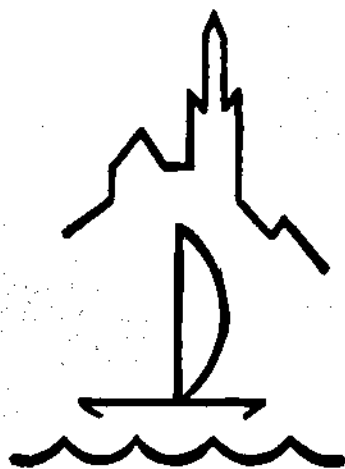


**information
mathématique**



académie d'aix-marseille

irem

Académie d'AIX - MARSEILLE

INFORMATION

MATHEMATIQUE

RESPONSABLE DE LA PUBLICATION

Gilles THOMAS

INFORMATION MATHÉMATIQUE

• 15

Décembre 1980

SOMMAIRE

EDITORIAL :

LES NOUVEAUX ANALPHABETES	5
---------------------------------	---

INFORMATION :

LE CERTIFICAT D'APPROFONDISSEMENT EN MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE	10
--	----

EN DIRECT DU SERVICE DES PUBLICATIONS	11
---	----

INFORMATION :

LES NOUVEAUX PROGRAMMES DU CYCLE MOYEN DE L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE	19
---	----

DANS NOS CLASSES :

LES FONCTIONS LINEAIRES DANS LE 1 ^{er} CYCLE - UNE APPROCHE PAR L'AUDIO-VISUEL	25
--	----

(J.L. VIVES)

INITIATION A LA PROGRAMMATION SUR HP 25	35
---	----

(A. LAURENT)

COMMENT LE PROGRAMME DE PHYSIQUE DE PREMIÈRE PEUT AIDER A COMPRENDRE LA DOCUMENTATION RELATIVE AUX CORDES D'ESCALADE	53
---	----

(M. EYRAUD, R. RAYNAUD)

EDITORIAL

LES NOUVEAUX ANALPHABETES

Est-ce que tu fais un éditorial pour le bulletin ?

C'est sous cette forme que d'aucuns m'ont gentiment fait comprendre qu'il serait de bon ton que j'écrive un article pour ce 15ème bulletin de l'I.R.E.M.

Un temps, je me suis demandé s'il s'agissait d'une tradition qui voudrait que, le nouveau directeur s'adresse à ses collègues pour leur exprimer, comme le précise le petit Larousse, "les vues de la direction de l'édition". A la vérité, rares sont ceux, parmi mes prédécesseurs à l'I.R.E.M. de Marseille, qui se sont pliés à l'usage : la tentation était grande de les suivre dans cette voie.

Après un temps de réflexion j'ai pensé qu'il était bon de respecter la tradition bien qu'elle n'existe pas, non qu'elle renferme quelque vertu secrète, mais parce que cela traduit notre souhait que les I.R.E.M.s survivent ; en d'autres termes, si une telle tradition s'établissait, ceci signifierait qu'ils auraient la pérenité qu'on ne semble pas vouloir leur reconnaître.

Pour les défendre, je n'avancerai pas ici les arguments que, d'autres avant moi ont développé avec plus de compétence et d'à propos. Je m'en tiendrai à énoncer quelques idées complémentaires et de circonstance.

C'est dans le souci d'apporter les éléments d'une réflexion nouvelle que l'I.R.E.M. de Marseille a mis en place cette année un certificat d'approfondissement en Mathématiques et Informatique. Vous trouverez quelques échos de son démarrage dans ce bulletin.

C'est l'un des efforts entrepris ici pour l'ouverture des enseignements de mathématiques et son succès traduit l'attente des enseignants. Nous espérons que les difficultés techniques de l'un des modules ne nuiront pas trop à son efficacité !

De fait, les idées nouvelles ont toujours de la peine à être admises par ceux qui sont établis depuis longtemps dans la place. Elles doivent d'abord faire leurs preuves avant que nous acceptions de les inclure et de les utiliser dans notre enseignement.

D'un autre côté, notre métier nous impose d'être à l'affût de tout ce qui prépare le lendemain de ceux que nous formons : il n'y a là que banalité et bonnes intentions me direz-vous sans doute. Pourtant il ne me semble pas inutile de le dire à propos de l'Informatique.

J'ai quelque inquiétude que nombre d'entre vous, à l'instar de beaucoup d'autres, n'en aient crainte et plus encore, se mettent en situation de refus.

Les remous autour de certains problèmes de mathématiques du baccalauréat ont donné lieu à des manifestations diverses (et en tous cas de mauvaise humeur) contre ces calculettes (plus ou moins programmables) et ont traduit l'incompréhension manifeste de ce qui est un fait de société que personne ne peut plus méconnaître.

Il est certain que nous allons assister à propos d'enseignement d'Informatique à quelques combats et joutes oratoires où les intégristes de la Mathématique universelle et souveraine prendront la bannière boubakisante pour nous démontrer qu'il ne faut pas frayer avec cette discipline nouvelle, impure voire corrompue, en tout état de cause, dangereuse.

Pourtant, quelques-uns trouveront là matière à satisfaire leur esprit curieux ; le drame n'est pas là, il est intrinsèque à la bête comme en témoignent les échanges journalistiques que chacun a pu voir s'étaler, sinon à la une, du moins en pleine page d'hebdomadaires et de quotidiens.

Vous n'avez pas manqué les escarmouches et passes d'armes entre tenants de l'"Informatique discipline" et tenants de l'"E A O" (c'est-à-dire de l'Enseignement Assisté par Ordinateur) appuyées par des démonstrations généreuses et démocratiques sinon démagogiques quelquefois.

S'il s'agissait de prêcher la bonne parole informatisante pour tout un chacun, tout le monde n'y verrait que du bien, mais le fond du problème est-il là ?

Je craindrais que par quelque négligence coupable on donne à beaucoup la tentation de prétendre à l'étiquette d'informaticien. Le phénomène n'est pas nouveau : il suffit qu'un ordinateur arrive pour que s'instaure une nouvelle caste : ceux qui savent appuyer sur les touches.

En fait l'affaire est complexe : il ne s'agit pas seulement de taper sur quelque chose qui ressemble à s'y méprendre à un clavier de machine à écrire et qui, par quelque effet dont on se prétendrait le maître, répond quelque chose.

Pour reprendre la formule que traditionnellement les mécaniciens employaient, "tout se passe comme si" - connaissant les notes de musique et fier de l'application que notre cerveau sait établir entre une partition et le clavier d'un piano - chacun pouvait prétendre interpréter le 4ème Concerto brandebourgeois* ou une polonaise de Chopin. Le malheur est que l'intérêt de la prestation risque de se réduire aux effets incongrus des fausses notes.

Entendons-nous bien : je ne veux pas dire que seuls les informaticiens peuvent taper sur un clavier d'ordinateur : bien au contraire, leur devoir est de donner à tous la possibilité de le faire. Bien que tout individu, ayant quelque inclination et persévérance puisse se faire plaisir devant un piano, il n'est pas évident pour autant qu'il satisfasse les oreilles de son entourage et moins encore qu'il ait quelque aptitude à l'enseignement de la musique.

Le parallèle est osé et peut nuire à la démonstration : l'Informatique n'est pas un art que l'on pratique pour le plaisir des autres mais il est cependant vrai que d'aucuns y trouvent une extrême jouissance par le jeu intellectuel qu'elle met en cause.

* de Bach bien entendu.

L'un des traits fondamentaux de cette discipline (vous avez compris que j'ai choisi mon camp) est son développement forcené et la puissance avec laquelle il se produit, non seulement sur le plan des matériels mais plus encore sur celui des logiciels c'est-à-dire de la programmation.

Nous sommes au coeur du problème : il s'agit d'utiliser un ordinateur indépendamment de ses caractéristiques particulières ou même de façon indépendante des langages qui sont disponibles sur ladite machine.

En d'autres termes, la programmation devient une pratique abstraite où on spécifie un objet par des processus intellectuels qui sont ceux que les mathématiciens utilisent : il s'ensuit que l'Informatique procède des mathématiques de la façon la plus naturelle quand on arrive à la formaliser proprement.

C'est une science jeune qui est, comme sa vieille soeur mathématicienne, modélisante et universelle mais elle s'en différencie par le fait que toute théorie qu'elle produit a une finalité concrète et que les développements qu'elle conduit ont une origine et un but applicatifs.

L'Informatique engendre aujourd'hui une Mathématique qui lui est propre, complémentaire de celle que les mathématiciens purs et durs n'ont pas faite pour elle (ou n'ont pas encore faite).

Alors, quitte à faire mugir les esprits chagrins ou sectaires, j'aimerais vous inviter à considérer votre enseignement en tenant compte de l'audace de l'intruse qui, sous forme de calculatrices et maintenant d'ordinateurs miniaturisés, se terre au fond des poches de vos élèves.

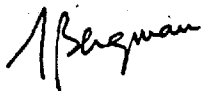
Mais, au fait, certains d'entre eux n'en savent-ils pas déjà beaucoup plus long que nous sur la question ?

Demain, pour la vie de tous les jours, il sera moins important de savoir calculer mentalement que de faire de "la programmation mentale".

Ce n'est pas être devin que de prédire à ceux qui refuseront cette démarche qu'ils seront les nouveaux analphabètes.

Les mathématiciens sont en position naturellement privilégiée vis à vis du problème : il serait regrettable que par inconscience et impéritie ils n'en profitent pas.

Cordialement,



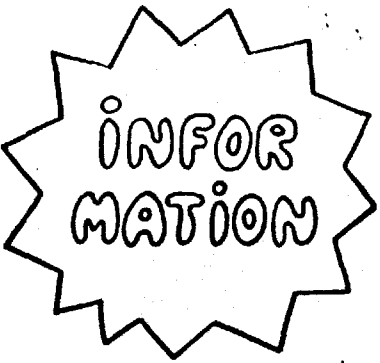
La Régionale d'Aix-Marseille de l'A.P.M.E.P. vous invite à participer le

Mercredi 4 Mars à 14 h 30

au Lycée St Charles, Marseille
(salle 51)

à une réunion animée par Cécile Schneider sur le thème :

"Analyse des difficultés présentées par les équations
comportant des paramètres".



INFORMATION

LE CERTIFICAT D'APPROFONDISSEMENT EN MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE

Ce certificat de l'Université d'Aix-Marseille II, créé à l'initiative conjointe de l'I.R.E.M. et de la Régionale de l'A.P.M.E.P., est organisé depuis la rentrée 1980.

Il est actuellement suivi par 69 personnes, en majorité professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire, dont 11 auditeurs libres.

Les modules suivants ont été mis en place :

- depuis le début de l'année universitaire

2 - RÔLE DES ALGORITHMES DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

3 - RÔLE DES PROBLÈMES NUMÉRIQUES DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

9 - ARITHMÉTIQUE ET THÉORIE DES NOMBRES

(le mercredi à 14 h 30)

6 - ANALYSE DE DONNÉES NUMÉRIQUES, ANALYSE DE DONNÉES MULTIDIMENSIONNELLES

(Le vendredi à 17 h)

- à partir de janvier 1981

1 - PROGRAMMATION

(le mercredi à 14 h 30)

- à partir de février 1981

11 - RÉFLEXION SUR LA LOGIQUE MATHÉMATIQUE

(le mercredi à 14 h 30)

• (Présentation détaillée des modules dans le n° 14 du bulletin Information Mathématique).

EN DIRECT

DU SERVICE

DES PUBLICATIONS

★ ★

★

DERNIERES PUBLICATIONS DE L'I. R. E. M. D'AIX-MARSEILLE

- ★ Calcul des Probabilités et Arithmétique (Indépendance et multiplicité restreinte) - octobre 1978 - Monographie de l'IREM d'Aix-Marseille - (32 pages - Prix 3 F.
- ★ Bulletin "Information Mathématique" n° 12 - Novembre 1978.
- ★ Analyse 1 - décembre 1978. Monographie de l'IREM d'Aix-Marseille - (174 pages) - Prix 8 F.
- ★ Essai sur la Géométrie (J. MARION) - septembre 1979.
- ★ Bulletin "Information Mathématique" n° 13 - octobre 1979.
- ★ Bulletin "Information Mathématique" n° 14 - mai 1980.
- ★ Mathématiques, Langage, Enseignement : la réforme des années soixante (35 pages) 1980. (Y. CHEVALLARD)
- ★ Publications du groupe de recherche sur l'enseignement de la Géométrie
 - Sur l'enseignement de la géométrie au Lycée (fascicule A) (J. MARION, J.L. OVAERT).
 - Sur l'enseignement de la géométrie en classe de Seconde Indifférenciée (fascicule B) (J. MARION, J.L. OVAERT).

Le lecteur trouvera dans les pages suivantes une présentation détaillée des deux monographies, les titres des derniers bulletins INTER IREM ainsi qu'une bulletin de commande à nous adresser.

N'hésitez pas à nous faire part de vos critiques comme de vos suggestions concernant les publications de l'I. R. E. M. ; nous rappelons que la rubrique "Tribune libre" de ce bulletin est à votre disposition.

G.T.

calcul des probabilités et arithmétique

INDEPENDANCE ET MULTIPLICATIVITE RESTREINTE.

(Groupe de Recherche sur l'Enseignement du Calcul des Probabilités
de l'I. R. E. M. d'Aix-Marseille)

32 pages - PRIX : 2, 50 F.

Dans cette brochure, on utilise les propriétés les plus élémentaires d'indépendance d'événements et de variables aléatoires pour démontrer certaines propriétés algébriques des fonctions d'entiers.

Les démonstrations probabilistes qui sont présentées devraient éclairer d'un jour nouveau le comportement des entiers vis à vis de la division euclidienne et la nature de certaines propriétés telles la multiplicativité restreinte, qui est étudiée en détails pour l'indicateur d'Euler, et la somme des puissances des diviseurs d'un nombre.

Cette interaction entre deux secteurs des mathématiques apparemment éloignés est présentée à un niveau élémentaire évitant ainsi au lecteur d'avoir à consulter de nombreux ouvrages qu'il est parfois difficile de se procurer et souvent difficile de lire.

Enfin ce document non seulement atteste l'efficacité des propriétés d'indépendance mais permet aussi d'illustrer l'intérêt de choisir tel ou tel espace probabilisé suivant la nature du problème et des propriétés que l'on veut démontrer détruisant ainsi le mythe de l'univers à qui l'on fait jouer trop souvent un rôle central, injustifié et néfaste.

TABLE DES MATIERES

- I - INTRODUCTION
- II - PROPRIETE DE MULTIPLICATIVITE RESTREINTE
- III - PREMIERE INTERVENTION PROBABILISTE
- IV - APPLICATIONS A L'INDICATEUR D'EULER
- V - VARIABLES ALEATOIRES INDEPENDANTES
- VI - SOMME DES PUISSANCES DES DIVISEURS D'UN ENTIER

BIBLIOGRAPHIE

analyse 1

(Groupe de Recherche sur l'Enseignement de l'Analyse
de l'I. R. E. M. d'Aix-Marseille)

174 pages - PRIX : 8 F.

En Septembre 1975, un groupe de recherche sur l'enseignement de l'analyse s'est constitué à l'I. R. E. M. de Marseille, réunissant des enseignants du second degré et du supérieur. Il s'est d'abord fixé pour tâche de dégager quelques grandes orientations pour l'enseignement de l'Analyse, en tenant compte :

- des indices fournis par l'état actuel de cet enseignement.
- d'une étude scientifique et épistémologique des concepts fondamentaux de l'analyse.
- du rôle joué par ces concepts dans une formation scientifique.

Ces orientations sont regroupées non autour de concepts théoriques, mais à partir des quelques grands problèmes de l'analyse qu'il nous a paru utile d'étudier dans l'enseignement secondaire. Cela ne signifie en aucun cas un abandon de l'approfondissement théorique des concepts de l'analyse, bien au contraire. Les études historiques et épistémologiques, aussi bien que les réflexions d'ordre didactique et génétique nous ont montré que c'est à travers leur fonctionnement dans la résolution de problèmes que ces concepts peuvent être progressivement approfondis. Les problèmes ont été choisis en fonction de cet objectif, de l'intérêt qu'ils peuvent susciter chez les élèves, de leur importance pour la construction d'une culture scientifique, et des interconnexions qu'ils présentent avec d'autres secteurs des mathématiques, de l'informatique scientifique, des sciences physiques et technologiques...

Pour illustrer ces grandes orientations, de nombreux documents ont été produits, des expérimentations s'inspirant de ces documents ont été réalisées ou sont en cours de réalisation et feront l'objet d'autres documents.

Des travaux analogues, abordant des aspects complémentaires, ont été engagés par d'autres I. R. E. M. Un groupe national Inter-I. R. E. M. permet des échanges structurés entre ces groupes.

PLAN DE LA BROCHURE

1 OBJECTIFS ET METHODES DE TRAVAIL

- I - Etude sommaire de l'état actuel de l'enseignement de l'analyse
- II - Objectifs et méthodes de travail du groupe
- III - Les problèmes de l'analyse
- IV - Calculatrices de poche et enseignement des mathématiques

2 SUITES : UNE PREMIERE APPROCHE

Introduction

- I - Activités mathématiques élémentaires sur les suites de nombres
- II - Etude de suites qui convergent vers 0
- III - Etude de suites convergeant vers une limite finie
- IV - Etude des suites divergentes

Annexe

- V - Approximation de $\sqrt{2}$
- VI - Notice bibliographique, historique et épistémologique

3 CALCUL DE VALEURS APPROCHEES D'INTEGRALES

Introduction

- I - Quelques méthodes d'approximation
- II - Majoration des erreurs
- III - Quelques applications numériques
- IV - Notice bibliographique, historique et épistémologique

4 RESOLUTION DE L'EQUATION $f(x) = x$ PAR APPROXIMATIONS SUCCESSIVES

Introduction

- I - Etude de l'existence et unicité d'une solution et de sa stabilité
- II - Etude de la rapidité de convergence
- III - Accélération de convergence

Annexes

- IV - Notice bibliographique, historique et épistémologique

BIBLIOGRAPHIE

Bulletin

inter.I.R.E.M.

N° 15 SPECIAL AUDIO-VISUEL

56 pages - PRIX : 6 F.

N° 16 SPECIAL COPIRELEM

(Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement Elémentaire)

47 pages - PRIX : 7 F.

N° 17 LES I.R.E.M. : MISSIONS ET ACTIVITES

56 pages - PRIX : 7 F.

N° 18 HISTOIRE DES MATHEMATIQUES ET EPISTEMOLOGIE

66 pages - PRIX : 7 F.

BULLETIN DE COMMANDE

N O M : Prénom

ETABLISSEMENT :

Intitulé exact :

.....

Adresse :

.....

Commande les ouvrages suivants :

☐

CALCUL DES PROBABILITES ET ARITHMETIQUE :

Indépendance et multiplicativité restreinte

Prix 2,50 F. nombre d'exemplaires

☐☐

ANALYSE I

Prix 8 F. nombre d'exemplaires

☐☐

BULLETIN INTER-IREM - Prix 7 F.

numéro :

15

☐

16

☐

17

☐

18

☐

nombre d'exemplaires :

☐☐☐☐

Règlement :

L'I. R. E. M. vient d'être autorisé à ouvrir une règle de recettes ce qui lui permet de recevoir un règlement en liquide ; celui-ci doit être effectué auprès de Mme LEON au secrétariat.

A défaut, le règlement peut être effectué par chèque postal ou bancaire envoyé à l'I. R. E. M. et rédigé à l'ordre de :

M. l'Agent Comptable de l'Université d'Aix-Marseille II

Ci-joint

Chèque bancaire

☐

Chèque postal

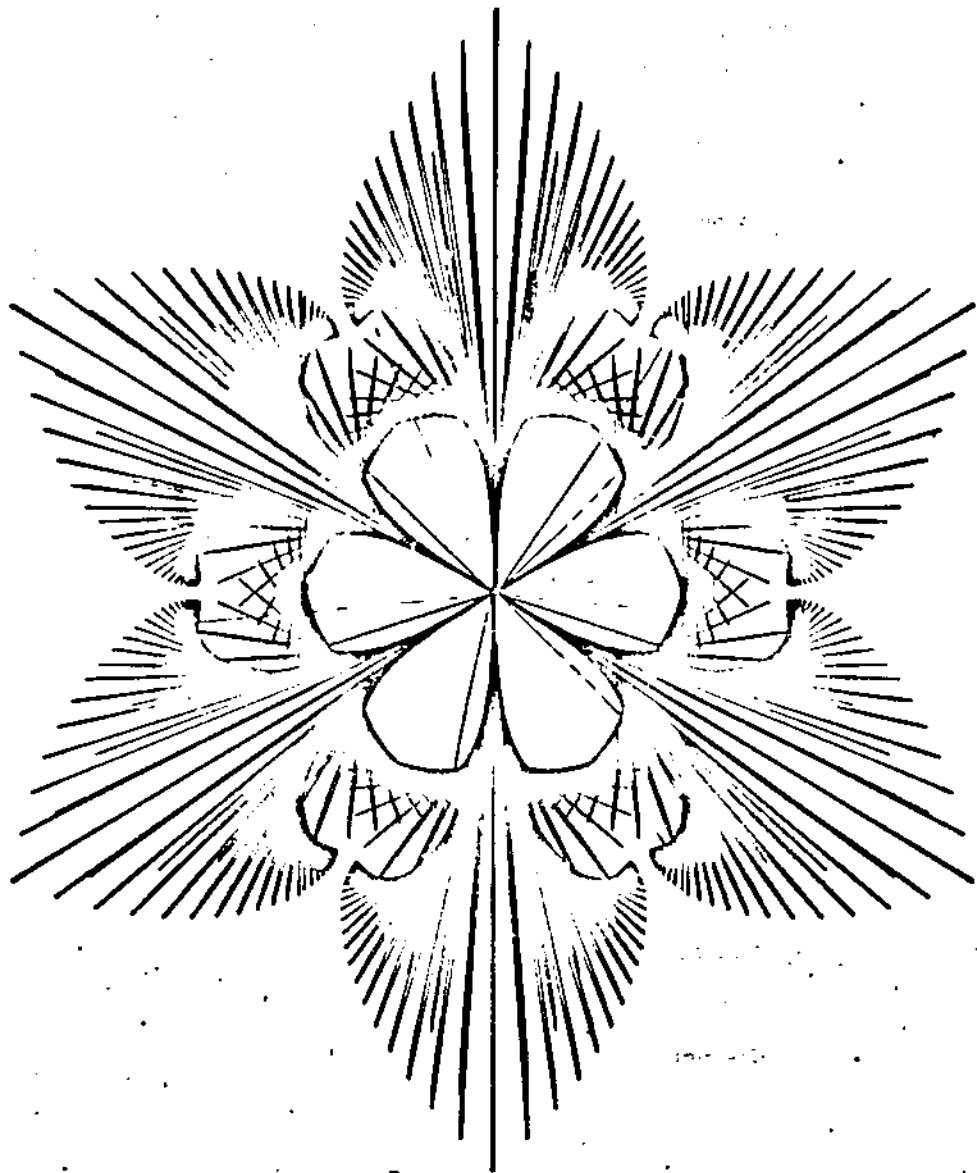
☐

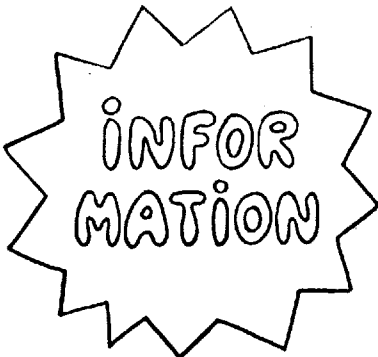
de F

Date :

Signature :

N.B. Dans la mesure du possible grouperez vos commandes.





INFORMATION

LES NOUVEAUX PROGRAMMES DU CYCLE MOYEN DE L'ECOLE ELEMENTAIRE

Le B.O. n° 31 du 11 septembre 1980 présente les horaires, objectifs, programmes et instructions pour le cycle moyen de l'école élémentaire, applicables à compter de la rentrée scolaire 1980.

La durée hebdomadaire de la scolarité dans le cycle moyen des écoles primaires est fixée à 27 heures, dont 6 heures sont réservées aux mathématiques.

Nous présentons dans les pages suivantes les objectifs et le programme de mathématiques du cycle moyen.

Dans le prochain numéro du Bulletin "Information Mathématique", un article sera consacré aux instructions pédagogiques concernant les mathématiques et intéressera, en premier lieu, les collègues susceptibles d'enseigner en classe de 6ème à la rentrée scolaire 1981.

PROGRAMMES DE MATHEMATIQUES
pour le cycle moyen de l'école élémentaire

OBJECTIFS

(extrait du B.O. n° 31 du 11 septembre 1980).

Au cycle moyen, comme aux cycles précédents, les activités mathématiques doivent permettre aux enfants :

- de réorganiser, d'enrichir et d'approfondir des connaissances antérieures (dans le domaine des nombres naturels, par exemple) ;
- d'acquérir de nouvelles connaissances (dans le domaine des nombres décimaux, de la division, par exemple) ;
- d'accumuler des expériences qui serviront de support à des formalisations ultérieures (dans le domaine de la géométrie, des nombres décimaux, par exemple) ;
- de développer des savoir-faire et des comportements (procédures de recherche, de preuve...) dans tous les domaines.

L'ordre dans lequel sont présentés les objectifs qui suivent ne constitue ni un ordre chronologique pour le travail dans les classes, ni une progression. Il appartient aux maîtres d'établir, pour chacune des rubriques mentionnées (qui comportent de nombreuses interférences), une programmation portant sur les deux années du cycle moyen, par référence à ces objectifs qui doivent être atteints à la fin de la scolarité primaire.

1. Situations - problèmes.

Dans les situations, vécues ou décrites, savoir :

- associer une question qu'on se pose, ou qui est posée, et l'information pertinente qui lui correspond ;
- organiser et exploiter cette information ;
- communiquer les résultats obtenus et la démarche suivie, et en établir la validité.

2. Ecrire, nommer et comparer les nombres naturels

2.1. Maîtriser l'usage et le fonctionnement des règles de la numération écrite et de celles de la numération orale.

2.2. Savoir :

- comparer les nombres naturels désignés sous les diverses formes utilisées au cycle élémentaire ;
- les situer les uns par rapport aux autres (en particulier sur une ligne en respectant l'ordre).

3. Ecrire, nommer et comparer les nombres décimaux.

3.1. Prendre conscience, dans des situations appropriées, de la nécessité d'étendre le domaine du calcul par l'introduction de nouveaux nombres : nombres décimaux et nombres qui s'écrivent sous la forme de fractions simples.

3.2. Savoir :

- utiliser correctement les règles usuelles d'écritures des nombres décimaux ;
- désigner un nombre décimal par des écritures additives, multiplicatives, soustractives et fractionnaires et passer d'une écriture à une autre ;
- reconnaître sous des écritures différentes le même nombre décimal.

3.3. Savoir comparer les nombres décimaux :

- les situer les uns par rapport aux autres (en particulier sur une ligne en respectant l'ordre),
- intercaler un décimal entre deux décimaux,
- encadrer un décimal par deux décimaux et, en particulier, par deux naturels consécutifs.

N.B. : L'étude des nombres décimaux et de leur structure n'est pas achevée
 { à la fin du cycle moyen. Elle devra se prolonger tout au long de la
 { scolarité au collège.

4. Calculer sur les nombres

4.1. Savoir :

- reconnaître, analyser et résoudre des situations relevant des diverses opérations sur les nombres ; donner un sens aux opérations sur les nombres décimaux ;

- organiser et effectuer un calcul mettant en jeu l'addition, la multiplication, la soustraction des nombres naturels et décimaux ; élaborer et mettre en oeuvre des techniques de calcul correspondant à ces opérations sur les décimaux ;
- dégager, à partir de situations relevant de la division des nombres naturels, les notions de quotient entier et de reste :
 - . évaluer l'ordre de grandeur du quotient, par encadrement,
 - . élaborer une technique de calcul (en organisant les méthodes empiriques utilisées dès le cycle élémentaire) et la mettre en oeuvre ;
- élaborer et mettre en oeuvre une technique de calcul des quotients décimaux approchés de deux naturels.

N.B. : Les techniques de calcul des quotients de nombres décimaux ne constituent pas un objectif du cycle moyen.

- 4.2. Savoir élaborer et mettre en oeuvre des procédures mentales de calcul sur les nombres naturels et décimaux.
- 4.3. Elaborer des procédures de calcul approché sur les naturels et les décimaux et savoir :
 - évaluer l'ordre de grandeur et trouver des encadrements du résultat d'un calcul,
 - s'assurer de la vraisemblance d'un résultat.
- 4.4. Savoir expliciter et comparer des procédures de résolution (raisonnement et modalités de calcul).

5. Représenter et utiliser des fonctions numériques.

- 5.1. Dans des situations variées, savoir élaborer et/ou interpréter des descriptions (orales, écrites ou graphiques, - conventionnelles ou non) de relations numériques.
- 5.2. Savoir :
 - reconnaître, utiliser et représenter les fonctions qui, à un nombre n (naturel ou décimal), associent $n + a$ ou $n \times a$ (a étant un naturel ou un décimal) et leurs réciproques ;
 - utiliser leurs propriétés (sans formalisation) :
- 5.3. Savoir reconnaître, organiser et traiter des situations relevant des fonctions numériques, celles citées ci-dessus (en particulier, celles qui relèvent de la proportionnalité) et d'autres.

6. Mesurer.

Savoir :

6.1. Construire et utiliser des systèmes de mesure pour les grandeurs étudiées (cf. §§ 6.2., 6.3. et 6.5. ci-après) :

- . exprimer par un nombre ou par un encadrement le résultat d'un mesurage,
- . utiliser les unités usuelles du système légal.

6.2. Utiliser correctement divers instruments de mesure de longueur ou de masse :

- . exprimer les résultats à l'aide des unités adaptées aux objets mesurés ;
- . reconnaître ou construire un objet de longueur ou de masse donnée ;
- . calculer sur des nombres exprimant des mesures de longueur ou de masse.

6.3. Mesurer un intervalle de temps et calculer sur les nombres exprimant des durées.

6.4. Comparer des angles.

6.5. Classer et ranger, par comparaison directe ou indirecte, des objets selon leur aire,
leur volume,

- Utiliser les relations qu'entretiennent entre elles les unités du système légal pour longueur, aire, volume ;

- Déterminer :

- . l'aire d'un rectangle, d'un triangle ;
- . le volume d'un pavé droit ;
- . l'aire ou le volume d'un objet donné en utilisant un formulaire.

6.6. Traiter quelques problèmes simples liés à la pratique de la mesure.

7. Activités géométriques.

7.1. Savoir :

- pour différents objets géométriques (solides, surfaces ou lignes),
 - . les reproduire,
 - . les décrire et les représenter,
 - . les construire à partir d'une description ou d'une représentation ;
- pour quelques objets géométriques, construire les transformés par des transformations ponctuelles simples (par exemple : la figure symétrique, par rapport à une droite, d'une figure donnée).

7.2. A cet effet :

- choisir et utiliser un instrument,
- mettre au point ou utiliser des techniques de reproduction,
- mettre en oeuvre des procédés permettant d'identifier et de construire des parallèles, des perpendiculaires,
- reporter une distance, un angle.



LES FONCTIONS LINEAIRES DANS LE 1^{er} CYCLE

UNE APPROCHE PAR L'AUDIO-VISUEL

par Jean-Louis VIVES*

I - INTENTION PEDAGOGIQUE

Nos élèves, bien souvent se posent la question de la finalité , des mathématiques notamment dans le premier cycle où, paradoxe, les illustrations simples sont peu nombreuses et d'un faible intérêt pédagogique.

Cependant, le chapitre du programme de 3^e "Applications linéaires de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$; représentation graphique "permet naturellement une introduction à l'aide de phénomènes linéaires puisés dans la vie quotidienne.

Pour cela, nous avons choisi une nouvelle technique pédagogique qui présente bien les avantages : La VIDEO enregistrée sur magnétoscope.

A l'aide de trois exemples :

- une personne marche,
- une personne court,
- la grande roue d'un manège tourne,

une approche du "type physicien" permet de visualiser ces phénomènes linéaires.

* professeur au Collège St Côme, Salon
groupe VISUALISATION de l'IREM.

Ces images suscitent une bonne motivation de l'étude mathématique qui reste à faire par le professeur, mais ne démarre plus dans l'ennui des premières définitions données sans support matériel.

II - BUT DU DOCUMENT

a) Premiers objectifs

L'image vidéo doit permettre :

- d'établir une "association bijective" entre une fonction linéaire et sa représentation graphique rectiligne ;
- de pouvoir comparer deux fonctions linéaires à l'aide de leurs représentations graphiques dans le même repère ;
- de mettre en évidence la différence entre trajectoire et diagramme des espaces dans les exemples de cinématique ;
- de reconnaître des suites proportionnelles.

b) Prolongements

- En premier lieu, on étudiera un exemple de phénomène non linéaire afin que les élèves puissent aussi le distinguer des précédents grâce à sa particularité graphique. Le programme de 3e nous en laisse d'ailleurs la liberté.

- En changeant l'origine du temps ou de l'espace on pourra par la suite, demander aux élèves de bâtir le scénario donnant une fonction affine.

- Il est souhaitable de leur proposer aussi la recherche d'exemples non cinématiques.

- Enfin, il sera possible, suivant le niveau de la classe d'étudier l'interpolation linéaire dès que les points précédents seront assimilés.

III - PLACE DU DOCUMENT DANS LE PROGRAMME

a) En troisième : Il est conçu essentiellement pour ce niveau et doit servir, de préférence, d'introduction aux applications linéaires.

Nous lui avons fait joué ce rôle après avoir étudié :

- les coordonnées d'un vecteur dans un repère,
 - la multiplication d'un vecteur par un réel,
 - les équations d'une droite dans un repère,
- toute application linéaire est alors présentée comme un cas particulier des relations de la forme $ax + by + c = 0$

b) Ce document permet aussi :

En sixième, d'utiliser avec profit les séquences de la course d'abord, de la marche et du manège ensuite pour introduire d'une manière plus vivante les suites finies proportionnelles.

En cinquième, d'illustrer les notions de durées, vitesses et débits.

En quatrième, de présenter les échelles régulières, l'abscisse d'un point dans un repère, deux graduations différentes de la même droite, la notion de fractions équivalentes (donc de rationnel) et les coordonnées d'un point du plan dans un repère quelconque.

Remarque : Il est évidemment possible de projeter le document en guise de révision du chapitre bien qu'il ne soit pas conçu dans cette intention. Nous lui fixons, comme on va le voir, d'autres ambitions.

IV - NATURE DU DOCUMENT

Il s'agit d'une bande (ou cassette) magnétique vidéo NOIR ET BLANC avec son monophonique dont voici le synopsis.

Liste des séquences	durées	Son
0. Générique	2 mn 9 s	Musique
<u>1ère partie</u>		
1-1. Une personne marche sur un chemin. Mouvement <u>rectiligne</u> uniforme. Graduations de la trajectoire en secondes et en mètres	1 mn 50 s	Musique
1-2. Représentation graphique de la fonction linéaire $d = v \cdot t$ ($v = \frac{3}{2}$ m/s).....	1 mn 59 s	Bruit
1-3. De la réalité ... au graphique	18 s	Musique
<u>2ème partie</u>		
2-1. Une personne court sur le même chemin. Mouvement <u>rectiligne</u> uniforme. Graduations de la trajectoire en secondes et en mètres	1 mn 4 s	Musique
2-2. Représentation graphique de la fonction linéaire $d = v' \cdot t$ ($v' = 4$ m/s)	35 s	Bruit
2-3. Comparaison des deux mouvements précédents dans le même repère. Commentaire en voix off	45 s	Voix off
<u>3ème partie</u>		
3-1. Un manège : la Grande Roue. Mouvement <u>circulaire</u> uniforme. Graduations de la trajectoire en secondes et en mètres	2 mn 46 s	Musique
3-2. Représentation graphique de la fonction linéaire $d = v'' \cdot t$ ($v'' = \frac{4}{3}$ m/s)	56 s	Bruit

Durée totale : 12 mn 30 s

Remarque : En fournissant à l'IREM les bandes ou cassettes il sera possible d'obtenir des copies dans les formats suivants :

- demi-pouce à bande, norme E.I.A.J.
- demi-pouce V.H.S. ou BETAMAX
- éventuellement $\frac{3}{4}$ de pouce U-MATIC.

V - UNE PREMIERE EXPERIMENTATION

a) Préliminaires : Il n'existe pas de "mode d'emploi" universel pour la projection d'un document audio-visuel didactique.

Sa présentation dépend pour une large part du contenu, du niveau de l'auditoire, de la personnalité du professeur mais surtout de la technique employée : rétroprojecteur, diapositives, cinéma ou vidéo.

La méthode décrite ci-après dépend donc étroitement des avantages et des inconvénients liés au support magnétique vidéo.

Le magnétoscope sur lequel est lue la bande ou la cassette est d'un emploi infiniment plus souple que celui d'un projecteur de cinéma. Il permet de multiples retours ou avances rapides sur une séquence déterminée ainsi qu'un arrêt sur image pour une analyse détaillée, ceci sans aucun risque pour le support magnétique. Les problèmes de cassures ou de brûlures du film sont supprimés. De plus, il n'est pas utile d'occulter les fenêtres de la salle de classe ce qui autorise la prise de notes au cours de la projection et ne nécessite plus de salle spécialisée.

Il suffit en pratique d'éviter les reflets sur l'écran du téléviseur. Un seul inconvénient : la taille de l'écran et la qualité de l'image sont bien inférieures à celles qu'on peut espérer au cinéma, toutefois le nombre réduit de "spectateurs" compense largement ce handicap.

La pratique de cette nouvelle technique pédagogique nous mène à dresser un premier constat : il est nécessaire d'une part, de ménager quelques pauses judicieusement choisies afin que tous les élèves puissent analyser les images à leur propre rythme, d'autre part de susciter une réflexion collective en fin de séance de manière à synthétiser les informations contenues dans le document.

b) Déroulement de la projection

Le générique montre quelques images qui seront exploitées plus loin mais aussi un phénomène linéaire de débit constant qui pourra faire l'objet d'un prolongement, par exemple au cours d'une deuxième projection.

Dans la première séquence (1-1), une personne apparaît marchant sur un chemin plat. Grâce à un effet spécial propre à la vidéo, la même séquence est reprise avec, en surimpression, un chronomètre digital suggérant la mesure du temps puis, sous les pas du "mobile" apparaissent la graduation de la trajectoire en secondes, celle en mètres et enfin les deux graduations simultanément. Chaque nouvelle information est précédée d'une pause. Cette pause montre la dernière image fixe.

Dès cet instant, une grande partie de la classe aperçoit la relation entre les deux ensembles inscrits sur l'écran ; les bons élèves trouvent assez rapidement que $d = \frac{3}{2} t$. Il est nécessaire de faire préciser les unités sur chaque axe et le vocabulaire parfois impropre mais la proportionnalité ne pose aucune difficulté.

La séquence suivante présente le passage des deux axes de la trajectoire à un repère du plan par rotation autour de l'origine commune. Les élèves sont très intéressés par ce procédé inhabituel d'autant que les axes grincent en tournant ! Dans ce repère, l'image montre alors six points paraissant alignés avec l'origine. Le plan suivant confirme cette impression : l'origine du repère engendre une droite qui vient "absorber" les points précédents. Ce plan ne provoque aucune surprise parmi les élèves et permet de suggérer facilement le passage du discret au continu ce qui est prévisible depuis la séquence 1-1 et sera démontré en fin de projection.

La séquence 1-3 est importante puisqu'elle permet à l'aide d'un autre effet spécial, de montrer que la trajectoire n'a rien à voir avec le diagramme des espaces ce qu'un petit nombre d'élèves n'aperçoit pas tout de suite.

La deuxième partie reprend la structure de la première mais la vitesse de déplacement est supérieure (la personne court cette fois). Le but est de comparer les deux mouvements en insistant sur l'intérêt du graphique, et de fixer d'une autre manière les acquis de la première partie.

D'après les premières expériences, nous pouvons déjà faire une constatation : il semble que l'image soit, dans le cas qui nous intéresse, bien supérieure à la craie et au tableau noir. En effet, les informations audio-

visuelles sont dynamiques* - par opposition au dessin statique du tableau - et cette dynamique fait apparaître avec force le rôle de la vitesse **CONSTANTE** du déplacement. A ce moment de la projection, la plupart des élèves comprennent que l'alignement des points a pour seule cause la **CONSTANCE** de cette vitesse. La généralisation sous la forme classique, $y = ax$, se fera alors sans difficultés dans la mesure où le coefficient **CONSTANT** a sera pleinement justifié et mémorisé par un signal visuel auquel est lié en outre, la représentation graphique rectiligne.

Toutefois certains élèves ont encore tendance à croire que la forme de la représentation graphique est tributaire de la trajectoire rectiligne elle aussi ! C'est à leur intention que nous avons construit la troisième partie dans laquelle on détruit cette fausse piste par un mouvement circulaire uniforme. Ce mouvement est proposé à l'aide de la Grande Roue d'un manège sur laquelle vient s'inscrire la trajectoire d'une cabine graduée en secondes et en mètres. Il n'y a pas lieu de soulever ici les problèmes très théoriques d'abscisse curviligne et de mesure de longueur d'arcs de cercles bien que l'image s'y prête facilement : la Grande Roue comporte des secteurs circulaires isométriques qu'il est aisé d'exploiter. D'ailleurs le graphique rectiligne obtenu après ces images apparaît naturel aux yeux de tous.

A partir de là, nous avons apporté les justifications qui s'imposaient mais la voie était tracée.

c) Dialogue après projection E : élèves, P : professeur

Nous demandons d'abord aux élèves de tester leur mémoire visuelle en décrivant avec précision les premières images. Certains utilisent aussi leurs notes. Nous obtenons de très bons résultats.

* On peut adjoindre à ce mot le sens que lui prête Mac Luhan dans ses ouvrages notamment dans la "Galaxie Gutenberg" (Paris, Mame, 1967). La télévision est selon lui un médium froid et demande de ce fait plus d'activité mentale qu'un autre contrairement à la majorité des idées reçues à ce sujet. On pourra lire aussi sur ce problème "Les pouvoirs de la Télévision" du sociologue Jean Cazeneuve (Paris, Gallimard, 1970) et "L'école parallèle" de Louis Porcher (Larousse, 1974) qui est une synthèse des précédents.

Il s'agit ensuite de tirer des conséquences de l'image présentant les deux graduations de la trajectoire à la séquence 1-1.

P : Que représente cette image ?

E : Les droites qui ont pour repère 2 s et 3 m coïncident !

P : Attention aux repères !

E : Je veux dire les graduations en secondes et en mètres.

P : Que montre cette coïncidence ?

E : C'est le rapport entre temps et distance donc la vitesse.

P : Que peut-on dire au lieu de rapport ?

E : Proportion plutôt que rapport.

P : Peut-on écrire cette proportion pour tous les nombres inscrits sur l'écran ?

E : Oui ! C'est une relation entre temps et distance.

E : Il vaut mieux dire relation plutôt que rapport.

Ensuite les élèves expliquent la construction du repère du plan, l'apparition des projections puis des points. Une discussion s'établit à propos de la nature de ce repère, et l'on arrive aux six points disposés dans le repère.

E : On trace une droite passant par tous ces points. On s'aperçoit que tous les points sont alignés. Cette droite représente la vitesse ! D'après ces points la vitesse est CONSTANTE.

P : Qu'est-ce qui montre que la vitesse est constante ?

E : Parce que c'est une droite.

P : Est-ce le but de ce document ?

E : (bon élève) Oui. D'ailleurs on peut facilement déterminer l'équation de cette droite. Si la droite des distances est l'axe des x et celle du temps l'axe des y alors $x = \frac{3}{2} y$.

P : Peut-on changer le choix de x et y ?

E : (le même élève) Si on inverse c'est pareil on aura $y = \frac{3}{2} x$.

Finalement, une synthèse permet d'arriver à la relation $d = \frac{3}{2} t$.

Nous avons voulu tester ensuite l'utilité de la séquence relative au mouvement circulaire uniforme. Seuls deux ou trois élèves émettent des doutes à ce sujet.

P : Est-ce que les points sont alignés parce que la trajectoire est une droite ?

E :? E : C'est parce que la personne marche toujours à la même vitesse.

E : Si la vitesse est constante ce sera une droite. Si elle n'est pas constante ça pourra être autre chose qu'une droite, une courbe... je ne sais pas !

E : (bon élève) Alors la courbe des points représentera la variation de la vitesse !

P : Bravo ! Mais alors que faut-il faire si l'on ne veut plus de points alignés ?

E : Il suffit de faire varier la vitesse.

Nous avons enregistré ce dialogue avec une caméra vidéo, ce qui nous a donné la possibilité de le reproduire fidèlement. Cette technique explique peut-être une certaine réserve de la part d'élèves plutôt timides sous l'objectif de la caméra.

L'exploitation de ce vidéogramme occupe deux séances d'une heure : cela peut paraître beaucoup mais en regard des résultats obtenus et de leur permanence nous estimons le bilan nettement positif. La séquence 2-3 par exemple est efficace à 100 %.

CONCLUSION

Il faudra attendre d'autres expérimentations avant de tirer de solides enseignements, néanmoins une remarque s'impose déjà : ce sont les élèves habituellement inhibés, les moins motivés ou les plus faibles qui participent volontiers et leur acquis reste fidèle.

La circulaire n° 78-392 du 16 novembre 1978 parue au B.O. n° spécial du 14 décembre 1978 conseille de "mener de front l'étude du calcul et de la géométrie..." elle indique plus loin que "la théorie n'est pas un but en soi, mais un outil pour répondre à des questions que pose la vie : technologie, physique, économie...". Il est intéressant de noter que ce document audio-visuel dont le scénario fut conçu avant la parution du B.O. répond parfaitement aux principes énoncés dans ce texte.

Il serait hasardeux de prétendre déjà que l'audio-visuel est utile dans tous les chapitres de nos programmes et sans doute devrons-nous encore utiliser longtemps la craie sur le tableau. Toutefois, nous avons pu juger la supériorité du recours aux images : la majorité de la classe atteint les objectifs prévus et les bénéfices de cette méthode se prolongent sur les cours suivants (applications affines, représentations graphiques, etc.).

La technique du vidéogramme autorise une pédagogie active où chaque élève participe avec sa vision personnelle à la construction du modèle mathématique.

Remarque : Les collègues désireux d'assister à une projection ou qui souhaitent de plus amples informations sont priés de se mettre en contact avec le groupe VISUALISATION de l'IREM soit par écrit soit en téléphonant au (91) 41.39.40.

INITIATION A LA PROGRAMMATION

SUR HP 25

par André LAURENT*

Classe : Seconde C - 33 élèves.

Nombre d'heures effectuées :

- 4 heures en classe entière (hors service)
- 5 x 2 heures en demi-groupes, pendant les heures de travaux dirigés de mathématiques, sous la direction de Fernand DIDIER, assistant à la Faculté (Université d'Aix-Marseille 2), chercheur à l'IREM ; l'autorisation d'utiliser les heures de T.D. au troisième trimestre avait été accordée par l'Inspection Générale de mathématiques.

Matériel : prêté par l'IREM.

OBJECTIFS : avant tout, "donner soif".

Il ne s'agit pas "d'apprendre" la programmation en si peu de temps, mais de montrer quelques-unes de ses possibilités, son utilité, ses limites.

Derrière ces intentions modestes se cache un but plus ambitieux : préparer nos élèves à vivre dans un monde où l'ordinateur aura une place de plus en plus grande, en le considérant comme un auxiliaire, et non comme une machine à écraser l'individu.

* animateur à l'IREM,
professeur au Lycée Marseillevreyre, Marseille.

Au cours de ces séances, les élèves ont d'ailleurs pris conscience de la nécessité de bien connaître l'outil de calcul mis à leur disposition, avec ses imperfections et ses insuffisances. Ces insuffisances les ont incités à une étude plus réfléchie des situations qui leur étaient présentées, afin de pouvoir mieux les adapter à la machine. En même temps, le "pouvoir" mystérieux de cette machine a été en quelque sorte "démystifié"... cela aussi était un de nos objectifs !

PHASE PREPARATOIRE

Classe entière ; pas de calculatrices.

Première séance

Les élèves ayant tous pratiqué les "calculatrices quatre opérations", il s'agit de leur expliquer ce qui fait l'originalité de la HP 25

- rôle de la pile opérationnelle, constituée de quatre registres superposés X, Y, Z, T, le contenu de X étant affiché ;

- rôle de la touche

ENTER ↑

	avant	après
T	d	c
Z	c	b
Y	b	a
X	a	a

- décalage vers le haut ;

-, le contenu de T est perdu.

- rôle de la touche

R ↓

	avant	après
T	d	a
Z	c	d
Y	b	c
X	a	b

- décalage vers le bas.

- rôle d'une touche opératoire (+, -, x, :)

	avant	après
T	d	d
Z	c	d
Y	b	c
X	a	b * a

On procède ensuite à des exercices de simulation comme celui-ci :

T	0	0	0	0	0	0	0
Z	0	0	0	a	a	0	0
Y	0	a	a	b	b	a	0
X	a	a	b	b	c	b-c	a(b-c)
touches	a	↑	b	↑	c	-	x

Autres exercices du même genre :

a ↑ b x c + (voir annexe 1)

a ↑ b + c x

a ↑ c x b ↑ c x +

a ↑ a x x x x...

Exercice proposé : Peut-on calculer $b^2 - 4ac$ en gardant dans les registres de la pile les nombres a, b, c ? Sinon, garder a et b.

Deuxième séance

Les élèves n'ont pas pu (et pour cause !) calculer $b^2 - 4ac$ en gardant les trois nombres a, b, c dans la pile opérationnelle ; il est facile de voir pourquoi.

Par contre, de nombreuses solutions sont proposées, qui permettent de garder a et b. Voici la plus "courte" :

T	0	0	0	0	0	b	a	a	a	a	a	a	b	b	b	b
Z	0	0	0	b	b	c	b	a	b	a	a	4ac	a	a	a	b
Y	0	b	b	c	c	a	c	b	ac	b	4ac	b	4ac	4ac	b ²	a
X	b	b	c	c	a	a	a	ac	4	4ac	b	b	b	b ²	4ac	b ² -4ac
Touches :	b	↑	c	↑	a	↑	↓	x	4	x	x/y	↑	↓	x'	x/y	-

La dernière ligne du tableau représente la suite ordonnée des instructions qui constituent... LE PROGRAMME. Celui-ci procède d'abord à la lecture de b, c, a respectivement (colonnes 1 à 25) ; ce qui suit représente les calculs proprement dits et la manipulation des registres dans le but que l'un d'eux contienne la valeur de $b^2 - 4ac$, les valeurs de a et b étant accessibles dans d'autres registres.

Dans la cinquième ligne du tableau, la séquence comprise entre les cases hachurées (▨ ▨) peut être conservée en mémoire (mode PRGM).

Pratiquement, que fera-t-on quand on aura la machine ? (à la prochaine séance, c'est promis !) :

- on se placera en mode programme (comutateur sur PRGM), et on tapera la séquence située dans ▨ ▨ ;
- en mode exécution (comutateur sur RUN), on entrera les données b c a ... et on demandera le résultat ! (R/S).

REGISTRES MEMOIRES RO à R7

En plus des registres X, Y, Z, T, la HP 25 possède huit registres mémoire (registres RO à R7).

Pour placer un nombre affiché (registre X) dans l'un de ces registres, on appuie sur la touche STO, puis sur une touche numérique (de 0 à 7) correspondant au numéro du registre choisi. Le contenu de X n'est pas modifié.

Pour rappeler et afficher en X un nombre mis en mémoire dans le registre Rn, on effectue la séquence RCL n. Cette opération fait "monter la pile".

En utilisant par exemple R5, il est possible de calculer notre fameux $b^2 - 4ac$, en conservant dans la pile les valeurs des TROIS coefficients a , b , c . Voici comment :

- en mode RUN, la séquence $b \uparrow c \uparrow a$ sera remplacée par $b \uparrow c \text{ STO } 5 \uparrow a$ (la valeur de c est stockée dans R5) ;
- en mode PRGM la séquence indiquée dans la cinquième ligne du tableau entre les cases hachurées devra être suivie de $\text{RCL } 5 \downarrow$, ce qui complète ainsi ce tableau :

T	b	c
Z	a	b
Y	$b^2 - 4ac$	a
X	c	$b^2 - 4ac$
	RCL 5	↓

Exercice proposé

Trouver un programme permettant de calculer les racines réelles de l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ en utilisant uniquement la pile opérationnelle.

Indication : au lieu de calculer $\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ on fera $-\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$.

Si cette "contrainte-pile" est jugée trop difficile, ne pas se décourager et utiliser les registres mémoires.

PHASE ACTIVE

Utilisation des calculatrices.

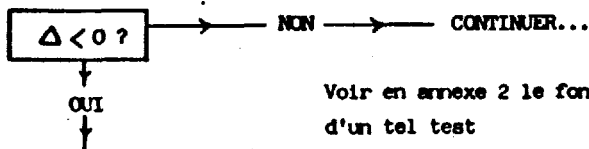
Première séance : GR1 , 17 élèves, une heure.

GR2 , 16 élèves, une heure.

Objets de toutes les convoitises depuis 15 jours, les HP 25 sont là ! Le premier contact est respectueux, et peut-être défiant... mais très vite, on se familiarise en testant "son" programme, et les deux animateurs ne savent où donner de la tête pour répondre à toutes les questions !

L'exercice proposé dans la dernière séance a été résolu astucieusement par... deux élèves, les autres ayant tourné la difficulté en utilisant un ou plusieurs registres mémoires.

Une question reste en suspens : dans le cas où $\Delta < 0$ la calculatrice affiche ERROR lorsqu'elle a à faire $\sqrt{\Delta}$. Tout naturellement apparaît alors la notion de BRANCHEMENT CONDITIONNEL :



GO TO... un pas éloigné où l'on délivrera un message : par exemple, remplir l'affichage par 1111111111111111.

Après bien des hésitations, discussions, améliorations, nous nous arrêtons au programme reproduit page 42 (Programme n° 1), n'utilisant aucun registre mémoire.

EXECUTION

Le programme ayant été élaboré sur le papier, il s'agit de le tester : joie et douleur !

On apprend vite à déceler les erreurs (qui pour les débutants sont presque toutes des erreurs de frappe) en vérifiant le programme pas à pas au moyen des touches BST et SST (recul ou avance). Le code affiché des touches étant très clair dans sa convention, cette vérification a un caractère agréable. Les élèves apprennent facilement comment on corrige un pas de programme, tout simplement... en le remplaçant par un nouveau pas correct !

Deuxième séance , Classe entière (1 heure).

Objectif : Utilisation des registres mémoires.

Après avoir appris "l'économie", en se servant au maximum de la pile opérationnelle, nous allons nous livrer au gaspillage en utilisant 7 registres sur les 8 disponibles.

Il s'agit de résoudre le système classique :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

Le programme, élaboré en commun, est reproduit à la page suivante (Programme n° 2).

Lors de l'exécution, on entrera les coefficients a, b, c, a', b', c', dans les registres respectifs R1, R2, R3, R4, R5, R6. Le déterminant $ab' - a'b$ sera stocké en R0, comme l'indique le programme.

Pour tester ce programme, les élèves créent eux-mêmes des systèmes simples et vérifient les solutions.

Troisième séance : GR1 , 17 élèves, une heure.

GR2 , 16 élèves, une heure.

Objectif : notion d'algorithme et d'organigramme ;
branchements conditionnels.

Programme à établir : somme des N premiers nombres entiers.

Deux-organigrammes sont proposés et expliqués : l'un en itération "montante" (de 1 à N), l'autre en itération "descendante" (de N à 1). Par la suite, nous utiliserons la logique "descendante", plus appropriée ici à la nature des tests proposés sur la HP 25. Le lecteur se persuadera aisément que ces deux organigrammes sont équivalents.

Programme n° 1

Programme n° 2

01 ENT ↑

02 R ↓

03 x

04 4

05 x

06 $X \rightleftharpoons Y$

07 ENT ↑

08 R ↓

09 X^2

10 $X \rightleftharpoons Y$

11 -

12 $X < 0 ? \rightarrow \text{OUT}$

13 GTO 34

14 $\sqrt{X}$

15 $X \rightleftharpoons Y$

16 ENT ↑

17 +

18 ENT ↑

19 R ↓

20 +

21 R ↓

22 $X \rightleftharpoons Y$

23 +

24 $X \rightleftharpoons Y$

25 R ↓

26 ENT ↑

27 R ↓

28 -

29 R/S

30 R ↓

31 +

32 CHS

33 R/S

34 1

35 1

36 1

37 1

38 1

39 1

40 1

.

.

.

.

44 1

01 RCL3

02 RCL5

03 x

04 RCL2

05 RCL6

06 x

07 -

08 RCL1

09 RCL5

10 x

11 RCL2

12 RCL4

13 x

14 -

15 STO 0

16 +

17 R/S

18 RCL1

19 RCL6

20 x

21 RCL3

22 RCL4

23 x

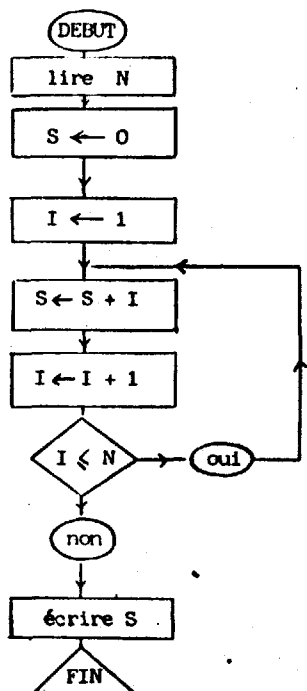
24 -

25 RCL0

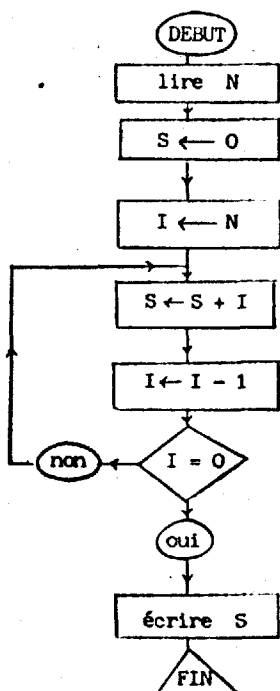
26 +

27 GTO 00

Itération "montante"



Itération "descendante"



Le deuxième organigramme nous permet d'élaborer le programme suivant, très court et très simple : (voir annexe 3 le rôle de la séquence $STO + 1$).

$R_1 \leftarrow N$
 01 $STO1$
 02 $RCL1$
 03 1
 04 $-$
 05 $X = 0 ?$
 06 $GTO9$
 07 $STO + 1$
 08 $GTO2$
 09 $X \rightleftharpoons Y$

Exercices proposés :

- carrés des N premiers entiers ;
- produit ou somme de ces carrés.

Un élève découvre que, si on remplace le pas 07 ($STO + 1$) par $STO \times 1$, on obtient... le produit des N premiers entiers ($N!$).

Quatrième séance : classe entière.

Les élèves confrontent et testent les programmes proposés en exercices lors de la dernière séance. En voici deux :

$R_0 \leftarrow 0$

$R_1 \leftarrow N$

01 RCL0

02 x^2

03 PSE

04 1

05 ST+0

06 RCL0

07 RCL1

08 $X \neq Y?$

09 GTO1

affichages successifs
de 0^2 , 1^2 , 2^2 , ...

01 RCL0

02 x^2

03 ST+2

04 1

05 ST+0

06 RCL0

07 RCL1

08 $X \neq Y?$

09 GTO1

10 RCL2

$\sum_{i=0}^{n-1} N^2$

Cinquième séance : GR 1 , 17 élèves, une heure.

GR 2 , 16 élèves, une heure.

Thème : Reconnaître si un entier N est premier.

Pour simplifier les choses et éviter que la machine ne fasse trop d'opérations inutiles, on choisit N impair et supérieur à 3.

Objectifs : - réaliser seul un programme, à partir d'un organigramme ;
- prendre conscience des limites de la machine.

La séance se déroule en trois temps :

- mise au point de l'organigramme par l'animateur (voir page suivante) ;
- réalisation du programme (travail personnel) ;
- exécution du programme.

Comportement de la classe :

A ce stade de l'expérience, les élèves ont très bien compris le rôle essentiel de l'organigramme et du programme. La machine n'arrive plus qu'en fin de parcours, comme un contrôle : c'est, selon les cas, la sanction sans appel... ou la récompense sécurisante !

LIMITES de la machine :

Avant d'effectuer un test, il faut savoir que deux nombres sont considérés comme égaux par la machine, dans sa réponse au test si leur différence est inférieure ou égale à 10^{-3} .

Il faut donc être très prudent dans le maniement de ces tests et tenir compte de cet "arrondi machine", si l'on ne veut pas s'exposer à des décisions inattendues ! Moyennant ces petites réserves, on convient d'adopter le "meilleur" programme proposé :

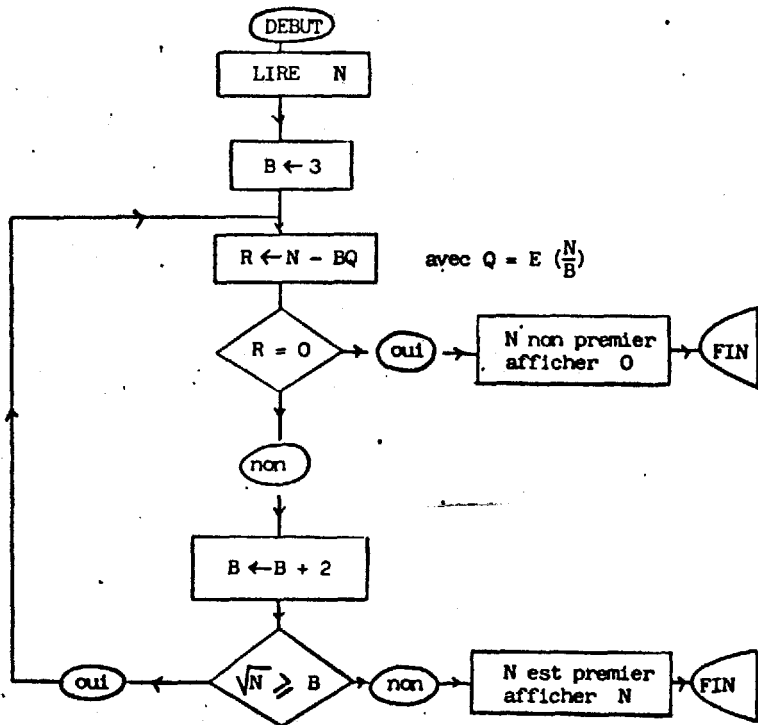
01 3
02 STO 1
03 RCL 0
04 RCL 1
05 $\div$
06 INT
07 RCL 1
08 x
09 RCL 0
10 $X \Rightarrow Y$
11 -
12 $X = 0 ?$

13 R/S
14 2
15 STO+1
16 RCL 0
17 $\sqrt{X}$
18 RCL 1
19 -
20 $X \geq 0 ?$
21 GTO 03
22 RCL 0

le registre RO contient N .

Reconnaitre si un entier $N > 3$ est premier (N impair).

ORGANIGRAMME



Sixième séance : GR 1 : 17 élèves, une heure.

GR 2 : 16 élèves, une heure.

Thème : Calcul de $\sqrt[n]{a}$ par dichotomie.

01 RCL2

02 RCL3

03 +

04 2

05 :

06 STO4

07 RCL1

08 y^x

09 RCL0

10 -

11 STO6

12 RCL2

13 RCL1

14 y^x

15 RCL0

16 -

17 x

18 $X < 0 ?$

19 GTO 31

20 RCL3

21 RCL1

22 y^x

23 RCL0

24 -

25 RCL6

26 x

27 $X < 0 ?$

28 GTO 34

29 RCL4

30 R/S

31 RCL4

32 STO3

33 GTO 36

34 RCL4

35 STO2

36 RCL2

37 RCL3

38 -

39 ABS

40 RCL5

41 -

42 CHS

43 $X < 0 ?$

44 GTO 01

45 GTO 29 les contenus des registres mémoires étant :

Si f est une fonction continue sur $[A, B]$ telle que $f(A) \cdot f(B) < 0$, on sait qu'il existe au moins un réel $x_0 \in]A, B[$ tel que $f(x_0) = 0$.

Bien entendu, la continuité n'est pas au programme de 2e C, mais il a été facile de faire comprendre et admettre ce théorème au moyen de représentations graphiques appropriées.

Ce principe étant posé, la méthode de recherche par dichotomie est la suivante :

Soit $f(x) = x^n - a$; chercher $x_0 = \sqrt[n]{a}$ revient à chercher $x_0 > 0$, tel que $f(x_0) = 0$.

On choisit d'abord A et B tels que $f(A) \cdot f(B) < 0$, puis on détermine $C = \frac{1}{2}(A+B)$; trois cas peuvent se présenter :

- ou bien $f(A) \cdot f(C) > 0$ et $x_0 \in]C, B[$

- ou bien $f(A) \cdot f(C) < 0$ et $x_0 \in]A, C[$

- ou bien $f(A) \cdot f(C) = 0$ et $x_0 = C$

La méthode, bien connue, aboutit à l'organigramme de la page suivante, lui-même conduisant au programme ci-contre.

Septième séance (mêmes conditions)

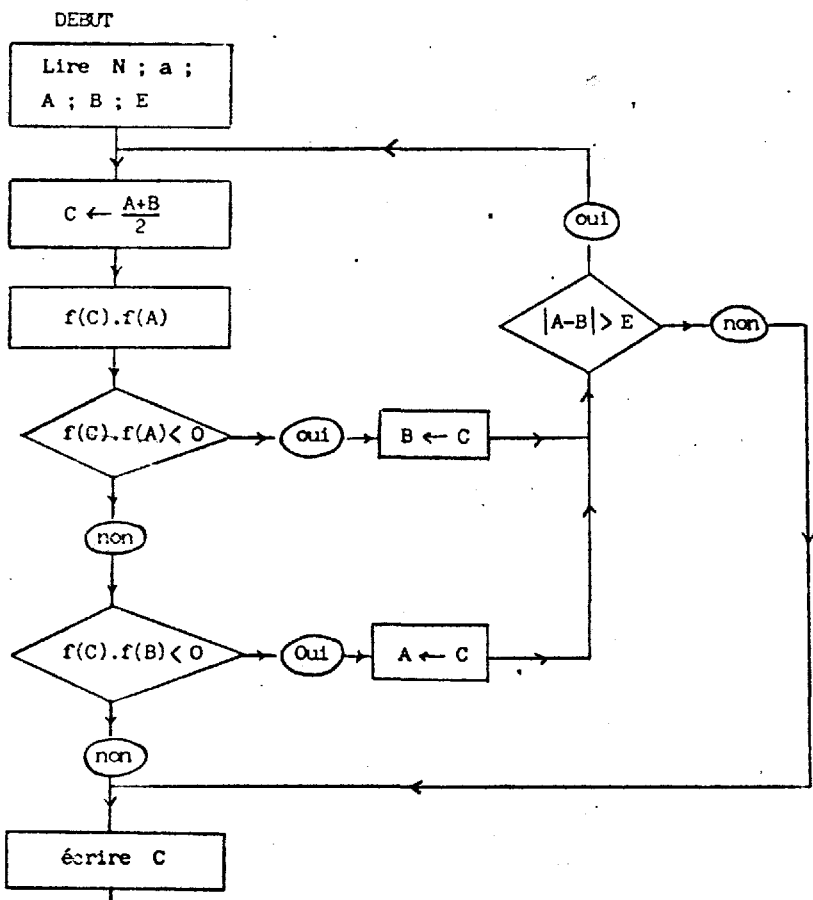
Cette dernière séance est consacrée à une "amélioration" de l'organigramme sur la dichotomie.

Une nouvelle vision des choses aboutira à un nouveau programme... de 27 pas seulement !

$a \rightarrow R0$; $n \rightarrow R1$; $A \rightarrow R2$; $B \rightarrow R3$; $E \rightarrow R5$

E est la précision désirée : là encore, la machine a ses limites, car si E est inférieur à 10^{-9} , E est alors assimilé à 0 dans les tests, ce qui fait tourner la calculatrice jusqu'à épuisement ! En effet, la valeur de $|A-B|$ peut être calculée par la HP 25 jusqu'à un minimum de 10^{-99} , après quoi on dépasse les capacités de la machine. Il se peut qu'on parvienne à ce stade ultime, car si $E \leq 10^{-9}$ (assimilé à 0), la réponse au test (pas 43) PEUT être toujours oui, auquel cas on retourne en 01, et ainsi de suite...

D I C H O T O M I E



Annexe 1 :

Comportement de la pile opérationnelle après une touche opératoire.

L'introduction d'un nombre après une touche opératoire fait monter la pile. Par exemple, la séquence `a b x c +` proposée en exercice s'effectue de la façon suivante :

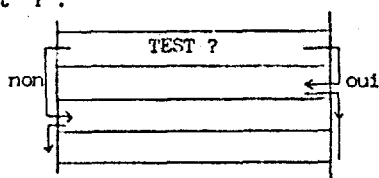
T	0	0	0	0	0	0
Z	0	0	0	0	0	0
Y	0	a	a	0	ab	0
X	a	a	b	ab	c	ab+c
	a	↑	b	x	c	+

On peut donc se dispenser de l'instruction `↑` après une touche opératoire.

Annexe 2 :

Branchements conditionnels.

Un branchement conditionnel se fait à la suite d'un test. Huit tests peuvent être réalisés : `X=0` ; `X≠0` ; `X>0` ; `X<0` ; `X=Y` ; `X≠Y` ; `X>Y` ; `X<Y` ; `X` et `Y` désignant les contenus respectifs des registres `X` et `Y`.



Si la réponse à un test est oui, la HP 25 exécute l'instruction suivant immédiatement ce test ; si la réponse est non, la calculatrice "saute" cette instruction.

Annexe 3 :

Opérations dans les registres `R0` à `R7`.

Les quatre opérations `+`, `-`, `x`, `:`, peuvent être effectuées directement dans les registres mémoire :

`STO+n` : le contenu de `X` est ajouté au contenu de `Rn`, ce qu'on représente symboliquement par $Rn \leftarrow Rn + X$

`STO-n` effectue $Rn \leftarrow Rn - X$

`STOxn` effectue $Rn \leftarrow Rn \times X$

`STO:n` effectue $Rn \leftarrow Rn : X$

Ces instructions ne modifient pas le contenu du registre `X`.

REACTIONS DES ELEVES

Elles sont surtout affectives.

Quelques élèves, sentant confusément leurs limites, conçoivent à l'égard de la machine une certaine méfiance.

D'autres s'irritent d'avoir à rectifier trop souvent des erreurs jugées par eux bénignes, mais que la HP 25 ne laisse pas passer.

Les élèves, pour la plupart, manifestent une grande curiosité, un étonnement joyeux, un intérêt quelquefois passionné : l'un d'eux vendra même sa bicyclette pour s'acheter une calculatrice programmable ! ... mais que la main qui permet l'envoi ne se prenne pas pour l'aile...

Quatre élèves ont déclaré que "cela ne les intéressait pas". En fait, cette indifférence cachait mal une certaine hostilité en face d'un phénomène non maîtrisé : encore une réaction affective !

Personnellement, j'ai vu ma classe "autrement" : de "bons" élèves déroutés ; d'autres, d'habitude effacés, devenus enthousiastes ; d'autres encore s'étonnant eux-mêmes de leurs découvertes... comment ne pas s'interroger sur le jugement que nous portons sur nos élèves ?

BIBLIOGRAPHIE

Manuel d'utilisation HP 25.

G. NOEL, J. BASTIER - Mathématiques et calculatrice de poche (Technique et Vulgarisation).

R. DIDI, M. FERRANT - Thèmes mathématiques et calculatrices (Bordas).

INRDP n° 54 - Emploi de calculateurs programmables dans le second degré..

APMEP, Publication - Quelques apports de l'informatique à l'enseignement des mathématiques.

LENNART RADE, BURT, A. KAUFMANN - Aventures avec votre calculateur (Cedic).

Michel CHAVIGNY - Calculatrices HP 21 et HP 25 (IREM de Besançon).

INFORMATION

UNE ETUDE EN
DIDACTIQUE DES
MATHÉMATIQUES

(Mémoire présenté le 21 novembre 1980
devant le jury du D.E.A. de Didactique
des Mathématiques, Aix-Marseille-Bordeaux)

(à consulter à la bibliothèque de l'IREM)

LE PROBLÈME DU ZÉRO - L'économie de l'échec dans la classe et la
production de l'erreur - 184 pages
(par Denise PASCAL)

REMERCIEMENTS

PRÉSENTATION

CHAPITRE I - ERREURS LIÉES AU ZÉRO

Le problème du zéro

1. Les difficultés liées au zéro dans l'enseignement primaire
2. Les difficultés liées au zéro dans l'enseignement du second degré
3. Les erreurs liées au zéro : principes de classement

CHAPITRE II - ÉLÉMENTS POUR UNE PROBLÉMATIQUE

1. L'explication dans les sciences : un principe épistémologique
2. Une problématique générale
3. Le traitement de l'échec et le mécanisme de l'erreur

CHAPITRE III - L'ÉCONOMIE DE L'ÉCHEC DANS LA CLASSE ET LE PROBLÈME DU ZÉRO

1. Les niveaux de l'échec
2. Un paradigme pour l'économie de l'échec
3. La fréquence des erreurs vue par les professeurs
4. La problématique du zéro dans la convivialité dynamique de la classe
5. Une petite philosophie du soir

CHAPITRE IV - LA PRODUCTION DE L'ERREUR

1. L'essence du zéro ou les propriétés opératoires du zéro
2. Vers une explication didactique
3. Les situations de calcul
4. Une mise à l'épreuve de l'hypothèse "praxis contre lexis"
5. Les situations de non calcul

DOCUMENTS

ANNEXES

BIBLIOGRAPHIE

INDEX

COMMENT LE PROGRAMME DE PHYSIQUE
DE PREMIERE PEUT AIDER A COMPRENDRE
LA DOCUMENTATION RELATIVE AUX CORDES
D'ESCALADE

par Michel EYRAUD, Raymond RAYNAUD*

Les pages qui suivent, rédigées au printemps 80 sur des questions relatives aux cordes d'escalade, mettent en jeu les programmes de physique de Seconde C et de Première C, et peuvent intéresser les élèves de ces classes.

Ses auteurs le destinent à leurs collègues de mathématiques et de physique - tout spécialement aux grimpeurs et montagnards - à qui ils demandent de bien vouloir formuler leurs observations et critiques.

Leur objectif est ...

... de répondre par une étude expérimentale et théorique à des questions sur les cordes d'escalade posées par leurs élèves - qui sont nombreux à grimper -
... et bien entendu, de leur faire faire de la physique en prenant appui sur un vif centre d'intérêt.

On trouvera deux thèmes dans ce qui suit :

* professeurs au Lycée A.D. Néel, DIGNE.
Groupe math-physique de l'IREM d'Aix-Marseille.

- Niveau Première : Etude des résistances statique et dynamique d'une corde d'escalade. Explication de termes techniques comme "force de choc d'une corde". Application.
- Niveau Seconde : Palans de fortune réalisés avec cordes et mousquetons - théorie et pratique - rôle des frottements.

Cet article se divise en trois parties :

- A) Questions pratiques.
- B) Manipulation et problème de physique.
- C) Réponses aux questions du A.

Des prolongements possibles :

- Tension d'une corde lors d'une traversée en "tyrolienne" (2e C).
- Propagation d'un signal le long d'une corde de rappel (T.C.).

A) QUESTIONS PRATIQUES

Des élèves de Première, adhérents du groupe d'escalade, et voulant acheter une corde d'assurage, nous ont posé des questions à la suite de leur dialogue avec le marchand.

E. Qu'est-ce que ça veut dire que dans une grande chute on peut peser 1200 kg ?

P. A première vue, rien. Ton énergie cinétique - qui ne s'exprime pas en kg - augmente avec ta vitesse de chute, mais ton poids, lui, ne change pas.

E. Autre chose : le marchand nous dit que la force de choc d'une corde ne doit pas dépasser 1200 kg ; et il nous propose une corde dont la force de choc n'est que de 940 kg, en présentant ça comme une qualité. On ne comprend pas.

P. Nous non plus. Mais nous allons essayer de nous informer, et, dès que possible, nous en reparlerons.

Nous sommes donc allés à "la Hutte", où nous avons demandé un catalogue de matériel d'escalade, que nous avons étudié. Après quoi, nous avons proposé à nos élèves le travail qui suit, préparatoire à la lecture de la documentation consacrée aux cordes d'escalade.

B) MANIPULATION ET PROBLEME DE PHYSIQUE

B₁) Manipulation

1) Etude statique d'un ressort ; détermination de sa raideur

Une masse M suspendue au ressort, lui-même accroché à un support, le soumet à une tension F qui lui inflige un allongement X . Le rapport $K = \frac{F}{X}$, sensiblement constant pour une certaine plage de tensions, est la raideur du ressort. Déterminer K pour un ressort donné. (Evaluant l'intensité du champ de la pesanteur en N kg^{-1} , on adoptera pour g la valeur 10).

M (10 kg)	50	60	100	150
F (10 N)	500	600	1000	1500
X (10 m)	25	31	49	74
$\frac{F}{X}$ (N m)	20	19,4	20,4	20,3

Les résultats portés dans le tableau ont été obtenus avec un ressort dont la longueur au repos est 88 mm.

Sa raideur est de l'ordre de 20 Nm^{-1} .

C'est ce ressort que nous utiliserons dans les expériences de chute avec

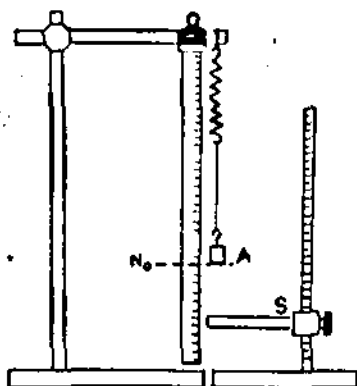
$$K = 20 \text{ Nm}^{-1}$$

2) Etude dynamique d'un ressort enrayant une chute

Un ressort de longueur L au repos est accroché à l'extrémité horizontale d'une potence.

Au ressort est accroché un corps A de masse M par l'intermédiaire d'un fil supposé inextensible et de masse négligeable.

On repère le niveau N_0 de la base du corps A lorsqu'il est soutenu de manière que le fil soit rectiligne vertical sans que le ressort soit tendu. Puis on soulève le corps A d'une hauteur H et on le lâche sans vitesse initiale. Il tombe de la hauteur H en chute libre, puis est freiné par le ressort qui se tend.



En supposant le support horizontal S assez bas, le corps A atteint sa position la plus basse, sans toucher le support, quand le ressort a son allongement maximal X. Pour déterminer expérimentalement X on relève progressivement le support S jusqu'à obtenir l'effleurement du support par le corps en fin de chute - effleurement qui se reconnaît à un bruit de choc très faible.

Réaliser l'expérience et déterminer X ...

Voici les résultats obtenus avec le ressort précédemment étalonné :

	H = L = 88 mm	H = 2L = 176 mm
M = 50 g	X = 94 mm	X = 118 mm
M = 100 g	X = 150 mm	X = 190 mm

B₂) Problème

Connaissant la raideur K d'un ressort, calculer l'allongement théorique maximal X de ce ressort lorsqu'il enraye la chute d'un corps A de masse M donnée tombant d'une hauteur H donnée.

En étudiant l'énergie mécanique du système (Ressort - Corps - Terre) établir que

$$-mg(h+x) + \frac{1}{2} kx^2 = 0 ,$$

égalité dans laquelle k, m, h et x sont les mesures dans le S.I. des grandeurs K, M, H et X.

Calculer X. Calculer la tension F du ressort à l'allongement maximal ; quelle "masse statique" M_s produirait le même allongement ? Comparer les résultats du calcul et ceux de l'expérience.

Soit L la longueur du ressort et l sa mesure dans le S.I.

On fait intervenir maintenant l'allongement relatif du ressort $\frac{X}{L} = \frac{x}{l}$ et sa "raideur intrinsèque" Λ de mesure λ :

$$F = KX = \Lambda \frac{X}{L} ; K = \frac{\Lambda}{L} ; k = \frac{\lambda}{l} .$$

Et l'on introduit le "coefficient de chute" $c = \frac{H}{L} = \frac{h}{l}$.

Exprimer la tension F et la masse statique M_s précédemment demandées en utilisant λ et c . Constater ce fait remarquable que, g étant fixé, F et M_s ne dépendent que de Λ , c et M .

Solution du problème

Considérons le système mécaniquement isolé (Ressort - Corps - Terre) entre l'instant T_0 où le corps est lâché à vitesse nulle et l'instant T_1 où sa vitesse est à nouveau nulle, quand l'allongement du ressort est maximal. L'énergie cinétique du système est la même aux instants T_0 et T_1 . Donc l'énergie potentielle qu'il a perdue entre ces deux instants du fait de la chute du corps, est égale à celle qu'il a gagnée en raison de la déformation du ressort :

$$- mg(h + x) + \frac{1}{2} kx^2 = 0$$

$$\frac{1}{2} kx^2 - mgx - mgh = 0$$

Cette égalité fait apparaître x comme la racine positive d'une équation du second degré - dont l'autre racine est négative.

D'où
$$x = \frac{mg}{k} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2kh}{mg}} \right)$$

Puis en désignant par f et m_s les mesures de F et M_s :

$$f = mg \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2kh}{mg}} \right)$$

$$ms = m(1 + \sqrt{1 + \frac{2kh}{mg}})$$

Le tableau qui suit permet de comparer les résultats fournis pour X par le calcul et par les expériences précédemment effectuées.

	H = L = 88 mm		H = 2L = 176 mm	
M = 50 g	X = 94 mm	X = 96 mm	X = 118 mm	X = 122 mm
M = 100 g	X = 150 mm	X = 156 mm	X = 190 mm	X = 192 mm
	Exp.	Calc.	Exp.	Calc.

Si nous introduisons maintenant les coefficients $\lambda = k\lambda$ et $c = \frac{h}{L}$ nous obtenons pour f et ms les expressions suivantes :

$$f = mg(1 + \sqrt{1 + \frac{2\lambda c}{mg}})$$

$$ms = m(1 + \sqrt{1 + \frac{2\lambda c}{mg}})$$

Nous notons ce fait remarquable que, g et m étant fixés, f ne dépend que de λ et c ; F ne dépend que de la "raideur intrinsèque" du ressort et du "coefficient de chute".

Par exemple, considérons deux tronçons R_1, R_2 d'un même ressort - donc de même raideur intrinsèque - ayant des longueurs différentes L_1, L_2 . Et supposons qu'ils enrayent...

... le premier la chute d'un corps A de masse M tombant de la hauteur $H_1 = 2L_1$

... le second la chute du même corps A tombant de la hauteur $H_2 = 2L_2$.

Les "coefficients de chute" sont égaux : $c_1 = c_2 = 2$, donc les tensions des deux ressorts à l'allongement maximal seront les mêmes ; bien que les hauteurs de chute soient différentes.

Observation au sujet du tableau comparatif des résultats mesurés et des résultats calculés.

Les résultats calculés sont, dans chaque cas, supérieurs aux résultats mesurés. Une explication possible est que l'énergie cinétique du corps en chute n'est pas entièrement absorbée par l'élongation du ressort : une partie de cette énergie peut être dissipée sous forme de frottements, vibrations, etc.

C) REPNSES AUX QUESTIONS DU A

C₁) "Dans une grande chute on peut peser 1200 kg"

Que veut exprimer par là le marchand d'articles de sport ?

* Considérons par exemple telle corde d'assurage qui s'allonge de 28 % quand on la soumet, très lentement, à une tension de 1200 kgf. Et supposons, qu'enrayant la chute d'un grimpeur, cette même corde subisse un allongement maximal de 28 % également. De là à dire que lorsque la corde a stoppé la chute du grimpeur ce dernier "pesait 1200 kg", il n'y a qu'un pas ... que le marchand d'articles de sport a franchi, mais que l'élève de Première doit considérer comme un "pas de VII" !*

* Revenons alors à notre ressort et, par exemple, à cette expérience où il enraye la chute d'une masse M de 50 g tombant de la hauteur H = 2L = 176 mm.

En appliquant la formule $m_s = m(1 + \sqrt{1 + \frac{2\lambda c}{mg}})$

on peut calculer la masse statique M_s

qui produirait le même allongement du ressort que celui qu'a entraîné l'arrêt de la chute.

c = 2 ; et, en opérant dans le S.I.:

$$\lambda = kl = 20 \times 88 \times 10^{-3} = 1,76$$

$$m_s = 50 \times 10^{-3} \times (1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 1,76 \times 2}{50 \times 10^{-3} \times 10}}) = 50 \times 10^{-3} \times (1 + \sqrt{1 + \frac{7,04}{0,5}}) =$$

$$50 \times 10^{-3} \times (1 + \sqrt{15,08}) \simeq 244 \times 10^{-3}$$

$$M_s \simeq 244 \text{ g}$$

* terminologie de montagnards !

Comme dirait le marchand, notre masse de 50 g pesait donc 244 gf quand l'action du ressort a arrêté sa chute.

Reprenons la même expérience avec un ressort de même longueur mais de "raideur intrinsèque" λ' plus grande. Supposons, pour fixer les idées, que $\lambda' = 2\lambda$.

Le calcul précédent donne alors :

$$m's = 50 \times 10^{-3} \times (1 + \sqrt{1 + \frac{14,08}{0,5}}) = 50 \times 10^{-3} \times (1 + \sqrt{29,16}) \approx 320$$

$$M's \approx 320 \text{ g}.$$

De sorte que la même masse, dans la même chute, pèserait cette fois 320 gf au lieu de 244 gf.

Nous comprenons maintenant que ce "poids" fictif de l'alpiniste n'est pas, comme on peut le croire, déterminé seulement par son poids réel et la hauteur de sa chute, mais qu'il dépend essentiellement du dispositif enrayant la chute.

Or, c'est ce "poids" fictif - c'est-à-dire la tension maximale enregistrée par la corde d'assurage - qui "mesure" la gravité de la chute. C'est donc sur le dispositif d'assurage qu'il faudra agir, pour que la chute d'un corps de masse donnée tombant d'une hauteur donnée, entraîne une "tension de choc" de la corde d'assurage aussi faible que possible :

* Un grimpeur ayant l'idée de s'assurer en remplaçant la corde par une cablette d'acier à très grand λ , serait disloqué à la moindre chute.

Un autre qui utiliserait un élastique à très faible λ apprécierait la douceur du freinage... jusqu'au moment où sa trop longue promenade s'achèverait sur des roches en contrebas.

* Reprenons la formule donnant la "tension de choc" :

$f = mg(1 + \sqrt{1 + \frac{2c\lambda}{mg}})$. Celui qui grimpe en tête n'a le choix ni de m ni de g , et λ lui est imposé, à très peu près, par le fabricant de cordes, qui s'efforce de trouver le juste milieu entre des impératifs contradictoires.

Par contre, c'est lui qui détermine c , dans la mesure où le rocher le lui permet, par les points d'assurage qu'il place en cours d'escalade.

Dans les trois croquis qui suivent la corde est fixée en A ; elle coulisse librement dans les mousquetons B et C.

Les hauteurs de chute libre sont les mêmes, mais les "tensions de choc" vont en décroissant. La chute 2 est moins grave que la chute 1 et la chute 3 moins grave que la chute 2.

C_2) "La force de choc d'une corde ne doit pas dépasser 1200 kg"

Encore une formule à expliquer.

Les cordes d'alpinisme vendues sous le label UIAA* doivent subir des tests très précis parmi lesquels :

- un "essai statique d'allongement"
- et un "essai dynamique (choc)".

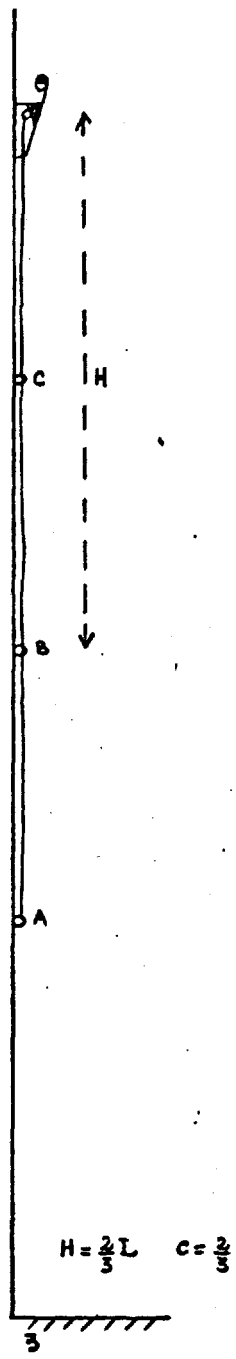
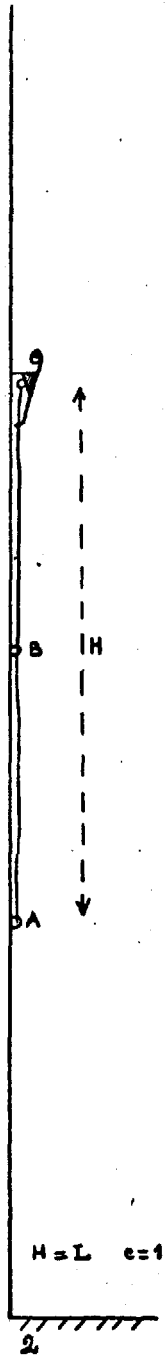
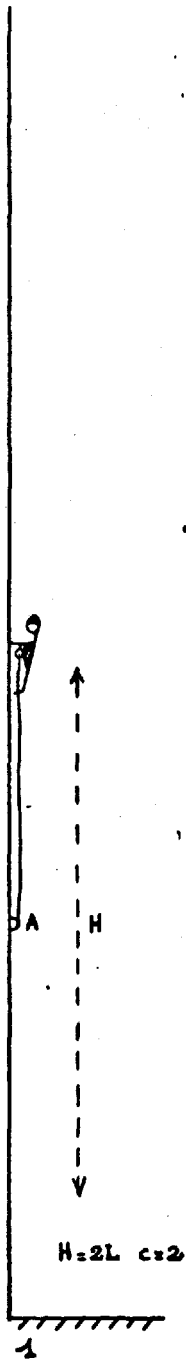
Essai statique

La corde est chargée lentement, sans choc, et par fractions de cinq kg jusqu'à 80 kg. Elle doit alors présenter un allongement relatif au plus égal à 6 %**.

Si l'on poursuit l'essai on constate, par exemple pour le modèle Dynaloc 11 mm, que la rupture intervient quand la charge atteint 2475 kg, avec un allongement à la rupture de 64 %. On constate aussi que la relation entre l'allongement et la charge n'est pas linéaire comme dans le cas du ressort. En gros, la raideur de la corde croît avec la tension. De sorte que dans la réalité la situation est beaucoup plus complexe que le modèle très idéalisé que nous avons donné. Mais si nos résultats sont à perfectionner sur le plan quantitatif, ils conservent néanmoins une certaine valeur qualitative.

* Union internationale des associations d'alpinisme.

** Pour les cordes "à simple".



Essai dynamique

Il a pour but de déterminer la tension de choc enregistrée par la corde quand elle enrayer la chute d'un alpiniste.

Les conditions du test ont été fixées par l'UIAA comme suit :
la masse tombante est de 80 kg (solide alpiniste),
le coefficient de chute est égal à 1,78 (chute sévère).

La tension de choc est déterminée à partir de l'allongement maximal de la corde et de l'étalonnage réalisé lors de l'essai statique. C'est cette tension de choc dans les conditions précisées qu'on appelle la "force de choc" du type de corde testé. La norme UIAA exige qu'elle soit inférieure ou égale à 1200 kg. Par exemple, la corde Dynaloc dont nous avons parlé a une "force de choc" de 940 kg seulement. Ce qui signifie que, tout en restant très loin du risque de rupture, elle stoppera notre chute moins brutalement que si sa "force de choc" était plus grande. D'où l'explication de ce qui nous avait d'abord semblé paradoxal dans la bouche du marchand d'articles de sport.

15

I.R.E.M.

Institut de recherche sur
l'enseignement des mathématiques

70, route Léon Lachamp
13288 MARSEILLE cedex 2

tél. 41.39.40. - 41.01.40.