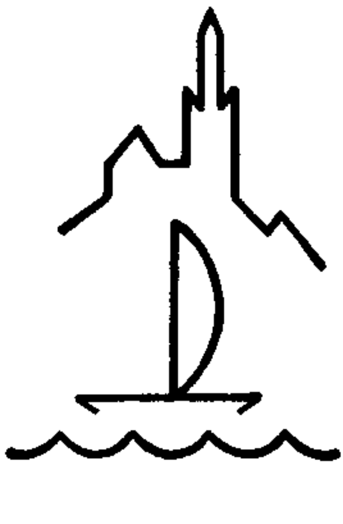
information mathématique



académie d'aix-marseille

irem

Académie d'AIX - MARSEILLE

INFORMATION

MATHEMATIQUE

RESPONSABLE DE LA PUBLICATION

Gilles THOMAS

INSTITUT DE RECHERCHE
SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

I. R. E. M.

70, route Léon Lachamp

13288 - MARSEILLE Cedex 2

Tél. 41.01.40 poste 32.10/41.39.40

INFORMATION MATHEMATIQUE

N°11 Mai 1978

SOMMAIRE

Dépôt légal 4e trimestre 1977

EDITORIAL

La vie, et maintenant la survie des IREM, sont des sujets qui nous concernent tous. Y aura-t-il un prochain numéro d'Information Mathématique ? Aurons-nous les moyens d'imprimer et de diffuser les publications actuellement en chantier qui sont annoncées dans ce numéro ? N'est-on pas en train de voir disparaître la réflexion et la recherche pédagogiques développées dans le cadre des groupes de stagiaires, animateurs et chercheurs des IREM ?

Aujourd'hui, comme il y a six mois ces questions restent sans réponse.

Depuis le mois de Décembre 1977 nous préparons la rentrée de Septembre 1978 :

1) préparation, impression et diffusion des dossiers de candidatures et des plaquettes d'information sur les activités de l'IREM de notre académie.

2) réception et examen des candidatures.

3) constitution des listes de propositions de stagiaires et d'animateurs.

Ce travail administratif a été fait par l'ensemble du personnel technique et des animateurs et chercheurs sur la base des prévisions communiquées par l'administration des Ministères des Universités et de l'Education, soit au moins 80 % du contingent initialement prévu pour 1977-1978. L'absence de confirmation officielle et par voie de conséquence notre ignorance du nombre exact de stagiaires et d'animateurs qui pouvaient être nommés n'ont pas réussi à entamer notre ardeur car il est clair que, pour le bon fonctionnement des IREM et des établissements scolaires, il est indispensable que les listes définitives soient connues au plus tard début Juin.

Au cours de la Commission Nationale des IREM réunie le 29 Mai 1978, 11, rue de Grenelle dans les locaux du Ministère de l'Education, l'administration de ce Ministère n'a pas été en mesure de communiquer les moyens en heures de service des stagiaires et animateurs pour l'année scolaire 1978/1979. Au même moment des bruits très inquiétants circulent : les moyens définitivement attribués ne correspondraient pas aux prévisions.

Il est profondément injuste que ceux qui, depuis de longs mois, préparent avec soin la rentrée prochaine, soient pénalisés et aient à faire face à de graves problèmes devant l'imprévoyance et la désinvolture des responsables. De plus, il est clair qu'une nouvelle réduction des moyens des IREM conduiraient ces instituts à l'asphyxie. Quel gachis !

Quand donc cessera-t-on de traiter par le mépris les compétences ?

Quand donc cessera-t-on d'utiliser de tels procédés à seule fin d'avoir raison, par l'usure, des meilleures volontés ?

Ces méthodes sont indignes du système éducatif auquel nous aspirons.

R. C.

EN DIRECT
DU SERVICE
DES PUBLICATIONS

* * *

à paraître à la rentrée 1978

dans la série

"MONOGRAPHIES de l'IREM d'AIX-MARSEILLE" :

une PUBLICATION du

GROUPE DE RECHERCHE SUR

l'enseignement de l'analyse

au sommaire :

0 - OBJECTIFS DE LA RECHERCHE
1 - SUITES : UNE PREMIERE APPROCHE
2 - RECHERCHE DE SOLUTIONS APPROCHEES D'UNE EQUATION NUMERIQUE
3 - QUELQUES METHODES DE CALCUL DE VALEURS APPROCHEES D'INTEGRALES

Les brochures de ce type seront mises en vente au pri
Les lecteurs du bulletin "Information mathématique" en
avisés dès la rentrée 1978.

JOURNEES NATIONALES DE L'A.P.M.E.P.

REIMS, 22, 23, 24 septembre 1978

Les Journées nationales de l'A.P.M.E.P. sont organisées cette année par la Régionale de REIMS. Elles se dérouleront dans les locaux de l'U.E.R. des Sciences et de l'I.U.T. les vendredi 22, samedi 23 et dimanche 24 septembre 1978.

Le thème retenu cette année est

PROBLEME - ERREUR - EVALUATION ... en mathématiques

Les journées comprendront :

- deux conférences générales ;
- des groupes de travail ;
- des réunions des commissions de l'A.P.M.E.P. ;
- l'Assemblée générale de l'A.P.M.E.P.

Des expositions seront organisées sur les lieux des travaux :

- éditeurs
- fabricants de matériel informatique
- exposition ARP de J. Sauvy : "Peintres et géomètres, de la Renaissance à nos jours"
- exposition de J. Chabrier : "Travaux d'élèves, dans le cadre de l'interdisciplinarité".

(cf. bulletin APMEP n° 313, Avril 1978)

INCITATION A UN PROBLEME DE MATHEMATIQUE

PAR UNE MANIPULATION DE PHYSIQUE EN SECONDE C

* *
*

Michel EYRAUD & Raymond RAYNAUD
Groupe Math-Physique de Digne

Le travail proposé aux élèves consiste en la recherche, d'abo expérimentale, ensuite théorique du centre de gravité d'un "triangle fil fer", c'est-à-dire du solide formé par trois tiges de fer de même sectio soudées deux à deux par leurs extrémités.

Indiquons où en sont les élèves au moment où ce travail est proposé :

I - En mathématiques

On a consacré trois heures en début d'année à la notion de barycentre. Outre son utilisation, évidente en physique, cette étude a l'intérêt de faire travailler les élèves sur les vecteurs et sur les notions de fonction et d'équation dans un cas non banal. Voici un résumé de ce qu a été fait :

1) $\mathcal{P}$ étant le plan affine réel et $\mathcal{V}$ le plan vectoriel associé, on fixe, dans $\mathcal{P}$, n points $A_1, A_2 \dots A_n$, que l'on affecte de n coefficients réels $\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n$; et l'on étudie la fonction

$$\boxed{\begin{array}{l} f : \mathcal{P} \to \mathcal{V} \\ \quad M \mapsto \sum \alpha_i \overrightarrow{MA_i} \end{array}}$$

(d'abord sur des exemples).

Utilisant un point origine O, arbitrairement choisi, afin de limiter l'intervention de la variable au seul vecteur $\overrightarrow{OM}$, on démontre que

si $\sum \alpha_i = 0$ alors f est une fonction constante,

si $\sum \alpha_i \neq 0$ alors f est une bijection.

Dans le cas où $\sum \alpha_i = 0$ il existe donc un point G unique tel que $\sum \alpha_i \overrightarrow{GA_i} = \vec{0}$.

On l'appelle le barycentre des n points pondérés (A_i, α_i), et l'on démontre que si M est un point quelconque de $\mathcal{P}$

$\sum \alpha_i \overrightarrow{MA_i} = (\sum \alpha_i) \overrightarrow{MG}$, ce qui permet de repérer G à partir d'un point O arbitrairement choisi par $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{\sum \alpha_i} \sum \alpha_i \overrightarrow{OA_i}$, et de calculer éventuellement ses coordonnées.

2) On établit les propriétés classiques du barycentre :

a) λ étant un réel quelconque non nul, le barycentre des n points pondérés (A_i, α_i) est le même que celui des n points pondérés $(A_i, \lambda\alpha_i)$.

b) Pour construire le barycentre de n points pondérés on peut remplacer plusieurs d'entre eux par leur barycentre (s'ils en ont un) affecté d'un coefficient égal à la somme des coefficients des points remplacés.

3) On recherche, entre autres :

a) L'isobarycentre de deux points.

b) L'isobarycentre de trois points, et on retrouve la propriété des médianes d'un triangle.

c) Le barycentre des trois sommets d'un triangle (A, B, C) affectés des coefficients a, b, c égaux aux mesures des côtés [BC] [CA] [AB] ce qui fournit les propriétés des bissectrices intérieures du triangle (de nous jours bien ignorées).

4) On pousse une incursion vers la physique :

Quand le physicien peut assimiler un corps S à un e
de n grains de matière A_i de masses m_i, ce que nous appelons
barycentre des n points pondérés (A_i, m_i) devient le centre des
du corps S.

On recherche

a) le centre des masses d'une tige rectiligne homogène de sec
constante assimilée à un segment.

b) le centre des masses d'une plaque rectangulaire homogène.

c) le centre des masses d'une plaque triangulaire homogène,
trouve que c'est l'isobarycentre de ses trois sommets.

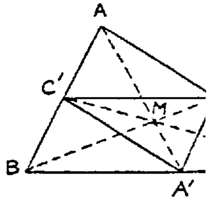
II - En physique

. Le lien entre centre des masses et centre de gravité a
Les élèves savent déterminer expérimentalement le centre de gra
solide par la méthode des suspensions. Ils savent aussi recherch
méthode mathématique le centre de gravité d'un système décompos
plusieurs parties.

III - A ce point les élèves sont prêts pour la manipulation de phys
et le problème de mathématique que nous présentons maintena

1) Manipulation

Elle débute par un rappel : le centre de gravité d'une
triangulaire homogène de sommets A, B, C
est le point de rencontre M des médianes du
triangle (A, B, C), qui est aussi le point de
rencontre des médianes du triangle (A', B', C')
ayant pour sommets les milieux des côtés de la
plaque.



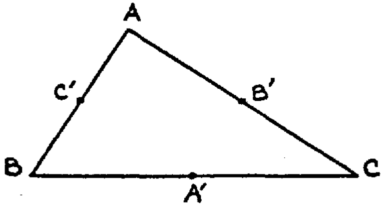
Après ce rappel on distribue à chaque groupe un "tria
de fer" (A, B, C) constitué par trois tiges de fer de même section

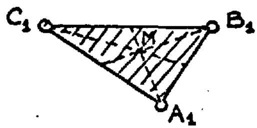
longueurs très différentes soudées deux à deux par leurs extrémités, et on se propose d'étudier expérimentalement si le centre de gravité de ce solide est encore, comme beaucoup le pensent, le point de rencontre des médianes du triangle (A, B, C).

Pour situer le centre de gravité du "triangle fil de fer" et le point de rencontre de ses médianes – sans trop modifier le solide donné – on arrête le programme suivant :

Marquer les milieux A', B', C' des côtés du triangle (A, B, C)
Construire sur une feuille de papier léger un triangle (A_1, B_1, C_1) isométrique au triangle (A', B', C') ; construire le point de rencontre M de ses médianes ; découper le triangle (A_1, B_1, C_1) en ménageant un petit onglet à chaque sommet ; coller le triangle (A_1, B_1, C_1) sur le "triangle fil de fer", A_1 venant en A', B_1 en B' et C_1 en C'.

Déterminer par la méthode des suspensions le centre de gravité G du "triangle fil de fer" ; marquer G soigneusement sur le triangle en papier.





Exécution du programme :

Tout va bien jusqu'au moment de marquer G ...

Croyant s'être trompés, les groupes se consultent.

Mais il faut bien se rendre à la réalité physique : G n'est pas en M ; et on le marque sur le triangle en papier tel que l'expérience le fournit.

D'ailleurs, après un peu de réflexion on se rend compte que G ne pouvait être en M : Par exemple, si $AB < AC$, la médiane (AA') laisse plus de fil de fer du côté de C que du côté de B. G est donc, par rapport à (AA'), du côté de C.

Pour finir, le professeur de physique demande aux élèves de détacher le triangle en papier sur lequel a été marqué G, et de le joindre à la solution du problème de math, dont il leur remet l'énoncé.

La séance a duré trois quarts d'heure.

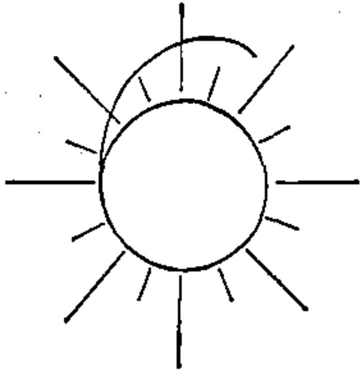
2) <u>Problème</u> En voici l'énoncé :

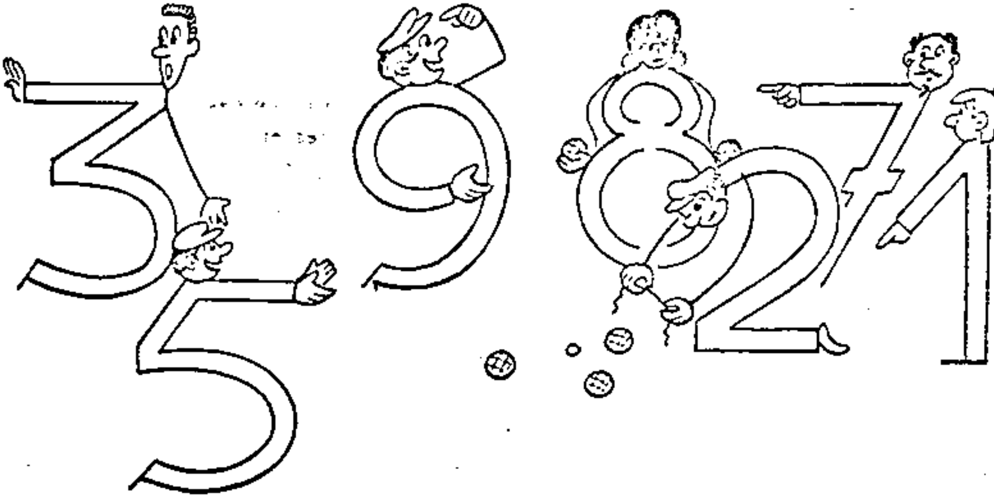
Trois tiges de fer rectilignes de même section, assimilables à des segments de droite, sont soudées deux à deux par leurs extrémités et forment les côtés d'un triangle matériel T de sommets A, B, C. Rechercher par des démarches mathématiques le centre de gravité G du solide T. Démontrer que c'est un point remarquable du triangle (A', B', C') dont les sommets sont les milieux des côtés du triangle (A, B, C).

Aidés par l'exercice (I, 3, c) les élèves, pour la plupart, traitent correctement le problème et démontrent que G est le centre du cercle inscrit dans le triangle (A', B', C') ; ce qu'ils vérifient avec une bonne approximation sur le triangle en papier rapporté de la manipulation.

Il y a cependant quelques irréductibles qui, malgré la manipulation et après une étude mathématique farfelue concluent que "G est bien confondu avec M" ! ... parce qu'ils croyaient que c'était "ce qu'il fallait démontrer" ! Preuve qu'il faudra encore beaucoup de collaboration mathématique-physique pour les convaincre que la mathématique c'est aussi un outil à comprendre le réel.

le dessin de Gill______





ARITHMETIQUE A LA PROVENÇALE

UNE ÉTUDE SUR LA MEDIANE EN STATISTIQUES

(Classes de B.E.P. Commerciaux des Lycées Professionnels)

*   *
*

Albert ROLLAND, Groupe T-CET

De nombreux collègues des Lycées Professionnels ont relevé, dans les divers ouvrages en usage dans les classes de B.E.P. Commerciaux, des contradictions à propos de la présentation de la notion de médiane en statistiques (définition, algorithmes de calcul, détermination graphique).

Nous proposons ici une étude susceptible de répondre à leurs questions.

I - DEFINITION

Soit une série statistique à caractère quantitatif. Rangeons les éléments de l'échantillon de telle sorte que les valeurs de leurs caractères soient dans l'ordre croissant (au sens large).

- Si le nombre n des éléments de l'échantillon est impair : nous disons que la valeur du caractère concernant le $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{ème}}$ élément (l'élément du milieu) est la médiane de la série statistique.
- Si le nombre n des éléments de l'échantillon est pair : nous disons que la moyenne arithmétique des valeurs des caractères concernant le $\frac{n}{2}^{\text{ème}}$ et le $\left(\frac{n}{2}+1\right)^{\text{ème}}$ éléments (les deux éléments du milieu) est la médiane de la série statistique (certains ouvrages proposent, dans ce cas, le terme de "médiane arithmétique").

La *médiane ne correspond donc pas toujours* à la valeur du caractère qui partage la série en deux sous séries d'effectifs égaux.

II - SERIES STATISTIQUES A CARACTERES ISOLES

1 - Un élève a obtenu pour 15 devoirs les notes suivantes rangées dans l'ordre croissant :

$$\underbrace{7 ; 8 ; 9 ; 9 ; 10 ; 10 ; 10}_{\text{7 notes}} ; 11 ; \underbrace{11 ; 11 ; 12 ; 13 ; 13 ; 14 ; 14}_{\text{7 notes}}$$

La médiane de la série statistique est 11 .

2 - Un élève a obtenu pour 8 devoirs les notes suivantes rangées dans l'ordre croissant :

$$\underbrace{7 ; 9 ; 9 ; 10}_{\text{4 notes}} ; \underbrace{11 ; 13 ; 14 ; 14}_{\text{4 notes}}$$

La médiane de la série statistique est 10,5 .

III - SERIES STATISTIQUES CLASSEES

Considérons le problème connu suivant :

Une entreprise qui exploite des taxis a décidé d'analyser un échantillon de 200 taxis mis à la réforme. Elle a classé chacun d'eux suivant le kilométrage effectué...

kilométrages (milliers)	Effectifs	Effectifs cumulés croissants	Effectifs cumulés décroissants	
[80 ; 85[	4	4	200	
[85 ; 90[	6	10	196	200
[90 ; 95[	18	28	190	200
[95 ; 100[	28	56	172	200
[100 ; 105[	36	92	144	200
[105 ; 110[	50	142	108	
[110 ; 115[	32	174	58	(Propriété p
[115 ; 120[	14	188	26	utilisée plus
[120 ; 125[	8	196	12	loin)
[125 ; 130[	4	200	4	
	200			

Ce tableau n'indique pas les kilométrages effectués par chacun des taxis ; nous attribuons un kilométrage fictif à chacun d'eux et nous les rangeons de telle sorte que leurs kilométrages soient dans l'ordre croissant.

1 - Exercices préliminaires

a) Quel est le rang dans sa classe :

. du 5ème taxi de la série ? ... 1er de la classe [85 ; 90[
. du 35ème " " ?... 7ème de la classe [95 ; 100[
. du 93ème " " ? ... 1er de la classe [105 ; 110[
. du 100ème " " ? ... 8ème de la classe [105 ; 110[
. du 101ème " " ? ... 9ème de la classe [015 ; 110[

b) Considérons une classe quelconque, par exemple la première.

4 taxis ont roulé entre 80 et 85 milliers de km. Nous acceptons l'interprétation suivante de la situation :

. le 1er a roulé entre $\left(80+\frac{5}{4}\times 0\right)$ et $\left(80+\frac{5}{4}\times 1\right)$ soit 80 et 81,250 (10^3 km)

. le 2ème a roulé entre $\left(80+\frac{5}{4}\times 1\right)$ et $\left(80+\frac{5}{4}\times 2\right)$ soit 81,250 et 82,500 (10^3 km)

. le 3ème a roulé entre .... soit 82,500 et 83,750 (10^3 km)

. le 4ème a roulé entre .... soit 83,750 et 85 (10^3 km)

c) Quel kilométrage pouvons-nous attribuer :

. au 1er taxi de la série ?

$$\frac{\left(80+\frac{5}{4}\times 0\right)+\left(80+\frac{5}{4}\times 1\right)}{2} = 80+\frac{5}{4}\times 0,5 \quad \text{soit } 80,625\ (10^3\text{km})$$

. au 35ème taxi de la série (7ème de sa classe) ?

$$\frac{\left(95+\frac{5}{28}\times 6\right)+\left(95+\frac{5}{28}\times 7\right)}{2} = 95+\frac{5}{28}\times 6,5 \quad \text{soit } 96,160\ (10^3\text{km})$$

. au 93ème taxi de la série (1er de la classe) ?

$$105+\frac{5}{50}\times 0,5 \qquad \text{soit } 105,050\ (10^3\text{km})$$

. au 100ème taxi de la série (8ème de sa classe) ?

$$105+\frac{5}{50}\times 7,5 \qquad \text{soit } 105,750\ (10^3\text{km})$$

. au 101ème taxi de la série (9ème de sa classe) ?

$$105+\frac{5}{50}\times 8,5 \qquad \text{soit } 105,850\ (10^3\text{km})$$

. au $n^{\text{ème}}$ taxi de la série ($m^{\text{ème}}$ de sa classe) ?

nous supposons pour la suite que les classes ne sont pas vides.

Notons : - a la borne inférieure de la classe à laquelle appartient le $n^{\text{ème}}$ taxi de la série ,

- b la borne supérieure de cette classe ,

- α l'effectif de cette classe.

alors $$\frac{\left[a + \frac{b-a}{\alpha} \times (m-1)\right] + \left[a + \frac{b-a}{\alpha} \times m\right]}{2} = a + \frac{b-a}{\alpha} \times (m-0,5)$$

2 - Calcul de la médiane

Nous nous servons des kilométrages fictifs attribués à chaque taxi comme il a été dit précédemment.

a) Nous devons calculer la moyenne arithmétique des kilométrages attribués au 100ème taxi et au 101 ème.

$$\frac{\left(105 + \frac{5}{50} \times 7,5\right) + \left(105 + \frac{5}{50} \times 8,5\right)}{2} = 105 + \frac{5}{50} \times 8$$

soit 105,800 (10^3 km)

b) Considérons le problème avec un taxi de plus à la dernière classe ; le nombre de taxis étant alors 201.

La médiane est le kilométrage attribué au 101ème taxi (9ème de sa classe) :

$105 + \frac{5}{50} \times 8,5$ soit 105,850 (10^3 km)

c) Algorithme

Q_2 : nombre qui mesure la médiane

n : effectif de la série

β : plus grand effectif cumulé croissant du tableau strictement inférieur à $\frac{n}{2}$.

C'est l'effectif cumulé croissant jusqu'à la classe $[a_o ; a[$

$[a ; b[$: classe suivant la classe $[a_o ; a[$

α : effectif de la classe $[a ; b[$

$$Q_2 = a + \frac{b-a}{\alpha} \times \left(\frac{n}{2} - \beta\right)$$

Remarque :

$\frac{n}{2}$ n'est pas le rang de l'élément auquel correspond la médiane

d) Exercices

d_1) Calculer la médiane dans le cas de 300 taxis connaissant les renseignements suivants :

La médiane appartient à la classe [110 ; 115 [

	Effectifs	Effectifs cumulés croissants
	....	....
[110 ; 115 [	60	188
	....	....

calcul : $110 + \frac{5}{60}\left(\frac{300}{2} - 128\right) = 111,833$ soit $111,833\ (10^3\text{km})$

d_2) dans le cas de 241 taxis

La médiane appartient à la classe [105 ; 110 [

	Effectifs	Effectifs cumulés croissants
	......	....
[105 ; 110 [	54	160
	......	....

calcul : $105 + \frac{5}{54}\left(\frac{241}{2} - 106\right) = 106,342$ soit $106,342\ (10^3\text{km})$

d_3) dans le cas de 263 taxis

La médiane appartient à la classe $[110 ; 120[$

	Effectifs	Effectifs cumulés croissants
	......	....
$[110; 120[$	32	145
	......	....

calcul : $110 + \frac{10}{32}\left(\frac{263}{2} - 113\right) = 115,781$ soit $115,781\ (10^3 \text{km})$

d_4) Calcul de la médiane de la série des 200 taxis en considérant les effectifs cumulés *décroissants.*

- Calcul déjà fait : $105 + \frac{5}{50}\left(\frac{200}{2} - 92\right) = 105,8$

- Nous pouvons utiliser le même algorithme ; le nombre 92 est alors obtenu en utilisant la propriété p indiquée au début $(200 - 108 = 92)$

- $110 - \frac{5}{50}\left(\frac{200}{2} - 58\right) = 105,8$

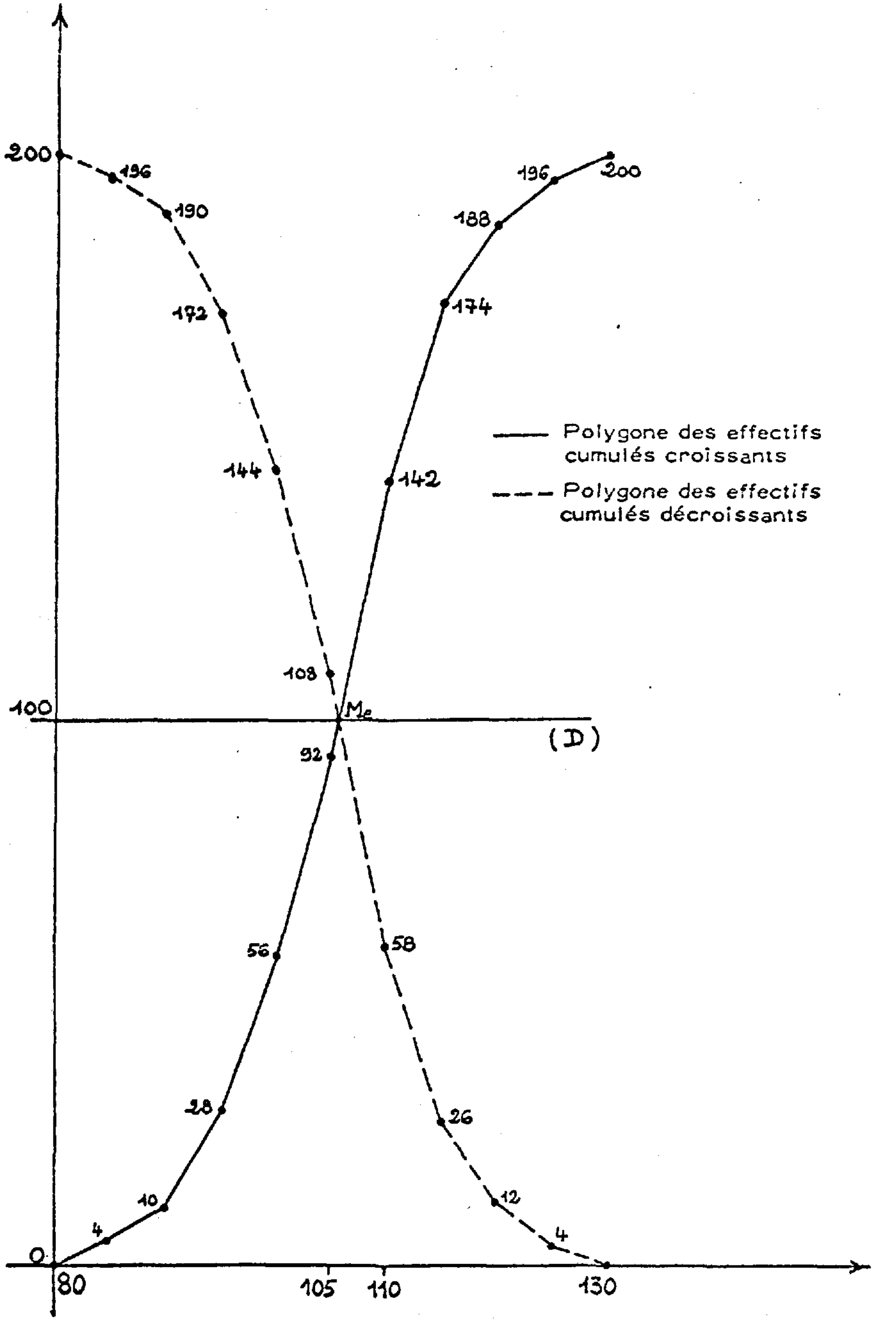
(58 est l'effectif cumulé décroissant jusqu'à la classe $[110 ; 115[$)

3.- Polygones des effectifs cumulés croissants et décroissants, et médiane.

Nous considérons les polygones des effectifs cumulés croissants et décroissants tracés dans le système $(\vec{ox} ; \vec{oy})$ orthogonal d'axes de coordonnées cartésiennes.

a) D'après la propriété p ces 2 polygones sont symétriques par rapport à la droite (D) d'équation $y = \frac{n}{2}$; et comme ils se coupent en un seul point M_e (monotonie stricte des effectifs cumulés), M_e appartient à la droite d'équation $y = \frac{n}{2}$. (voir fig. 1)

L'ordonnée de M_e est $\frac{n}{2}$.



200
196
190
172
144
108
100
92
56
28
10
4
0
196
188
174
142
58
26
12
4
Me
(D)
80
105
110
130
Polygone des effectifs cumulés croissants
Polygone des effectifs cumulés décroissants

Fig. 1

b) Calcul de l'abscisse x_e de M_e

Nous reprenons les notations de l'algorithme du calcul de la médiane.

D'après l'énoncé de Thalès :

$$\frac{x_e - a}{b-a} = \frac{\frac{n}{2} - \beta}{(\beta+\alpha)-\alpha}$$

$$x_e = a + \frac{b-a}{\alpha} \times \left(\frac{n}{2} - \beta\right)$$

M_e a pour abscisse Q_2 .

4 - Histogramme et médiane

Histogramme vient du grec histos qui signifie peau, surface ; d'où un histogramme est un "diagramme en surface"

Nous considérons l'histogramme tracé dans le système $(\overrightarrow{ox} ; \overrightarrow{oy})$ orthogonal d'axes de coordonnées cartésiennes.

Choisissons l'unité d'aire de manière que la mesure de l'aire de l'histogramme soit n. Calculons la mesure de l'aire de la surface de l'histogramme comprise entre la droite d'équation $x = a_1$. (a_1 : borne inférieure de la 1ère classe) et la droite d'équation $x = Q_2$.

Nous reprenons les notations de l'algorithme du calcul de la médiane.

$$\beta + \frac{\alpha}{b-a} \times \left[\frac{b-a}{\alpha} \times \left(\frac{n}{2} - \beta\right)\right] = \frac{n}{2}$$

Donc la droite d'équation $x = Q_2$ partage l'histogramme en deux parties de même aire. (voir fig. 2)

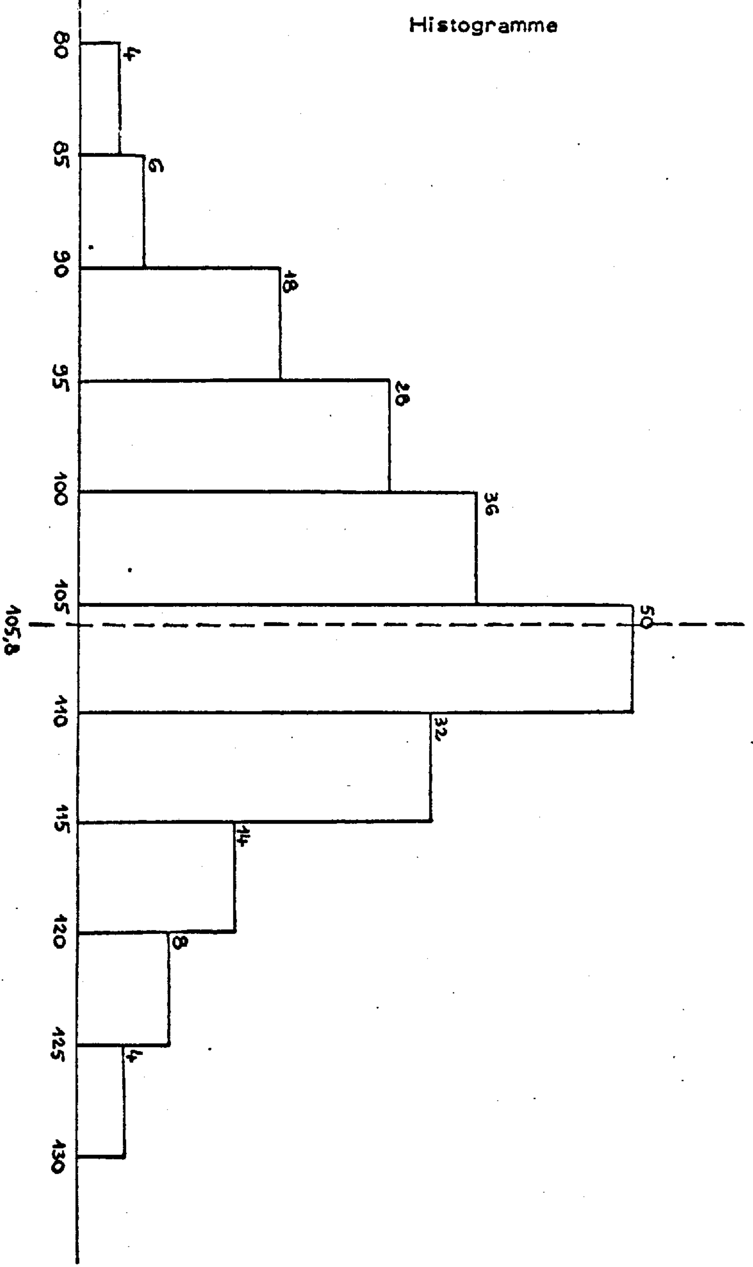

Histogramme
80
85
90
95
100
105
105,8
110
115
120
125
130
4
6
18
28
36
50
32
14
8
4

Fig. 2

A votre disposition,

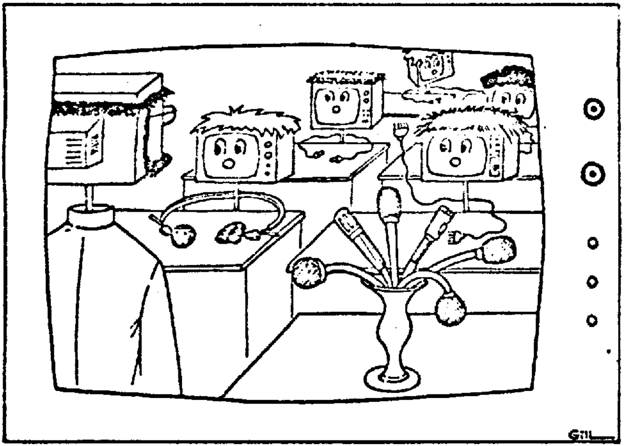
à la Bibliothèque de l'I.R.E.M.

le

N° 15

BULLETIN INTER IREM

Special AUDIO-VISUEL



CINQUIEME ANNEE – Janvier 1978
Edité par l'I.R.E.M. de LYON
Prix: 6 Francs

PROBLEMES DE PROGRAMMATION LINEAIRE

(Classes de 3ème et 2nde)

* *
*

Gilles THOMAS

Les problèmes de programmation linéaire, bien qu'ayant fait leur apparition récemment dans la liste des "problèmes variés à mettre en équation" (cf. programme et instructions officielles de 3ème), n'ont pas encore dans la pratique la place importante qu'ils méritent.

L'étude d'un problème de programmation linéaire fait intervenir des activités mathématiques et mathématisantes intéressantes : formalisation d'une situation réelle, calculs, représentation graphique d'équations et d'inéquations du premier degré, optimisation et... effort de réflexion.

Nous n'étudierons dans cet article que des problèmes de programmation linéaire à deux variables, pouvant être traités par des élèves du secondaire possédant les outils mathématiques du programme de 3ème.

Nous aurons affaire à un problème de programmation linéaire à deux variables lorsqu'il s'agira d'étudier une situation faisant intervenir deux variables positives liées entre elles par un nombre fini de "relations linéaires" qui forment un système d'équations ou d'inéquations traduisant les contraintes de la situation. Le but de l'étude est de rendre maximale ou minimale une fonction linéaire des deux variables que nous appellerons fonction économique.

I - FORMALISATION DU PROBLEME, A PROPOS DE L'ETUDE D'UN EXEMPLE

Exemple 1 :

Une entreprise fabrique des automobiles et des camions dans une usine divisée en deux ateliers : l'atelier 1 où s'effectue le travail d'assemblage et de montage et l'atelier 2 où s'accomplissent toutes les opérations de finissage.

L'atelier 1 emploie 5 journées de travail par camion et 2 journées par automobile. L'atelier 2 emploie 3 journées de travail par camion et 3 journées par automobile. En raison de limitation de personnel et de machines, l'atelier 1 peut disposer de 180 journées de travail par semaine et l'atelier 2 de 135 journées par semaine .

Si le fabricant fait un profit de 300 F par camion et de 200 F par automobile, combien doit-il produire de chaque type de véhicules pour rendre son profit maximum ?

- Choix des variables : *Soient* x *le nombre de camions et* y *le nombre* d'automobiles construits par semaine.

- Contraintes : Elles se traduisent par les relations suivantes :

$$\begin{cases} x \geq 0 \; ; \; y \geq 0 \\ 5x + 2y \leq 180 \\ 3x + 3y \leq 135 \end{cases}$$

- Fonction économique : Elle exprime la valeur du profit que nous voulons rendre maximal et est définie par :

$$f(x, y) = 300x + 200y \; . \quad (1)$$

(1) si l'on a quelques scrupules à présenter une fonction de 2 variables, on peut alors ne parler que de l'expression $(300x + 200y)$ dont on doit chercher la valeur maximale.

II - INTERPRETATION GRAPHIQUE : ENSEMBLE DE VERITE

Nous appellerons ensemble de vérité l'ensemble des points du plan rapporté au repère cartésien $(0, \vec{i}, \vec{j})$ dont les coordonnées (x, y) vérifient le système des contraintes.

La frontière de cet ensemble de vérité est un polygone convexe défini par les droites d'équations :

$$x = 0 \; ; \; y = 0 \; ; \; 5x + 2y = 180 \; ; \; 3x + 3y = 135.$$

L'ensemble de vérité apparaît alors comme l'intersection des quatre demi-plans fermés limités par ces droites.

Le tracé de la frontière de l'ensemble de vérité et la recherche du demi-plan représentant l'ensemble des solutions (x, y) de R^2 de l'inéquation :

$$ax + by \leq c$$

constituent de bons exercices pour l'élève de la classe de 3e qui doit mettre en application les outils mathématiques en sa possession.

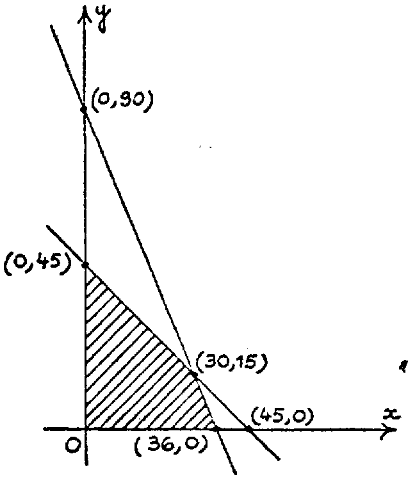


Fig. 1

Remarquons que si les coordonnées de tous les points de la partie hachurée vérifient le système des contraintes, seuls les points de coordonnées entières sont à prendre en considération pour cette situation donnée (détermination de nombres de véhicules).

III - RESOLUTION GRAPHIQUE DU PROBLEME

Il s'agit de déterminer le point (ou les points) de l'ensemble de vérité dont les coordonnées (x, y) rendent la fonction économique maximale.

Or les points de l'ensemble de vérité donnant la même valeur p à la fonction économique se trouvent sur la droite d'équation $300x + 200y = p$.

Si l'on donne d'autres valeurs p', p", ... à la fonction économique on obtient des droites parallèles.

Traçons la droite D d'équation $300x + 200y = 0$ représentant ici un profit nul. La construction de la droite D présente l'avantage de ne pas nécessiter de calculs compliqués.

La méthode graphique de détermination de la solution (ou des solutions) peut être la suivante :

A l'aide d'une règle, "déplaçons la droite D parallèlement à elle-même" (les puristes diront : traçons des droites parallèles à D !) en augmentant ainsi le profit jusqu'à ce qu'on obtienne le point - ou les points - rendant maximal ce profit.

Nous obtenons, pour l'exemple 1, le point de coordonnées (30, 15) et f(30, 15) = 12 000

Le profit maximal est 12 000 F et est réalisé en produisant 30 camions et 15 automobiles par semaine.

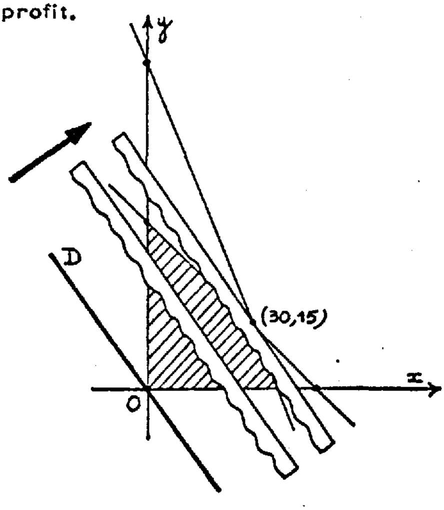


Fig. 2

IV - RESOLUTION GRAPHICO-NUMERIQUE

On utilisera cette méthode par exemple dans les cas suivants :

★ Un élève, traitant le problème précédent, et peu soigneux dans ses tracés de droites, ne peut obtenir graphiquement la solution mais détermine une "région" de l'ensemble de vérité susceptible de contenir la solution. Il calculera la valeur de la fonction économique en chaque point de cette région jusqu'à ce qu'il obtienne la valeur maximale.

Il peut hésiter, par exemple, entre les points de l'ensemble de vérité de coordonnées (31, 12) ; (30, 15) ; (29, 16) et (28, 17).

Le calcul donnera alors :

f(31, 12) = 11 700

f(30, 15) = 12 000

f(29, 16) = 11 900

f(28, 17) = 11 700

et l'élève pourra conclure.

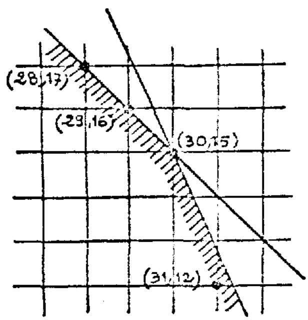


Fig. 3

★ Ou bien les points de l'ensemble de vérité obtenus par la méthode graphique ne peuvent convenir pour le problème posé (coordonnées non entières par exemple, alors qu'on veut déterminer des nombres d'objets) et on examinera là aussi les points d'une région de l'ensemble de vérité.

Etudions le problème suivant :

Exemple 2 : Un industriel fabrique entre autres produits deux types de supports, A et B, et utilise pour cela trois types de machines, M_1, M_2 et M_3. Les temps de passage (exprimés en heures) par machine d'une unité de chaque support sont donnés dans le tableau ci-dessous, ainsi que les capacités des machines (*exprimées* en heures par jour).

support	M_1	M_2	M_3
A	0, 1	0, 3	0, 3
B	0, 2	0, 1	0, 2
Capacité de la machine	4	4, 5	5, 4

L'industriel réalise un profit de 10 F par support A de 15 F par support B. Trouver le plan de production optima

- Choix des variables : Soient x le nombre de supports A et y le nombre de supports B.

- Contraintes :
$$\begin{cases} x \geq 0 \text{ et } y \geq 0 \\ 0,1x + 0,2y \leq 4 \\ 0,3x + 0,1y \leq 4,5 \\ 0,3x + 0,2y \leq 5,4 \end{cases}$$

- Fonction économique : Elle est définie par :

$$f(x, y) = 10x + 15y \ .$$

L'ensemble de vérité est représenté en figure 4. La méthode graphique permet d'obtenir le point A mais ses coordonnées ne sont pas entières.

On peut donc s'intéresser aux points de coordonnées entières de la "région" de l'ensemble de vérité limitée par le triangl (A, B, C) ; la droite (BC) représentant l'une des valeurs de la fonctio économique.

Parmi ces points, retenons ceux dont les coordonnées sont : (0, 20), (2, 19), (4, 18) ; (6, 17) ; (7, 16) ; (8, 15) ; les autres points pouvant être facilement écartés.

Les valeurs de la fonction économique en ces points sont : f(0, 20) = 300

f(2, 19) = 305

f(4, 18) = 310

f(6, 17) = 315

f(7, 16) = 310

f(8, 15) = 305

L'industriel devra donc produire 6 supports du type A et 17 supports du type B pour réaliser ainsi un profit de 315 F par jour.

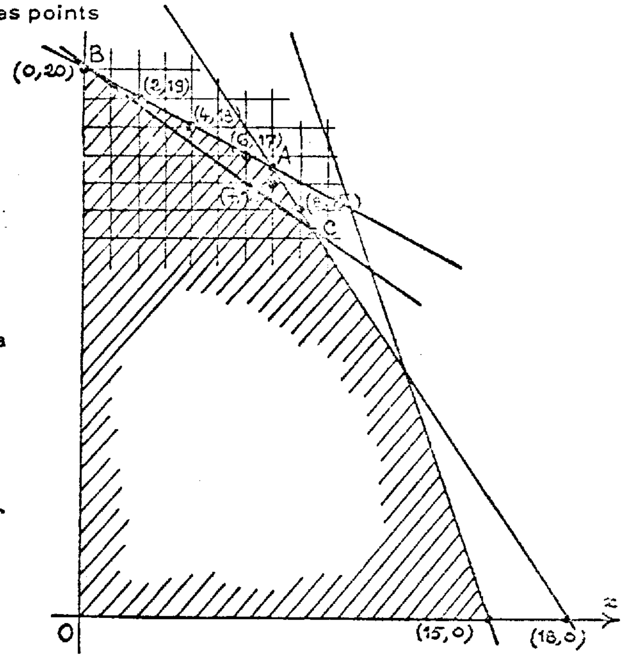


Fig. 4

REMARQUE :

La méthode graphique permet d'obtenir, dans tous les cas traités, un point se trouvant être l'un des sommets du polygone ensemble de vérité, d'où l'idée intuitive d'un résultat qui parait fort intéressant : le maximum (respectivement le minimum) de la fonction économique serait donc atteint en un sommet de l'ensemble de vérité ?

V - THEOREMES - RESOLUTION NUMERIQUE

★ THEOREME 1

L'ensemble des solutions possibles d'un problème de programmation linéaire, s'il n'est pas vide, est un ensemble convexe.

Démontrons ce théorème dans le cas d'un problème de programmation linéaire à deux variables :

Un ensemble C de couples de R^2 est dit convexe si quelsque soient les éléments (x, y) et (x', y') de C et quels que soient les réels positifs λ et λ' tels que $\lambda + \lambda' = 1$, alors $\lambda(x, y) + \lambda'(x', y')$ appartient à C.

L'élément $\lambda(x, y) + \lambda'(x', y') = (\lambda x + \lambda' x', \lambda y + \lambda' y')$ est une combinaison convexe des couples (x, y) et (x', y').

Supposons que le système des contraintes du problème soit formé des n relations :

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y \leq c_1 \\ a_2 x + b_2 y \leq c_2 \\ \dots\dots\dots\dots \\ a_n x + b_n y \leq c_n \end{cases}$$

Si les couples (x, y) et (x', y') vérifient ces n contraint[e]s et si λ et λ' sont deux réels positifs vérifiant $\lambda + \lambda' = 1$,

alors $\begin{cases} \lambda (a_1 x + b_1 y) \leq \lambda c_1 \\ \lambda (a_2 x + b_2 y) \leq \lambda c_2 \\ \dots\dots\dots\dots \\ \lambda (a_n x + b_n y) \leq \lambda c_n \end{cases}$ et $\begin{cases} \lambda' (a_1 x' + b_1 y') \leq \lambda' c_1 \\ \lambda' (a_2 x' + b_2 y') \leq \lambda' c_2 \\ \dots\dots\dots\dots \\ \lambda' (a_n x' + b_n y') \leq \lambda' c_n \end{cases}$

Pour tout indice i, tel que $i = 1, 2, \ldots, n$, nous obtenons : $\lambda (a_i x + b_i y) + \lambda' (a_i x' + b_i y') \leq \lambda c_i + \lambda' c_i$

soit $a_i(\lambda x + \lambda' x') + b_i(\lambda y + \lambda' y') \leq c_i$.

Le couple $(\lambda x + \lambda' x', \lambda y + \lambda' y')$ vérifie donc les n contraintes et $\lambda(x, y) + \lambda'(x', y')$ est donc une solution possible du problème.

REMARQUE :

Dans le cas des problèmes de programmation linéaire à deux variables, l'ensemble de vérité est donc en général, limité par un polygone convexe.

On peut présenter, à titre d'exemple, une situation pour laquelle l'ensemble de vérité est un ensemble convexe non limité dans certaines directions (voir [2]).

★ THEOREME 2

Les valeurs maximales et minimales de la fonction économique sont atteintes en des points extrêmes de l'ensemble convexe des solutions possibles.

Un élément d'un ensemble convexe est dit point extrême s'il ne peut pas être exprimé comme une combinaison convexe de deux éléments de l'ensemble.

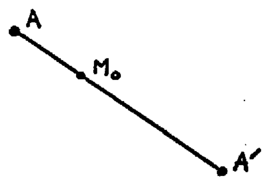
Les points extrêmes d'un polygone ensemble de vérité sont donc les sommets du polygone.

Démontrons, tout d'abord, que :

les valeurs de la fonction économique le long de tout segment de l'ensemble de vérité sont comprises entre les valeurs de la fonction prises aux deux extrémités :

Définissons la fonction économique f par

$f(x, y) = c_1 x + c_2 y$.



Considérons les points A et A' de coordonnées respectives (x, y) et (x', y').

Soit M_o un point du segment fermé $[AA']$, de coordonnées (x_o, y_o).

Alors (x_o, y_o) est une combinaison convexe des couples (x, y) et (x', y') ; en effet il existe deux réels positifs λ et λ' vérifiant $\lambda + \lambda' = 1$ tels que

$$(x_o, y_o) = \lambda(x, y) + \lambda'(x', y')$$

donc $$f(x_o, y_o) = f[\lambda(x, y) + \lambda'(x', y')]$$

Or f est une application linéaire, donc

$$f(x_o, y_o) = \lambda f(x, y) + \lambda' f(x', y').$$

Posons, par exemple, $f(x, y) \leq f(x', y')$.

Alors $$(\lambda + \lambda') f(x, y) \leq f(x_o, y_o) \leq (\lambda + \lambda') f(x', y')$$

d'où $$f(x, y) \leq f(x_o, y_o) \leq f(x', y')$$

La valeur de la fonction économique en M_o est donc comprise entre les valeurs de la fonction en A et A'.

Cette méthode peut se généraliser à des combinaisons convexes d'un nombre fini de points pour démontrer le théorème 2 (voir [1]) ; mais il est préférable, pour des élèves de 2nde par exemple, de présenter une démonstration plus accessible à ce niveau de classe. La démonstration présentée ici est extraite de [2] :

Prenons un cas de figure correspondant à un problème de programmation linéaire à deux variables soumises à un système de 5 contraintes et pour lequel l'ensemble de vérité a un nombre fini de points extrêmes.

Soit P un sommet où la fonction économique prend une valeur supérieure ou égale à celles qu'elle a en tout autre sommet et soit Q un sommet où la fonction économique prend une valeur inférieure ou égale à celles qu'elle a en tout autre sommet.

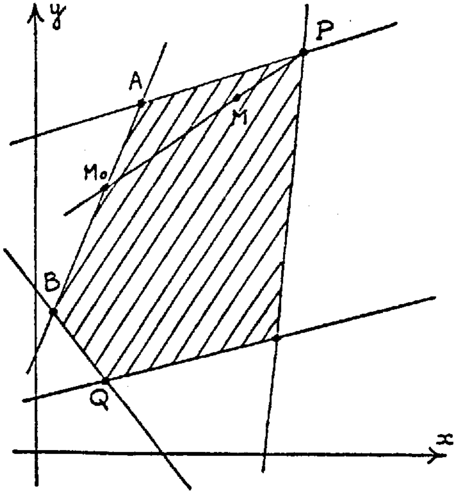


Fig. 5

- Soit M un point quelconque de l'ensemble de vérité, non situé sur la frontière.
  La droite PM recoupe le polygone-frontière en un point M_o du côté AB.

  La valeur de la fonction économique en M_o est comprise entre ses valeurs en A et B (d'après le résultat précédent) qui sont comprises elles-mêmes entre les valeurs de la fonction en P et Q (par hypothèse).

  La valeur de la fonction en M étant comprise entre ses valeurs en P et M_o est donc comprise elle aussi entre les valeurs de la fonction en P et Q.

- Si le point M est sur la frontière de l'ensemble de vérité, un raisonnement analogue nous conduirait au même résultat.

REMARQUE :

Pour une situation donnée, le maximum (ou minimum) de la fonction économique est atteint, en général, en un sommet du polygone comme on a pu le constater sur les exemples précédents.

On peut, là aussi, présenter une situation pour laquelle le maximum (ou minimum) de la fonction économique est atteint par exemple en deux sommets consécutifs du polygone. On vérifie alors qu'il est atteint en tout point du segment joignant ces deux points.

★ RESOLUTION NUMERIQUE

Les élèves des classes de 3ème et de 2nde ayant traité plusieurs problèmes de programmation linéaire à deux variables par les méthodes de résolution précédentes et ayant l'idée intuitive de ces deux théorèmes importants les admettent volontiers.

Une fois ces théorèmes démontrés – ou admis – la méthode de résolution numérique de ces problèmes est la suivante :

L'ensemble de vérité ayant été construit afin de servir de support aux calculs qui suivent, il s'agit simplement de déterminer les coordonnées des sommets du polygone frontière puis de calculer, en chacun de ces points, la valeur de la fonction économique pour déterminer son extremum.

Appliquons cette méthode au problème suivant :

Exemple 3 : (problème de transport)

Une société dispose de 16 tonnes d'un produit, dont 10 tonnes sont stockées dans un magasin M_1, et 6 tonnes dans un magasin M_2. La totalité de ce produit doit être répartie entre trois entrepôts. E_1, E_2, E_3, qui doivent recevoir, respectivement, 5, 7 et 4 tonnes de ce produit. Le coût, par tonne, du transport des 2 magasins aux 3 entrepôts, est donné par le tableau suivant :

$\nearrow$	E_1	E_2	E_3
M_1	35 F	25 F	40 F
M_2	10 F	15 F	20 F

Déterminer les tonnages qui doivent être envoyés par chaque magasin à chacun des entrepôts, dans le but de minimis les frais de transport. Donner le montant minimal de ces frais.

Le choix des variables peut être fait selon le tableau ci-dessous représentant les tonnages transportés :

$\nearrow$	E_1	E_2	E_3
M_1	x	y	$10 - x - y$
M_2	$5 - x$	$7 - y$	$6 - (5-x) - (7-y) = x +$

Les contraintes sont alors les suivantes :

$$\begin{cases} x \geq 0 & \text{et} & y \geq 0 \\ 5 - x \geq 0 & \text{et} & 7 - y \geq 0 \\ 10 - x - y \geq 0 & \text{et} & x + y - 6 \geq 0 \end{cases}$$

La fonction (non linéaire) exprimant le coût du transpor est donnée par :

$$f(x, y) = 35x + 25y + 40(10-x-y) + 10(5-x) + 15(7-y) + 20(x+y-6)$$

$$= 5x - 10y + 435$$

Il faut minimiser cette fonction, ce qui revient à minimiser la <u>fonction économique</u> g définie par :

$$g(x,y) = 5x - 10y .$$

L'ensemble de vérité est représenté en fig. 6.

Les sommets du polygone convexe sont les cinq points de coordonnées :

(0, 6) ; (0, 7) ; (3, 7) ; (5, 5) et (5, 1).

Les valeurs de la fonction en ces points sont :

$f(0,6) = 375$

$f(0,7) = 365$

$f(3,7) = 380$

$f(5,5) = 400$

$f(5,1) = 450$

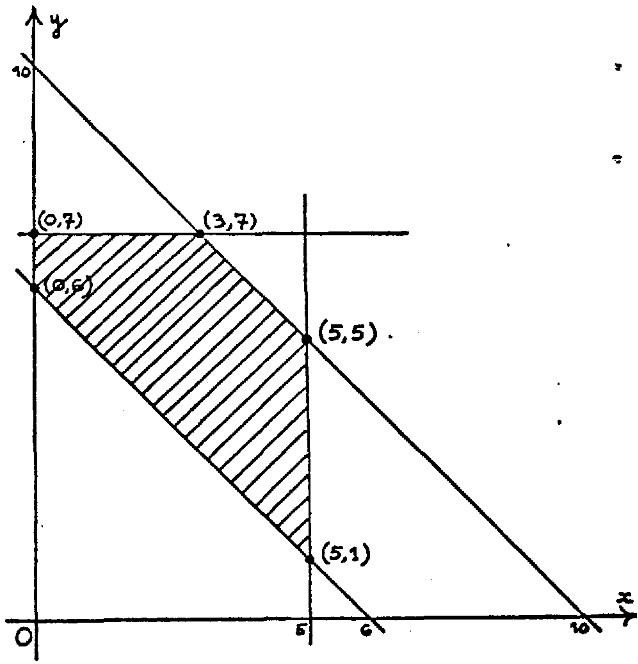


Fig. 6

Le montant minimal des frais de transport est donc 365 F. Il est obtenu pour la répartition suivante des tonnages :

	E_1	E_2	E_3
M_1	0	7	3
M_2	5	0	1

VI - VERS UNE AUTOMATISATION DES CALCULS

Après avoir suivi la progression proposée dans cet article, l'utilisation d'une calculatrice de poche pour le calcul des valeurs de la fonction économique en chacun des sommets du polygone est un premier pas vers une automatisation de la résolution des problèmes de programmation linéaire.

Arrivés à ce stade, les élèves disposant d'un calculateur programmable peuvent l'utiliser pour rechercher d'abord les coordonnées des sommets de l'ensemble de vérité en résolvant des systèmes de deux équations à deux inconnues, peuvent ensuite tester la compatibilité de leurs solutions avec le système des contraintes, puis calculer les valeurs de la fonction économique en ces points pour déterminer finalement l'optimum.

L'écriture du programme de résolution, même pour un problème à deux variables nécessite néanmoins du temps !

Quant au lecteur de cet article, stagiaire en informatique à l'IREM ou futur stagiaire, ces quelques lignes lui permettront peut-être, si ce n'est déjà fait, de s'intéresser à l'automatisation de la résolution des problèmes de programmation linéaire généraux, les ouvrages cités en bibliographie et plus particulièrement [1] (méthode du simplexe) l'y aideront.

On trouvera, dans ces ouvrages, de nombreux énoncés de problèmes de programmation linéaire à deux variables susceptibles d'être traités par des élèves de 3ème et de 2nde, certains d'entre eux nécessitant quelques adaptations quant aux données numériques ou économiques.

BIBLIOGRAPHIE

[1] - J. ACHER, Algèbre linéaire et programmation linéaire
Collection Sigma, DUNOD

[2] - R. CARMONA, G. THOMAS, Quelques problèmes de recherche opérationnelle, IREM Marseille 1973

[3] - J. KEMENY, J. SNELL, G. THOMSON, Algèbre moderne et activités humaines, DUNOD

[4] - M. RICHARDSON, Eléments de mathématiques modernes, Collection Sigma, DUNOD.

A PROPOS
DES NOUVEAUX PROGRAMMES DE
SCIENCES PHYSIQUES
DES CLASSES DE SECONDE

* *
*

PREMIERES REFLEXIONS DE Joseph CHATROUX
groupe Math-Physique de Marseille

Les nouveaux programmes de Sciences Physiques des classes de seconde dans les lycées et lycées techniques (secondes A, C, T_1, T_2, T_3, T_4) viennent de paraître dans le B.O. N° 16 du 20.4.78.

Ces nouveaux programmes entreront en application à la rentrée 1978.

A titre d'exemple, nous publions ci-dessous le programme de la classe de seconde C :

Horaire hebdomadaire : 4 heures (cours : 2 h., T.P. : 2 h.) . La répartition de l'horaire total (cours et T.P.) sera de l'ordre de : 60 % pour la physique (30 % pour la mécanique, 30 % pour l'électrocinétique et électronique expérimentales), 40 % pour la chimie.

I - PHYSIQUE

A - MECANIQUE

Les objectifs du programme sont les suivants :

- reprendre, pour les affiner et les compléter, les notions de masse et de force déjà rencontrées dans l'enseignement dispensé dans le premier cycle, en s'appuyant sur des expériences simples de dynamique et de statique du solide ;

- dégager la notion de quantité de mouvement, et vérifier sa conservation dans certains cas ;
- appliquer, en les précisant, à des exemples simples de statique, les notions de force et de moment d'une force par rapport à un axe.

L'ordre des rubriques du programme n'est nullement impératif et les indications données dans les commentaires ne sont destinées qu'à en préciser l'esprit. Le professeur reste, évidemment, libre de concevoir et d'adopter pour son enseignement la progression qu'il juge la meilleure. Mais, quelle que soit la progression adoptée, il reste essentiel de rechercher un bon équilibre entre les quatre parties du programme de mécanique et de consacrer un temps suffisant à chacune d'elles. Le professeur aura présent à l'esprit que c'est dans la partie 4. 3 (exemples d'équilibre d'un corps solide) qu'il trouvera le plus facilement matière à faire manipuler individuellement les élèves et à concrétiser le concept de force.

1 - Le mouvement.

1. 1 - Le mouvement, son caractère relatif.

1. 2 - le vecteur vitesse d'un point mobile.

2 - Le centre d'inertie et la masse.

2. 1 - Mise en évidence expérimentale du centre d'inertie d'un corps solide.

2. 2 - Comparaison des masses de deux solides ; mesure des masses.

3 - La quantité de mouvement.

3. 1 - Le vecteur quantité de mouvement d'un solide, d'un système de deux solides.

3. 2 - Sa conservation pour un système isolé de deux solides

4 - La force : aspects dynamique et statique.

4. 1 - Exemples de non conservation de la quantité de mouvement. Action mécanique d'un système sur un autre, interactions.

4. 2 - Exemples de forces : forces à distance, forces de contact (frottements compris). Cas particulier du poids ; action d'un fil tendu sur un solide. Relation entre force appliquée et allongement d'un ressort.

4.3 - Exemples d'équilibre d'un solide : sous l'action de deux forces ; sous l'action de trois forces non parallèles. Equilibre d'un solide pouvant tourner autour d'un axe fixe. Moment d'une force par rapport à un axe (seulement quand elle est orthogonale à l'axe).

B - ELECTROCINETIQUE ET ELECTRONIQUE EXPERIMENTALES

Ce programme comporte une étude phénoménologique du courant électrique et des propriétés de quelques dipôles. Cette étude doit être faite principalement lors de séances de travaux pratiques au cours desquelles les élèves devront se familiariser avec les appareils de mesures électriques, les ordres de grandeur des intensités et tensions, les propriétés des circuits, la construction et l'interprétation des graphiques traduisant ces propriétés, sans exclure la formulation mathématique de cas simples. Il est essentiel que cette étude se concrétise par la réalisation et l'analyse d'un dispositif pratique.

1 - Intensité et tension.

1.1 - Extraction d'électrons de la matière par effet Thermoélectronique : visualisation d'un faisceau d'électrons.

1.2 - Courant électrique : circulation des porteurs de charge ; sens conventionnel du courant. Mesure de l'intensité du courant. Utilisation de l'ampèremètre.

1.3 - Tension entre deux points d'un circuit ; sa mesure à l'oscillographe. Utilisation du voltmètre.

1.4 - Existence de courants et de tensions alternatifs.

2 - Dipôles.

2.1 - Etude expérimentale des caractéristiques intensité-tension de quelques dipôles : conducteur ohmique, varistance, diodes, pile, accumulateur.

2.2 - Exploitation des caractéristiques. Cas particuliers : résistance et conductance d'un conducteur ohmique ; résistance et tension à vide d'un générateur.

2.3 - Branchement d'un dipôle sur une pile ou un accumulateur. Recherche du point de fonctionnement. Exemples simples d'association de deux dipôles.

3 - Un montage électronique.

3.1 - Réalisation d'un montage électronique simple.

3.2 - Différentes fonctions dans une chaîne électronique.

II - CHIMIE

La chimie est une science expérimentale et sera enseignée comme telle. L'observation des faits expérimentaux ainsi que leur description complète et précise devront, par conséquent, précéder l'interprétation de ces faits, sauf impossibilité absolue.

Que l'enseignement de la chimie soit expérimental n'implique pas qu'il faille se borner à des exposés descriptifs ou fragmentaires ; il faudra bien au contraire, s'élever aux idées générales dès qu'on pourra le faire utilement de manière à dégager l'explication des faits observés et à réduire, autant que possible l'effort de mémoire.

La concision du programme écarte toute idée de progression imposée ou même suggérée, de manière à respecter la liberté pédagogique de chaque professeur.

1 - Réactions chimiques et structure de la matière.

1.1 - Interprétation structurale des transformations de la matière : atomes, molécules, ions. Classification périodique des éléments. Mélanges et corps purs.

1.2 - Mole, nombre d'Avogadro, volume molaire, équation-bilan d'une réaction chimique.

1.3 - Compressibilité et dilatation des gaz : relation $PV = n RT$.

2 - Les ions et les solutions aqueuses ioniques.

2.1 - Electrolyse du chlorure de sodium fondu ; électrolyse de la solution aqueuse. Les ions dans le corps pur et dans la solution aqueuse : rôle du solvant.

2.2 - Solutions acides, solutions basiques :

- l'acide chlorhydrique ; l'ion H_3O^+ ; définition et mesure du pH ;
- la solution de soude ;
- pH de liquides d'intérêt chimique ou biologique ;
- réaction entre l'acide chlorhydrique et la soude en solution.

2.3 - Exemples d'ions mono-atomiques et poly-atomiques ; tests d'identification.

Ces nouveaux programmes sont connus, avec les commentaire qui les accompagnent, depuis l'automne dernier, puisque la Commission de l'Enseignement Général et Technique les a acceptés tels quels.

Ils ont, cependant, derrière eux une déjà longue histoire. En Mai 1971, le Ministre de l'Education Nationale installe une "Commission d'étude pour l'enseignement de la physique-chimie-technologie", qui deviendra la Commission Lagarrigue, à la mort de son président. Elle est chargé d'étudier comment cet enseignement pourrait être conduit, en dehors de toute idée de programme et d'horaire.

A partir de 1972, des classes sont choisies pour mettre en application les idées émises en Commission. Des programmes et des horaires sont alors établis pour ces classes expérimentales. Au cours des années, ces programmes sont précisés, souvent modifiés. On en arrive, ainsi, aux Programmes Officiels qui viennent d'être publiés.

Entre temps, la réforme Haby a introduit l'enseignement des Sciences Physiques en 6e. Il faut remarquer, à ce propos, que les programmes 1978 de seconde interviennent dans le cadre des horaires actuels. Il faut s'attendre à une modification de ceux-ci, lorsque les élèves, entrés en 6e en 1977, arriveront, en 1981, en seconde.

Quelles sont les différences entre les nouveaux programmes et les anciens ? On peut dire que ces différences portent, à la fois, sur le contenu et sur l'esprit dans lequel ils ont été conçus.

Le contenu ? En gros, il faut constater la disparition de la notion d'énergie et de la statique des fluides et l'apparition de l'électronique, ou plutôt de l'électricité des courants faibles, et de la dynamique expérimentale (expérimentation sur tables et bancs à coussin d'air). En chimie, la disparition des monographies, amorcée dans les programmes précédents, devient totale ; on y retrouve, pour les besoins de la cause, l'étude du gaz parfait et la formule correspondante.

L'esprit ? Il n'avait guère changé depuis le début du siècle ou Fabry avait basé l'enseignement sur l'énergétique. Il s'agissait par les méthodes inductives, chères à l'expérimentateur, d'arriver à un résultat dont on admet, ensuite, le caractère plus général : moment fort de l'enseignement (définition, puis lois et théorèmes...).

Il semble que l'esprit nouveau soit, en seconde, et peut-être même en 1ère, de privilégier l'expérience par rapport aux résultats obtenus par généralisation. Celle-ci est, évidemment, à ce niveau, peu crédible, eu égard à la psychologie d'un adolescent de 15 ans et au niveau expérimental qualitatif et quantitatif qu'on peut atteindre. Il s'agira donc, essentiellement d'une <u>étude phénoménologique</u>, menée par des <u>méthodes graphiques.</u>

Citons quelques exemples qui peuvent avoir quelque intérêt pour le professeur de mathématique.

1er EXEMPLE EN MECANIQUE

L'emploi de la table à coussin d'air montre qu'un solide (dont on ne donnera pas de définition, mais plutôt une idée de ce que cela peut être... ou ne pas être) a un point particulier, appelé centre d'inertie dont le mouvement est uniforme et rectiligne dès que le solide est abandonné sur une table horizontale. L'étude du choc entre deux solides fait apparaître la notion vectorielle de quantité de mouvement et sa conservation au cours du choc.

2ème EXEMPLE PRIS EN MECANIQUE

On retrouve dans ce programme, l'étude de l'équilibre telle que les programmes de 1967 l'avaient recommandée, avec la disparition des compositions de forces concourantes et parallèles. En revanche, l'étude expérimentale de l'équilibre d'un corps, soumis à trois forces non parallèles, conduit à une expression de la forme $\sum \vec{F} = \vec{0}$, exploitable, pratiquement, de deux manières :

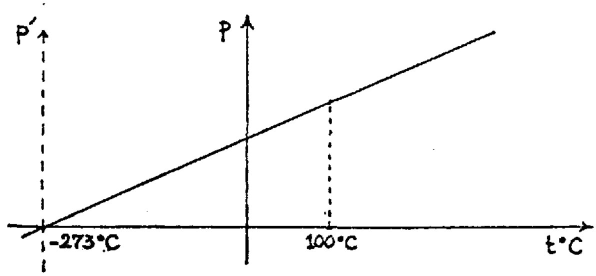
- soit à l'aide d'un contour polygonal fermé, susceptible de méthode calculatoire (triangle rectangle, isocèle...) ou de méthode graphique (construction à une échelle déterminée et utilisation de la règle graduée et du rapporteur) ;

- soit à l'aide des coordonnées des vecteurs représentatifs des forces. L'essentiel est, dans cet exemple, de bien montrer qu'un vecteur n'est que représentant d'une action mécanique (expression moins chargée de dynamite que le mot force et surtout mieux compris des élèves) et que la méthode à utiliser dépend du contexte dans lequel on se trouve ; en définitive, c'est l'étude physique de ce contexte qui est prioritaire.

3ème EXEMPLE PRIS EN CHIMIE

L'étude de réactions chimiques fait intervenir pression, volume, température et quantité de matière. C'est à ce propos que sera faite l'étude, rapide, des gaz, ou plutôt d'un modèle commode : le gaz parfait. On est ainsi conduit à tracer la courbe représentative, par exemple, de la fonction f qui à la température t fait correspondre la pression p.

La "droite" obtenue montre que cette fonction f est une fonction affine. Deux raisons poussent à effectuer une translation de l'axe p :



1 - La plus grande facilité d'utilisation d'une fonction linéaire qui conduit à des proportions.

2 - La non-justification physique d'une pression négative.

Ce changement d'axe p , revient à choisir un nouveau zéro de l'échelle des températures et comme il n'y a, du moins pour l'instant, aucune raison de changer la "distance des barreaux de l'échelle", la nouvelle température, dite absolue ou Kelvin, sera telle que $T(K) = t(°C) + 273$.

4ème EXEMPLE EN ELECTRONIQUE

Une grande partie du temps consacré à l'électricité comportera l'étude des fonctions telles que $u = f(i)$ ou $i = g(u)$, concernant le couple (u, i) de la mesure algébrique de la tension aux bornes d'un dipôle (résistance, linéaire ou non, générateur, diode...) et la valeur algébrique de l'intensité qui le traverse.

Cette étude est uniquement graphique, sauf dans les cas simples où les fonctions f et g peuvent être exprimées ($u = Ri$, $u = u_0 + Ri$). La partie calculatoire (appliquons la formule !...) est donc extrêmement réduite. Tout reposera sur le soin avec lequel les mesures seront faites et les courbes tracées. C'est là, le début d'un travail que l'ingénieur connait bien et qui consiste en l'utilisation d'abaques. Or aujourd'hui, les collections d'abaques se trouvent en mémoire, sous forme des couples (u, i) par exemple, dans un ordinateur.

Ces quelques exemples montrent que, sur le plan de la collaboration math-physique, il n'y a rien de bien nouveau. Les mêmes problèmes, rencontrés jusqu'ici, continueront de se poser, sinon pour les professeurs (merci l'IREM !), du moins pour les élèves. Je crois, cependant, que l'utilisation fréquente de méthodes graphiques exigera un soin particulier dans l'enseignement, dans le premier cycle, des tracés de courbes, changement d'axes, passage de la représentation d'une fonction à celle de son inverse, etc.

Pour le reste, les professeurs de physique finiront bien par assimiler le langage mathématique de leurs élèves ; les jeunes collègues, qui arrivent, l'ont déjà appris au lycée.

Les 7, 8 et 9 septembre 1978 se tiendra, à STRASBOURG

LE COLLOQUE INTERNATIONAL consacré à

L'ASTRONOMIE

dans

L'ENSEIGNEMENT ET LA CULTURE

organisé par l'U.E.R. OBSERVATOIRE ASTRONOMIQUE (Université Louis Pasteur - STRASBOURG).

Au programme de ce Colloque International,

des conférences,

des communications sur les thèmes suivants :

"L'Astronomie dans l'Enseignement primaire et dans le 1er cycle de l'Enseignement secondaire".

"Culture populaire. Sociétés Astronomiques et Clubs scientifiques".

"L'Astronomie dans l'Enseignement secondaire ; la formation des professeurs".

Adresse pour toute correspondance :

M. A. FLORSCH, Observatoire Astronomique
11, rue de l'Université 67 000 STRASBOURG

Tél. (88) 35 43 00

I. R. E. M.
Institut de recherche
sur l'enseignement des mathématiques

70, route Léon Lachamp
13288 MARSEILLE cedex 2

tél. 41. 39. 40. - 41. 01. 40.