Université de la Méditerranée
Faculté des Sciences de Luminy - IREM d'Aix-Marseille

Des activités pour la classe de Cinquième

Groupe de travail Liaison Collège-Université
IREM d'Aix-Marseille

Auteurs : Chantal Blais (*Collège de Gréasque, Gréasque*), **Claire Boschetti** (*Collège Louis Pasteur, Marseille 9ème*), **Anne Crumière** (*IML-IREM, Université de la Méditerranée*), **Marie-Renée Fleury** (*IML-IREM, Université de la Méditerranée*), **Christophe Mazuyer** *(Zone de remplacement N.E.13)*, **Anne-Marie Russac** (*Collège Marseilleveyre, Marseille 8ème*), **Michel Tanner** (*Collège Monticelli, Marseille 8ème*)

http ://www.irem.univ-mrs.fr

N° 35

2006

Table des matières

Introduction **3**

1 La Canadienne de Papy **8**

2 Calcul mental et Factorisation **11**

3 A la Rencontre de Fibonacci **15**

4 La Kermesse de la Main du Hasard **20**

5 Qui Habite le plus loin ? **24**

6 Quizz numérique **29**

7 Le Spaghetti de Cathy **33**

8 Le Spaghetti de Cathy (suite) **37**

9 Deux Symétries d'un coup ! **43**

10 Deux propriétés de la Symétrie centrale **49**

Perspectives **54**

Introduction

Dans la présentation des nouveaux programmes, les Instructions Officielles réaffirment l'intérêt des activités pour enseigner les mathématiques au collège : *« A l'école primaire, une proportion importante d'élèves s'intéresse à la pratique des mathématiques et y trouve du plaisir. Le maintien de cet intérêt pour les mathématiques doit être une préoccupation du collège. Il est en effet possible de se livrer, à partir d'un nombre limité de connaissances, à une activité mathématique véritable avec son lot de questions ouvertes, de recherches pleines de surprises, de conclusions dont on parvient à se convaincre. Une telle activité, accessible aux élèves, a une valeur formatrice évidente et leur permet d'acquérir les savoirs et savoir-faire qui leurs seront nécessaires. »*

Autrement dit, parmi les étapes classiques de toute pratique mathématique authentique (celle d'un chercheur en mathématiques dans son laboratoire) que sont *expérimenter, conjecturer et démontrer*, il s'agit de (re)donner aux deux premières leur pleine place au collège. De sorte que, pour les élèves, outre leur aspect formel, les mathématiques aient aussi le statut d'une science expérimentale.

En réalité, les activités telles qu'elles sont préconisées[1] sont difficiles à construire ; il n'en existe pas beaucoup de disponibles. Soutenir que ce serait la tâche de chaque professeur de toutes les concevoir ne nous semble pas réaliste. D'où l'idée de prendre le temps, dans un groupe de recherche, d'en créer et d'en expérimenter un certain nombre, pour les mettre ensuite à la disposition des collègues.

L'objectif de la brochure est donc de fournir aux enseignants des activités "clefs en main" pour la classe de cinquième ; la présentation adoptée permettant leur mise en œuvre en classe sans un long travail de préparation. Nous n'avons cependant pas négligé l'importance d'une appropriation personnelle préalable à ce type de pratique et nous nous sommes efforcés de donner les outils pour que chacun adapte les activités à son

[1]B.O. : Hors Serie n˚5, 9 septembre 2005 : *«La compréhension et l'appropriation des connaissances mathématiques reposent sur l'activité de chaque élève qui doit donc être privilégiée. Pour cela, et lorsque c'est possible, sont choisies des situations créant un problème dont la solution fait intervenir des "outils", c'est à dire des techniques et des notions déjà acquises, afin d'aboutir à la découverte ou à l'assimilation de notions nouvelles. Lorsque celles-ci sont bien maîtrisées, elles fournissent à leur tour de nouveaux "outils", qui permettent un cheminement vers une connaissance meilleure ou différente. Ainsi, les connaissances peuvent prendre du sens pour l'élève à partir des questions qu'il se pose et des problèmes qu'il résout. Les situations choisies doivent :*
- prendre en compte les objectifs visés et une analyse préalable des savoirs en jeu, ainsi que les acquis et les conceptions initiales des élèves ;
- permettre un démarrage possible pour tous les élèves, donc ne reposer que sur des consignes simples et n'exiger, au départ, que des connaissances solidement acquises par tous ;
- créer rapidement un problème assez riche pour provoquer des conjectures ;
- rendre possible la mise en jeu, puis la formulation des notions ou des procédures dont l'apprentissage est visé ;
- fournir aux élèves, aussi souvent que possible, des occasions de contrôle de leurs résultats, tout en favorisant un nouvel enrichissement ; on y parvient, par exemple, en prévoyant divers cheminements qui permettent de fructueuses comparaisons. Si la résolution de problèmes permet de déboucher sur l'établissement de connaissances nouvelles, elle est également un moyen privilégié d'en élargir le sens et d'en assurer la maîtrise. Pour cela, les situations plus ouvertes, dans lesquelles les élèves doivent solliciter en autonomie les connaissances acquises, jouent un rôle important. Leur traitement nécessite initiative et imagination et peut être réalisé en faisant appel à différentes stratégies qui doivent être explicitées et confrontées, sans nécessairement que soit privilégiée l'une d'entre elles.»

style d'enseignement et à son public.

Pour faciliter cette appropriation, nous avons choisi de fournir pour chaque activité, outre une *fiche élève* toute prête, un *dossier professeur* contenant le repérage du travail proposé dans les instructions officielles, les intentions particulières ayant motivé le choix de l'activité, la description d'un déroulement possible incluant les aspects de gestion de classe, le compte rendu de l'expérimentation en classe ainsi qu'une discussion des alternatives et prolongements envisageables.

Il est important de souligner que ces fiches ont été mises au point après expérimentation. Une même activité a pu être testée dans différentes classes et observée par différents membres du groupe dont certains issus de l'enseignement supérieur. On en trouvera le bilan dans le Dossier professeur.

Pourquoi la classe de Cinquième ?

Le choix de la classe de Cinquième a été motivé par l'éventail des thèmes pouvant être abordés et par la diversité des notions nouvelles introduites dans ce niveau. D'autre part, cette classe permet d'aborder la démonstration, notamment dans le domaine numérique, contrairement à l'idée reçue selon laquelle la démonstration s'enseignerait uniquement en géométrie en quatrième.

Richesse des activités

Les objectifs qu'on atteint par la pratique des activités sont multiples :
- permettre des reprises d'étude favorisant la consolidation des acquis et la construction de nouveaux savoirs ;
- favoriser l'émergence des conceptions erronées, des erreurs des élèves et des obstacles ;
- les traiter et construire les connaissances du programme de façon authentique ;
- entraîner les élèves à une pratique de recherche mettant en œuvre les qualités d'initiative et d'imagination ;
- favoriser la maîtrise de la langue dans les moments de formulation et de débat ;
- contribuer à la formation du citoyen : écoute, respect de la parole d'autrui, découverte de la pluralité des idées, débat.

Activités et «fausses activités»

Dans les manuels ou sur les sites Internet, les "activités" proposées sont pour leur plus grande part très guidées. Le travail de l'élève y consiste principalement à exécuter ce qu'on lui demande de faire ou à deviner ce qu'on attend de lui, au détriment de ses propres expériences et conjectures et de la construction de ses techniques avec ses propres mots au départ. Le risque existe que les activités proposées dans cette brochure soient dénaturées par une utilisation trop guidée. A cet égard, la présentation d'une "fiche élève" toute prête est ambigüe ; nous insistons particulièrement sur ce point : *la conduite de l'activité telle que nous l'avons construite ne se réduit pas à mettre cette fiche dans les mains des élèves.* En effet si les activités sont difficiles à construire, elles sont peut-être plus encore difficiles à *conduire*. Pour le dire en un mot, les plus belles activités risquent d'être détournées. Tout dépendra principalement de la gestion de la classe.

Quelle gestion de classe ?

Insistons sur le rôle des mises en commun, du débat, des relances. Ces éléments si importants sont évoqués dans le paragraphe «Déroulement possible» du Dossier professeur.

Le travail individuel en début d'activité permet à chaque élève de s'insérer dans le problème avec des approches différentes. L'enseignant circule, repère les réussites et les difficultés et choisit le moment propice à la mise en commun.

Le travail de groupe permet aux élèves de confronter leurs points de vue pour arriver à une synthèse collective. L'enseignant pourra leur en demander une trace écrite individuelle. Dans cette phase, les élèves les plus "forts" sont stimulés par la nécessité d'expliquer leurs idées aux autres élèves ; ces derniers ne restent pas en état d'échec, mais sont tirés en avant par cet apport d'idées nouvelles, énoncées dans un vocabulaire qui leur est familier, qui fera avancer leur réflexion. Notons que certains élèves réputés faibles peuvent alors surprendre par la pertinence de leurs interventions ; ce sont les élèves les plus "scolaires" qui risquent d'être un temps déstabilisés.

Après le moment de travail personnel des élèves sur le cahier d'exercices, les productions des groupes peuvent prendre plusieurs formes : affiches, transparents, présentations au tableau ...

Ces présentations débouchent sur une nouvelle synthèse à l'occasion d'un débat en classe entière. L'enseignant le dirige, sans répondre directement aux questions. Une préparation rigoureuse lui permet alors d'accepter les idées parfois déstabilisantes des élèves, sans perdre le fil conducteur qui permet de les raccrocher au plan d'étude qu'il a élaboré. Dans tous les cas observés, il y a eu dans la classe suffisamment d'idées pour faire avancer le débat.

S'il est indéniable que ce type de travail prend du temps, l'expérience prouve (cf les compte-rendus d'observation en classe) que ce n'est pas du "temps perdu". En effet, la réflexion des élèves, l'acquisition des méthodes de travail permettent d'ancrer solidement les notions, de les mobiliser par la suite beaucoup plus facilement et donc de travailler plus rapidement et plus efficacement.

Les retombées pour l'enseignant

Le bénéfice apporté par la pratique des activités se répercute également sur l'enseignant : vivre en classe des activités dont on ne maîtrise plus l'alpha et l'oméga permet de sortir de la routine, d'être surpris, de mieux comprendre les difficultés des élèves, d'entrer dans un processus d'échanges, de découvrir des capacités insoupçonnées, de réviser sa pédagogie et ses idées.

Quelques mots sur la brochure

La "fiche élève" est présentée en une ou deux pages de façon à pouvoir être photocopiée facilement. Pour certaines, il a été prévu que l'élève puisse y inscrire directement ses réponses.
Attention : si on change certaines valeurs numériques ou d'autres variables didactiques, l'activité risque d'être profondément modifiée : certains obstacles peuvent ne pas apparaître (ils seront évités mais réapparaîtront sous forme d'erreurs ultérieures), certaines

simplifications peuvent disparaître (perte de temps sur des aspects non essentiels).

Chaque "dossier professeur" est construit sur le même plan :
- Eléments du programme explicitement en rapport avec l'activité ;
- Intention des auteurs ;
- Déroulement possible ;
- Compte-rendu d'observation en classe ;
- Bilan, discussion de certaines modalités, alternatives, suites.

Créer d'autres activités soi-même

Le travail proposé dans cette brochure aura pleinement atteint son but si vous vous en saisissez pour créer vous-mêmes d'autres activités. Il y a en effet des veines de problématisation du savoir, autrement dit de construction d'activités, qui sont récurrentes. On peut les utiliser à propos de sujets d'étude divers. Par exemple :

- Rendre une zone inaccessible pour mettre en scène le concours des droites remarquables du triangle (hauteurs, médianes), pour présenter la symétrie centrale comme la composée de deux symétries axiales d'axes perpendiculaires (voir notre activité n° 9) ou encore, en quatrième, pour le théorème des milieux dans le triangle.
- Limiter les moyens à disposition pour réaliser la tâche : par exemple demander une construction utilisant uniquement la règle non graduée pour faire prendre conscience de propriétés relatives à l'alignement telle la conservation de l'alignement par symétrie centrale (voir notre activité n° 9), ou une construction uniquement au compas pour faire prendre conscience de propriétés de conservation des longueurs.
- Partir d'un texte, pour mettre en évidence un obstacle lié au vocabulaire mathématique (voir notre activité n° 1 "La Canadienne de Papy").
- Partir d'un travail de recherche pluridisciplinaire (en IDD par exemple) pour suivre au plus près les questions qui se posent naturellement lorsque la situation est vécue en vraie grandeur (voir notre activité n° 5 "Qui Habite le plus loin ?").

Dans cette brochure, nécessairement limitée, tous les thèmes du programme n'ont pas été traités. Nous souhaitons que le lecteur intéressé par notre travail, ait le désir de le prolonger en créant, par lui-même ou au sein d'une équipe, de nouvelles activités.

La Canadienne de Papy

Cet été Théo, élève de 5ème , va partir en camping avec ses parents. Mais il a envie d'avoir une petite tente pour lui tout seul. Il téléphone à son grand-père, pour savoir si ce dernier peut lui en prêter une...

– Allo, Papy... pourrais-tu me prêter une petite tente ?
– Bien sûr, mais tu sais, c'est une vieille tente... On n'en fait plus des comme ça : c'est une canadienne.
– Une canadienne ? C'est comment ?
– C'est facile : c'est un prisme droit à base triangulaire ! *(le grand père de Théo est prof de maths)*
– Un prisme droit ? C'est quoi ça ?
– Si, tu vois, c'est comme une tablette de Tablerone ! Sans les trous, bien sûr !
– Ah ! Oui ! Je vois ! Et elle fait quelle hauteur ta canadienne en forme de prisme droit - Tablerone ?
– D'accord, tu veux savoir si tes pieds vont rester dehors ou pas...
– Comment ? Tu n'y es pas, je te parle de la hauteur : je veux savoir si je tiens debout, c'est tout simple !

1. Etude du texte :

a) Fais, ci-dessous, un schéma à main levée de la tente du grand-père de Théo.

b) Explique d'où vient le quiproquo :

. . . .
. . . .
. . . .

2. Complète les phrases suivantes en utilisant le vocabulaire de la géométrie :

Pour Théo, la hauteur de la tente est :

. . . .

Pour son grand-père, la hauteur de la tente est :

. . . .

1 La Canadienne de Papy

Eléments du programme explicitement en rapport avec l'activité

3. Géométrie

Contenus	**Compétences**	**Exemples d'activités, commentaires**
3.2 Prismes droits, cylindres de révolution.	- Fabriquer un prisme droit dont la base est un triangle ou un parallélogramme et dont les dimensions sont données. ... - Dessiner à main levée une représentation en perspective cavalière de ces deux solides	Comme en 6°, l'objectif est d'entretenir et d'approfondir les acquis représenter, décrire et construire des solides de l'espace, en particulier à l'aide de patrons. Passer de l'objet à ses représentations (et inversement) constitue encore l'essentiel du travail, lequel pourra être fait en liaison avec l'enseignement de la technologie. L'observation et la manipulation d'objets usuels sont des points d'appui indispensables. ... ... Les travaux permettent de consolider les images mentales déjà mises en place, relatives à des situations de parallélisme et d'orthogonalité : arêtes perpendiculaires et arêtes parallèles, faces parallèles et faces perpendiculaires. Le parallélépipède rectangle, rencontré en sixième, est reconnu comme un cas particulier de prisme droit.

Intentions des auteurs

La conception de cette activité a été inspirée par la difficulté qu'ont les élèves à identifier la "base" et la "hauteur" lors de l'utilisation de formules de calcul de volumes. Les mots "hauteur" et "base" ont en effet plusieurs acceptions selon le contexte : la hauteur est en position verticale et la base en position horizontale dans le langage courant alors qu'elles sont indépendantes de la position de l'objet en mathématiques.
L'activité permet aussi de remobiliser la représentation des solides et ses conventions.

Déroulement possible

L'activité est prévue pour se dérouler sur une séance, avec un travail de groupes.

- Trois élèves lisent le texte : un élève pour le lecteur, un élève pour Théo, un élève pour Papy. Cette façon de procéder permet à la classe d'entrer tout de suite dans l'activité et, par son côté amusant, motive les enfants. Le professeur s'assure de la bonne compréhension du texte.

- Il partage ensuite la classe en groupes de quatre ou cinq élèves (maximum). Chaque groupe doit élaborer des réponses collectives mais chaque élève doit écrire sur son cahier son propre compte-rendu. Afin que tous travaillent, le professeur précise qu'au bout du temps de recherche (à peu près 15 minutes, à adapter suivant les besoins), il nommera un rapporteur par groupe.

- Chaque rapporteur vient ensuite au tableau qui est partagé en autant de parties qu'il y a de groupes ; il écrit le compte-rendu du groupe et répond aux éventuelles questions posées par ses camarades des autres groupes.

- Après ces échanges, le professeur peut montrer un prisme droit à base triangulaire, laisser les élèves le manipuler (le poser sur une base ou une face latérale), ce qui permet de faire une bonne synthèse orale de la situation.

- La synthèse écrite ne sera faite qu'à la séance suivante et pourra inclure le rappel des conventions de représentation des solides.

Compte-rendu d'observation en classe

- Le schéma de la tente a été fait sans difficulté.

- Voici quelques phrases lues dans les cahiers, pour expliquer le quiproquo :

« La hauteur pour Théo est verticale, la hauteur pour Papy est horizontale. »

« Pour Théo, la hauteur de la tente est la hauteur de haut en bas. »

« Un prisme est une succession de triangles alignés les uns derrière les autres, c'est comme un tube triangulaire. »

« Le quiproquo vient de la confusion des hauteurs et des longueurs. ».

- Le professeur confia ensuite à la classe un prisme droit à base triangulaire, pour que les élèves le manipulent et remettent en cause leur idée première de "base" ainsi que les descriptions liées seulement à la "verticalité" et à "l'horizontalité".

- Par la suite, l'évaluation a montré une bonne réussite pour plus des trois quarts de la classe concernant vocabulaire et tracés en perspective cavalière.

Bilan, discussion de certaines modalités, alternatives, suites

Le passage des "rapporteurs" au tableau donne l'occasion à la classe d'enrichir les compte rendus, de préciser le vocabulaire des prismes mais aussi de revenir sur les règles de la perspective cavalière. C'est tout naturellement que ces dernières se remettent en place.

Calcul mental et Factorisation

1. Calcul mental : complément à ...

   a) « Donne le complément à 100 de... »

98	50	25	75	43	24	66	13

   b) « Donne le complément à 10 de... »

9,8	5	3,5	6,5	5,7	7,6	3,4	8,7

Mise en commun 1

   c) « Donne le complément à 1 de... »

0,7	0,4	0,45	0,98	0,43	0,02	0,07

2. Factorisation et distributivité

   a) « Ecris avec une seule opération » : $30 + 30 + 30 + 30 + 30 + 30$

   $40 + 40 + 40 + 40 + 40 + 40 + 40 + 40$

Mise en commun 2

   b) « Calcule en utilisant une multiplication » :

   $70 + 70 + 70 + 70$ $\qquad$ $\underbrace{3,5 + 3,5 + 3,5 + ... + 3,5}_{(9\ termes)} + 3{,}5$

   $\underbrace{3,58 + 3,58 + 3,58 + ... + 3,58}_{(9\ termes)} + 3{,}58$ $\qquad$ $3{,}4 + 3{,}4 + 3{,}4 + 3{,}4 + 3{,}4$

   c) « L'énoncé est écrit au tableau, vous levez le doigt lorsque vous pensez avoir trouvé » :

   $\underbrace{42 + 42 + 42 + ... + 42}_{(97\ termes)} + 42 + 42 + 42$ $\qquad$ $\underbrace{106 + ... + 106}_{(87\ termes)} + \underbrace{106 + ... + 106}_{(13\ termes)}$

Mise en commun 3

   d) « Groupe deux facteurs : Calcule en n'utilisant qu'une seule multiplication » :

   $42 \times 98 + 42 \times 2$ $\qquad$ $37 \times 25 + 37 \times 75$ $\qquad$ $261 \times 43 + 261 \times 57$

   $58 \times 25 + 58 \times 75$ $\qquad$ $2004 \times 25 + 2004 \times 75$

   e) idem

   $\underbrace{3,7 + ... + 3,7}_{(25\ termes)} + \underbrace{3,7 + ... + 3,7}_{(75\ termes)}$ $\qquad$ $4{,}2 \times 97 + 4{,}2 \times 3$ $\qquad$ $42 \times 9{,}8 + 42 \times 0{,}2$

   $1{,}06 \times 87 + 1{,}06 \times 13$ $\qquad$ $7 \times 3{,}5 + 57 \times 6{,}5$

Mise en commun 4

   g) idem

   $65 \times 7{,}6 + 65 \times 2{,}4$ $\qquad$ $42 \times 0{,}7 + 42 \times 0{,}3$

   $55 \times 0{,}98 + 55 \times 0{,}02$ $\qquad$ $4{,}2 \times 2{,}5 + 4{,}2 \times 7{,}5$

2 Calcul mental et Factorisation

Eléments du programme explicitement en rapport avec l'activité

2. Nombres et calculs

Contenus	**Compétences**	**Exemples d'activités, commentaires**
2.1. Nombres entiers et décimaux positifs : calcul, divisibilité sur les entiers		
Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition	Sur des **exemples numériques** ou littéraux, utiliser les égalités $k(a+b) = ka + kb$ et $k(a-b) = ka - kb$ dans les deux sens	L'utilisation de ces égalités recouvre deux types d'activités bien distinctes : le développement qui correspond au sens de lecture de l'égalité indiquée, et la factorisation qui correspond à la lecture "inverse" : $ka + kb = k(a+b)$

Intentions des auteurs

• L'activité repose sur le fait que la distributivité de la multiplication sur l'addition n'est pas une propriété nouvelle lorsqu'on la restreint à la multiplication d'un décimal par un entier : il suffit de considérer la multiplication comme une addition réitérée pour que le résultat paraisse naturel. En choisissant des sommes "rondes" on amène ensuite les élèves à prolonger la technique au cas où les multiplicateurs sont des nombres à virgule. Ainsi, la situation permet de réaliser en actes le prolongement à $\mathbb{D}$ d'une des propriétés de la multiplication dans $\mathbb{N}$. Ce contexte de présentation de la distributivité lui donne du sens et la motive. Le choix de commencer par le sens de la factorisation permet en effet de montrer l'efficacité de la propriété pour gérer mentalement des calculs complexes.

• Au passage, on réinvestit la connaissance des compléments à 10 et 100 pour les entiers, de façon à obtenir des compléments à 10 et 1 pour des nombres à virgule.

Déroulement possible

• Pour cette activité, prévue pour se dérouler en une séance, il n'y a pas de fiche-élève, mais une "fiche de passation" destinée au professeur.

• L'utilisation du vidéo projecteur peut s'avérer pertinente.

• L'activité est décrite "avec ardoise", mais en calcul mental le professeur est libre d'organiser le contrôle des réponses des élèves à sa guise.
L'enseignant dicte, ou écrit au tableau (pour les calculs de distributivité complexes). Les élèves répondent en levant l'ardoise tous ensemble.

• Mise en commun 1 :
L'enseignant fait énoncer aux élèves leurs techniques pour effectuer ce calcul (lecture en dixièmes par exemple).

• Mise en commun 2 :
On peut faire remarquer que la multiplication permet de raccourcir l'écriture des additions répétées. Le calcul est ensuite gérable mentalement en isolant les zéros.

• 2 b) : Pour le dernier calcul, les élèves pourront multiplier par 10 puis diviser par 2.

• Mise en commun 3 :

Les premiers à avoir trouvé expliquent leur technique. Celle-ci repose sur la reconnaissance de compléments à 100 et sur l'interprétation de la multiplication par un entier comme addition réitérée.

• Mise en commun 4 :
La technique est écrite au tableau en utilisant des parenthèses :
« On calcule : 42 x 9,8 + 42 x 0,2 = 42 x (9,8 + 0,2) = 42 x 10 = 420
comme : 42 x 98 + 42 x 2 = 42 x (98 + 2) = 42 x 100 = 4200 . »

• L'enseignant pourra introduire le vocabulaire de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition : factorisation, mise en facteur commun, etc.

• Synthèse : « On retiendra : $\boxed{42 \text{ x } 9{,}8 + 42 \text{ x } 0{,}2 = 42 \text{ x } (9{,}8 + 0{,}2)}$ », formule de la distributivité lue comme une factorisation.

Bilan, discussion de certaines modalités, alternatives, suites

• La séance peut déboucher sur une mise en scène de compétition entre calcul mental réfléchi et utilisation de la calculatrice. Par exemple le professeur tape le calcul dicté par un élève sur sa calculatrice, pendant que les autres l'effectuent mentalement : qui va le plus vite ?
L'égalité des résultats obtenus des deux manières constitue en outre une validation de la propriété lorsqu'on l'étend aux nombres non uniquement entiers.

• On peut demander aux élèves, à un moment ou à un autre, d'inventer eux-mêmes des calculs qui se prêtent à la technique découverte.

• On peut diviser la séance en deux, les compléments d'abord, les factorisations ensuite. A l'opposé, on peut proposer des calculs soustractifs dès la première séance.

• Le choix d'introduire la distributivité par l'aspect "mise en facteur commun" n'est pas classique. Bien entendu, l'autre sens, celui du développement, doit ensuite être travaillé. On peut le présenter comme une relecture des calculs déjà maîtrisés dans le sens "factorisation" :

« Complète les égalités » : $420 = 42 \times 9{,}8 + 42 \times ...$
$4200 = 42 \times 54 + 42 \times ...$

d'où la synthèse : 420 = 42 x 10 = $\boxed{42 \text{ x } (9{,}8 + 0{,}2) = 42 \text{ x } 9{,}8 + 42 \text{ x } 0{,}2}$

A la Rencontre de Fibonacci
Des formules pour raccourcir les calculs

Règle du jeu :
Dix enfants sont assis autour d'une table. Le professeur leur propose le jeu suivant : « Je donne un nombre aux deux premiers joueurs et, de proche en proche chacun calcule la somme des nombres de ses deux voisins de gauche. »

1) Pour commencer, le professeur fait un essai en donnant : 3 à Eric et 5 à Elsa. Contrôle dans la première ligne du tableau ci-dessous les résultats de cet essai :

	Eric	Elsa	Luc	Mike	Sonia	Lisa	Tim	Jean	Julie	Max
Essai	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233
1^{er} tour	1	0								
$2^{ème}$ tour	0	1								
$3^{ème}$ tour	1	1								

2) Le professeur propose alors trois tours de table. Remplis les lignes du tableau ci-dessus avec les résultats obtenus par les joueurs pour ces trois tours. As-tu fait tous les calculs à chaque fois ?

....

3) Dès le début du $4^{ème}$ tour (voir le tableau page suivante), le professeur annonce que le nombre de Tim sera 31.

a) Est-ce juste ?

....

b) Les élèves aimeraient bien comprendre l'astuce... Après quelques instants, le professeur dit : « Le nombre de Tim vaut 5 fois celui d'Eric plus 8 fois celui d'Elsa ». Vérifie que cela "marche" pour les trois premiers tours. Prévois toi aussi le nombre de Tim pour le $5^{ème}$ tour, écris-le à sa place dans le tableau **sans remplir les premières cases**.

c) **D'une autre couleur**, remplis toutes les cases du $5^{ème}$ tour et vérifie que le résultat prévu pour Tim est juste.

d) Si on note x le nombre d'Eric et y celui d'Elsa, écris maintenant une formule pour calculer le nombre de Tim en fonction des nombres x et y :

....

	Eric	Elsa	Luc	Mike	Sonia	Lisa	Tim	Jean	Julie	Max
$4^{ème}$ tour	3	2								
$5^{ème}$ tour	2	1								
Calcul littéral	x	y								

4) Max, lui aussi, voudrait bien pouvoir deviner son nombre avant son tour. Pour l'aider, le professeur propose de surligner dans le tableau les colonnes d'Eric, d'Elsa et de Tim et d'observer ce qui se passe aux 1^{er} et $2^{ème}$ tours. Ensuite, il propose de surligner également les résultats de Max pour ces deux tours.

a) Comment Max peut-il s'y prendre pour annoncer son nombre ? Propose une phrase qu'il pourrait dire. Vérifie ton idée pour tous les tours effectués.

....
....
....

b) Ecris maintenant une formule pour calculer le nombre de Max en fonction des nombres x et y d'Eric et d'Elsa :

....

5) Complète la ligne du calcul littéral en calculant de proche en proche. La formule que tu avais écrite pour Max, est-elle confirmée ?

....

A la question 4a) tu as **deviné** *une formule : on dit que tu as fait une* ***conjecture*** *;*
A la question 5) tu as **prouvé** *la formule par des calculs littéraux : on dit que tu as fait une* ***démonstration****.*

6) Le professeur annonce que le nombre de Max est égal à 7 fois celui de Lisa moins celui d'Elsa. Qu'en penses-tu ? Justifie ta réponse par des calculs.

....
....
....
....
....
....

3 A la Rencontre de Fibonacci

Eléments du programme explicitement en rapport avec l'activité

1. Organisation et gestion de données, fonctions

Contenus	**Compétences**	**Exemples d'activités, commentaires**
1.2 Expressions littérales	Utiliser une expression littérale	De nombreux thèmes du programme, notamment dans le domaine grandeurs et mesures, conduisent à utiliser des expressions littérales (formules).
	Produire une expression littérale	De même dans le domaine numérique, certaines situations se prêtent particulièrement à la production d'expressions littérales.....

2. Nombres et calculs

.... L'initiation aux écritures littérales se poursuit. Le calcul littéral, au sens de transformation d'écriture, fait l'objet d'un premier travail en cinquième et se développe en quatrième.

Contenus	**Compétences**	**Exemples d'activités, commentaires**
2.1 Nombres entiers et décimaux positifs : calculs, divisibilité sur les entiers		
...	...	...
Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition	Sur des **exemples** numériques ou **littéraux**, utiliser les égalités $k(a+b)=ka+kb$ et $k(a-b)=ka-kb$ dans les deux sens.	.... L'intégration des lettres dans ce type d'égalités est une difficulté qu'il faut prendre en compte. Elle s'appuie sur des situations empruntées aux cadres numérique ou géométrique dans lesquels des identités comme $5(x+1)=5x+5$, $2x+2y=2(x+y)$, $5(3x-4)=15x-20$ sont travaillées. La convention usuelle d'écriture bc pour $b\times c$, $3a$ pour $3\times a$ est mise en place, ...
2.4 Equation	- tester si une égalité comportant un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques.	Une attention particulière est apportée à l'introduction d'une lettre pour désigner un nombre inconnu dans des situations où le problème ne peut pas être facilement résolu par un raisonnement arithmétique.

Intentions des auteurs

• Il s'agit d'une initiation aux écritures littérales avant d'aborder la résolution d'équations. La motivation de ces écritures est apportée par leur efficacité pour raccourcir les calculs et pour prédire des résultats.
• L'activité pourra être réalisée après l'étude de la distributivité de la multiplicaton par rapport à l'addition, étudiée sur des valeurs numériques (cf. fiche 2). En effet, c'est sur cette propriété que s'appuient les réductions d'écritures du type $3x+2x=5x$, un point qui n'est pas cité par le programme.
• Cette activité – difficile il faut le reconnaître – réunit les différentes étapes d'un travail de recherche : **expérimenter, poser une conjecture, tester sa validité sur des exemples, et la démontrer** (ici grâce au calcul littéral).

Déroulement possible

Les cinq premières questions de l'activité peuvent faire l'objet d'une première séance. Il faut s'attendre à ce que les élèves produisent de nombreuses écritures incorrectes à la question 5. Au cours suivant, la validation des réponses de la question 5 peut permettre au professeur des mises au point sur les conventions d'écriture algébrique avant d'aborder la question 6.

Questions 1 à 4 : Recherche individuelle, calculatrice autorisée (cf. Bilan)

Question 1 : Cette question permet de vérifier que la règle du jeu est comprise.

Question 2 : Le débat induit par la question « As-tu fait tous les calculs à chaque fois ? », permet d'orienter les élèves vers la recherche d'économie dans les calculs.

Question 3 : Il faudra insister pour que les élèves jouent le jeu et prévoient le nombre de Tim du $5^{ème}$ tour sans faire les calculs de proche en proche.

Question 4 : L'émergence de l' "astuce" pourra être facilitée par une gestion en dialogue de la classe. Par contre après avoir écrit la phrase au tableau sous la dictée des élèves, il parait préférable de leur laisser écrire eux-mêmes la formule littérale. Ce passage est difficile : il est préparé par la question 3d).

Question 5 : La séance pourra se terminer sur le constat d'une grande diversité de propositions pour les écritures littérales demandées, sur la question de leur validité et sur l'idée de la nécessité d'un travail sur les conventions d'écriture. Toutes choses à reprendre en début de séance suivante

Question 6 : Le calcul de $7(3x + 5y)$ pourra être géré collectivement surtout s'il constitue une première rencontre avec un développement où interviennent des valeurs littérales.

Compte-rendu d'observation en classe

- La compréhension de la règle du jeu pose problème pour certains élèves. Cependant une explication illustrée à l'aide de l'essai permet de dépasser cette difficulté. L'enseignant a choisi ici d'effectuer un tour de classe et de faire une mise au point lorsqu'une grande partie de la classe a eu effectué la question 2).

- Presque tous les élèves remarquent la similitude entre les trois premiers tours sans s'en étonner, mais seulement un quart d'entre eux se servent du premier tour pour remplir les trois autres.

- Avant de laisser les élèves répondre à la question 3 b), il faut leur faire lire attentivement la consigne afin qu'ils ne se "jettent" pas sur le remplissage du tableau.
Dans cette troisième question, le passage de l'explication orale à son application mathématique ne pose pas réellement de problème. Une mise en commun est tout de même effectuée par le professeur après la question c), afin que les élèves abordent le d) tous au même niveau.
Bien qu'ils aient compris les questions précédentes, l'écriture de la formule est difficile pour un bon nombre. Des questions du genre : « Mais Madame, combien vaut x ? » se multiplient. Toutefois, en reprenant les exemples, le professeur arrive à une réponse commune satisfaisante de la classe.

- La question 4a) n'est réussie que par une minorité d'élèves. Le professeur propose de la traiter ensemble de façon à ne pas laisser la classe se dissiper devant la difficulté et à ne pas perdre trop de temps. Ainsi l'activité se fera en une séance : cette question n'est pas essentielle, vu les objectifs fixés.

- La question 4b) est faite facilement par analogie de la question 3d). Persiste, pour certains, le problème de la disparition des signes de multiplication.

- La question 5) est difficile pour la moitié des élèves d'autant que, dès la deuxième case, on est confronté à la réduction. Certains élèves ne réduisent jamais, d'autres font des réductions du style « $x + y + y = xyy$ ». Un tiers de la classe traite correctement cette question. Le professeur en profite pour rappeler les règles de réduction et discuter ensuite de l'encadré avec la classe.

- La question 6) est laissée en travail à la maison.

Bilan, discussion de certaines modalités, alternatives, suites

Afin de centrer l'attention des élèves sur le but principal de l'activité, il nous semble préférable d'autoriser la calculatrice. Ceci permettra d'atteindre la question 5 dans la première séance. Ce qui est important car le passage au calcul littéral, élément clef de l'activité, demande de ne pas perdre la mémoire de travail des calculs faits dans la première partie.

La Kermesse de la Main du Hasard

Règle du jeu

Sur la planète Hô-Net, une école organise une kermesse avec un fonctionnement un peu particulier.

• Il y a quatre stands :

- le stand " Gagnez 10 points " :

si on gagne, on obtient un jeton +10 et si on perd, on obtient un jeton -5

- le stand " Gagnez 6 points " :

si on gagne, on obtient un jeton +6 et si on perd, on obtient un jeton -3

- le stand " Gagnez 4 points " :

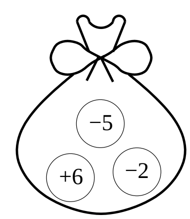
si on gagne, on obtient un jeton +4 et si on perd, on obtient un jeton -2

- le stand " La Main du Hasard " :
une main innocente retire un jeton au hasard du sac du joueur.

• Chaque élève fait 10 parties à choisir dans les stands " Gagnez 10 points ", " Gagnez 6 points " ou " Gagnez 4 points ". Il obtient 10 jetons qu'il met dans son sac. Il doit ensuite passer par le stand de " La Main du Hasard " avant de pouvoir aller retirer son lot.

I. Au cours de l'après-midi

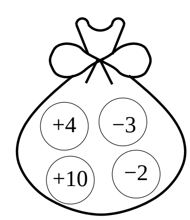
1. Voici le sac de Samia après trois parties :



• Ecris une suite d'opérations permettant de calculer son score.

• Combien a-t-elle alors de points ?

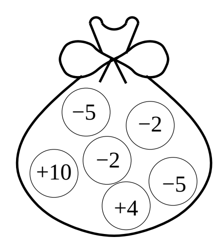
2. Voici le sac de Kevin après quatre parties :



• Ecris une suite d'opérations permettant de calculer son score.

• Combien a-t-il alors de points ?

3. Caroline a fait 6 parties et a obtenu les jetons suivants :



• Ecris une expression permettant de calculer son score.

• Combien a-t-elle alors de points ?

II. Un peu plus tard, après 10 parties

Voici dans l'ordre les jetons obtenus par les 3 élèves au cours des 10 parties :

Samia : **+6** **-5** **-2** +6 -5 +4 +6 +4 +10 +6

Kevin : **-3** **+10** **-2** **+4** +6 +6 -3 +10 +6 -5

Caroline : **-5** **-2** **+10** **-5** **+4** **-2** -3 -5 +4 +10

Calcule le total de points obtenu par chaque joueur.

III. Le soir, le stand de "La Main du Hasard"

Relis l'introduction

1. D'après toi, avant de passer au stand de "La Main du Hasard", un des élèves peut-il être sûr d'être le premier des trois ?

2. Penses-tu que les élèves auront plus ou moins de points après être passés par le stand de "La Main du Hasard" ?

3. Caroline passe la première à ce stand. La Main lui retire un jeton +10
- Calcule le score de Caroline ;
- Ecris une expression qui représente cette situation.

4. Puis c'est au tour de Samia à qui la main retire un jeton -2
- Calcule le score de Samia ;
- Ecris une expression qui représente cette situation.

5. Enfin c'est au tour de Kevin.
- A-t-il une chance d'être premier ?
- Lorsqu'il passe au stand, la main lui retire un jeton -3
- Calcule le score de Kevin ;
- Ecris une expression qui représente cette situation.

6. Franck, le petit frère de Caroline arrive avec un score total de -3.

La main, lui retire un jeton -5
- Calcule le score de Franck ;
- Ecris une expression qui représente cette situation.

7. Que répondrais-tu maintenant aux deux premières questions de cette partie ?

4 La Kermesse de la Main du Hasard

Eléments du programme explicitement en rapport avec l'activité

1. Organisation et gestion de données, fonctions

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
2.3. Nombres relatifs entiers et décimaux : sens et calculs		
Notion de nombre relatif	- Utiliser la notion d'opposé.	La notion de nombre relatif est introduite à partir d'un problème qui en montre la nécessité (par exemple pour rendre la soustraction toujours possible)
Ordre	- Ranger des nombres relatifs courants en écriture décimale.	... L'étude de l'ordre sur les nombres relatifs est liée aux questions de graduation et ne donne pas lieu à des formalisations trop excessives. ...
Addition et soustraction de nombres relatifs	- Calculer la somme ou la différence de deux nombres relatifs.	Il est établi que soustraire un nombre, c'est ajouter son opposé
	- Calculer, sur des exemples numériques, une expression dans laquelle interviennent uniquement les signes +, - et éventuellement des parenthèses.	
	- Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, un programme de calcul portant sur des sommes ou des différences de nombres relatifs.	Les élèves sont entraînés à organiser et gérer un programme de calcul mettant en jeu des additions et des soustractions avec ou sans calculatrice. Les règles de suppression de parenthèses à l'intérieur d'une somme algébrique sont étudiées en quatrième (programme de 4ème § 2.1)

Intentions des auteurs

Cette activité originale répond à un vrai challenge : proposer une situation concrète qui permette de donner du sens à la soustraction de nombres négatifs.
- La première partie permet une reprise d'étude sur l'addition de relatifs.
- Dans la seconde partie, la soustraction est d'abord effectuée de façon naturelle, car la situation permet d'"enlever" concrètement des nombres négatifs, puis l'écriture d'expressions mathématiques permet aux élèves de découvrir que « soustraire un nombre c'est ajouter son opposé ».

Déroulement possible

L'activité est prévue pour se dérouler sur deux séances.

• Première partie : Recherche individuelle.
La première partie ne comporte pas de grosses difficultés mathématiques, mais il faut laisser suffisamment de temps aux élèves pour s'approprier la situation. Le fait que les jetons soient présentés dans des sacs permet, pour un même calcul, une diversité d'expressions dans la classe (propriétés de commutativité et d'associativité sans le dire). La somme nulle de la question I.3. permet de suggérer aux élèves des groupements de nombres et de les faire travailler sur la notion d'opposé. Les élèves pourront proposer leurs différentes techniques de calcul. Ceci rappellera à la classe les techniques vues lors de l'étude de l'addition.

Le changement de formulation dans les questions – « Ecris une expression » au lieu de « Ecris une suite d'opérations » – permet d'expliciter le sens du mot "expression".

• Seconde partie : Recherche à la maison **avec la consigne explicite de ne pas faire la troisième partie**.
Les jetons représentés en gras sont ceux de la première partie ; les élèves peuvent donc utiliser les résultats précédents.

• Troisième partie : Recherche par table (à deux). C'est le cœur de l'activité sur la soustraction.

III.1.2. Ces questions ouvertes permettent un état des lieux des représentations des élèves. On ne prévoit pas de mise en commun à ce moment. Le traitement des questions suivantes apportera les réponses correctes à celles-ci.

III.3.4.5. Les élèves peuvent procéder de différentes façons pour arriver au résultat. L'addition des neuf jetons restants permet une auto-validation de la situation. Ceci n'est plus possible à la question III.6.
Au cours de cette phase, l'enseignant doit veiller à faire formuler par écrit que « soustraire un nombre (négatif), c'est ajouter son opposé », ce qui rendra naturelle l'arrivée de cette règle dans le cours.

Compte-rendu d'observation en classe

Les parties I et II ont été faites dans la deuxième partie d'un cours sur l'addition des nombres relatifs. La partie I n'a posé aucun problème. Dans la partie II, trois ou quatre élèves seulement ont remarqué que les jetons écrits en gras étaient ceux utilisés dans la partie I et ont utilisé les résultats précédents. Les autres élèves ont effectué le calcul soit par groupements des nombres de même signe, soit de gauche à droite. Aucune difficulté n'est apparue dans cette partie.

La partie III a été traitée le lendemain, les élèves ayant pour consigne de ne rien faire chez eux, ce qui semble avoir été respecté.

Question 1) : Tous ont répondu : « On ne peut pas savoir ! » sans hésitation.

Question 2) : Tous ont répondu : « Cela dépend ! » certains élèves se laissant influencer sans doute.

Question 3) : Pas de difficulté.

Question 4) : Deux élèves, habituellement d'un très bon niveau, ont eu beaucoup de mal à se convaincre que lorsqu'on enlève un jeton -2, cela revient à ajouter 2. Ce sont leurs camarades qui ont réussi à le leur expliquer.

Questions 5) et 6) : Ces questions ont permis de consolider ce qui précédait.

Question 7) : Réponse correcte et argumentée de la plupart des élèves.

Le bilan n'a posé aucun problème sauf dans sa formulation : « pour soustraire un nombre relatif, on ajoute son opposé », pour une élève. Les séances suivantes (cours, exercices et évaluation) ont montré une bonne maîtrise de la soustraction par la majorité de la classe.

Bilan, discussion de certaines modalités, alternatives, suites

Commentaires :

C'est volontairement que dans la fiche-élève, les nombres apparaissent dans des jetons : cela laisse à chaque enseignant la possibilité de faire écrire les opérations sur les nombres relatifs selon la typographie qu'il a mise en place : "$5+8$" ou "$(+5)+(+8)$" ; " $7-3$ " ou " $(+7)+(-3)$ ".

Alternatives :

• Voici quelques questions supplémentaires, parfois difficiles, destinées aux meilleurs élèves, pour gérer l'hétérogénéité de la classe :

- Imagine le parcours de Franck qui a obtenu un score de -3 avec 10 jetons.

- Imagine le parcours des élèves qui ont obtenu un score de : 0 ; $+50$; -10 .

- Quel est le score maximal que l'on peut obtenir ?

- Quel est le score minimal que l'on peut obtenir ?

- Peut-on être sûr de perdre des points au stand de la main ? Et d'en gagner ? Donne des exemples.

- Peut-on obtenir tous les scores ? Peut-on obtenir 88 ?

• Comparaison des nombres relatifs :

On peut prolonger cette activité en introduisant une quatrième partie mettant en jeu la comparaison des nombres relatifs :

IV. Quel lot ont-ils gagné ?

Règle du jeu - suite :

Le lot gagné dépend du nombre de points que l'élève aura réussi à rapporter :
- si le score est supérieur ou égal à 70, on gagne le super gros lot,
- si le score est supérieur ou égal à 30 et inférieur à 70 on gagne un CD,
- si le score est supérieur ou égal à 5 et inférieur à 30 on gagne un gros pistolet à eau,
- si le score est inférieur à 5 on gagne un porte-clefs.

Quel est le lot de :

- Caroline : ....

- Samia : ....

- Kevin : ....

- Franck : ....

Qui Habite le plus loin ?

Nadia, Max et Franck se demandent qui habite le plus loin de l'arrêt de bus. Max propose de compter le nombre de pas qu'ils doivent faire pour aller chez eux, en marchant le plus régulièrement possible. Voici les résultats le lendemain matin :

368 pas pour Max, 387 pas pour Nadia, 360 pas pour Franck.

1ère partie :

Toutes les réponses doivent être justifiées.

1. Nadia dit que c'est elle qui habite le plus loin. Franck n'est pas d'accord. Imagine leur conversation. Peuvent-ils savoir qui habite le plus loin ?

. . . .

. . . .

2. Les trois élèves parlent du problème qu'ils se posent à leur professeur d'EPS. Celui-ci leur propose alors l'activité suivante : il place sur le stade deux plots distants de 20 m et deux autres distants de 50 m. Il leur demande de compter le nombre de pas qu'ils font entre deux plots, en leur donnant la consigne de marcher le plus régulièrement possible.

a) Max trouve 32 pas pour 20 m et 48 pas pour 50 m. Ce résultat te paraît-il vraisemblable ?

. . . .

b) Nadia trouve 36 pas pour 20 m et 90 pas pour 50 m. Que penses-tu de ce résultat ?

. . . .

c) Franck trouve 30 pas pour 20 m et 77 pas pour 50 m. Cela te semble-t-il correct ?

. . . .

2ème*partie :*

1. En utilisant l'étalonnage fait sur 20 m, détermine qui habite le plus loin.

. . . .

2. Nadia amusée par cette méthode, compte le nombre de pas entre le collège et le gymnase, la salle de français et celle de maths, et enfin le collège et la maison de sa meilleure amie. Elle compte respectivement 135 pas, 27 pas et 275 pas. Exprime en mètres les longueurs de ces trois trajets.

. . . .

3. a) La piste de sprint du gymnase mesure 80 m, combien Nadia va-t-elle faire de pas pour la parcourir ?

. . . .

b) Elle se repose la même question pour des longueurs de 200 m, 70 m et 17 m. Peux-tu y répondre ?

. . . .

. . . .

5 Qui Habite le plus loin ?

Eléments du programme explicitement en rapport avec l'activité

1. Organisation et gestion de données, fonctions

Contenus	**Compétences**	**Exemples d'activités, commentaires**
1.1 Proportionalité		
	- Compléter un tableau de nombres représentant une relation de proportionnalité dont les données sont fournies partiellement. En particulier, déterminer une quatrième proportionnelle.	Les activités numériques et graphiques font le plus souvent appel à des situations mettant en relation deux grandeurs. Le travail sur des tableaux de nombres sans lien avec un contexte doit occuper une place limitée. Il est possible d'envisager, dans une formule, des variations d'une grandeur en fonction d'une autre grandeur, toute autre variable étant fixée, ...
	- Reconnaître si un tableau complet de nombres est ou non un tableau de proportionnalité	Les procédures utilisées pour traiter une situation de proportionnalité sont de même nature qu'en classe de sixième : - passage par l'image de l'unité - utilisation d'un rapport de linéarité exprimé, si nécessaire, sous forme de quotient - utilisation du coefficient de proportionnalité exprimé, si nécessaire, sous forme de quotient. ... L'usage du "produit en croix" est réservé à la classe de quatrième en liaison avec l'égalité des quotients (programme de 4ème § 1.2 et 2.2). ...
	- Mettre en œuvre la proportionnalité dans les cas suivants :	...
	comparer des proportions,	...
	calculer et utiliser un pourcentage	...
	calculer et utiliser l'échelle d'une carte ou d'un dessin,	
	reconnaître un mouvement uniforme à la proportionnalité entre durée et distance parcourue, utiliser cette proportionnalité	

Intentions des auteurs

L'activité a été construite à partir d'une expérimentation en vraie grandeur de la situation à l'occasion d'un IDD Maths-EPS. Avec l'étalonnage réel des pas, la question de la pertinence du modèle de la proportionalité se pose naturellement : résultats manifestement aberrants, interprétation des écarts entre modèle et résultats des mesures, choix de rejeter certains résultats et d'accepter les autres. L'activité proposée dans cette brochure s'efforce de rendre compte de ces problèmes de modélisation. Elle vise les buts suivants :

• En reprise d'étude de la classe de $6^{ème}$, ne pas mettre systématiquement les élèves en situation d'appliquer la proportionnalité, mais leur donner l'occasion de discuter de la pertinence du modèle (c'est volontairement que le mot proportionnalité n'apparaît pas dans la fiche-élève).

• Leur laisser le choix de la présentation et de la technique : avec ou sans tableau de nombres ; en utilisant le coefficient de proportionnalité ou les propriétés de linéarité.

• Profiter de cette activité pour les sensibiliser à la question trop souvent évitée des approximations dues à toute activité expérimentale.

Déroulement possible

L'activité est prévue pour se dérouler sur deux séances, une pour chaque partie.
Les élèves cherchent et répondent individuellement aux questions de la première partie. Le professeur veille à ce qu'ils justifient leurs réponses. Après cette période de travail individuel, quelques élèves ayant utilisé des procédures différentes sont invités à les présenter à la classe. Cette mise en commun permet la discussion de la pertinence du modèle de la proportionnalité dans cette situation. Il s'agit de critiquer les résultats des mesures de Max, Nadia et Franck et de faire la part de ce qui est aberrant et de ce qui s'explique par l'imperfection des mesures. A l'issue de cette discussion le professeur officialise que : « pour un élève donné, la distance qu'il parcourt est proportionnelle à son nombre de pas, à condition que ses pas soient assez réguliers. »

Pour lancer la deuxième séance, le professeur peut dire : « Vous allez mettre en oeuvre la proportionnalité entre la distance parcourue et le nombre de pas faits par chacun. A vous de vous organiser pour répondre aux questions. »

Question 1 : Le mot "étalonnage" peut poser quelques problèmes ; il est souhaitable de l'expliquer.

Dans les questions 2. et 3. de cette deuxième partie, l'enseignant sera amené à discuter des problèmes posés par certains résultats : une distance exprimée par un nombre non décimal de mètres, un nombre non entier de pas.
A la fin de l'activité, l'enseignant peut faire une synthèse sur les différentes présentations et procédures utilisées pour résoudre les questions de la partie II, qui reviennent à calculer une quatrième proportionnelle.

Compte-rendu d'observation en classe

Première partie :

Question 2a : A l'exception d'un élève, cette question n'a pas posé de problème. Exemples d'explications données : « $32 + 32 + 16 = 80$ et pas 48 » ; « $32 \times 2,5 = 80$ et pas 48 » ; « il ne peut pas faire un pas de moins de 1 m et un autre de plus de 1 m ! ».

Question 2b : Même argumentation des élèves pour valider les résultats de Nadia. Une élève utilise spontanément un tableau.

Question 2c : La plupart des élèves acceptent de valider les résultats de Franck, malgré le fait que « ça ne tombe pas juste comme pour Nadia » ce qu'ils attribuent facilement à un manque de précision lié à l'expérimentation. Seuls deux ou trois élèves restent malgré tout très réticents.

Deuxième partie :

Sans que cela leur ait été demandé, les élèves ont fini l'activité chez eux et ont proposé le lendemain l'utilisation d'un cœfficient de proportionnalité, de « produits en croix » ou de propriétés de linéarité. Ils ont été capables de l'expliquer à la classe très clairement. L'acquisition de ces techniques par tous a été relativement rapide et fiable vu les résultats obtenus aux évaluations qui ont suivi.

Bilan, discussion de certaines modalités, alternatives, suites

• Les professeurs ayant utilisé cette activité en classe sont tous d'avis qu'elle présente l'avantage de mettre très rapidement les élèves en situation d'utiliser le modèle de la proportionnalité sans pré-requis particuliers.

• Les nombres donnés n'ont pas été pris au hasard, ils ont été choisis pour permettre les différentes discussions : nous conseillons de ne pas les changer.

• Les « produits en croix » ne sont pas attendus car ils sont hors programmes en $5^{ème}$.

Quizz numérique

I Commence par compléter le tableau ci-dessous d'après tes calculs. Ensuite, en répondant aux questions a), b), c) et d), tu seras peut-être amené à modifier certaines de tes réponses.

Egalités à tester : L'égalité est-elle :	$3(x+1) = 3x+3$?	$2y+9 = 3(3+y)$?	$3t+4 = 3(t+2)$?
Vraie ou Fausse ? **(V / F)**	x prend la valeur 9	y est égal à 4	$t := 1$ ....
Vraie ou Fausse ? **(V / F)**	$x := 5$	$y := 3$	$t := 4$ ....
Toujours vraie ? **(O / N)**	....	....	....
Toujours fausse ? **(O / N)**	....	....	....
Parfois vraie et parfois fausse ? **(O / N)**	....	....	....

a) Dans la ligne " Egalités à tester ", souligne en rouge les formes factorisées.

b) Pour la première égalité, vérifie que tes réponses dans les trois dernières lignes sont exactes : tu peux développer la forme factorisée et comparer.

c) Pour la deuxième égalité, essaie pour $y := 0$. Es-tu toujours d'accord avec les réponses que tu as données dans les trois dernières lignes ?

d) Pour la troisième égalité, donne une démonstration de ta réponse.

e) Dans le tableau, entoure la/les réponse(s) que tu as modifiée(s) en répondant aux questions b) ; c) et d).

II Même travail en deux temps pour ces quatre nouvelles égalités comportant maintenant deux variables :

Egalités à tester : L'égalité, est-elle :	$2(2x+3y) = 4x+6y$?	$2x+3y = 3x+2y$?
Vraie ou Fausse ? **(V / F)**	$x := 2,\ y := 1$	$x := 2,\ y := 1$ ....
Vraie ou Fausse ? **(V / F)**	$x := 3,\ y := 1$	$x := 10,\ y := 5$ ....
Toujours vraie ? **(O / N)**	....	....
Toujours fausse ? **(O / N)**	....	....
Parfois vraie et parfois fausse ? **(O / N)**	....	....

Egalités à tester : L'égalité, est-elle :	$3(2x+3y) = 12x+3y$?	$2(3x+2y) = 3(2x+y)+y+1$?
Vraie ou Fausse ? **(V / F)**	$x := 3,\ y := 3$	$x := 1,\ y := 2$ ....
Vraie ou Fausse ? **(V / F)**	$x := 1,\ y := 1$	$x := 4,\ y := 2$ ....
Toujours vraie ? **(O / N)**	....	....
Toujours fausse ? **(O / N)**	....	....
Parfois vraie et parfois fausse ? **(O / N)**	....	....

f) Pour la première égalité, démontre ta réponse à la question " L'égalité est-elle toujours vraie ? ".

g) Pour la deuxième égalité, essaie de trouver une valeur pour x et une valeur pour y telles que l'égalité soit vraie.

h) Pour la troisième égalité, essaie de trouver une valeur pour x et une valeur pour y telles que l'égalité soit fausse.

i) Pour la quatrième égalité, donne une démonstration de ta réponse en t'inspirant des méthodes utilisées pour les tests précédents.

j) Dans le tableau, entoure la/les réponse(s) que tu as modifiée(s) en répondant aux questions b) ; c) et d).

6 Quizz numérique

Eléments du programme explicitement en rapport avec l'activité

2. Nombres et calculs

Contenus	**Compétences**	**Exemples d'activités, commentaires**
2.4 Equation	Tester si une égalité comportant un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques.	Une attention particulière est apportée à l'introduction d'une lettre pour désigner un nombre inconnu dans des situations où le problème ne peut pas être facilement résolu par un raisonnement arithmétique. Les programmes du collège prévoient une initiation progressive à la résolution d'équations, de manière à éviter la mise en œuvre d'algorithmes dépourvus de véritable sens. La classe de cinquième correspond à une étape importante dans l'acquisition du sens, avec la présentation d'égalités vues comme des assertions dont la vérité est à examiner. Par exemple, dans l'étude d'une situation conduisant à une égalité telle que $3y = 4x + 2$, les élèves en testent la valeur de vérité pour diverses valeurs de x et y qu'ils sont amenés à choisir. Ce type d'activité permet de mettre en évidence une nouvelle signification du signe = ...

Intentions des auteurs

L'activité proposée s'efforce de répondre aux intentions du nouveau programme concernant la partie citée dans les extraits. On y aborde en outre des questions de logique comme la négation de propositions universelles, sans bien sûr les formaliser.

Nous proposons volontairement la notation $x := 2$, plutôt que $x = 2$ afin de clarifier les différents sens du signe "=". Cette notation est celle utilisée par les informaticiens pour distinguer l'affectation d'une variable, de l'énoncé d'une propriété vraie.

Déroulement possible

L'activité est prévue pour se dérouler en deux séances, la première pour le premier tableau, un travail de recherche à la maison pour effectuer les calculs du deuxième tableau et une seconde séance consacrée à la discussion des problèmes soulevés par les expressions « toujours vraie », « parfois vraie et parfois fausse ».

- Question a : Cette question est l'occasion d'un rappel sur la forme factorisée.

- Question b : Les élèves pourront répondre par écrit à cette question, en utilisant leur propre cahier en regard de la fiche pour « développer la forme factorisée et comparer ».

- Question d : Le mot "démonstration" va décontenancer les élèves : un débat pourra amener l'idée que l'on peut « faire comme au b) ». L'idée de démonstration dans le domaine numérique sera reprise dans la deuxième partie de l'activité (question f).

- Question e : Il s'agit de s'assurer que tous les élèves ont bien corrigé les réponses dans leur tableau ; c'est l'occasion de faire une synthèse partielle : « Ce n'est pas parce qu'une égalité est fausse pour deux valeurs de la variable, qu'elle est toujours fausse » .

- Questions f à j : même travail, mais avec deux variables (voir compte-rendu "quatrième partie").

• La présentation de la fiche élève ne laisse pas de place pour effectuer des calculs. Les élèves pourront travailler en parallèle sur leur cahier. On pourra également leur conseiller de prendre un brouillon pour écrire les résultats intermédiaires et il faudra alors s'assurer qu'ils n'écrivent pas d'égalité fausse. Au moment de la correction au tableau, il faudra insister sur l'importance de la rédaction : calculer séparément chaque membre de l'égalité afin de ne pas écrire d'égalités fausses.

• L'utilisation de la calculatrice est conseillée afin de centrer le travail sur les aspects logiques sans être gêné par la difficulté des calculs.

Compte-rendu d'observation en classe

Cette activité a été testée avec deux classes de "profils" très différents. Dans la première, il y avait beaucoup d'élèves de bon niveau et une tête de classe dynamique, alors que dans la seconde, le niveau était plus faible et les élèves "moteurs" de la classe étaient absents le jour où l'activité a été testée.
Si le bilan est plutôt positif avec la première classe, l'activité s'est révélée trop difficile pour la classe de niveau faible : la deuxième partie a à peine été abordée en fin d'heure et des difficultés persistaient dans le test des égalités. Le compte rendu est donc fait en grande majorité sur le déroulement avec la classe de bon niveau, avec quelques remarques concernant l'autre observation.

L'activité s'est déroulée sur une heure (avec la correction des deux dernières questions au cours suivant), les élèves travaillant en autonomie. La calculatrice était autorisée. Ceci a permis de ne pas perdre de temps sur les calculs et de finir l'activité dans l'heure.

<u>Première partie :</u> Le premier tableau.
Ce fut l'occasion de rappeler les priorités opératoires. Quelques élèves ont eu des difficultés liés aux conventions de simplification d'écritures (certains ont remplacé $3x$ par 39 pour $x := 9$). Une fois rappelé que l'absence de signe opératoire devant une lettre ou devant une parenthèse caractérise une multiplication, le test des égalités a été fait rapidement par la plupart des élèves (y compris ceux qui n'avaient pas de calculatrice). Certains, ayant un peu plus de difficulté, se sont fait aider par leur voisin.

<u>Deuxième partie :</u> Réponses aux questions concernant le premier tableau.
Questions a) et b) : La question a) n'a pas été faite par la plupart des élèves qui ne se souvenaient plus de la définition d'une forme factorisée. Une seule a eu le réflexe de chercher dans son cours et le professeur a alors rappelé au tableau la propriété de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et le vocabulaire associé, afin de "débloquer" la situation. Malgré ce rappel, la question s'est faite avec difficulté, du fait de la présence de lettres dans les calculs... Mais la correction de cette question a été plutôt bien comprise puisque, lorsqu'il a fallu développer à nouveau dans les questions suivantes, une majorité de la classe y est parvenu.

La question c) s'est faite sans difficulté. Elle a permis aux élèves de constater que leur première idée était fausse et que le test sur deux valeurs de x ne suffit pas pour affirmer qu'une égalité est toujours fausse.

Pour la question d), la notion de "démonstration" n'étant pas acquise, il a fallu guider les élèves en leur suggérant de procéder de la même façon qu'à la question b).

La question e) a permis de s'assurer que les élèves avaient corrigé dans le tableau l'erreur faite dans un premier temps.
Il est intéressant de remarquer que la notion d'égalité "parfois vraie et parfois fausse" n'a posé aucun problème aux élèves.

<u>Troisième partie :</u> Le deuxième tableau.
Cette question a été traitée sans difficulté, de façon analogue au premier tableau.

<u>Quatrième partie :</u> Réponses aux questions concernant le deuxième tableau

Pour la question f) comme pour la question d), il a fallu guider les élèves en leur précisant de procéder de la même façon qu'à la question b). Le développement s'est fait alors sans trop de difficulté pour environ la moitié de la classe. Par contre, bien que le remplissage du tableau ait intéressé la plupart des élèves, l'autre moitié a semblé "décrocher".

Les questions g) et h) n'ont pas présenté de difficulté. L'idée de faire un test avec deux valeurs égales (ou différentes) de x et de y a été trouvée intuitivement par quelques élèves de la classe.

La question i) a été corrigée en classe lors du cours suivant ; elle avait été traitée par quelques élèves (déjà en classe pour certains).

La question k) a permis de s'assurer que les élèves avaient corrigé dans le tableau l'erreur faite dans un premier temps.

Le Spaghetti de Cathy

1. Construis un triangle ABC tel que :

   AB = 5,5 cm ; BC = 6,5 cm et AC = 7 cm .

   Décris la méthode que tu as employée.

   Y a-t-il plusieurs solutions ? Si oui quels sont les rapports entre elles ?

   ....

   ....

2. Si on change de longueur pour les côtés, penses-tu que la construction sera toujours possible ?

   ....

3. *Le professeur passe dans la classe et te donne deux spaghettis :*

   Coupe un des spaghettis en trois et réalise un triangle avec ces trois morceaux.

   `Mise en commun`

4. – <u>Si le partage de ton spaghetti correspond à une construction possible</u>,
   colle (ou scotche) le triangle sur ton cahier. Ensuite, découpe le deuxième spaghetti de manière à obtenir une construction impossible et colle les morceaux sur ton cahier de manière à montrer qu'on ne peut pas y arriver. Sous chacun des deux triangles, inscris la légende « construction possible » ou « construction impossible ».

   – <u>Si le partage de ton spaghetti correspond à une construction impossible</u>,
   colle les morceaux de spaghetti sur ton cahier de manière à montrer qu'on ne peut pas y arriver. Ensuite, découpe le deuxième spaghetti de manière à obtenir une construction possible et colle ce triangle sur ton cahier. Sous chacun des deux triangles, inscris la légende « construction possible » ou « construction impossible ».

   – Ecris sur ton cahier comment on peut prévoir si la construction sera possible ou impossible à partir de la connaissance des trois longueurs.

5. Lorsque le professeur te donne trois longueurs pour construire un triangle, comment a-t-il choisi ces longueurs pour que la construction soit possible ?

7 Le Spaghetti de Cathy

Eléments du programme explicitement en rapport avec l'activité

3. Géométrie

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
3.1 Figures planes Construction de triangles et inégalité triangulaire	- Connaître et utiliser l'inégalité triangulaire. - Construire un triangle connaissant : ... les longueurs des trois côtés	Dans chaque cas où la construction est possible, les élèves sont invités à remarquer que lorsqu'un côté est tracé, on peut construire plusieurs triangles, deux à deux symétriques par rapport à ce côté, à sa médiatrice ou à son milieu.

Intentions des auteurs[2]

Lorsqu'elle est enseignée dans un contexte de mesures sur des triangles existants, l'inégalité triangulaire ne soulève aucun enthousiasme chez les élèves et ne laisse souvent aucune trace dans leur mémoire. Il s'agit ici, au contraire, de lui donner un statut explicatif dans le cadre d'expérimentations.

L'ensemble des deux activités "Spaghetti" constitue un parcours de recherche sur le thème des triangles. Il permet notamment de rendre à l'inégalité triangulaire sa fonction de condition d'existence d'un triangle.

Déroulement possible

L'activité est prévue pour se dérouler en une séance; cependant, en cas de manque de temps, l'institutionalisation sur le cahier pourra prendre place au début d'une seconde séance.

Question 1 - Cette question permet une reprise de l'étude sur l'utilisation du compas pour construire un triangle connaissant la longueur des trois côtés. Il est nécessaire de faire une synthèse et d'insister sur l'utilisation du compas, indispensable pour obtenir une construction rigoureuse. La question permet aussi de découvrir la non-unicité de la solution et le rapport entre les différentes solutions.

Question 2 - La question sur le changement de longueur des côtés est intéressante car elle permet de conserver la trace explicite d'une conjecture fausse pour la plupart d'entre eux. Le professeur pourra faire un bilan devant la classe pour savoir combien ont répondu Oui et combien Non. A ce moment de l'activité, on ne doit pas chercher à donner une réponse définitive : afin de motiver la suite, il faut laisser persister le doute ou l'erreur.

Question 3 - Avec les spaghettis : En circulant dans les rangs, le professeur recherche les élèves qui trouvent des partages qui rendent la construction du triangle impossible. S'il n'y en a pas, il propose lui-même un tel partage à un ou deux élèves à la place ou en plus de leur propre réalisation.

[2] *D'après une idée originale de Catherine Canivenc*

La mise en commun est nécessaire avant de passer à la question 4 : les élèves découvrent en effet, que quelques uns d'entre eux répondent maintenant Non. On valide collectivement la réalité de l'impossibilité.

Question 4 - Il faut laisser du temps pour que chaque élève réalise lui-même à la fois une construction possible et une construction impossible.

Questions 4 fin et 5 - Synthèse.
La phase de formulation est une étape importante et qui prend du temps. Elle demande, pour beaucoup d'élèves, à être relancée. Les élèves peuvent ensuite comparer leur idée avec leur voisin et mettre au point une réponse commune. L'enseignant circule et repère les différentes idées dans la classe. La synthèse se fait en deux étapes. Dans un premier temps (fin de la question 4), on "remarque" les cas ou la construction est impossible. Dans un deuxième temps (question 5), on énonce une règle pour des constructions possibles : l'inégalité triangulaire.

Compte-rendu d'observation en classe

1*ère étape :*
- Cette activité a été observée dans deux classes. Dans chacune d'elles, la construction du triangle à partir des données n'a pas posé de problème. Notons que les élèves ne construisent en général qu'un triangle.
- Dans la description de la technique utilisée, on rencontre fréquemment la notion de "base" qui, dans la conception des élèves, est "le plus grand côté placé horizontalement". C'est donc l'occasion de corriger une idée fausse.
- A la question « Pensez-vous que l'on puisse toujours construire un triangle lorsque l'on se donne 3 longueurs pour les côtés ? » , seuls deux élèves ont répondu « non » sur les deux classes, mais n'étaient pas capables d'expliquer pourquoi.

2*ème étape :*
- Une des deux classes a fait le choix de rechercher les conditions pour que la construction soit possible plutôt que de s'attacher au cas d'impossibilité. Hormis celles où l'on reconnaît l'idée de l'inégalité triangulaire, sont apparues les réponses suivantes : « mêmes longueurs environ » , « au moins deux proches » , « les deux petits côtés doivent être plus grand que la moitié du troisième » . Notons que la dernière proposition est une condition suffisante mais pas nécessaire : elle n'a pas provoqué de débat, les élèves plébiscitant rapidement l'idée de l'inégalité triangulaire.
- L'autre classe s'est intéressée aux conditions pour que la construction soit impossible : « Deux côtés sont trop petits et ne se touchent pas » , « le triangle ne se ferme pas » , « un côté est trop long » .
- La discussion du cas de l'égalité a obtenu un large consensus : seul un élève n'était pas du tout convaincu que l'on ne pourrait pas construire de triangle. Cela a permis au professeur de rebondir sur les problèmes liés à la construction de figures avec des instruments nécessairement imprécis.

Bilan, discussion de certaines modalités, alternatives, suites

- La question sur l'unicité de la construction ou la parenté entre les solutions permet de faire des rappels sur les symétries.

- Tracer les cercles sur les exemples de constructions possible et impossible issus de l'activité avec les spaghettis, peut constituer une sorte de "démonstration" de l'inégalité triangulaire.

Le Spaghetti de Cathy (suite)

I - On connaît un angle et la longueur de deux côtés adjacents à cet angle.

1. Construis un triangle ABC tel que : $AB = 7$ cm ; $AC = 3$ cm et $\widehat{BAC} = 65^\circ$.
   - Ecris ton programme de construction.
   - Y a-t-il plusieurs solutions ?
   - Si oui quels sont les rapports entre elles ?
2. Choisis deux longueurs et un angle (écris-les sur ton cahier) et construis un triangle avec ces mesures, en plaçant l'angle connu entre les deux côtés de longueurs connues.
3. La construction est-elle toujours possible ?

II - On connaît la longueur d'un côté et les angles qui lui sont adjacents.

1. Construis un triangle ABC tel que : $AB = 7$ cm ; $\widehat{BAC} = 110^\circ$ et $\widehat{ABC} = 35^\circ$.
   - Ecris ton programme de construction.
   - Y a-t-il plusieurs solutions ?
   - Si oui quels sont les rapports entre elles ?
2. Penses-tu que tu pourras construire un triangle chaque fois que le professeur te donnera la longueur d'un côté et les deux angles adjacents au côté commun ?
3. Choisis au hasard une longueur (tu peux garder la même longueur pour tous les triangles que tu vas construire).

   Lorsque tu choisis ensuite deux angles, la construction est-elle toujours possible :
   (a) lorsque les deux angles sont aigus ?
   (b) lorsque les deux angles sont obtus ?
   (c) lorsque un angle est aigu et l'autre obtus ?
4. Ecris sur ton cahier comment on peut prévoir si la construction sera possible à partir de la connaissance de la longueur d'un côté et des deux angles adjacents au côté connu.
5. Quelle règle peux-tu énoncer sur les angles d'un triangle ?

8 Le Spaghetti de Cathy (suite)

Eléments du programme explicitement en rapport avec l'activité

3. Géométrie

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
3.1 Figures planes		
Triangle : Somme des angles d'un triangle.	- Connaître et utiliser, dans une situation donnée, le résultat sur la somme des angles d'un triangle....	La symétrie centrale ou la caractérisation angulaire du parallélisme qui en découle permettent de démontrer que la somme des angles d'un triangle est égale à 180 degrés ...
Construction de triangles et inégalité triangulaire	- ...	
	- Construire un triangle connaissant : - la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents, - les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés, ...	Dans chaque cas où la construction est possible, les élèves sont invités à remarquer que lorsqu'un côté est tracé, on peut construire plusieurs triangles, deux à deux symétriques par rapport à ce côté, à sa médiatrice ou à son milieu.

Intentions des auteurs

Il est préférable de faire cette activité dans la continuité de l'activité : « Le Spaghetti de Cathy » afin de profiter de l'élan donné par le côté ludique de cette dernière.
Les deux activités « Spaghetti » constituent un travail d'une durée et d'une ambition importantes qui placent les élèves en position de chercheurs.

Un tel parcours de recherche sur le thème des triangles, permet de réunir plusieurs objectifs :
- Construire des triangles, et être capable de prévoir si un triangle est constructible ou pas.
- Rencontrer une première caractérisation du parallélisme par les angles, indépendante de la symétrie centrale.
- Avoir une "première" intuition de la propriété de la somme des angles d'un triangle.
- Explorer les différentes utilisations du mot "adjacent" : pour deux angles, pour un segment et deux angles, pour un angle et deux segments.

Déroulement possible

L'activité, prévue pour se dérouler sur deux séances, peut être introduite par une phrase du type :
« *Maintenant que l'étude pour les triangles "connaissant trois longueurs" a montré que la construction n'est pas toujours possible, on peut se poser la question pour les triangles "connaissant deux longueurs et un angle" ou "une longueur et deux angles". On abandonne les spaghettis pour revenir à des constructions géométriques à la règle graduée et au rapporteur.*»

Pour chacune des deux parties, le déroulement est quasiment le même.

Questions 1 et 2
Dans un premier temps, la construction d'un triangle connaissant un angle et la longueur

de ses deux côtés adjacents (première partie) ou la longueur d'un côté et la mesure des deux angles adjacents (deuxième partie) permet de revoir l'utilisation du rapporteur. Il est nécessaire de faire une synthèse et d'insister sur le côté « non unique » de la solution et le rapport entre les différentes solutions.
La question sur la possibilité de construire un triangle quelques soient les angles et les longueurs donnés (à différencier selon les deux parties) permet de lancer le travail de recherche et de faire le parallèle avec l'activité précédente.

Question 3
Les élèves travaillent individuellement, puis comparent leurs réponses avec leur voisin. Il faut pour cette question veiller à ce que les élèves se donnent les mesures d'angles et les longueurs **avant** de construire le triangle et non le contraire.
Le professeur circule pour s'assurer que tous comprennent le problème (dans la deuxième partie, il s'agit de trois constructions au minimum, et aussi d'imaginer toutes les autres) ; il recherche des exemples de constructions possibles et de constructions impossibles.

Question 4
- Dans la première partie, on va déboucher sur l'idée que la construction d'un triangle connaissant un angle et la longueur des deux côtés adjacents, est toujours possible (mis à part le cas de l'angle plat ou de l'angle nul), ce qui évitera (on l'espère) des erreurs de construction dans le cas où l'angle est obtus, une des longueurs très grande et l'autre très petite.

- Dans la deuxième partie, en éliminant les cas limites (angle nul, angle plat, deux angles droits), la classe arrive aux conclusions suivantes : si les deux angles sont aigus, la réponse est toujours « oui » ; si les deux angles sont obtus, elle est toujours « non » ; si l'un des angles est aigu et l'autre obtus, « ça dépend ». L'enseignant relance : « *Peut-on savoir de quoi ça dépend ?* ». Dans un premier temps, on fait ressortir « le cas frontière » qui donne une propriété intéressante : « Si deux demi-droites font des angles supplémentaires aux extrémités d'un segment, alors elles sont parallèles (les demi-droites doivent être situées d'un même côté du segment) ».

Question 5 (deuxième partie uniquement)
Ici, les élèves ayant « analysé » de nombreux cas de construction de triangles en fonction des angles, la propriété sur la somme des mesures des angles d'un triangle devrait être citée par quelques uns (certains la connaissent déjà). Si rien ne vient, l'enseignant propose de recenser dans un tableau les paires d'angles qui rendent la construction possible et celles qui la rendent impossible.
Bien sûr, cela ne constitue pas une démonstration et on pourra ensuite, conformément aux programmes, démontrer cette propriété en utilisant soit la symétrie centrale, soit la caractérisation angulaire du parallélisme par l'égalité des angles alternes-internes.

Compte-rendu d'observation en classe

1ère partie : Construction connaissant une longueur et deux angles.

- La construction du triangle lors de l'étape préliminaire n'a pas posé de problème, (mis à part quelques erreurs dans l'utilisation du rapporteur).

- Dans la description de la technique utilisée, les élèves s'accordent vite sur le fait que l'on peut commencer par n'importe lequel des deux côtés, placer l'angle et terminer par le deuxième côté donné. On rencontre fréquemment la notion de "base" qui, dans la conception des élèves, est "le côté placé horizontalement". C'est donc, une fois de plus, l'occasion de corriger des idées fausses.

- Par contre, la question sur le nombre de solutions et le rapport entre elles n'a pas été très bien comprise.

- A la question « Penses-tu que tu sauras construire un triangle chaque fois que le professeur te donnera un angle et la longueur des deux côtés adjacents à cet angle ? », tous les élèves ont répondu : « Oui ».

- Lorsque les élèves ont dû tracer « leurs » triangles, ils ont très rapidement confirmé que la construction était toujours possible. Mais, motivés par l'activité précédente (Spaghettis de Cathy), ils ont réellement cherché à faire des constructions impossibles en choisissant un angle obtus, une longueur très petite et/ou une longueur très grande. Le cas de l'angle obtus a posé problème à certains qui pensaient que dans ce cas la construction n'était pas possible. ce sont leurs propres camarades qui se sont chargés de les détromper.

2ème partie : Construction connaissant deux angles et une longueur.

- Là aussi, la construction du triangle lors de l'étape préliminaire n'a pas posé de gros problème.

- Dans la description de la technique utilisée, les élèves choisissent spontanément de tracer en premier le segment dont on connaît la longueur (là aussi, appelé souvent "base") avant de mesurer les deux angles.

- Pour répondre à la question sur le nombre de solutions et le rapport entre elles, les élèves se sont inspirés de ce que le professeur avait dit lors de la correction de la première partie. Il est apparu l'idée de faire les deux angles « en haut » ou « en bas » (le côté ayant été tracé horizontalement). Par contre aucun élève n'a imaginé ce qui pourrait se passer en traçant un des angles «en haut» et l'autre « en bas »

- A la question « Penses-tu que tu sauras construire un triangle chaque fois que le professeur te donnera un angle et la longueur des deux côtés adjacents à cet angle ? », seuls deux élèves ont répondu : « Non », mais sans être capable de dire dans quel cas la construction pourrait être impossible.

- Lorsque les élèves ont dû tracer "leurs" triangles, ils sont arrivés rapidement à conclure que dans le cas de deux angles aigus, la réponse est toujours « Oui » et que si les deux angles sont obtus, elle est toujours « Non ». Dans le cas où l'un des angles est aigu et l'autre obtus, il a été nécessaire de faire plusieurs figures au tableau et d'analyser avec eux quels étaient les cas possibles et les cas impossibles. Il apparaît alors que : « ça dépend ». Le cas de deux angles droits est alors apparu et ensuite est venue la propriété : « Si deux demi-droites font des angles supplémentaires aux extrémités d'un segment, alors elles sont parallèles ». Il est alors apparu assez naturellement que la somme des deux angles devait être inférieure à 180°.
Par contre, contrairement à ce qui était attendu, aucun élève n'a lancé la propriété de la somme des angles d'un triangle. Il a fallu compléter l'activité en faisant mesurer le troisième angle dans les cas où la construction était possible. On a ensuite confirmé : « La somme des deux angles qu'on se donne au départ ne doit donc pas atteindre 180°.

Sinon, il ne reste rien pour le troisième ».

Bilan, discussion de certaines modalités, alternatives, suites

- La question sur l'unicité de la construction ou la parenté entre les solutions engage des rappels sur les symétries qui peuvent prendre beaucoup de temps : on peut choisir de ne les faire qu'à l'issue du chapitre sur la symétrie centrale, car ce n'est pas l'objectif principal de l'activité.

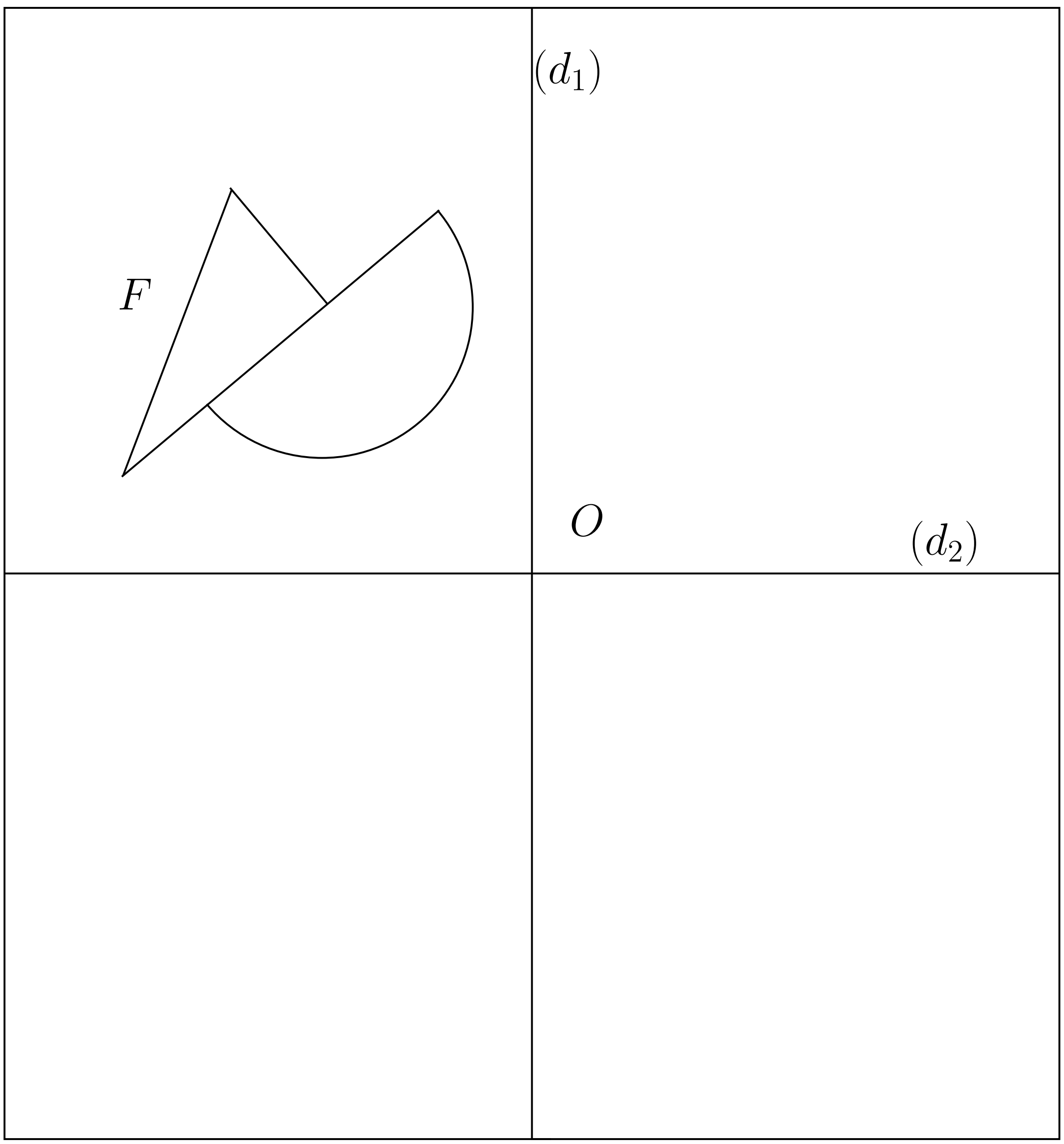
- La propriété de la somme des angles d'un triangle peut être démontrée à l'issue du parcours (les commentaires du Programme suggèrent d'utiliser des symétries centrales ou des angles alternes-internes).

- On peut poursuivre la recherche grâce aux propriétés découvertes en posant la question : « Comment construire un triangle connaissant deux longueurs et un angle ou une longueur et deux angles, mais pas dans la disposition favorable choisie précédemment ? ». Ce travail peut donner l'occasion d'un devoir de recherche.

Deux Symétries d'un coup !

Avec toute la place voulue.

1. Trace F' la figure symétrique de F par rapport à (d_1).
2. Trace F'' la figure symétrique de F' par rapport à (d_2).
3. Observe F et F'' : - décris toutes les différences,
   - décris maintenant toutes les ressemblances.



Avec une feuille plus petite.

On appelle F' la figure symétrique de F par rapport à (d_1) et F'' la figure symétrique de F' par rapport à (d_2).

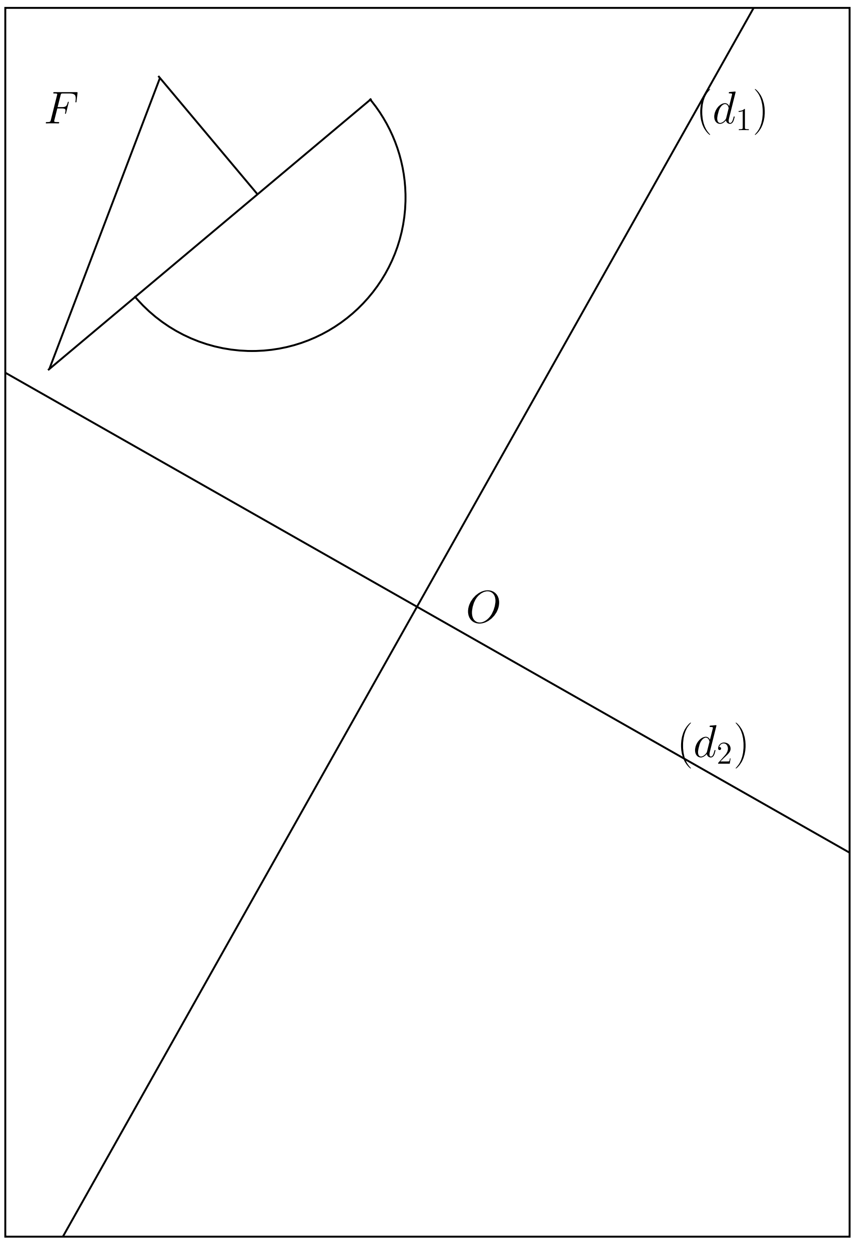
1. Peux-tu tracer F' sans sortir du cadre ?

2. Peux-tu pourtant imaginer où sera F'' ?

3. Tu vas essayer de construire F'' sans passer par F' :

a) Sur la page précédente, joins quelques points de F et F'' qui se correspondent et observe ;

b) Construis F'' sur cette page-ci, en te servant de l'observation précédente.



9 Deux Symétries d'un coup !

Eléments du programme explicitement en rapport avec l'activité

1. Organisation et gestion de données, fonctions

Contenus	**Compétences**	**Exemples d'activités, commentaires**
Symétrie centrale	- Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite, d'une demi-droite, d'un cercle.	Comme en 6°, un travail expérimental permet d'obtenir un inventaire abondant de figures simples. Les propriétés invariantes dans une symétrie centrale sont ainsi progressivement dégagées et comparées avec les propriétés invariantes dans une symétrie axiale.
	- Construire ou compléter la figure symétrique d'une figure donnée ou de figures possédant un centre de symétrie à l'aide de la règle (graduée ou non), de l'équerre, du compas, du rapporteur.	Ces travaux conduisent à : - la construction de l'image d'une figure simple, - l'énoncé et l'utilisation de propriétés caractéristiques du parallélogramme (cf § 3.1) ; - la caractérisation angulaire du parallélisme et son utilisation. (cf § 3.1) - la justification de formules relatives aux aires (cf § 4.3). La symétrie centrale n'a, à aucun moment, à être présentée comme application du plan dans lui-même.

Intentions des auteurs

- Introduire la symétrie centrale comme composée de deux symétries axiales ;

- Mettre les élèves dans l'obligation d'utiliser une nouvelle technique en rendant la construction de l'image intermédiaire impossible en jouant sur la variable didactique "espace disponible sur la feuille" ;

- Les amener à découvrir différentes propriétés de la symétrie centrale pour mener à bien la construction de la dernière figure.

L'ensemble des deux activités sur la symétrie centrale, "Deux symétries d'un coup !" et "Deux propriétés de la symétrie centrale", constitue un parcours de recherche.

Déroulement possible

Durée : 1 heure.

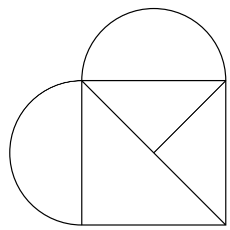
<u>Feuille 1 :</u>
Les élèves répondent individuellement (ou à deux) aux questions de la feuille 1.
Mise en commun en classe entière des réponses aux deux dernières questions : émergence du fait que l'on ne passe pas de F à F'' par une symétrie axiale mais par un demi tour (on pourra souligner que lorsqu'on fait deux retournements successifs cela n'aboutit pas à un retournement).

<u>Feuille 2 :</u>
Les élèves répondent individuellement aux questions de la seconde feuille.
Le professeur peut faire remarquer que (d_1) et (d_2) n'ont pas directement été utilisées.
Vérification possible du résultat en construisant F'(en sortant du cadre), à la maison ou en classe.

Institutionnalisation :
Définition ponctuelle de la symétrie centrale et propriétés héritées de la symétrie axiale.

Compte-rendu d'observation en classe

Cette activité a été testée à partir de la figure initiale ci-dessous :



La figure était trop complexe. Beaucoup d'élèves n'ont pu démarrer ne sachant trop par quel "bout" la prendre, d'autant que, pour certains, le tracé du symétrique d'un point par rapport à un axe était oublié !

Nous avons donc choisi de proposer une figure plus simple, incitant au départ à la construction de quelques images point par point (les sommets du triangle) et recentrant ainsi l'activité sur son objectif principal.

Après les séances où les élèves avaient travaillé à partir de la figure abandonnée par la suite, l'enseignant a constaté aux évaluations qui ont suivi que la presque totalité de la classe avait bien assimilé la symétrie centrale. Ainsi, malgré un investissement trop lourd en temps, l'activité dans sa première version s'est déjà montrée bénéfique pour les élèves.

Bilan, discussion de certaines modalités, alternatives, suites, commentaires

• Sur la seconde feuille, les axes sont volontairement placés en évitant les positions prototypiques (verticale, horizontale et même à 45° par rapport aux bords de la feuille), ceci pour éviter des constructions approximatives d'une part, et le risque de construire la figure F'' par une fausse symétrie d'axe horizontal (dans le cas où les axes d_1 et d_2 sont à 45°).

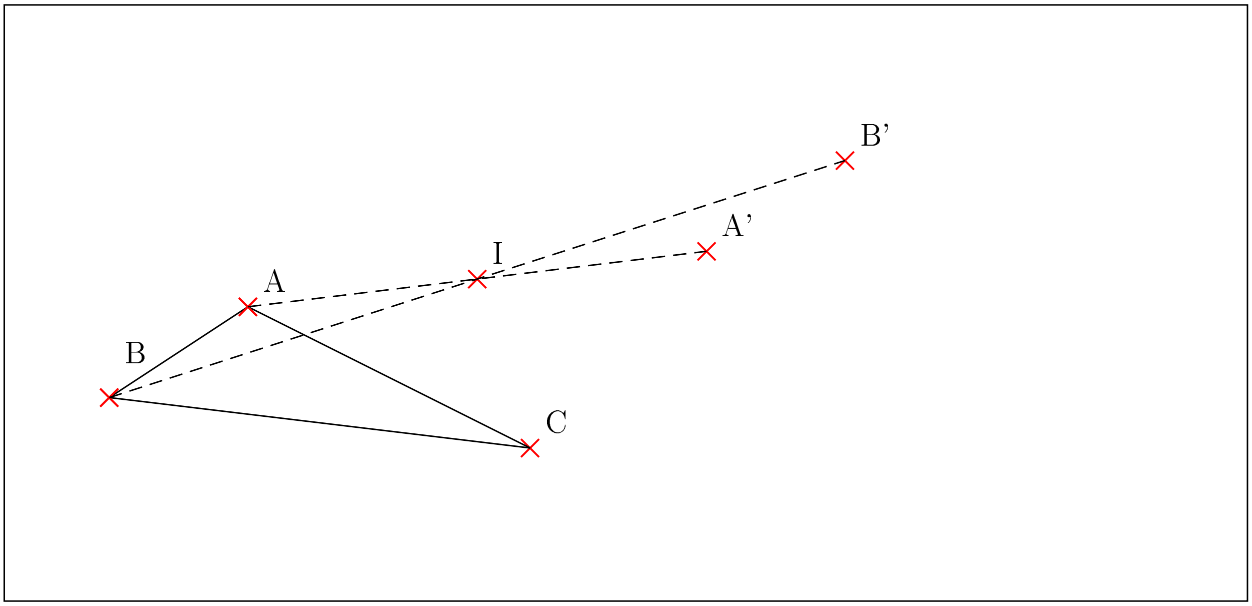
• L'énoncé très directif ne laisse que peu de liberté aux élèves quant au travail à faire, mais leur permet une acquisition personnelle de la notion de symétrie centrale.

• On pourrait choisir des axes "obliques" dès la première page de la fiche élève, avec suffisamment de place. Mais, dans ces conditions, l'élève aurait besoin de moins d'imagination pour répondre à la question « Peux-tu imaginer où sera F'' ? » de la seconde page.

Deux Propriétés de la Symétrie centrale

I - Une première propriété de la symétrie centrale

1. Sur la figure ci-dessous, les points A' et B' sont les symétriques de A et B par rapport au point I. En utilisant **uniquement** le compas, construis l'image C' du point C par la symétrie de centre I (règle interdite).



2. Sur la figure obtenue, trace le triangle $A'B'C'$ puis code les égalités de longueurs que tu as réalisées. Cite ces égalités de longueurs :

....
....
....

Comment peux-tu vérifier maintenant que le point C' que tu as trouvé est bien l'image du point C par la symétrie de centre I ? Fais-le et décris ci-dessous tes vérifications :

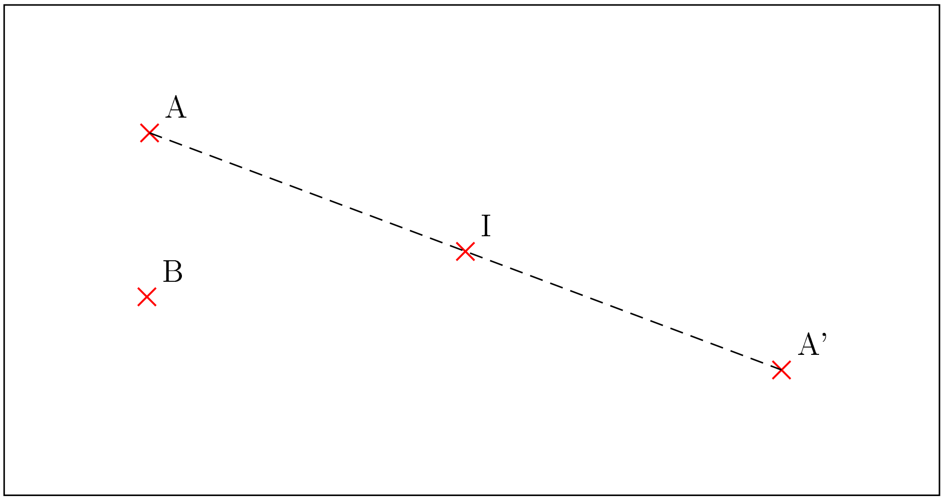
....
....
....

3. Ta construction du point C' au compas est basée sur une propriété de la symétrie centrale. Ecris une phrase pour énoncer cette propriété :

....
....
....

Application :

Sur la figure ci-dessous, le point A' est le symétrique de A par rapport à I.
En utilisant **uniquement** le compas, construis le symétrique B' de B par rapport à I (règle interdite).



Code les égalités de longueurs que tu as utilisées.
Décris ta construction en quelques lignes :

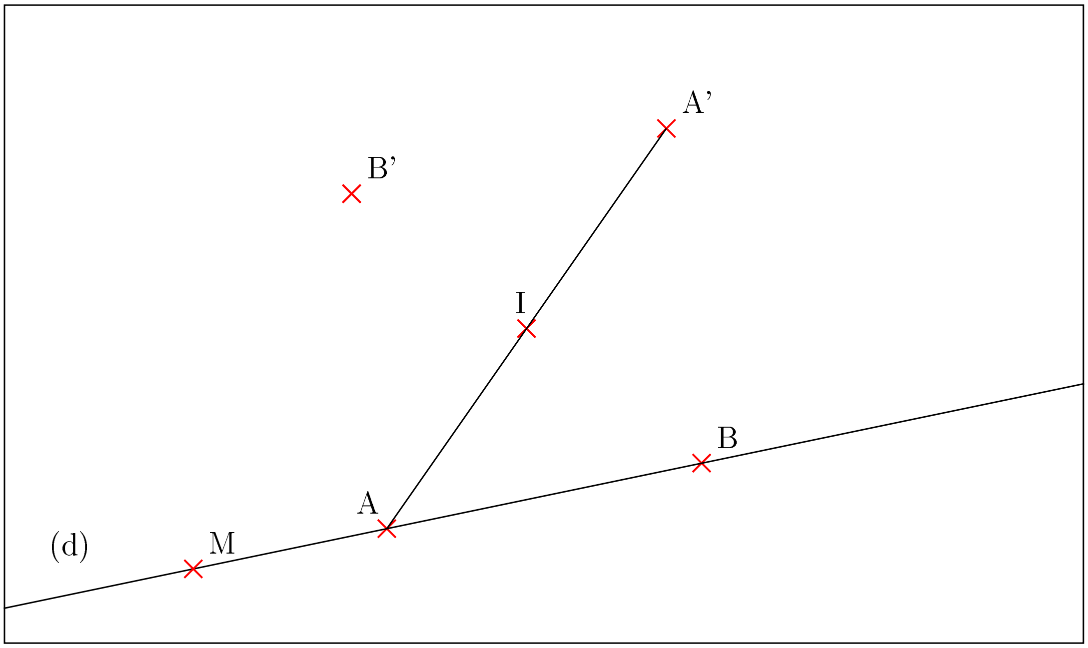
. . . .
. . . .
. . . .

Explique pourquoi cette construction est juste :

. . . .
. . . .
. . . .

II - Une deuxième propriété de la symétrie centrale

1. Sur la figure ci-dessous, les points A' et B' sont les images des points A et B par la symétrie de centre I. En utilisant **uniquement** la règle non graduée, (c'est à dire sans te servir des graduations de ta règle !) construis l'image du point M (que tu nommeras M').



2. Quelles droites as-tu tracées ? Cite-les :

. . . .
. . . .
. . . .

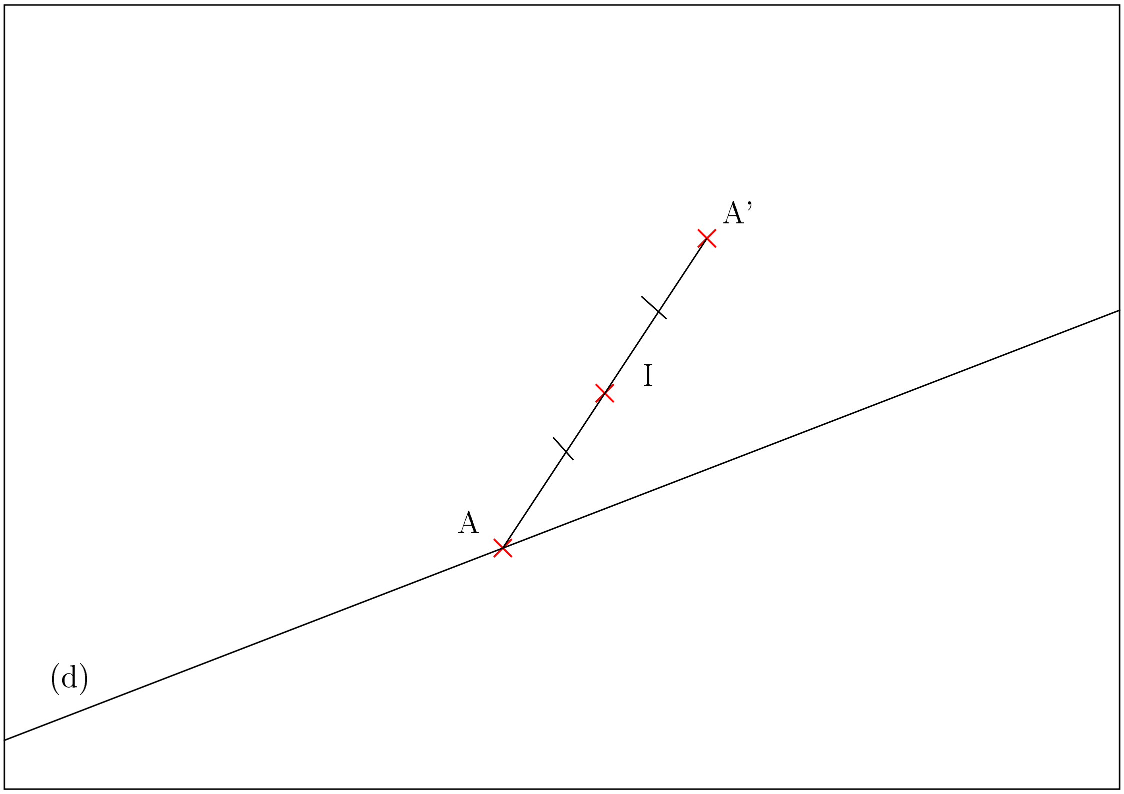
Comment peux-tu vérifier maintenant que le point M' que tu as trouvé est bien l'image du point M par la symétrie de centre I ? Fais-le et décris ta vérification :

. . . .
. . . .
. . . .

3. Ta construction du point M' au compas est basée sur une propriété de la symétrie centrale. Ecris une phrase pour énoncer cette propriété :

. . . .
. . . .
. . . .

4. Sur la figure ci-dessous, le point A' est le symétrique de A par rapport à I.
En utilisant **uniquement** la règle non graduée et l'équerre, construis l'image de la droite (d) par la symétrie de centre I.



Décris en quelques lignes ta construction :

. . . .
. . . .
. . . .

5. Ta construction de la droite symétrique est basée sur une propriété de la symétrie centrale. Ecris une phrase pour énoncer cette propriété :

. . . .
. . . .
. . . .

10 Deux propriétés de la Symétrie centrale

Conservation des longueurs - Image d'une droite

Eléments du programme explicitement en rapport avec l'activité

1. Organisation et gestion de données, fonctions

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
3.3 Symétrie centrale	- Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite, d'une demi-droite, d'un cercle.	Les propriétés invariantes dans une symétrie centrale sont ainsi progressivement dégagées et comparées avec les propriétés invariantes dans une symétrie axiale. Ces travaux conduisent à - la construction de l'image d'une figure simple, - l'énoncé et l'utilisation de propriétés caractéristiques du parallélogramme (cf § 3.1) ; - la caractérisation angulaire du parallélisme et son utilisation. (cf § 3.1) - la justification de formules relatives aux aires (cf § 4.3).

Intentions des auteurs

Il s'agit de proposer des situations où les propriétés de la symétrie centrale (conservation des longueurs et de l'alignement, transformation d'une droite en une droite parallèle) ne soient pas des évidences, mais permettent de résoudre des problèmes.
C'est aussi l'occasion de concevoir la droite comme ensemble de points.
Le déroulement de l'activité peut surprendre dans la mesure où les élèves sont amenés à énoncer la propriété seulement après l'avoir utilisée pour résoudre le problème. En particulier,le parallélisme de la droite image avec la droite de départ ne sera peut-être pas une idée évidente pour tous les élèves. Il faudra qu'ils puissent s'appuyer sur des manipulations et observations préalables obtenues par réalisation concrète de "demi-tours" ou par composition de deux symétries axiales (cf. l'activité précédente).

Déroulement possible

Ces deux activités trouvent leur place après la définition ponctuelle de la symétrie centrale.
Il est difficile de prévoir le nombre de séances nécessaires à cette activité ; il dépend notamment de la place laissée au travail à la maison.

A. Activité sur la conservation des longueurs :

• Les deux premières questions sont données en travail individuel. Les élèves peuvent valider avec leur voisin les égalités de longueur et le fait que le point C' trouvé est bien le symétrique du point C.
On fait une mise en commun pour cette validation de la construction : c'est l'occasion de rappeler la définition ponctuelle de la symétrie centrale donnée précédemment (voir activité "Deux symétries d'un coup!").

• Pour la troisième question, on procède de même : les élèves rédigent individuellement puis comparent leur production avec leur voisin et se mettent d'accord sur la formulation commune. Quelques binômes lisent leur phrase (le professeur a pu choisir ceux qu'il interrogerait en passant dans les rangs pendant le temps de recherche) : cette lecture amène des discussions et des mises au point qui doivent permettre de rédiger la propriété de conservation des longueurs...

• On conclut : « La symétrie centrale fait faire un demi-tour aux figures. Elle transforme donc un segment en un segment de même longueur. On dit qu'elle conserve les longueurs. Le compas est l'instrument qui permet de reporter des longueurs. »

• L'application peut être donnée en travail individuel à la maison ou en classe. Il faudra insister pour que les élèves énoncent leur démarche en termes de conservation de longueurs, ce qui justifie « pourquoi cette construction est juste ».

B. Activité sur la conservation de l'alignement et l'image d'une droite :

Questions 1 à 3 (mise en œuvre de l'idée d'alignement) :

• La première question est donnée en travail individuel. Pour la deuxième question, les élèves peuvent travailler en binôme.
Lors de la mise en commun, il sera intéressant de demander aux élèves quelle est la position relative des points A', B' et M' et on pourra tracer au tableau une figure avec une dizaine de points M et leurs images (la conception d'une droite comme un ensemble de points n'étant pas du tout naturelle pour les élèves).

• Pour la troisième question, de même que pour l'activité précédente (conservation des longueurs), les élèves rédigent individuellement puis comparent leur production avec leur voisin et se mettent d'accord sur une formulation commune. Quelques binômes lisent leur phrase ce qui, après discussions et mises au point, doit permettre de rédiger la propriété de conservation de l'alignement.

Questions 4 et 5 (mise en œuvre de l'idée de parallélisme) :

Dans un premier temps, on laisse les élèves travailler en binôme, puis on fait une mise en commun où l'idée de parallélisme doit apparaître. Il faut ensuite laisser à nouveau du temps pour que les élèves qui n'avaient pas réalisé la tâche de la question 4 puissent le faire et pour les laisser rédiger eux-mêmes le texte de la propriété liée au parallélisme (Question 5).

Compte-rendu d'observation en classe

Cette activité a été testée dans une seule classe, d'un assez bon niveau, avec une "tête de classe" très dynamique.
Ici, les élèves sont placés dans une véritable situation de recherche, ce qui leur demande d'entrer rapidement dans l'activité. Le travail de réflexion et l'effort de concentration doivent être importants : le côté ludique du problème posé par la limitation des instruments s'est révélé très motivant.

A - Activité sur la conservation des longueurs.

Les deux premières questions ont été traitées par la plupart des élèves. Contrairement à ce qui était attendu, l'utilisation de l'égalité des longueurs IC et IC' a été mise en œuvre de façon quasi automatique (I est le milieu de [CC']), alors que la conservation des longueurs AC ou BC n'est apparue que dans un deuxième temps.

- Pour la troisième question, deux idées sont apparues : la conservation des longueurs et la transformation d'un segment en un segment de même longueur. Les réponses proposées parlaient de « triangles pareils » ou de « triangles superposables » ; faisaient référence

à des « segments égaux » ; mais l'expression : « conservation des longueurs » (pourtant déjà entendue en $6^{ème}$ à propos de la symétrie axiale) a due être donnée par le professeur.
La conclusion obtenue ressemblait à :
« La symétrie centrale fait faire un demi-tour aux figures. Elle transforme donc un segment en un segment de même longueur. On dit qu'elle conserve les longueurs.
Le compas est l'instrument qui permet de reporter des longueurs. »

- L'application avait été donnée en travail à la maison. La plupart des constructions proposées étaient correctes, mais la description de la construction et sa justification ont été traitées de façon assez laborieuse. Plusieurs démarches sont apparues : conservation des longueurs AB et A'B, conservation des longueurs AB et IB (cette dernière a été utilisée par une majorité d'élèves à cause de l'idée de milieu).

B - Activité sur la conservation de l'alignement et l'image d'une droite (parallélisme).

Questions 1 à 3 (mise en œuvre de l'idée d'alignement) :

Comme pour l'activité précédente, les deux premières questions ont été traitées par la plupart des élèves. Ici, le tracé de la droite (MI) ou de la demi-droite [MI) s'est fait de façon naturelle (toujours la notion de milieu ?) alors que le tracé de (A'B') est apparu de façon moins automatique. Lors de la mise en commun, la question faisant référence à la position relative des points A' ; B' et M' et le tracé au tableau d'une figure avec une dizaine de points M et leurs images a effectivement aidé les élèves à comprendre. Ainsi, à la question 3 (rédaction de la propriété), la notion d'alignement est ressortie. Là aussi, il a été très difficile de faire dire aux élèves que : « L'image d'une droite est une droite », mais dès que la phrase a été dite, on a pu entendre une dizaine de : « Mais c'est évident ! »

Questions 4 et 5 (mise en œuvre de l'idée de parallélisme) :

- Ces questions ont été traitées par une minorité d'élèves (démobilisation de la plupart d'entre eux). Lors de la mise en commun, l'idée de construire « avec une perpendiculaire puis encore une perpendiculaire » est apparue pour certains binômes, sans pour autant que l'idée de parallélisme ne soit exprimée. Il a fallu effacer la "perpendiculaire commune" pour que le parallélisme devienne évident pour tous. C'est l'occasion de réinvestir la propriété de la classe de $6^{ème}$: « Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles. »
Paradoxalement, dans la suite des exercices, beaucoup d'élèves ont utilisé cette méthode pour construire l'image d'une droite par symétrie centrale, ce qui n'est pas forcément le plus précis ...

Bilan, discussion de certaines modalités, alternatives, suites, commentaires

Pour chacune de ces deux activités, le titre de la fiche-élève n'explicite pas la propriété visée : ceci permet de laisser les élèves la découvrir et trouver leurs propres formulations. Si toutefois ce travail sur l'élément technologique est trop difficile, le professeur prendra l'initiative de conduire lui-même une synthèse dans le sens attendu. La résolution du problème posé par la limitation des instruments pour la construction aura permis aux élèves de ne pas être frustrés de la satisfaction d'avoir trouvé par eux-mêmes.

Concernant l'activité sur la conservation des longueurs :

-Pré-requis : si on a défini la symétrie centrale comme un demi-tour, la conservation des longueurs est une conséquence de la superposabilité de la figure image avec la figure de départ. Si on l'a définie comme la composée de deux symétries axiales d'axes perpendiculaires (voir activité « Deux symétries d'un coup ! »), la conservation des longueurs est une conséquence de la même propriété établie en $6^{ème}$ pour la symétrie axiale.

- On a volontairement laissé de la place à droite des points A' et B' sur la première feuille, pour induire quelques réponses en pseudo-translation. La question sur la validation de la construction permet de traiter cette erreur, mais son intérêt est d'ouvrir le débat sur le fait que la conservation des longueurs donne deux possibilités pour C'. Comme les élèves ne tracent pas les cercles entiers, on pourra leur demander de les compléter pour que les deux points C' (le juste et le faux) soient perçus comme points d'intersection des deux cercles.

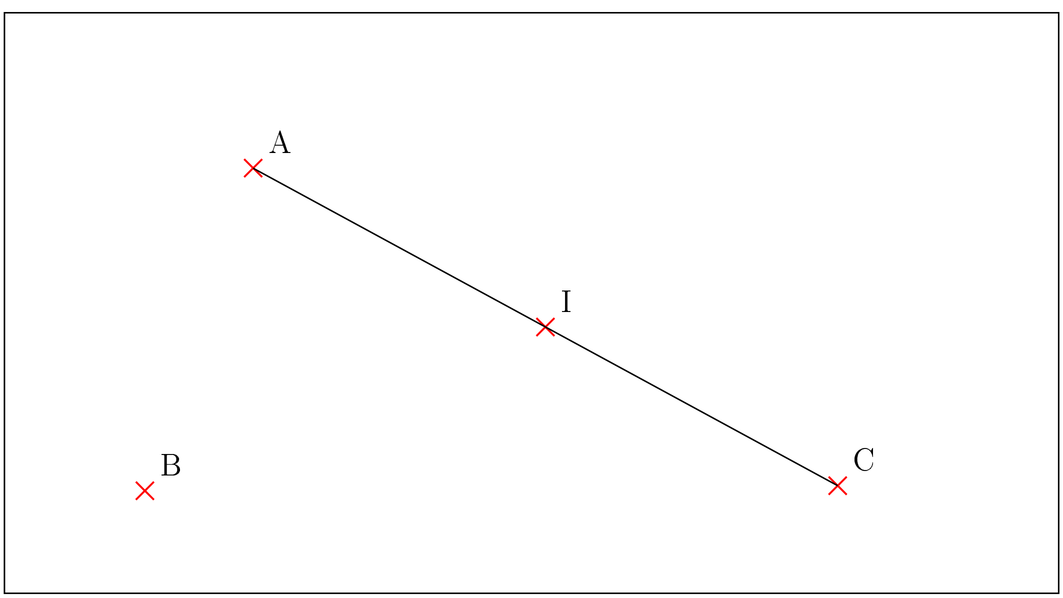
Concernant l'activité sur la conservation de l'alignement et l'image d'une droite :

- Pré-requis : l'activité demande d'avoir compris que l'image d'un point par une symétrie centrale est alignée avec le point initial et le centre, ce que l'idée de demi-tour justifie parfaitement.

- Le parallélisme entre la droite image et la droite initiale peut être démontré comme une conséquence de la conservation des angles par symétrie centrale (en considérant la perpendiculaire à la droite de départ issue du centre). L'activité proposée ici n'exclut pas une telle démonstration : elle se situe en amont. Elle constitue une "première rencontre avec la propriété", dans un contexte qui permet de découvrir son aspect fonctionnel.

- On peut prolonger cette activité en proposant l'exercice suivant :

Exercice : Sur la figure ci-dessous, le point C est le symétrique de A par rapport à I. En utilisant uniquement la règle non graduée et l'équerre, construis, ci-dessous, le point D, le symétrique de B par la symétrie de centre I. Justifie ta contruction :



Cet exercice où l'on construit un point comme intersection de deux droites parallèles respectivement à (AB) et (BC), peut rendre envisageable, plus tard, la démonstration délicate de la propriété : « Si un quadrilatère a ses côtés parallèles deux à deux (définition étymologique du parallélogramme), alors ses diagonales ont le même milieu ». Les notations choisies pour les points dans cet exercice induisent l'idée de parallélogramme.

Perspectives

–

Questions ouvertes :

- Faut-il traiter tout le programme par les activités ?

- La réduction des horaires de mathématiques n'est-elle pas un frein à la pratique des activités ?

- Qu'en est-il de l'utilisation des activités dans des classes difficiles ?

- Les situations de recherche ne risquent-elles pas de renforcer le vécu d'échec de certains élèves ?

- Comment concilier d'une part le fait de laisser chacun progresser à son rythme, d'autre part la nécessité de faire avancer l'ensemble de la classe ?

- Comment faire coexister une préparation rigoureuse avec l'accueil sans a priori des idées des élèves ?