

LA ROUTE DES CHIFFRES EN MEDITERRANEE

COMPTER

ARRIVEE D'INDE, LA NUMERATION DECIMALE TROUVE SA GRAPHIE ACTUELLE APRES UNE LONGUE ROUTE AUTOUR DE LA MEDITERRANEE.

Inde Sanscrit-Devanagri IX^e siècle.

Chiffres arabes X^e siècle.

NUMERATION ARABE HINDI: EVOLUTION DE LA GRAPHIE EN MEDITERRANEE ORIENTALE ENTRE LE X^e SIECLE ET AUJOURD'HUI.

Arabe hindi X^e siècle.

Arabe hindi XV^e siècle.

Arabe hindi encore utilisé dans certains pays arabes aujourd'hui.

NUMERATION ARABE GHUBAR/ EVOLUTION DE LA GRAPHIE EN MEDITERRANEE OCCIDENTALE ENTRE LE X^e SIECLE ET AUJOURD'HUI.

X^e siècle Codex Vigilanus: le plus vieux témoignage en occident latin, Espagne.

XI^e siècle Ecriture savante dans les monastères, Apices.

SECONDE INTRODUCTION EN OCCIDENT LATIN, INTRODUCTION DU ZERO.

XII^e siècle Liber Algorithmi Tolède.

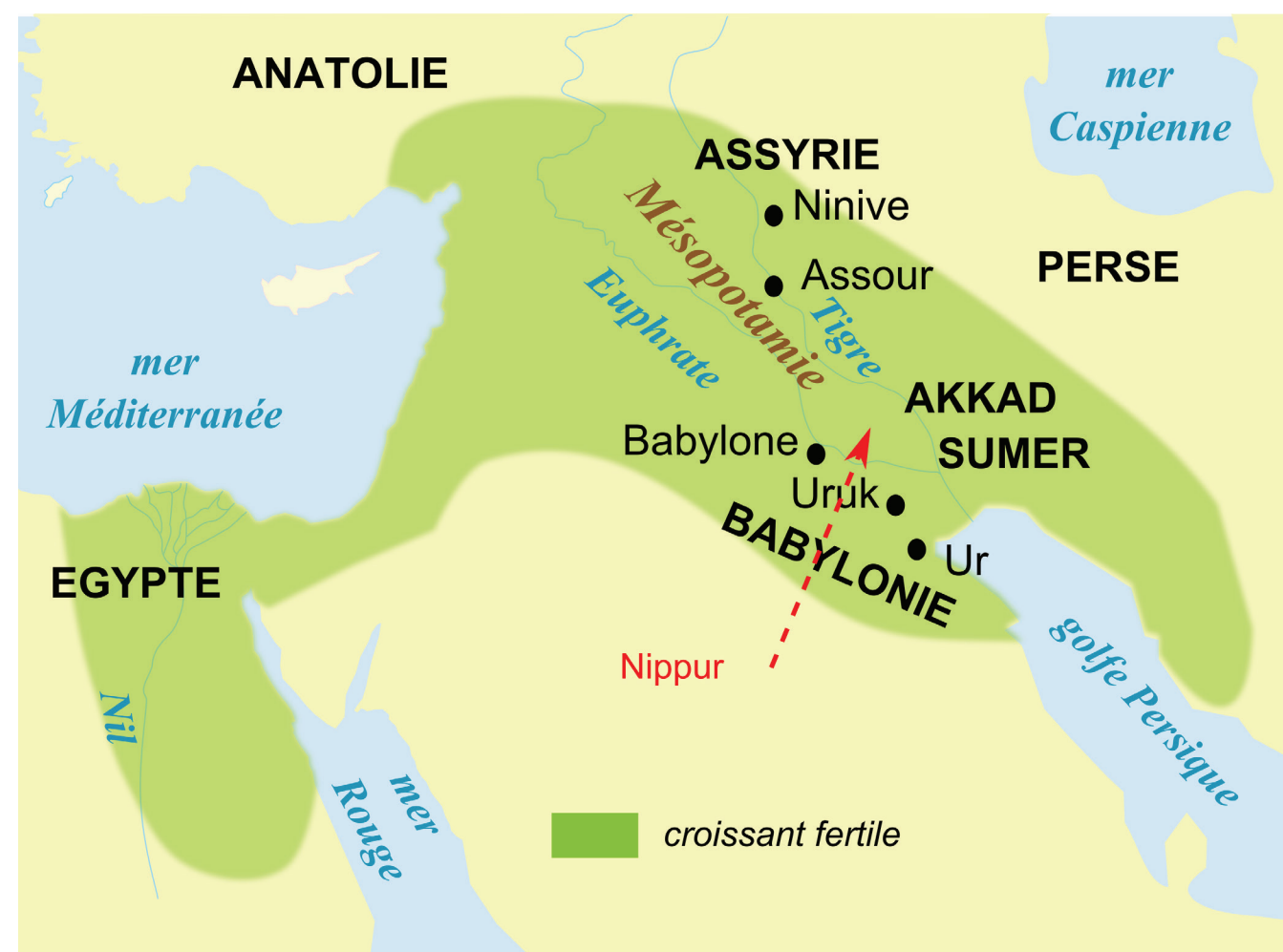
XIII^e siècle Jean de Sacrobosco tractatus de arte numerandi.

XI^e ou XII^e siècle Boèce Géométrie.

XII^e siècle Léonard de Pise, Liber abaci, introduction du zéro.

XV^e siècle, à l'aube de l'imprimerie.





L'ECRITURE DES NOMBRES

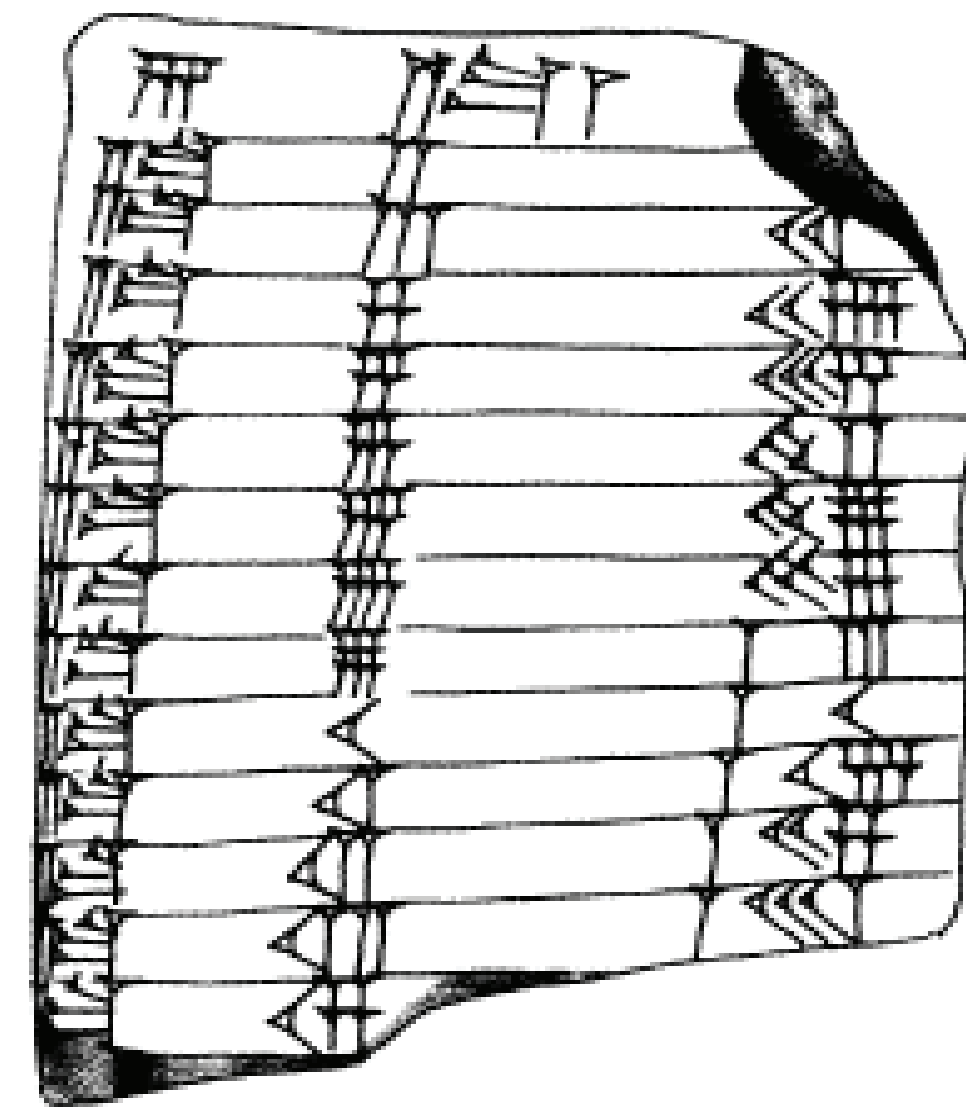
LA MÉSOPOTAMIE

COMPTER



Cette table de multiplication (par sept) a été trouvée à Nippur, dans les ruines d'une école de scribes et date probablement du deuxième millénaire av. J.C.

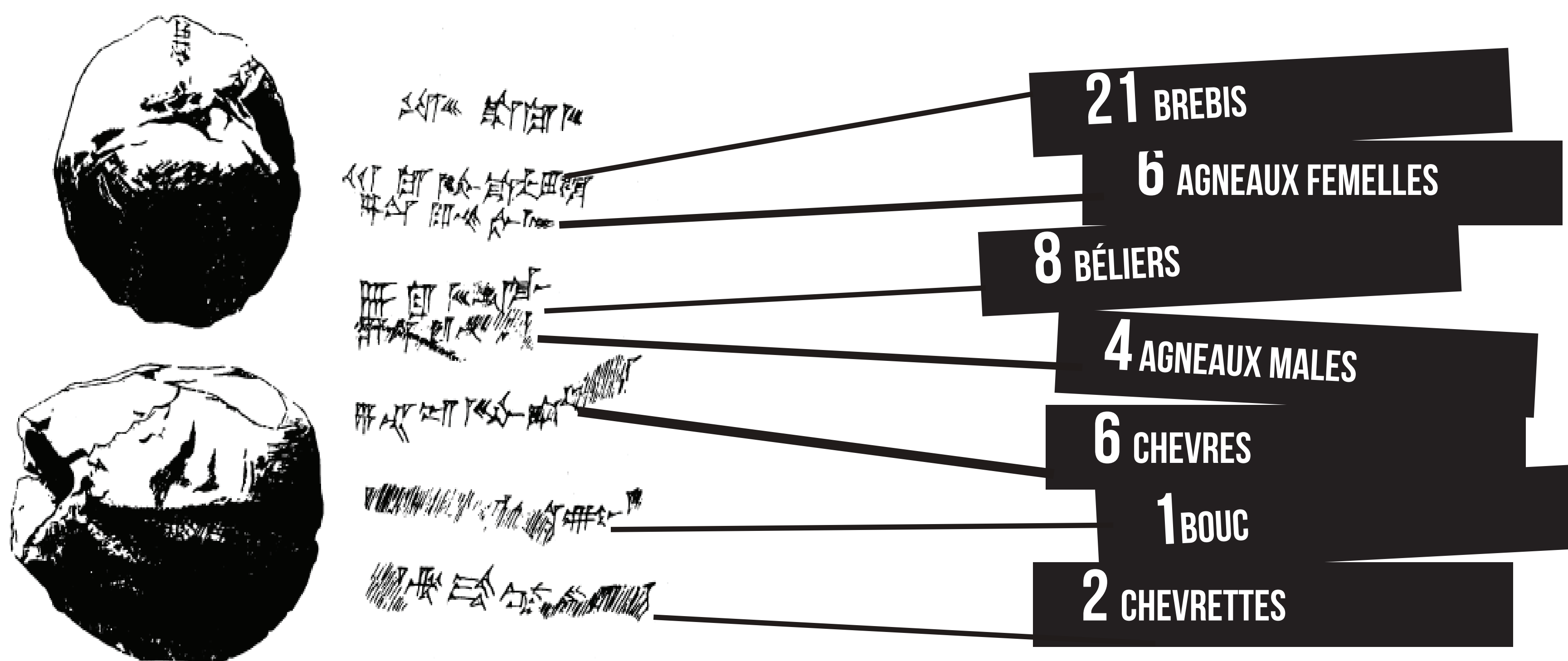
On peut y lire, dans la colonne centrale les nombres de 2 à 14 et dans la colonne la plus à droite leur produit par 7 (le premier de cette liste, 2x7 est illisible, car dans la partie abimée).



La numération utilisée est en base soixante avec une base intermédiaire dix. Deux symboles suffisent à écrire les cinquante neuf chiffres (le zéro est absent).

unités :	1	2	3	4	5	6	7	8	9
dizaines :	10	20	30	40	50				

LES BOURSES ENVELOPPES



Cet objet, de forme ovoïde, qui contenait 48 petits cailloux, a laissé perplexes les archéologues qui l'ont découvert près de Kirkuk en 1928.

C'est grâce à un autochtone, chargé de l'approvisionnement de la mission, que le mystère a été éclairci. Celui-ci, au retour du marché, se trouve incapable de donner le nombre de poules qu'il a acheté et relâché dans le poulailler, mais il sort de sa poche une poignée de cailloux ... perpétuant ainsi une pratique plusieurs fois millénaire.

Ces bulles enveloppes ont précédé l'usage des tablettes d'argile.

L'exemple, ci-contre correspond à l'acheminement d'un troupeau de 48 têtes.

UNE ECRITURE A INTERPRETER

2013 = $33 \times 60 + 33$ s'écrit :



mais cette écriture pourrait aussi représenter $33 + 33/60$ ou encore $33/60 + 33/60^2$ suivant le contexte.

Plus généralement, toute fraction dont le dénominateur est un produit de puissances de 2, 3 ou 5, peut s'écrire avec un nombre fini de clous et de chevrons. On dit que cette écriture est à virgule flottante.

A L'ORIGINE DE NOTRE MESURE DU TEMPS

Notre mesure du temps (ou des angles) en heures (degrés), minutes, secondes a une origine mésopotamienne.

De même qu'une demi-heure est égale à 30 minutes ou un quart d'heure à 15 minutes, les couples de nombres, dont le produit est une puissance de 60, sont dits couples d'inverses comme: (2;30), (3;20), (4;15), (5;12), (6;10). Pour 8, par exemple, l'inverse qui lui est associé est le nombre $30 \times 15 = 450$ qui s'écrit 7.30 en écriture sexagésimale.

UNE REMARQUABLE APPROXIMATION DE $\sqrt{2}$



La tablette YBC 7289, découverte sur les ruines de Babylone en 1912 et propriété de l'Université de Yale, mesure 8 cm de diamètre. Sa datation est estimée entre -1900 et -1600.

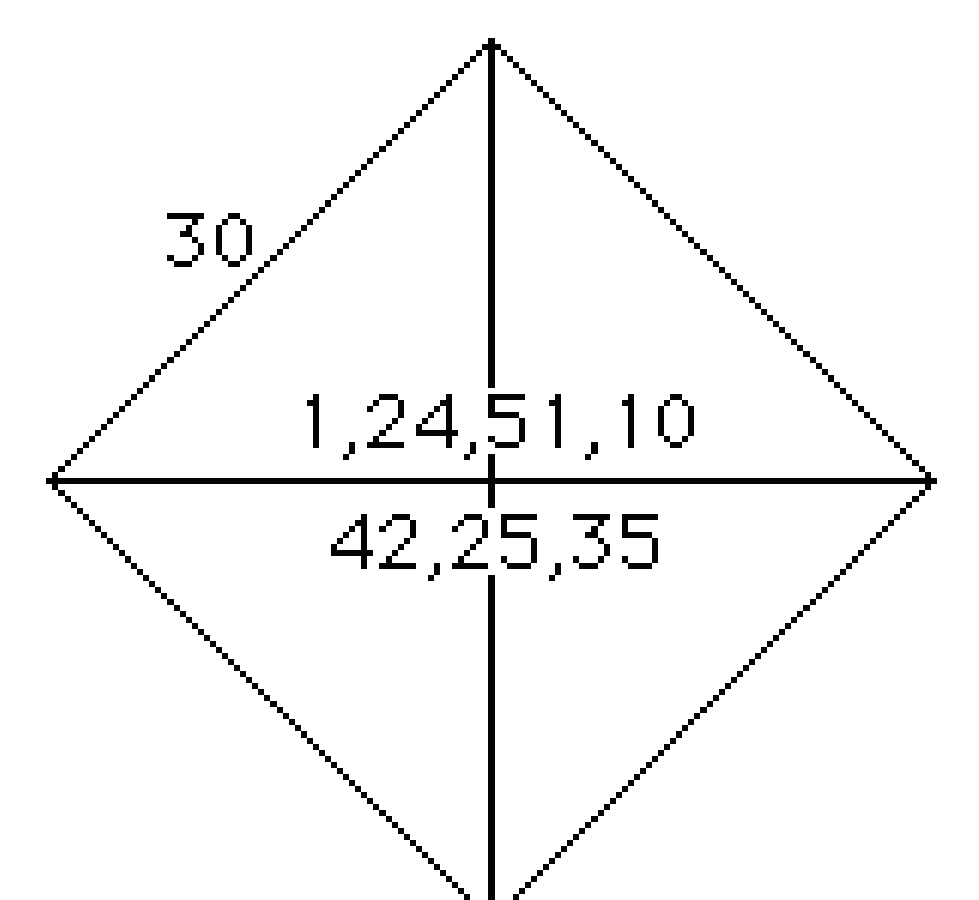
On peut lire le nombre 30 sur le côté du carré, sur la diagonale et en dessous de celle-ci les nombres (écrits en numération sexagésimale) 1.24.51.10 et 42.25.35.

Le nombre 1.24.51.10 mis sous la forme $1 + 24/60 + 51/60^2 + 10/60^3$

= 1.4142129 comparé à : 1.4142135... est une approximation de $\sqrt{2}$ à 6×10^{-7} près!

Cette tablette est sans doute la solution d'un exercice, donné dans une école de scribes, consistant à trouver la diagonale d'un carré connaissant le côté.

La connaissance, par les savants de cette époque, d'une approximation de $\sqrt{2}$ avec une telle précision, force l'admiration. Aucun document ne nous est parvenu concernant la méthode d'obtention d'un tel résultat.



THE YALE TABLET

Irem d'Aix-Marseille

<http://www.irem.univ-mrs.fr/expo2013>



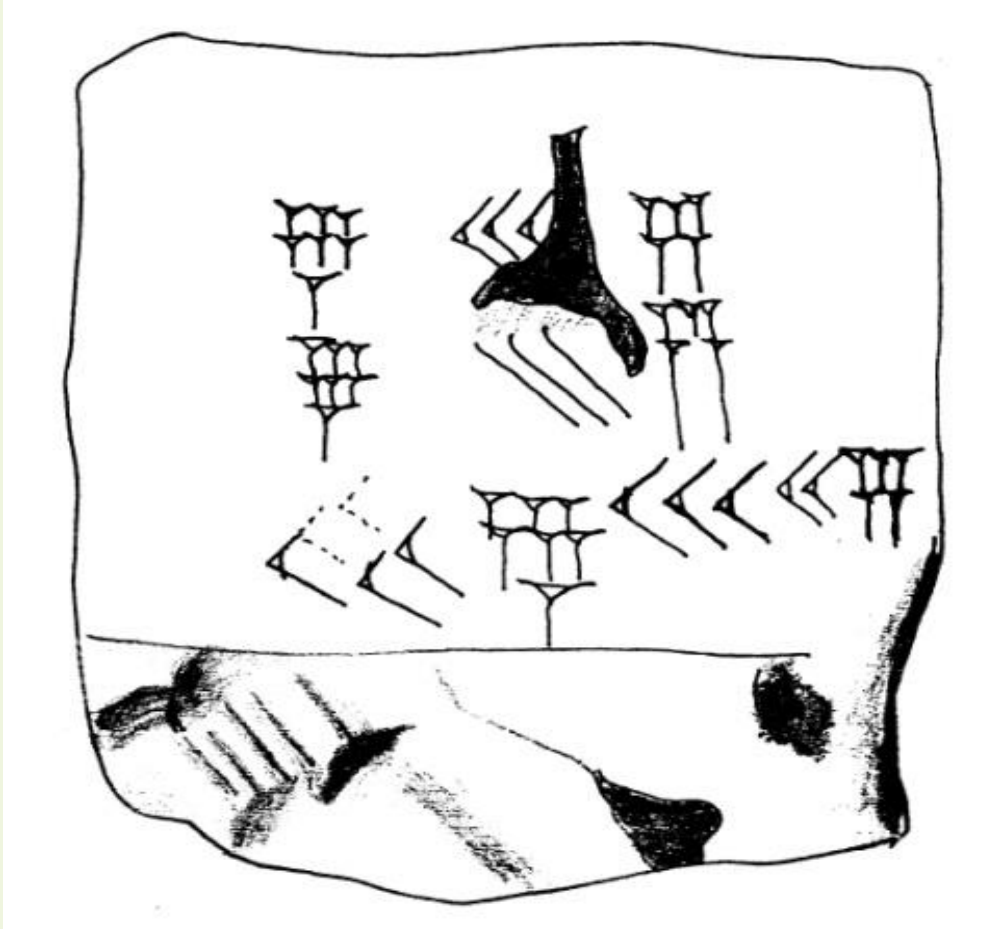
EN MEDITERRANEE,

ON MULTIPLIE

COMPTER

En Mésopotamie : On calcule en base 60, on évalue des surfaces

Ni 1024
Une tablette d'écolier de Nippur



Calculer le carré de 455

$455 = 7 \times 60 + 35 = 7.35$ en base 60
La multiplication posée par l'écolier:

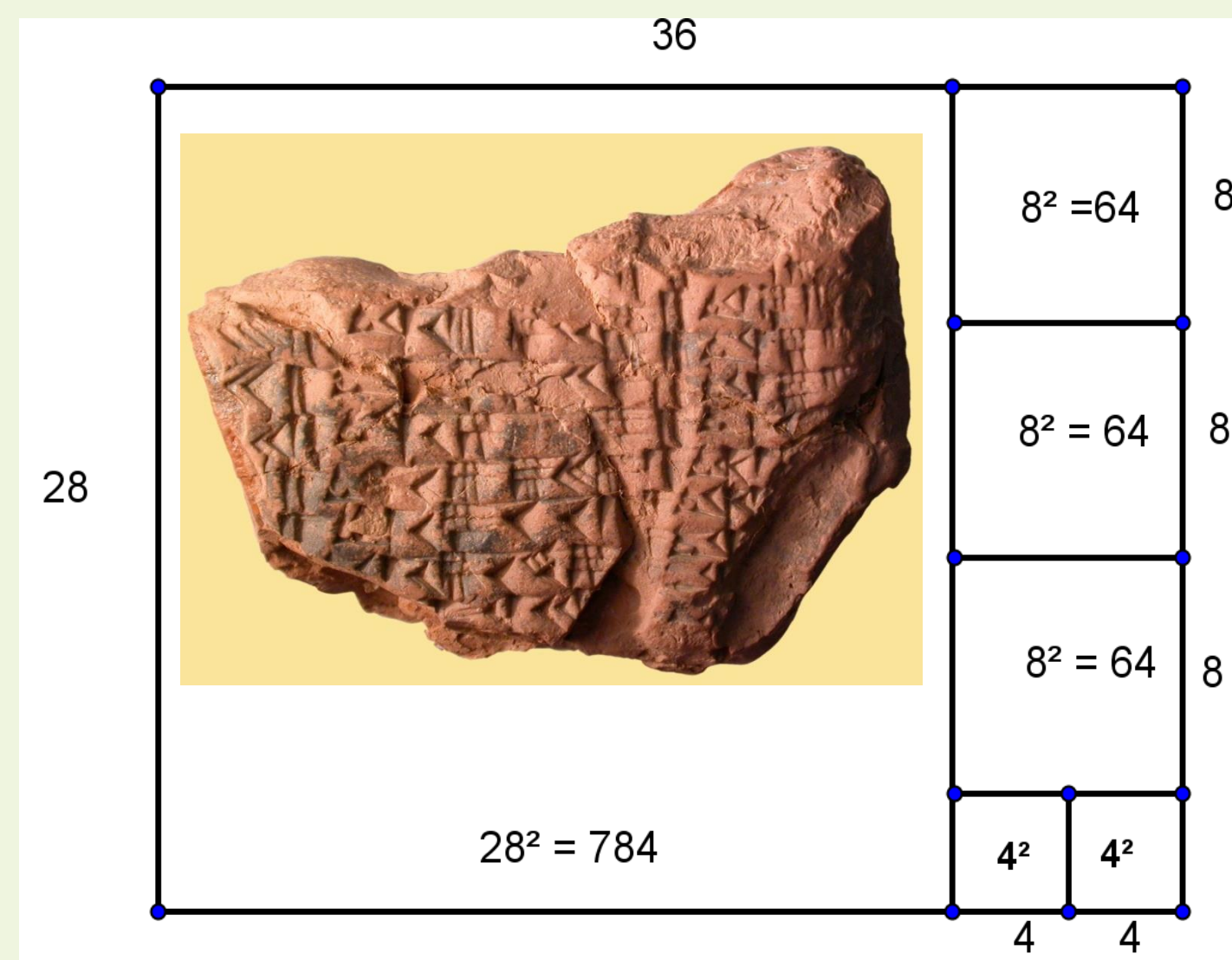
7. 35
7. 35
57. 30. 25

$57 \times 3600 + 30 \times 60 + 25 = 207\,025 = 455^2$

L'écolier ne s'est pas trompé !

Calcul d'un produit

Un nombre est considéré comme la longueur d'un segment et **un produit comme l'aire d'un rectangle**.
Pour calculer un produit, on découpe un rectangle en carrés.

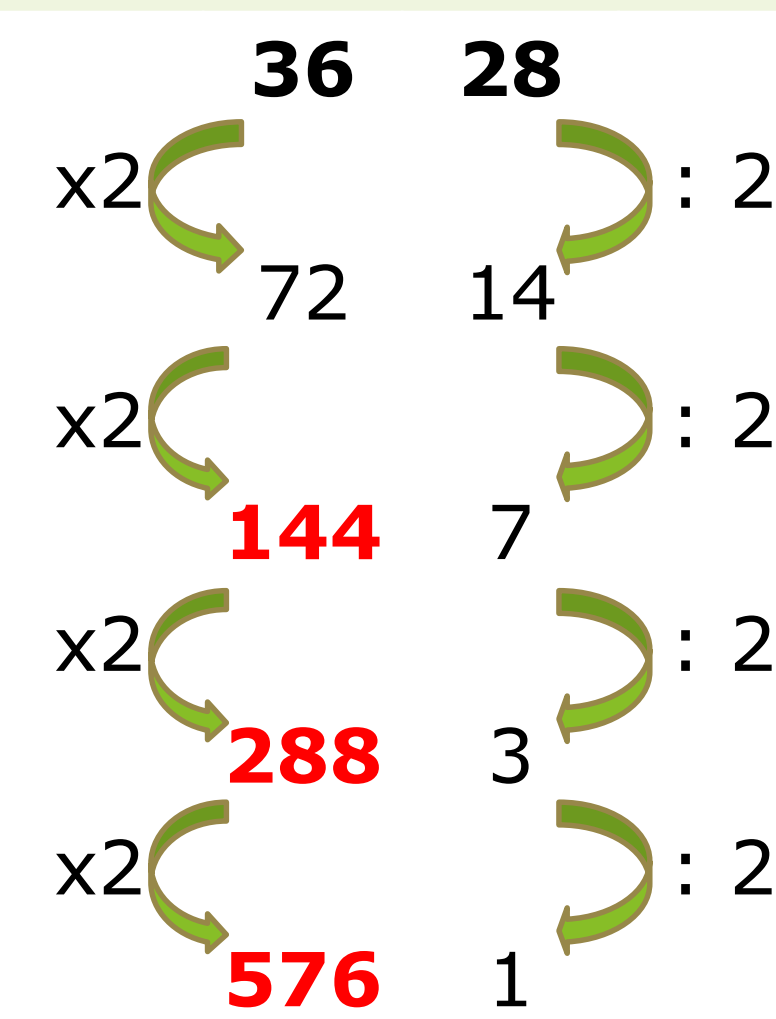


$$36 \times 28 = 28^2 + 8^2 + 8^2 + 4^2 + 4^2 = 1008$$

Tout entier est décomposable en une somme de carrés.

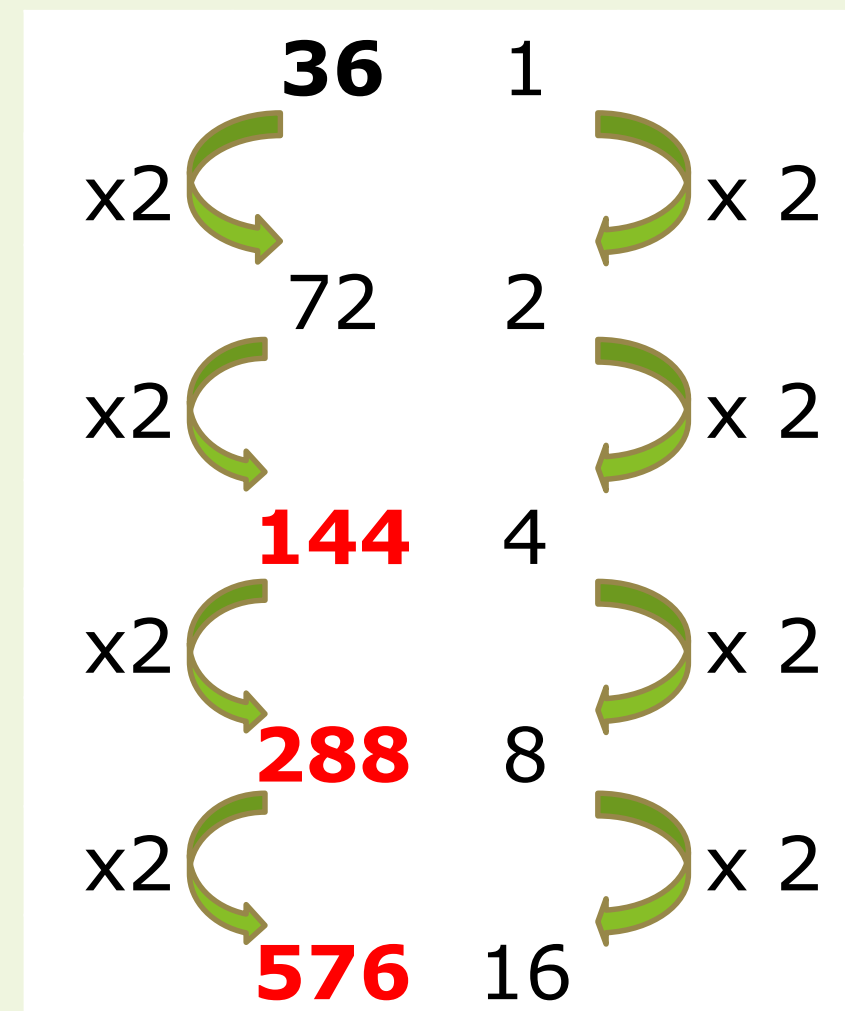
Dans l'Égypte ancienne : On multiplie et on divise par 2

Exemple : 28×36



Exemple: calcul de : 28×36

$$28 = 4 + 8 + 16$$



Un premier algorithme (souvent appelé multiplication russe)

Le produit cherché est égal à la somme des nombres de gauche situés en face des nombres impairs
 $28 \times 36 = 144 + 288 + 576 = 1008$

Un deuxième algorithme

Tout entier est décomposable en une somme de puissances de 2.

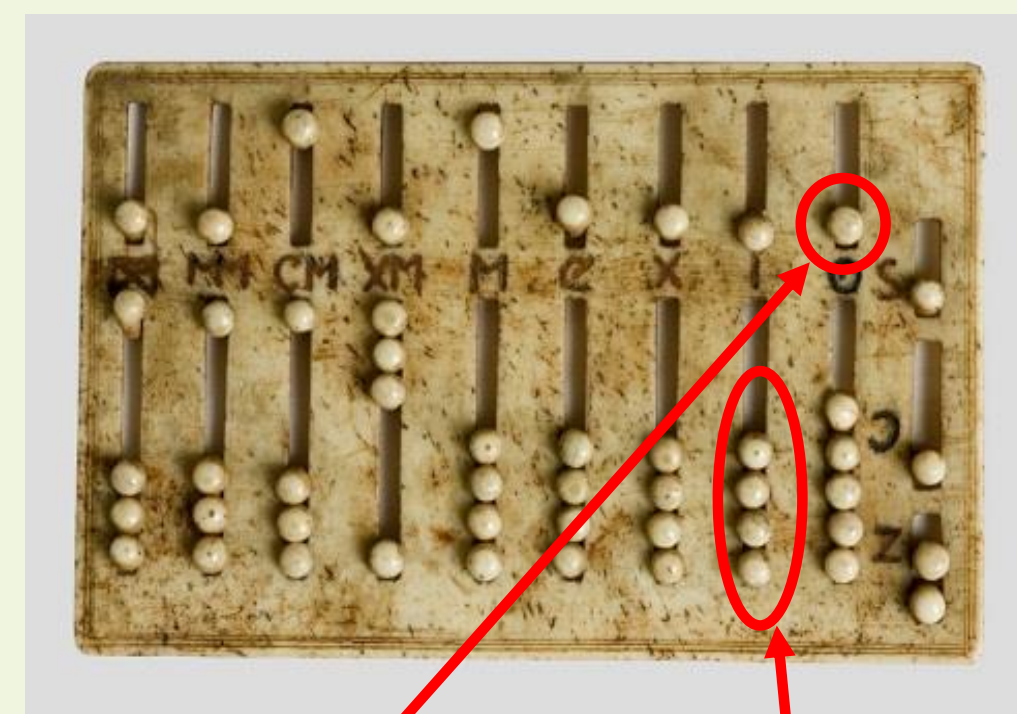
Le produit cherché est égal à la somme des nombres de gauche situés en face des nombres de la décomposition de 28: $28 = 16 + 8 + 4$

$$28 \times 36 = 144 + 288 + 576 = 1008$$

Chez les grecs et les romains, place aux « calculi »

Pour calculer, les grecs et les romains utilisent des abaqués (des « tables à compter ») et des jetons, souvent des cailloux.

La valeur d'un jeton dépend :
- de sa position sur l'une des lignes verticales de l'abaque (unités, dizaines, centaines,...)
- Il vaut une unité s'il est situé au dessous de la séparation horizontale et cinq unités s'il est situé au-dessus.



5 dizaines, 4 centaines

« cailloux » se dit en latin « calculi »
D'où notre mot « calcul »



Georg Reisch, 1508
Margarita Philosophica

L'usage de ces abaqués persiste en Europe jusqu'à la Renaissance et même jusqu'à la Révolution.

Mais les algébristes (ici représentés à gauche par Boèce) finissent par supplanter les abacistes (à droite Pythagore) et avoir les faveurs de la muse arithmétique (au centre)

L'algorithme de Nasir ad dīn al Tūsī (1201-1274) ou comment éviter les retenues

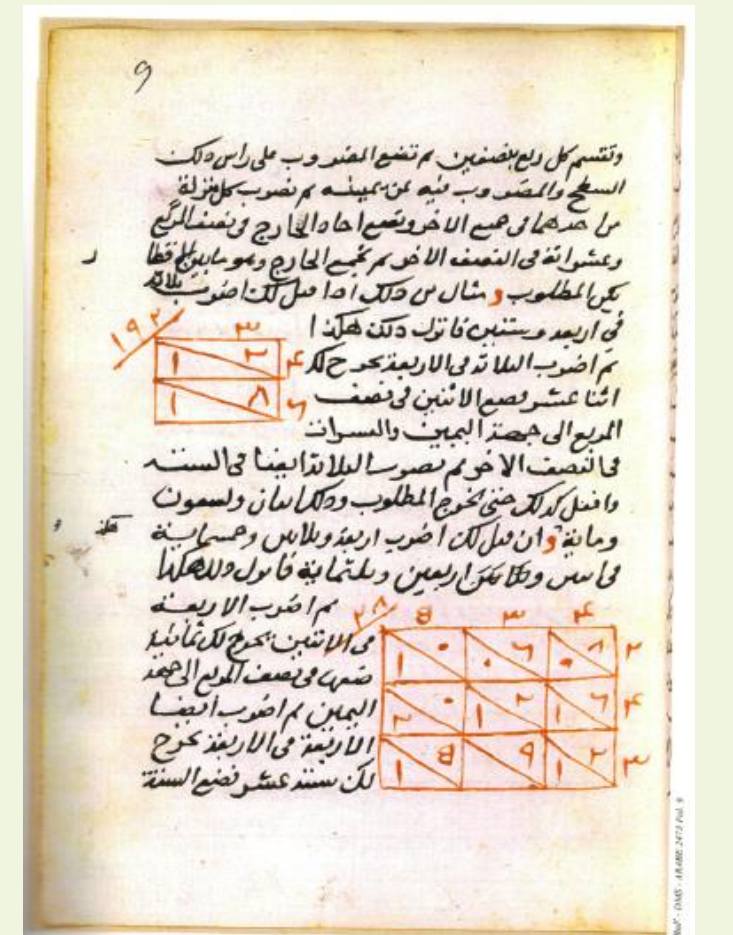
Exemple :
Pour multiplier 352 par 4,
on procède comme suit :

$$\begin{array}{r} 352 \\ \times 4 \\ \hline 1208 \end{array}$$

Étape 1 :
Multiplier 4 par 2 (=08)
puis 4 par 3 (=12), ce qui donne 1208.

Étape 2 :
Multiplier 4 par 5 (=20), écrire 20 sur la ligne suivante, en décalant d'un rang.

Étape finale : Ajouter



Copie faite au XVI^e siècle du manuscrit du mathématicien arabe al-Qualasadi. On peut noter qu'il utilise encore les chiffres Indi (BNF)

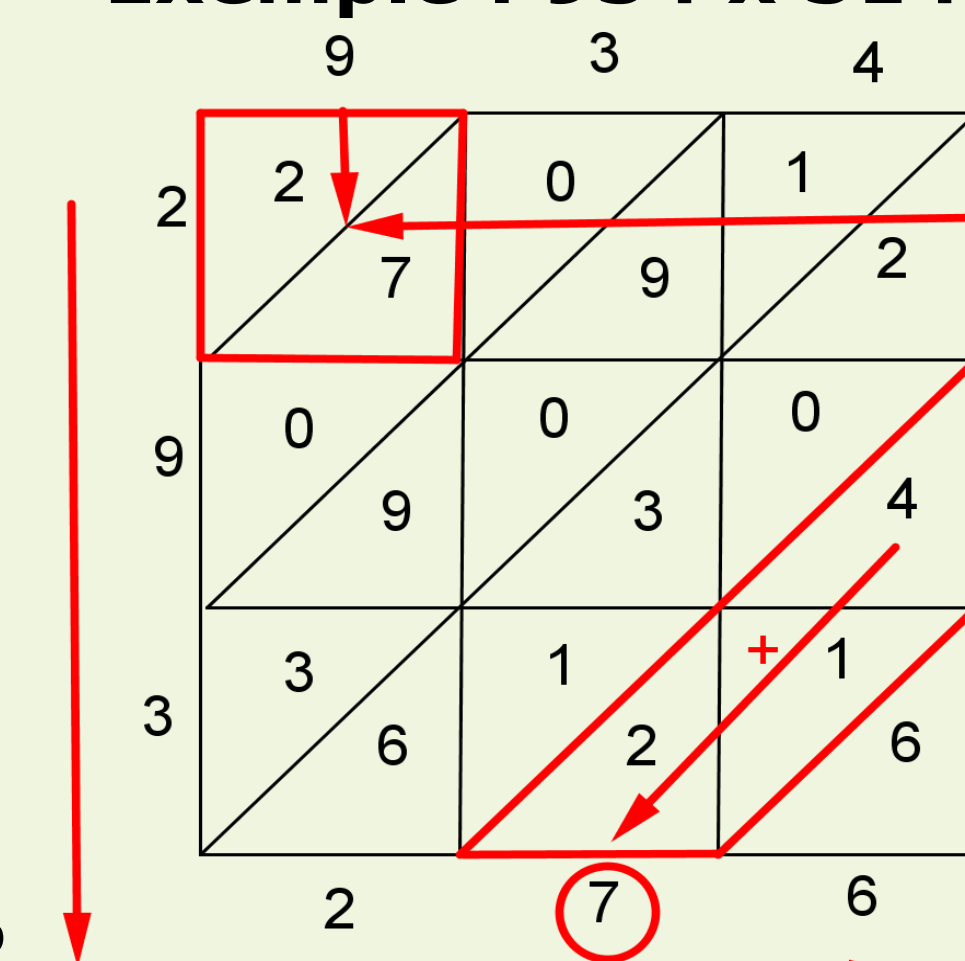
La multiplication « per Gelosia », Renaissance italienne

Utilisée par les mathématiciens arabes dès le VIII^e siècle, c'est **Fibonacci (Léonard de Pise)** qui introduit cet algorithme en Europe en 1201, dans son ouvrage « Liber Abaci ». Il est utilisé jusqu'au XVII^e siècle. Le nom de « per gelosia » fait référence aux fenêtres à jalousie car elle s'effectue dans un tableau quadrillé.

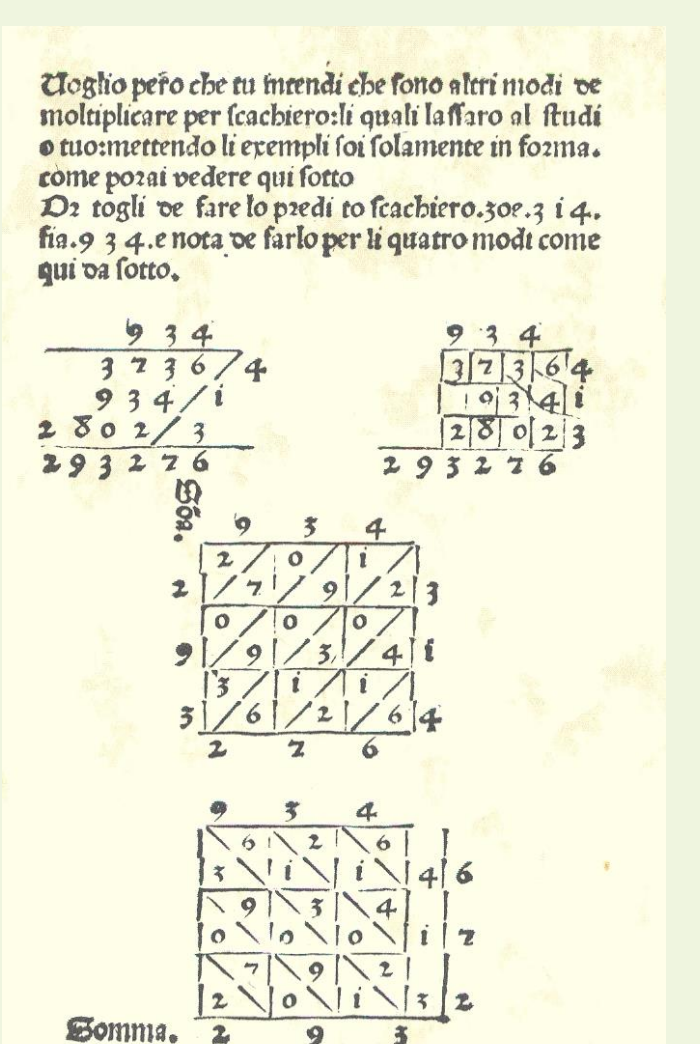
L'algorithme

- Inscrire les nombres à multiplier sur les bords du damier en haut et à droite, de gauche à droite et de haut en bas.
- Effectuer tous les produits partiels
- Effectuer les sommes des nombres inscrits dans les « bandes diagonales » en commençant par en bas à droite et en tenant compte des retenues.
- Relever les chiffres en commençant par en haut à gauche

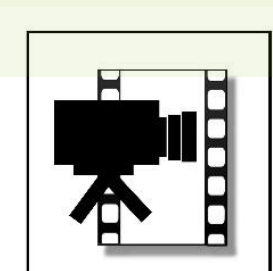
Exemple : 934×314



$$934 \times 314 = 293\,276$$



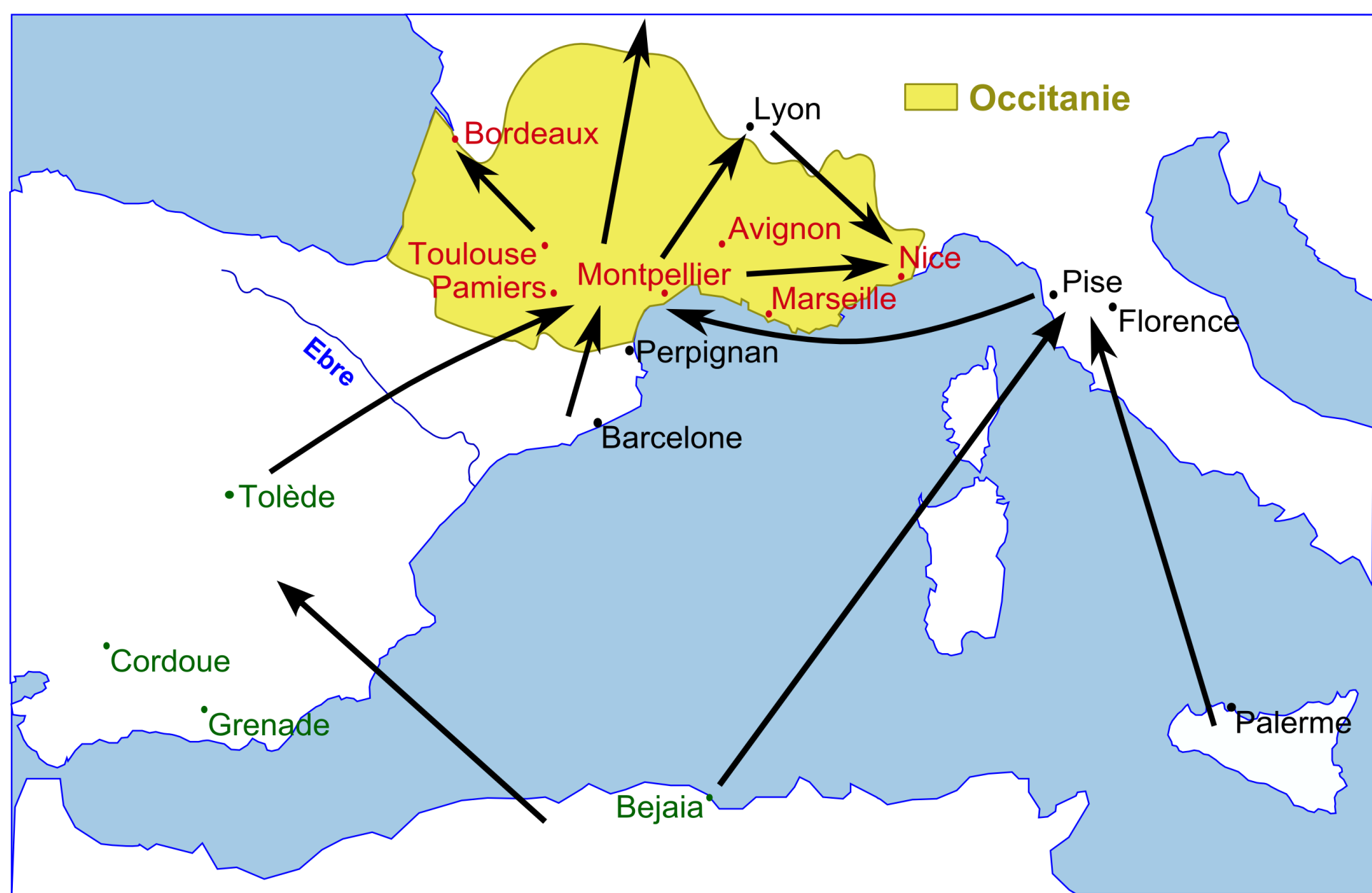
Manuscrit anonyme de 1478, rédigé en italien, trouvé à Trévise.



L'Occitanie, plaque tournante de la diffusion des connaissances

MATHÉMATIQUES EN OCCITANIE

COMPTER



La Présence arabe dans la péninsule ibérique au sud de la vallée de l'Ebre.

Les lettrés chrétiens au contact des mathématiciens arabes d'al Andalus. Ils mesurent tout le fossé qu'ils ont à combler pour rattraper le retard de leurs connaissances dans le domaine des mathématiques et de l'astronomie.

Gerbert d'Aurillac († 1003) Pape de l'an mille

Moine aquitain, il va étudier en Catalogne. Il joue un rôle dans la diffusion d'idées scientifiques, et forme plusieurs élèves ; il est le point de départ d'une activité mathématique en Occitanie.



Abaque fonctionnant avec des jetons marqués et permettant d'effectuer des multiplications et des divisions.

Dessin de l'abaque de Gerbert, manuscrit du XIIe siècle conservé à Erlangen, en Allemagne,

La langue d'Oc :

à partir du Xe siècle, elle est commune aux érudits qui voyagent beaucoup autour de la Méditerranée

Les facteurs de transmissions des savoirs.



Les croisades, le commerce, l'émigration des juifs, ...



Les traducteurs de Tolède

Gérard de Crémone (XIIe)
Robert de Chester (XIIe)
Abraham Ibn Daud (XIIe)
Adélarde de Bath (XIe)
Jean de Séville (XIe)

Leurs traductions de l'arabe en latin permettent LA DIFFUSION ET LE RETOUR DES MATHÉMATIQUES GRECQUES

Ils traduisent : les Eléments d'**Euclide**, l'Almageste de **Ptolémée**, les sphériques de **Menelaüs**, la Mesure du cercle d'**Archimède**, les Arithmétiques de **Diophante**, les coniques d'**Apollonius**, Kitab Al jabr wa l-muqabala d'**Al Khwārizmī**, les travaux de **Abū Kāmil**, **Al-Battani**, ...

Au XIIIe, création des grandes universités occitanes de **TOULOUSE (1229)** et de **MONTPELLIER (1289)** ...

Fibonacci (vers 1220)

et son *Liber abaci* « calcul d'abaque »

Léonard de Pise, reprend les méthodes arabes d'algèbre et arithmétique, et permet l'introduction de la numération de position avec zéro.

Les traductions hébraïques

de l'arabe en hébreu

PAR LES JUIFS DE PROVENCE : **Marseille, Avignon, Arles, Montpellier, Perpignan, Narbonne, Tarascon.**

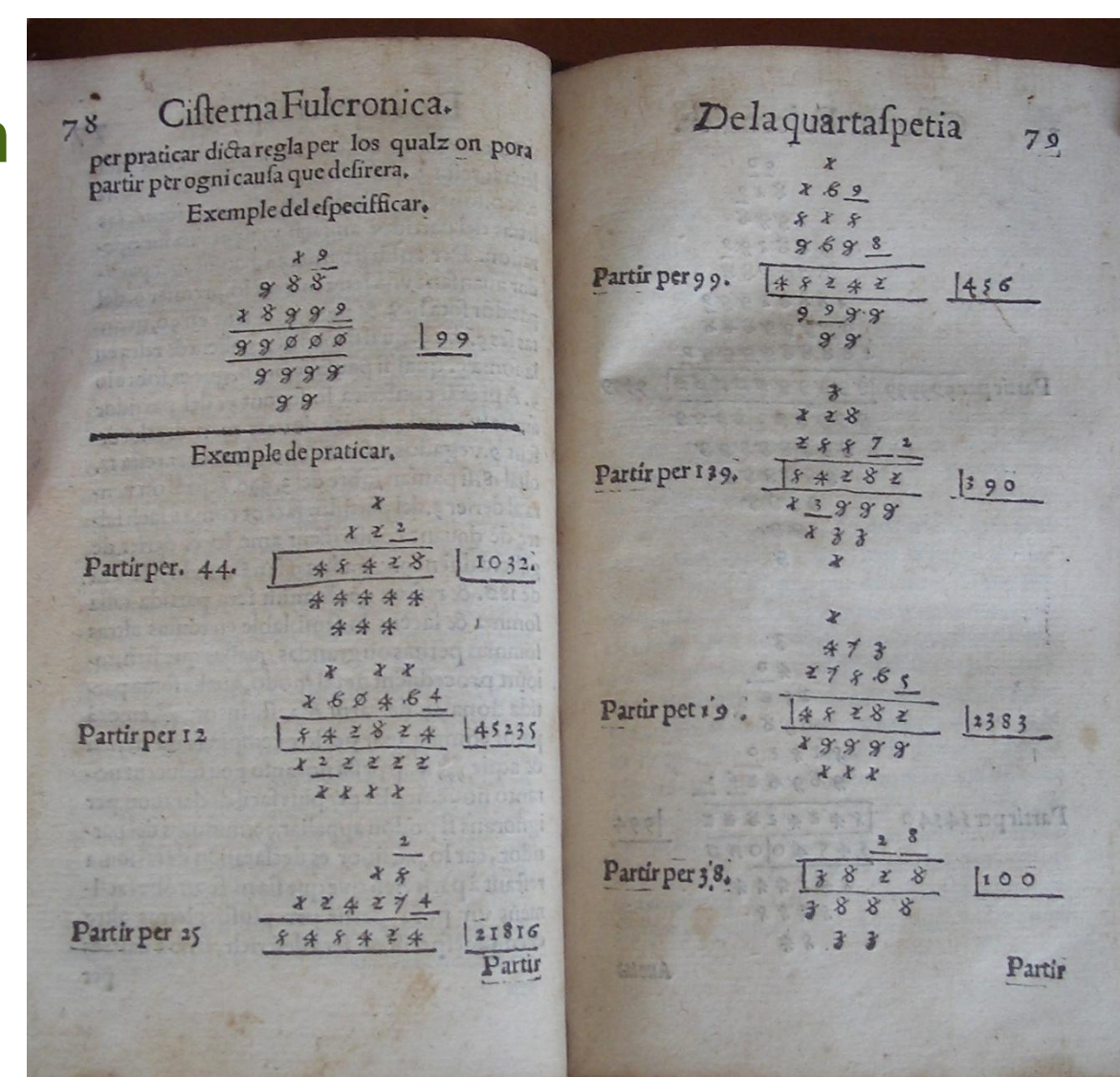
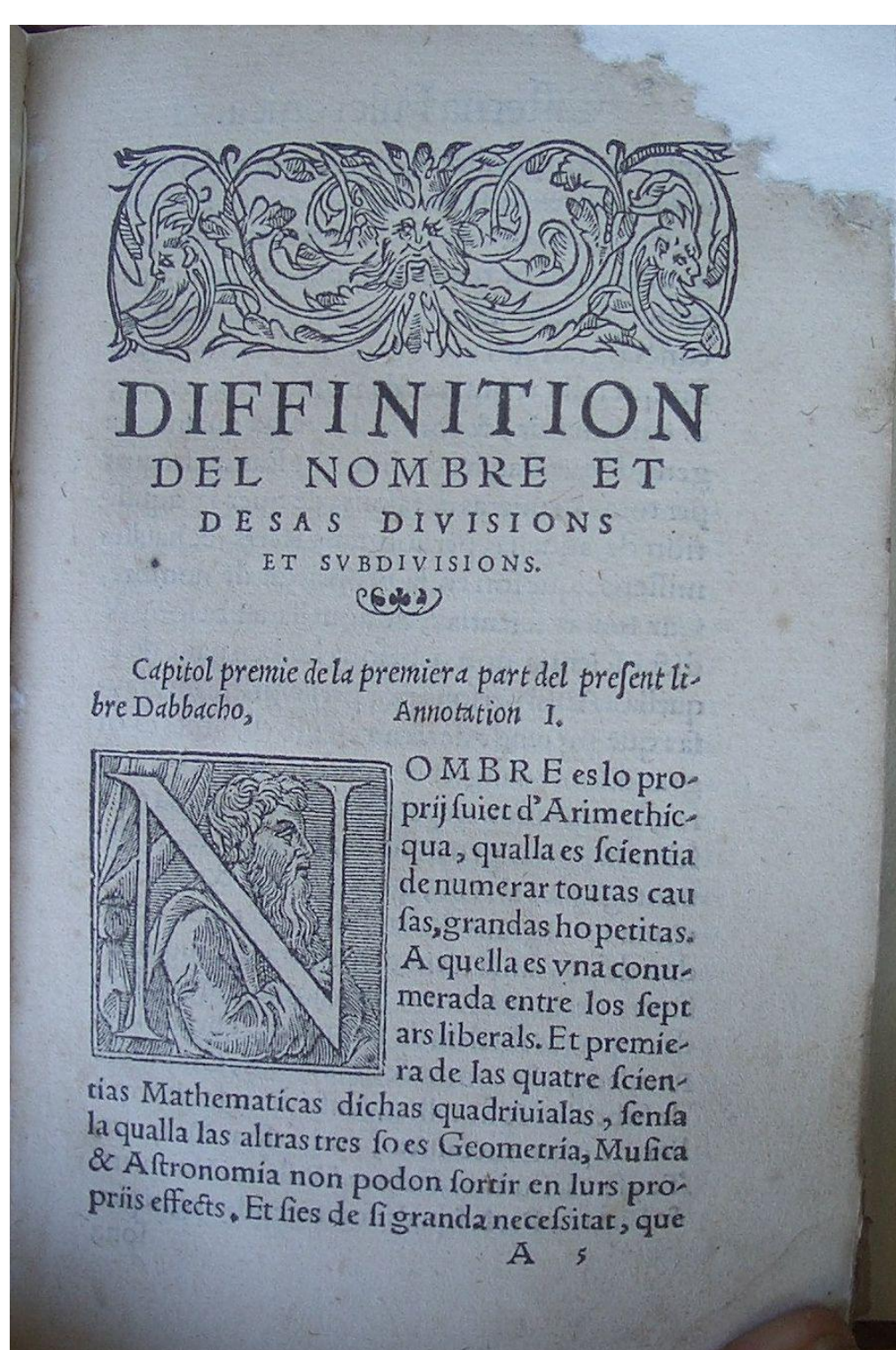
Moïse Ibn Tibbon (XIIIe) (Montpellier)
Levi Ben Gerson (XIIIe) (Bagnols sur Cèze)

La grande époque des livres imprimés

Les XV^e et XVI^e siècles

- LES ÉLÉMENTS D'EUCLIDE, L'ALMAGESTE DE PTOLÉMÉE, ... dans leurs versions latines à partir des textes arabes
- Des ARITHMÉTIQUES en langue vernaculaire : **Treviso (1478)**, première arithmétique commerciale imprimée avant même la première impression des Eléments d'Euclide

Incunables mathématiques écrits en catalan et en occitan



La Cisterna fulcronica en 1562 du niçois **Jouan-Francès Fulconis**

« Quest present libre, per comoditat de joines enfans & altres de quest pays de terra nova de Provensa, & d'autre part non, entendent Latin, es compausat en lenga materna »

Les manuscrits d'arithmétique commerciale

Du XV^e siècle

LE MANUSCRIT DE PAMIER

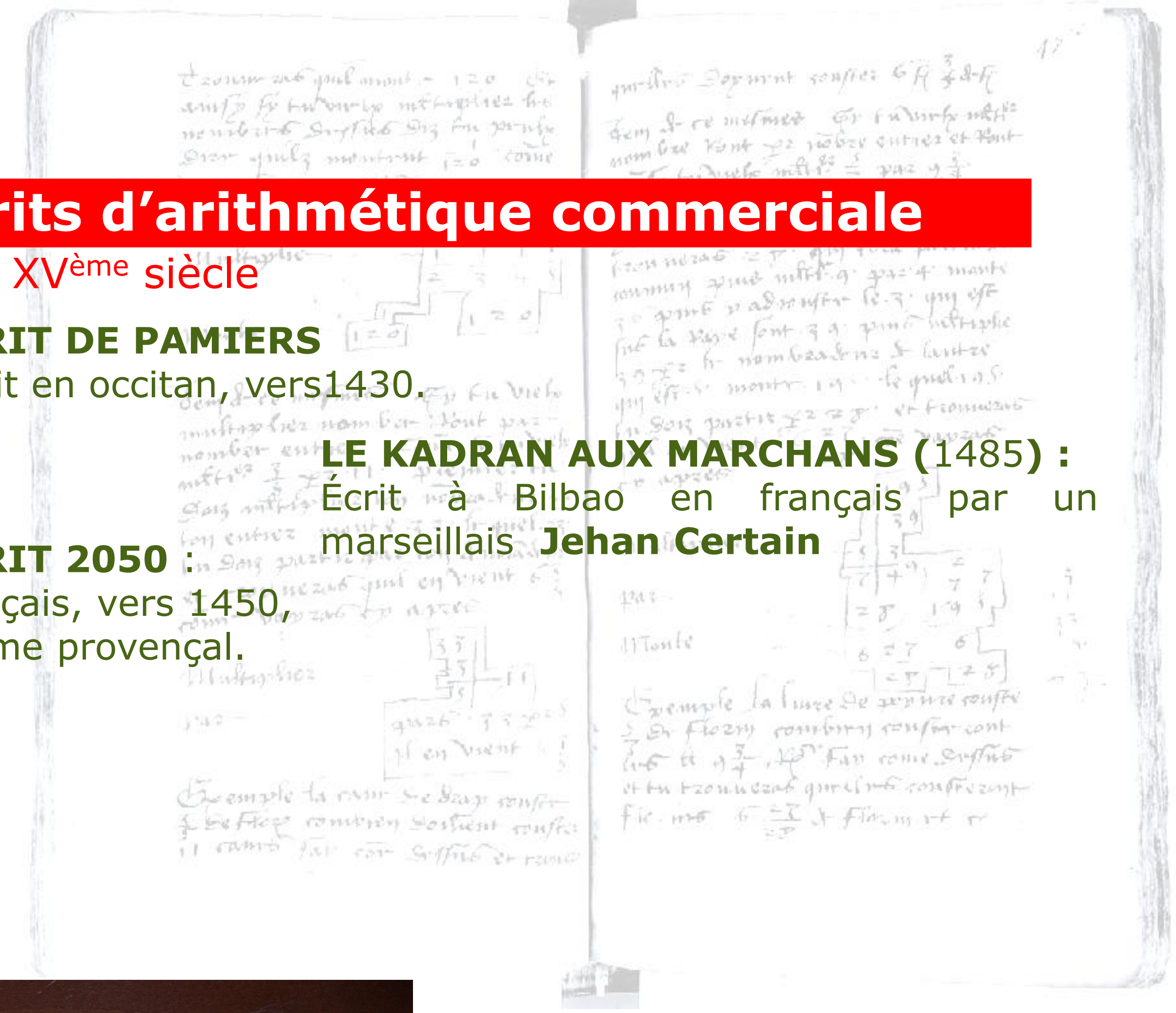
anonyme, écrit en occitan, vers 1430.

LE KADRAN AUX MARCHANS (1485) :

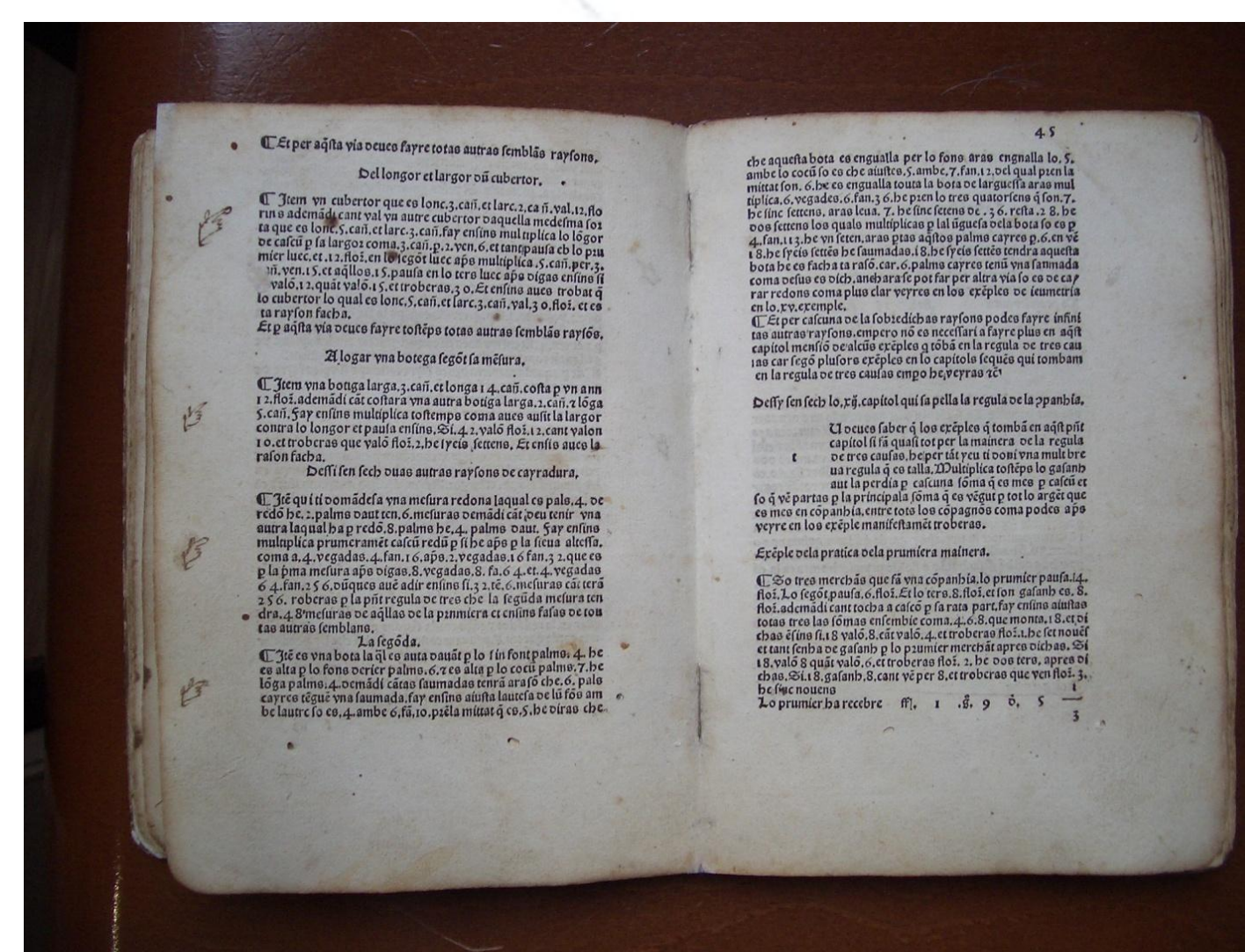
Écrit à Bilbao en français par un marseillais **Jehan Certain**

LE MANUSCRIT 2050 :

rédigé en français, vers 1450, par un anonyme provençal.



Manuscrit 2050, 1450, BNF

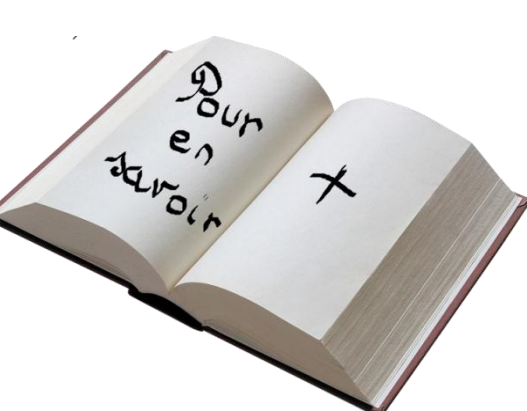


Pellos (Nice, 1492), Compendion del Abaco, p45

Pierre de Fermat (1601 – 1665)

né à Beaumont de Lomagne (Montauban)

L'Occitanie a vu naître un des plus grands mathématiciens.



IREM Aix-Marseille

<http://www.irem.univ-mrs.fr/expo2013>



X^e

XI^e

XII^e

XIII^e

XIV^e

XV^e

XVI^e

XVII^e