur une droite, un segment ou un cercle déjà définis. Il est placé aléatoirement sur cet objet.
Variable	c'est une variable numérique qui peut être entière ou réelle et dont on donnera la plage de mobilité (minimum, maximum).

DIVERS

Sauvegarde	permet de sauvegarder la figure dans un répertoire choisi par l'utilisateur, sous le nom déterminé par l'utilisateur.
Dessin	permet de modifier le tracé des objets et leur façon d'apparaître à l'écran.
Couleur	permet de modifier les couleurs attribuées aux divers objets créés.
Editer texte	permet d'accéder à une fenêtre dans laquelle on pourra créer ou éditer un petit texte qui sera sauvegardé avec la figure construite.
Renommer	permet de changer le nom des différents objets.
(dé)Blocage	permet de figer la position d'éléments mobiles de la figure, puis de leur rendre leur mobilité.
Commandes	permet d'automatiser certaines fonctionnalités et de faire exécuter un ordre ou une suite d'ordres à partir de la touche CTRL suivie d'une lettre choisie par le concepteur de la figure.
Reclasser	permet de modifier l'ordre dans lequel la figure a été créée.
Filtre rappel	permet de n'afficher que les objets que l'on veut voir.
Limite dessin	permet de limiter l'affichage d'un objet à un cadre déjà défini.
Repère	permet de définir et de dessiner un repère gradué orthonormal ou seulement orthogonal.

RETRAIT

	permet de détruire un objet géométrique, une commande, une transformation ou une fonction déjà définis. Il correspond dans la partie article autant d'articles que d'objets que l'on peut supprimer.
Annuler	permet d'annuler le dernier retrait, à condition qu'aucune autre opération n'ait été faite entre-temps.

IV - Proposition d'utilisation de GEOPLAN

Le logiciel Géoplan est relativement facile à prendre en mains. Les commandes sont en nombre suffisant pour pouvoir créer toutes les figures nécessaires, surtout en collège. La seule difficulté majeure est l'utilisation de points définis par leurs coordonnées. En effet, les élèves de premier cycle ne sont pas assez familiarisés avec cette représentation pour pouvoir travailler de façon autonome avec ce logiciel. Pour un travail individuel de création de figures, on préférera d'autres logiciels, comme " Le Géomètre " par exemple.

Géoplan pourra, en revanche, être utilisé en présence des élèves des deux façons suivantes:

1/ pour visionner des imagiciels ; le professeur pilote lui même la séquence à partir d'un PC installé dans sa salle et couplé à une tablette rétroprojetable.

2/ pour un travail dirigé préparé par le professeur et exploité par les élèves; ce travail sera effectué en salle informatique par les élèves qui n'auront alors aucune figure à créer, mais seulement des situations pré définies à exploiter.

V - Quelques limites à connaître

Lors de la création de figures géométriques, il y a possibilité d'enregistrer le travail dans des répertoires créés par l'utilisateur. Chacun des fichiers ainsi créés aura pour extension .G2D (pour Géométrie à 2 Dimensions). Il faut savoir qu'un même répertoire ne peut contenir que 44 fichiers. Il sera donc peut être nécessaire de créer plusieurs répertoires pour stocker les figures géométriques utilisées dans différentes classes.

Un certain nombre de limitations existe aussi pour les éléments créés :

- 1/ le nombre de constructions est limité à 250,
- 2/ le nombre de commandes est limité à 10,
- 3/ le nombre de cadres est limité à 4,
- 4/ le nombre de courbes est limité à 4,
- 5/ le nombre de constantes est limité à 25,
- 6/ le nombre d'expressions algébriques ou de fonctions est limité à 50,
- 7/ le nombre de lieux géométriques est limité à 30 simultanés.

Un dernier point : Géoplan ne travaille pas avec des nombres réels, mais avec des valeurs approchées, ce qui engendre parfois des erreurs de précision.

Géo-Problèmes

Travailler avec GEO-PROBLEMES

I - Descriptif succinct des fonctionnalités du logiciel	43
II - Exemples d'utilisation pédagogique en quatrième	45
1 - Les trois hauteurs d'un triangle sont sécantes en un même point	45
2 - Tangentes à un cercle issues d'un même point faisant entre elles un angle fixe	48
Annexes	51

Jean-Luc CORDINA

Collège BELLE DE MAI
MARSEILLE

Travailler avec GEO-PROBLEMES

(descriptif et exemples d'utilisation)

Avertissement: Géo-problèmes est un outil d'expérimentation, de conjectures. Il est possible de créer des configurations, ainsi que des textes de problèmes dès la classe de sixième (le logiciel propose, en outre, un catalogue de problèmes à partir de la classe de quatrième).

Attention : le logiciel ne démontre pas, n'attend pas de réponse, ne corrige pas !! Il permet l'élaboration de textes à **cheminements différenciés**, c'est son originalité. Il fonctionne sur compatibles IBM -PC, AT, PS1....

I - Descriptif succinct des fonctionnalités du logiciel

(liste non exhaustive, ces possibilités seront développées au cours des exemples pédagogiques traités ci-après).

Le logiciel propose des menus déroulants (pour les choix, il est possible d'utiliser la souris ou le clavier). De nombreux choix sont possibles quant aux couleurs des fonds de menus, des caractères des messages, des fonds de messages, des tracés de figures, des points mobiles, des lieux, des transformés. Ajoutons qu'il est possible de paramétrer le logiciel quant aux polices de caractères (choisir option B si les lettres accentuées n'apparaissent pas à l'écran), quant à la carte graphique du compatible, des cercles (particulièrement utile pour sortir les figures à l'imprimante, à la tablette rétroprojetable) ; de plus on peut sauvegarder le paramétrage.

Il est instamment conseillé d'utiliser la souris pour placer les points, les désigner, les déplacer, etc...(si l'on utilise le clavier pour placer un point, il faut donner ses coordonnées, procédure lourde, et longue - on peut, bien sûr définir un repère à volonté).

En gros Géo-problèmes possède toutes les fonctionnalités du Géomètre (voir travaux du Groupe Informatique Mathématiques Elèves en Difficulté 91-92), aussi nous attacherons nous à décrire ce qu'il a "en plus" :

ASPECT CONFIGURATIONS

* Possibilité de choisir le mode de déplacement (option **mode** du menu **figure**) :

- soit par déformation (tout élément de la figure-c'est le choix par défaut)
- soit par translation, rotation, homothétie (seulement les points de base)

* Affichage des relations entre:

- deux points (égaux ou différents)
- un point et une droite (appartient ou non)
- un point et un cercle (centre, appartient, intérieur, extérieur)
- deux droites (parallèles, sécantes, orthogonales, confondues)
- une droite et un cercle (sécants ou non, tangents)
- deux cercles (confondus, concentriques, intérieurs, tangents intérieurement, extérieurement, extérieurs, sécants)
- triangle (isocèle, rectangle, équilatéral, quelconque)
- quadrilatère (trapèze, parallélogramme, rectangle, losange, carré)
- polygone (régulier ou non)

On peut afficher jusqu'à cinq relations simultanément.

* Nombre de macros prédéfinies plus important, syntaxe plus mathématique

* Evaluations plus nombreuses :

- distance entre deux points, ou entre un point et une droite
- longueur d'un segment
- angles défini par deux demi-droites (degré ou radian suivant le mode choisi), ou par trois points
- périmètre du cercle, d'un polygone
- aire d'un disque, d'un polygone
- produit scalaire de deux vecteurs

On peut afficher jusqu'à cinq évaluations simultanément

ASPECT PROBLEMES A CHEMINEMENTS DIFFERENCIES

* Le paramétrage de la liste des questions à traiter se fait par la menu **problème** option **cheminement**. Au chargement du problème, toutes les questions sont validées.

* Par l'option **résultats** du même menu, on obtient l'historique des questions traitées, des aides consultées, ainsi que le niveau (remarquons que l'apparition de l'aide concernant une question fait disparaître le texte de la question; il faut ressortir dans le menu **problèmes** pour dérouler les questions ou obtenir les aides).

* Il est possible d'indiquer les couleurs des tracés (15couleurs), ainsi que leurs styles (pleins, 3 types de pointillés) dans les données (par exemple: #D14 ; 0 signifie jaune-trait plein). Ceci peut être changé en cours d'exercice, il suffit de commencer un nouveau paragraphe de données.

* #D indique que les données sont valables pour tout le problème et, pour tout niveau de difficultés ; #D2 indique que les données sont valables pour un niveau supérieur ou égal à 2.

* On peut détruire toutes les données, à partir d'une question; il suffit d'ajouter dans le texte : #I

#D et de taper ensuite la nouvelle liste des données (changement de configuration).

* Pour effacer certains éléments de la figure : #E S1 ; S2 ; S3 efface les segments S1, S2, S3 (si ces dénominations désignent des segments). Ceci est utile pour les macro-constructions.

* Il faut noter l'existence dans le logiciel d'un éditeur de texte (commandes wordstar), pour créer, modifier les textes de problèmes, les questions. On peut faire de même avec tout autre logiciel de traitement de texte, à condition de sauvegarder en format ASCII.

II - Exemples d'utilisations pédagogiques en quatrième

1 - Les trois hauteurs d'un triangle sont sécantes en un même point.

Prérequis : hauteurs
médiatrices
cercle circonscrit

1^{ère} étape : Découverte de la conjecture

Structure : - soit en classe entière avec tablette rétroprojetable
- soit en postes autonomes (deux élèves par poste)

***Menu figure option tracer**

Désigner, sur la ligne du haut, pour chacun des trois sommets A, B, C, du triangle, la lettre nommant le point, puis sa position à l'aide de la souris (en cliquant). Ensuite, T1:TRG(A;B;C) ; (le triangle sera tracé puisqu'il est nommé; dans le cas contraire, le triangle est défini, mais non tracé).

***Menu figure option couleur**

Ceci permet de changer de couleur pour tracer les trois hauteurs :

H1 : Per(A ; Drt(B ; C)) ;

H2 : Per(B ; Drt(A ; C)) ;

H3 : Per(C ; Drt(A ; B)) ;

Que remarque-t-on?

Saisir ensuite un des sommets du triangle, à l'aide de la souris, puis le déplacer. La remarque faite précédemment reste-t-elle valable ?

Expression de la conjecture : *les trois hauteurs d'un triangle sont sécantes en un même point.*

Jusqu'ici, GEO-PROBLEMES diffère peu du GEOMETRE, sauf peut être en sa syntaxe plus mathématique ; mais toute médaille ayant son revers, cette syntaxe est aussi plus difficile à manier. Il est alors intéressant d'utiliser la possibilité de faire démontrer cette conjecture par les élèves, en utilisant **un énoncé différencié quant à ses questions et aux aides proposées**, suivant un des trois niveaux de difficulté : difficile, moyen, détaillé.

On peut envisager trois méthodes de travail :

- le nombre de postes est suffisant pour mettre un élève par poste ; l'élève travaille directement sur l'énoncé proposé par son poste au niveau choisi ;
- les élèves sont deux par poste, mais choisissent le même niveau de difficulté ;
- on tire les textes différenciés à l'imprimante, et on en distribue les photocopies ; chaque élève travaille sur le texte qui lui est proposé.

Il y a, bien sûr, la possibilité de correction en classe entière avec une tablette rétroprojetable.

2^{ème} étape : création du texte de l'exercice

Cette création sera donc faite, auparavant, par le professeur, et enregistrée sur disque dur, ou disquette.

Il faut d'abord créer la figure :

***Menu figure option tracer**

Début identique à la découverte de la conjecture, puis :

***Menu figure option couleur, puis tracer**

D1 : Par(A ; Drt(B ; C)) ;

D2 : Par(B ; Drt(A ; C)) ;

D3 : Par(C ; Drt(A ; B)) ;

A' : Int(D2 ; D3) ;

B' : Int(D1 ; D3) ;

C' : Int(D1 ; D2) ;

On a ainsi tracé un nouveau triangle, de couleur différente.

Il faut maintenant sauvegarder la figure, avec le nom que l'on veut donner au problème:

*** Menu fichier option sauver thème**

On peut lui donner le nom ORTHO.THM. La figure est sauvegardée ainsi que ses données. Pour les faire réapparaître : menu **problème** option **données**, elles apparaissent alors précédées d'un #D (rappelons qu'en insérant des lignes du type #D8 ; 0, en cours de texte de données, on change, à partir de cet endroit, les tracés suivants).

Il va, alors, s'agir de créer le texte du problème tel qu'il sera présenté aux élèves, ainsi que les questions à cheminements différenciés.

*** Menu fichier option éditer thème**

On donne le nom du fichier, ici, ORTHO.THM, les données réapparaissent alors précédées d'un #D.

Au dessus des données, taper: #T. On va écrire le texte du problème, **et non les questions :**

Soient (ABC), un triangle, (H1), (H2), (H3), les hauteurs de ce triangle relatives respectivement aux côtés [BC], [AC], [AB]. (D1) est la parallèle à (BC) passant par A, (D2) la parallèle à (AC) passant par B, (D3) la parallèle à (AB) passant par C. Soient A' le point d'intersection de (D2) et (D3), B' celui de (D1) et (D3), et C' celui de (D1) et (D2).

On va maintenant écrire les questions à cheminements différenciés. Q1 concernera les questions correspondant au niveau "difficile", Q2 au niveau moyen, Q3 au niveau détaillé. **Attention :** il doit y avoir **autant de questions de niveaux différents**, même si les questions de niveaux supérieurs doivent être vides. C'est évidemment un inconvénient.

Au dessous des données,

#Q1

Démontrez que les trois droites (H1), (H2), (H3) sont sécantes en un même point.
(il s'agit du texte de la question)

#A

Ces trois droites occupent des positions remarquables dans le triangle (A'B'C').
(il s'agit de l'aide, facultative, que l'on souhaite donner à l'élève)

#Q2

Première question :

Démontrez que A est le milieu de [B'C'].

#A

Utilisez la nature des quadrilatères (ACBC') et (ABCB').

#Q3

Première question :

Démontrez que (ACBC') et (ABCB') sont des parallélogrammes.

#A

Utilisez les droites parallèles.

#Q1

#Q2

Deuxième question :

Démontrez que (H1) et (B'C') sont perpendiculaires. Que représente (H1) pour [B'C'] ?

#Q3

Deuxième question :

Démontrez alors : $AC' = AB'$. Qu'en concluez-vous pour A par rapport à [B'C'] ?

#Q1

#Q2

Troisième question :

Que pouvez-vous dire alors de (H2) pour [A'C'] et de (H3) pour [A'B'] ? Qu'en concluez-vous ?

#A

Que savez-vous des trois médiatrices d'un triangle ?

#Q3

Troisième question :

Sachant que (H1) est la hauteur relative à [BC] passant par A, qu'en concluez-vous pour (H1) par rapport à [B'C'] ?

#A

Comment appelle-t-on la droite passant par le milieu d'un segment, perpendiculaire à son support ?

#Q1

#Q2

#Q3

Quatrième question :

Que pouvez-vous dire alors de (H2) et (H3) respectivement pour [A'C'] et [A'B'] ?

Qu'en concluez-vous ?

#A

Que savez-vous des trois médiatrices du triangle (A'B'C') ?

Il faut ensuite sauvegarder le nouveau fichier :

* Menu **fichier** option **sauver thème** (sans changer le nom).

3^{ème} étape : utilisation par les élèves

Soit l'on a tiré les textes à l'imprimante, soit les élèves utilisent directement les ordinateurs. C'est ce dernier usage qui va être décrit. L'élève choisira le menu **fichier** option **lire un thème**. Il sélectionnera le nom du thème avec la souris ou en tapant son nom sur la ligne du bas de l'écran (ici, ORTHO.THM). La figure apparaîtra alors à l'écran. Il passera ensuite au menu **problème** option **niveau** (choix 1, 2 ou 3, en difficulté dégressive). Le cheminement correspondant est alors validé. Il est possible de le modifier avec l'option **cheminement** du même menu. Si l'on valide **données**, celles-ci seront à nouveau affichées, la figure étant retracée en format réduit. Les questions seront déroulées à l'aide du même menu (question en cours, question précédente, question suivante). Il en est de même pour l'aide. Les textes différenciés sont présentés en annexe.

I2 - Tangentes à un cercle issues d'un même point, faisant entre elles un angle fixe.

Préréquis : - tangentes (définition, propriétés)
- bissectrice (idem)
- cosinus d'un angle aigu

Structure : travail à la tablette rétroprojectable ou deux élèves par poste.

1^{ère} étape : expérimentation et, conjecture

Question : soit un cercle $C1$ de centre O , de rayon R , comment peut-on construire un point A , extérieur au cercle, tel que l'angle aigu formé par les tangentes à $C1$, issues de A , mesure 60° ?

Recherche de la configuration

* Menu **figure** option **tracer**

Désigner le point O

$C1 : \text{Cer}(O ; R) ;$ (R , nombre décimal ou fractionnaire fixant le rayon du cercle).

Désigner un point A , extérieur au cercle.

$T1, T2 : \text{Tag}(A ; C1) ;$ (tangentes à $C1$ issues de A).

Points d'intersection de $T1$ et $T2$ avec le cercle $C1$:

$B : \text{Int}(T1 ; C1) ;$

$C : \text{Int}(T2 ; C1) ;$

* Menu **figure** option **évaluer**

$\text{ANG}(B ; A ; C) ;$

$\text{ANG}(B ; O ; C) ;$

Remarque : ces deux angles sont supplémentaires.

Conjecture à faire exprimer par les élèves :

si l'angle $\widehat{BAC}$ mesure 60° , l'angle $\widehat{BOC}$ mesure 120° .

*** Menu figure option évaluer**

Dis(A ; B) ;

Dis(A ; C) ;

Remarque : A est sur la bissectrice de l'angle $\widehat{BOC}$.**Réalisation de la construction de A**

On construit d'abord le cercle C1, de centre O et de rayon R.

Placer B sur le cercle par: B:Elt(C1;k) ; (k, nombre réel inférieur à 1).

Moyen le plus simple pour placer C sur le cercle C1, tel que l'angle $\widehat{BOC}$ mesure 120° : utiliser la rotation de centre O et d'angle 120° (il est inutile de faire de théorie avec les élèves, simplement dire que la commande utilisée permet d'obtenir un point C sur le cercle, tel que l'angle $\widehat{BOC}$ mesure 120°)C : Rot(B ; O ; 120°) ; (sens trigonométrique)

Tracé des tangentes :

T1 : Per(B ; Drt(O ; B)) ;

T2 : Per(C ; Drt(O ; C)) ;

Point d'intersection des tangentes :

A : Int(T1 ; T2) ;

On pourra vérifier avec évaluer :

ANG(B ; A ; C) ;

Allons plus loin :On va déplacer B sur le cercle C1, l'angle $\widehat{BOC}$ restant constant égal à 120° (C restera sur C1) ; on visualisera le lieu du point A.*** Menu figure option lieu**

Nommer A

*** Menu figure option déplacer**

Déplacer B sur tout le cercle, à l'aide de la souris.

Conjecture : le point A se déplace sur un cercle de centre O de rayon fixé.

L'étape "expérimentation et conjecture" est terminée, on va maintenant passer à l'étape "démonstration", à travers un texte à itinéraires différenciés.

2^{ème} étape : démonstration

Le but du problème est de prouver que A se trouve sur un cercle de centre et de rayon fixés. Les lignes qui vont suivre décriront le travail que le professeur doit, au préalable, réaliser.

a) Création et enregistrement de la figure sous le nom donné à l'activité**b) Création du texte et des questions**

#T

Soient C1 un cercle de centre O, A point extérieur au cercle, tel que les tangentes à ce cercle, passant par A, fassent un angle de 60° ; soient B et C les points de contact de ces tangentes avec le cercle.

#Q1

Première question :

Démontrez que O est sur la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$.

#Q2

Première question :

a) Démontrez que O est équidistant des tangentes (AB) et (AC).

b) Qu'en concluez-vous pour O par rapport à l'angle $\widehat{BAC}$?

c) Quelles sont les mesures des angles $\widehat{BAO}$ et $\widehat{CAO}$?

#Q3

Première question:

a) Que pouvez-vous dire des angles $\widehat{OBA}$ et $\widehat{OCA}$?

b) Quelles sont les distances de O à (AB), de O à (AC) ?

c) Qu'en concluez-vous pour O par rapport à l'angle $\widehat{BAC}$?

d) Quelles sont les mesures des angles $\widehat{BAO}$ et $\widehat{CAO}$?

#Q1

Deuxième question :

Démontrez alors que les mesures des angles $\widehat{BOA}$ et $\widehat{COA}$ sont égales à 60° .

#Q2

Deuxième question :

a) Que pouvez-vous dire des triangles (OBA) et (OCA) ?

b) Calculez alors les mesures des angles $\widehat{BOA}$ et $\widehat{COA}$.

#Q3

Deuxième question :

Calculez les mesures des angles $\widehat{BOA}$ et $\widehat{COA}$ en remarquant que (BOA) et (COA) sont des triangles rectangles.

#Q1

Troisième question :

a) Exprimez OA à l'aide du rayon du cercle C1.

b) Où se trouve forcément le point A ?

c) Le résultat démontré dans le cas où l'angle $\widehat{BAC}$ mesure 60° , est-il valable pour toute valeur de l'angle $\widehat{BAC}$ inférieure à 90° ?

#Q2

Troisième question :

a) Exprimez OA à l'aide de OB et du cosinus de l'angle $\widehat{BOA}$.

b) Démontrez que le point A se trouve sur un cercle dont vous préciserez le centre et, le rayon.

c) Le résultat démontré dans le cas où l'angle $\widehat{BAC}$ mesure 60° , est-il valable pour toute valeur de l'angle $\widehat{BAC}$ inférieure à 90° ?

#Q3

Troisième question :

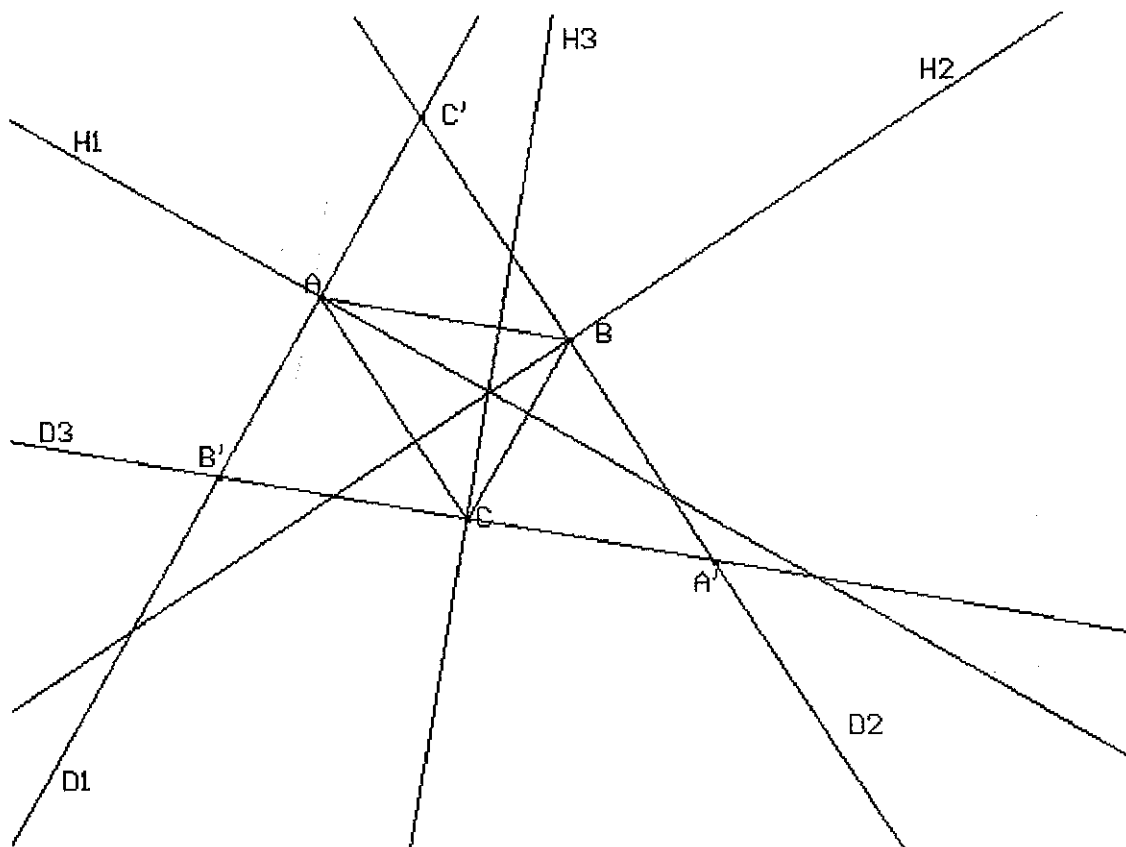
a) En utilisant le cosinus de l'angle $\widehat{BOA}$, démontrez : $OA=2OB$.

b) Démontrez que le point A se trouve sur un cercle dont vous préciserez le centre et, le rayon.

c) Le résultat démontré dans le cas où l'angle $\widehat{BAC}$ mesure 60° , est-il valable pour toute valeur de l'angle $\widehat{BAC}$ inférieure à 90° ?

Voilà, il ne reste plus qu'à tirer les textes différenciés à l'imprimante (voir annexe) et à les photocopier avant distribution aux élèves ou à les faire travailler directement sur les ordinateurs, en ramassant leurs réponses écrites.

ORTHOCENTRE



Texte niveau 1 (niveau difficile).

Soient (ABC) un triangle, $(H1)$, $(H2)$, $(H3)$, les hauteurs de ce triangle relatives respectivement aux côtés $[BC]$, $[AC]$, $[AB]$.

$(D1)$ est la parallèle à (BC) passant par A , $(D2)$ la parallèle à (AC) passant par B , $(D3)$ la parallèle à (AB) passant par C . Soient A' point d'intersection de $(D2)$ et $(D3)$, B' point d'intersection de $(D1)$ et $(D3)$, C' point d'intersection de $(D1)$ et $(D2)$.

Question :

Démontrez que les trois droites $(H1)$, $(H2)$, $(H3)$ sont sécantes en un même point.

Texte niveau 2 (niveau moyen).

Soient (ABC) un triangle, (H_1) , (H_2) , (H_3) , les hauteurs de ce triangles relatives respectivement aux côtés $[BC]$, $[AC]$, $[AB]$.

(D_1) est la parallèle à (BC) passant par A , (D_2) la parallèle à (AC) passant par B , (D_3) la parallèle à (AB) passant par C . Soient A' point d'intersection de (D_2) et (D_3) , B' point d'intersection de (D_1) et (D_3) , C' point d'intersection de (D_1) et (D_2) .

Questions**Question 1 :**

Démontrez que A est le milieu de $[B'C']$.

Question 2 :

Démontrez que (H_1) est perpendiculaire à $(B'C')$. Que représente (H_1) pour $[B'C']$?

Question 3 :

Que pouvez-vous dire alors de (H_2) pour $[A'C']$, et de (H_3) pour $[A'B']$? Qu'en concluez-vous ?

Texte niveau 3 (niveau facile).

Soient ABC un triangle, (H_1) , (H_2) , (H_3) , les hauteurs de ce triangles relatives respectivement aux côtés $[BC]$, $[AC]$, $[AB]$.

(D_1) est la parallèle à (BC) passant par A , (D_2) la parallèle à (AC) passant par B , (D_3) la parallèle à (AB) passant par C . Soient A' point d'intersection de (D_2) et (D_3) , B' point d'intersection de (D_1) et (D_3) , C' point d'intersection de (D_1) et (D_2) .

Questions**Question 1 :**

Démontrez que $ACBC'$ et $ABCB'$ sont des parallélogrammes.

Question 2 :

Démontrez alors : $AC' = AB'$. Qu'en concluez-vous pour A par rapport à $[B'C']$?

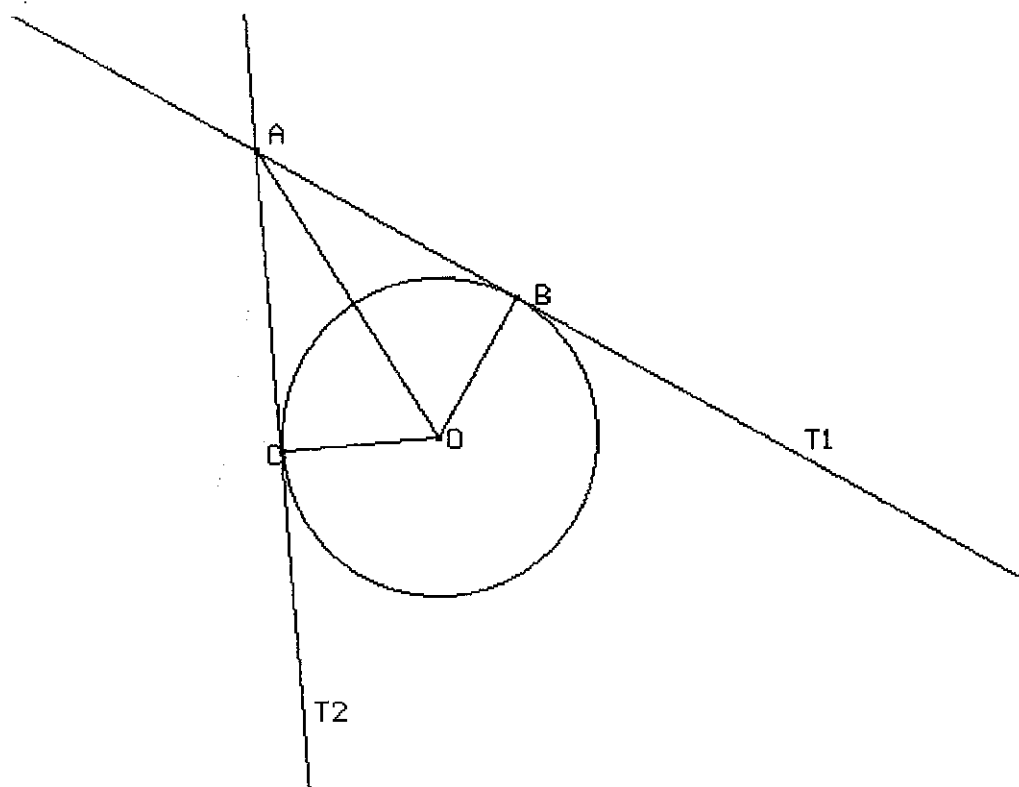
Question 3 :

Sachant que (H_1) est la hauteur relative à $[BC]$ passant par A , qu'en concluez-vous pour (H_1) par rapport à $[B'C']$?

Question 4 :

Que pouvez vous dire alors de (H_2) et (H_3) respectivement pour $[A'C']$ et $[A'B']$? Qu'en concluez-vous alors ?

BISSECTRICE ET TANGENTES



Texte niveau 1 (niveau difficile).

Soient (C1), un cercle de centre O, A un point extérieur à (C1), tel que les tangentes à ce cercle passant par ce point, fassent entre elles un angle de 60° . Soient B et C les points de contact de ces tangentes avec (C1).

Questions

Question 1 :

Démontrez que O est sur la bissectrice de $\widehat{BAC}$.

Question 2 :

Démontrez alors $\widehat{BOA} = \widehat{COA} = 60^\circ$.

Question 3 :

3.1 Exprimez OA à l'aide du rayon de (C1).

3.2 Où se trouve forcément le point A ?

3.3 Le résultat démontré dans le cas où l'angle $\widehat{BAC}$ mesure 60° , est-il valable pour toute valeur de $\widehat{BAC}$ inférieure à 90° ?

Texte niveau 2 (niveau moyen).

Soient (C_1) , un cercle de centre O , A un point extérieur à (C_1) , tel que les tangentes à ce cercle passant par ce point, fassent entre elles un angle de 60° . Soient B et C les points de contact de ces tangentes avec (C_1) .

Questions**Question 1 :**

- 1.1 Démontrez que O est équidistant des tangentes (AB) et (AC) .
- 1.2 Qu'en concluez-vous pour O par rapport à $\widehat{BAC}$?
- 1.3 Quelles sont les mesures de $\widehat{BAO}$, et $\widehat{CAO}$?

Question 2 :

- 2.1 Que pouvez-vous dire des triangles OBA et OCA ?
- 2.2 Calculez alors les mesures de $\widehat{BOA}$ et de $\widehat{COA}$.

Question 3 :

- 3.1 Exprimez OA à l'aide de $\cos(\widehat{BOA})$ et de OB .
- 3.2 Démontrez que A se trouve sur un cercle, dont vous préciserez le centre et le rayon.
- 3.3 Le résultat démontré dans le cas où l'angle $\widehat{BAC}$ mesure 60° , est-il valable pour toute valeur de $\widehat{BAC}$ inférieure à 90° ?

Texte niveau 3 (niveau facile).

Soient (C_1) , un cercle de centre O , A un point extérieur à (C_1) , tel que les tangentes à ce cercle passant par ce point, fassent entre elles un angle de 60° . Soient B et C les points de contact de ces tangentes avec (C_1) .

Questions**Question 1 :**

- 1.1 Que pouvez-vous dire de $\widehat{OBA}$ et de $\widehat{OCA}$?
- 1.2 Quelles sont les distances de O à (AB) , et de O à (AC) ?
- 1.3 Qu'en concluez-vous pour O par rapport à $\widehat{BAC}$?
- 1.4 Quelles sont les mesures de $\widehat{BAO}$, et $\widehat{CAO}$?

Question 2 :

Calculez $\widehat{BOA}$ et $\widehat{COA}$, en remarquant que les triangles BOA et COA sont des triangles rectangles.

Question 3 :

- 3.1 En utilisant $\cos \widehat{BOA}$, démontrez: $OA = 2 OB$.
- 3.2 Démontrez que A se trouve sur un cercle, dont vous préciserez le centre et le rayon.
- 3.3 Le résultat démontré dans le cas où l'angle $\widehat{BAC}$ mesure 60° , est-il valable pour toute valeur de $\widehat{BAC}$ inférieure à 90° ?

Quelques activités avec LE GEOMETRE

Triangle rectangle et Pythagore	57
Triangle rectangle et médiane	65
Triangle, médiane et centre de gravité	73
Triangle isocèle	79
Médiatrice d'un segment	87

Triangle rectangle et Pythagore

NIVEAU

classes de 4^e

ENVIRONNEMENT

Le Géomètre - Nathan - Version 1.6

un ordinateur par élève ou par groupe d'élèves

PREREQUIS

Triangle rectangle

OBJECTIFS

Connaissance de la propriété de Pythagore
Reciproque de la propriété de Pythagore

DUREE

2 ou 3 séances

Triangle rectangle et Pythagore

Objectifs :

Introduire par conjecture l'énoncé direct et l'énoncé réciproque du théorème de Pythagore.

Déroulement de la séance :

Voir la fiche élève

(Dans chaque activité, on peut remplacer la construction de la figure par le chargement d'un fichier correspondant.)

Institutionnalisation des propriétés :

Reprise sur le cahier de l'énoncé direct et de sa réciproque avec ou sans démonstrations.

Enoncé direct
Si $\widehat{BAC} = 90^\circ$ alors $BC^2 = BA^2 + CA^2$.
ou bien
Si $BC^2 \neq BA^2 + CA^2$ alors $\widehat{BAC} \neq 90^\circ$.

Enoncé réciproque
Si $BC^2 = BA^2 + CA^2$ alors $\widehat{BAC} = 90^\circ$.
ou bien
Si $\widehat{BAC} \neq 90^\circ$ alors $BC^2 \neq BA^2 + CA^2$.

Prolongement :

Calcul de la mesure d'un des côtés d'un triangle rectangle.

Annexes

Figure I

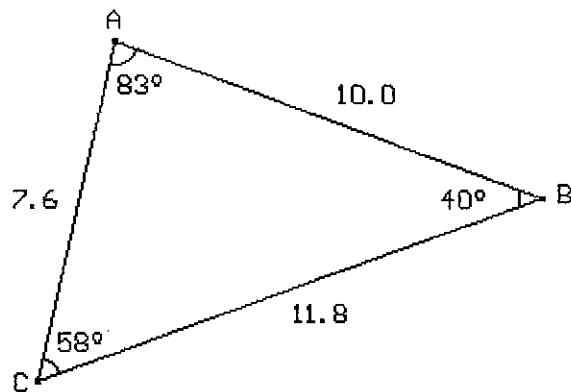


Figure II

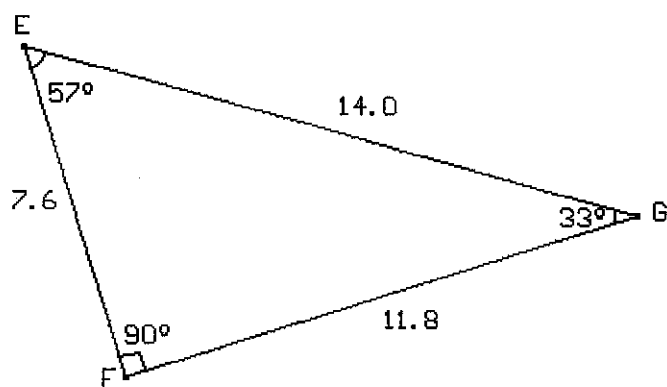
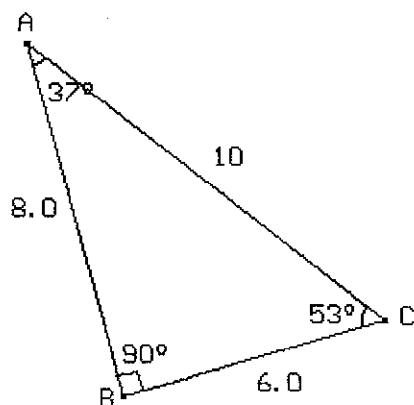


Figure III



Triangle rectangle et Pythagore

L'utilisation d'une calculatrice est indispensable

I - Observation dans un triangle

1) Construction de la figure

Enoncé	Actions avec le logiciel
Tracer un triangle ABC.	Création - Triangle Edition - Nommer (les points A, B et C)
Marquer les trois angles du triangle.	Divers - Marquer un angle (3 fois)
Mesurer les trois angles et les trois côtés du triangle.	Divers - Mesurer

2) Activité

- a) Complète, pour chaque triangle obtenu, le tableau suivant en relevant les mesures affichées. Déplace l'un des points A, B, C pour modifier le triangle.

	Triangle 1	Triangle 2	Triangle 3	Triangle 4	Triangle 5	Triangle 6
Longueur AB						
Longueur BC						
Longueur AC						
Angle $\widehat{BAC}$				90°		
Angle $\widehat{CBA}$					90°	
Angle $\widehat{ACB}$						90°

- b) Complète le tableau suivant en utilisant les valeurs relevées dans le tableau précédent et en utilisant ta calculatrice.

	Triangle 1	Triangle 2	Triangle 3	Triangle 4	Triangle 5	Triangle 6
AB^2						
BC^2						
AC^2						
$AB^2 + BC^2$						
$AC^2 + BC^2$						
$AB^2 + AC^2$						

3) Observation : que constates-tu ?

Triangle rectangle et Pythagore

II - Expérimentation dans un triangle rectangle

On se propose d'étudier la figure suivante : EFG est un triangle rectangle en F.

1) Construction de la figure

Enoncé	Actions avec le logiciel
Effacer la figure précédente.	Edition - Tout effacer
Construire le segment [EF].	Création - Segment Edition - Nommer (les points E et F)
Construire la droite perpendiculaire à (EF) en F.	Construction - Droite perpendiculaire
Placer un point G sur cette perpendiculaire.	Construction - Point sur objet Edition - Nommer (le point G)
Tracer les segments [EG]. Créer le segment [GF].	Création - Segment (2 fois) Edition - Aspect des objets - Gommer (la perpendiculaire)
Marquer l'angle droit EFG.	Divers - Marquer un angle
Mesurer les segments [EF], [FG] et [EG].	Divers - Mesurer

2) Activité

- a) Dans le triangle rectangle en F quels sont les côtés de l'angle droit ? _____
 Dans le triangle rectangle en F que représente le segment [EG] ? _____
- b) Complète le tableau suivant en relevant les mesures affichées lorsqu'on déplace l'un des trois points E, F ou G.

	Triangle 1	Triangle 2	Triangle 3	Triangle 4	Triangle 5	Triangle 6
EF						
FG						
GE						

- c) Complète le tableau suivant en utilisant les valeurs relevées dans le tableau précédent et en utilisant ta calculatrice.

EF^2						
FG^2						
GE^2						
$EF^2 + FG^2$						

3) Observation : que constates-tu ?

4) Essaie d'écrire la propriété :

Triangle rectangle et Pythagore

III - Etude de la réciproque

1) Construction de la figure

Enoncé	Actions avec le logiciel
Effacer la figure précédente.	Edition - Tout effacer
Tracer un triangle ABC.	Création - Triangle Edition - Nommer (les points A, B et C)
Marquer les trois angles du triangle.	Divers - Marquer un angle (3 fois)
Mesurer les segments [AB], [BC] et [AC].	Divers - Mesurer

2) Activité

- a) Pour chaque série de valeurs donnée dans le tableau suivant vérifie que le carré de la plus grande longueur est égal à la somme des carrés des autres longueurs.

Longueur AB	3	3,6	4,8	6,8	7,2	8	17	8,5	6
Longueur BC	4	4,8	9	6	9,6	6	8	7,5	4,5
Longueur CA	5	6	10,2	6,4	12	10	15	4	7,5
AB^2									
BC^2									
AC^2									
Egalité									
Angle droit									

- b) Complète le tableau précédent en déplaçant les points de façon à retrouver les valeurs indiquées dans le tableau.

3) Observation : Que constates-tu ?

4) Enonce la propriété :

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

Triangle rectangle et médiane

NIVEAU

classes de 4^e

ENVIRONNEMENT

Le Géomètre - Nathan - Version 1.6

un ordinateur par élève ou par groupe d'élèves

PREREQUIS

Définition de la médiane

OBJECTIFS

Propriété de la médiane relative à l'hypoténuse

Réciproque de la propriété de la médiane

DUREE

1 séance

Objectifs :

Introduire par conjecture l'énoncé direct et l'énoncé réciproque de la propriété de la médiane relative à l'hypoténuse dans le cas d'un triangle rectangle.

Déroulement de la séance :

Voir la fiche élève.

(Dans chaque activité, on peut remplacer la construction de la figure par le chargement d'un fichier correspondant.)

Institutionnalisation des propriétés :

Reprise sur le cahier de l'énoncé direct et de sa réciproque avec ou sans démonstrations.

Enoncé direct
ABC est un triangle, I est le milieu du segment [BC]
Si $\widehat{BAC} = 90^\circ$ alors $AI = \frac{1}{2} BC$.
ou bien
Si $AI \neq \frac{1}{2} BC$ alors $\widehat{BAC} \neq 90^\circ$.

Enoncé réciproque
ABC est un triangle, I est le milieu du segment [BC]
Si $AI = \frac{1}{2} BC$ alors $\widehat{BAC} = 90^\circ$.
ou bien
Si $\widehat{BAC} \neq 90^\circ$ alors $AI \neq \frac{1}{2} BC$.

Prolongement :

Cercle circonscrit au triangle rectangle.

Annexes

Figure I

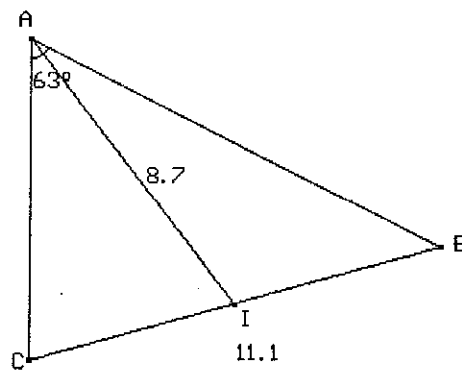


Figure II

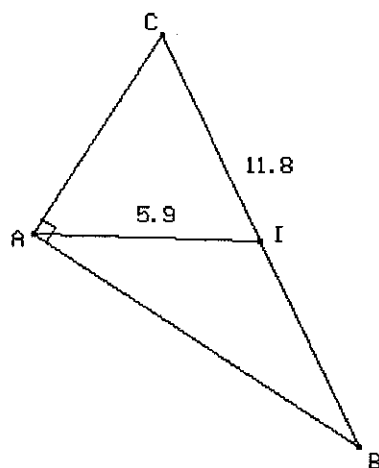
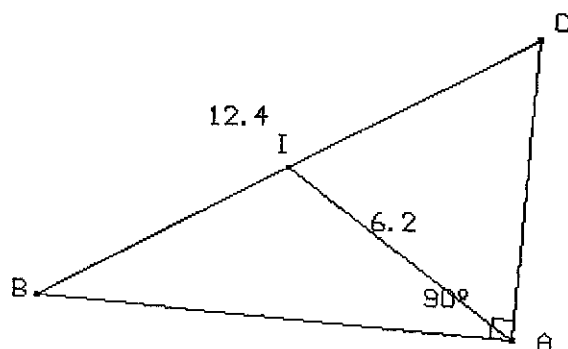


Figure III



Triangle rectangle et médiane

I - Observation d'un triangle

On se propose d'étudier la figure suivante : ABC est un triangle quelconque, I est le milieu de [BC].

1) Construction de la figure

Enoncé	Actions avec le logiciel
Tracer un triangle ABC.	Création - Triangle Edition - Nommer (les points A, B et C)
Placer le milieu I du segment [BC].	Construction-Milieu Edition - Nommer (le point I)
Tracer le segment [AI].	Création - Segment
Marquer l'angle $\widehat{BAC}$.	Divers - Marquer un angle
Mesurer l'angle $\widehat{BAC}$ et les segments [AI] et [BC].	Divers - Mesurer

2) Activité

Complète le tableau suivant en relevant les mesures affichées lorsqu'on déplace l'un des trois points A, B ou C. (Faire apparaître si possible des valeurs particulières pour l'angle $\widehat{BAC}$.)

Angle $\widehat{BAC}$									90°
Longueur AI									
Longueur BC									
Calcul de BC : 2									

3) Observation : que constates-tu ?

II- Expérimentation dans un triangle rectangle

On se propose d'étudier la figure suivante : ABC est un triangle rectangle en A, I est le milieu de [BC].

1) Construction de la figure

Enoncé	Actions avec le logiciel
Effacer la figure précédente.	Edition - Tout effacer
Construire le segment [AB].	Création - Segment Edition - Nommer (les points A et B)
Construire la droite perpendiculaire à (AB) en A.	Construction - Droite perpendiculaire
Placer un point C sur cette perpendiculaire.	Construction - Point sur objet Edition - Nommer (le point C)
Tracer les segments [AC] et [BC].	Création - Segment (2 fois) Edition - Aspect des objets - Gommer (la perpendiculaire)
Placer le milieu I de l'hypoténuse.	Construction - Milieu Edition - Nommer (le point I)
Tracer le segment [AI].	Création - Segment
Marquer l'angle droit $\widehat{BAC}$.	Divers - Marquer un angle
Mesurer les segments [AI] et [BC].	Divers - Mesurer

2) Activité

a) Dans le triangle ABC rectangle en A que représente le segment [BC] ?

Dans le triangle ABC rectangle en A que représente le segment [AI] ?

b) Complète le tableau suivant en relevant les mesures affichées lorsqu'on déplace l'un des trois points A, B ou C.

Longueur AI									
Longueur BC									

3) Observation : que constates-tu ?

4) Essaie d'écrire la propriété :

Triangle rectangle et médiane

III - Etude de la réciproque

1) Construction de la figure

Enoncé	Actions avec le logiciel
Effacer la figure précédente.	Edition - Tout effacer
Construire un segment [BC].	Création - Segment
Placer le milieu I de [BC].	Construction - Milieu
Placer un point A quelconque.	Création - Point
Tracer les segments [AB], [AI] et [AC].	Création - Segment
Marquer l'angle $\widehat{BAC}$.	Divers - Marquer un angle
Mesurer les segments [AI] et [BC].	Divers - Mesurer
Mesurer l'angle $\widehat{BAC}$.	Divers - Mesurer

2) Activité

Complète le tableau suivant en déplaçant les points de façon à retrouver les valeurs indiquées dans le tableau.

BC	4	3,6	8	10	12	12,4	5,8	14	20
AI	2	1,8	4	5	6	6,2	2,9	7	10
$\widehat{BAC}$									

3) Observation : que constates-tu ?

4) Enonce la propriété :

Triangle, médiane et centre de gravité

NIVEAU

classes de 4^e

ENVIRONNEMENT

Le Géomètre - Nathan - Version 1.6

un ordinateur par élève ou par groupe d'élèves

PREREQUIS

Définition de la médiane

OBJECTIFS

Point de concours des médianes d'un triangle

Position du point de concours des médianes d'un triangle

DUREE

1 séance

Triangle, médiane et centre de gravité

Objectifs :

Introduire par conjecture la propriété du partage de la médiane.

Déroulement de la séance :

Voir la fiche élève

(Dans chaque activité, on peut remplacer la construction de la figure par le chargement d'un fichier correspondant.)

Institutionnalisation des propriétés :

Reprise sur le cahier de l'énoncé avec ou sans démonstration.

Énoncé
Si dans un triangle ABC, A' est le milieu de [BC] et G le centre de gravité, alors : ➤ $AA' = 3 GA'$ et $GA' = \frac{1}{3} AA'$ ➤ $AA' = \frac{3}{2} AG$ et $AG = \frac{2}{3} AA'$ ➤ $AG = 2 GA'$ et $GA' = \frac{1}{3} AG$

Exercice de recherche à donner aux élèves :

En utilisant le géomètre et en appliquant la propriété précédemment démontrée partager un segment [RS] quelconque en trois parties de même longueur.

Pour cet exercice, créer un segment [RS], choisir un point quelconque M n'appartenant pas au segment, construire le symétrique N de M par rapport à S, tracer le triangle RMN, placer le milieu M' du segment [RN], tracer le segment MM', construire l'intersection I des segments [RS] et [MM'] et enfin construire le milieu du segment [IR].

Prolongement :

Divers exercices, notamment : " La médiane d'un triangle partage ce triangle en deux triangles de même aire" puis "les trois médianes le partagent en six triangles de même aire".

Annexes

Figure I

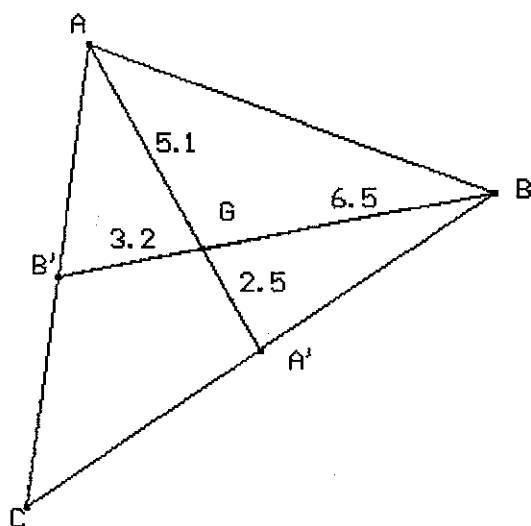
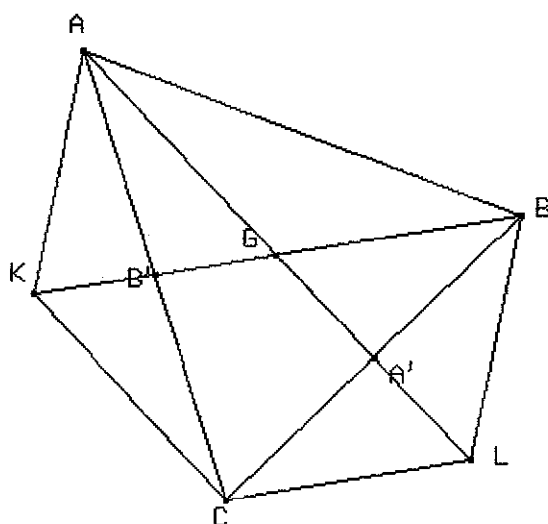


Figure II



I - Expérimentation

1) Construction de la figure

Enoncé	Actions avec le logiciel
Tracer un triangle ABC.	Création - Triangle Edition - Nommer (les points A, B et C)
Placer les milieux A' et B' des segments [BC] et [AC].	Construction - Milieu Edition - Nommer (les points A' et B')
Tracer les segments [AA'] et [BB'].	Création - Segment
Marquer l'intersection G des deux médianes [AA'] et [BB'].	Construction - Intersection de 2 objets Edition - Nommer (le point G)
Mesurer les segments [AG], [GA'], [BG] et [GB'].	Création - Segment (les segments à mesurer) Divers - Mesurer

2) Activité

a) Complète le tableau suivant en relevant les mesures affichées lorsqu'on déplace l'un des trois points A, B ou C.

	Triangle 1	Triangle 2	Triangle 3	Triangle 4	Triangle 5	Triangle 6
AG						
GA'						
BG						
GB'						

b) Complète les égalités suivantes en observant les valeurs relevées dans le tableau précédent (les nombres seront des entiers ou des fractions).

$$AG = \dots GA'$$

$$AA' = \dots GA'$$

$$AA' = \dots AG$$

$$BG = \dots GB'$$

$$BB' = \dots GB'$$

$$BB' = \dots BG$$

c) Dédus des égalités précédentes les égalités ci-dessous.

$$GA' = \dots AG$$

$$GA' = \dots AA'$$

$$AG = \dots AA'$$

$$GB' = \dots BG$$

$$GB' = \dots BB'$$

$$BG = \dots BB'$$

II - Démonstration

a) Construction de la figure

Énoncé	Actions avec le logiciel
Tracer un triangle ABC.	Création - Triangle Edition - Nommer (les points A, B et C)
Placer les milieux A' et B' des segments [BC] et [AC].	Construction - Milieu Edition - Nommer (les points A' et B')
Tracer les segments [AA'] et [BB'].	Création - Segment
Marquer l'intersection G des deux médianes.	Construction - Intersection de 2 objets Edition - Nommer (le point G)
Construire le symétrique K du point G par rapport au point B'.	Construction - Symétrique d'un point Edition - Nommer (le point K)
Construire le symétrique L du point G par rapport au point A'.	Construction - Symétrique d'un point Edition - Nommer (le point L)
Tracer les segments [AK], [CK], [B'K], [BL], [CL] et [A'L].	Création - Segment

b) Démonstration

Que peux-tu dire du quadrilatère AKCG ? Justifie ta réponse.

Que peux-tu dire du quadrilatère BLCG ? Justifie ta réponse.

Que peux-tu dire des droites (AK) et (BL) ? Justifie ta réponse.

Que peux-tu dire des longueurs AK et BL ? Justifie ta réponse.

Quelle est la nature du quadrilatère AKLB ? Justifie ta réponse.

Que représente le point G pour le segment [BK] ? En déduire une relation entre les longueurs BG et GB'.

Que représente le point G pour le segment [AL] ? En déduire une relation entre les longueurs AG et GA'.

Explique pourquoi le point G appartient au segment [CC'], C' étant le milieu de [AB].

Triangle isocèle

NIVEAU

classes de 6^e

ENVIRONNEMENT

Le Géomètre - Nathan - Version 1.6

un ordinateur par élève ou par groupe d'élèves
ou tablette retroprojetable

PREREQUIS

Définition du triangle isocèle (par ses côtés)
Symétrie axiale (définition, propriétés, axe de symétrie)
Bissectrice, médiatrice (définitions, propriétés)

OBJECTIFS

Découvrir la proposition :
Si un triangle a un axe de symétrie alors il est isocèle,
Nature de cet axe.

DUREE

1 séance (poste professeur avec tablette rétroprojetable)
1 ou 2 séances (postes autonomes)

(à utiliser principalement en classe entière avec tablette rétroprojetable)

Avertissement :

- a) Les indications de couleur ne doivent être, bien évidemment, utilisées qu'avec une tablette couleur ; dans le cas contraire, prendre l'option **gras**.
- b) Le déroulement détaillé de la séance est décrit dans la fiche élève.
- c) On pourra, éventuellement, dans chaque activité remplacer la construction de la figure par le chargement d'un fichier correspondant.

ACTIVITE 1

Déroulement :

A partir d'un angle saillant et de sa bissectrice d , on transforme un quadrilatère, dit "pointe de flèche" en un triangle dont d est axe de symétrie ; on constate alors que ce triangle est isocèle.

ACTIVITE 2

Déroulement :

A partir d'un triangle ABC, de la médiatrice d du segment $[AB]$, on construit le symétrique D du point C par rapport à d . On obtient "un bonnet d'âne". En déplaçant C, on constate que le triangle ABC devient un triangle isocèle lorsque le point C se trouve sur la droite d , qui est alors axe de symétrie de ce triangle. Lorsque C est déplacé sur la droite d , le triangle ABC reste un triangle isocèle.

Propriété à exprimer :

Si un triangle a un axe de symétrie, alors il est isocèle ; cet axe de symétrie est médiatrice du côté opposé au sommet principal, et bissectrice de l'angle dont le sommet est sommet principal du triangle.

Prolongements possibles :

- réciproque de la propriété.
- le triangle équilatéral (trois axes de symétrie).

Annexes

Figure de l'activité 1

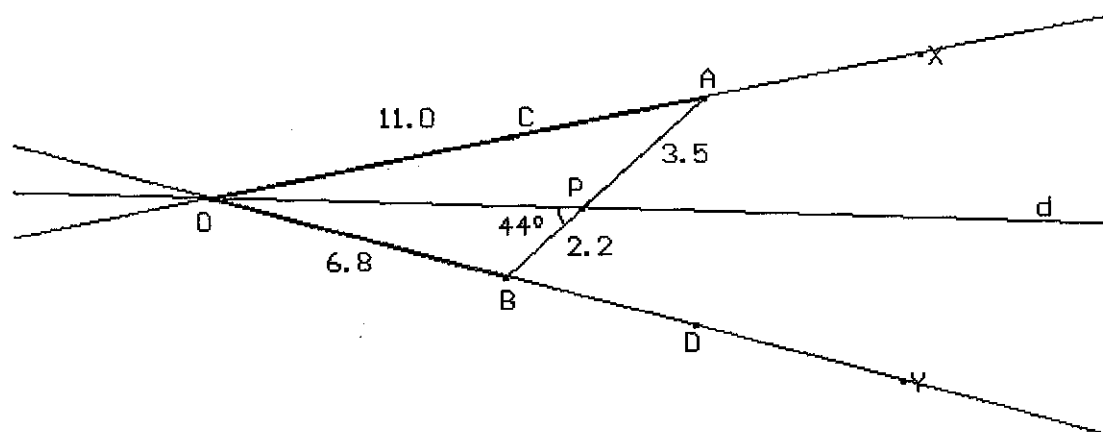
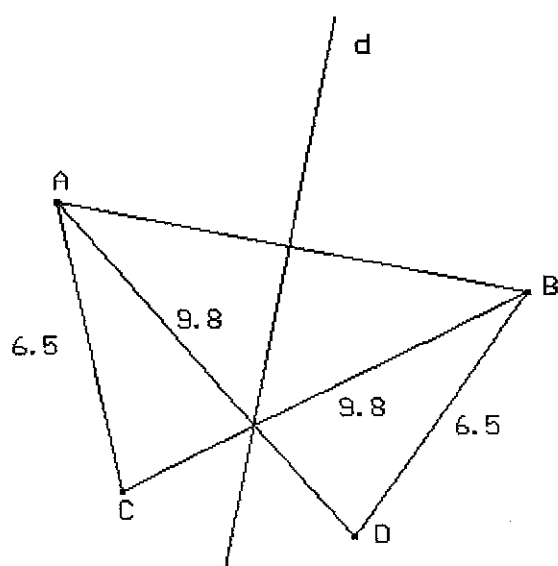


Figure de l'activité 2



ACTIVITE 1

a) Construction de la figure :

Enoncé	Actions avec le logiciel
Effacer la figure précédente.	Edition - Tout effacer
Créer les points non alignés X, O, Y.	Création - Point Edition - Nommer (les points X, O et Y)
Tracer les droites (OX) et (OY).	Création - Droite déf. 2 pts
Placer un point A sur (OX).	Construction - Point sur objet Edition - Nommer (le point A)
Construire, en rouge, la bissectrice d de l'angle $\widehat{XOY}$.	Construction - Bissectrice Edition - Nommer (la droite d) Edition - Aspect des objets - Pinceau
Placer un point P sur cette droite (à l'intérieur de l'angle, non confondu avec le point O).	Construction - Point sur objet Edition - Nommer (le point P)
Tracer la droite (AP).	Création - Droite déf. 2 pts
Définir le point d'intersection B de (AP) et de (OY).	Construction - Intersection de 2 objets Edition - Nommer (le point B)
Créer le segment [AB], et le colorier en bleu.	Création - Segment déf. 2 pts Edition - Aspect des objets - Pinceau
Effacer la droite (AP).	Edition - Aspect des objets - Gomme
Créer les segments [OA], [OB], [PA], [PB], et les mesurer.	Création - Segment déf. 2 pts Divers - Mesurer
Marquer l'angle $\widehat{OPB}$, et le mesurer.	Divers - Marquer un angle Divers - Mesurer
Construire les points C et D symétriques respectivement de B et A par rapport à la droite (OP).	Construction - Symétrique d'un point Edition - Nommer (les points C et D)

Triangle isocèle

b) Questions :

Où se trouvent les points C et D ?

Cela était-il prévisible ? Pourquoi ?

Trace alors le segment [CD].

En déplaçant le point A sur la demi-droite [OX) (P restant fixe), le quadrilatère OCPB peut-il devenir un triangle ?

Que remarque-tu alors pour les points A et C ? pour les points B et D ?

Que peux-tu dire de A et B par rapport à la droite (OP) ?

Que représente la droite (OP) pour le triangle OAB ?

Que peux-tu dire du point P et de l'angle $\widehat{OPB}$?

Compare OA et OB.

Quelle est alors la nature du triangle OAB ?

Triangle isocèle

ACTIVITE 2

a) Construction de la figure :

Enoncé	Actions avec le logiciel
Effacer la figure précédente.	Edition - Tout effacer
Créer le triangle ABC.	Création - Triangle déf. 3 pts Edition - Nommer (les points A, B et C)
Mesurer les segments [AC] et [BC].	Divers - Mesurer
Construire, en rouge, la médiatrice d du segment [AB].	Construction - Médiatrice Edition - Nommer (la droite d) Edition - Aspect des objets - Pinceau
Construire D symétrique de C par rapport à d .	Construction - Symétrique d'un point Edition - Nommer (le point D)
Créer et mesurer les segments [AD] et [BD].	Création - Segment déf. 2 pts Divers - Mesurer

b) Questions :

En déplaçant le point C, le triangle ABC peut-il devenir isocèle de sommet principal C ?

Où se trouve alors le point C ?

Que remarque-tu pour le point D ?

Que représente alors la droite d pour le triangle ABC ?

A l'aide du Géomètre, lie le point C à la droite d (Divers - Lier un point à un objet).

Déplace le point C sur la droite d .

Le triangle ABC reste-t-il isocèle lorsque le point C se déplace sur la droite d ?

Conclusion des deux activités

D'après ces deux activités, que peux-tu dire d'un triangle ayant un axe de symétrie ?

Précise alors la nature de cet axe.

Médiatrice d'un segment

NIVEAU

classes de 6^e

ENVIRONNEMENT

Le Géomètre - Nathan - Version 1.6

une tablette rétroprojectable

PREREQUIS

Définition du cercle

OBJECTIFS

Définition et construction de la médiatrice d'un segment

DUREE

3 séances

Séquence n°1

Objectif :

Il s'agit de montrer dans cette première séquence que la droite passant par les points d'intersection de deux cercles sécants est perpendiculaire à la droite passant par les centres des deux cercles. Si, de plus, les rayons des deux cercles sont égaux, alors elle passe par le milieu du segment ayant pour extrémités les deux centres.

Construction de la figure :

Le professeur pourra soit construire la figure en direct à partir du programme indiqué ci-dessous, soit charger directement le fichier SEG_MED1.FIG et l'exploiter.

Enoncé	Actions sur le logiciel
Construire une droite (AB).	Création - Droite déf. 2 pts Edition - Nommer (les points A et B)
Construire le milieu I de [AB].	Création - Segment Construction - Milieu Edition - Nommer (le point I)
Placer un point M en dehors de la droite (AB).	Création - Point Edition - Nommer (le point M)
Construire le cercle de centre A passant par M.	Création - Cercle déf. 2 pts
Construire le cercle de centre B passant par M.	Création - Cercle déf. 2 pts
Définir les points d'intersection M et N des deux cercles.	Construction - Intersection de 2 objets Edition - Nommer (le point N)
Construire la droite passant par ces 2 points.	Création - Droite déf. par 2 pts
Définir le point d'intersection P des droites (MN) et (AB).	Construction - Intersection de 2 objets (les droites (MN) et (AB)) Edition - Nommer (le point P)
Mesurer l'angle $\widehat{MPB}$.	Divers - Marquer un angle Divers - Mesurer un angle

Expérimentation n°1:

Faire varier le point B avec la souris. On constate alors que la droite (AB) tourne autour de A. Faire constater aux élèves que la droite (AB) et la droite (MN) restent perpendiculaires. (On pourra en donner une explication si la symétrie orthogonale a déjà été traitée).

Expérimentation n°2:

Enoncé	Actions sur le logiciel
Tracer et mesurer les segments [AM] et [BM].	Création - Segment ([AM] et [BM]) Divers - Mesurer ([AM] et [BM])

Faire varier le point M avec la souris de telle sorte que les rayons des deux cercles deviennent de même longueur. Faire constater que la droite (MN) passe alors par I, milieu de [AB].

Séquence n°2

Objectif :

Montrer que les points équidistants des extrémités d'un segment sont alignés.

Construction :

On pourra soit réaliser la figure en direct à partir du programme joint, soit charger le fichier SEG_MED2.FIG et l'exploiter.

Enoncé	Actions sur le logiciel
Effacer la figure précédente.	Edition - Tout effacer
Sur une droite (AB), placer le milieu I du segment [AB].	Création - Droite déf. 2 pts Edition - Nommer (les points A et B) Création - Segment ([AB]) Construction - Milieu (de [AB]) Edition - Nommer (le point I)
Construire un cercle de centre A passant par un point C de (AB).	Construction - Point sur objet (un point sur (AB) , extérieur à [AB] du côté de A) Edition - Nommer (le point C) Création - Cercle déf. par 2 pts (A puis C)
Construire un cercle de centre B et de même rayon , sécant au cercle précédent.	Construction - Symétrique d'un point (symétrique de C par rapport à I) Edition - Nommer (le point C') Création - Cercle déf. par 2 pts (B puis C') <i>faire varier C avec la souris pour que les 2 cercles soient sécants.</i>
On appelle M et N les points d'intersection des deux cercles.	Construction - Intersection de 2 objets Edition - Nommer (les points M et N) Création - Droite déf. par 2 pts (les points M et N)
Déterminer AM, AN, BM et BN.	Création - Segment ([AM], [AN], [BM] et [BN]). Divers - Mesurer (AM, AN, BM, BN)

Faire rappeler les résultats de la séquence précédente pour les droites (MN) et (AB).

Déplacer le point C avec la souris. Faire constater que la droite (MN) reste invariante.

Faire énoncer la propriété : "Tous les points équidistants des extrémités d'un segment sont alignés sur une droite perpendiculaire au segment et passant par son milieu."

Objectif :

Il s'agit de montrer que tous les points de la droite perpendiculaire à un segment en son milieu sont équidistants des extrémités de ce segment.

Construction :

On pourra construire la figure en direct à l'aide du programme de construction ci-dessous ou bien charger le fichier SEG_MED3.FIG et l'exploiter.

Enoncé	Actions sur le logiciel
Construire un segment [AB] et son milieu I.	Création - Point (2 points) Edition - Nommer (les points A et B) Création - Segment ([AB]) Construction - Milieu Edition - Nommer (le point I)
Construire la droite perpendiculaire à (AB) en I.	Construction - Droite perpendiculaire
Soit M un point de cette droite.	Construction - Point sur objet
Marquer l'angle $\widehat{MIB}$.	Divers - Marquer un angle
Tracer et mesurer [AM] et [BM].	Création - Segment ([AM] et [BM]) Divers - Mesurer (AM et BM)
Construire le cercle de centre A et de rayon [AM].	Création - Cercle déf. 2 pts
Construire le cercle de centre B et de rayon [BM].	Création - Cercle déf. 2 pts

Faire varier le point M sur la perpendiculaire à (AB) et faire constater que $AM = BM$.

Faire écrire alors la propriété : *"Chaque point de la perpendiculaire à un segment passant par son milieu est équidistant des extrémités de ce segment."*

Faire constater que les points M peuvent s'obtenir à partir du tracé de deux cercles de même rayon, centrés respectivement sur A et B.

Définir alors la médiatrice du segment [AB] et déduire des activités une méthode de construction de cette médiatrice.

Annexes

Figure 1

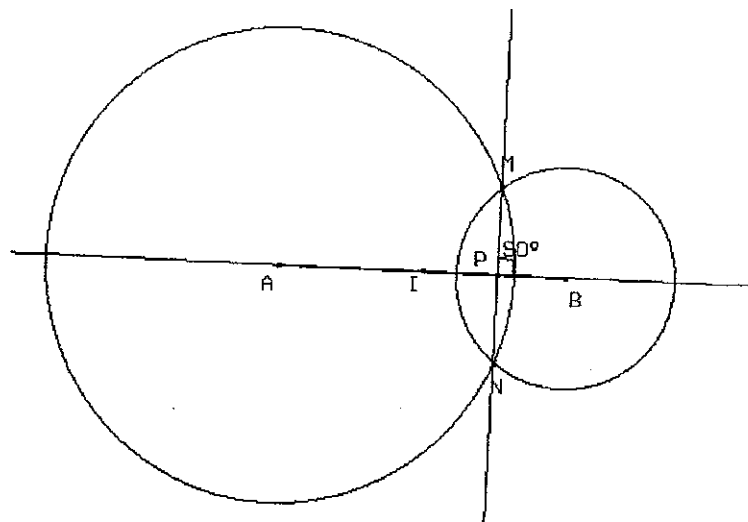


Figure 2

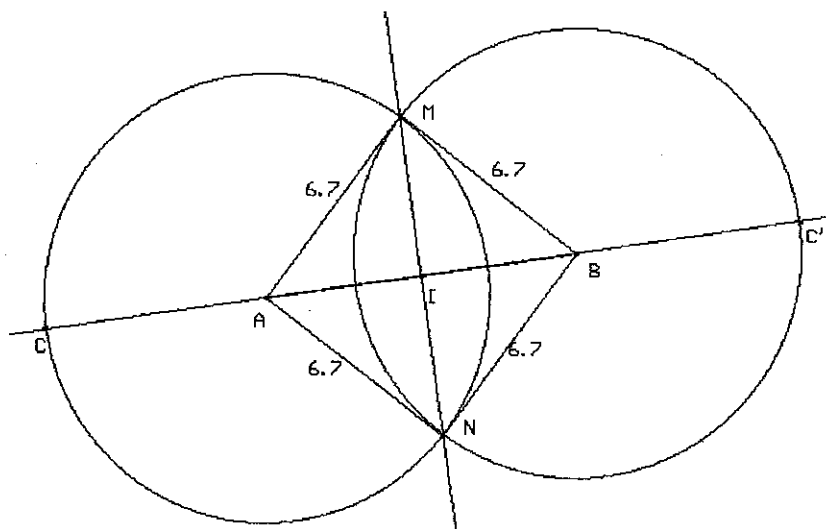
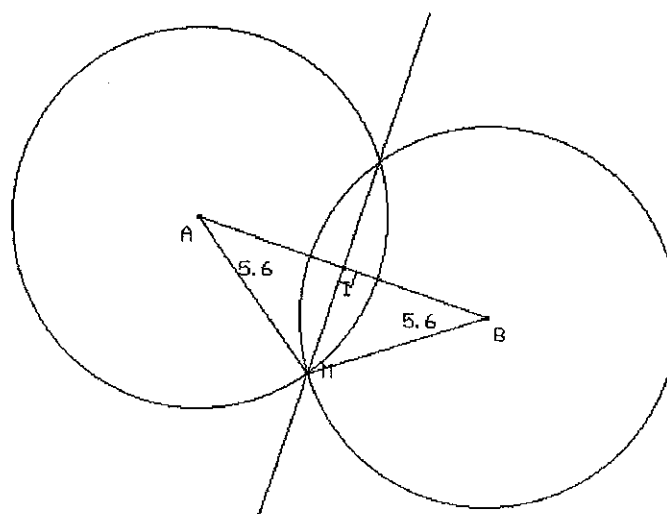


Figure 3

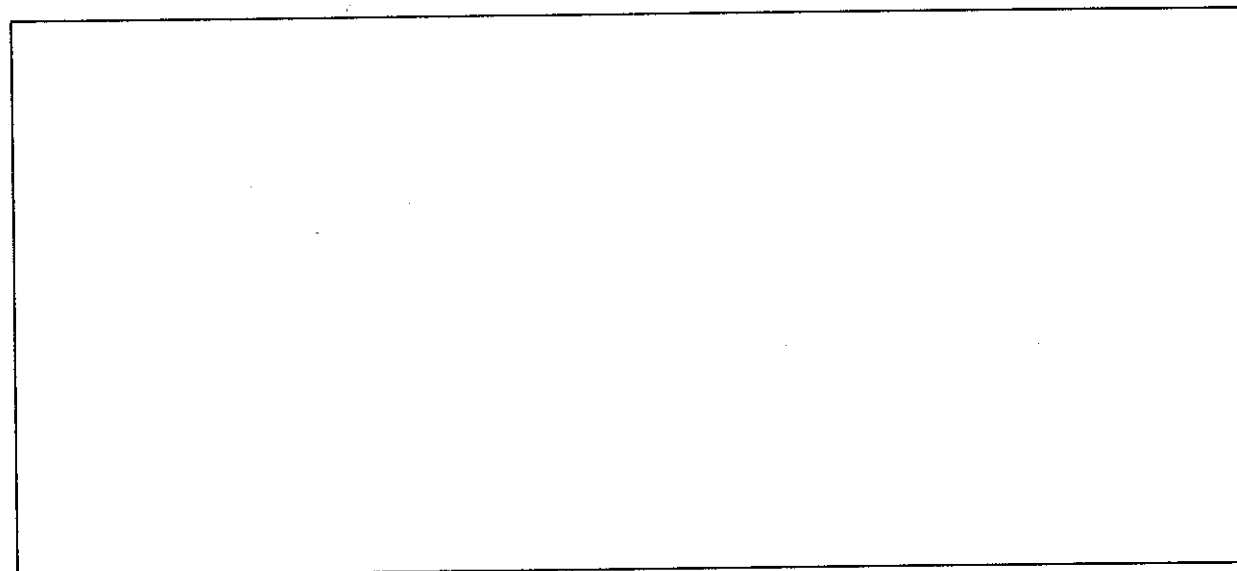


Séquence n°1

Construction :

Dans le cadre ci-dessous, effectue les constructions suivantes :

- trace une droite (AB),
- place le milieu I de [AB],
- construis un cercle de centre A et de rayon r supérieur à AI,
- construis un cercle de centre B sécant au premier (rayon différent de r),
- appelle M et N les points d'intersection des 2 cercles,
- trace la droite (MN),
- appelle P le point d'intersection des droites (AB) et (MN),
- mesure $\widehat{MPB}$.



Conclusion n°1

La droite passant par les points d'intersection de deux cercles sécants et la droite passant par les centres de ces mêmes cercles sont

Conclusion n°2

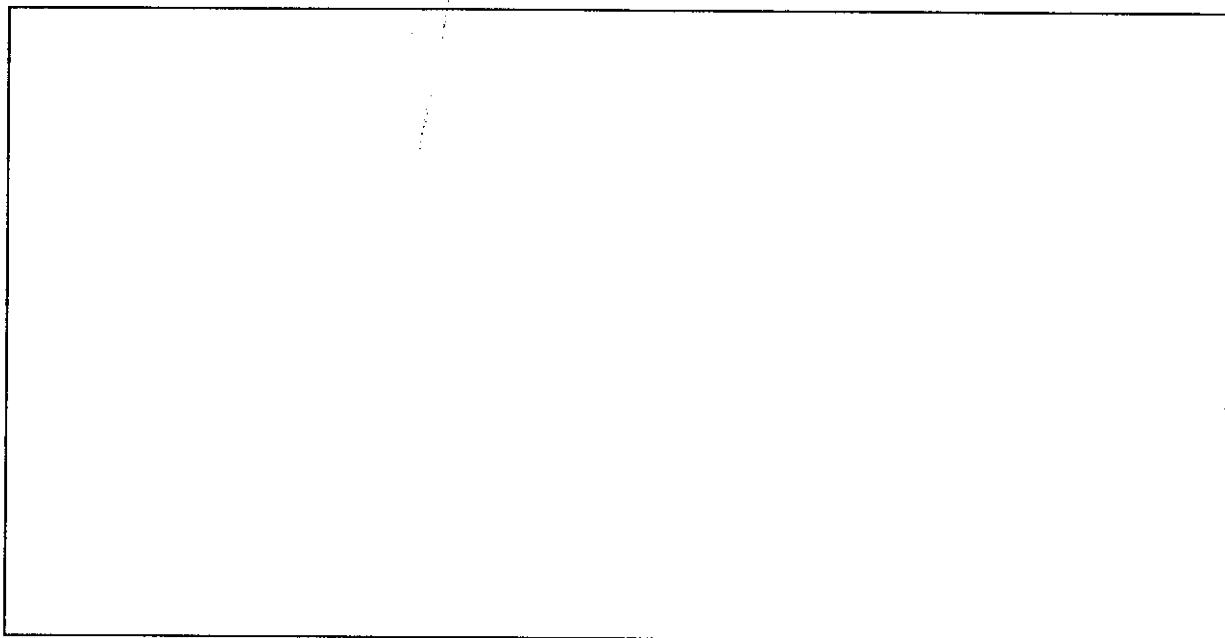
La droite passant par les points d'intersection de deux cercles de mêmes rayons coupe le segment ayant pour extrémités les des deux cercles en son

Séquence n°2

Construction :

Dans le cadre ci-dessous, effectue les constructions suivantes :

- construis un segment $[AB]$,
- construis un cercle de centre A et de rayon r ,
- construis un cercle de centre B sécant au précédent, de même rayon r ,
- nomme M et N les points d'intersection des 2 cercles,
- mesure AM, AN, BM, BN.



Que constates-tu ?

Complète maintenant la figure de la façon suivante :

- construis 2 cercles sécants de centres A et B et de rayon r' différent de r .
- nomme M' et N' leurs points d'intersection,
- mesure AM', AN', BM' et BN'.

La remarque faite pour les points M et N est elle toujours valable ?

Médiatrice d'un segment

Quelle remarque peux-tu faire concernant la position des points M, N, M', N' ?

Sur la figure réalisée auparavant :

- trace la droite (MN)
- nomme I le point d'intersection de (MN) et de (AB),
- mesure AI et BI,
- mesure l'angle formé par les droites (AB) et (MN).

Quelle est la position des droites (AB) et (MN) ?

Par quel point particulier du segment [AB] passe la droite (MN) ?

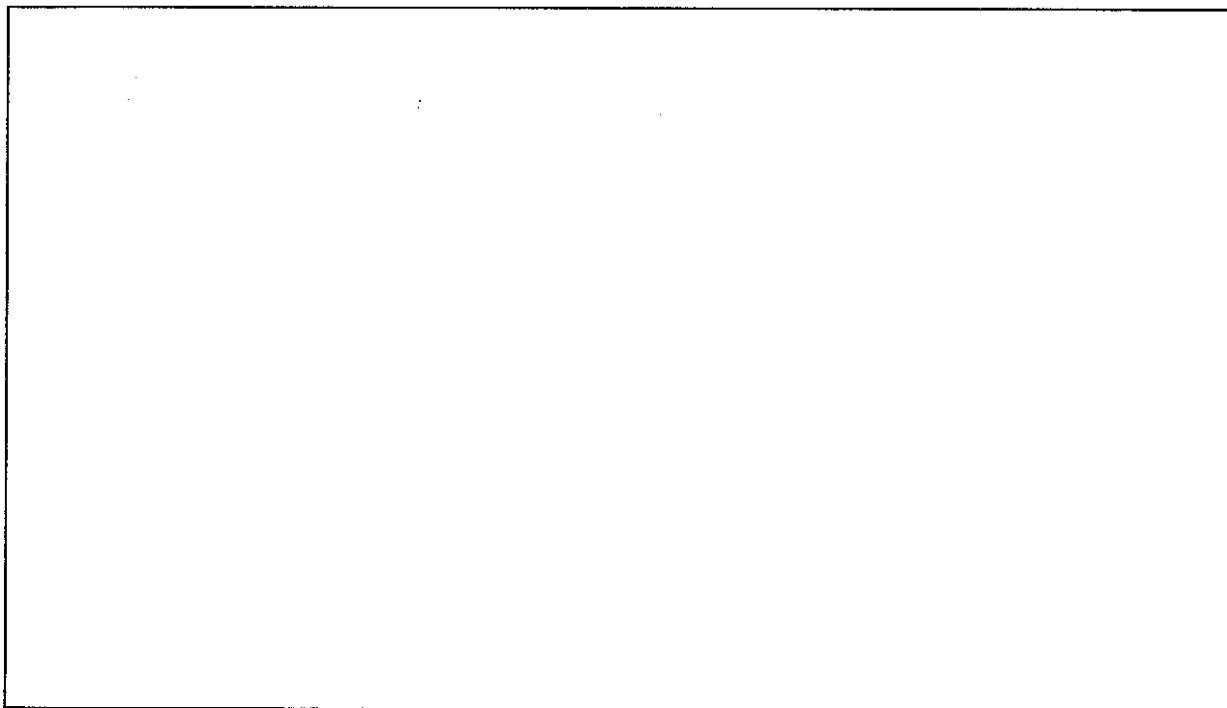
Propriété :

Séquence n°3

Construction :

Dans le cadre ci-dessous, réalise les constructions demandées :

- trace un segment $[AB]$,
- construis le milieu I de $[AB]$,
- construis la perpendiculaire à (AB) en I ,
- choisis un point M sur cette droite,
- mesure AM et BM ,
- recommence avec d'autres points de la droite.



Que peux-tu dire des longueurs des segments joignant un point de la perpendiculaire à (AB) à chacun des points A et B ?

.....
.....

Propriété :

.....
.....

Médiatrice d'un segment

This image shows a single sheet of white paper with four horizontal dashed lines, resembling notebook paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no handwriting or other markings on the paper.

Construis la médiatrice du segment $[AB]$.

