

# CINQUIEMES RENCONTRES DE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

**Aix en Provence, 14 janvier 2004**

**La place du langage  
dans les apprentissages  
mathématiques  
à l'école**

# SOMMAIRE

- ✓ **Communication 1 :**  
« Mathématiques et langage : quelques pistes de travail »  
(Pierre EYSSERIC) 3
  
- ✓ **Communication 2 :**  
« Écrire des souvenirs et apprentissage mathématique »  
(Teresa ASSUDE) 15
  
- ✓ **Atelier A :**  
Les énoncés de problèmes en question  
(Claude MAURIN et Christine NIEL) 26
  
- ✓ **Atelier B :**  
L'oral comme outil d'apprentissage : des situations  
(Bruno CANIVENC et Elisabeth DONCK) 36
  
- ✓ **Atelier C :** Les énoncés de savoirs en mathématiques  
(Sophie GOBERT et Ariane FERMAUD) 51
  
- ✓ **Propositions de stages de formation continue.** 60

En 2003, le groupe 1<sup>er</sup> degré de l'IREM de Marseille et les formateurs en mathématiques de l'IUFM de l'Académie d'Aix-Marseille n'ont pas été en mesure de vous proposer la désormais traditionnelle journée de didactique des mathématiques pour l'école primaire.

Après cette interruption d'une année, la journée du mercredi 14 janvier 2004 a permis à une trentaine de formateurs IUFM, d'IEN, de conseillers pédagogiques et d'IMF de travailler ensemble autour du thème : langage et apprentissages mathématiques. Vous trouverez dans ce document les compte-rendus des communications et ateliers de cette journée, ainsi que des propositions pour la formation continue des PE sur ce thème.

La réflexion sur le sujet est loin d'être close : elle se poursuit au sein du groupe IREM / IUFM / 1<sup>er</sup> degré et devrait déboucher dans les années à venir sur d'autres publications.

Nous espérons vous retrouver nombreux pour une journée de réflexion autour de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire

**le mercredi 05 janvier 2005 à l'IUFM,  
sur le site IUFM d'Aix en Provence, 2, avenue J. Isaac  
de 8h45 à 17h**

dans le prolongement de celle de 2004, sur le thème :

**« Langages et apprentissages mathématiques ; utilisation d'outils  
informatiques ».**

Cette publication est transmise en version électronique à tous les inscrits à la journée de janvier 2004 ; il sera possible dans quelques semaines d'acheter une version papier de celle-ci auprès de l'IREM de Marseille.

# PARLER, LIRE ET ECRIRE EN MATHEMATIQUES

## Commentaires des documents d'application des programmes 2002 de mathématiques pour les cycles 2 et 3.

Pierre EYSSERIC

---

### INTRODUCTION

---

« utiliser la langue usuelle » et « mettre en place des éléments du langage mathématique » :

Les mathématiques sont une discipline qui utilise deux langages ; mais on peut remarquer que les programmes ne les placent pas sur le même plan : l'un est qualifié de « langue usuelle » que l'on va utiliser dans le cadre des apprentissages mathématiques ; l'autre est un langage dont on met en place quelques éléments.

On peut donc affirmer que les activités mathématiques de l'école primaire vont utiliser prioritairement le vecteur de la langue française tant dans la transmission des savoirs que dans la présentation des travaux à effectuer ou dans les productions des élèves ; mais il s'agit en même temps d'initier progressivement les élèves au langage mathématique qu'ils seront amenés à utiliser de plus en plus dans leur scolarité au collège, puis au lycée.

D'où deux axes pour l'articulation langage/mathématiques :

- « contribuer au développement des compétences dans le domaine de la langue orale et écrite » :

Les mathématiques, comme toutes les autres disciplines enseignées à l'école, sont un des lieux d'apprentissage de la langue française : enseignement, consignes, productions des élèves, traces écrites des activités mathématiques et des apprentissages, ...

- « travailler les spécificités du langage mathématiques et de sa syntaxe parfois particulière » :

A côté de la langue usuelle, et en utilisant celle-ci, il y a un langage nouveau à apprendre avec un « vocabulaire », des symboles », des spécificités comme les « schémas » et les « graphiques », une syntaxe qui lui sont propres.

L'importance d'une dimension orale en mathématiques L'écrit ne doit pas être le seul mode de communication des tâches en mathématiques :

« Il faut veiller à ce que les difficultés de lecture ne viennent pas gêner les progrès en mathématiques dont sont capables les élèves. »

« L'excès de travail sur fiches doit être évité. »

D'où l'importance d'une dimension orale dans le travail en mathématiques pour que l'élève parvienne à comprendre la situation évoquée et la question posée, et commencer alors un véritable travail mathématique.

---

## PARLER EN MATHÉMATIQUES

---

### **Les problèmes :**

« ... ne doivent pas être assimilés à des énoncés écrits. »

- « la question peut être posée oralement à partir d'une situation matériellement présentée aux élèves, ce qui offre l'avantage de permettre ensuite une vérification expérimentale de la réponse élaborée ; »

Voir dans l'ouvrage de R. Brissiaud « Comment les enfants apprennent à calculer » - éditions Retz, la partie relative aux problèmes et à la relation entre problème pratique et problème mathématique. (cf. annexe).

Voir aussi de nombreux problèmes proposés dans les ouvrages d'ERMEL : problèmes d'anticipation d'un ajout ou d'un retrait, problèmes de comparaison de collections, problèmes de partage d'une collection...

- « la situation support peut être décrite oralement, accompagnée de quelques éléments importants écrits au tableau ; »

L'écrit sert alors de mémoire du problème et n'est plus l'unique médiateur de la situation.

- « si la situation est proposée sous forme d'un énoncé écrit, on peut demander aux élèves de la reformuler ou de l'explicitier oralement pour en faciliter la compréhension. »

Ici c'est bien l'écrit qui est utilisé pour communiquer la situation aux élèves ; mais les reformulations orales (de préférence par les élèves) vont permettre une appropriation par tous de la situation sans que la lecture devienne un obstacle à l'entrée dans l'activité mathématique.

Voir dans « J'apprends les maths – CP » de R. Brissiaud la progression proposée vers les énoncés écrits :

### **1. Problèmes avec caches :**

Seule la question est écrite ; il s'agit de problèmes additifs dans lesquels les collections sont présentes sous la forme d'un dessin, l'élève créant lui-même le problème par masquage d'une partie de la collection dessinée.

Parmi les trois collections en présence, une seule est évoquée par le texte (celle des objets masqués), les deux autres sont (collections des objets non cachés) ou ont été visibles (collection complète).

## **2. Problèmes en images :**

Ici la situation est représentée par un dessin sur lequel on voit une collection en partie masquée par un élément du dessin ; un texte écrit donne le nombre total d'objets et demande le nombre d'objets masqués.

Parmi les trois collections en présence, deux sont évoquées se par le texte (celle des objets masqués ainsi que la collection complète), la troisième (collections des objets non cachés) est visible.

## **3. Problèmes écrits dans lequel les trois collections sont évoquées par un texte.**

### **Le calcul mental :**

« ... s'appuie très souvent sur une désignation orale des nombres. »

« ... l'oral et l'écrit ne mettent pas toujours en valeur la même information. »

Si le calcul se fait tout le temps par écrit, on risque de privilégier certains aspects du nombre (numération écrite en chiffres) au détriment d'autres (numération orale en mots nombres) ; mais le passage systématique par l'écrit risque aussi d'occulter certaines procédures de calcul fort utiles en calcul mental et s'appuyant sur la désignation orale des nombres.

Ici, le fait que les élèves français soient confrontés à l'apprentissage de deux systèmes de numération fonctionnant avec des règles assez différentes (plus un bon nombre d'exceptions pour la numération orale) doit entraîner une place importante de l'oral dans l'apprentissage de ces numérations.

### **Exemples :**

- Calcul de  $25 + 45$  en commençant par additionner quarante et vingt, puis en ajoutant à soixante la dizaine provenant de cinq plus cinq.
- Calcul de  $4 \times 24$  en s'appuyant sur la numération orale : quatre-vingt, c'est quatre fois vingt, plus seize de quatre fois quatre, cela fait quatre-vingt-seize.

Il faut penser à utiliser cette variable oral/écrit dans trois moments où elle peut avoir une incidence sur les apprentissages :

- La formulation du calcul, qui peut favoriser certaines procédures.
- L'exécution du calcul par les élèves : ils ne vont pas mobiliser les mêmes savoirs dans le calcul écrit et dans le calcul oral.

- La formulation du résultat qui peut être un moment de travail sur le passage entre numération orale et numération écrite (et réciproquement).

### **Expliquer, argumenter :**

« Les moments de mise en commun, d'explication des démarches et des résultats, d'échange d'arguments à propos de leur validité, se déroulent essentiellement de manière orale. »

« ... maintenir un équilibre entre les formulations spontanées utilisées par les élèves et la volonté de mettre en place un langage plus élaboré. »

Il ne faut pas dans ces moments-là que l'intervention de l'enseignant au niveau de la langue vienne « freiner l'expression des élèves ».

« Les moments de reformulation et de synthèse sont davantage l'occasion de mettre en place un vocabulaire et une syntaxe corrects. »

Cela conduit à envisager des niveaux d'exigence et de rigueur dans l'utilisation de la langue orale qui vont dépendre essentiellement de la fonction de cet oral :

- Explication, argumentation : on tolérera certaines formulations approximatives, abusives, ...
- Reformulation, synthèse : on précise l'emploi du vocabulaire, on améliore la syntaxe, ...

### **Le vocabulaire mathématique :**

« Les interférences entre "mots courants" et "mots mathématiques" peuvent être sources de confusion. »

« ... mettre en évidence, avec les élèves, ces différentes significations d'un même mot. »

Dresser une liste de tous ces mots utilisés en mathématiques dans un sens différent ou plus précis que ceux auxquels ce mot renvoie dans le langage courant me semble être un préalable à un travail véritable et explicite sur ces questions de vocabulaire avec les élèves de l'école primaire. A ce sujet, on pourra utilement se reporter aux ouvrages de l'APMEP de la collection MOTS (9 tomes).

« La mise en place de vocabulaire ne remplace pas la construction du concept. »

« Ce vocabulaire n'a de sens que lorsque le concept est en construction et a déjà été utilisé implicitement par les élèves. »

Sur ce sujet on pourra utilement se référer aux travaux de Britt-Mari Barth : « L'apprentissage de l'abstraction » et « Le savoir en construction » - Editions Retz. L'apprentissage d'un concept mathématique, en géométrie en particulier, ne peut se limiter à l'étiquetage d'un objet. Le vocabulaire n'a un intérêt que lorsque celui-ci

devient nécessaire pour différencier un objet d'un autre, pour catégoriser des objets qui ont les mêmes propriétés, ...

L'apprentissage du vocabulaire mathématique ne doit pas devenir une fin ; celui-ci doit être fonctionnel. En géométrie par exemple, le vocabulaire va intervenir dans la description de figures ; mais ces travaux sont indissociables des activités de reproductions, de représentations et de constructions pour lesquelles la description va apparaître comme un outil pertinent pour conserver et transmettre des informations relatives à une figure.

Voir le matériel « La moisson des formes »<sup>1</sup> (mallette de formes géométriques accompagnés de plusieurs fascicules d'activités pour la classe de la maternelle au collège) et le travail autour du vocabulaire géométrique induit par ce matériel.

---

## **LIRE EN MATHÉMATIQUES**

---

« La spécificité des textes utilisés en mathématiques ... nécessite un travail particulier relatif à leur lecture... »

Les textes utilisés en mathématiques ne sont pas les mêmes que ceux rencontrés en littérature ou dans d'autres disciplines et leurs particularités doivent être prises en compte dans les apprentissages : on ne lit pas de la même façon :

- Le texte d'un problème ;
- La consigne d'un exercice ;
- La description d'une figure géométrique ;
- Le programme de construction d'une figure géométrique ;
- La trace écrite d'une leçon de mathématiques dans le cahier ou dans le livre ;
- Les différentes sortes de tableaux ;
- Les différents types de graphiques ;
- Les schémas ; ...

L'apprentissage de la lecture va donc trouver des prolongements dans la discipline « mathématiques » ; mais il faut veiller en ce domaine à une dérive qui consisterait à déconnecter ces apprentissages relatifs à la lecture de leur but : on lit pour faire des mathématiques ! Voir à ce sujet les nombreux fichiers dans lesquels on apprend aux élèves à lire des énoncés de mathématiques sans jamais résoudre les problèmes en question ; on sait que ce type de pratique n'a pratiquement aucun effet sur les compétences des enfants dans la résolution de problèmes. Ces apprentissages de lecture ne doivent donc pas être des préalables pour faire des mathématiques ; ils doivent être menés conjointement avec la pratique des activités mathématiques qui les motivent.

L'apprentissage de la lecture de textes mathématiques pourra être encouragé par la présence en classe de supports variés contenant des écrits mathématiques mis à la disposition des enfants ; il faudrait les habituer davantage à aller chercher

---

<sup>1</sup> La moisson des formes – Bernard BETTINELLI, 1 rue de la Perrouse, 25115 POUILLEY les VIGNES

l'information dans des livres de mathématiques (sans que ces ouvrages aient été spécifiquement écrit pour des enfants), comme lorsqu'ils vont consulter un dictionnaire ou une encyclopédie.

Voir l'utilisation des écrits mathématiques dans les Ateliers de Recherche en Mathématiques : utilisation d'un dictionnaire de mathématiques dans la vidéo « Le plaisir de chercher »<sup>2</sup>, utilisation du catalogue des polyèdres (dossier Polyèdres dans l'espace – PLOT – Mars 1987) pour rechercher le nom d'un polyèdre fabriqué ou pour trouver la description d'un nouveau polyèdre à construire avec un matériel.

---

## **ECRIRE EN MATHEMATIQUES**

---

« ... développer et bien distinguer trois types d'écrits dont les fonctions sont différentes : les écrits de type "recherche" (...), les écrits destinés à être communiqués et discutés (...) et les écrits de référence(...). »

De part leurs fonctions différentes, ces écrits devront progressivement être distingués au niveau de « l'exigence syntaxique ou graphique », des interventions de l'enseignant sur ces écrits, de la rigueur des formulations utilisées,...

### **L'écrit de type "recherche" :**

C'est un écrit privé de l'élève, c'est à dire un écrit qui lui appartient et dont l'enseignant est privé.

« Si l'enseignant est amené à les consulter pour étudier le cheminement de l'élève, il ne doit ni les critiquer, ni les corriger. »

L'enseignant devra donc accepter sur ce type d'écrit (les brouillons de l'élève) des incorrections, des ratures, des formulations abusives, ... tout ce qu'on ne tolèrera pas dans un écrit public. Une attitude contraire aurait pour effet de stériliser la recherche en focalisant le travail de l'élève sur le formalisme des écritures.

Mais il est important aussi d'amener les enfants à s'approprier cette distinction entre écrit privé et écrit public ; ce dernier devant respecter des règles parfois arbitraires, mais qui facilitent la communication parce qu'elles sont partagées par tous.

### **Les écrits pour la communication et la discussion dans la classe :**

Ils utiliseront des supports variés (affiches, transparents, ...) ; ils permettront à l'enseignant de mettre en place les règles de la communication écrite en mathématique et la distinction entre écrit public et écrit privé.

---

<sup>2</sup> P. Eysseric et al. - Le plaisir de chercher – Vidéo produite par le centre IUFM de Draguignan, IUFM de l'Académie de Nice

« Ils doivent faire l'objet d'un souci de présentation, de lisibilité, d'explication, tout en sachant qu'ils seront l'objet d'un échange entre les élèves au cours duquel des explications complémentaires seront apportées. »

La formulation pourra donc encore comporter des imperfections de vocabulaire et ou de syntaxe ; l'échange oral permettra de pointer l'incidence de celles-ci sur la compréhension.

Le soin, la lisibilité et la clarté seront au centre du travail sur ce type d'écrit.

### **Les écrits de référence :**

Ils vont rester dans la classe, ce sont des écrits qu'on lit et qu'on relira :

« ... constituer une mémoire du travail de l'élève et de la classe. (...) Ils doivent être rédigés dans une forme correcte. »

Cela renvoie à l'importance des traces écrites, synthèses des apprentissages ; ces traces écrites rassemblées dans un aide-mémoire ou un memento de la classe seront une référence pour les élèves et pour la classe : un recueil d'écrits mathématiques que l'on relira chaque fois qu'on en rencontrera le besoin à l'occasion de travaux mathématiques.

« L'exigence syntaxique ou graphique (...) ne doit pas faire obstacle à l'objectif principal qui reste l'activité de réflexion mathématique. »

Il ne faut pas que l'apprentissage du langage mathématique débouche sur un excès de formalisme qui serait prématuré à l'école et pourrait occulter les apprentissages mathématiques fondamentaux.

### **Un exemple : les symboles < et >.**

Leur maîtrise n'est pas un objectif du cycle 2. En effet l'insistance prématurée sur l'apprentissage de ce symbolisme se fait souvent au détriment de la compréhension de l'ordre qui est ici le principal apprentissage visé : savoir quel le plus petit ou le plus grand nombre, savoir ranger des nombres.

# ANNEXE 1 : LA PLACE DE LA MANIPULATION DANS LES APPRENTISSAGES MATHEMATIQUES

On pense souvent à la manipulation en mathématiques comme à un moyen presque magique pour provoquer la motivation des élèves et rendre « agréable » une discipline qui serait indigeste. Il me paraît important de prendre un minimum de distance avec cet a priori. En effet si la manipulation n'est pas sévèrement encadrée, il en résulte souvent la disparition des mathématiques :

- La manipulation des collections risque par exemple de transformer un problème arithmétique en un problème pratique que l'on va résoudre en manipulant les objets des collections et en évacuant ainsi tout recours au nombre.
- De même il faut veiller à ne pas transformer, sous prétexte de manipulation, un problème de géométrie en problème de dessin...

La manipulation en mathématiques n'aura d'intérêt que dans la mesure où elle n'occulte pas le problème mathématique ; la manipulation ne rendra pas les mathématiques concrètes ! Les mathématiques travaillent sur des entités abstraites (nombres, figures géométriques, ...) qui peuvent servir à une modélisation du réel, mais ne saurait s'y substituer. Donc on pourrait dire que, pour que la manipulation apporte quelque chose en mathématiques, il faut à un moment ou à un autre que celle-ci soit empêchée ; ce sera la condition du passage à la représentation, de l'anticipation, du passage des objets physiques aux objets géométriques, ...

Il me semble que la manipulation peut se justifier à deux moments du processus d'apprentissage :

- Au début, afin de faciliter la représentation du problème par les élèves.
- A la fin, un retour au matériel peut être pertinent pour valider des solutions construites par les élèves dans un cadre mathématique.

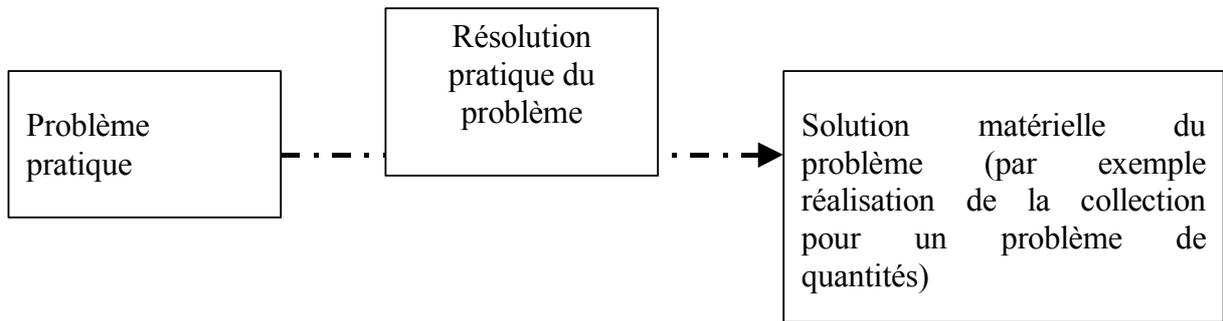
Entre les deux, des contraintes doivent intervenir pour empêcher la manipulation et obliger les élèves à changer de registre et à résoudre un problème mathématiques et non un problème matériel.

Je reprends ici le schéma que propose Rémi BRISSIAUD dans « Comment les enfants apprennent à calculer », Retz Nathan (chapitre 8, pages 105 à 120) :

---

## SITUATION N° 1 :

---

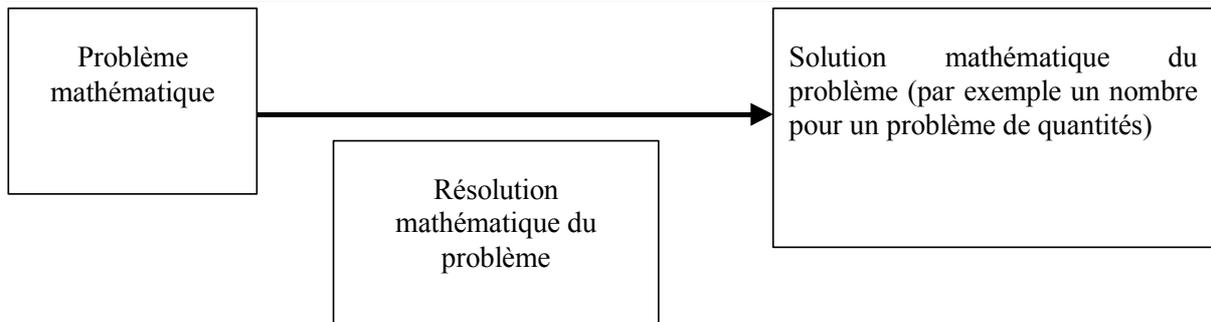


**Absence des mathématiques. La manipulation des objets permet une résolution pratique du problème.**

---

## SITUATION N° 2 :

---



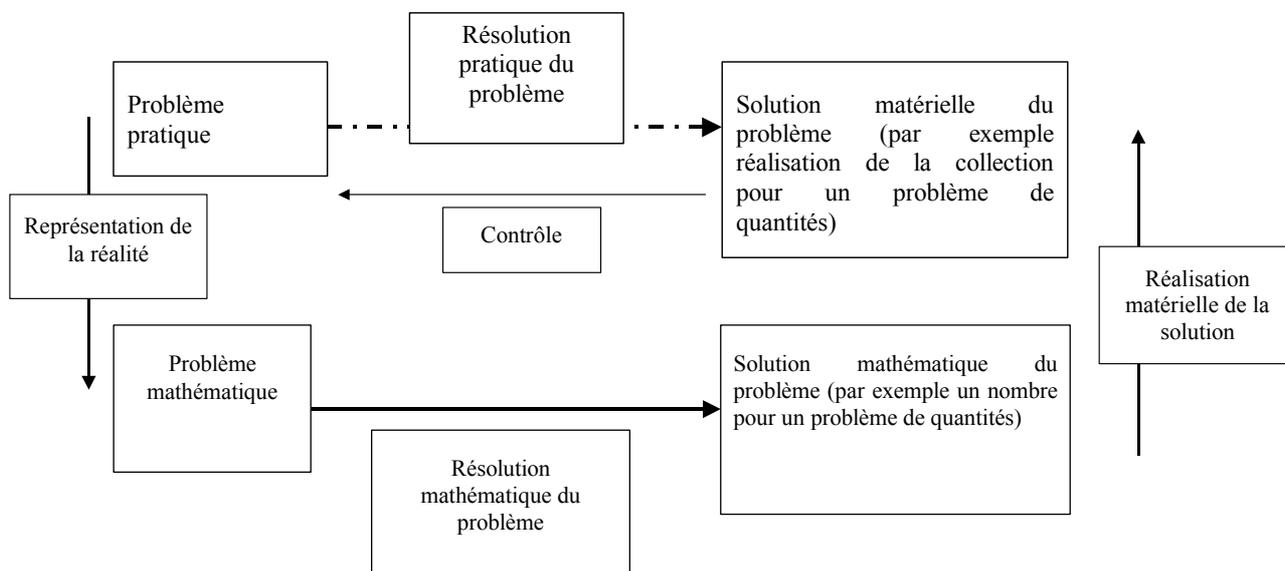
**Ici on a un problème de mathématiques et la manipulation est totalement absente.**

---

## SITUATION N° 3 :

---

### Donner sa juste place à la manipulation dans l'activité mathématiques.



La manipulation est une aide pour les élèves qui seraient en difficulté au niveau de la représentation du problème ; des contraintes bien choisies viennent empêcher la résolution pratique du problème par les élèves et les oblige à passer par la résolution du problème mathématique, mais l'existence potentielle de la résolution pratique favorise la représentation par les élèves de ce que signifie « résoudre le problème ».

Une fois le problème mathématique résolu, on peut réaliser matériellement la solution trouvée (retour à la manipulation) et confronter avec la solution donnée par la résolution pratique : validation.

La référence à la résolution pratique, via les moments de manipulation a donc une double fonction :

- facilitation de la représentation du problème pratique par un problème mathématique ;
- auto-validation des solutions obtenues lors de la résolution du problème mathématique.

## ANNEXE 2 : QUELQUES PISTES DE TRAVAIL

Ici nous proposons un inventaire non exhaustif de pistes de travail à explorer autour du thème « Langage et mathématiques » ; nous espérons être en mesure d'en développer certains au cours des prochaines rencontres.

- ❖ Le vocabulaire mathématique :
  - Relatif à l'espace
  - Relatif à la géométrie ;
  - Pour la numération ;
  - Dans les consignes ;
  - Dans les problèmes arithmétiques ;
  - Pour la mesure des grandeurs ;
  - (...)
- ❖ Le symbolisme :
  - Les opérations ;
  - Le signe = ;
  - < et > ;
  - Le codage fractionnaire ;
  - Les codages propres à la géométrie ;
  - (...)
- ❖ Lecture et résolution de problèmes.
- ❖ La formulation des réponses par les élèves : le travail de rédaction en mathématiques.
- ❖ Les différents types d'écrits en mathématiques.
- ❖ Argumenter en classe de mathématiques.
- ❖ Description d'une figure – Programme de construction.
- ❖ Les situations de communication dans les apprentissages : le rôle des phases de formulation.
- ❖ Le rôle de la verbalisation (cf. en particulier certaines vidéos de maternelle).
- ❖ La place de l'oral dans les apprentissages mathématiques. : réservé au calcul mental ?

- ❖ Le travail de la consigne en mathématique.
- ❖ Quels textes mathématiques proposer à la lecture des élèves ?
- ❖ Les traces écrites des apprentissages.
- ❖ Albums et mathématiques :
  - Les albums, lieu d'apprentissage de divers savoirs mathématiques ;
  - Les mathématiques, outils pour la lecture de certains albums.
- ❖ Les tableaux :
  - Types.
  - Lecture.
  - Construction.
- ❖ Les graphiques :
  - Types.
  - Lecture.
  - Construction.

La place de la schématisation dans les apprentissages mathématiques.

# ACTE DE SOUVENIR ET APPRENTISSAGES MATHÉMATIQUES

Teresa ASSUDE

Nous reproduisons le texte de la communication de Teresa Assude (UMR ADEF - IUFM d'Aix-Marseille) et Yves Paquelier (Lycée français de Madrid & GECO Nice) au colloque COPIRELEM d'Avignon en mai 2003.

## **Résumé :**

Pourquoi s'intéresser aux souvenirs mathématiques des élèves ?  
Quels liens peut-on faire entre souvenir et apprentissage ?  
Dans cet article, les auteurs présentent les fondements théoriques de leur travail et leur analyse de quelques souvenirs mathématiques d'élèves de 6<sup>ème</sup>.

Notre intérêt pour les souvenirs est lié à une problématique temporelle des apprentissages mathématiques : prendre conscience du temps des apprentissages n'est pas, pour nous, se souvenir seulement du passé mais c'est aussi porter une attention au présent sur ce qui demeure de ce passé et qui permet de créer une attente pour le futur. Dans notre travail, la demande de souvenirs est un élément d'un dispositif plus large qui essaie de produire chez les élèves une « posture de vigilance », une posture d'« état de veille » par rapport à leurs apprentissages. Cette posture se résume par une phrase comme : « là, je me serais trompé si... », c'est-à-dire que l'élève peut se positionner par rapport à une action en essayant de voir quelles sont ses conséquences futures.

---

## **1 - CADRE THEORIQUE : TEMPS, MEMOIRE ET RECIT**

---

Tout apprentissage, en tant que processus, comporte une dimension temporelle et tout savoir qui en résulte est, d'une certaine manière, le fruit d'une histoire, aussi "pauvre" et courte soit elle (en apparence).

Cette dimension temporelle est d'abord celle d'un *temps objectif* (chronologique, calendaire) que l'institution organise, structure et "publie" sous la forme du *temps didactique*, temps du système d'enseignement, temps anthropologique d'une institution comme celui des fêtes religieuses ou de l'organisation sociale du travail. La nature, les effets et la gestion de ce temps

didactique ont été étudiés (cf les travaux de J Centeno, A Mercier, G Sensevy et Y Matheron par exemple) et nous reprenons à notre compte une part importante de leurs analyses. Mais le sujet, maître ou apprenant, assujetti au temps didactique est aussi l'agent d'une temporalité personnelle, un *temps subjectif*, le plus souvent "muet" ou implicite du fait des contraintes de l'institution.

L'hypothèse théorique que nous faisons est la suivante : quelle que soit la force de l'assujettissement du temps didactique (que les études précédemment citées ont révélée), l'expérience de la temporalité personnelle de son apprentissage, qui advient au sujet, est un objet d'étude didactiquement possible et pertinent ; c'est aussi un outil efficient de la structuration des connaissances mathématiques, particulièrement dans le rapport paradoxal avec le statut nécessaire et « intemporel » des vérités mathématiques.

Cette approche phénoménologique de la situation didactique, en ce qu'elle s'appuie sur ce qui advient au sujet et sur la conscience qu'il peut en avoir, se fonde en grande partie sur les travaux de Paul Ricoeur autour du temps et de la mémoire.

Dans une lecture personnelle des écrits d'Aristote et de Saint Augustin, Ricoeur met en évidence :

- d'une part la tension de la conscience du sujet, à chaque instant de son action entre les trois composantes d'un *triple présent* : le présent du passé, le présent du présent, le présent du futur ou, pour le dire plus simplement la coexistence de trois intentions : *la mémoire, l'attention et l'attente*,

- d'autre part la prise en charge de cette tension et la résolution partielle de son caractère aporétique dans l'acte de narration (la "mise en intrigue" aristotélicienne"), *le récit*.

Reprenant ces analyses dans le contexte didactique, nous avons travaillé sur l'acte de souvenir de l'élève, la posture de "souvenance", vigilance au présent sur ce qui va advenir au moyen de ce qui s'est passé, par la production de récits mathématiques, de la simple demande initiale de souvenir jusqu'à l'élaboration de récits structurés suivant diverses règles du jeu, y compris le récit de fiction (voir dispositif).

Nous avons alors dégagé trois fonctions essentielles de l'acte de narration :

- *expression et prise de conscience d'un temps personnel* de l'acte d'apprendre et du pouvoir qui en résulte sur la construction des connaissances,

- *reconfiguration de l'expérience vécue* en histoires mobilisables, références pour l'avenir,

- *constitution d'un temps partagé*, prenant en compte la dimension intersubjective de tout savoir et la nécessaire élaboration d'un temps collectif, d'une histoire de la classe, insérant dans le temps didactique les différentes temporalités personnelles.

---

## **2 – PRESENTATION DU DISPOSITIF**

---

La demande de souvenirs fait partie d'un dispositif plus large : un dispositif multiple qui vise à légitimer dans la classe l'expression des temporalités personnelles des élèves. Ce dispositif comporte, outre les souvenirs, la

discussion sur les vrais-faux en mathématiques, les récits des discussions mathématiques, les chroniques de la semaine, le carnet de bord, les questionnaires. En ce qui concerne les souvenirs, nous nous intéresserons, non à ce qu'il advient spontanément à la mémoire des élèves, mais au souvenir en tant qu'objet d'une quête. En quelque sorte, cet élément du dispositif est une situation de rappel qui n'est pas conduite par le professeur qui fait des rappels sur les connaissances antérieures mais qui se présente sous la forme d'un récit fait par l'élève.

La classe avec laquelle nous avons travaillé est une classe de 6<sup>ème</sup> du lycée français de Madrid qui comporte 24 élèves. Au mois de novembre, les élèves devaient écrire deux récits de souvenirs mais certains élèves n'en ont écrit qu'un. Nos analyses porteront sur les 41 récits produits par les élèves.

La structure de ces récits est proposée par le dispositif car l'objectif ici est que les élèves puissent exprimer le moment où un événement a eu lieu en mettant en évidence le triple présent dont nous avons parlé dans la partie théorique. Cette structure est donc ternaire pour faciliter l'expression de ce triple présent : avant – un jour – maintenant.

Nos outils d'analyse sont : les objets de souvenir, la présence d'autrui, l'expression du triple présent, la reconfiguration de l'expérience passée, temps raconté comme temps partagé.

---

### **3 – DE QUOI Y A-T-IL SOUVENIR ?**

---

Trente huit récits ont parlé explicitement de mathématiques, et ils sont répartis de la manière suivante : 24 concernent les nombres décimaux, 2 concernent la géométrie, 12 concernent les nombres. L'importance des nombres, et plus spécifiquement des nombres décimaux est à souligner. Est-ce un effet de contrat didactique ? Est-ce que les élèves parlent des contenus qu'ils ont étudiés dans les cours avant la demande des récits ? Ou cet événement est-il tellement marquant en tant rupture par rapport à ce qu'ils savaient auparavant que beaucoup d'élèves le relèvent ?

Précisons d'abord de quoi parlent les récits.

Sur les nombres décimaux

- définition d'un nombre décimal (13 récits),
- densité des nombres décimaux ( 7 récits),
- un nombre entier est un nombre décimal (3 récits),
- convertir une écriture décimale en écriture fractionnaire (1 récit),
- le produit d'un nombre par 0,5 ( 1 récit),
- arrondir un nombre décimal (1 récit).

Sur les nombres

- différence entre nombre et écriture (3 récits),
- calculer la somme des 100 nombres entiers consécutifs (4 récits),
- calculer la somme de n nombres impairs (1 récit),
- calculer la moyenne de deux nombres (1 récit),
- le rôle du zéro (1 récit),
- compléter un carré magique de 9 nombres (1 récit),

- double de 20 (1 récit) : erreur.
- Sur la géométrie
- droite numérique et droite géométrique (1 récit),
  - rôle des instruments (compas et équerre) (1 récit).
- Sur l'histoire des mathématiques
- histoire des nombres (1 récit).

Ces événements concernent des définitions (nombre décimal), des propriétés (densité des nombres décimaux), des problèmes à résoudre (calculer la somme des 100 premiers entiers), le rapport à un domaine de savoir (géométrie) ou encore le rapport à l'histoire des mathématiques.

Cet inventaire va nous permettre d'analyser des souvenirs qui concernent le même type d'événement mais qui vont mettre l'accent sur des éléments différents.

---

## **4 - PRESENCE D'AUTRUI**

---

Plusieurs « autrui » apparaissent dans les récits même si le professeur a une position dominante. Ces différents « autrui » sont: le professeur, un des parents, un autre élève, le groupe classe. « Autrui » apparaît essentiellement dans la partie « un jour » qui correspond à l'élément déclencheur de l'événement. Voyons quels sont les différents rôles attribués à « autrui ».

- « L'explicateur » explique ou fait comprendre. Par exemple, Amman dit que « Le professeur nous a fait comprendre c'est quoi un nombre décimal », et Susana « M.Paquelier nous a expliqué la différence [entre l'écriture et l'idée de nombre] et j'ai compris ». Ce rôle est d'abord occupé par le professeur, mais il peut l'être aussi par un autre autrui comme le père ou la mère. Par exemple Etienne écrit : « Mon père a pris mon cahier et pendant une heure il a essayé de m'expliquer pourquoi et j'ai compris !! » ou encore Justine : « un jour on avait un exercice à faire sur l'arrondi et ma mère m'a expliqué. ».
- « Le contradicteur » avance un contre-argument par rapport aux arguments avancés. Par exemple, Ignacio dit : « Le professeur de Maths nous a dit que ça ne pouvait pas être un nombre à virgule parce qu'aux Etats-Unis ils utilisent un point. »
- « Le déclencheur » déclenche l'événement en proposant un problème à résoudre, en posant une question. Par exemple, Raphaëlle écrit : « Le professeur de Mathématiques nous a demandé ce que c'était un nombre décimal. » ou encore Claude dit : « le professeur nous avait donné pour le cours prochain la somme des cent premiers entiers à calculer. »
- « L'informateur » donne une information. Par exemple, Amman écrit : « Je savais pas pourquoi le zéro a été inventé. [Un jour], le professeur nous a dit pourquoi il a été inventé. [Maintenant] je sais qu'il a été inventé pour marquer des places vides. »
- « Le coopérant » est partenaire dans une discussion. Par exemple, Nathan écrit par rapport à la classe : « On en a parlé [de la définition de nombre décimal], j'ai vu les idées de toute la classe. » Ce même élève

écrit aussi l'importance des propositions d'un autre élève : « Flavia a proposé une méthode en additionnant les nombres  $1+100$ ,  $2+99$ ,... La méthode a été continuée, améliorée par plusieurs élèves. » Ou encore Lorena qui affirme : « dans la classe on a fait des propositions et on a vu que c'était pas ça ».

Autrui, comme nous l'avons dit, est présent essentiellement dans la partie du récit qui correspond à « un jour ». Cet autrui est signalé soit par la fonction (le professeur, le père) soit par le pronom « on », et plus rarement par le prénom de l'élève. La structure des récits, la plus répandue, en ce qui concerne le sujet grammatical est la suivante : « Je » - « On » - « Je » qui correspond aux parties : « Avant » - « Un jour » - « Maintenant ». Cette structure est pour nous un indice d'une part de l'implication du sujet en tant qu'acteur du récit, d'autre part que l'élément déclencheur ou ce qui aide à dénouer la situation est le plus souvent attribué à un autrui.

---

## **5 – RECONFIGURATION DE L'EXPERIENCE VECUE**

---

Comme nous l'avons dit, la plupart des récits concernent les nombres et plus particulièrement les nombres décimaux. Il y a peut-être là un effet de contrat didactique car les élèves parlent de ce qu'ils sont en train de faire ou ce qu'ils ont fait dans une période proche de la demande de récits. L'importance donnée aux nombres décimaux et le nombre d'élèves qui ont fait un récit concernant la définition des nombres décimaux nous incitent à comparer les récits des élèves face à cet événement : la définition d'un nombre décimal. Qu'en disent-ils ? Mettent-ils l'accent sur les mêmes éléments déclencheurs de l'événement ? Quelles sont les connaissances reconnues comme acquises par les élèves ? Peut-on trouver des indices de reconfiguration de l'expérience vécue ?

Avant d'essayer de répondre à ces questions, nous transcrivons ici 15 récits d'élèves qui constitueront les données à analyser.

### Tableau de récits d'élèves

Elèves	Avant	Un jour	Maintenant
Lorena	Je croyais qu'un nombre décimal est un nombre avec une virgule.	Dans la classe on a fait des propositions et on a vu que c'était pas ça	Je sais qu'un nombre décimal est un nombre qui a une partie décimale, c'est-à-dire un nombre décimale par une puissance de 10.
Céline	Je croyais que un nombre décimal était un nombre à virgule.	Un jour on a appris que un nombre décimal ça peut être un nombre entier. Qu'est-ce que c'est un nombre décimal ?	Et maintenant je sais que un nombre décimal c'est un nombre décimal est le quotient d'un entier par une puissance de dix.
Amman	Je croyais qu'un nombre décimal était un nombre à virgule.	Le professeur nous a fait comprendre c'est quoi un nombre décimal.	Je sais c'est le quotient d'un entier par une puissance de 10.
Omar	Je croyais qu'un nombre décimal était un nombre à virgule MAIS	J'ai compris que un nombre entier était un nombre décimal ET	Je sais la définition de décimal pour tous les jours de ma vie que c'est : un nombre décimal est le quotient d'un entier par une puissance de 10 FIN
Ignacio	Je croyais que les nombres décimaux étaient des nombres à virgule.	Le professeur de Maths nous a dit que ça ne pouvait pas être un nombre à virgule parce qu'en Etats-Unis ils utilisent un point.	Je sais qu'un nombre décimal n'est pas un nombre à virgule mais c'est le quotient d'un entier par une puissance de dix. Premièrement c'était difficile à retenir mais maintenant je me souviens.
Adriano	Je croyais que un décimal était un chiffre avec une virgule.	Le professeur de Math nous a expliqué qu'un décimal n'était pas un chiffre avec une virgule mais c'était un nombre entier.	A partir de ce jour je ne dis plus qu'un décimal est un chiffre avec une virgule, je dis que c'est un nombre entier.
Susana	Je ne faisais pas la différence entre l'écriture et l'idée d'un nombre. Donc, je ne savais pas non plus la définition d'un nombre décimal.	M.Paquelier nous a expliqué la différence et j'ai compris.	Je sais bien la différence et si j'oublie, avec des exemples je me rappellerai.
Chloé	Avant, je pensais que un décimal était un chiffre à virgule.	Un jour, on a expliqué que la virgule dans un décimal n'est que son écriture et non « l'idée » que l'on a dans la tête.	Maintenant, je sais que lorsqu'on me le demande qu'est ce qu'un nombre décimal, je ne dois pas répondre : « c'est un chiffre à virgule » mais un décimal est le quotient d'un entier par une puissance de 10.
Auriane	Je croyais qu'un décimal était un	On a dit que tous les nombres étaient des	Je ne me trompe plus quand on me demande ce

	chiffre à virgule.	décimaux.	que c'est.
Raphaëlle	Je pensais qu'un nombre décimal c'était un nombre avec une virgule.	Le professeur de Mathématiques nous a demandé ce que c'était un nombre décimal. La moitié de la classe a répondu : c'est un nombre avec une virgule il nous a répondu que c'était l'écriture.	Je sais que c'est l'écriture qui a une virgule mais non pas un nombre.
Nathan	Je pensais qu'un décimal était toujours avec une virgule.	On en a parlé, j'ai vu les idées de toute la classe. Puis on a vu qu'il y avait différentes écritures, c'était les entiers qui étaient des nombres décimaux.	Je sais parfaitement ce qu'est qu'un nombre décimal.
Carlota	Je pensais qu'un nombre décimal était un nombre avec une virgule.	Un jour en classe chaque élève a dit ce qu'il croyait de ce que c'était un nombre décimal. Et après on a écrit sur le cahier, on a après essayé d'expliquer ce que c'était un nombre décimal comme si on explique à un petit.	Je sais qu'un nombre décimal est le quotient d'un entier par une puissance de dix.
Paul	Je croyais qu'un nombre décimal était un nombre à virgule.	J'ai compris que ce que je pensais était faux.	Je sais que les nombres décimaux sont tous les nombres en deux nombres entiers.
Marie	Je ne savais pas qu'un entier est un décimal.	On a écrit un résumé, on a démontré pourquoi.	Je sais que les entiers sont des décimaux et pourquoi.
Etienne	Je ne savais pas pourquoi un entier est un décimal	Mon père a pris mon cahier et pendant une heure il a essayé de m'expliquer pourquoi et j'ai compris !!	Il est très clair pour moi qu'un entier est un décimal car un décimal est le quotient d'un entier divisé par une puissance de 10 : 1, 10, 100... etc donc par exemple $4 : 10^0 (1) = 4$ . Donc 4 est le quotient d'un entier (4) divisé par une puissance de 10 (1).

La question de départ du problème, posée par l'enseignant, est celle qui est explicitée par Céline : qu'est-ce qu'un nombre décimal ? Dans la classe, « on a fait des propositions mais ce n'était pas ça » comme le dit Lorena, et Raphaëlle le dit aussi « *Le professeur de Mathématiques nous a demandé ce que c'était un nombre décimal. La moitié de la classe a répondu : c'est un nombre avec une virgule il nous a répondu que c'était l'écriture* ».

Si pour Lorena, l'important est le fait qu'il y ait des propositions faites en classe mais qu'elles ne soient pas correctes, pour Raphaëlle c'est la réponse apportée par le professeur en termes d'écriture du nombre. Le même type de réaction est celle d'Ignacio qui affirme que le professeur a dit que la virgule

pourrait être remplacée par un point dans d'autres pays comme les Etats-Unis. Par contre, pour d'autres élèves comme Céline ou Omar, le déclencheur est le fait d'avoir appris qu'un nombre entier est un nombre décimal. Ces deux élèves ont dû reconfigurer leur savoir à partir de cet autre élément : si un nombre entier est un nombre décimal, alors un nombre décimal ne peut pas être défini comme nombre à virgule, donc une nouvelle reconfiguration des nombres se dessine avec la définition de nombre décimal qui tient compte à la fois des nombres entiers et des nombres décimaux non entiers. Pour Omar, on a même l'impression qu'il accentue cet aspect en écrivant : « je sais la définition de décimal pour tous les jours de ma vie ». Etienne peut être aussi inclus dans ce groupe, mais il affirme tout de suite au départ, dans l'avant, qu'il ne savait pas pourquoi un entier était un décimal. On peut penser que ce déclencheur a été aussi fondamental pour cet élève mais qu'il a eu besoin d'une aide. C'est son père qui va lui fournir l'aide à comprendre et il va ensuite pouvoir même donner un exemple de ce qu'il a compris. Pour lui maintenant le pourquoi « est très clair », mais aussi comment on peut le montrer.

L'événement mathématique est ici le suivant : un nombre décimal n'est pas un nombre à virgule mais le quotient d'un nombre entier par une puissance de 10. Cet événement est déclenché par une question qui provoque une discussion dans la classe ce qui est signalé par Lorena, Raphaëlle, Nathan et Carlota. Cette discussion est ensuite mise par écrit comme le dit Carlota : « Et après on a écrit sur le cahier, on a après essayer de expliquer ce que c'était un nombre décimal comme si on explique à un petit. » Marie donne aussi une importance certaine à cette phase car elle écrit qu'un jour « on a écrit un résumé, on a démontré pourquoi ». Cette question conduit à une réponse massive des élèves : « un nombre décimal est un nombre à virgule », ce qu'on peut observer dans la partie « Avant ». Douze élèves le disent explicitement : « je croyais qu'un nombre décimal était un nombre à virgule ».

Quels sont les éléments qui permettent de dépasser cette réponse ? Deux éléments permettent de mettre à défaut cette définition : d'une part la différence entre écriture et nombre, comme le disent Ignacio, Chloé, ou Raphaëlle ; d'autre part l'assertion qu'un nombre entier est aussi un nombre décimal, comme se souviennent Céline, Amman, Omar, Etienne, Nathan ou Adriano. Ces deux éléments peuvent permettre ensuite de revenir à la définition de nombre décimal : un nombre décimal est le quotient d'un entier par une puissance de 10.

Des indices peuvent être trouvés en ce qui concerne l'effectivité de cette reconfiguration : par exemple Omar ou Etienne mettent l'accent sur le élément déclencheur « un nombre entier est un nombre décimal » et ensuite ils donnent une définition correcte de nombre décimal, et même avec des exemples comme dans le cas d'Etienne. Chloé ou Ignacio, eux, mettent plutôt l'accent sur la différence entre écriture et nombre et ensuite ils donnent aussi une définition correcte de nombre décimal.

Des indices peuvent être trouvés sur la non-effectivité de cette reconfiguration : par exemple pour Adriano, l'élément déclencheur « un nombre entier est un nombre décimal » a plutôt un effet négatif car lui, maintenant, il écrit : « je ne dis plus qu'un décimal est un chiffre avec une virgule, je dis que

c'est un nombre entier ». Il n'a pas compris l'explication du professeur car il affirme : « Le professeur de Math nous a expliqué qu'un décimal n'était pas un chiffre avec une virgule mais c'était un nombre entier. Pour lui, l'assertion « un nombre entier est un nombre décimal » se transforme dans une autre assertion : « un nombre décimal est un nombre entier » qui est fausse.

Certains indices ne peuvent pas trancher sur l'effectivité ou la non-effectivité de la reconfiguration de l'expérience vécue. Par exemple, Paul affirme qu'il a compris qu'il était incorrect de penser qu'un nombre décimal était un nombre à virgule, mais ensuite il écrit : « je sais que les nombres décimaux sont tous les nombres en deux nombres entiers ». Est-ce que pour cet élève, un nombre décimal devient un couple de nombre entiers ? Probablement, ce qui est aussi une conception fautive des nombres décimaux.

Il existe aussi des élèves qui se placent à un niveau très général pour lesquels nous aurons du mal à décider s'ils ont ou non pu reconfigurer leur expérience. Par exemple Auriane qui écrit : un jour « on a dit que tous les nombres étaient des décimaux » et maintenant « je ne me trompe plus quand on me demande ce que c'est ».

---

## **6 – POSTURE DE VIGILANCE**

---

Dans l'introduction, nous avons dit que nous voulons, avec ce travail sur les récits de souvenirs, favoriser chez les élèves une posture de vigilance par rapport à leurs apprentissages : porter une attention au présent en tenant compte de la mémoire pour créer une attente dans le futur. Dans certains récits d'élèves, nous observons cette posture de vigilance. Par exemple, Claude écrit : « le professeur nous avait donné pour le cours prochain la somme des cents premiers entiers à calculer. Chez moi, je me suis dit : si je fais  $10 \times 10$  ça fait 100. Donc si je fais  $10 \times (1 + 2 + 3 + 4... + 10)$ , ça fera la somme des cents premiers entiers. J'avais fait ce travail le samedi pour le lundi. Le dimanche pour bien terminer mon travail, j'ai fait une sorte de schéma pour expliquer mon travail à la classe. Alors j'ai réalisé que j'avais oublié plein de chiffres. J'ai dû refaire le devoir. Après ça, je n'ai plus jamais refait l'erreur et j'espère ne pas l'oublier pour ne plus la refaire. »

Cette posture de vigilance comporte deux aspects : d'une part comprendre quelque chose de nouveau en reconfigurant son expérience passée comme dans les exemples du paragraphe précédent, d'autre part prendre conscience d'une erreur produite pour ne plus la reproduire comme dans le cas de Claude. Par contre, nous n'avons pas trouvé dans les productions des élèves l'expression d'un troisième aspect qui est celui de l'anticipation de l'erreur, comme le cas de quelqu'un qui aurait dit : « je me serais trompé si... »

---

## **7 – TEMPS RACONTE COMME TEMPS PARTAGE**

---

Les récits produits par les élèves sont des récits de savoir des élèves, mais ils montrent que les histoires racontées, tout en étant vécues par chacun, sont

aussi des histoires collectives. L'exemple de Claude cité précédemment montre l'importance de raconter un événement aux autres et ce que cela peut permettre concernant le travail sur les erreurs. Il y a aussi des récits qui n'ont été racontés que par un seul élève. C'est le cas de Jean-François qui écrit deux récits auxquels aucun autre élève ne fait référence. Il s'agit d'un récit sur la différence entre droite géométrique et droite numérique, et un autre récit sur les carrés magiques. Par exemple, il écrit : « Avant je pensais que les droites qu'on faisait en classe étaient des droites mais un jour on a vu en classe que les droites qu'on avait appris à faire en primaire sont des « demi-droites ». Maintenant je sais que les droites que j'ai l'habitude de dessiner sont des demi-droites et que les droites entières sont les droites où on place des nombres à la partie gauche et droite de la droite » Là on voit bien que c'est le travail dans la classe qui est le déclencheur de cet événement pour les élèves et nous observons encore là des problèmes de formulation car le problème est peut-être encore trop nouveau pour l'élève.

Dans son autre récit, cet élève écrit : « Avant je ne savais pas que le nombre situé au milieu d'un carré magique était le tiers de la somme. Un jour M.Paquelier nous donna des exercices sur les carrés magiques dans le devoir 3. Maintenant grâce à ce devoir je sais plus sur les carrés magiques : le nombre du milieu est le tiers de la somme ; qu'il existe des carrés magiques à 16 nombres, etc. » Ici, c'est encore le travail de la classe qui est à l'origine de la nouvelle connaissance identifiée par l'élève. Nous observons que la phase d'avant présente l'absence de connaissance qui est précisément la connaissance identifiée : dire que « je ne savais pas ceci » et maintenant « je sais ceci » marque une différence par rapport aux récits analysés précédemment qui affirmaient plutôt : « je savais que », ou « je croyais que ». Cette différence nous paraît importante à signaler car les récits de souvenirs ne visent pas forcément des reconfigurations de savoirs appris antérieurement mais ils peuvent viser des connaissances nouvelles qui sont alors identifiées par un état d'ignorance précédent : « je ne savais pas que ».

Les récits racontent des souvenirs individuels mais qui se rapportent la plupart des cas à des événements qui ont été vécus en classe ou, au moins, qui ont été déclenchés en classe. Ce temps raconté est un temps partagé. Par exemple, Marie écrit : « Je ne savais pas comment faire la somme des nombres impairs. [Un jour] on a fait des hypothèses et on a trouvé une solution. Puis j'ai travaillé chez moi. [Maintenant] je sais comment on fait pour y arriver. On fait  $N \times N =$  la somme des nombres impair. »

---

## **EN GUISE DE CONCLUSION**

---

Ce travail sur le récit permet de faire de l'élève un acteur conscient des transitions institutionnelles que le système didactique organise. L'année de sixième en mathématiques est, en grande partie, l'occasion de reprendre des connaissances anciennes (les nombres, les objets de la géométrie) et de modifier le "point de vue", le rapport du sujet face à ces différents objets de savoir et la manière de se les approprier.

---

## BIBLIOGRAPHIE

---

- Assude T , Paquelier Y, (2003) : Acte de souvenir et approche temporelle des apprentissages en mathématiques, *Revue Canadienne de l'Enseignement des Sciences, des Mathématiques et des Technologies*, à paraître
- Assude T., Drouhard J-Ph., Maurel M., Paquelier Y. & Sackur C. (1999a) : Expérience de la nécessité et fonctions didactiques du récit, *Actes de la Xème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques*, Houlgate, 72-79.
- Assude T, Sackur C & Maurel M (1999b): "Cesame: the Personal History of Learning Mathematics in the Classroom. An Analysis of Some Students' Narratives", *The Philosophy of Mathematics Education Journal*, 11, Paul Ernest (Ed).
- Brousseau G & Centeno J. (1991): Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques*, 11.2-3, pp.167-210.
- Chevallard Y. & Mercier A. (1987) : *Sur la formation historique du temps didactique*. Publication de l'IREM d'Aix-Marseille : Marseille.
- Matheron Y. (2000) : *Une étude didactique de la mémoire dans l'enseignement des mathématiques au collège et au lycée. quelques exemples*. Thèse de l'Université Aix-Marseille I : Marseille.
- Mercier A. (1995) : La biographie didactique d'un élève et les contraintes de l'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, 15.1, pp.97-142.
- Perrin M-J. (1994) : *Théorie des situations didactiques : naissance, développement, perspectives*. In Artigue M. et alii (Eds) : *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*. La Pensée Sauvage : Grenoble, 97-147.
- Ricoeur P (1983) : *Temps et récit*, Seuil Points, Paris, 3 tomes.
- Ricoeur P (1990) : *Soi-même comme un autre*, Seuil Points, Paris.
- Ricoeur P (2000) : *La mémoire, l'histoire, l'oubli*. Editions du Seuil : Paris.
- Schubauer-Leoni M.L. & Leutenegger F. (2002) : *Expliquer et comprendre dans une approche clinique/expérimentale du didactique ordinaire*. In Leutenegger F & Saada-Robert M. (Eds), *Expliquer et comprendre en sciences d'éducation*, De Boeck, pp.227-251.
- Sensevy G. (1996) : Le temps didactique et la durée de l'élève. Etude d'un cas au cours moyen : le journal des fractions. *Recherches en didactique des mathématiques*, 16.1, pp.7-46.

# LES ENONCES DE PROBLEMES EN QUESTION

Claude MAURIN  
Christine NIEL

---

## PROJET<sup>1</sup> :

---

Demander aux participants de bien vouloir analyser un des deux énoncés de problèmes suivants selon qu'ils travaillent plutôt en cycle 2 ou en cycle 3 avec la consigne suivante :

« *Sur quoi attireriez-vous l'attention d'un maître débutant qui aurait l'intention de travailler sur cet énoncé avec ses élèves ?* »

Temps prévu pour ce travail en petits groupes avec production d'une affiche par groupe : 20'

Mise en commun à partir des affiches produites : 20'

Synthèse des formateurs soulignant le fait que plusieurs facteurs de difficulté sont à prendre en compte, mais qu'il est possible de les hiérarchiser bien qu'on ne puisse pas les isoler car ils sont tous présents à la fois. Il semble qu'un des principaux paramètres à prendre en compte soit, en référence aux travaux de Gérard VERGNAUD, la caractéristique conceptuelle du problème, de ce point de vue le champ additif doit être distingué du champ multiplicatif.

Exposés des deux formateurs (voir plus loin).

---

<sup>1</sup> En raison du faible effectif l'après-midi, cet atelier n'a pu être proposé le 14 janvier 2004, mais nous publions ici le contenu projeté ainsi que les deux exposés qui devaient suivre.

---

## **LES DEUX PROBLEMES**

---

### **CYCLE 2 - Extrait de « Math Plus » – CP Edition SED – 2003 - Page 93**

Problème n° 3 : Au cours de deux sorties nocturnes, Jeannot lapin a ramené 57 carottes dans son terrier. Lors de la deuxième sortie, il en a ramené 31. Combien de carottes a-t-il ramenées lors de sa première sortie ?

Calcul :

Réponse :

### **CYCLE 3 – Extrait de « Nouvel objectif calcul » CM1 – Hatier – Page 91**

« Le confiseur prépare des cornets de dragées pour un baptême. Il y a 23 dragées dans 100 g. Combien fera-t-il de cornets avec 3 kg de dragées s'il en met 25 dans chacun d'eux ? »



# **DIFFERENTS FACTEURS DE DIFFICULTE ASSOCIES A LA RESOLUTION DE PROBLEMES DONNES SOUS FORME D'ENONCES ECRITS**

---

## **1) LES DIFFICULTES ASSOCIEES A LA RELATION QUE L'ELEVE ENTRETIENT AVEC L'ACTIVITE DE RESOLUTION DE PROBLEMES.**

---

Accepte-t-il de dépasser la dichotomie immédiate du : « je sais faire » / « je ne sais pas faire » ?

Accepte-t-il de s'engager dans la recherche et de prendre les risques qu'elle comporte ? En perçoit-il les enjeux ?

---

## **2) LES DIFFICULTES QUI TIENNENT AUX CARACTERISTIQUES CONCEPTUELLES DU PROBLEME ETUDIE, ET SUR LESQUELLES ON PEUT PARFOIS AGIR EN REFORMULANT ORALEMENT L'ENONCE.**

---

On peut se référer aux travaux de Gérard VERGNAUD sur le champ additif et sur le champ multiplicatif pour avoir un exemple opératoire d'une classification possible. (Voir ci-après)

---

### **3) LES DIFFICULTES ASSOCIES A LA LECTURE DE L'ENONCE, INDISSOCIABLES DES DIFFICULTES ASSOCIEES A LA STRUCTURE DU TEXTE :**

---

#### **A. Proposition d'une stratégie de lecture possible :**

- Lire l'énoncé selon différentes modalités : lecture silencieuse, lecture orale par le maître, par un élève
- Se représenter mentalement la situation fictive décrite par l'énoncé : Reconstituer l'énoncé, retrouver des mots manquants, mais aussi proposer des supports matériels aidant les élèves à se représenter la situation.
- Savoir ce qu'on doit chercher : s'interroger sur le sens des phrases ou des mots interrogatifs, sur les verbes injonctifs (que faut-il chercher ? comment peut-on le savoir ? quels sont les mots qui le disent ?
- Savoir de quelles informations on dispose : s'interroger sur le sens des mots « outils », des données numériques...

#### **B) Propositions d'une stratégie d'analyse des difficultés liées à la structure du texte de l'énoncé lui-même, qui peut être conduite par le maître au moment de sa préparation afin d'envisager des aides possibles :**

- Le contexte du problème : est-il familier aux élèves ? Est-il trop abstrait ? Manque-t-il d'attrait pour les élèves ?
  - La situation nécessite-t-elle des inférences de la part de l'élève : doit-il créer une variable ? Doit-il répondre à une question intermédiaire ? Doit-il utiliser des informations implicites ?
  - Le texte comporte-t-il des mots difficiles, des termes inducteurs, mots polysémiques ? (caractéristiques sémantiques)
  - Les phrases du texte sont-elles trop longues ? Le type de phrase est-il adapté à la compréhension des élèves ? (caractéristiques syntaxiques)
  - L'ordre des informations suit-il la chronologie de l'histoire ?
- La question est-elle placée au bon endroit ? (caractéristiques rhétoriques).

---

#### **4) LES DIFFICULTES LIEES A LA RESOLUTION DE PROBLEME EN TANT QUE DEMARCHE INTELLECTUELLE.**

---

On peut s'appuyer sur les travaux de Jean JULO

(En particulier : « Représentation des problèmes et réussite en mathématiques »

- Presses universitaires de Rennes - 95 -) qui distingue trois processus essentiels dans la représentation que chacun se fait d'un problème :

Le processus d'interprétation et de sélection des données.

Le processus de structuration.

Le processus d'opérationnalisation.

Mais ces trois processus ne sont pas juxtaposés, ils sont interdépendants et forment un tout cohérent qui se structure au cours de la démarche de résolution. Aucun énoncé n'est totalement transparent, ce sont nos connaissances qui guident notre interprétation et qui permettent de la structurer afin de déboucher sur une démarche (opérationnalisation).

---

#### **BIBLIO SUCCINCTE :**

---

Grand N n°71 (article de C. Houdement) – Lire et écrire au cycle 3  
pages 15 à 17

# CARACTERISTIQUES CONCEPTUELLES DES PROBLEMES DU CHAMP MULTIPLICATIF (D'APRÈS GÉRARD VERGNAUD)

La plupart des problèmes multiplicatifs abordés à l'école primaire peuvent être interprétés dans le cadre de la proportionnalité : si on convient de noter G1 et G2 deux grandeurs mesurables liées entre elles par une relation de proportionnalité on peut résumer leur organisation par les tableaux ci-dessous :

## I) PROPORTION SIMPLE AVEC PRESENCE DE L'UNITE

<table border="1"> <thead> <tr> <th>G1</th> <th>G2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>b</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td>?</td> </tr> </tbody> </table>	G1	G2	1	b	c	?	<p>La plupart des problèmes de <b>multiplication</b> qui sont étudiés dès la fin du cycle 2 correspondent à ce schéma comme par exemple la recherche du prix de n objets connaissant le prix unitaire.</p>
G1	G2						
1	b						
c	?						
<table border="1"> <thead> <tr> <th>G1</th> <th>G2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>b</td> </tr> <tr> <td>?</td> <td>d</td> </tr> </tbody> </table>	G1	G2	1	b	?	d	<p>Il s'agit de problèmes de <b>division-quotition</b> aussi appelés « recherche du nombre de parts ».</p> <p>Ce qui caractérise ce type de problème, c'est que les deux nombres connus b et d sont deux valeurs <u>de la même grandeur</u>, ce qui permet de les additionner ou de les soustraire, et qui favorise les procédures de résolution par additions ou soustractions successives.</p>
G1	G2						
1	b						
?	d						

<table border="1"> <tr> <td>G1</td> <td>G2</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>?</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td>d</td> </tr> </table>	G1	G2	1	?	c	d	<p>Il s'agit de problèmes de <b>division-partition</b> aussi appelés « recherche e la valeur d'une part ».</p> <p>Ce qui caractérise ce type de problème c'est que les deux nombres connus c et d, sont des valeurs <u>de deux grandeurs différentes</u> ; ce qui rend les procédures additives ou soustractives beaucoup plus difficiles et incite à raisonner autrement</p>
G1	G2						
1	?						
c	d						

---

## II) PROPORTION SIMPLE SANS PRESENCE DE L'UNITE : PROBLEME DE « QUATRIEME PROPORTIONNELLE »

---

G1	G2
a	b
c	?

Ce type de problème est plus facilement appelé problème de proportionnalité. Selon le domaine d'expérience auquel il se réfère ou encore selon les valeurs numériques choisies pour les nombres de l'énoncé, ce type de problème concernera le cycle 3 ou le début du collège.

---

## III) AVEC PLUS DE DEUX VARIABLES (OU PLUS DE DEUX GRANDEURS) :

---

### **Proportionnalité simple composée :**

Plusieurs grandeurs interviennent et sont liées entre elles deux à deux par enchaînement de relations de proportionnalité simple comme dans le cas de recettes comportant plusieurs ingrédients quantifiables.

G1	G2	G3	G4	G5
a	b	?	d	e
a'	?	c'	d'	?

### **Proportionnalité double :**

une variable (ou une grandeur) est proportionnelle à deux autres variables indépendantes entre elles, comme par exemple dans le cas où le prix d'un séjour dépend proportionnellement à la fois du nombre de personnes et du nombre de jours. Dans ce cas, l'une des grandeurs est le produit des deux autres :  $G1 = G2 \times G3$

On peut ranger dans ce cadre les problèmes de calcul d'aire de rectangles en fonction de la valeur de leur longueur et de leur largeur

G1	G2	G3
?	b	c
a'	?	c'

Outre les problèmes associés à la proportionnalité on trouve aussi :

### **Les problèmes de rapports scalaires de type « fois plus » ou « fois moins »**

Dans lesquels interviennent trois nombres, mais une seule grandeur : deux des nombres sont des valeurs d'une même grandeur l'un d'eux étant « k fois plus grand que l'autre », le troisième nombre k est un scalaire sans unité.

Ce type de problème a une structure qui permet d'utiliser le modèle additif ou la multiplication perçue comme addition répétée.

### **Les problèmes de produit de mesures**

où trois grandeurs interviennent l'une d'elles étant le produit des deux autres.

L'exemple le plus simple est celui du calcul de l'aire du rectangle dans lequel deux longueurs se multiplient pour donner naissance à une aire.

On rencontre aussi par exemple dans cette catégorie des problèmes de déplacement à vitesse constante dans lesquels une vitesse est multipliée par une durée pour donner naissance à une distance (longueur).

Ces problèmes présentent des difficultés conceptuelles spécifiques.

---

## **CONCLUSION :**

---

On retiendra que dans les problèmes du champ multiplicatif interviennent souvent plusieurs grandeurs différentes, lorsque les élèves n'ont à agir que sur une de ces grandeurs (selon la place de l'inconnue) ils peuvent retrouver des procédures inspirées de celles qu'ils ont utilisées dans le champ additif et qu'ils contrôlent généralement bien au cycle 3, mais quand ils doivent établir des relations de type fonctionnel entre des grandeurs de nature différente ils se heurtent souvent à des difficultés de type conceptuel, même si la taille des nombres mis en jeu n'est pas un obstacle. L'apprentissage des problèmes multiplicatifs ne peut donc qu'être ébauché à l'école primaire, il se poursuivra sur plusieurs années au collège et même au lycée !

## **ANNEXE**

**(A utiliser pour montrer aux participants, à partir de leurs désaccords, qu'un problème additif apparemment simple n'est pas forcément facile à résoudre !)**

---

### **UN PROBLEME DE FIL ELECTRIQUE**

---

Monsieur DURAND veut réaliser une installation électrique dans sa résidence secondaire. Il estime qu'il lui faudra 130 mètres de fil électrique, 4 interrupteurs, 9 prises ainsi que des douilles.

Il lui reste d'une précédente installation 37 mètres de fil électrique qu'il souhaite réutiliser.

Après avoir acheté le matériel et terminé son installation, il s'aperçoit qu'il a utilisé 4 mètres de fil de moins que ce qu'il avait prévu et qu'il lui reste encore 11 mètres de fil.

Quelle longueur de fil électrique a-t-il achetée ?

---

### **UN PROBLEME DE CHEVAL**

---

Un éleveur se rend à une foire aux bestiaux dans l'intention d'y acheter un cheval. Aussitôt arrivé il tombe en arrêt devant une superbe jument qu'il achète sans discuter pour la somme de 3000 €.

En traversant la foire avec sa jument, il est assailli de propositions d'achat et finit par accepter de la revendre pour 4000 €.

En revenant vers son van, il est tenaillé de regrets, il retourne vers son acquéreur et finit par le convaincre de lui revendre la jument pour la somme de 6000 €.

Il trouve sa jument très belle mais se demande s'il ne l'a pas payée trop cher. Alors qu'il médite, un autre éleveur l'aborde et lui propose de lui racheter sa jument pour la somme de 7000 €, il cède et rentre chez lui sans avoir acheté aucun cheval !

Mais au bout du compte a-t-il gagné ou perdu de l'argent et combien ?

# L'ORAL COMME OUTIL D'APPRENTISSAGE

Elisabeth DONCK,  
Bruno CANIVENC<sup>1</sup>

---

## DIVERSES SITUATIONS DE FORMULATION

---

Dans un premier temps de l'atelier les participants sont amenés à lister les diverses activités en mathématiques faisant intervenir l'oral de manière importante. Elles sont regroupées en cinq catégories, présentées ci-après avec les propositions des participants.

### **Tâche de description**

Décrire un objet (ou un nombre) afin de le retrouver  
Classer des formes géométriques en énonçant les critères de classement  
Demander du matériel pour réaliser une tâche  
Décrire des œuvres d'art  
Décrire pour analyser des supports (tableaux, ...)  
Formuler des « Qui est-ce ? »

### **Tâche d'argumentation**

Justifier un classement  
Argumenter de la validité d'une solution  
Expliquer pourquoi telle figure n'est pas ..., ou tel nombre n'est pas ...

### **Tâche de restitution**

Ecrire des problèmes (des textes, types de textes ...)  
Faire un compte-rendu de recherche

### **Tâche d'élaboration, de rédaction**

Rédiger un programme de construction d'une figure géométrique

---

<sup>1</sup> Ce compte rendu est écrit par S. Gobert à partir de notes prises au cours de l'atelier.

Guider un déplacement (donner un programme de déplacement)

### **Autres Formulations**

Mettre en mot ses procédures de calcul réfléchi

Mettre en mot une technique opératoire (la chanson algorithmique)

Formuler une difficulté, une incompréhension

Elaborer des questions

---

## **UNE ACTIVITE SPECIFIQUE : LE JEU DU PORTRAIT**

---

Un second temps de l'atelier est consacré à l'analyse d'une activité spécifique de formulation description : les jeux de portrait, illustrés à travers l'étude d'un jeu du portrait sur les quadrilatères.

### **Une situation vécue**

Un jeu du portrait est réalisé avec les participants. Une première fois les quadrilatères sont sur une grande affiche, les questions sont listées au tableau et les réponses données ensuite ; une seconde fois les quadrilatères sont sur une feuille photocopiée distribuée aux participants avec des instruments, les réponses sont apportées au fur et à mesure des questions posées.

L'objectif est de percevoir la différence entre géométrie perceptive et géométrie instrumentée ; de comprendre en quoi les connaissances visées sont fonctionnelles et non formelles, et de mettre en évidence l'articulation dans la formulation de l'oral et de l'écrit.

### **Questions et commentaires des participants**

Peut-on poser des questions du type :

« Est-ce qu'il y a un côté qui mesure ... ? »

« Est-ce que sa surface peut s'inclure dans d'autres figures ? »

« Est-ce qu'il a une propriété particulière ? »

Discussion autour du mot « particulière » : une propriété « particulière » ça veut dire quoi ? Est-ce une propriété que les autres formes n'ont pas ?  
« Une propriété géométrique particulière » n'est-ce pas une tautologie ?

Du vocabulaire : « deux à deux » est-ce une expression vraiment nécessaire du fait de sa difficulté d'appréhension et de compréhension par les élèves ?

Problème du « c'est presque, mais pas tout à fait » à propos d'une question concernant la symétrie éventuelle d'une figure. La marge d'incertitude est-elle la même pour tout le monde ? Qu'accepte-t-on comme égalité dans l'environnement de la feuille de papier ? « Presque égal, est-ce égal ? ».

Comment passe-t-on de formulations élèves « des côtés pareils » et « des côtés penchés » à des formulations du type « des côtés de même longueur » et « des côtés parallèles » ?

Il est important de lister toutes les questions lors d'une première séance et de repérer ensuite, les questions redondantes, les questions inutiles, les questions absurdes, les questions géométriques, les... ; pour préciser ensuite l'objet du travail dans une nouvelle consigne.

L'oral intervient à différents niveaux :

- pour poser des questions (avec évolution des formulations élèves vers des formulations utilisant du vocabulaire adapté introduit par le maître)
- pour reformuler ou expliciter ses questions
- pour argumenter de son choix

L'écrit intervient de manière essentielle selon deux aspects :

- pour noter les questions des élèves au fur et à mesure, l'écrit sert à mémoriser pour permettre un retour sur les types de questions, les formulations, et poser déjà des éléments de leur évolution.
- pour noter les propriétés géométriques souvent citées dans les questions, l'écrit est un écrit de référence, un écrit trace des éléments d'institutionnalisation.

## **Quelle institutionnalisation pour le jeu du portrait ?**

Trois propositions d'institutionnalisation sont exposées (annexe 1). Le temps a manqué pour le débat, mais voici quelques éléments de réflexion.

La première proposition ne correspond pas au travail effectif des élèves dans l'activité jeu du portrait. En effet dans ce jeu on choisit des quadrilatères variés, et les propriétés sont formulées de façon générale sans étudier un quadrilatère en particulier. Cette proposition relève plutôt d'un exercice qui viendrait après le jeu du portrait. En effet, après avoir repéré les différentes propriétés générales aux quadrilatères, étudier la présence de ces propriétés pour chaque forme connue paraît cohérent, et la forme de l'exercice s'apparenterait à des fiches d'identités pour une meilleure clarification des objets des savoirs, et une meilleure possibilité de mémorisation pour les élèves.

La seconde proposition rend compte des éléments généraux du travail effectif des élèves. Leurs questions ont en effet porté essentiellement (au cours des différentes séances) sur ces propriétés. Le travail de synthèse peut s'introduire par

« quelles sont les questions finalement qui nous permettent de décrire une forme géométrique ? ». La réponse correspond bien à l'institutionnalisation proposée ici.

La troisième proposition aborde aussi les aspects généraux des propriétés des quadrilatères mais déjà engage vers l'étude de quadrilatères particuliers. Ici comme pour la proposition 1, c'est encore trop tôt. Mieux vaut bien mettre en évidence les propriétés puis lors d'un autre moment engager le travail sur les formes connues.

## Annexe 1 : Jeu du portrait sur les quadrilatères, quelle institutionnalisation ?

Consigne : Voici des propositions de stagiaires (PE2 ou en formation continue) pour une institutionnalisation à réaliser en classe après deux séances de jeu. Critiquez-les et rédigez votre proposition pour une classe de CM1

### Proposition 1 :

	Côtés parallèles	4 côtés de même longueur	Côtés 2 à 2 de même longueur	4 angles droits	Diagonales perpendiculaires	Diagonales de même longueur	Diagonales ont le même milieu
Carré	Oui	Oui		Oui	Oui	Oui	Oui
Rectangle	Oui		Oui	Oui		Oui	Oui
Losange	Oui	Oui			Oui		Oui
Parallélogramme	Oui		Oui				Oui

Certains proposent des figures codées mettant en évidence ces propriétés, d'autres pas.

### Proposition 2 :

Les quadrilatères ont des formes très variées. Ils peuvent avoir une ou plusieurs propriétés géométriques :

- des côtés parallèles (c'est à dire penchés dans une même direction)
- des côtés de même longueur
- des côtés perpendiculaires (on dit aussi des angles droits)

Ces propriétés servent à reconnaître et à décrire les quadrilatères.

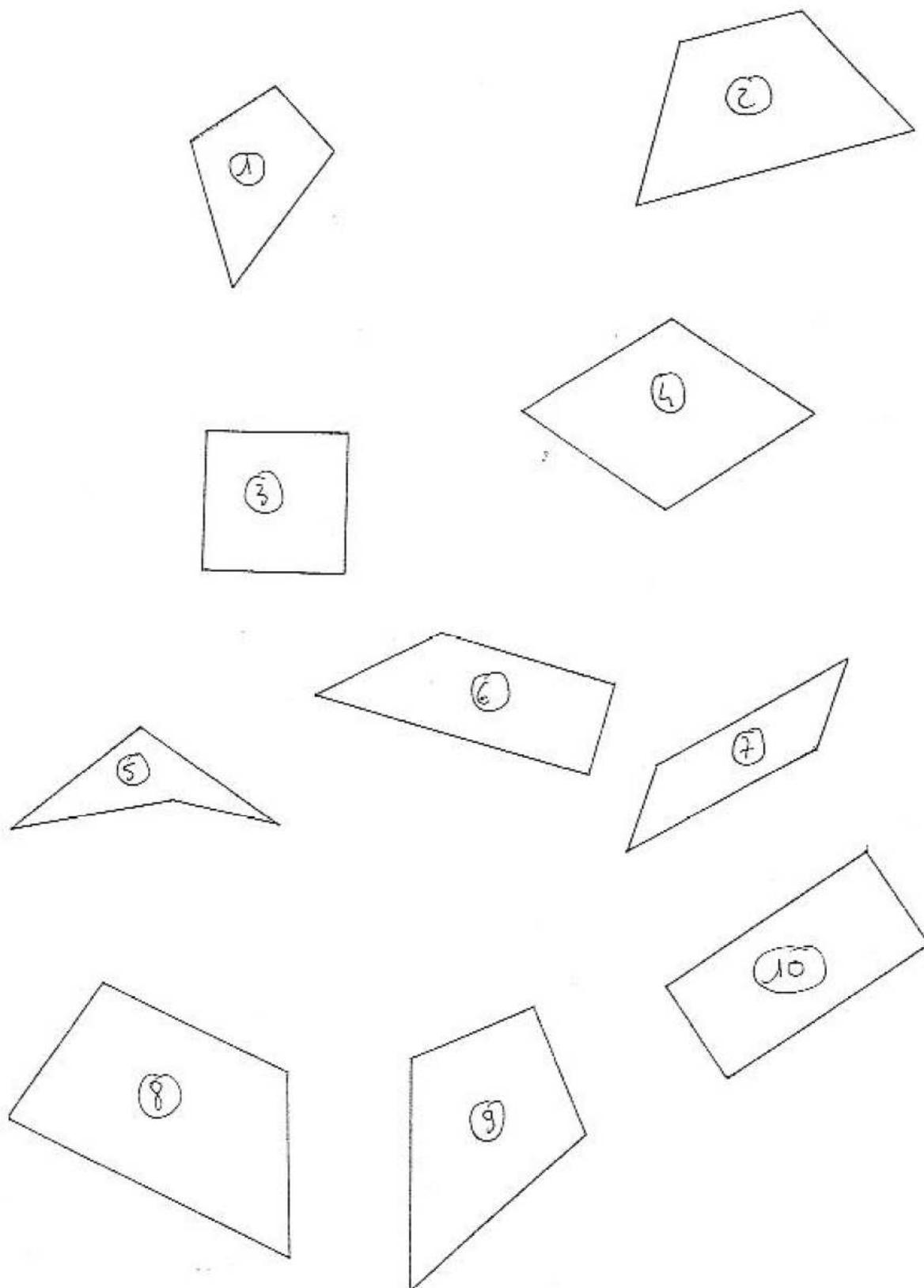
### Proposition 3 :

Les quadrilatères sont des polygones qui ont 4 côtés. Ils peuvent être convexes ou concaves (dessin).

Les quadrilatères usuels ont des propriétés particulières. En voici quelques-unes :

- certains ont deux côtés parallèles : le trapèze
- certains ont deux côtés parallèles entre eux et deux autres côtés parallèles entre eux (on dira "parallèles deux à deux") : le parallélogramme, le losange, le rectangle et le carré
- certains ont tous leurs côtés de même longueur : le losange et le carré
- certains ont les diagonales de même longueur : le rectangle et le carré
- certains ont les diagonales perpendiculaires : le losange et le carré.

Certains quadrilatères n'ont aucune de ces propriétés



## **Annexe 2 : LE JEU DU PORTRAIT AVEC DES QUADRILATERES**

### **Proposition pour une préparation de séquence**

---

#### **PRINCIPE ET ANALYSE PREALABLE**

---

##### **Description – tâche des élèves**

Il s'agit de poser des questions pour reconnaître un quadrilatère choisi parmi un ensemble de quadrilatères donnés.

##### **Objectifs**

Mettre en évidence et formuler des propriétés géométriques concernant les quadrilatères

- parallélisme des côtés
- égalité de longueur de côtés
- présence d'angles droits

On ne vise pas nécessairement le travail sur les diagonales, et si cet aspect apparaît dans le travail des élèves tant mieux. De même convexe, concave n'est pas ciblé comme objectif, bien que l'on puisse jouer sur cette variable pour le choix des figures.

Rappelons les éléments des instructions officielles auxquels se réfère cette activité (en italiques sont précisé les commentaires figurant dans les documents d'accompagnement des programmes) :

Décrire une figure en vue de l'identifier dans un lot de figures (*par l'énoncé de propriétés que vérifie la figure choisie*)

Utiliser à bon escient le vocabulaire (*lors des activités de description de figures, les élèves ont l'occasion d'utiliser un vocabulaire plus important (polygone, quadrilatère, diagonale, côtés consécutifs, côtés opposés pour des quadrilatères ...), mais sa maîtrise complète n'est pas exigée.*)

Vérifier, à l'aide du compas ou d'un instrument de mesure, que des segments ont la même longueur.

Vérifier, à l'aide de l'équerre, que deux droites sont perpendiculaires.

Vérifier, à l'aide de la règle et de l'équerre, que deux droites sont parallèles.

##### **Les variables didactiques de l'activité**

- *les formes des quadrilatères* : elles déterminent les propriétés qui pourront être mises en évidence, leur variété et leur pertinence par rapport à la caractérisation ultérieure des figures planes. Elles doivent être suffisamment variées et nombreuses, pour qu'il y ait une véritable recherche (plusieurs d'entre elles doivent répondre à une même

- propriété par exemple, afin de rendre nécessaire la poursuite de la recherche, et l'association de plusieurs critères).
- *La contrainte dans la consigne*, de poser des questions sans utiliser le nom générique (carré, rectangle, ...), sinon la reconnaissance peut être immédiate, et le recours aux propriétés géométriques devient inutile.
  - *L'orientation des figures* n'influence pas directement les compétences en jeu, mais il est mieux de ne favoriser aucune orientation particulière pour une meilleure appréhension globale des figures.
  - *Le travail sur papier blanc* permet aux élèves de prendre en charge le repérage des propriétés, et les vérifications avec instruments, ceci n'est pas le cas sur papier quadrillé.

## **Anticipation sur le travail des élèves**

On peut a priori s'attendre à des questions de nature très diverses :

- *questions liées à une ressemblance avec un objet du quotidien*, « Est-ce que ça ressemble à une voiture ? un toit ? une maison ?... »
- *questions liées à l'orientation*, « Est-ce qu'elle est droite ? penchée ? est-ce que si on la tourne elle change de forme ?... »
- *questions liées à l'aspect géométrique*. Elles peuvent être formulées par les élèves avec un vocabulaire plus ou moins adapté : « bords », « traits » pour côtés ; « coin », « écartement de deux côtés » pour les angles ; « penchés pareil », « même direction », pour parallèles ; « des côtés droits » pour perpendiculaires ou angles droits ...

Dans une première séance, les quadrilatères seront sur une grande affiche au tableau. Les élèves n'auront donc pas d'autre moyen de recherche que la reconnaissance visuelle de propriétés. Mais l'objectif dans un premier temps est la compréhension de la tâche, des règles du jeu et déjà de la mise en évidence de questions pertinentes. Par contre lors des reprises, ils auront une feuille sur laquelle seront reproduits les quadrilatères de l'affiche et ils pourront utiliser leurs instruments de géométrie pour à la fois résoudre et valider.

Les synthèses successives constituent des éléments d'aide : à la fois méthodologique (nature des questions, et pertinence par rapport à la recherche ; logique de raisonnement) et mathématique puisqu'on peut laisser des traces écrites au fur et à mesure sur les questions concernant les propriétés géométriques.

---

## **PROPOSITION DE DEROULEMENT D'UNE SEQUENCE**

---

### **Une première séance**

*Nous allons faire une activité pour travailler en géométrie sur des figures particulières : les quadrilatères (rappel ou information sur ce que signifie « quadrilatère », par le maître ou les élèves).*

*J'ai dessiné sur cette affiche dix quadrilatères tous différents, numérotés de un à dix.*

*Je vais choisir un de ces quadrilatères et noter son numéro sur une feuille que je cacherai.*

*Le jeu consiste à me poser des questions, auxquelles je ne réponds que par oui ou par non, qui vous permettent de découvrir le quadrilatère choisi. Vous ne pouvez pas me poser des questions sur le nom des figures connues (par exemple « est-ce que c'est un carré ? ») ni sur le numéro des quadrilatères, ...*

*Vous me poserez des questions, je les noterai au tableau. Quand vous penserez en avoir suffisamment pour trouver, alors je répondrais à toutes les questions. Ensuite vous aurez un temps de recherche, et chacun pourra annoncer sa proposition. Je noterai aussi vos propositions au tableau, puis on vérifiera en comparant avec le numéro du quadrilatère choisi.*

*Faire reformuler les grandes lignes du principe du jeu.*

*J'ai noté au tableau un résumé de la règle du jeu, on la relit ensemble :*

*« Le maître choisi un quadrilatère. On doit lui poser des questions pour le découvrir, il répond par oui ou par non. On ne peut pas poser des questions sur les noms ou les numéros des quadrilatères. »*

*Vous n'oubliez pas de lever la main pour poser votre question, et il ne faut pas que ce soit toujours les mêmes qui posent les questions.*

*Je choisis le quadrilatère .... Vous pouvez maintenant me poser vos questions.*

Lors de la première partie il n'est pas utile de traiter les réponses, car c'est le premier jeu et les élèves attendent en général impatientement la réponse. Ils ne seront sans doute pas attentifs ou réceptifs au traitement des réponses avant l'annonce du résultat. Par contre avant de reprendre une seconde partie, il est important de faire un point sur le type de questions posées, et déjà de poser quelques éléments d'aide (des questions pertinentes, qui permettent d'éliminer certaines figures, des questions floues, des questions qui se ressemblent, des questions inutiles, ...).

Le maître peut reprendre une ou deux parties et ensuite pour la synthèse dégager les éléments précédents de façon plus officielle. Par exemple

- la nature des questions, certaines permettant de trouver mieux que d'autres
- la redondance ou non des questions
- les problèmes de formulation et de vocabulaire
- le nombre de question

Ces éléments permettent lors des séances futures de préciser dans la consigne que les questions doivent maintenant porter sur les propriétés géométriques des figures (si ce n'est déjà dit dans la première séance) et qu'il faut bien réfléchir pour poser le moins de questions possibles.

### **Une deuxième, troisième, ... séances**

**(fréquentes mais plus courtes, 10 à 20 minutes suffisent, pour une bonne appropriation du vocabulaire sur les propriétés et établir le lien avec les instruments)**

Reprise du jeu en faisant évoluer la consigne en limitant le nombre de questions à cinq par exemple. Cela permet aux élèves de sélectionner les questions, de choisir celles leur paraissant plus pertinentes.

Les élèves jouent par deux, ou en groupe et doivent poser leurs questions par écrit.

Le maître recense les questions au tableau et répond ensuite. Le déroulement est le même que la première séance, mais la synthèse portera ici sur les questions géométriques et sur les précisions liées au vocabulaire.

Lors de la deuxième ou troisième séance, le maître fournit des feuilles sur lesquelles sont représentées les quadrilatères ; les élèves peuvent utiliser leurs instruments de géométrie pour s'aider à la fois à poser des questions pertinentes, et à rechercher ensuite la figure quand ils ont des réponses.

### **Une quatrième séance (ou plus)**

Reprise du jeu avec une nouvelle évolution de la consigne : les élèves (par deux ou plus) ont deux minutes pour poser une première question par écrit. Le maître circule pour répondre aux questions. Puis quelques minutes pour une première recherche. Ensuite même procédé pour poser une deuxième et une troisième question.

Le fait de réduire le nombre de questions et de limiter le temps amène les élèves à formuler des questions claires et précises pour obtenir rapidement des indices efficaces.

Chaque groupe annonce son résultat. On vérifie.

L'institutionnalisation à l'issue de ces séances (qui peut se faire en cours de séquence) peut être la suivante :

*Les quadrilatères ont des formes très variées.*

*Ils peuvent avoir une ou plusieurs propriétés géométriques :*

*des côtés opposés parallèles (c'est-à-dire penchés dans une même direction)*

*des côtés de la même longueur*

*des côtés perpendiculaires (on dit aussi des angles droits)*

*Ces propriétés servent à décrire et reconnaître les quadrilatères.*

### **Prolongements envisagés**

Après avoir dégagé les propriétés générales des quadrilatères, on peut étudier celles-ci pour chaque figure géométrique connue : le carré, le rectangle, le losange,... et ainsi élaborer des fiches d'identité de certains quadrilatères. Peuvent suivre alors des activités de reproduction, de construction, de message à lire ou à écrire, ...

## **Annexe 3 : Eléments pour un jeu du portrait sur les solides.**

### **LE JEU DU PORTRAIT AVEC DES SOLIDES**

Bilan réalisé à partir des travaux des professeurs des écoles stagiaires deuxième année de l'IUFM de Livry-Gargan (93) ; dans des classes de tous niveaux de l'école primaire Langevin, Clichy sous bois, janvier février 1998.

---

## **PRINCIPE DU JEU ET ELEMENTS POUR LA PREPARATION**

---

Un solide est choisi parmi un ensemble de solides présents. Il s'agit, à partir de questions, de retrouver le solide choisi.

### **Préparation matérielle : quelques éléments à prendre en compte**

- la nature des solides, bien évidemment par rapport aux objectifs visés
- la taille des solides, pour une bonne visibilité par tous les enfants
- la taille des solides les uns par rapport aux autres, éviter les disproportions, sauf si un travail sur les dimensions est recherché, mais ce n'est pas le cas ici.
- la position des solides dans la classe, également pour une bonne visibilité, ils peuvent être posés sur un support rehaussé, sur un socle au milieu de la classe, accrochés au tableau, suspendus au plafond ...

Les solides sont numérotés pour des raisons de commodité, mais on pourrait envisager qu'ils soient repérés par leur nom générique. Certains peuvent être connus, d'autres non, le maître peut favoriser l'utilisation de leur nom.

Il est important de présenter le matériel dans un premier temps. Que tous les enfants puissent voir chaque solide suivant toutes ses faces. L'observation première permet la description future. (Cette activité fait donc suite à des activités d'observation, de description, de manipulation.)

La règle du jeu, bien que facile à retenir, doit être écrite, elle reste en référence tout au long du déroulement. Les enfants se sentent plus responsables des règles, et plus attentifs à leur respect.

Plus généralement, dès qu'il y a règles, règlement, contraintes, il est important de faire intervenir l'écrit. C'est une mémoire à laquelle chacun peut se reporter à tout moment.

Dans la règle de ce jeu, il est important d'indiquer :

- le choix d'un solide, le système questions / réponses, les conditions de proposition d'un nom.

- et surtout la nature du questionnement autorisé, " *les questions doivent porter sur des propriétés géométriques des solides* ". C'est une façon de préciser le cadre de travail de l'activité et déjà les objectifs visés.

## **Propositions de fonctionnement**

- Un fonctionnement collectif

L'enseignant choisit un solide et note son nom ou son numéro à un endroit, que l'on consultera pour vérifier une proposition. Les enfants posent des questions, notées au tableau (pour mémoire et déjà en prévision d'un petit bilan à la fin du jeu), l'enseignant y répond au fur et à mesure, et les enfants font des propositions.

Ce fonctionnement a quelques désavantages, il permet difficilement à chaque élève de s'investir dans l'activité de raisonnement, lien entre les questions, déduction, ... souvent prise en charge par le maître. Et la gestion du groupe est plus délicate. Cependant ce dispositif peut constituer une première approche du jeu.

- Fonctionnement en groupe

Par équipe. Chaque équipe pose une question chacune son tour. Il faut se concentrer dans l'équipe pour bien choisir la question. Ensuite chaque équipe après réflexion fait une proposition, qui est validée par le restant de la classe. Cela permet à chaque groupe d'expliquer sa logique et son choix, et d'être éventuellement remis en cause par les autres groupes.

Variante :

Chaque équipe peut poser au plus X questions, qu'elle écrit sur une feuille de papier. L'enseignant répond également par écrit, dans chacune des équipes. Les propositions et validations se font comme précédemment collectivement.

L'intérêt de faire intervenir un écrit collectif (au sein d'une équipe) avec X questions, permet à l'ensemble des enfants de s'exprimer, les astreint plus ou moins à se mettre d'accord, plus facilement que si les questions restent orales, et cela favorise les échanges au sein de l'équipe.

Difficultés de cette variante pour une mise en œuvre en CP où se posent des problèmes de codage par écrit (à moins d'un travail préalable).

---

## **COMPTE RENDU ET ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

---

### **De la difficulté de se dégager des objets du quotidien**

L'objectif de cette situation est d'amener les élèves à adopter un point de vue géométrique sur les solides, à dégager certaines propriétés géométriques permettant de les décrire.

Or a priori, il n'y a aucune raison pour que les enfants le fassent naturellement, surtout dans les petites classes. Pour qu'ils se détachent de " est-ce que c'est une couronne, un bâtiment, une tente, une boîte, un chapeau .... " il est important :

- d'utiliser un vocabulaire non ambigu : solide plutôt qu'objet,
- de préciser dans la consigne que les questions ne peuvent pas porter sur la ressemblance à des objets du quotidien, mais doivent porter sur des aspects descriptifs, des propriétés géométriques.

Il ne faut pas hésiter à utiliser le vocabulaire adapté : sinon croyant simplifier pour une meilleure compréhension, on favorise des références inadaptées pour de bonnes représentations. Au contraire l'exigence du vocabulaire permet de cadrer plus justement la situation, elle permet aussi aux enfants de se l'approprier plus facilement et rapidement.

### **De la difficulté à bien distinguer les formes planes des formes spatiales**

" Est-ce que c'est un carré, un triangle, un cercle, ... "

La confusion entre le solide et la nature de ses faces est fréquente à tous les niveaux.

C'est assez naturel ; la plupart des travaux en géométrie depuis la maternelle se fait autour des figures planes. D'autre part quand on s'intéresse aux faces d'un solide, on travaille effectivement dans le plan défini par cette face. D'où l'ambiguïté. Ici encore il faudra utiliser le vocabulaire adéquat, les solides ne sont pas des " figures ", mais bien des " solides ", ou des objets « en relief », « en volume » ...

Il est donc important ici de bien dégager la notion de face, en indiquant effectivement qu'une face est une figure plane, " *le solide a une face carrée, une face triangle, une face disque, ....* ", mais l'association dans l'espace de ces faces, constitue un solide, et n'est plus une figure plane.

L'enseignant peut aussi avoir prévu des figures planes, qu'il utilise lors du jeu du portrait, pour permettre la distinction entre " le solide est un carré " et " le solide a une face carrée ". Il est judicieux alors de choisir un autre solide que le cube, pour faire cette remarque. En effet le cube a toutes ses faces carrées, donc la distinction est peu pertinente. Par contre elle se comprend mieux pour le prisme à base hexagonale et faces carrées. Visiblement ce solide n'est pas carré. D'autre part il vaut mieux éviter ici de découper les figures planes dans du carton ou autre matière avec épaisseur, car cela leur confère plus facilement un statut d'objet (matériel). Il est préférable de représenter les figures planes sur une feuille, l'aspect plan est plus présent (ou de les découper dans du bristol).

### **Le problème du " pointu " et des sommets**

" Est-ce que le solide est pointu ? Est-ce qu'il a une pointe ? Un pic ? Une aiguille ? Est-ce qu'il a un sommet ?... " Que recouvre ce vocabulaire ?

Il peut être lié pour certains élèves à la *notion mathématique de sommet*. Ceux qui considèrent que le cône est tout aussi pointu que le cube ou le prisme à base hexagonale, sont sûrement proche de cette idée de sommet.

Si par contre le pointu pour d'autres élèves est uniquement associé au cône ou à la pyramide, c'est à dire à un solide présentant un point situé au plus haut du solide quand il est posé sur la table, alors ce point(u) est plus synonyme de *sommet au sens quotidien du terme* en référence au sommet d'une montagne par exemple.

L'utilisation du mot pic pose les mêmes problèmes. Certains enfants l'utilisent pour sommet au sens mathématique, et alors le cube a bien des pics ; d'autres l'utilisent au sens courant et alors le cube n'a pas de pic. C'est par les précisions apportées par les enfants, en leur demandant d'illustrer ce qu'ils disent par des exemples, de montrer les solides, ... que l'on peut savoir ce qu'ils ont en tête, et apporter par conséquent des précisions.

L'enseignant doit faire évoluer le vocabulaire, surtout lorsqu'il est inadapté et ambigu. A la question " est-ce qu'il est pointu ", il est nécessaire de renvoyer un questionnement pour faire préciser à l'élève l'usage qu'il fait de ce mot (géométrique, ou courant). Intégrer aussi les autres enfants à ce moment d'explicitation est tout aussi nécessaire.

### **Le problème du " rond "**

" Est-ce qu'il est rond ? Est-ce qu'il a une face ronde ? Une face arrondie ? Est-ce qu'il tourne ? " Ici la difficulté vient de l'utilisation d'un même mot dans deux cadres différents, le plan et l'espace.

Quand on dit que la sphère est ronde, la référence à l'espace est évidente. Mais quand on dit que le cône ou le cylindre est rond, de quelle face parle-t-on ? Les planes, ou la non plane ?

Certains élèves parlent également de rond à propos du prisme à base hexagonale. Et en effet l'hexagone étant régulier, inscriptible dans un cercle, il donne un aspect rond au solide. Ici encore il est nécessaire de renvoyer un questionnement aux élèves leur permettant d'explicitier et de saisir ces nuances.

L'usage du mot " circulaire " pose les mêmes problèmes que précédemment. Par contre le mot " disque " renvoie explicitement à une surface plane. Ainsi une question du type " Est-ce que le solide a une face en forme de disque ? " ne prête pas à confusion.

" Est-ce qu'il tourne ? " question également à préciser. Tout solide peut tourner sur lui-même, beaucoup d'entre eux sont invariants par rotation.

" Est-ce qu'il roule ? " déjà plus proche de l'idée qu'il existe au moins une face non plane. Cette question pourrait renvoyer à la sphère et aux surfaces cylindriques ; cependant, on peut toujours se débrouiller pour faire " rouler " un cube, en le lançant assez fort ... Il vaut mieux se dégager de cette référence spatiale, pour revenir à la notion de face plane et face non plane.

### **" Est-ce que le solide est plat ? "**

Deux interprétations possibles : cela veut-il dire " toutes les faces sont planes " ou bien " il existe au moins une face plane " ? Ce n'est pas tout à fait la même chose : dans le premier cas le cône n'est pas plat, dans le second cas le cône est plat. Ici encore à préciser.

### **D'autres questions posées plus explicites**

- présence d'angle droit
- nombre de faces
- " est-ce qu'il a des faces identiques ? ", " est-ce que deux faces sont pareilles ? "
- présence et/ou nombre d'arêtes
- " Est-ce qu'il a un angle ? " sûrement en référence à la présence d'angle pour une surface plane, ainsi la sphère, le cylindre, les cônes n'ont pas d'angle. Mais on pourrait par exemple définir l'angle formé par une face plane et la face courbe du cylindre. Cela se complique alors, mieux vaut rester dans le premier cas : angle dans un plan.
- " Est-ce que c'est la même dimension de tous les côtés ? Est-ce que les mesures sont égales ? Est-ce qu'ils sont tous de la même hauteur ? "

**Parle-t-on des faces ou des arêtes ? Attention le mot " côté " est ambigu et ne permet pas de préciser. Ici la confusion est grande bien que l'introduction des longueurs puisse être pertinente.**

# LES ENONCES DE SAVOIRS EN MATHEMATIQUES

Ariane FERMAUD

Sophie GOBERT

---

## INTRODUCTION

---

Nous rendrons compte ici dans une première partie de la problématique présentée pour cet atelier. Dans une seconde partie nous présentons le déroulement effectif de l'atelier avec consignes travaux et éléments de synthèse des discussions. Dans un troisième temps nous listerons les questions soulevées lors des débats, questions ouvertes larges et générales, elles constituent des perspectives d'approfondissement de recherche ou des pistes de travail.

---

## I. PRESENTATION DE LA PROBLEMATIQUE

---

### 1. aspects généraux

- ◆ L'enseignant de l'école primaire est polyvalent, et a priori n'est pas expert des disciplines qu'il enseigne (et encore moins les enseignants débutants), il a besoin d'outils pour préciser les savoirs qu'il a à enseigner, à faire apprendre aux élèves ; les programmes, les manuels scolaires, d'autres documents pédagogiques, ses propres connaissances et son expérience. Il y cherche des activités pertinentes à faire autour d'une notion, des définitions, des formulations qu'il peut utiliser avec ses élèves, formulations que nous allons appeler des énoncés de savoir.
- ◆ Par exemple autour de la notion et du mot « fraction » ou « nombre décimal », quelles sont les formulations qui énoncent les savoirs à apprendre pour les élèves, et plus simplement, quelles sont les formulations qui disent ce qu'est une fraction, en langage compréhensible par des élèves de cycle 3 ; ou bien autre exemple, le mot « compter » au sens de dénombrer, dispose-t-on de formulations autour de ce mot permettant d'explicitier pour un élève de maternelle, de ce que signifie compter. C'est un savoir, mais comment l'énonce-t-on pour les élèves s'il y avait besoin de répondre à la question « maîtresse ça veut dire quoi compter ? ».

En général on ne trouve pas dans les programmes de l'école primaire d'énoncés de savoir ; et ceci peut paraître assez normal puisque ce n'est pas leur fonction. Cependant, pour certaines disciplines, des documents d'application ou d'accompagnement explicitent les apprentissages visés par une clarification des savoirs en jeu. Tel est le cas pour « les sciences » et « la découverte du monde » pour lesquelles on trouve un document « fiches connaissances » dont nous citons ci-après l'introduction : elle nous paraît très claire sur les objectifs de clarification des énoncés de savoir et participe en cela à éclaircir notre problématique :

**Ces fiches s'efforcent d'exprimer, en des termes accessibles à des élèves scolarisés à l'école élémentaire, les principales connaissances scientifiques** sous-jacentes aux différents chapitres du programme « Découvrir le monde » (cycle des apprentissages fondamentaux) et « Sciences et technologie » (cycle des approfondissements).

Ces fiches ne constituent en aucune manière un manuel d'enseignement des sciences à l'école primaire. Notamment la démarche pédagogique, les choix de situations concrètes servant de support à l'activité, la description et la réalisation d'expériences sont délibérément absents de ces documents. Il est clair en particulier que le paragraphe « connaissances » de chaque fiche ne prend sens pour les élèves que lorsqu'ils construisent ces connaissances au cours de la démarche pédagogique active guidée par le maître. [...]

Conçues comme un outil d'aide au travail des enseignants et des équipes pédagogiques, **certaines fiches peuvent, dans leur partie « connaissances », apporter une aide pour élaborer avec les élèves la formulation des conclusions résultant des activités d'investigation menées en classe.** Chaque fiche recense également quelques difficultés provenant des liens ou des confusions entre les termes employés dans le domaine scientifique et le vocabulaire courant. Ces liens constituent souvent un obstacle à la compréhension par les élèves des résultats obtenus lors de la démarche scientifique. [...]

C'est bien dans cette optique que nous souhaitons travailler : **disposer en mathématiques de telles fiches connaissances, et pour cela, tenter d'élaborer des formulations, en des termes accessibles à des élèves, des principales connaissances mathématiques à enseigner à l'école primaire.**

## **2. Petit regard dans les manuels scolaires**

Ce paragraphe est un clin d'œil, pour illustrer notre propos sur la diversité des énoncés de savoir proposés dans les livres pour les maîtres. Nous avons regardé dans trois manuels de CE1 l'activité proposée aux élèves pour laquelle se formule ce qu'est un axe de symétrie. En annexe 1 figurent les détails des situations proposées aux élèves.

Nouvel Objectif Calcul CE1

**« Quand on plie un napperon sur un axe de symétrie, les deux parties obtenues se superposent exactement. »**

Cap Maths CE1

**« Pour certaines figures, on peut plier le papier de façon à ce que deux parties de la figure se superposent (trait sur trait) ; ce trait s'appelle « axe de symétrie de la figure ». Certaines figures n'ont pas d'axe de symétrie, d'autres en ont plusieurs. »**

Diagonale Maths en herbe CE1

**« Axe de symétrie : un papillon est dessiné avec l'axe marqué en rouge en oblique. »**

La juxtaposition de ces énoncés de savoir parle d'elle-même. Nous laissons au lecteur le soin de mettre en correspondance ces définitions avec les quelques éléments d'analyse ci-après :

Formulation, savoir explicite ou absent, contextualité ou formulé de façon générale, environnement constitué d'images variées, unique, riches, stéréotypées, ..., précision et richesse de ce qui est dit mathématiquement sur le savoir énoncé, ...

---

## **II. CONSIGNE AUX PARTICIPANTS DE L'ATELIER**

---

*« Repérer les mots que vous utilisez en mathématiques et pour lesquels votre expérience vous a amené à élaborer des formulations spécifiques. »*

Pour faciliter la mise en commun et les échanges pour un même mot sur plusieurs cycles, nous avons précisé une liste de mots choisis pour leur utilisation fréquente et à divers moments de la scolarité. Les mots proposés : chiffre, nombre, dizaine, carré, triangle, point, ligne, droite, angle droit, égalité de longueur. Nous avons également précisé :

*« L'objectif de ce travail est d'échanger sur diverses pratiques pour non pas arrêter des formulations, qui seraient une norme, mais plutôt faire émerger les questions posées à la recherche, et sur l'usage de ces formulations, pour avoir suffisamment de propositions raisonnables, afin que chacun puisse y trouver matière et adapter ses propres énoncés de savoirs en fonction de sa réalité de classe, et de l'adéquation aux savoirs mathématiques sous-jacents. »*

Les participants ont travaillé par groupe de cycle (maternelle, cycle 2, cycle 3, et un groupe de professeurs formateurs en mathématiques). Ils ont écrit leur exposé sur des affiches permettant leur lecture par tous lors de la mise en commun. Les travaux des groupes sont proposées en annexe 2.

---

## **III SYNTHÈSE SUR LES ÉCHANGES LORS DE LA MISE EN COMMUN**

---

### **1. Différents types de définitions**

Il apparaît au vu des propositions des participants, différents types de définitions ou formulations des connaissances, nous avons tenté de les mettre en évidence par les expressions génériques suivantes :

**Une liste exhaustive** « les chiffres : c'est 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 »

**Un exemple** « C'est ça ... », ou de plusieurs exemples

**Une analogie ou une métaphore** « C'est comme ... »

Analogie fonctionnelle « les chiffres c'est comme les lettres ... »

Ou métaphore imagée « le triangle c'est comme le toit d'une maison »

**Une liste de propriétés** « le carré il a quatre angles droits, quatre côtés de même longueur »

**Un cas particulier de ...** « le carré c'est un losange avec un angle droit »

**Une définition perceptive** « un angle droit c'est un angle de carré »

## **2. Les aspects auxquels il faut être attentif**

Lors des échanges des aspects plus généraux des formulations ont également été soulevés.

- Le lien avec les situations qui donnent du sens aux notions
- Les images et le matériel associés à la formulation
- L'évolution des formulations dans le vocabulaire et la syntaxe en fonction du niveau de classe
- Définition fonctionnelle, imagée, ou savante ?
  - Assumer les définitions selon les cycles
  - Plus fonctionnelle et dynamique en cycle 1 et 2 et plus statique au cycle 3.
  - Comment effectuer le passage d'une définition à une autre ?
- Le caractère dynamique, statique ou mixte des formulations
  - « La ligne droite, elle doit suivre la règle » ; « Les chiffres servent à écrire les nombres »
- La prise en compte dans les formulations du lien avec le langage courant (en distorsion, ou en adéquation), et des formulations des élèves
- Le lien avec la théorie (la justesse mathématique)
- La nécessité des multiples formulations pour éviter les focalisations de conceptions
- La présence des contre exemples (on voit bien ce qu'est une chose en voyant aussi ce que ce n'est pas)

## **3. Autres aspects plus épistémologiques**

Ces diverses questions en amènent d'autres, problématiques récurrentes à l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie.

Quelle est l'articulation entre la géométrie perceptive, la géométrie instrumentée, et la géométrie déductive (argumentée), et comment se gère-t-elle dans l'enseignement à l'école primaire ?

Quelle(s) limite(s) mathématique(s) donner à une définition ? Par exemple au cycle 3 est-il nécessaire de travailler sur la formulation suivante « Le carré est un losange avec au moins un angle droit. » ou peut-on se contenter pour l'apprentissage de l'énoncé « Le carré est un losange avec quatre angle droit. » ?

Faut-il ou non définir à l'école élémentaire, tout mot peut-il se définir, se souvient-on des définitions ... ?

---

## IV. CONCLUSION

---

La réflexion est donc largement ouverte sur les questions précédentes.

Pour prolonger cette réflexion, nous avons fait l'annonce d'un séminaire de travail autour de ces questions, séminaire auxquels sont conviés les formateurs de mathématiques, de français, des maîtres formateurs, des conseillers pédagogiques et inspecteurs de l'Education Nationale. Dans ce travail en commun, nous tentons d'élaborer un document à destination des professeurs des écoles, sur des énoncés de savoir en mathématiques, en orientant notre travail de la façon suivante : regard dans des manuels, anciens et plus récents, recherche sur l'étymologie, liaison avec les significations des mots en français, recensement des propositions de formateurs, professeurs des écoles débutants ou expérimentés, articulation des énoncés de savoir selon les cycles et le passage école collège.

Ce séminaire a débuté cette année, nous le reconduisons pour l'année prochaine. Il aura lieu sur le site d'Aix en Provence, une fois tous les deux mois. Pour en savoir plus contacter les responsables de la brochure.

Elément de bibliographie proposé en fin d'atelier : les dico-maths CE2, CM1, CM2 de la collection « Cap Maths » chez Hatier.

Pensés pour un usage en classe par les élèves, comme des documents rassemblant les savoirs relatifs aux apprentissages à l'école primaire, ils sont des outils précieux de clarification, de propositions pour des formulations d'énoncés de savoirs accessibles aux élèves de cycle trois.

Citons la quatrième de couverture du dico-maths CM2

Le dico-maths et son index sont là pour t'aider à retrouver une explication, une définition, le sens d'un mot. Voici deux exemples :

Tu ne sais pas comment lire un nombre décimal ? Va à l'index. A « Nombres décimaux, tu trouves un numéro de page. A cette page tu pourras lire les informations qui concernent la lecture et l'écriture des nombres décimaux.

Tu ne sais plus ce que veut dire le mot *perpendiculaire* ? Va à l'index. Au mot « Perpendiculaire », tu trouves un numéro de page. A cette page, tu pourras lire une information sur ce mot.

## **Annexe 1 : Activités d'introduction du vocabulaire « axe de symétrie » dans trois manuels de CE1**

Nous rendons compte de ce qui est écrit dans le livre du maître, sans ajout de notre part, en précisant tout les éléments de formulation pour comprendre la situation et les savoirs en jeu.

---

### **NOUVEL OBJECTIF CALCUL CE1 LIVRE DU MAITRE P157-159**

---

Objectif : Découvrir la symétrie axiale par pliage

Activité préparatoire : réaliser des napperons et ribambelles

En mise en commun des réalisations, commenter :

Quand on plie en deux, on obtient un napperon qui a deux moitiés qui se ressemblent, mais les découpes sont en sens inverse. Quand on plie en quatre les quatre parties se ressemblent, c'est comme si on les avait fait pivoter

Application : reproduire un napperon donné en modèle

Dans la mise en commun,

Faire exprimer les difficultés rencontrées, les moyens de les dépasser.

Une démarche méthodique consiste à repérer les quatre parties identiques, il est donc nécessaire de plier en quatre. Ensuite dès que le pliage en quatre est fait, il est commode de positionner le pliage en repérant les bords, les plis, le centre, pour faire des découpes arrondies des angles et du bord sur le bon côté du pliage. Ces découpes vont servir de repères pour les autres.

Demander ensuite à chaque élève de déplier son napperon. Introduire à ce moment la notion de symétrie par rapport au pli. Faire tracer les plis en couleur et donner l'expression « axe de symétrie ».

Conclure avec les enfants : « **Quand on plie un napperon sur un axe de symétrie, les deux parties obtenues se superposent exactement.** »

---

### **CAP MATHS CE1 LIVRE DU MAITRE P221**

---

#### **Objectif :**

Chercher à comprendre ce qu'est l'axe de symétrie d'une figure en lien avec la notion de pliage

#### **Activité d'observation et de manipulation**

A partir d'un lot de figures importants (plus d'une dizaine) montrées aux élèves.

**Consigne :**

Certaines figures ont des propriétés particulières. Prenons par exemple la figure 6. Je peux plier la figure en deux pour avoir deux parties de cette figure qui se superposent, trait sur trait. Essayez à votre tour.

**En synthèse**

**« Pour certaines figures, on peut plier le papier de façon à ce que deux parties de la figure se superposent (trait sur trait) ; ce trait s'appelle « axe de symétrie de la figure ». Certaines figures n'ont pas d'axe de symétrie (comme la figure 7), d'autres en ont plusieurs (figure 1). »**

---

**DIAGONALE MATHS EN HERBE CE1 LIVRE DU MAITRE P200**

---

**Objectif :**

Faire découvrir les notions de symétrie et d'axes de symétrie d'une figure

**Exercice 1 :**

Compléter [le coloriage d'une figure avec un axe de symétrie dont une partie d'un côté de l'axe est déjà colorié.]

**Consigne**

Complète comme si tu pliais la feuille autour du trait rouge.

Montrer qu'une seule partie du dessin est coloriée ou dessinée. Indiquer que l'on pourrait plier autour du trait rouge (on dit que c'est l'axe de symétrie de la figure complète)

**On trouve dans l'encadré « Je retiens bien » du fichier de l'élève p 95 :**

**« Axe de symétrie**

**Un papillon est dessiné avec l'axe marqué en rouge en oblique. »**

## Annexe 2 : Compte-rendu des travaux écrits - Affiches des participants

### **Groupe Cycle 1**

*En italique des formulations élèves*

Chiffre Nombre	<i>numéro</i>
Carré	Quatre côtés pareils (de la même longueur) Quatre pointus, quatre sommets
Triangle	Trois pointus. Trois sommets. Trois côtés <i>Le toit de la maison</i>
Rond/disque	Disque cercle <i>Rond</i>
Ligne Ligne droite	La ligne droite, elle doit suivre la règle <i>Trait</i>
Angle Angle droit	L'équerre (outil des grands) doit rentrer parfaitement, juste comme il faut, superposer. <i>Pointu</i>
Egalité longueur	de Aussi long que

### **Groupe Cycle 2**

Chiffres Nombres	Les lettres servent à écrire les mots. Les chiffres servent à écrire les nombres (à introduire après le travail sur la numération positionnelle. Avant la confusion est tolérée mais l'enseignant s'oblige à utiliser les bons termes.)
Dizaines	Paquets ou groupe de 10
Carré	4 côtés « pareils » en GS, « de même longueur » en CE1, avec 4 pointus droits.
Angle droit	Pointu droit qui peut être dans tous les sens. On sait le trouver sur l'équerre. « Coin du carré ».
Egalité longueur	de « pareils »

**Groupe Cycle 3**

Chiffre	C'est comme une lettre qui permet d'écrire un mot ; c'est un signe d'écriture, comme une lettre. C'est 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
Nombre	C'est un mot de maths, écrit, codé avec un ou plusieurs chiffres. C'est une quantité avec un ou plusieurs chiffres.
Dizaine	Un paquet de dix (unités). Une barre dizaine (matériel : cube unité / barre de dix / plaque de cent ...) Objet ou support pour la numération positionnelle : tableau ; le nombre de dizaines (problème de statut, valeur positionnelle selon la famille)
Carré	C'est un rectangle qui a la longueur égale à la largeur. C'est un losange qui a un angle droit. Trois critères : quatre angles droits ; quatre côtés de même longueur ; les côtés opposés parallèles

**Groupe professeurs formateurs**

Chiffre cycle 1	Un chiffre c'est ça ...□ 4
Chiffre cycle 2	Les chiffres servent à écrire les nombres comme les lettres servent à écrire les mots. Il existe dix chiffres {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} qui permettent d'écrire tous les nombres. (Il existe vingt-six lettres {A, B, ..., Y, Z} qui permettent d'écrire tous les mots.)
Chiffre cycle 3	Les nombres peuvent s'écrire de deux façons : avec des chiffres ou avec des mots, ceux que l'on prononce quand on les lit.

# PROPOSITIONS D' ACTIONS DE FORMATION AUPRES DES PROFESSEURS DES ECOLES,

*Stages d'école, animations pédagogiques en circonscription  
Participations à un stage long.*

---

## **PANORAMA DETAILLE ET ILLUSTRE « PARLER, LIRE, ECRIRE EN MATHEMATIQUES » - 3H**

---

Lecture commentée des nouveaux programmes, telle que Pierre Eysseric la propose dans sa communication (reproduite dans cette brochure).

---

## **PANORAMA GENERAL ET TRAVAIL PARTICULIER SUR UN THEME – 6H A 9H**

---

- Lecture commentée des nouveaux programmes, telle que Pierre Eysseric la propose dans sa communication.
- Au choix, développement sur un thème parmi les suivants, à partir des questionnements stagiaires, apports d'informations et de documents.

Le vocabulaire mathématique

Le symbolisme, les tableaux et les graphiques

Lecture et résolution de problèmes

La formulation des réponses par les élèves : le travail de rédaction en mathématiques

Les différents types d'écrits en mathématiques

Expliquer - Argumenter en classe de mathématiques

Description d'une figure – Programme de construction

La place de l'oral dans l'apprentissage du calcul mental

Le travail de la consigne en mathématique

Quels textes mathématiques proposer à la lecture des élèves ?

Les traces écrites des apprentissages

---

## **LE ROLE DU LANGAGE DANS LES ENONCES DE PROBLEMES RELEVANT DU CHAMP ADDITIF – 3H**

---

Le langage comme moteur de compréhension ou d'incompréhension pour la représentation et la résolution de problèmes additifs ou soustractifs.

A partir de nombreux exemples et d'études de recherche.

---

## **LE ROLE DES DIFFERENTES FORMULATIONS D'UN ENONCE D'EXERCICE OU DE PROBLEME : MATERIELLE, ORALE, ECRITE, REPRESENTEE, ... - 3H A 6H**

---

La variation des formes de présentation des problèmes pour une meilleure appropriation, compréhension et résolution par les élèves de tous niveaux.

A partir d'exemples et d'études de recherche.

---

## **LES DIFFERENTS TYPES D'ECRITS EN MATHEMATIQUES (ECRIT DE RECHERCHE, ECRIT DE COMMUNICATION, ECRIT DE REFERENCE) – 6H**

---

Repérer avec les stagiaires des différents types d'écrits présents dans pratique de classe ; faire émerger des classifications et les contextes d'usage de ces différents écrits.

Situations élèves filmées, situations stagiaires, apports d'éléments sur les fonctions des écrits, documents et exemples.

---

## **LES DIFFERENTS TYPES D'ECRIT ET L'ORAL DANS LES PROBLEMES DE RECHERCHE – 6H**

---

Opérationnalisation du programme précédent pour le travail sur des problèmes de recherche « consistants ».

---

## **ANALYSE DES PRATIQUES LANGAGIERES DES ELEVES – 6H**

---

Repérer les formulations élèves, les analyser et proposer des outils pour l'évolution des pratiques langagières.

A partir de présentation de travaux de recherche, des échanges sur les pratiques des stagiaires, d'activités du type « Explique ... à ta manière » (explique cent, explique  $12 + 5$ , explique angle droit, ...).

---

## **ANALYSE DES PRATIQUES LANGAGIERES DES ELEVES EN ARTICULATION AVEC LE VECU PROCHE DES STAGIAIRES – 6H A 9H**

---

Séances en deux temps séparés par un ou deux mois. Un premier travail reprenant le programme précédent et définissant un contrat d'étude pour des prises d'informations ciblées en classe durant la période intermédiaire. Retour sur les pratiques langagières repérées par les stagiaires et mise à l'étude sur le second temps de formation.

---

## **ANALYSE DES PRATIQUES LANGAGIERES DU MAITRE – 6H A 12H**

---

Travail sur les formulations du maître : consignes, éléments d'aide, éléments de synthèse.

A partir des manuels scolaires utilisés par les stagiaires.

---

## **CONSTRUCTION D'ECRITS DE REFERENCE EN MATHEMATIQUES – 6H A 12H**

---

Elaborer en commun des écrits de référence en mathématiques. En commun sur un niveau (par exemple les écrits de référence en mathématiques au CP) ou sur un cycle (les écrits de référence sur la numération au cycle 3) ou sur un thème traversant les cycles (les écrits de référence en géométrie cycle 2 et 3).

A partir des programmes, manuels, connaissances et pratiques personnelles des stagiaires, documents formateurs.

---

## **ALBUMS ET MATHEMATIQUES – 6H A 12H**

---

- Les albums, lieu d'apprentissage de divers savoirs mathématiques ;
- Les mathématiques, outils pour la lecture de certains albums.

A partir de nombreux ouvrages, documents de recherche, et propositions de travail. Fabrication d'albums mathématiques...

---

## **SITUATIONS DE COMMUNICATION ET APPRENTISSAGES MATHÉMATIQUES – 12H STAGE D'ÉCOLE**

---

Mettre en évidence les différents types de situations de communication en mathématiques (pour passer commande, pour se concerter, pour décrire, pour argumenter ...) ; en analyser les enjeux en terme d'apprentissages, à partir des rôles et fonctions du langage.

A partir de situations élèves filmées, et des situations stagiaires vécues, exemples pris sur des thèmes différents et à différents niveaux de la scolarité.