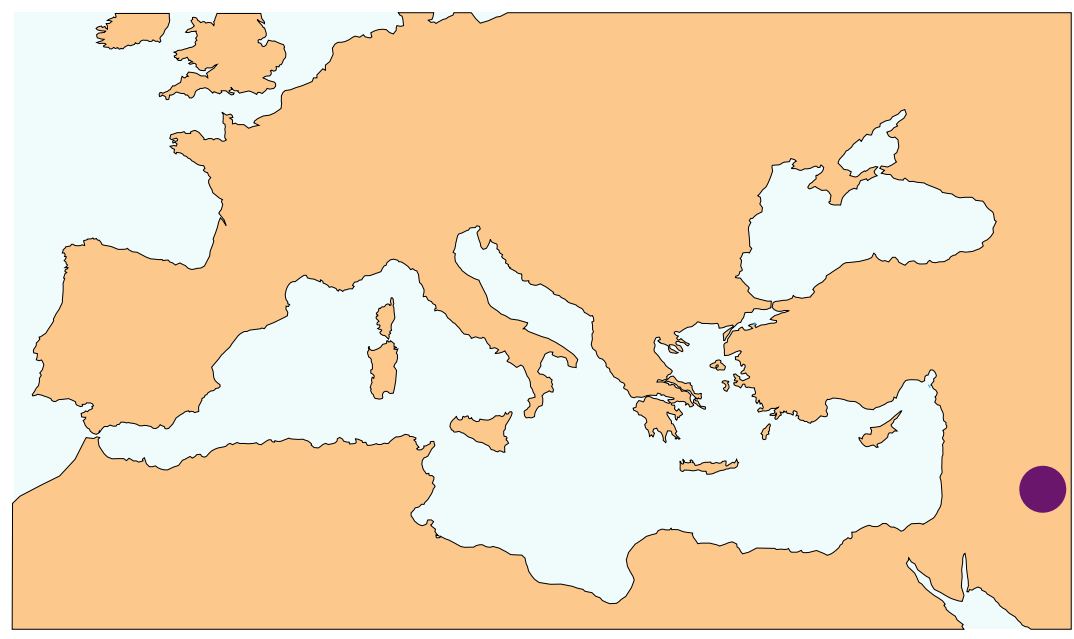




UNE TABLETTE BABYLONIENNE

MESURER

IM55357

cm 1 2 3 4 5 6 7 8 9



Original Musée de Bagdad

Cette tablette d'argile a été trouvée lors des fouilles de Shaduppum (site sumérien dans la banlieue Sud de Bagdad, aujourd'hui Tell Harmal) en 1945. Elle date de la Première Dynastie de Babylone (1800 av. J-C) et en fait l'un des plus anciens textes de problèmes mathématiques babyloniens. Elle a été conservée au Musée Iraquien de Bagdad et référencée IM55357. Elle y était encore en 2001, origine de la photo. Mais, malheureusement, il n'est pas possible à l'heure actuelle de savoir si elle a disparu dans le pillage du Musée en avril 2003 ou si elle fait partie des 6000 pièces qui ont pu être retrouvées.

Il s'agit d'une tablette cataloguée "texte de problème" par les assyriologues. En langage moderne c'est un **exercice avec correction**. En haut on a une figure d'un triangle rectangle, orienté avec l'angle droit dans le coin supérieur gauche. La hauteur issue de l'angle droit est tracée ainsi que 2 hauteurs dans les triangles rectangles formés. On a des indications numériques sur les segments et dans les triangles.

Indications numériques cunéiformes

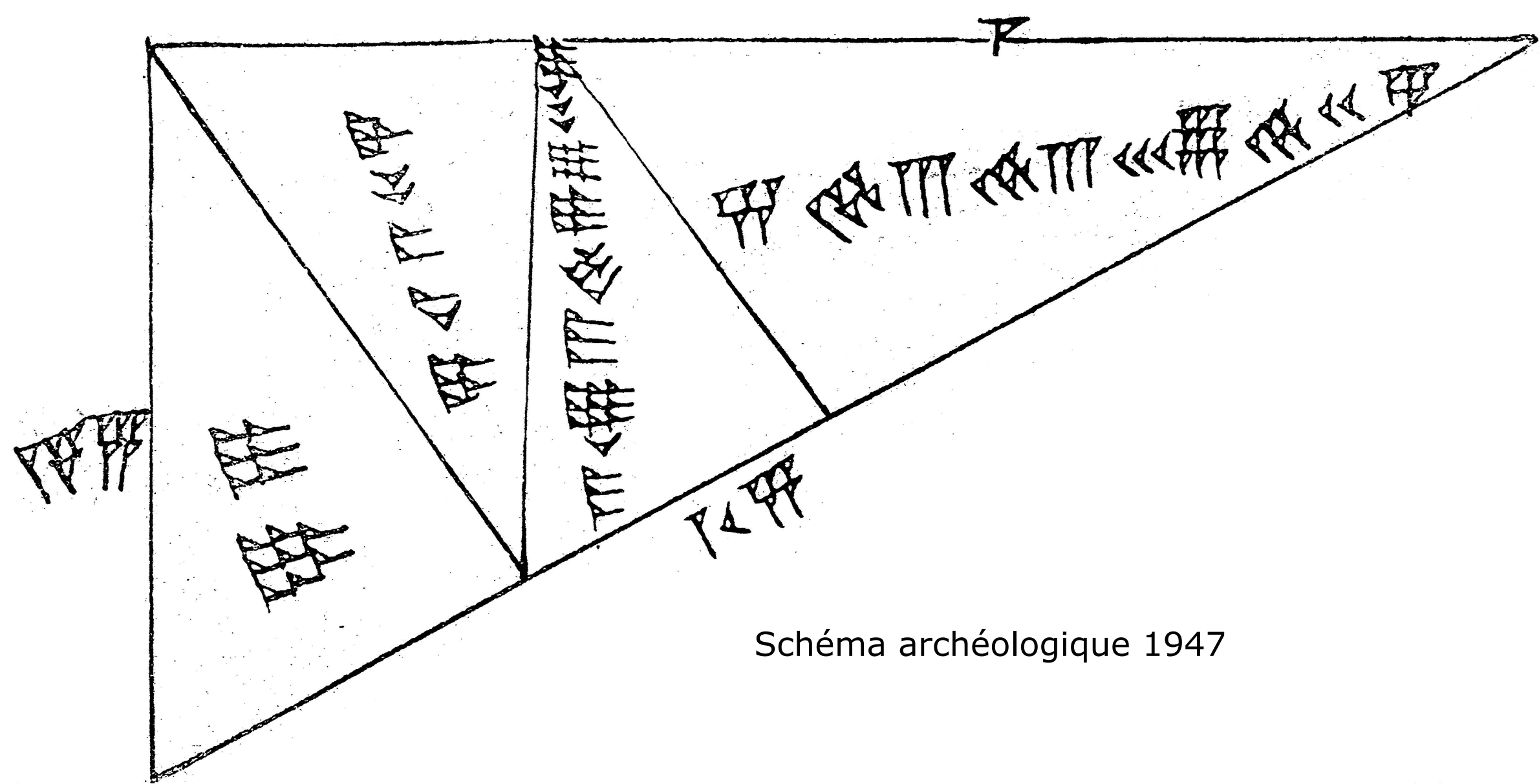
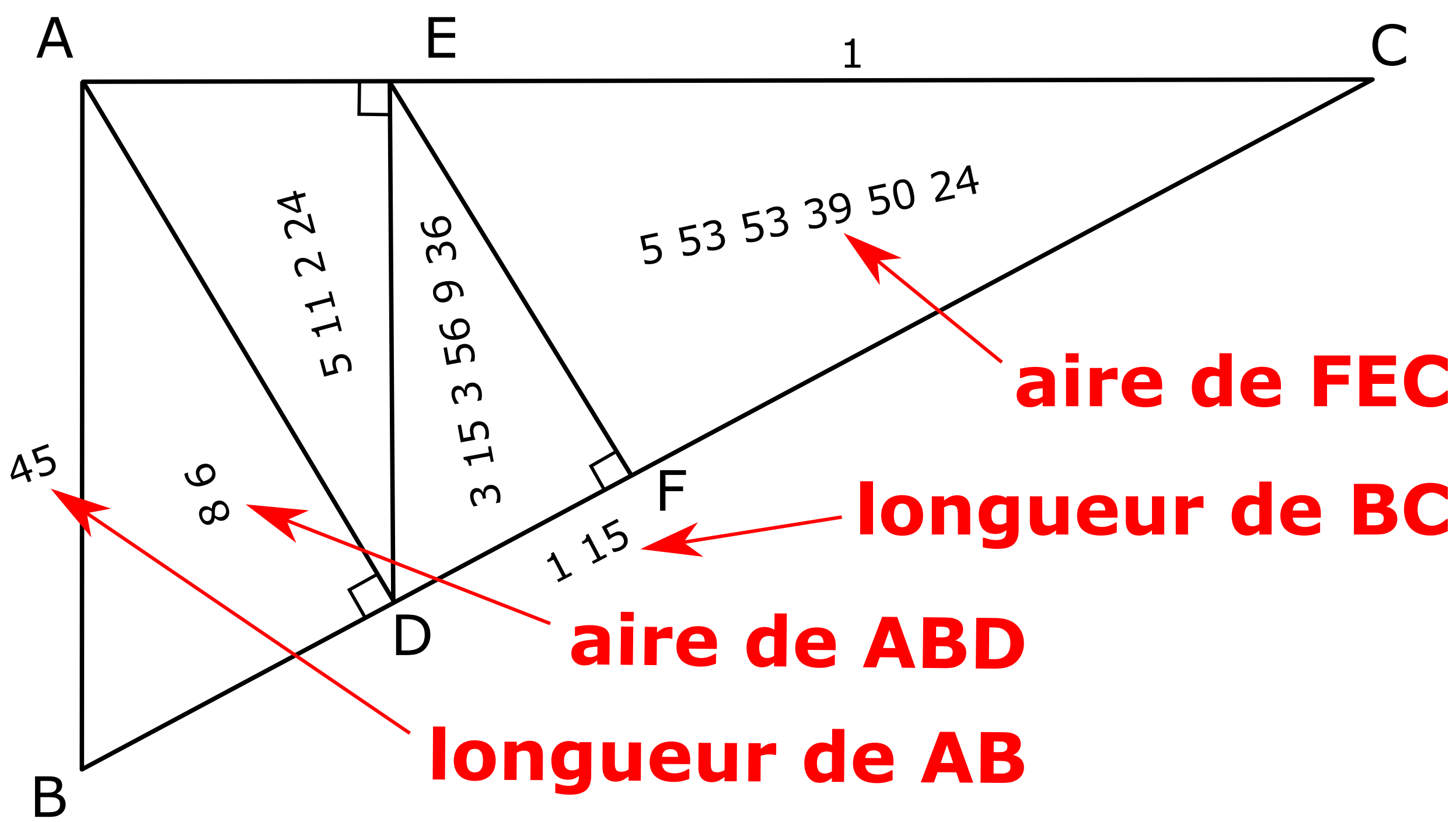


Schéma archéologique 1947

Les données : valeurs sexagésimales



Quel est le problème posé ?

On cherche à calculer BD, AD, AE, ED

La solution utilise deux propriétés que connaissaient les babyloniens

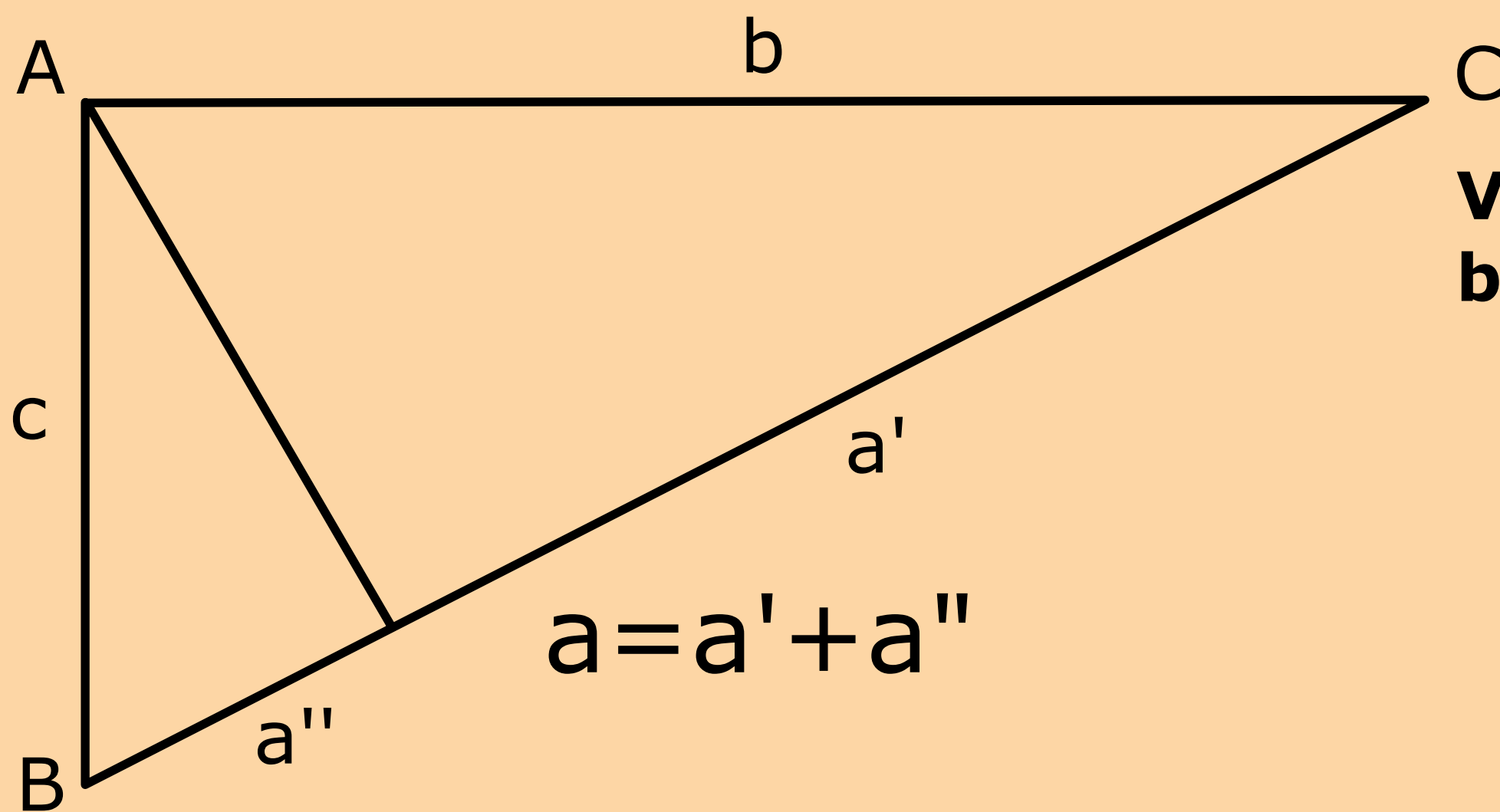
Les rapports des cotés des triangles semblables

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AC}{BC} \text{ permet de calculer AD}$$

L'aire d'un triangle rectangle

$$\text{aire}(ABD) = \frac{AD \times BD}{2} \text{ permet de calculer BD}$$

Théorème de Pythagore



On ne sait pas si les babyloniens l'avaient démontré

Voici l'une des démonstrations actuelles basée sur le même principe :

$$\begin{aligned} a'/b &= b/a & axa' &= b^2 \\ a''/c &= c/a & axa'' &= c^2 \\ \mathbf{a^2} &= \mathbf{b^2 + c^2} \end{aligned}$$

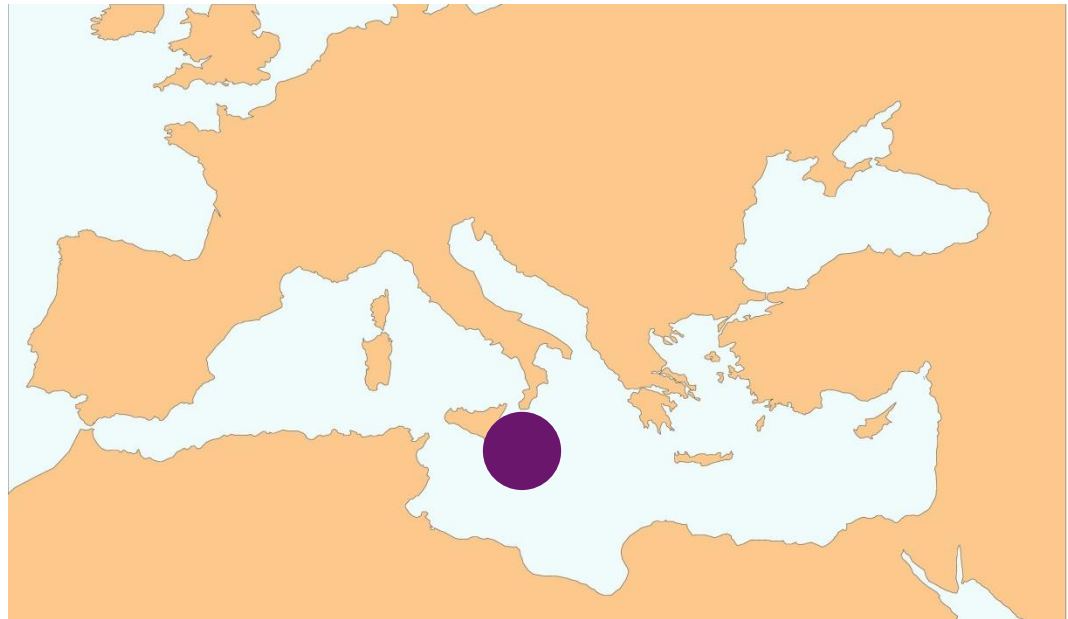
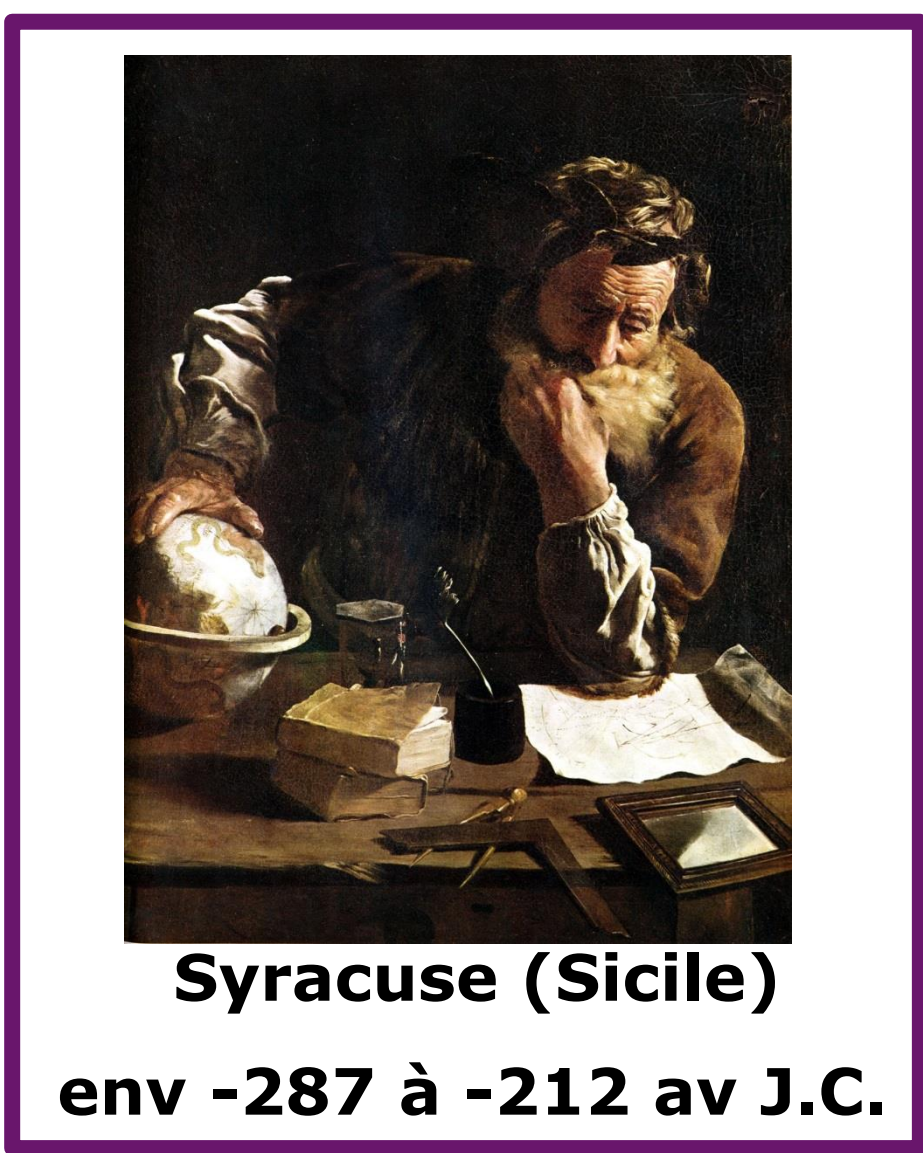
Pour en savoir plus



MESURER

AUX ORIGINES DU CALCUL INTÉGRAL

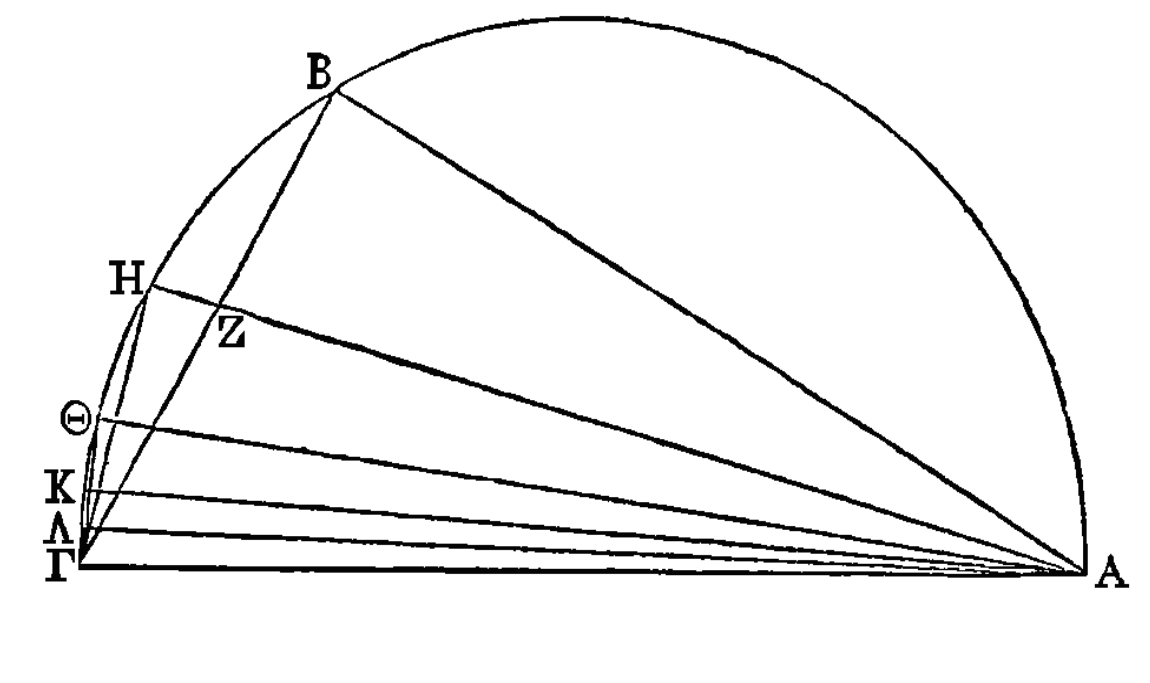
ARCHIMÈDE



GÉNÉRALEMENT CONSIDÉRÉ, AVEC EUCLIDE, COMME LE PLUS GRAND MATHÉMATICIEN DE L'ANTIQUITÉ, SES MÉTHODES PRÉFIGURENT CELLES DU CALCUL INTÉGRAL QUE NEWTON ET LEIBNIZ DÉVELOPPERONT AU XVII^È SIÈCLE ET QUI ONT PERMIS D'ÉNORMES AVANCÉES DANS LES MATHÉMATIQUES ET LEURS APPLICATIONS.

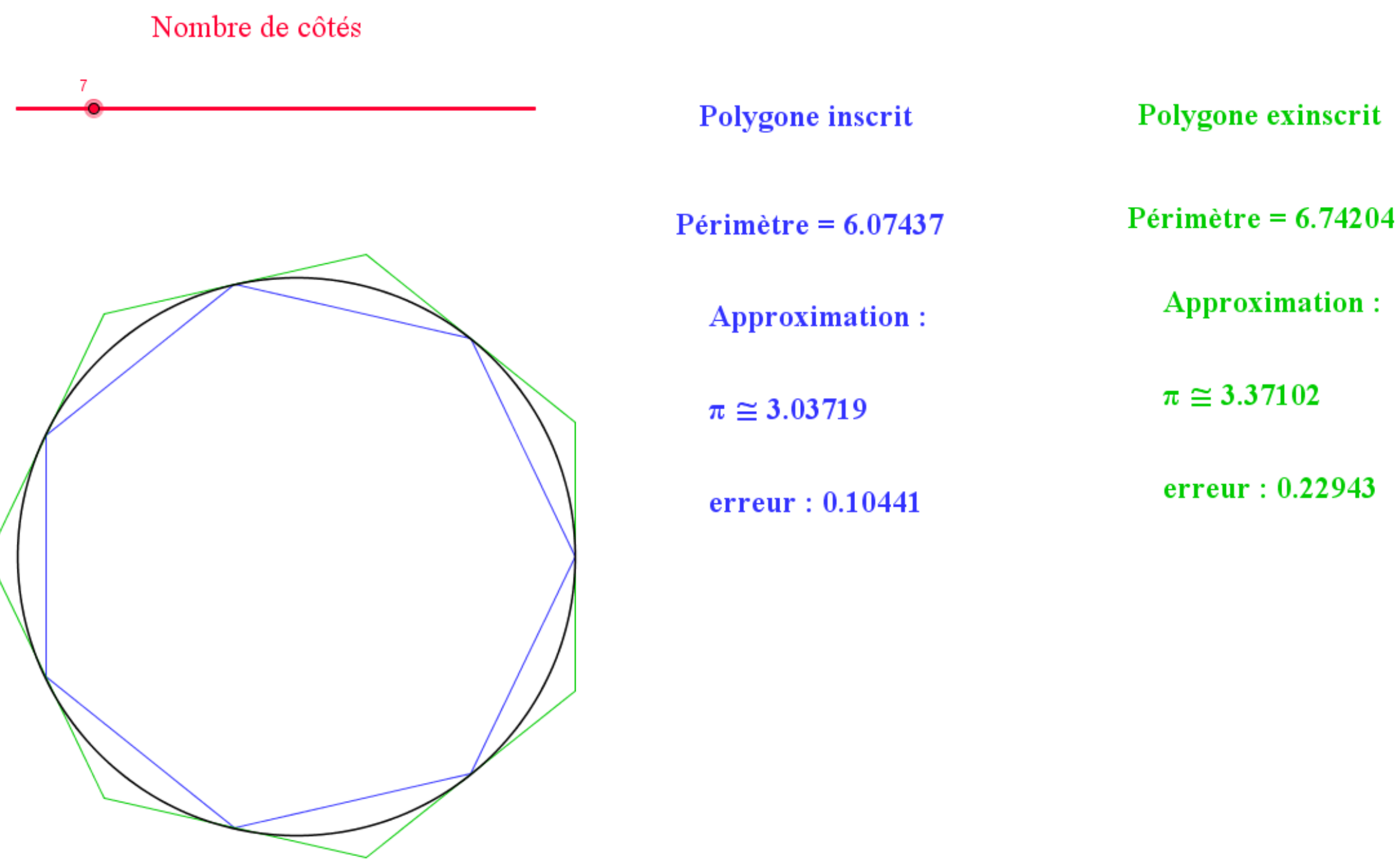
MESURE DE π

Proposition III du traité
« De la mesure du cercle » :



Archimède invente, vers 250 avant J.C. , la méthode suivante pour calculer la longueur du périmètre d'un cercle : il encadre cette valeur par le périmètre d'un polygone régulier inscrit dans ce cercle, et par le périmètre d'un polygone régulier exinscrit.

Approximation de π par encadrement de l'aire ou du périmètre d'un disque par deux polygones réguliers à 7 côtés



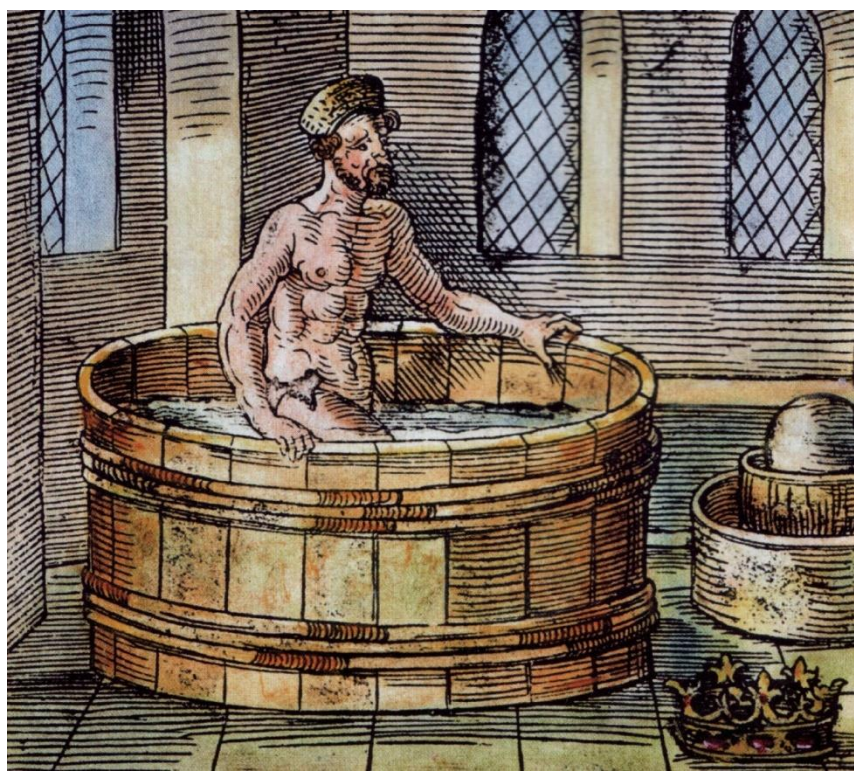
L'usage de la lettre grecque π (le p de périmètre) ne date que du XVIII^È siècle !

La méthode d'exhaustion, ébauchée par Eudoxe et formalisée par Euclide, est appliquée par Archimède dans plusieurs problèmes de calcul de longueurs, d'aires et de volumes.



Vis d'Archimède

Ses travaux concernent aussi l'arithmétique, la géométrie, mais aussi la mécanique (vis sans fin, leviers), l'hydrostatique (« tout corps plongé dans un liquide »), etc... .



« Euréka »

VOLUME DE LA SPHÈRE

Archimède montre que le volume du cylindre à gauche (de hauteur 2R) est la somme de celui de la sphère et du cône droit.

- ✓ Chaque volume est découpé en fines tranches horizontales d'épaisseur e.
- ✓ Cette valeur e peut être aussi petite qu'on veut et le volume total est la somme de ces tranches.

On a en permanence (quel que soit h) : $R^2 = h^2 + r_s^2$, donc on en déduit, pour chaque tranche :

$$T_{\text{cylindre}} = T_{\text{sablier}} + T_{\text{sphère}} \quad \text{et donc pour le volume entier}$$

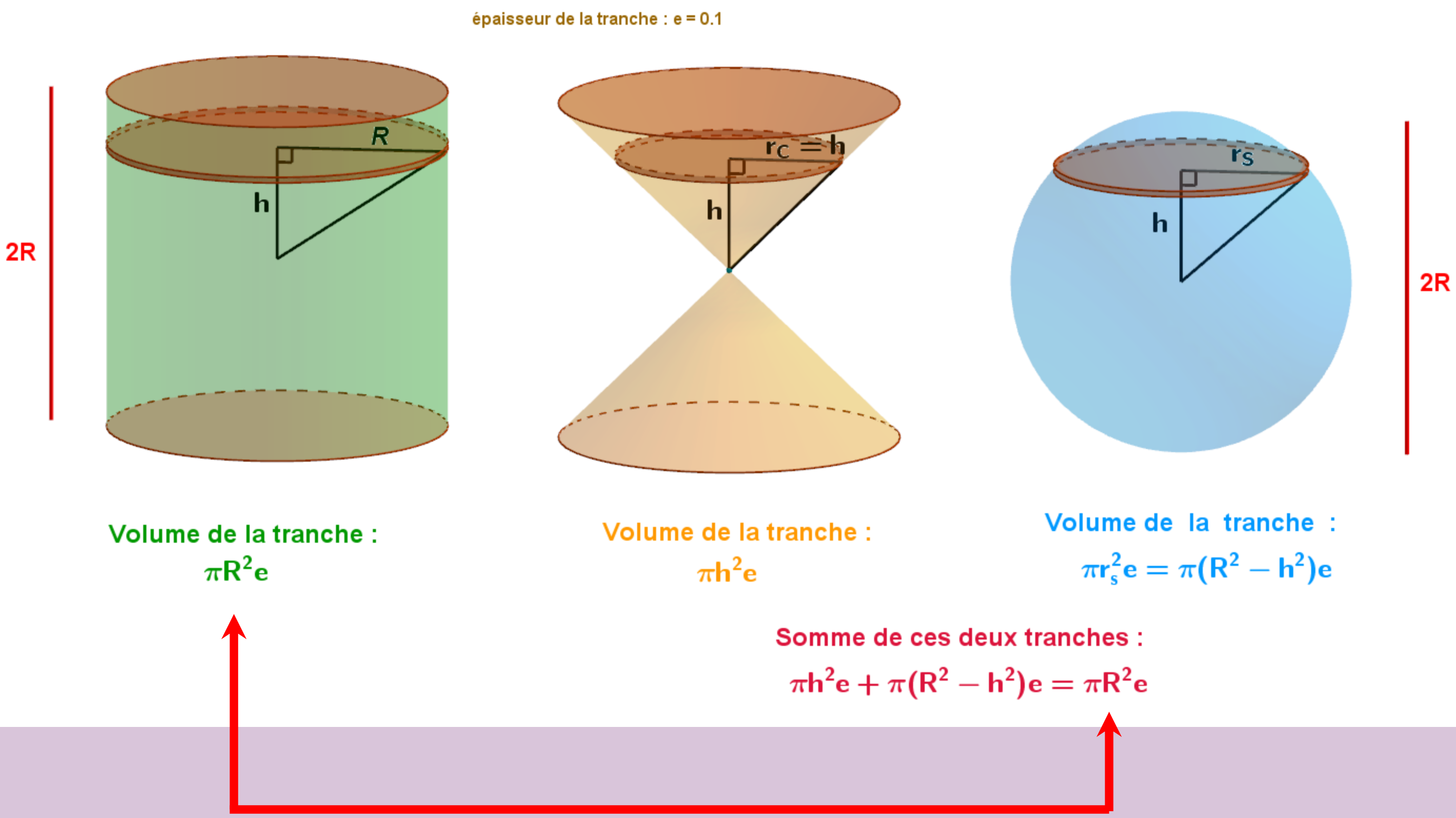
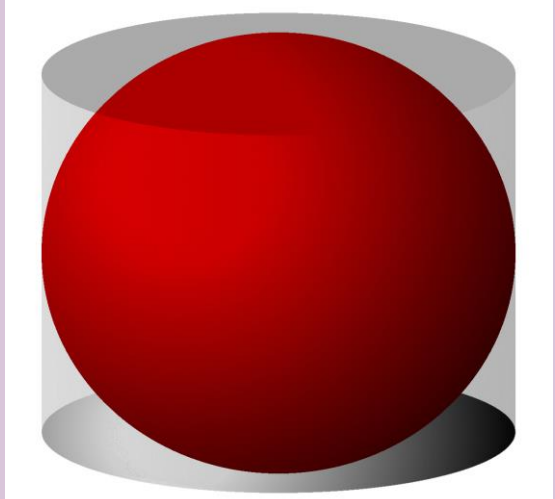
$$V_{\text{cylindre}} = V_{\text{sablier}} + V_{\text{sphère}}$$

Comme il sait que le sablier a un volume égal à 2/3 de celui du cylindre, il en déduit que :

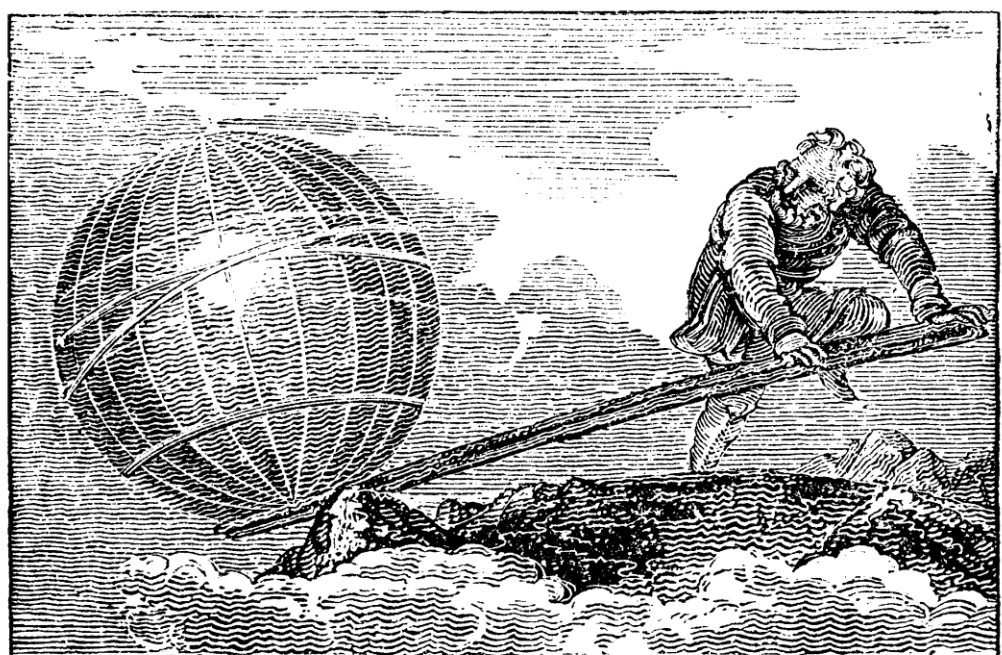
$$V_{\text{sphère}} = \frac{2}{3} V_{\text{cylindre}} = \frac{2}{3} 2\pi R^3, \text{ soit :}$$

$$V_{\text{sphère}} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

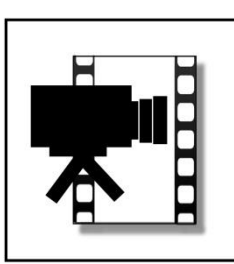
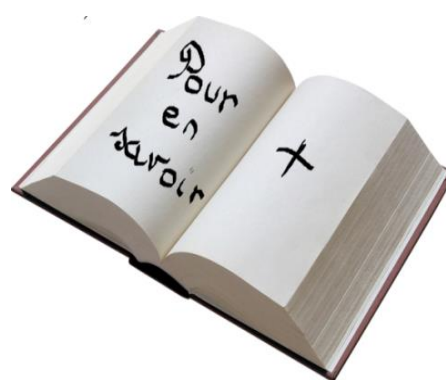
Archimède est si fier de cette découverte qu'il aurait donné des instructions pour que sa tombe soit gravée d'une sphère inscrite dans un cylindre



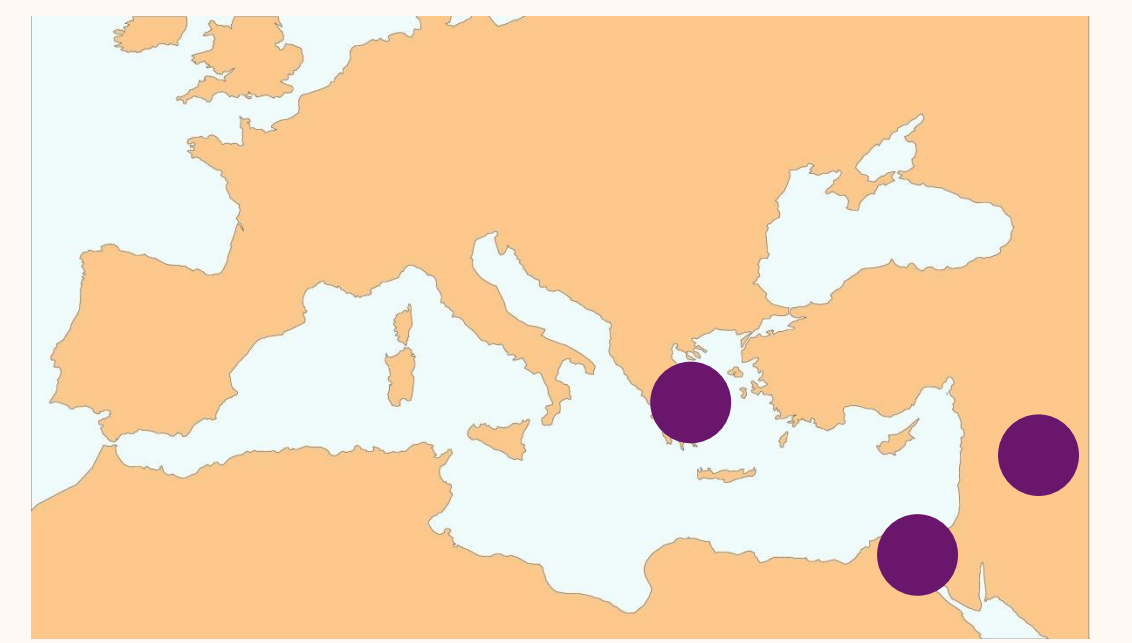
« Donnez moi un levier et je soulèverai le Monde »



Malgré (ou à cause) de la grande originalité de ses travaux, Archimède sera peu suivi dans le monde grec et il faudra attendre le IX^È siècle pour que les arabes (et notamment Ibn Qurra) traduisent ses traités et exploitent ses méthodes.



LES ORIGINES MÉDITERRANÉENNES DE LA TRIGONOMÉTRIE



TRIGONOMÉTRIE = Tri + Gono + Métrie
Mesurer trois côtés

LES PRÉMICES

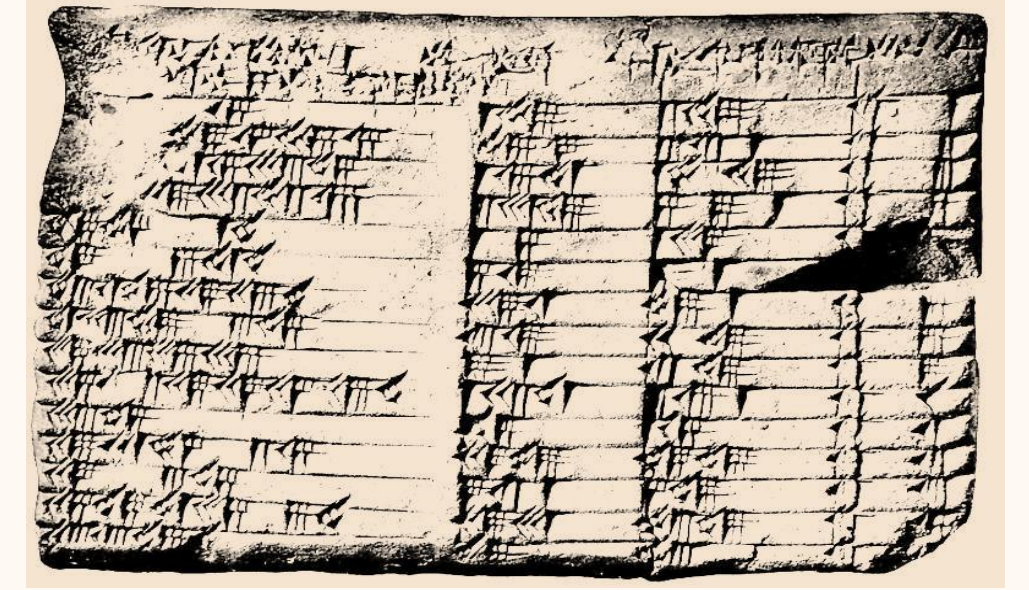
EN EGYPTE ANCIENNE (env. 4000 av. J.C.)

Les problèmes R56 à R59 du papyrus de Rhind détaillent la méthode de calcul de la pente d'une pyramide comme quotient de la demie base par la hauteur.



LES BABYLONIENS (env. 1600 av J.C.)

Les astronomes babyloniens calculent les rapports des côtés des triangles semblables. Ils introduisent la division du cercle en 360°.



Sur la tablette Plimpton 322 .
Les triplets pythagoriciens inscrits sont rangés par ordre croissant des rapports des côtés.

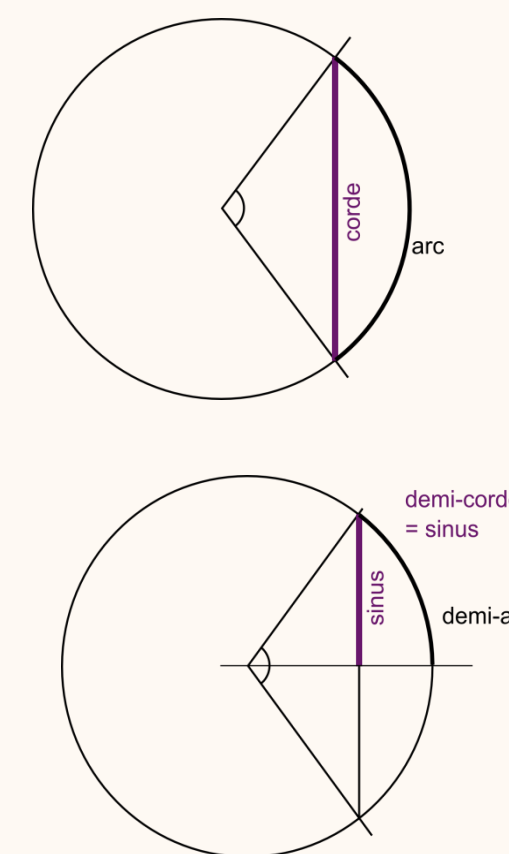
DANS LA GRÈCE ANTIQUE (IIe siècle av. J.C. - IIe siècle ap. J.C.) Des mathématiciens astronomes

Hipparque de Nicée (-190, -120)

Premières « tables des cordes »

Il est le premier à les établir (perdus, mais connus par Ptolémée et Théon d'Alexandrie). Ces « **tables des cordes** » furent utiles pour calculer l'excentricité des orbites lunaires et solaires, ou dans les calculs des grandeurs et distances du Soleil et de la Lune.

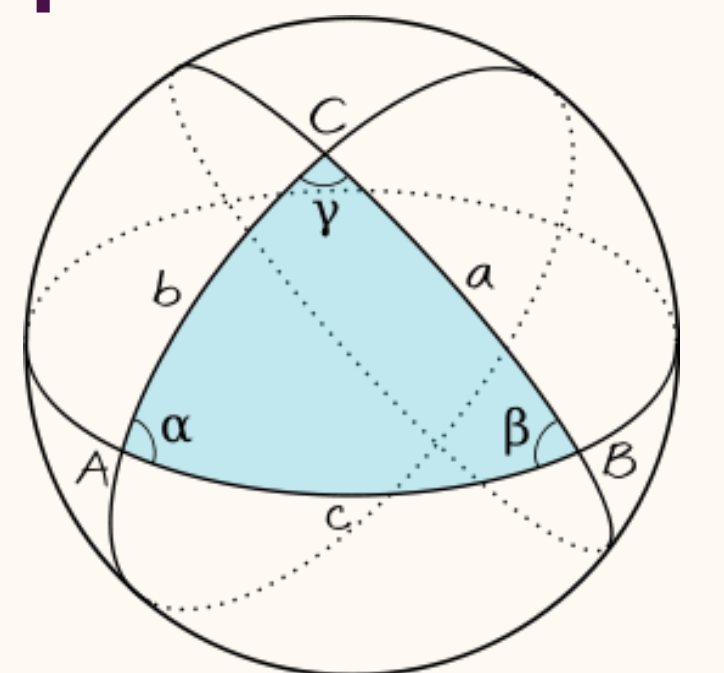
Grâce à ces tables, il découvre que l'axe de la Terre n'est pas fixe ! Il améliore le calcul de la distance de la Terre à la Lune. Comme le faisaient jadis les babyloniens, il introduit la division du cercle en 360°, partage le degré en 60 minutes, et la minute en 60 sec.



Menelaus (70, 140)

Et la trigonométrie devint sphérique.

Ses livres (*Des cordes dans le cercle*, *Sphaerica*) traitent de la géométrie de la sphère et de ses applications à l'astronomie. Il y définit le *triangle sphérique*.



Claude Ptolémée (90, 168)

L'Almageste, ouvrage de référence (treize livres) d'astronomie mathématique.

Pour les besoins de ses chapitres d'astronomie, Ptolémée reconstruit dans l'Almageste toute la trigonométrie de l'antiquité. Il explique comment calculer des longueurs de cordes et publie une table très complète, améliorant ainsi celles d'Hipparque. C'est à cette époque que les Grecs prennent l'habitude de diviser le cercle en 360 degrés, comme l'avait déjà fait Hipparque.

Il développe aussi les outils de géométrie sphérique.

Ses tables de cordes seraient une première approche du concept de fonctions dans l'histoire des mathématiques.

Ses textes ont été utilisés pendant plus de mille trois cents ans, jusqu'à Nicolas Copernic.

38

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΣΥΝΤΑΞΕΩΣ ΒΙΒΛΙΟΝ Α.

TABLE DES DROITES INSCRITES DANS LE CERCLE.

ARCS.	CORDES.	TRIGONIQUES DES DIFFÉRENCES.										
Septuag.	Mill.	Septuag.	Mill.	Septuag.	Mill.	Septuag.	Mill.	Septuag.	Mill.	Septuag.	Mill.	
0	30	0	54	25	0	1	9	50	0	1	9	50
1	40	1	9	50	0	1	9	50	1	40	1	40
2	50	2	18	42	0	2	18	42	2	50	2	50
3	60	3	27	34	0	3	27	34	3	60	3	60
4	70	4	36	26	0	4	36	26	4	70	4	70
5	80	5	45	18	0	5	45	18	5	80	5	80
6	90	6	54	10	0	6	54	10	6	90	6	90
7	100	7	63	2	0	7	63	2	7	100	7	100
8	110	8	72	0	0	8	72	0	8	110	8	110
9	120	9	81	0	0	9	81	0	9	120	9	120
10	130	10	90	0	0	10	90	0	10	130	10	130
11	140	11	99	0	0	11	99	0	11	140	11	140
12	150	12	108	0	0	12	108	0	12	150	12	150
13	160	13	117	0	0	13	117	0	13	160	13	160
14	170	14	126	0	0	14	126	0	14	170	14	170
15	180	15	135	0	0	15	135	0	15	180	15	180
16	190	16	144	0	0	16	144	0	16	190	16	190
17	200	17	153	0	0	17	153	0	17	200	17	200
18	210	18	162	0	0	18	162	0	18	210	18	210
19	220	19	171	0	0	19	171	0	19	220	19	220
20	230	20	180	0	0	20	180	0	20	230	20	230
21	240	21	189	0	0	21	189	0	21	240	21	240
22	250	22	198	0	0	22	198	0	22	250	22	250
23	260	23	207	0	0	23	207	0	23	260	23	260
24	270	24	216	0	0	24	216	0	24	270	24	270
25	280	25	225	0	0	25	225	0	25	280	25	280
26	290	26	234	0	0	26	234	0	26	290	26	290
27	300	27	243	0	0	27	243	0	27	300	27	300
28	310	28	252	0	0	28	252	0	28	310	28	310
29	320	29	261	0	0	29	261	0	29	320	29	320
30	330	30	270	0	0	30	270	0	30	330	30	330
31	340	31	279	0	0	31	279	0	31	340	31	340
32	350	32	288	0	0	32	288	0	32	350	32	350
33	360	33	297	0	0	33	297	0	33	360	33	360

ΚΑΝΟΝΟΣ ΤΩΝ ΕΝ ΤΥΡΑΚΩ ΕΥΘΕΙΩΝ.

ΗΜΕΡΑΙ- ΕΠΕΙΝ.	ΕΥΘΕΙΩΝ.	ΕΥΚΕΚΩΤΩΝ.					
Μηνός.	Μ.	Η.	Δ.	Μ.	Η.	Δ.	Τ.
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9
10	10	10	10	10	10	10	10
11	11	11	11	11	11	11	11
12	12	12	12	12	12	12	12
13	13	13	13	13	13	13	13
14	14	14	14	14	14	14	14
15	15	15	15	15	15	15	15
16	16	16	16	16	16	16	16
17	17	17	17	17	17	17	17
18	18	18	18	18	18	18	18
19	19	19	19	19	19	19	19
20	20	20	20	20	20	20	20
21	21	21	21	21	21	21	21
22	22	22	22	22	22	22	22
23	23	23	23	23	23	23	23
24	24	24	24	24	24	24	24
25	25	25	25	25	25	25	25
26	26	26	26	26	26	26	26
27	27	27	27	27	27	27	27
28	28	28	28	28	28	28	28
29	29	29	29	29	29	29	29
30	30	30	30	30	30	30	30
31	31	31	31	31	31	31	31
32	32	32	32	32	32	32	32
33	33	33	33	33	33	33	33
34	34	34	34	34	34	34	34
35	35	35	35	35	35	35	35
36	36	36	36	36	36	36	36
37	37	37	37	37	37	37	37
38	38	38	38	38	38	38	38
39	39	39	39	39	39	39	39
40	40	40	40	40	40	40	40
41	41	41	41	41	41	41	41
42	42	42	42	42	42	42	42
43	43	43	43	43	43	43	43
44	44	44	44	44	44	44	44
45	45	45	45	45	45	45	45
46	46	46	46	46	46	46	46
47	47	47	47	47	47	47	47
48	48	48	48	48	48	48	48
49	49	49	49	49	49	49	49
50	50	50	50	50	50	50	50
51	51	51	51	51	51	51	51
52	52	52	52	52	52	52	52
53	53	53	53	53	53	53	53
54	54	54	54	54	54	54	54
55	55	55	55	55	55	55	55
56	56	56	56	56	56	56	56
57	57	57	57	57	57	57	57
58	58	58	58	58	58	58	58
59	59	59	59	59	59	59	59
60	60	60	60	60	60	60	60
61	61	61	61	61	61	61	61
62	62	62	62	62	62	62	62
63	63	63	63	63	63	63	63
64	64	64	64	64	64	64	64
65	65	65	65	65	65	65	65
66	66	66	66	66	66	66	66
67	67	67	67	67	67	67	67
68	68	68	68	68	68	68	68
69	69	69	69	69	69	69	69
70	70	70	70	70	70	70	70
71	71	71	71	71	71	71	71
72	72	72	72	72	72	72	72
73	73	73	73	73	73	73	73
74	74	74	74	74	74	74	74
75	75	75	75	75	75	75	75
76	76	76	76	76	76	76	76
77	77	77	77	77	77	77	77
78	78	78	78	78	78	78	78
79	79	79	79	79	79	79	79
80	80	80	80	80	80	80	80
81	81	81	81	81	81	81	81
82	82	82	82	82	82	82	82
83	83	83	83	83	83	83	83
84	84	84	84	84	84	84	84
85	85	85	85	85	85	85	85
86	86	86	86	86	86	86	86
87	87	87	87	87	87	87	87
88	88	88	88	88	88	88	88
89	89	89	89	89	89	89	89
90	90	90	90	90	90	90	90
91	91	91	91	91	91	91	91
92	92	92	92	92	92	92	92
93	93	93	93	93	93	93	93
94	94	94	94	94	94	94	94
95	95	95	95	95	95	95	95
96	96	96	96	96	96	96	96
97	97	97	97	97	97	97	97
98	98	98	98	98	98	98	98
99	99	99	99	99	99	99	99
100	100	100	100	100	100	100	100

Table de cordes de Ptolémée, BNF

Maison de la sagesse à BAGDAD

On y trouve des traités d'astronomie indienne et persanne.

DANS LE MONDE ARABO-MULSUMAN, VIIIe siècle – XIIIe siècle Des mathématiciens astronomes

Al Khwarizmī (783 - 850)

Père de l'algèbre, mais aussi astronome, il est influencé par Aryabhata (astronome indien) mais aussi par l'astronomie persane et grecque. Dans son *zīj* il affine les tables de cordes de Ptolémée en donnant une table des "sinus" provenant d'Inde. Il apporte sa contribution à la trigonométrie sphérique. Il écrit aussi des livres sur des instruments dont l'astrolabe



Manuscrit du texte d'Al-Kharizmi de la fin du XIVe siècle, rassemblant divers traités astronomiques, conservé à la Staatsbibliothek de Berlin

Habash Al Hāsib (770 - 870)

Surnommé le « calculateur ». C'est dans son *zīj* (table) que sont définis clairement le sinus et le sinus verse ($1 - \cos$) ; il définit aussi la notion de tangente et en établit une table, mais cela passe inaperçu.



Astrolabe universel d'Irak, 1210, Pergame Museum, Berlin

Abū'l-Wafā (940 – 998)

Il reconnaît l'importance de la tangente. Dans *La révision de l'Almageste*, il complète les tables trigonométriques de ses prédécesseurs. On lui doit la notion de cercle trigonométrique de rayon 1.

Nasîr Al Dîn Tûsî (1201- 1274)

Dans *Traité sur le Quadrilatéral*, il fait une synthèse des traités précédents. Il est considéré comme le premier à traiter la trigonométrie en tant que discipline mathématique distincte.



Il établit la formule du sinus dans les triangles plans.

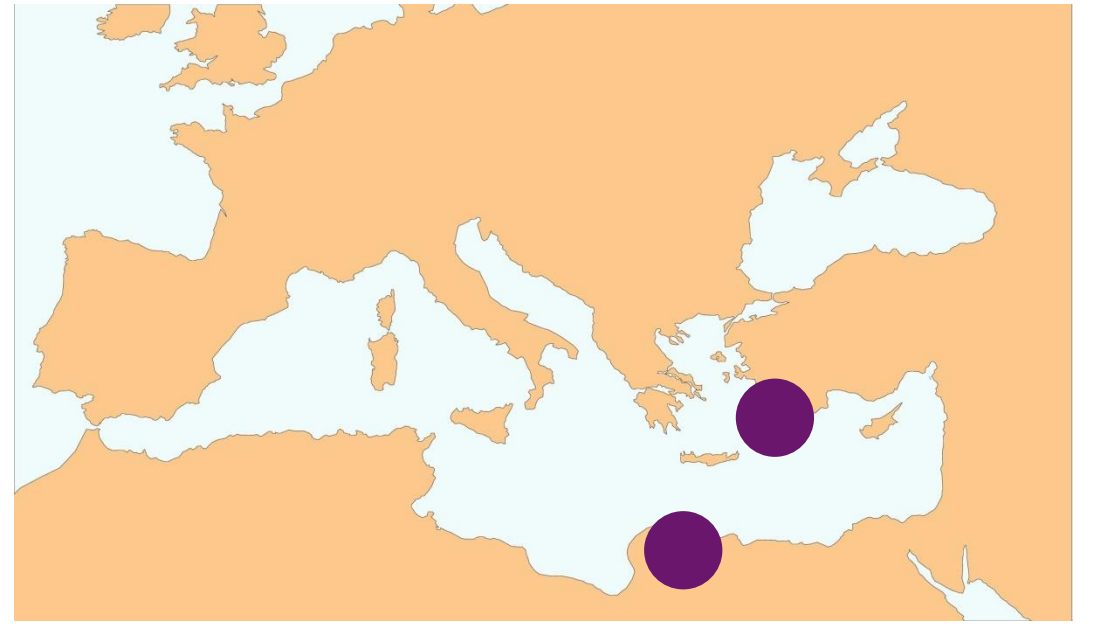
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Nasir al Dîn al Tusî à son écritoire à l'Observatoire de Maragha, lisant des mesures sur un astrolabe. Manuscrit persan du 15^e siècle, n°1418 à l'Université d'Istanbul

Regiomontanus (1436-1476)

Il introduit le mot « sinus ». De *triangules omnimodis* constitue l'aboutissement de la construction de cette discipline et le début de la trigonométrie en tant que discipline à part entière.





MESURER

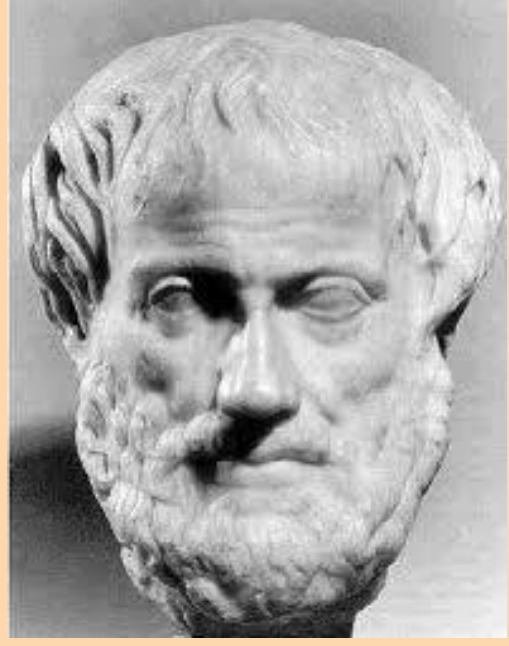
MESURER LA TERRE ET LE CIEL

ARISTARQUE ET ERATOSTHÈNE

17 SIÈCLES AVANT COPERNIC, ARISTARQUE ÉMET L'HYPOTHÈSE QUE C'EST LA TERRE QUI TOURNE AUTOUR DU SOLEIL ET ERATOSTHÈNE ÉVALUE LE RAYON DE LA TERRE À 2% PRÈS.

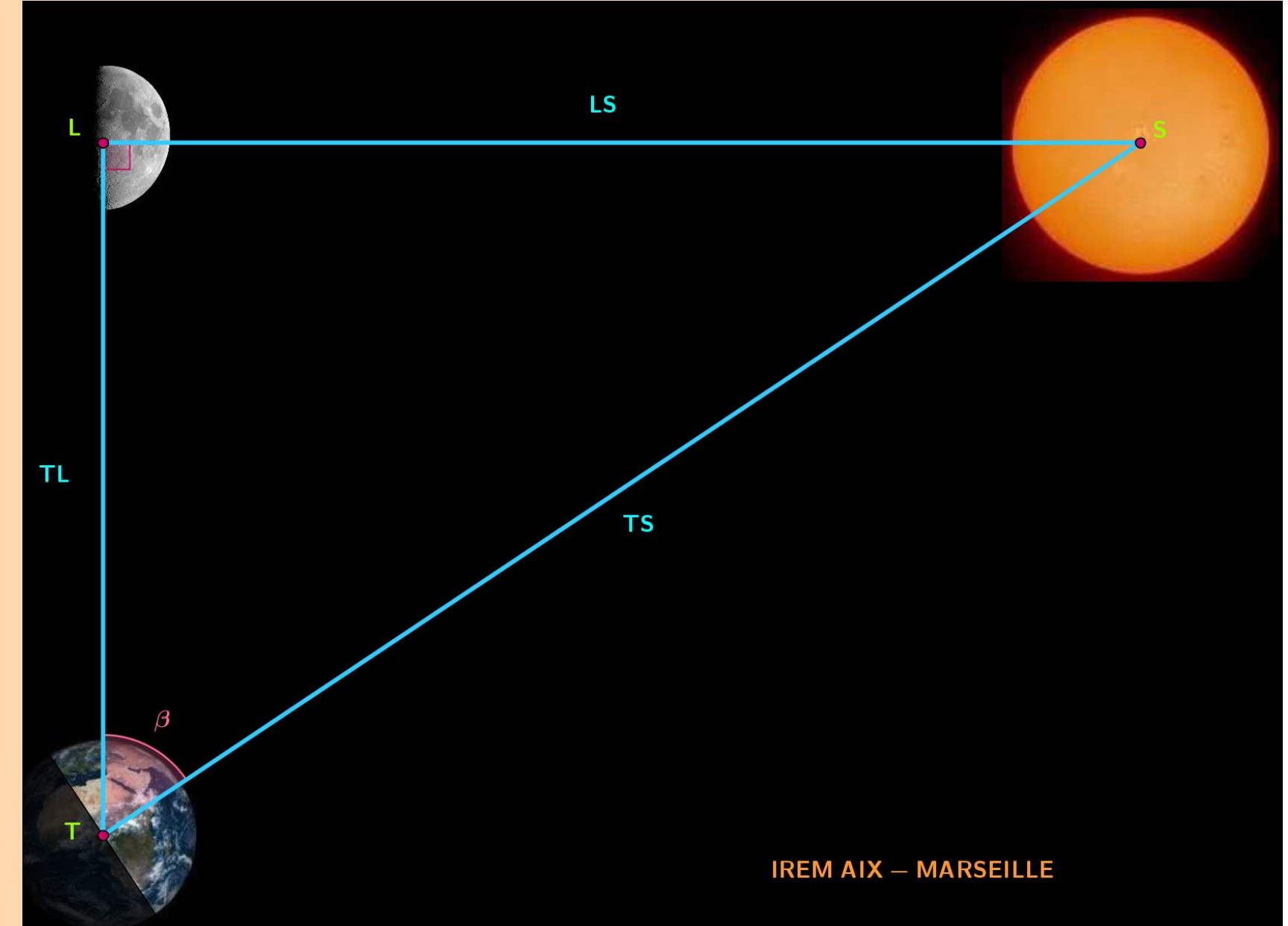
ARISTARQUE CALCULE LES DISTANCES ET LES RAYONS DE LA LUNE ET DU SOLEIL

-310 à -230
Samos



Pour le calcul des distances Terre-Lune et Terre-Soleil, il fait ces hypothèses :

1. La Lune reçoit la lumière du Soleil.
2. La Terre peut être considérée comme le centre de l'orbite de la Lune.
3. Lorsque la Lune nous paraît « dikhotome » (*coupée en deux portions égales*), elle offre à nos regards son grand cercle, qui détermine la partie éclairée et la partie obscure de cet astre.
4. Lorsque la Lune nous paraît « dikhotome », sa distance au Soleil est moindre du quart de la circonférence, de la trentième partie de ce quart.
5. La largeur de l'ombre (*de la Terre lors d'une éclipse de Lune*) est de deux Lunes.
6. L'arc soutendu dans le ciel par la Lune est la quinzième partie d'un signe (*du Zodiaque, soit 2°*).



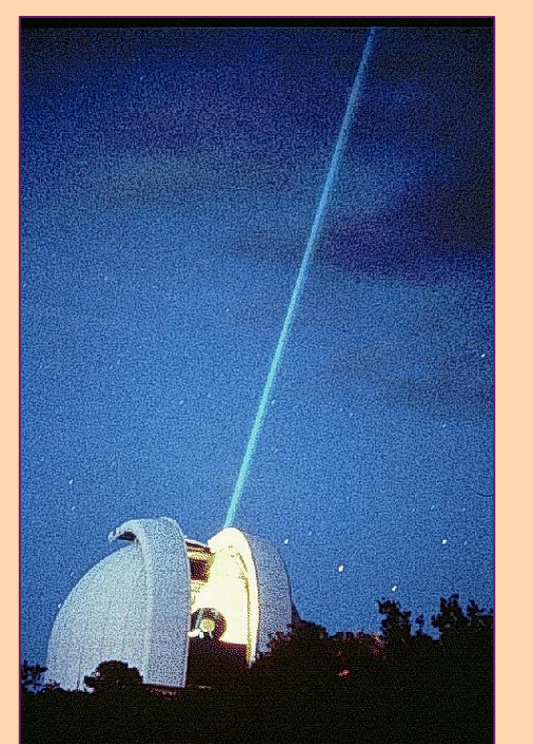
Sans aucune trigonométrie (qui n'apparaîtra qu'avec Hipparque 100 ans plus tard), Aristarque va alors déduire, en ne considérant que des rapports de longueurs, que :

- ✓ le diamètre lunaire est inférieur à 2/45 et supérieur à 1/30 de la distance Terre-Lune.
Valeur réelle : 0,09 soit env 4 fois moins.
- ✓ le diamètre solaire est inférieur à 43/6 et supérieur à 19/3 du diamètre terrestre.
Valeur réelle : 112 soit env 17 fois plus.
- ✓ le diamètre terrestre est inférieur à 60/19 et supérieur à 108/43 du diamètre lunaire.
Valeur réelle : 3,67 soit env 2,6 fois plus.

L'hypothèse 4 revient à donner à l'angle β la valeur de 87° (au lieu de $89,85^\circ$) et cette différence explique son l'erreur sur le calcul de la distance Terre-Soleil.
L'hypothèse 6 donne à la Lune un diamètre de 2° , quatre fois la valeur réelle.

« Le diamètre du Soleil est au diamètre de la Terre en plus grande proportion que 19 à 3 et en moindre que 43 à 6 »

Le Soleil étant plus gros que la Terre, de même que la Terre est plus grosse que la Lune, il a l'intuition que c'est sûrement la Terre qui tourne autour du Soleil !
Il est donc l'auteur du premier système héliocentrique du Monde.

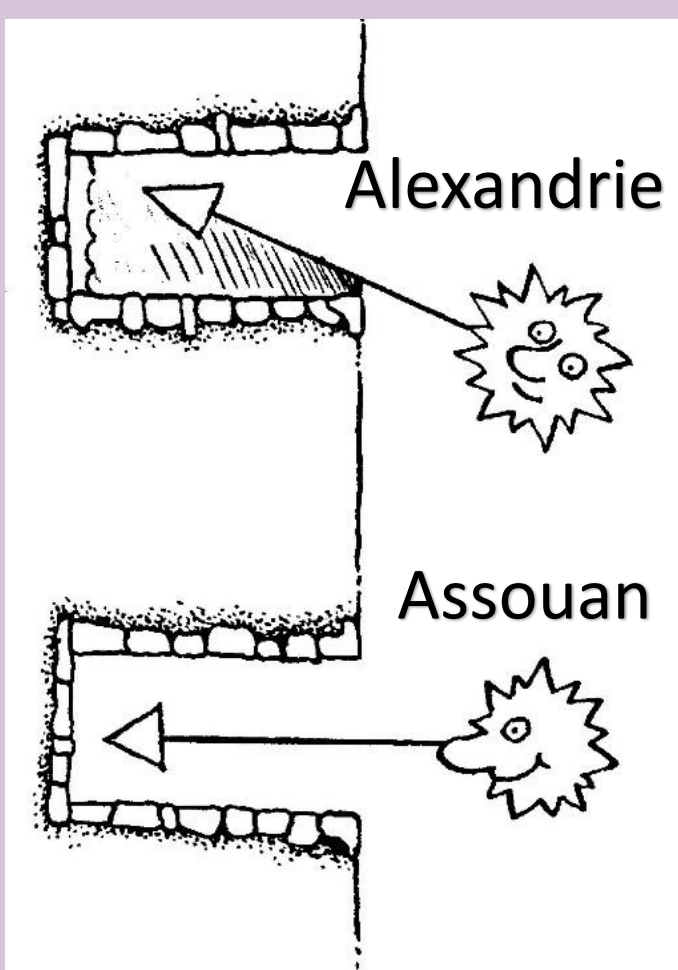


Mesure de la distance Terre-Lune aujourd'hui, au laser à 4 mm près (soit une précision relative de 10^{-13})

ERATOSTHÈNE MESURE LE RAYON DE LA TERRE

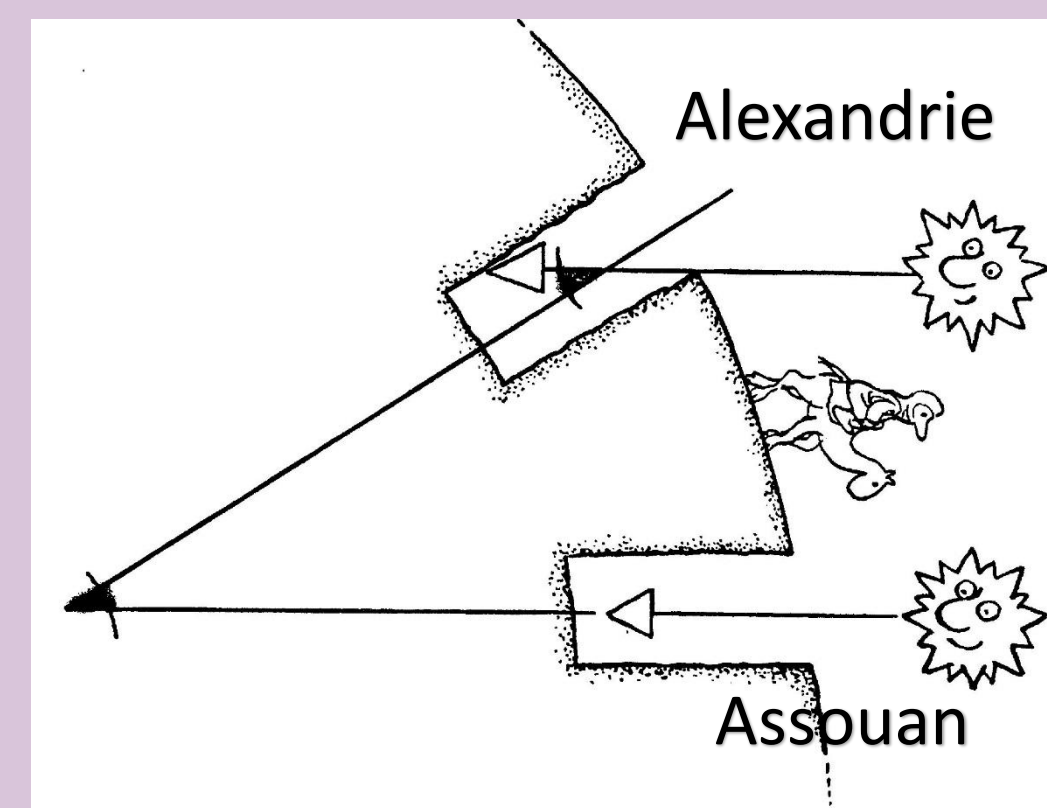
Il constate que le jour du solstice d'été, à midi, les objets n'ont pas d'ombre à Syène (aujourd'hui Assouan, située sous le tropique du Cancer) et que l'on peut observer le Soleil au fond d'un puits. Ce phénomène n'avait pas lieu à Alexandrie, plus au Nord, le même jour.

Il envisage alors deux hypothèses :

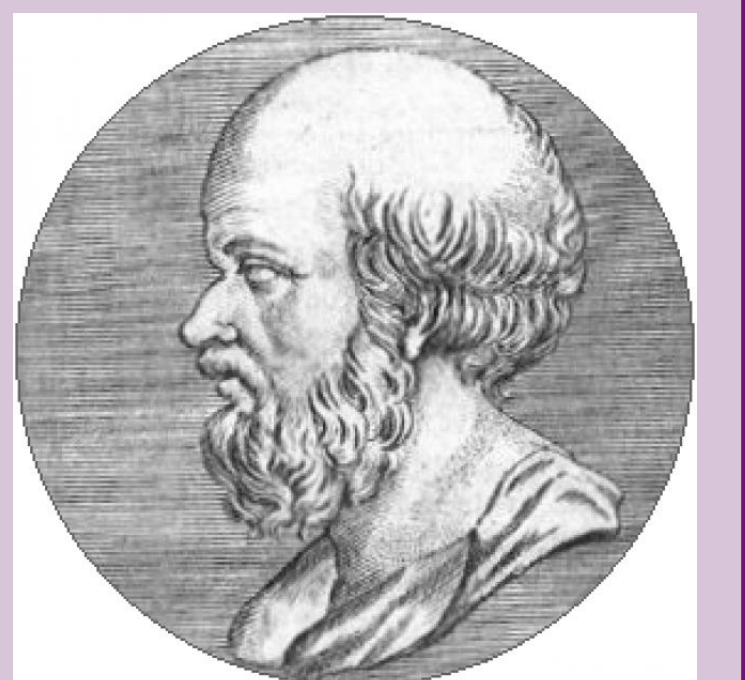


Soit la Terre est plate et les rayons du Soleil ne sont pas parallèles, ce qui implique un Soleil très proche.

Soit le Soleil est suffisamment loin pour que ses rayons arrivent parallèles sur Terre, mais alors la Terre n'est pas plate.

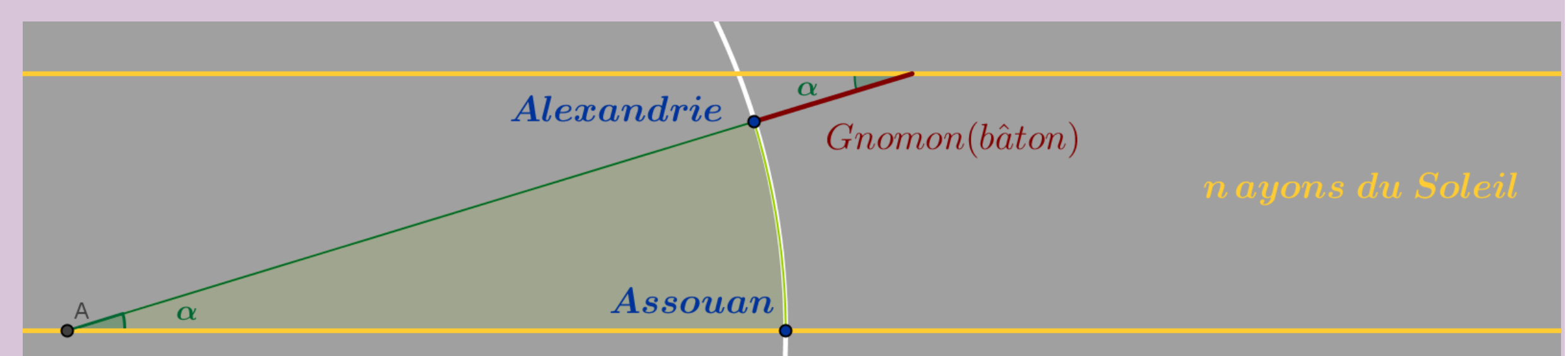


-274 Cyrène à
-194 Alexandrie



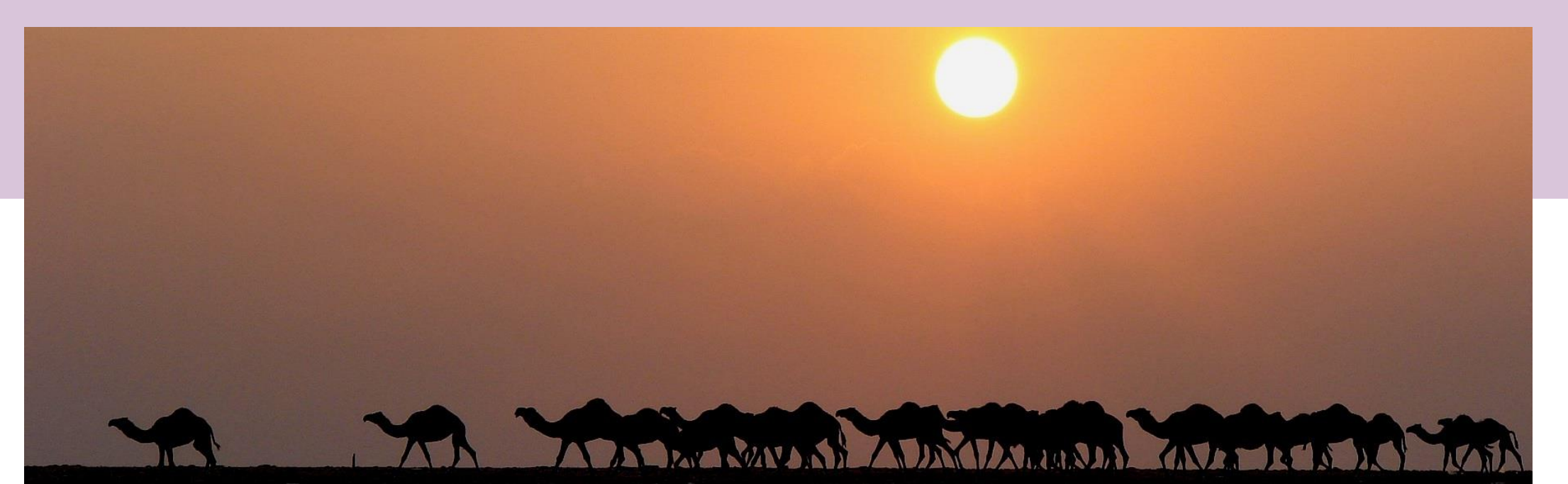
Deux cents ans avant lui, Anaxagore avait choisi cette hypothèse (Terre plate): il était alors arrivé au résultat que le Soleil était environ à 6500 km de la Terre et avait un diamètre de 60 km!

La distance estimée du Soleil lui permettant d'écarter la première hypothèse, il poursuivit en mesurant à Alexandrie l'angle α entre un gnomon vertical et la direction des rayons du Soleil. **Valeur : $7,2^\circ$.**



Il mesura alors la distance entre les 2 villes en comptant le nombre de jours de marche en chameau ; le résultat est miraculeusement précis : 787 km au lieu de 800 km.
Un simple calcul de proportionnalité lui permit alors de calculer la circonférence de la Terre. Il l'obtint ainsi cette mesure avec une excellente approximation : **6266 km au lieu de 6378 km.**

Cette mesure reste un symbole d'ingéniosité ayant permis à un esprit curieux et observateur d'obtenir un résultat fondamental avec des moyens très élémentaires.



LES INSTRUMENTS A TRAVERS LE TEMPS

MESURER

Etymologiquement, "**instrument**" vient du latin "instruere" : "disposer, équiper", qui a donné "instruire".

L'instrument scientifique peut avoir plusieurs fonctions :

- mesurer, manipuler, comparer, compter, repérer, représenter
- accroître la puissance de nos forces (vis, levier, poulie, treuil)
- permettre l'expérimentation.

Les instruments scientifiques ont une place très importante dans la construction des savoirs scientifiques et nous avons souhaité en présenter certains dans cette exposition afin de les comprendre, de les faire manipuler, d'expérimenter mais également pour le plaisir des yeux !



Nous ne disposons pas d'instruments scientifiques datant de la préhistoire néanmoins les alignements de Carnac datés de 3000 ans par exemple ont un lien indiscutable avec les observations astronomiques.

Au cours de la période protohistorique des progrès techniques considérables sont réalisés dans le travail des matériaux et nous devons aux astronomes babyloniens le zodiaque, la division du cercle en 360 degrés et du degré en soixante minutes.

Le miracle grec voit « *l'homme penser avec sa main* » selon Anaxagore. L'équerre ou le compas étaient des outils avant d'être des instruments scientifiques et le génie des mécaniciens grecs est certainement d'avoir mis en évidence les principes théoriques du savoir technique.



Reprenant les travaux des grecs, les scientifiques arabes utilisent des instruments comme l'astrolabe et les améliorent. Probablement inventé par Hipparque, perfectionné par Ptolémée, on retrouve l'astrolabe à toutes les époques, dans tout l'occident et en grande quantité.

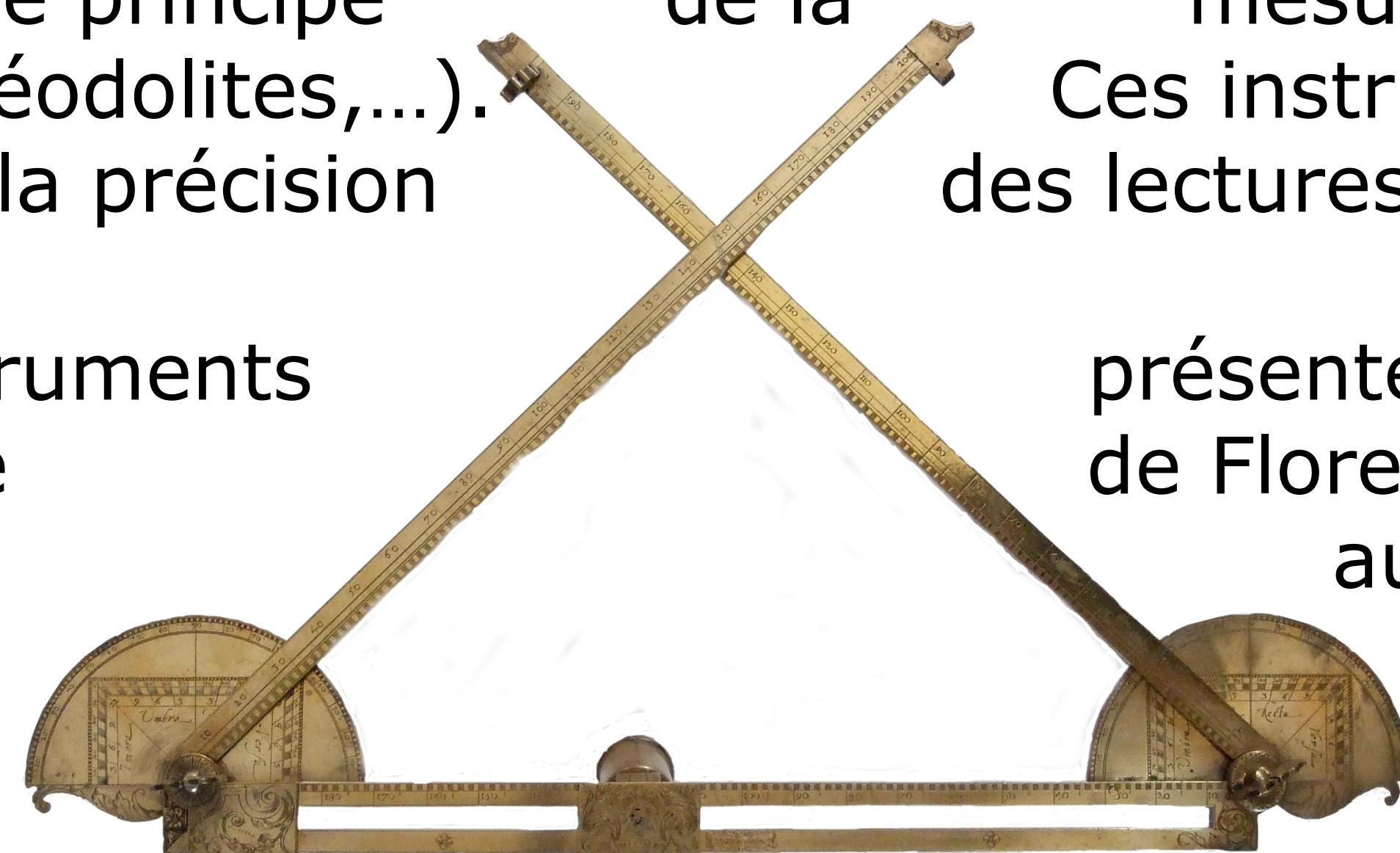
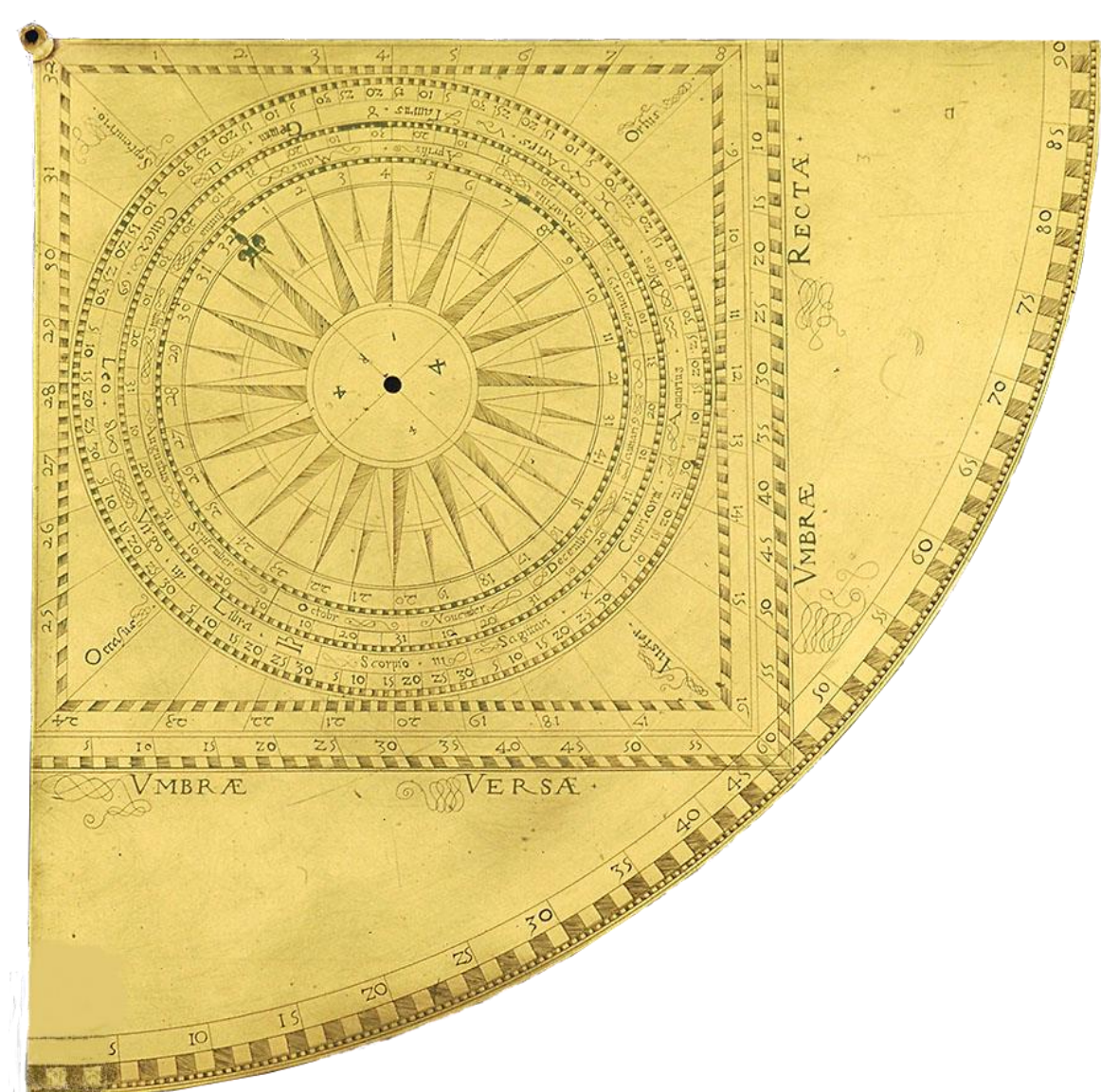
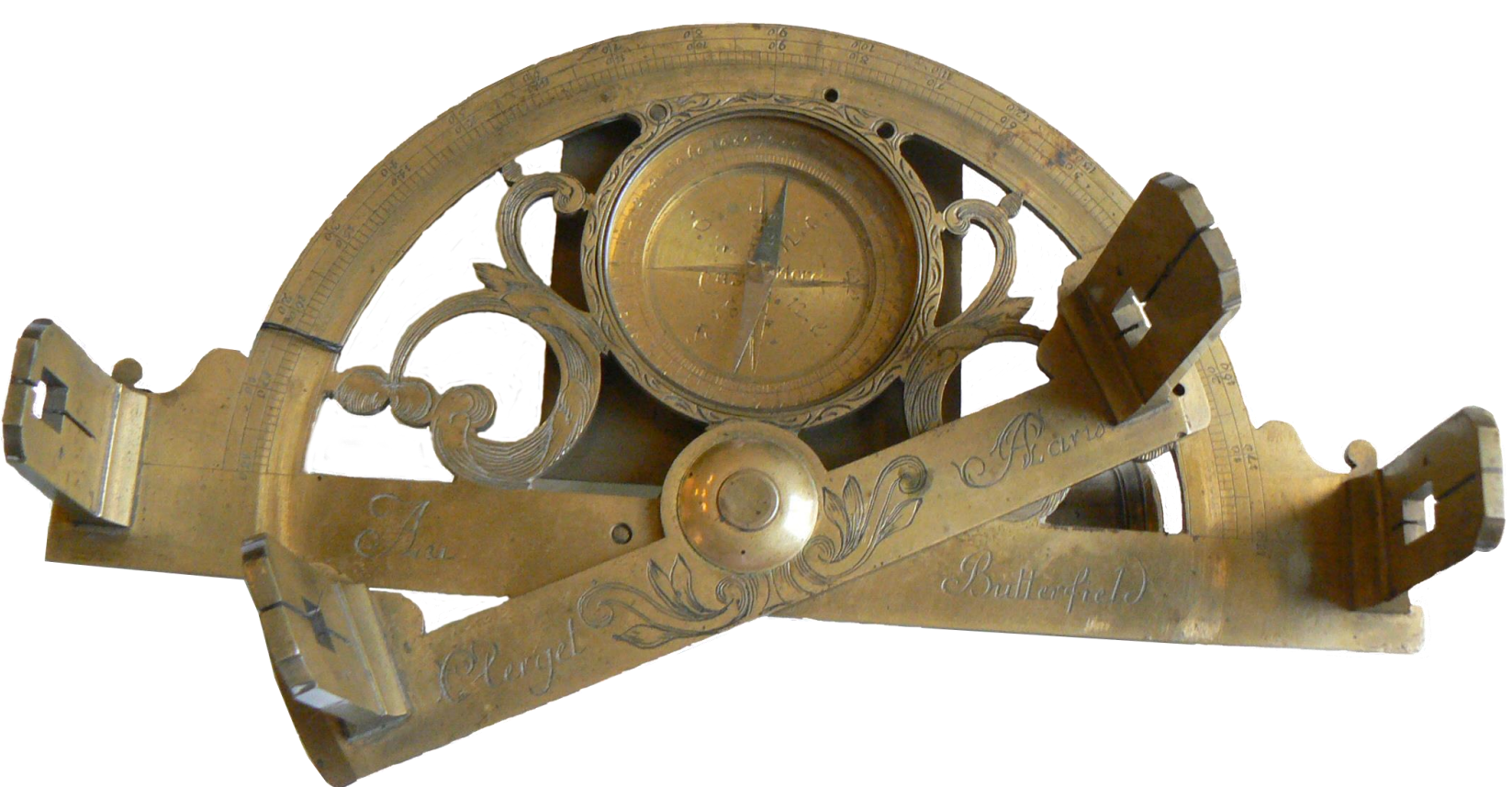
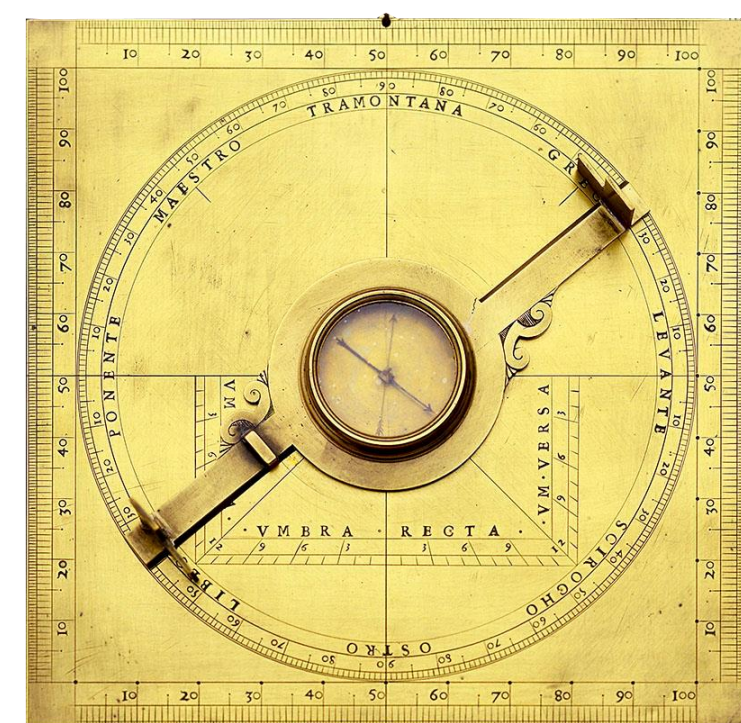
Avec le besoin de mesurer l'inaccessible, et probablement à des fins militaires, les savants du moyen-âge élaborent des instruments assez rudimentaires comme les carrés et quadrants géométriques, les bâtons de Jacob,...

Même si le contenu mathématique de ces instruments est intéressant, la précision, elle, l'est beaucoup moins !

Il est donc naturel de trouver à la Renaissance de nombreux instruments anciens et de voir apparaître d'autres instruments (en particulier pour mesurer des distances éloignées) afin de les faire évoluer. Le XVIème siècle voit donc fleurir toute une série d'instruments (pour la plupart en cuivre et laiton) reposant sur le principe de la mesure des angles (graphomètres, compas d'arpentage, cercles hollandais, théodolites,...). Ces instruments seront perfectionnés par l'amélioration des techniques de visée, par la précision des lectures d'angle et plus tard avec l'apparition de la lunette.

Parmi les instruments musée Galilée des savoirs

présentés, certains sont conservés à l'observatoire de Marseille, d'autres au de Florence et ont tous un lien étroit avec l'évolution autour de la méditerranée.



LE PRINCIPE DE L'ARBALESTRILLE

MESURER



L'**arbalestrille**, également appelé **bâton de Jacob**, est un ancien instrument utilisé pour la mesure des angles en astronomie, puis pour la navigation : distance angulaire entre deux corps célestes, ou angle entre l'horizon et un astre. Les navigateurs pouvaient, par la mesure de la hauteur du soleil au-dessus de l'horizon, estimer leur latitude.

Les arpenteurs ont également utilisé cet instrument pour mesurer des distances. Le bâton de Jacob semble avoir été inventé au XIVe siècle par Levi ben Gerson. Cet instrument ressemble au **Kamal** utilisé par les arabes pour la navigation.

Levi BEN GERSON ou
GERSONIDE (1288 - 1344)

Il était l'un des plus importants commentateurs bibliques de son temps, Il était également mathématicien, astronome, philosophe et médecin. Il décrit l'utilisation du bâton dans son *Traité de Trigonométrie*.

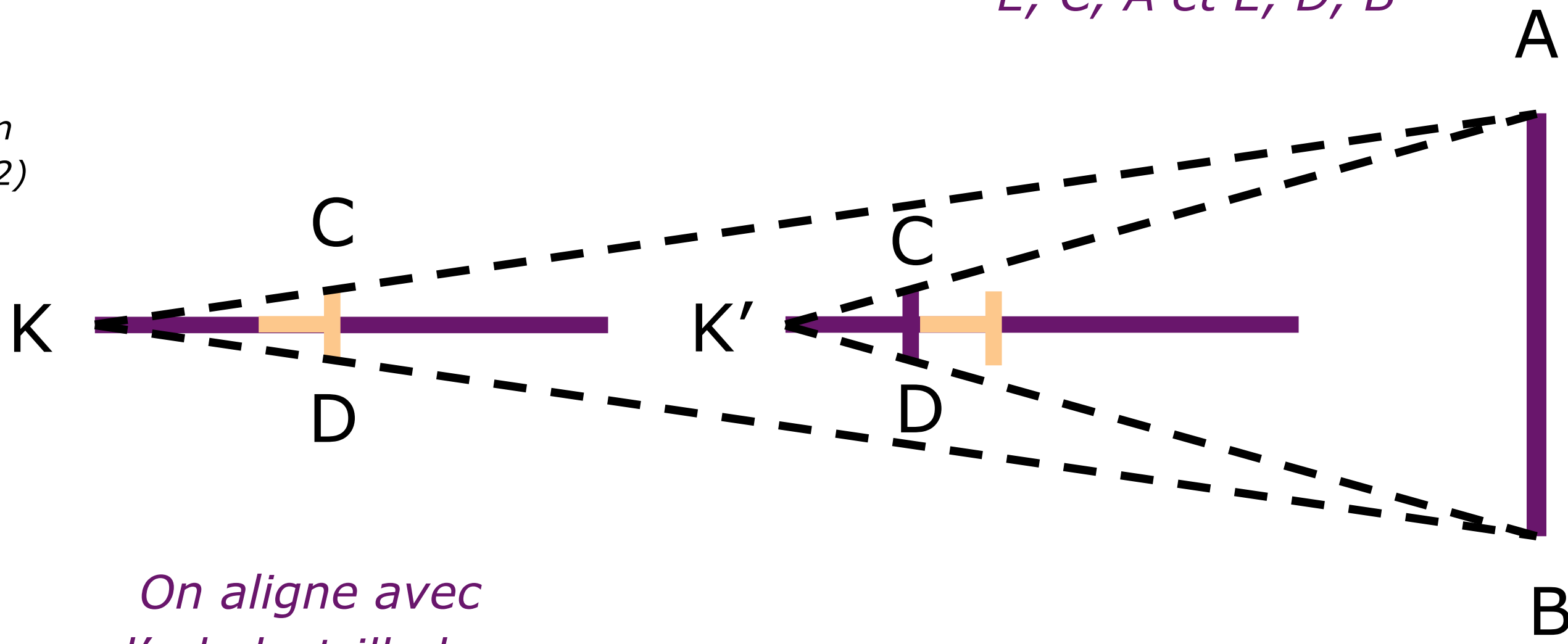
Dans son principe, elle était formée de deux tiges disposées perpendiculairement (en forme de croix), de telle sorte que la tige la plus courte puisse coulisser sur l'autre.

En réalité, elle était constituée d'une règle de section carrée ou *flèche* et de quatre *marteaux* couissant perpendiculairement à celle-ci. Pour l'observation on utilisait un seul marteau, choisi d'après la hauteur de l'astre au moment de l'observation. Elle était généralement fabriquée en bois dur (ébène, poirier, etc.) mais parfois en ivoire, ou en laiton et en bois.



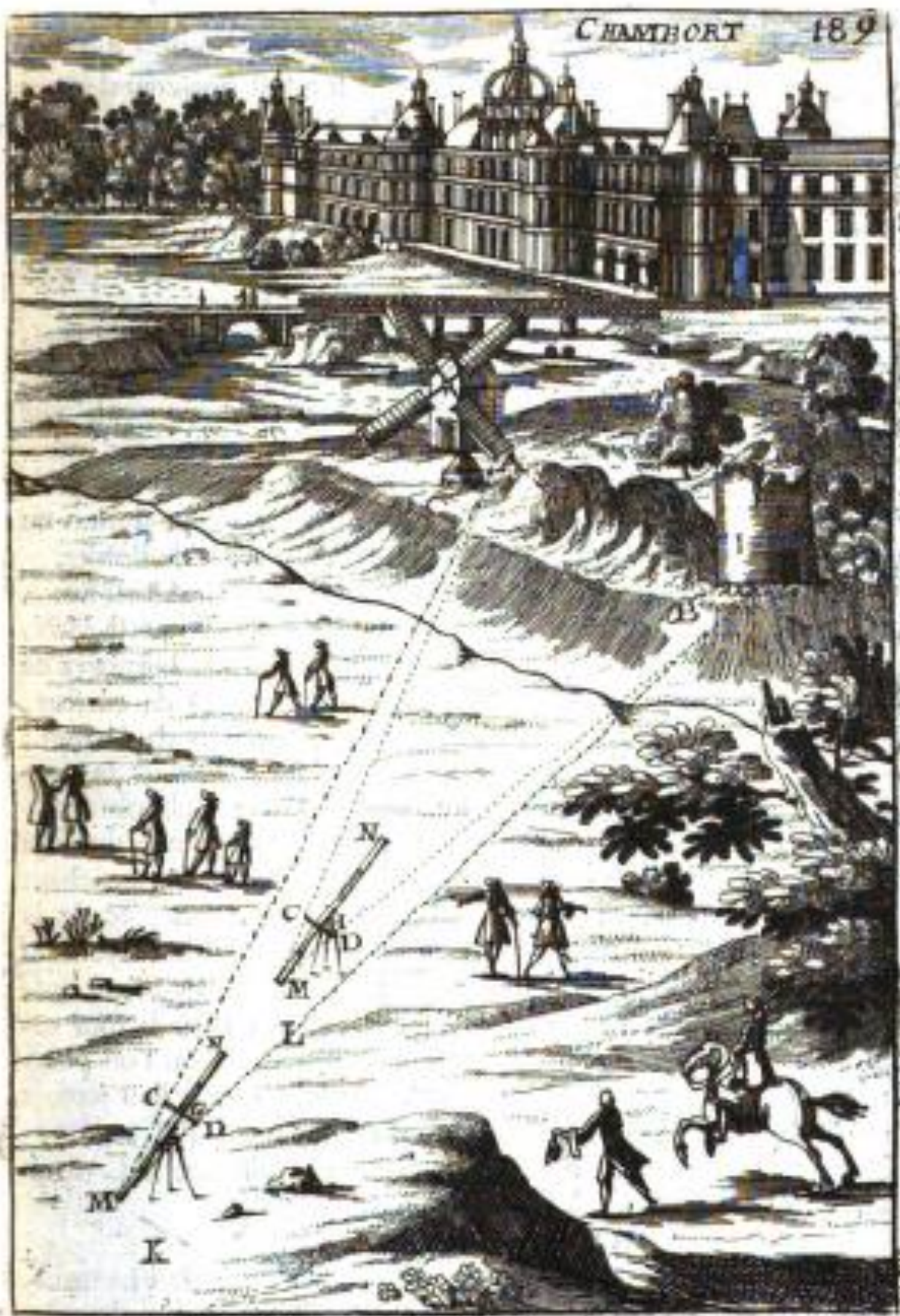
illustration de la Navigation Pratique (John Sellers, 1672)

On aligne ensuite en déplaçant le marteau de sa longueur les points E, C, A et E, D, B



On aligne avec l'arbalestrille les points K, C, A et K, D, B

$KK' = AB$



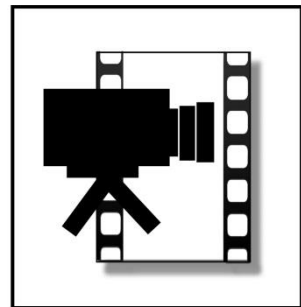
La Géométrie pratique Tome 2 (1702)
Alain Manesson Mallet

Utilisation de l'arbalestrille pour mesurer une distance éloignée

L'observateur se place en K à une certaine distance de l'objet AB à mesurer. Il choisit un marteau et le déplace sur la flèche de façon à réaliser les alignements K, C, A et K, D, B.

Ensuite le marteau est déplacé sur la flèche de sa longueur (une graduation) et l'observateur avance en K' afin de réaliser les nouveaux alignements K',C, A et K', D, B.

La longueur cherchée AB est égale à la longueur KK'.



UN BIJOU POUR OBSERVER LE CIEL

L'ASTROLABE

EN GREC, ASTROLABE SIGNIFIE "PRENDRE LES ÉTOILES", PARCE QU'AVEC CET INSTRUMENT DE MESURE, ON PEUT EN EFFET DÉTERMINER LA POSITION DES ASTRES ET MIEUX "LIRE" LE CIEL. CES SUPERBES OBJETS ONT JOUÉ UN RÔLE CONSIDÉRABLE DANS LA SCIENCE ARABE.

C'EST FAIT COMMENT ?

Face de l'astrolabe

1. **Matrice** ou mère : disque en laiton ou en bronze de 10 à 50 cm de diamètre qui accueille les différentes parties de celle-ci .
2. **Tympan** : plaque gravée qui se place sur la mère. Conçue pour une latitude donnée, certains astrolabes en possèdent plusieurs.
3. **Araignée** (ou **Rete**) : disque ajouré qui se place sur la matrice et les tympan et représente le cercle écliptique et les étoiles principales. Elle peut tourner autour de l'axe. Il s'agit en fait de la projection de la sphère céleste.
4. **Limbe** : disque gradué en 24h et 360°.
5. **Trône** (ou **Kursi**) : anneau qui permet de tenir l'astrolabe verticalement

Dos de l'astrolabe

6. **Alidade** : Règle mobile composée de deux pinnules (viseurs) permettant de viser les astres.



astrolabe Afrique du Nord, XVIII^e s

UN EXEMPLE ; À QUELLE LATITUDE SOMMES NOUS ?

1. La nuit, la latitude est directement donnée par la hauteur de l'étoile polaire.
2. Le jour, on mesure la hauteur maximale du Soleil ce jour là (16 Août) pour notre lieu d'observation : 58,5°

On pèse le Soleil à midi avec l'alidade

3. On lit la déclinaison du Soleil pour ce jour :

16 août

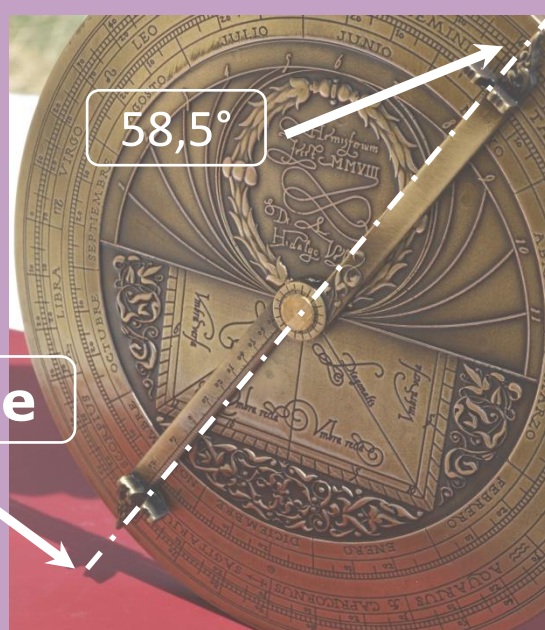


$\delta = 13,5^\circ$

4. La hauteur maximale étant égale à $90^\circ - \text{lat} + \delta$

on en déduit que : $\text{lat} = 90^\circ + \delta - h_{\text{max}} = 45^\circ$

La valeur réelle était 44,3°



astrolabe planisphérique, Maroc, XVI^e s

ORIGINES

Hipparque l'aurait inventé, mais ce sont les Arabes qui ont répandu l'astrolabe à partir du VIII^e siècle ap. J.C. Le premier astrolabe a été construit à cette époque, en Perse, par Muhammad Al-Fazari. Les savants arabes ont inséré des planches de planètes dans l'astrolabe ce qui a permis de calculer le mouvement des planètes connues avec une grande précision. Son introduction en Europe est due notamment à Gerbert d'Aurillac.

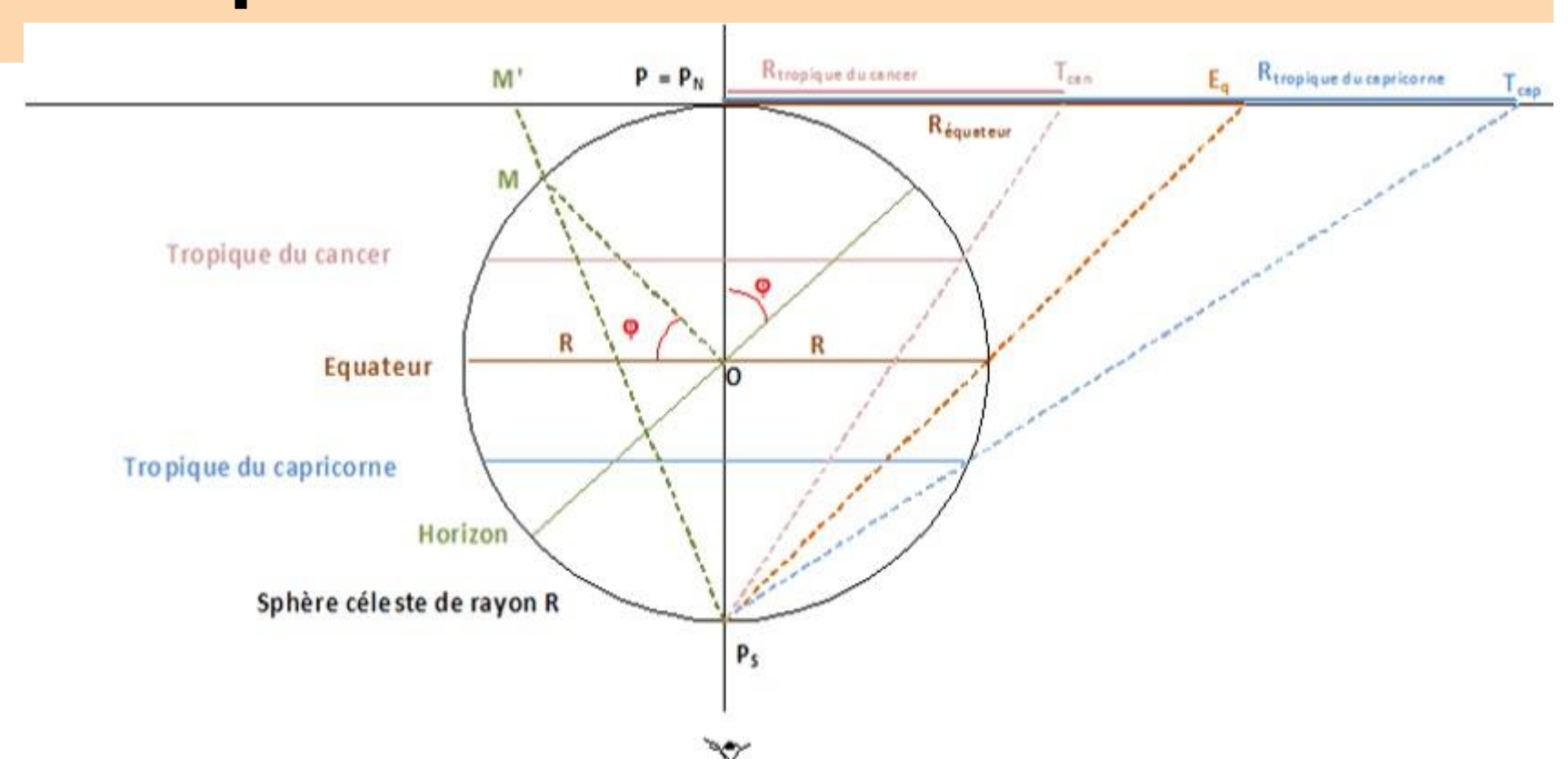
ÇA SERT À QUOI ?

D'usage limité pour les observations astronomiques, il sert surtout pour l'astrologie, l'enseignement de l'astronomie, et le calcul de l'heure le jour par l'observation du soleil ou pendant la nuit par l'observation des étoiles. On l'utilisait aussi pour des relevés topographiques.

COMMENT ÇA MARCHE ?

Mesure de la hauteur des astres :

L'astrolabe est une projection stéréographique de la sphère céleste au lieu d'observation (on projette sur un plan tangent au pôle Nord). Il se tient verticalement à la main par un anneau. Les astres sont ciblés en tournant le viseur (alidade) jusqu'à ce que le Soleil ou une étoile soit vue à travers les deux bouts. L'angle que l'on obtient par le viseur sur le limbe, qui est la hauteur de l'objet visé, permet de calculer la latitude du point d'observation.



"L'astrolabe des mystères de Dieu, c'est l'amour."

Maître Eckhart (1260-1328)



IREM Aix-Marseille

<http://www.irem.univ-mrs.fr/expo2013/>

LE PRINCIPE DU CARRE

GEOMETRIQUE

MESURER



Extrait de la

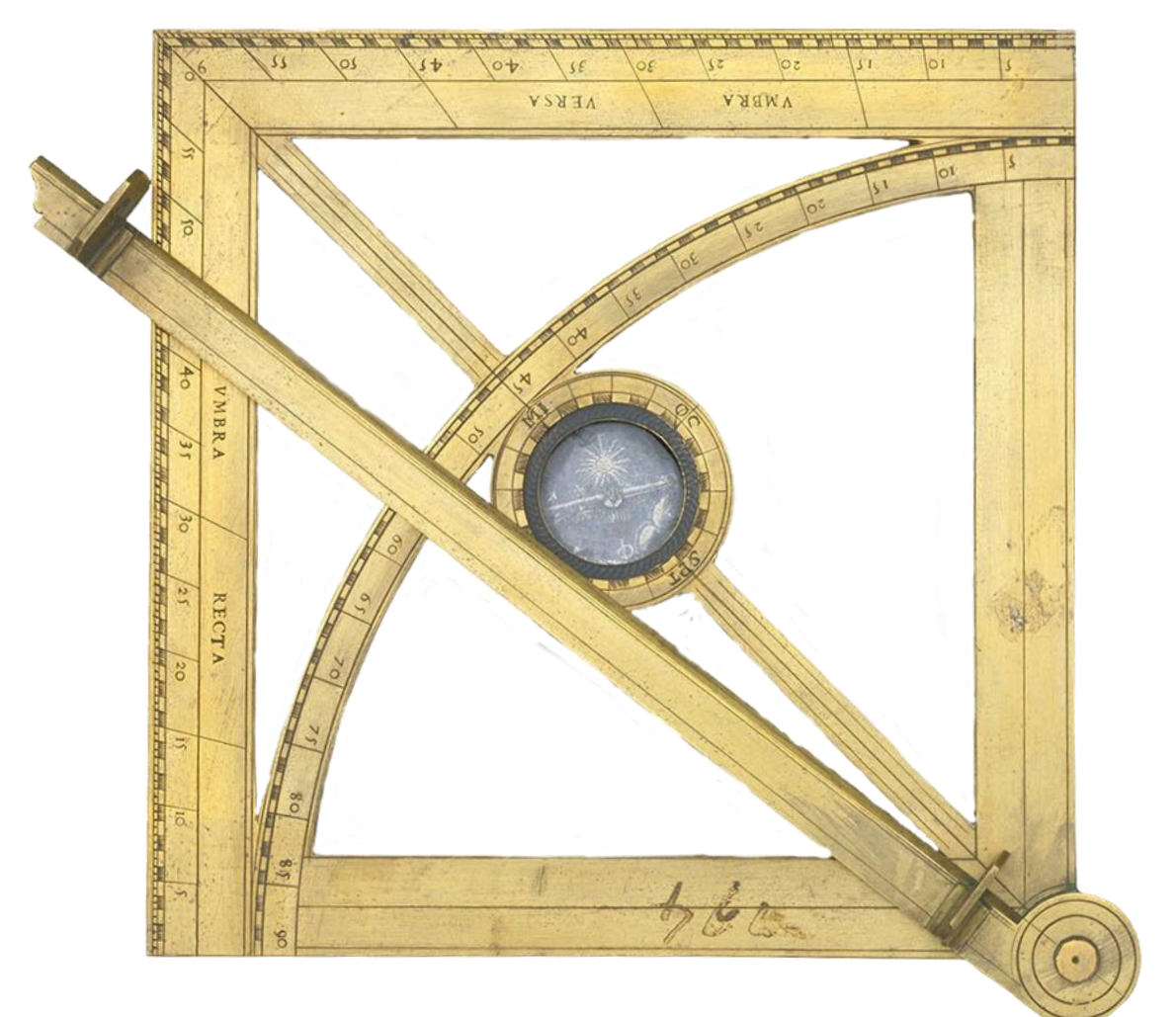
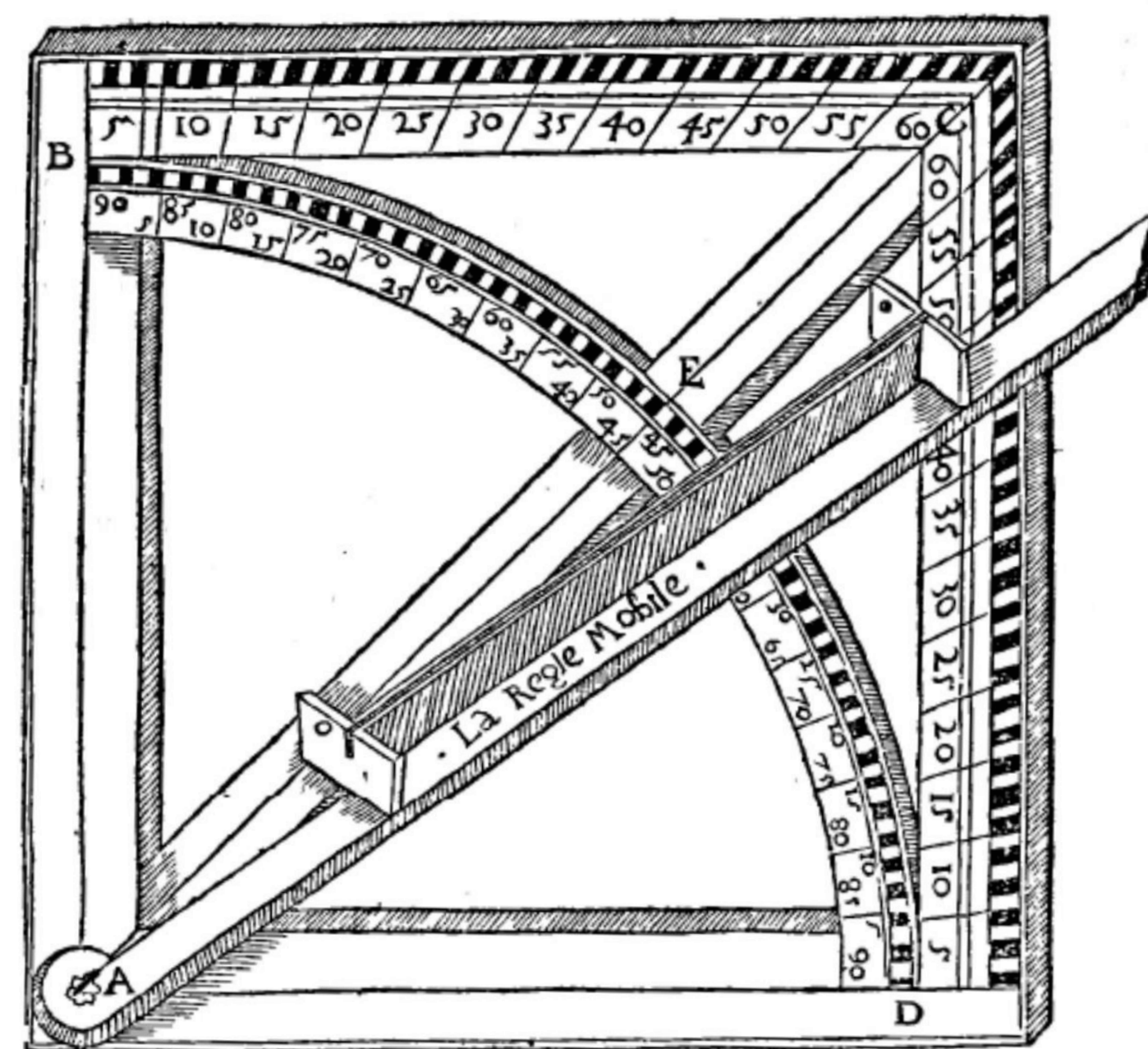
Composition et Usage du carré géométrique d'ORONCE FINE

ORONCE FINE (1494-1555)

est un mathématicien, astronome et cartographe français. Il est également un inventeur prolifique et constructeur d'instruments mathématiques et de cadrans solaires

Sur tous les instruments & subtils artifices, par lesquels on peut mesurer toutes longueurs, hauteurs, & profondeurs, que l'on peut appercevoir à l'oeil, soient accessibles, ou inaccessibles: Le quarré, dit geometrique, est le plus commode, plus facile, & le plus seur: lequel quarré geometrique (comme demonstre la figure d'iceluy descrite cy apres) est compose de quatre pieces, ou reigles principales, de quelque dure

Sur tous les instruments et subtils artifices, par lesquels on peut mesurer toutes longueurs, hauteurs et profondeurs, que l'on peut apercevoir à l'œil, qu'elles soient accessibles ou inaccessibles : le carré, dit géométrique est le plus commode, le plus facile et le plus sûr lequel carré géométrique (comme démontre la figure d'iceluy décrite ci-après) est composé de quatre pièces ou règles principales...

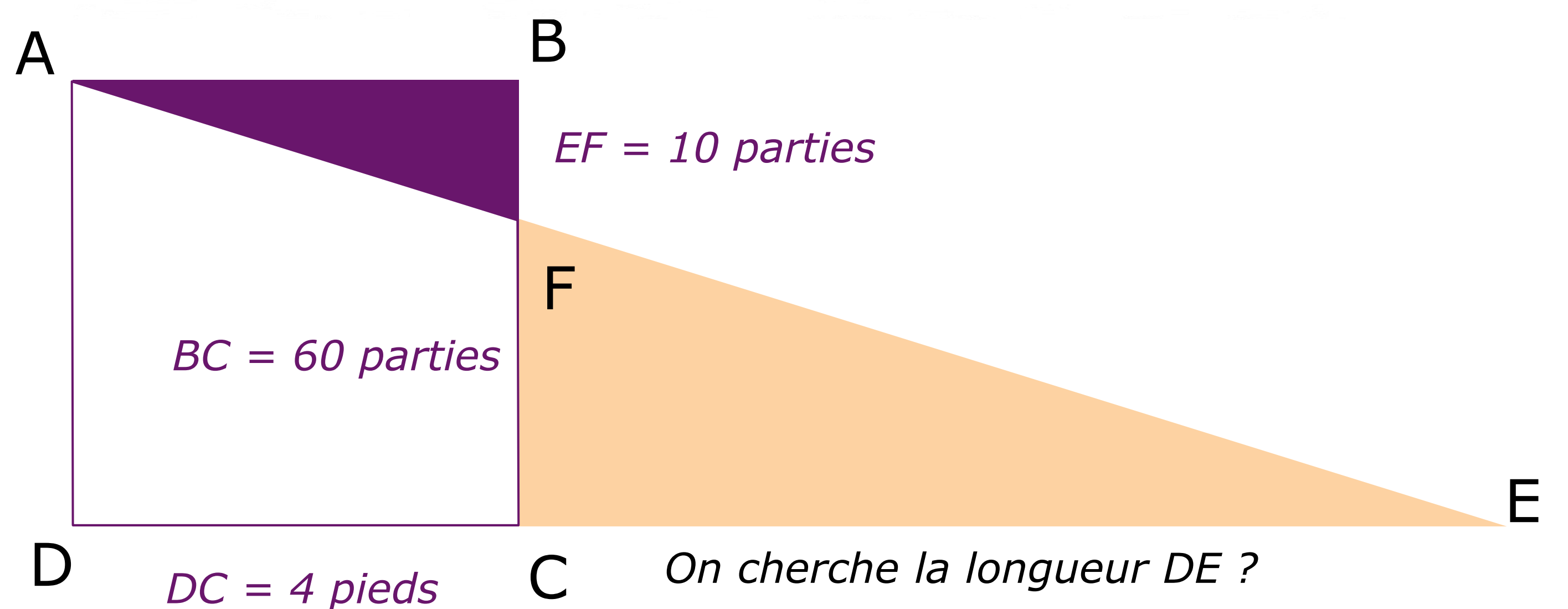
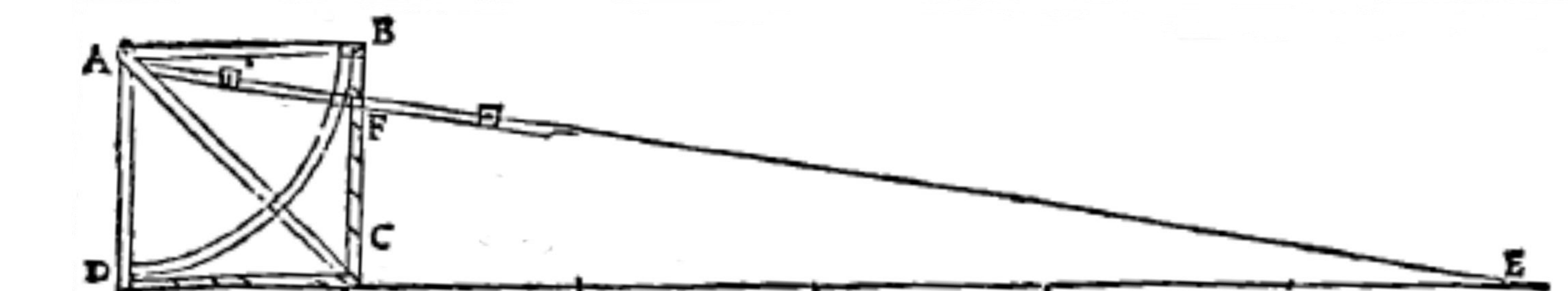


Carré géométrique
Musée d'Histoire des Sciences Florence

Posez donc le cas par forme d'exemple que l'on veuille mesurer la longueur DE de la figure qui s'en suit et que l'on fasse coïncider le coin D dudit carré géométrique ABCD.

On vise avec la règle mobile le point E qui coupe le côté BC en F.

Dans cet exemple le côté BC est divisé en 60 parties et la longueur BF vaut 10 parties. Considérant que la longueur du côté du carré est de 4 pieds alors la longueur DE vaut 24 pieds



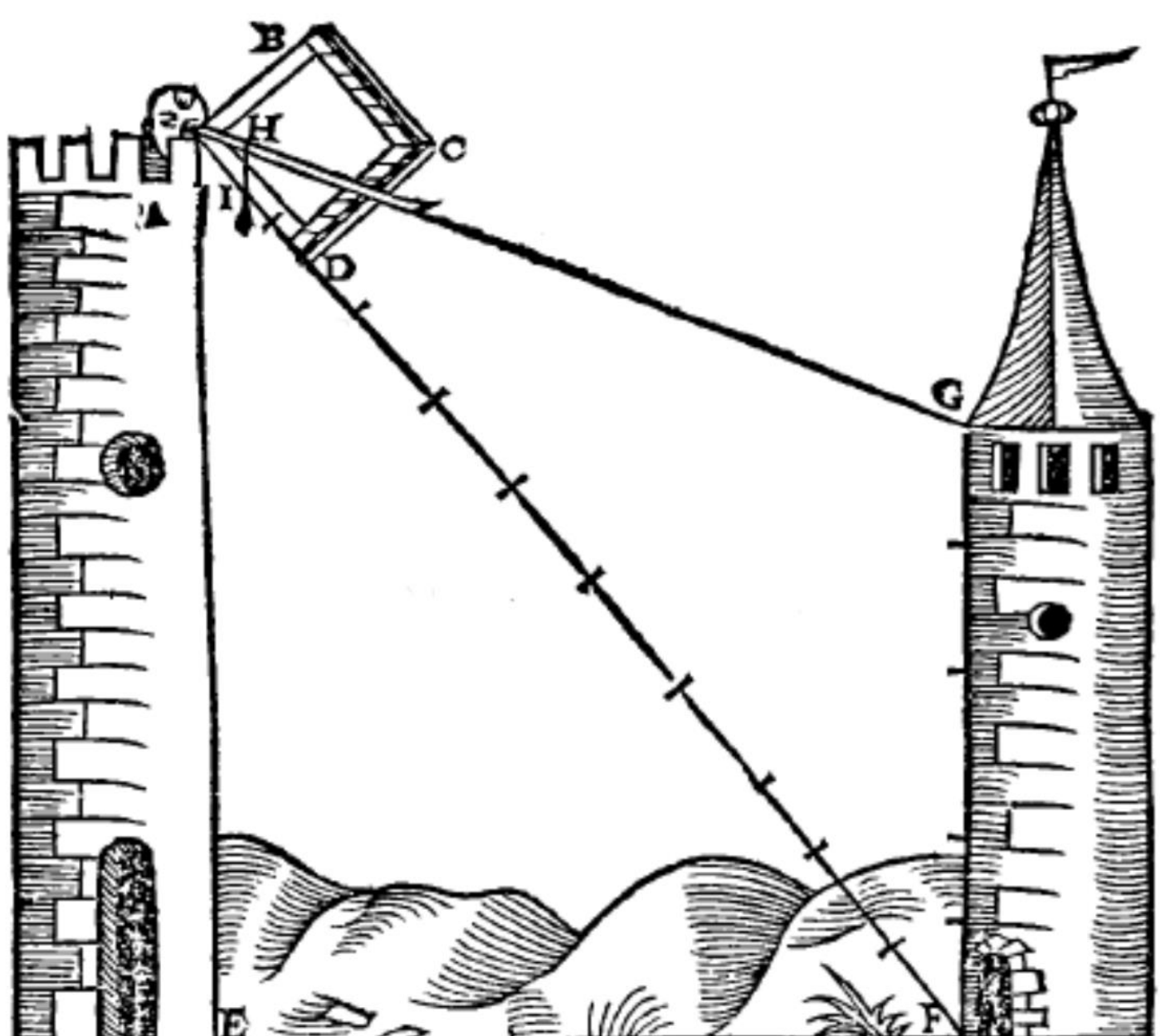
En appliquant la propriété de

Thalès, on a :

$$DE = DC \times \frac{BC}{BF}$$

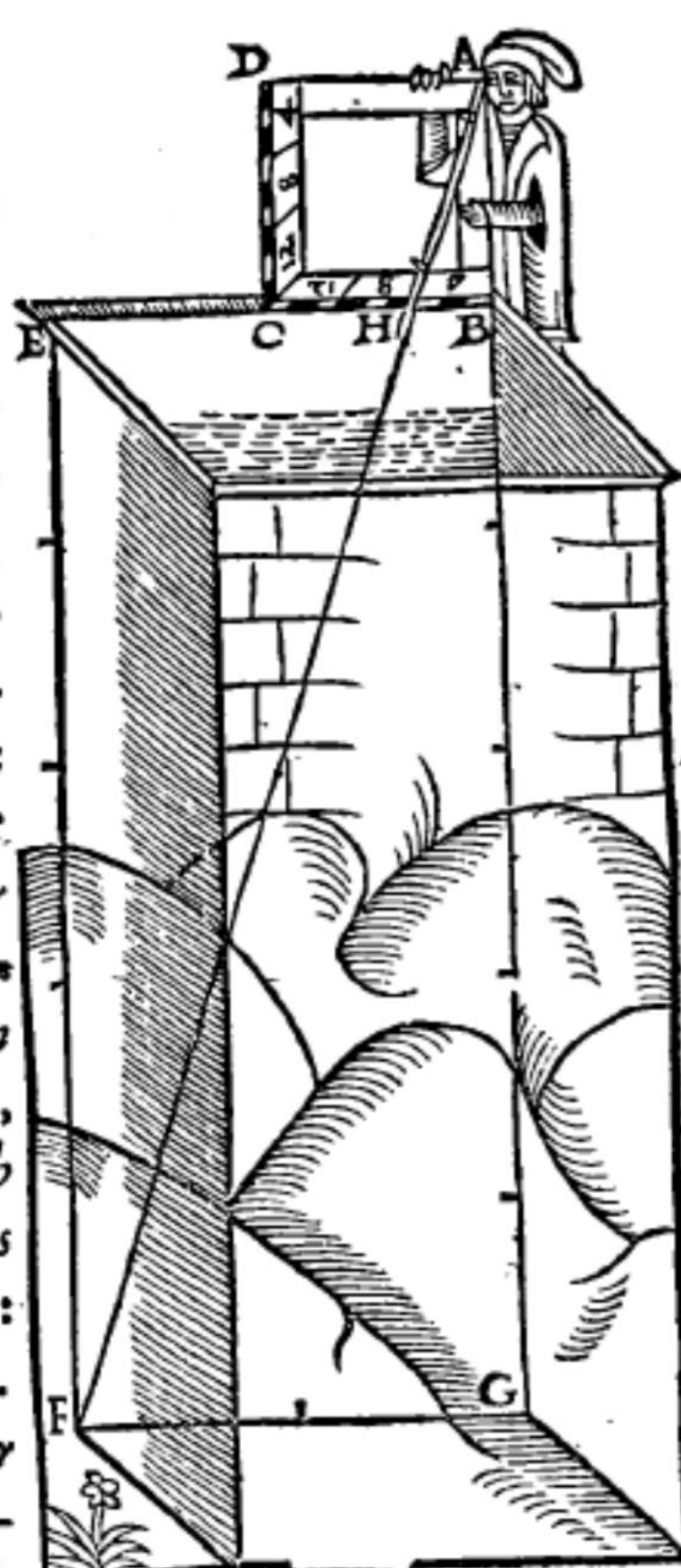
$$\text{et donc } DE = 4 \times \frac{60}{10}$$

DE mesure 24 pieds

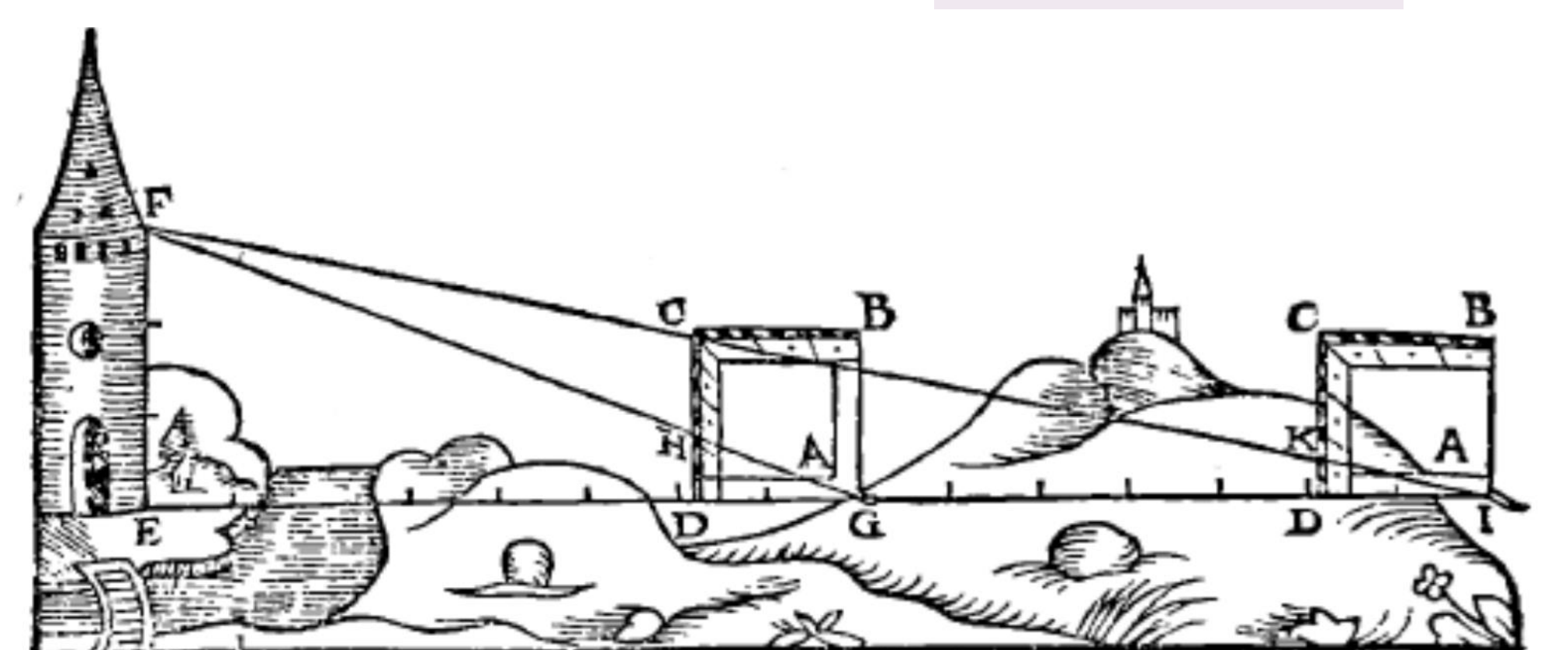


Utilisation du carré pour mesurer la hauteur d'un édifice érigé sur une montagne sans en approcher

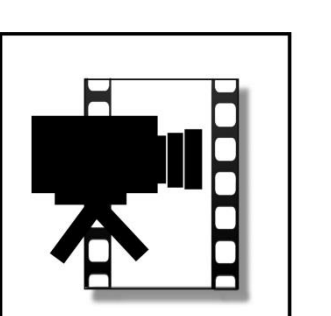
Exemple de ce chapitre.
Supposez (par forme d'exemple) que l'on veuille mesurer la profondeur du puits b e f g. Le quarré donques a b c d, estant dressé en telle maniere, que le costé a b soit droitement colloqué au long de la muraille b g, & le costé b c sur le bord & orifice b e: soit la largeur b e, (laquelle est égale à son opposite g f) de 6 pieds, & la section de la ligne fiduciale sur le point h, du costé b c, & la portion b h, de 20 parties telles dont tout le costé est de 60. Je dis que la longueur b e, ou f g, obtient telle raison ou proportion à la longueur ou profondeur, a g comme lesdites 20 parties de la portion b h, aux 60 parties de tout le costé a b, ou b c. Il conuient donques multiplier lesdits 6 pieds par 60, dont ils viendront 360: qu'il faut diuiser par 20, & l'on aura 18. Autant de pieds contiendra la longueur a g: de laquelle conuient soustraire le costé a b. Si ledit costé d'iques est de 3 pieds la susdite profondeur b g, sera de 15 pieds iustement.



Utilisation du carré pour mesurer la profondeur d'un puits



Utilisation du carré pour mesurer la hauteur d'une tour par double visée



LE PRINCIPE DU GRAPHOMETRE

MESURER

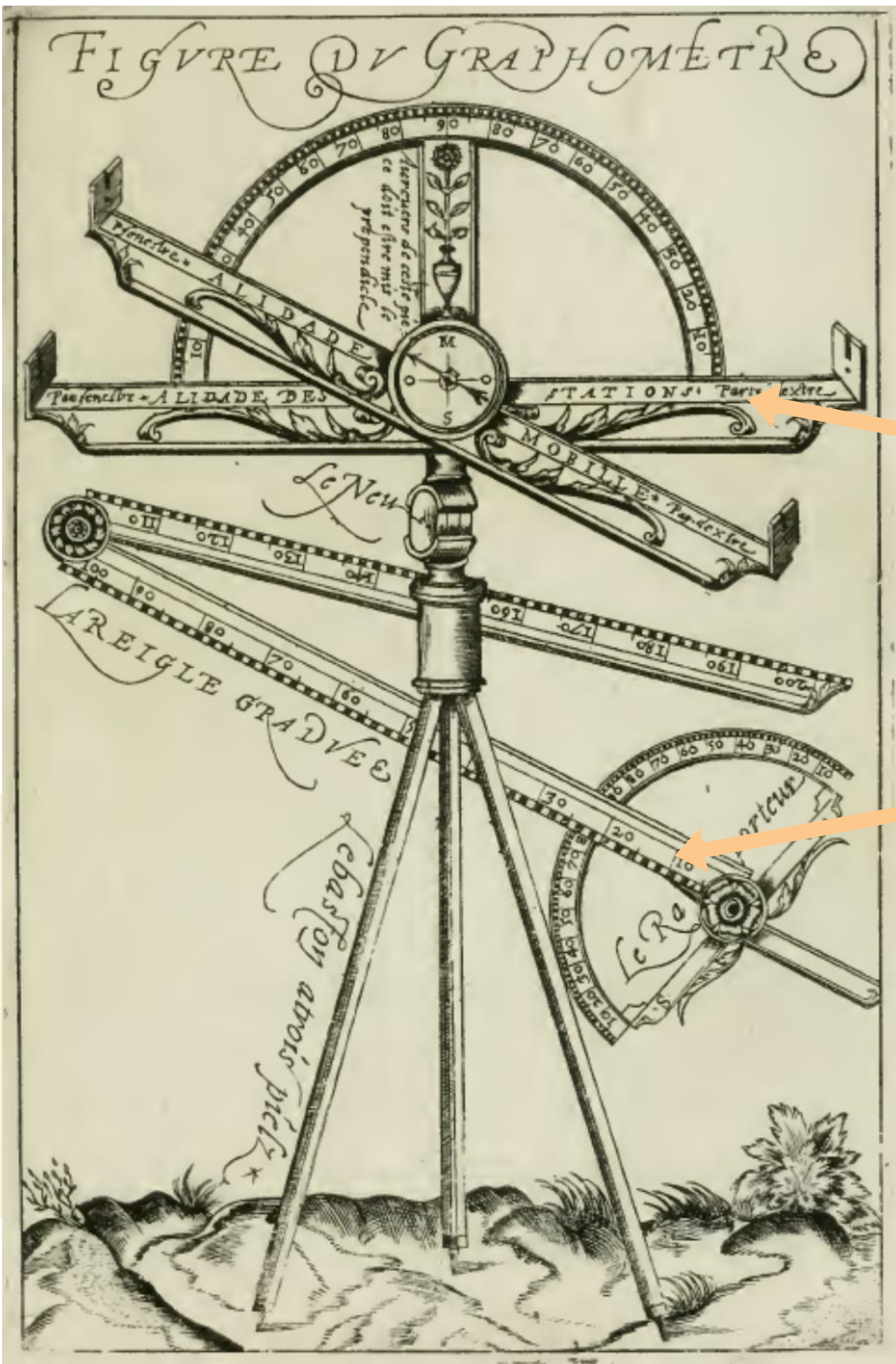


Illustrations extraites de la
Déclaration de l'usage du graphomètre,
inventé nouvellement et mis en lumière par
PHILIPPE DANFRIE

Le graphomètre deviendra par la suite un instrument largement utilisé pour l'arpentage et la navigation

Cet instrument est dict Graphometre à raison qu'avec iceluy l'on peut desoir e mesurer toutes choses visibles que l'on peut discerner, lequel comprend deux parties principales séparées l'une de l'autre: la premiere desqelles est nommée Observateur, et l'autre est dicté Rapporteur, le dit Observateur est

Cet instrument est dit graphomètre à raison qu'avec iceluy l'on peut mesurer toute chose visible que l'on peut discerner, lequel comprend deux parties principales séparées l'une de l'autre : la première est dite **Observateur** et la seconde **Rapporteur**



Observateur

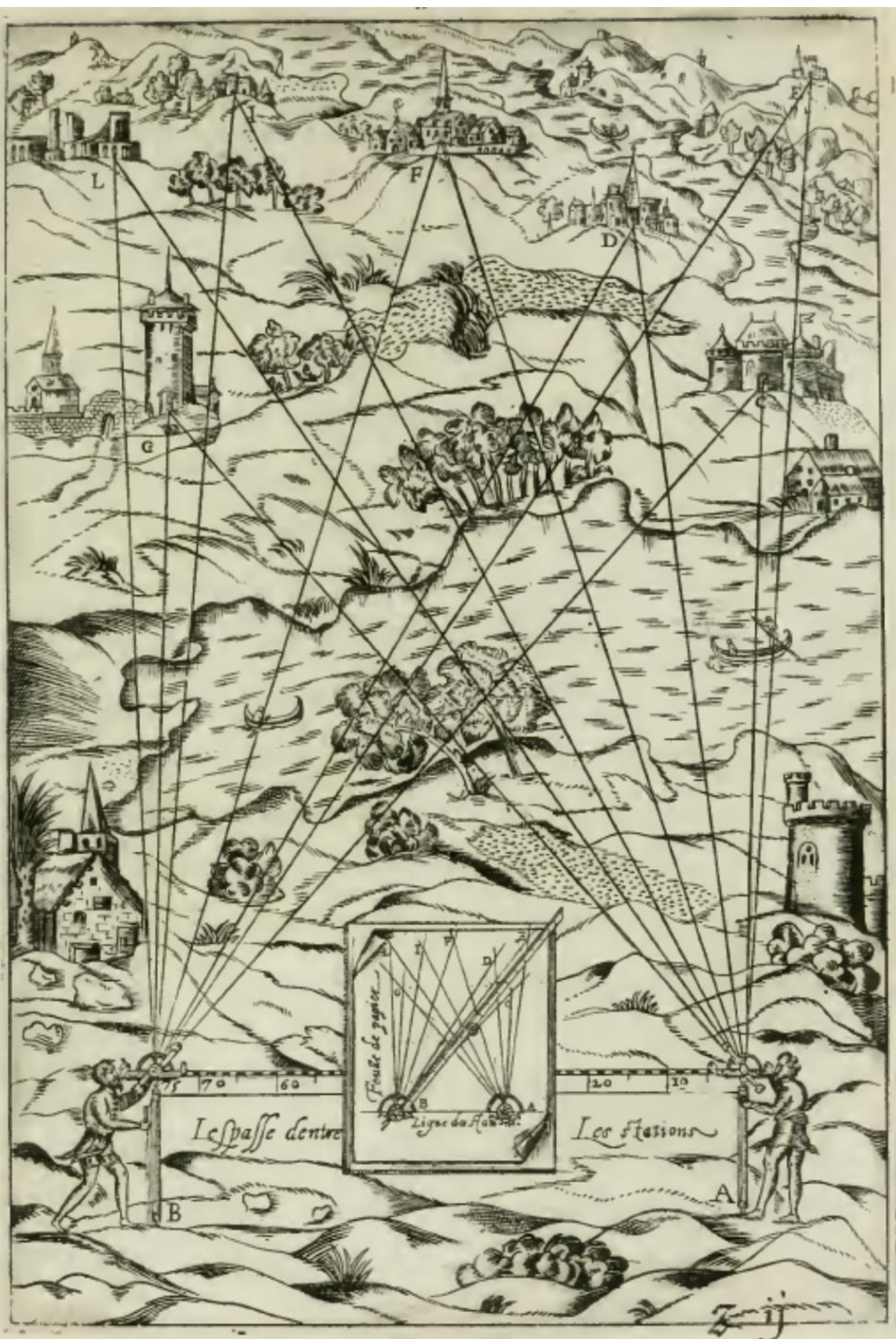
Rapporteur

Philippe DANFRIE(1532-1606)

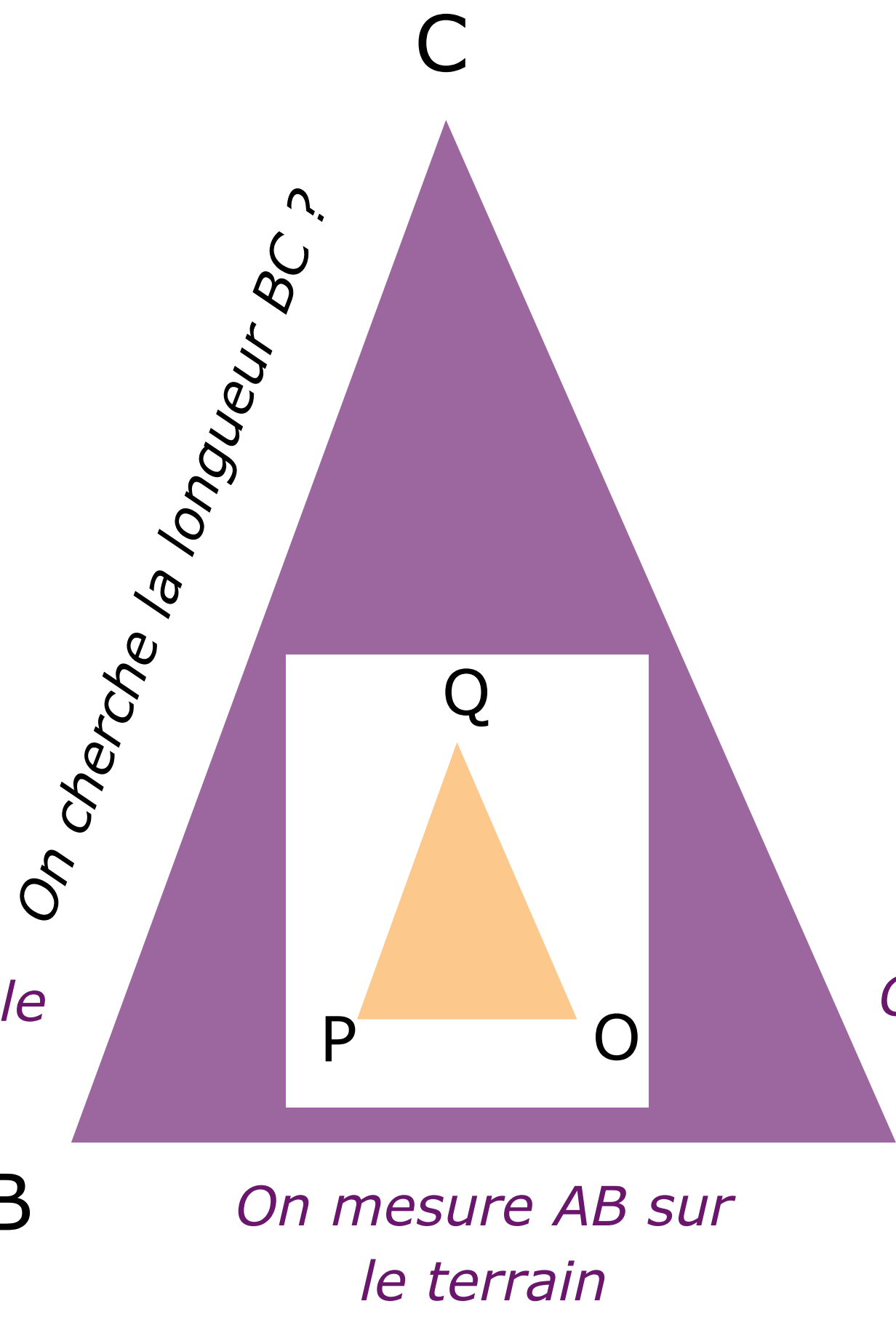
Il fait ses débuts comme imprimeur puis libraire à Paris

Il est ensuite tour à tour graveur en imprimerie, tailleur de caractères, canonnier ordinaire du roi, graveur en mathématiques et graveur d'armoiries.

Il devient en 1582 tailleur général des monnaies de France et inventeur d'instruments mathématiques notamment le graphomètre, dont il publie la *Déclaration de l'usage* en 1597.



Utilisation du graphomètre pour le levé de plan d'une ville



Sur le plan, chaque personnage est noté par une lettre : A et B. La ville est appelée C. Le rectangle blanc représente la feuille de papier sur laquelle est dessinée le triangle OPQ .

La longueur AB est la longueur qui est mesurée sur le terrain.

On veut par exemple mesurer la distance AC.

Avec l'**observateur**, on se place en A et selon AB on mesure l'angle

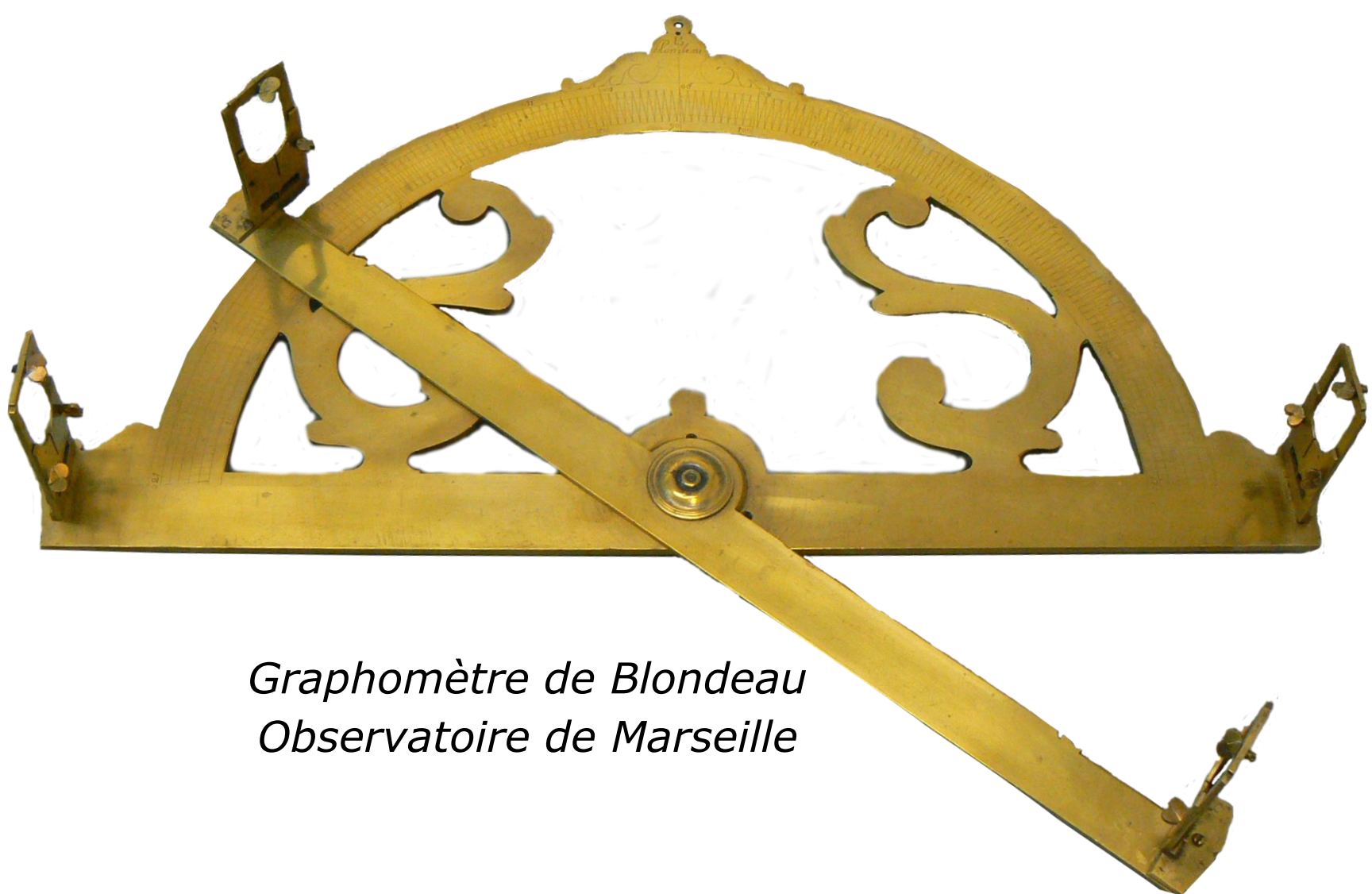
$\widehat{BAC}$ puis on se place en B et selon AB on mesure l'angle $\widehat{ABC}$.

Sur la feuille de papier, on trace une longueur quelconque OP puis

avec le **rapporteur**, on reporte les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}$.

Les deux demi-droites d'origines O et P sont concourantes en Q.

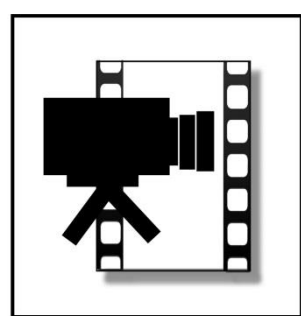
Les triangles ABC et OPQ étant semblables, en mesurant sur la feuille OP et OQ on déduit AC.



Graphomètre de Blondeau
Observatoire de Marseille



Utilisation du graphomètre pour la mesure de hauteur



LE PRINCIPE DU TRIGOMETRE

MESURER



Illustrations extraites du **Traité de l'usage du Trigomètre, inventé nouvellement et mis en lumière par PHILIPPE DANFRIE**

Philippe DANFRIE(1532-1606)

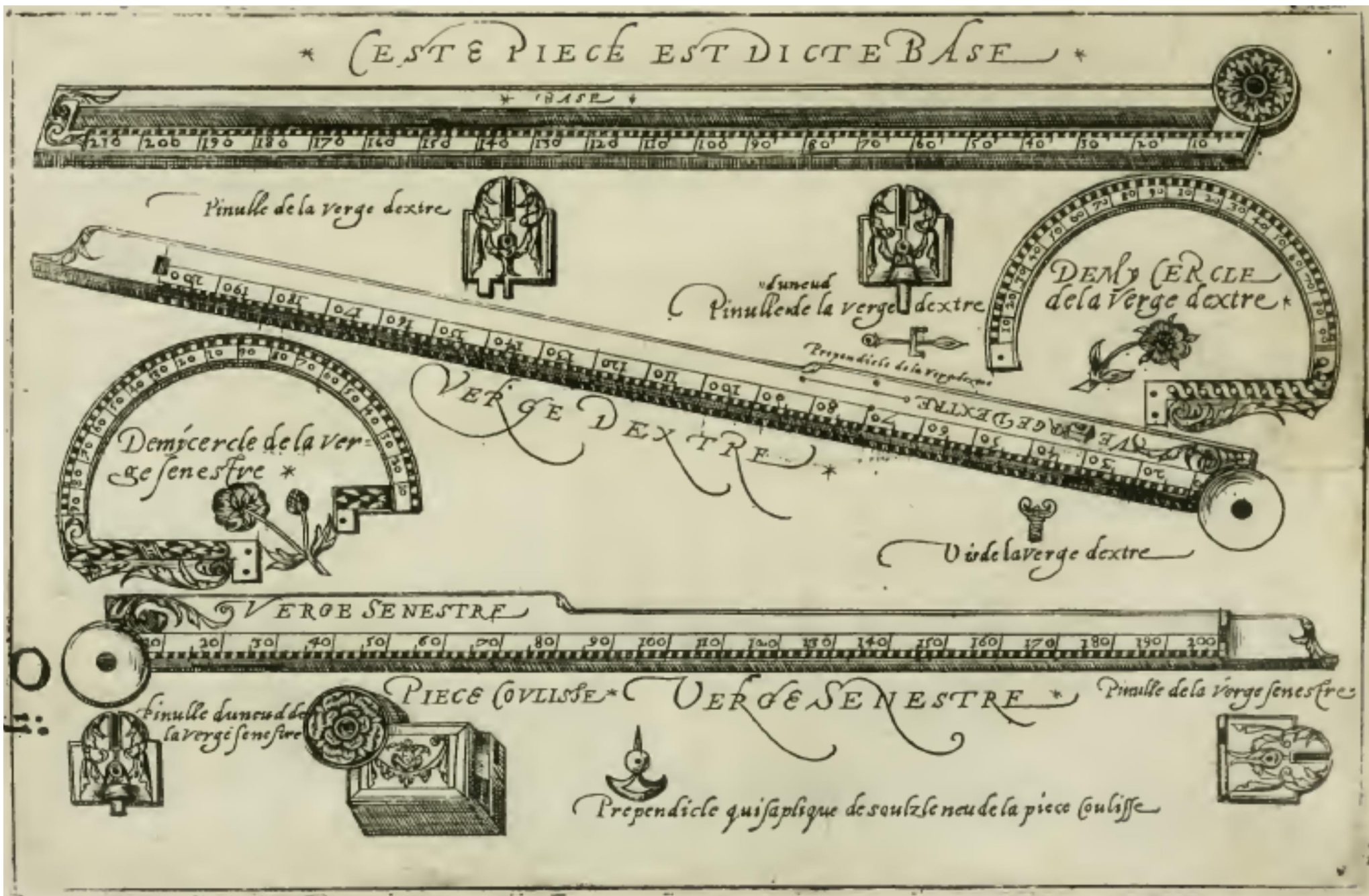
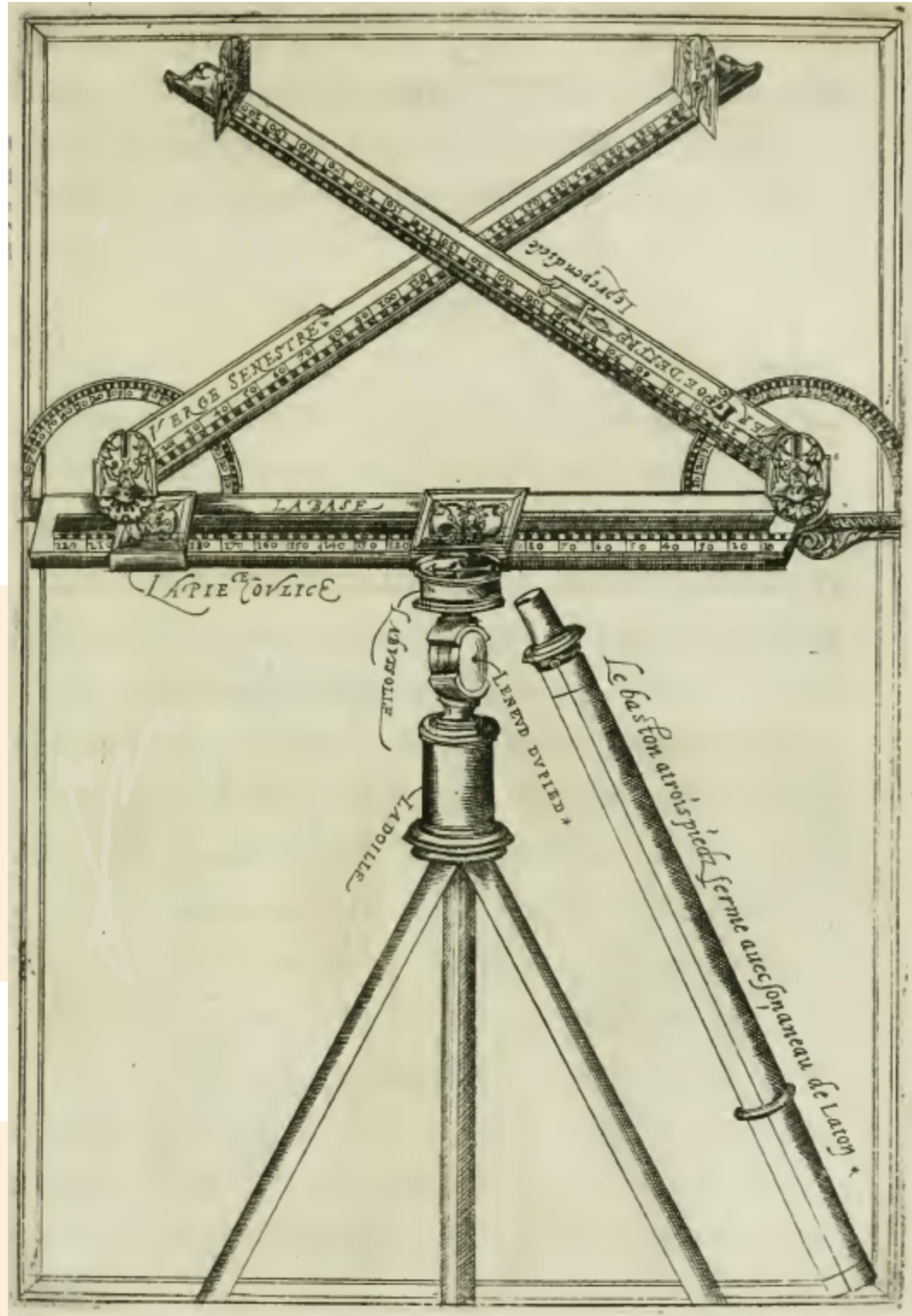
Il fait ses débuts comme imprimeur puis libraire à Paris

Il est ensuite tour à tour graveur en imprimerie, tailleur de caractères, canonnier ordinaire du roi, graveur en mathématiques et graveur d'armoiries.

Il devient en 1582 tailleur général des monnaies de France et inventeur d'instruments mathématiques notamment le graphomètre, dont il publie la *Déclaration de l'usage* en 1597.

Pour plus facilement donner l'intelligence de cest Instrument dict Trigometre, ie represente et fay voir les piéce dont il est composé, tant séparées que ioinctes ensemble, les specifiant chacune par son propre nom, et les montrant par figure chacune en son ordre et lieu. Il est dict Trigometre, parce qu'en toutes ses opérations, il fait tousiours une figure triangulaire, dont les trois costez sont mesurez par parties égales.

Pour plus facilement donner l'intelligence de cet instrument dit Trigomètre, je représente et fais voir les pièces dont il est composé, tant séparées que jointes ensemble, les spécifiant chacune par son propre nom, et les montrant par figure chacune en son ordre et lieu. Il est dit **Trigomètre**, parce qu'en toutes ses opérations, il fait toujours une figure triangulaire, dont les trois côtés sont mesurés par parties égales



Le trigomètre est composé d'un pied et de trois règles graduées. La première règle est fixée sur le pied. La deuxième coulisse et pivote sur la première règle. La dernière règle pivote uniquement. Les visées se font grâce aux pinnules fixées sur les règles.

L'utilisation du trigomètre nécessite de connaître une longueur AB sur le terrain.

On souhaite trouver la distance de A à C.

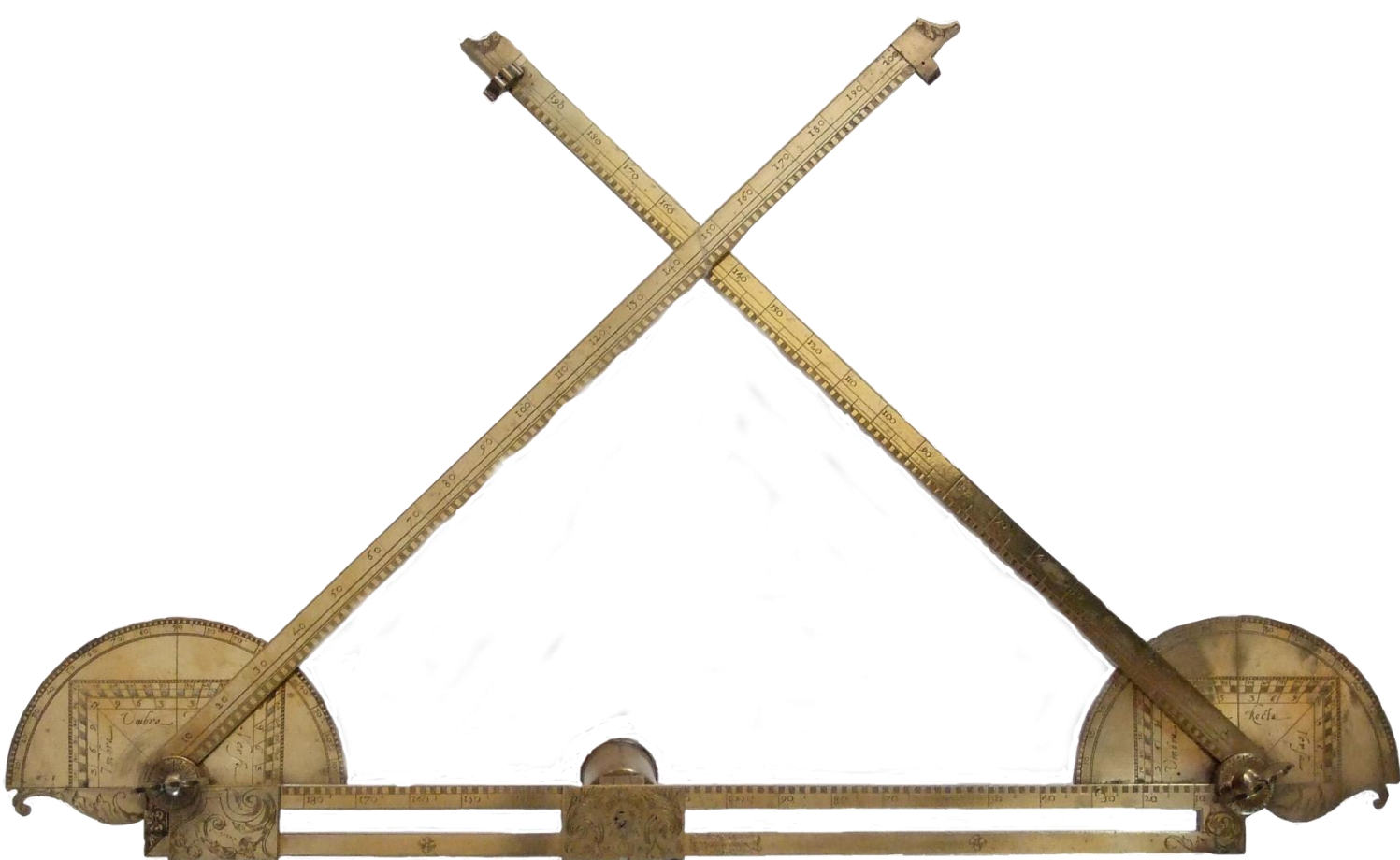
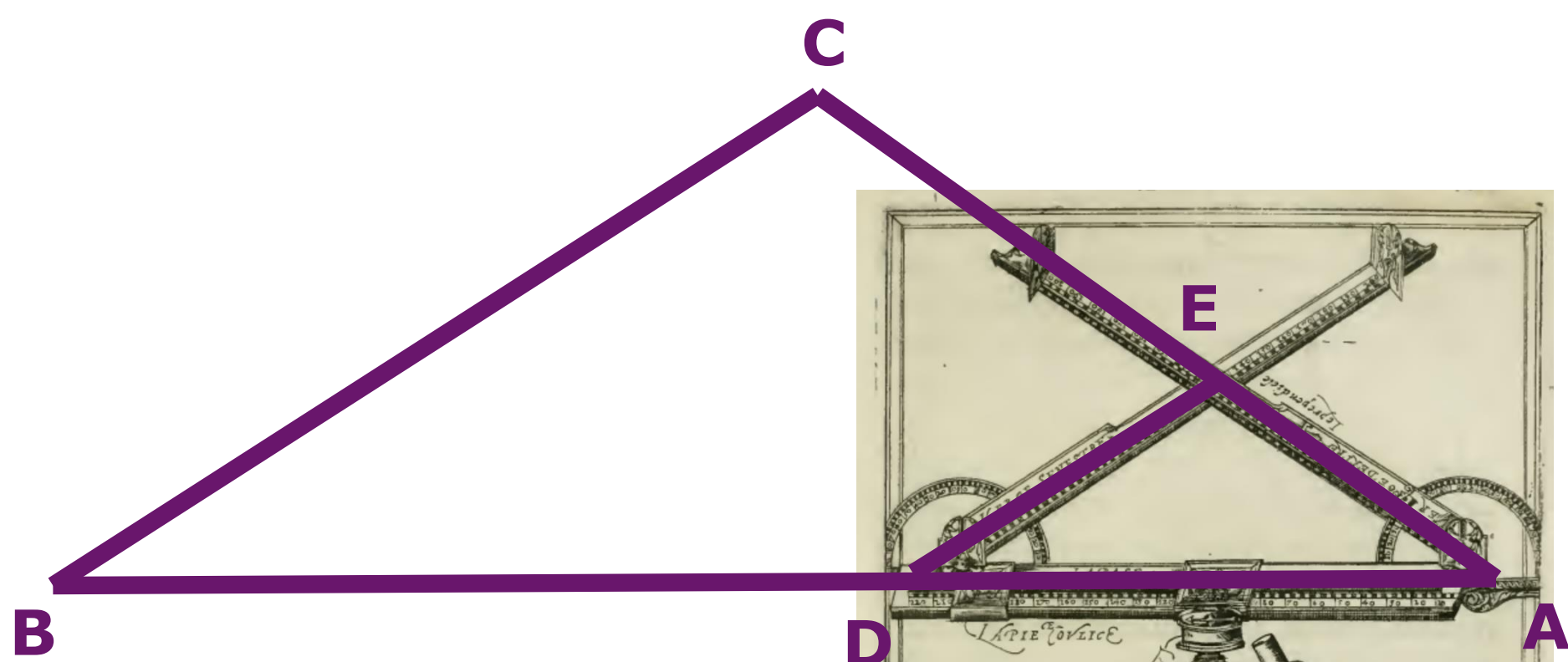
L'observateur se place en A avec le trigomètre, vise le point C avec la règle 3 et bloque alors le pivotement de celle-ci. Il se place ensuite en B, vise le point C avec la règle 2 et bloque son pivotement. Il fait ensuite glisser les règles 2 (dans la partie coulissante) afin que les règles 2 et 3 se coupent sur une graduation.



Les droites (BC) et (DE) étant parallèles, les triangles (ABC) et (ADE) sont semblables et on a :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

On en déduit donc **AC**



Graphomètre de Danfrie
Observatoire de Marseille

