Délibération et prise de décision

Proposition d'activités mathématiques en collège

Groupe de travail Liaison Collège-Université de l'IREM d'Aix-Marseille

Faculté des Sciences de Luminy – IREM d'Aix-Marseille

Auteurs : Georges Blanc, Chantal Blais, Marie-Renée Fleury-Donnadieu, Sandrine Gainet, Bernard Martini, Anne Pichon, Anne-Marie Russac, Michel Tanner

N° 29

2003

SOMMAIRE

A- INTRODUCTION

Le savoir est déclaratif. Il suppose bien sûr (à moins d'être le simple résultat d'un dressage) un accès au sens de son contenu mais il ne s'accompagne pas nécessairement de l'aptitude à le mettre en œuvre, à l'appliquer, à résoudre grâce à lui des problèmes. Connaître les tables de multiplication, savoir le théorème de Pythagore ou des formules de dérivation ne suffisent pas pour effectuer une multiplication de nombres à plusieurs chiffres, calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle ou dériver une fonction non élémentaire. L'opérationnalisation d'un savoir mobilise des compétences qui ne sont pas inscrites comme telles dans la possession du savoir. Plus que savoir, il faut alors savoir **et** savoir-faire. Mais est-ce encore suffisant ?

Certaines applications de savoirs mathématiques donnent lieu à des méthodes bien précises et répétitives. L'enseignement consiste pour une part à faire en sorte que les élèves assimilent et possèdent ces méthodes qui peuvent être désignées comme des savoir-faire (effectuer une multiplication de nombres simples en écriture décimale, calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle isolé, dériver une fonction élémentaire simple).

D'autres situations exigent, outre ces savoir-faire, d'autres compétences. L'outil ne s'impose plus, le chemin à suivre n'est pas évident (effectuer mentalement un produit qui ne se prête pas a priori au calcul mental, extraire une sous-figure dans laquelle s'appliquera un théorème, appliquer des formules en étages). Le travail ne réside plus dans la simple application d'une méthode, bien définie, unique, valant dans toutes les situations appartenant à une même "famille". **Elle n'est pas pour autant un cheminement aléatoire**, livré à l'inspiration du moment (à la seule "intuition").

Pour ce type de situation, une recherche raisonnée mobilise alors des aptitudes comme :

- Mobiliser une pluralité de savoir-faire susceptibles d'intervenir ;
- Concevoir des procédures différentes, toutes susceptibles a priori de s'appliquer à la situation donnée ;
- Faire preuve d'une analyse critique (éventuellement anticipée) à l'égard de la mise en œuvre de ces savoir-faire et de ces méthodes ;
- Etre capable du choix raisonné d'une voie d'accès paraissant bien, ou mieux que d'autres, adaptée à la situation présente ;
- Savoir abandonner une méthode, si elle se révèle peu pertinente ou inadaptée, au profit d'une autre.

Bref, la mise en œuvre d'un savoir-faire univoque est immédiate. En revanche, la recherche raisonnée suppose la **délibération**.

Le présent document propose et analyse des activités de collège (conformes aux programmes) destinées à favoriser l'activité de recherche des élèves et susceptibles d'une pluralité d'approches. Il propose par ailleurs une gestion de classe visant à familiariser l'élève avec une démarche de délibération.

B - Inconvénients des procédures standards
Faculté d'imagination des élèves

La richesse des mathématiques vient de la multiplicité des approches :

- multiplicité des "définitions" d'une notion ;
- multiplicité des écritures d'un nombre ;
- multiplicité des démarches de résolution et de démonstration.

Il est pourtant inhérent à notre cerveau de vouloir "cloisonner" : cloisonner les concepts, les définitions, les méthodes.
Par exemple, il est possible de définir le rectangle de différentes manières mais l'inclinaison "naturelle" de notre esprit conduit à se poser la question : *Finalement, c'est quoi le rectangle ?*
C'est comme s'il y avait, pour un être mathématique donné, une approche privilégiée (la " définition ") révélant le fond de la réalité de cet être et des approches annexes, plus périphériques, moins proches de cette réalité.
On pourrait aussi prendre l'exemple du nombre, qui aurait une écriture princeps et des écritures dérivées, secondaires.

De même, nous aimerions bien associer à chaque situation de recherche une marche à suivre univoque.
On trouve l'exposé de tels procédés généraux, supposés efficaces quel que soit le cas singulier, dans des précis de méthodes :

- Pour chercher si deux nombres sont premiers entre eux, on les décompose en facteurs premiers.
- Pour résoudre un problème de proportionnalité, on recourt au produit en croix.

Certes, il ne s'agit pas de rejeter ces repères, ces méthodes rassurantes auxquelles on peut toujours avoir recours. La force d'une bonne méthode consiste d'ailleurs dans son application systématique universelle (« Cela marche toujours »). L'élève les attend, le professeur se doit à un moment, de les présenter. L'élève s'en crée quelques-unes en plus de celles qui lui sont enseignées (« Pour savoir si deux nombres fractionnaires sont égaux, j'effectue les deux divisions et je compare les écritures décimales des quotients »).

Il n'en demeure pas moins que la mise en œuvre d'une méthode unique et générale peut se révéler maladroite, longue dans son exécution, semée d'embûches, et peut occulter le sens de la situation.

- Concernant par exemple la décomposition en facteurs premiers, les textes des programmes de 3° notent un abus du recours à cette pratique : *certes les facteurs premiers de petits nombres s'obtiennent facilement. Mais il n'en est plus du tout de même pour de plus grands nombres, dont l'ordinateur rend aujourd'hui naturelle la considération. Il sera beaucoup plus facile d'établir directement (par l'algorithme d'Euclide par exemple) que les deux nombres 12345678910111213 et 10000000000000007 ne sont pas premiers entre eux que d'essayer de trouver leur décomposition en facteurs premiers*

- Cela se constate aussi avec l'impérialisme du produit en croix : c'est en effet une technique qui peut être lourde et maladroite ; une mnémotechnie qui masque l'aspect fonctionnel, alors que la vision de l'opérateur serait importante ; une méthode systématique qui stérilise l'initiative. L'initiative est en revanche à l'œuvre lorsqu'on vient à bout d'une situation de proportionnalité en recourant tantôt au coefficient, tantôt aux propriétés de linéarité, … tantôt au produit en croix. Et là, toutes les facettes de la proportionnalité sont utiles, toutes doivent être à la disposition de l'élève.

Si l'élève est rassuré par la connaissance d'une méthode systématique, il ne faut pourtant pas en conclure trop vite qu'il manque de faculté d'imagination. On s'en aperçoit lorsqu'on lui laisse la bride sur le cou ou dans les phases qui précèdent la présentation de la méthode unique. Il sait alors prendre des initiatives, faire ses choix.

Rapportons par exemple les méthodes imaginées dans une classe pour résoudre un exercice préalable à la leçon sur la comparaison des nombres en écriture fractionnaire :

Comparer 1/4 et 1/8

On assiste à des approches très différentes selon les élèves :
- Des représentations (bouteilles, disques, rectangles, ...) ;
- La réduction au même dénominateur (8) ;
- Un raisonnement : Si l'on "divise" 1 en 4, on obtient une part plus grande que si l'on "divise" 1 en 8 ;
- Utilisation d'un nombre extérieur : 1/4 de 100 = 25 ; 1/8 de 100 = 12,5 ;
- Un raisonnement sophistiqué qui fait intervenir une addition extérieure à la consigne : 1/8 + 1/8 = 1/4, donc 1/8 < 1/4 ou 2 x 1/8 = 1/4 ….

Après le collège, il est instructif de comparer les démarches suivies pour résoudre un problème de fontaines chez des étudiants postulant au concours de Professeurs des Ecoles :

Un bassin est alimenté par deux fontaines qui ont un débit horaire constant. Utilisée seule, la première fontaine remplit le bassin en 9 heures. La seconde, si elle fonctionne seule, ne met que 7 heures à le remplir.
Combien de temps serait nécessaire pour remplir le bassin si on utilisait les deux fontaines en même temps ?

On constate, parmi de nombreuses autres, deux approches d'inspiration très différentes :
- La méthode de ceux qui ont une appréhension du problème dite (sans doute à tort) "matheuse" : la mise en équations ;
- Une démarche qui substitue au bagage mathématique l'imagination et l'initiative :
  - On suppose que les deux fontaines coulent ensemble pendant 63 heures (imagination, initiative qui fait sortir du cadre de l'énoncé). Elles rempliraient alors 16 bassins. Pour remplir un bassin elles mettraient alors 63/16 d'heure.

On voit à l'œuvre dans ces exemples, mais il serait possible de le montrer dans de multiples autres cas, deux faces de l'esprit humain : le besoin, d'une part, de disposer d'une méthode générale s'appliquant dans tous les cas d'un type donné de situation et, d'autre part, l'aptitude à imaginer des démarches multiples et à en choisir une qui paraît, mieux que d'autres, adaptée à la singularité d'un problème.

La richesse imaginative des élèves : d’autres exemples

Exemple 1 : Résolution d’un problème par une méthode originale en classe de 6ème

Enoncé (d’après Kangourou des collèges-Benjamins) :

Il y a des porcs et des oies derrière la maison. On voit 72 têtes et 200 pieds.
Le nombre de porcs est :
a. 44 b. 36 c. 28 d. 20 e. 56
Explique ta réponse.

Cet exercice, donné en classe de sixième, avait pour but de faire utiliser les opérations courantes pour vérifier l'exactitude d'une réponse en justifiant par les calculs appropriés.

Une élève a proposé la résolution suivante :

« 200 2 = 100   il y a donc 100 paires de pattes.
Il y a 72 têtes. Un porc a deux paires de pattes, une oie n'a qu'une paire de pattes.
100 - 72 = 28 il y a donc 28 porcs.
72 - 28 = 44 il y a donc 44 oies.
Vérification : 44 + 28 = 72 et 28 4 + 44 2 = 112 + 88 = 200 ».

Exemple 2 : "Les collections de disques"

Enoncé (extrait du cahier d’évaluation 1991) :

"*Quatre enfants comparent leurs collections de disques : Mireille a plus de disques que Pierre, mais moins que Françoise. Pierre a trois disques de plus qu'Olivier.*
1 - Quel est l'enfant qui a le plus de disques ?
2 - Quel est celui qui en a le moins ?"

Les quatre méthodes dégagées dans la classe :

➢ La méthode de Baptiste

« J'ai répondu que Françoise a le plus de disques car elle possède plus de disques que Mireille qui en a plus que Pierre qui en a plus qu'Olivier.
J'ai répondu qu'Olivier a le moins de disques car il possède moins de disques que Pierre qui en a moins que Mireille qui en a moins que Françoise. »

A l'oral, cet élève nous fait savoir qu'il a travaillé « comme à l'école primaire : de gauche à droite, comme pour les suites » (analogie avec des rangements par ordre croissant ou décroissant sans doute ; la transitivité de la relation d’ordre est présente implicitement dans toutes les procédures).

➢ La méthode de Pedro

« Pour trouver l'enfant qui avait le plus de disque j'ai fait :

Mireille (2) a plus de disques que Pierre (1), mais moins que Françoise. Pierre a trois disques de plus qu'Olivier (3).
Pour trouver l'enfant qui avait le moins de disque j'ai fait :
Mireille (1) a plus de disques que Pierre, mais moins que Françoise (2). Pierre (3) a trois disques de plus qu'Olivier ».

Il faut comprendre que Pedro a barré les noms au fur et à mesure qu'ils étaient éliminés par les informations fournies par le texte : le nom qui reste étant celui qui correspond à la solution. Les numéros qui indiquent l'ordre dans lequel les noms ont été barrés, ont été rajoutés sur le texte de Pedro.

➢ La méthode de Nicolas

« a. Mireille a moins de disques que Françoise.
b. Pierre a moins de disques que Mireille donc moins que Françoise.
c. Françoise a plus de disques que Mireille donc plus que Pierre.
d. Olivier a moins de disques que Pierre donc moins que Mireille et que Françoise.
e. On constate que : Françoise a le plus de disques et qu'Olivier le moins. »

➢ La méthode d'Alexandra

« J'ai fait un arbre :

$$\begin{array}{ccccc} \text{Mireille} & \longrightarrow & \text{Pierre} & \longrightarrow & \text{Olivier} \\ \uparrow & & & & \uparrow \\ \text{Françoise} & & & & \text{(Pierre)} \end{array}$$

Françoise en a plus, Olivier en a moins. »

Un élève a convaincu Alexandra de compléter l'arbre avec "Pierre" sous "Olivier". Mais d'autres ont expliqué que c'était inutile.

Conclusion

La lecture de ces diverses procédures nous déconcerte : nous avons de la peine à suivre nous-mêmes ces raisonnements, dans la mesure où nous ne pouvons pas nous raccrocher à une procédure-type comme nous en avons l'habitude dans la plupart des problèmes que nous posons aux élèves. Ceci nous permet de réévaluer les compétences de ces derniers, si nous voulons bien considérer que pour eux, il n'y a pas de routine comparable aux nôtres pour les aider dans la plupart des questions qu'ils ont à traiter. On les découvre capables d'initiative et d'organisation, dans les cas où ils s'y autorisent.

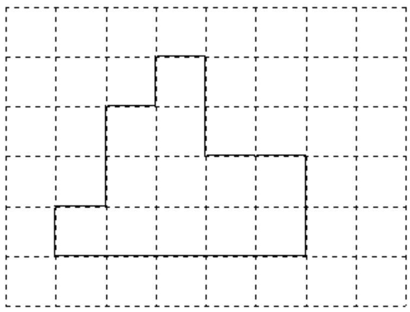
Tous ces exemples montrent qu'à côté de l'utilisation de procédures standards, l'élève est capable de méthodes plus personnelles, imaginatives, mieux adaptées à la spécificité du problème.
L'enseignant ne devrait sans doute privilégier ni l'une ni l'autre de ces approches. Et lorsque la tendance à la standardisation des méthodes est prépondérante, il se souviendra qu'il est demandé à ceux que l'école a formés, plus de prises de décision fécondes que d'exécutions de savoir-faire.

C - TROIS EXEMPLES D'ACTIVITES AVEC LEUR GESTION DE CLASSE

Niveau 6° - 5°: calcul d'aires

Analyse d'un exercice de l'Evaluation nationale 6ème (septembre 2001)

Enoncé : *Sur le quadrillage ci-dessous, trace en couleur un rectangle qui a la même aire que la figure grisée.*

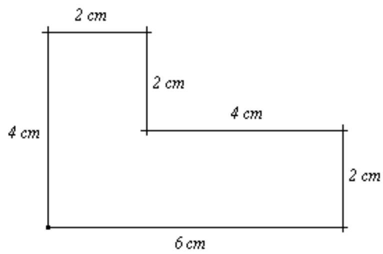


- Hypothèse d'interprétation de la difficulté : les élèves essaient de constituer le rectangle par déplacement de carreaux et le procédé n'est vraiment pas facile.
  Les élèves n'auraient donc pas *compté*. On peut y voir le signe qu'ils accèdent encore à la notion d'aire à partir de découpages et recollements, et qu'ils n'ont pas encore accès à l'abstraction de la mesure (ou qu'ils l'ont perdue).
- Il faut aussi mettre en avant la difficulté de la démarche qui leur est demandée : il leur faut commencer par déterminer une aire par comptage (l'aire de la figure initiale, 16 cm²) pour ensuite considérer le résultat obtenu comme le résultat d'un produit. Deux approches différentes de la notion d'aire doivent donc intervenir successivement au cours de la même démarche. Les élèves sont par ailleurs confrontés ensuite au libre-arbitre de la décomposition de l'entier obtenu (16) en un produit de deux nombres (16 est égal à 8 x 2 ; 4 x 4 ou 8 x 1). On peut d'ailleurs remarquer qu'aucun rectangle de 16 sur 1 n'a été proposé ; mais, pour l'élève, est-ce vraiment un rectangle ou plutôt une ligne ?

Les difficultés rencontrées au moment de cette évaluation nous ont conduit à proposer un travail sur les aires dans une classe de 5ème.
Cette activité se déroule en trois temps, répartis sur deux séances successives.

Premier temps : Recherche individuelle

L'exercice suivant est proposé à la classe :



Trouver en cm² la mesure de l'aire de la figure suivante :
Tous les angles sont droits.

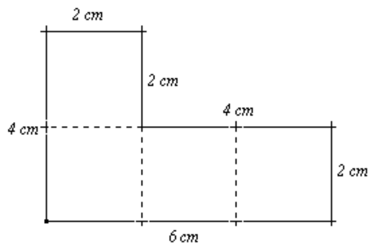
Cet exercice peut être résolu par des approches multiples.
Une recherche individuelle sur feuille, sans brouillon, est demandée aux élèves, la démarche suivie devant apparaître sur la feuille.

Deuxième temps : Confrontation des méthodes

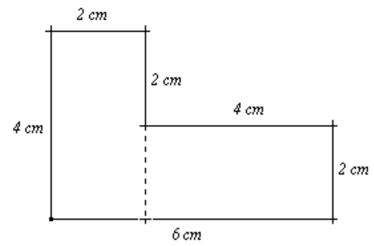
Au cours de la même séance, le professeur demande à un élève d'exposer sa démarche et sa solution. Les élèves ayant procédé autrement viennent ensuite présenter leur démarche au tableau.

Voici les différentes méthodes exposées, et les titres proposés pour ces méthodes :

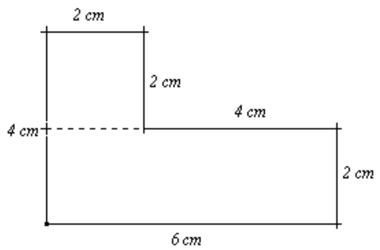
1 - Méthode par quadrillage



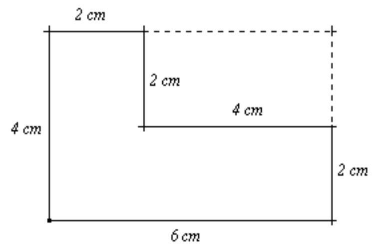
2 - Méthode par découpage et addition



3 – Idem



4 - Méthode par remplissage et soustraction



Toutes les démarches exposées sont inscrites au tableau et y demeurent.
Il est demandé aux élèves de prendre note de ces différentes méthodes.
Un débat sur leur préférence vient conclure cette première séance : « Une méthode est-elle préférable aux autres ? ». Les élèves répondent « Non » pratiquement à l'unanimité.
Une élève cependant propose de rejeter la méthode "Par remplissage et soustraction" (n°4) qui consiste, dit-elle, à rajouter un rectangle pour l'enlever ensuite : « Pourquoi le rajouter alors qu'il faut l'enlever après ? ». Elle débat avec celui qui a exposé cette méthode.

Troisième temps : Etude individuelle de diverses situations et débat

Au cours de la séance suivante, le professeur propose aux élèves plusieurs exercices du même type que le précédent, mais cette fois-ci, chacun d'eux se prête davantage à l'une ou l'autre des méthodes recensées.

Trouver la mesure de l'aire des figures suivantes, avec l'unité appropriée :
(Tous les angles sont droits)

Figure 1

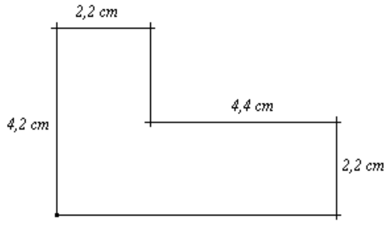


Figure 2 *Tous les côtés sont de la même longueur.*

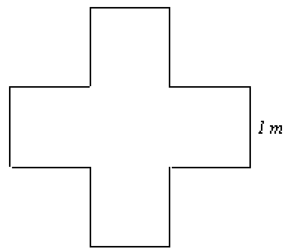


Figure 3

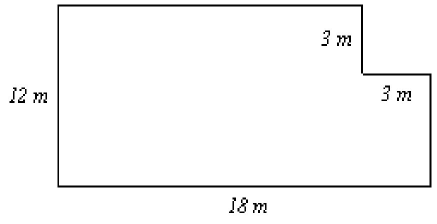
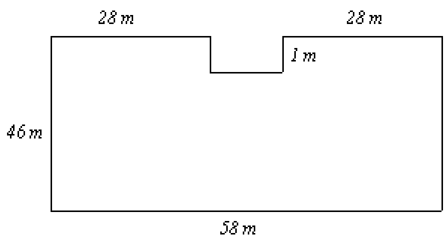


Figure 4



Les consignes données aux élèves sont les mêmes que celles de l'exercice précédent.
Pour chaque figure, les démarches utilisées dans la classe sont ensuite exposées oralement et confrontées.
Cette confrontation est suivie d'un débat dont l'objet n'est plus « Quelle est la méthode que je préfère ? », mais plutôt « Qu'est-ce qu'une méthode efficace ? », les arguments utilisés devant être plus objectifs.

A cette question de la définition d'une méthode efficace, les élèves répondent en donnant différents critères listés au tableau :

1 - Rapidité ;
2 - Economie de calcul ;
3 - Facilité de compréhension.

Niveau 5° : Produit d'un nombre par une fraction

Thème de la séance : Produit de la forme $a x \frac{b}{c}$

Documents à photocopier : voir annexe 1

1° temps : Recherche individuelle

Le calcul demandé est choisi pour que les différentes méthodes que les élèves pourront suivre ne présentent pas des niveaux de difficulté très différents. C'est de ce point de vue un exercice "neutre" quant à la méthode choisie.

Consigne : *Effectue le calcul suivant :* $6 x \frac{3}{2}$

Ecris toutes les étapes de ta démarche.

2° temps : Echanges dans la classe

Présentation des méthodes, débat en classe :

Les échanges dans la classe conduisent à la conclusion que trois méthodes différentes ont été pratiquées.
On désigne chacune de ces méthodes par le prénom de l'élève qui l'a transcrite au tableau et l'on dresse un bilan chiffré des méthodes spontanément utilisées.

Méthode "Natacha" :

Cette méthode consiste à se situer dans l'ensemble des entiers et à considérer $\frac{3}{2}$ comme le quotient de 3 par 2.
Elle revient à interpréter le calcul proposé de la manière suivante : $6 x (3 : 2)$, et à effectuer successivement la division de 3 par 2 et la multiplication de 6 par le quotient trouvé.

Méthode "Sylvain" :

Cette méthode consiste à se situer dans l'ensemble des nombres à écritures fractionnaires (nombres rationnels).
L'écriture $\frac{3}{2}$ est donc considérée comme l'écriture d'un nombre et le nombre 6 est écrit, dans le même système d'écriture : $\frac{6}{1}$.
Le calcul posé est alors traduit de la manière suivante : $\frac{6}{1} x \frac{3}{2}$.
Pour effectuer ce calcul, il reste à utiliser la règle de multiplication des nombres à écriture fractionnaire : $\frac{a}{b} x \frac{c}{d} = \frac{axc}{bxd}$.

Méthode "Xavier" :

Cette méthode consiste à raisonner, comme pour celle de Natacha, dans l'ensemble des nombres entiers mais à interpréter le calcul comme la succession d'une multiplication et d'une division dans l'ordre de la lecture.

Elle revient donc à interpréter le calcul proposé de la manière suivante :

A= 6x3 : 2 ou A= (6x3) : 2

Le débat dans la classe amène une élève à proposer une quatrième méthode :

Méthode "Sarah" :

On interprète comme dans le cas de la méthode "Sylvain" le calcul comme une succession de deux opérations dans N mais on s'autorise à intervertir l'ordre des deux opérations à effectuer.

Le calcul devient : A = (6 : 2)x3

Voici le tableau tel qu'il a été présenté dans la classe.
On a noté en bas de colonne le nombre d'élèves ayant choisi la méthode correspondante lors du travail autonome :

Méthode "Natacha"	**Méthode "Sylvain"**	**Méthode "Xavier"**	**Méthode "Sarah"**
$6\times\frac{3}{2}=6\times1{,}5=9$	$6\times\frac{3}{2}=\frac{6}{1}\times\frac{3}{2}=\frac{18}{2}=9$	$6\times\frac{3}{2}=\frac{6\times3}{2}=\frac{18}{2}=9$	$6\times\frac{3}{2}=\frac{6}{2}\times3=3\times3=$
12 élèves	**10 élèves**	**2 élèves**	

<u>Débat dans la classe</u> : quelle méthode préférez-vous ?

Méthode "Natacha" **20 choix**	**Méthode "Sylvain"** **1 choix**	**Méthode "Xavier"** **3 choix**	**Méthode "Sarah" :**
<u>Arguments</u> :	<u>Arguments</u> :	<u>Arguments</u> :	<u>Arguments</u> :
Bien, mais on introduit un nombre à virgule.	Propriété apprise en $5^{ème}$.	C'est plus rapide.	Il n'y a ni fraction ni nombre à virgule mais il peut y en avoir.

3° temps : Recherche individuelle

On propose ensuite trois calculs que chaque élève effectue individuellement :

$$B = 15 \times \frac{7}{3}$$

$$C = 3{,}5 \times \frac{2}{7}$$

$$D = 17 \times \frac{12}{6}$$

Le calcul de A était « neutre » ; chacune des méthodes était raisonnablement envisageable. Pour les calculs de B, C, D, le choix de la méthode conduit à des calculs plus ou moins efficaces et rapides. Après un temps de recherche individuelle, un débat est organisé.

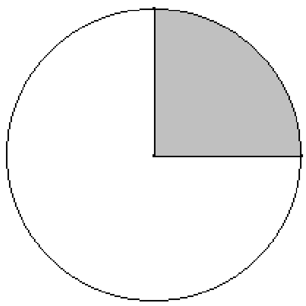
La conclusion des élèves est la suivante :
« Il y a plusieurs moyens de faire un calcul. Il y a des manières qui fonctionnent mieux que d'autres ».

Niveau 4° : diagramme circulaire

Premier temps : recherche individuelle.

Le professeur propose l'exercice suivant :

En observant ce diagramme circulaire, déterminer quel est le pourcentage d'élèves jouant au football. Justifier.



Elèves footballeurs (angle de 90°)

Bilan du travail des élèves :

Sur vingt six élèves :

- un élève n'a pas su répondre ;
- un élève a trouvé la bonne réponse sans aucune justification ;
- trois élèves se sont trompés, confondant la mesure de l'angle en degrés et le nombre d'élèves jouant au football ;
- deux élèves ont répondu : $\frac{1}{4}$ (sans autre commentaire) ;
- neuf élèves ont répondu : $\frac{1}{4}$ donc 25% ;

- quatre élèves ont répondu : $100 \div 4 = 25$ donc 25% ;
- six élèves ont répondu : $\dfrac{360^\circ}{4} = 90^\circ$ donc 25%.

Deuxième temps : confrontation des méthodes.

- Le professeur sollicite des élèves afin qu'ils viennent exposer leurs réponses au tableau, les deux derniers calculs apparaissent.
- A la question « Que pensez-vous de ces deux méthodes ? », un grand nombre d'élèves répond : « Que l'on partage le disque ou 100 en quatre parties égales, c'est pareil car on nous demande un pourcentage. »
- Le professeur demande aux élèves s'il ne pourrait pas y avoir d'autre(s) méthode(s).
- Il faut presque leur souffler le mot "proportion" pour qu'une élève pense au tableau de proportionnalité.
- La classe parvient alors à la solution suivante :

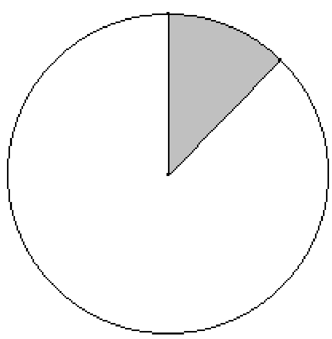
Angle en degrés	Nombre de footballeurs
360	100
90	x

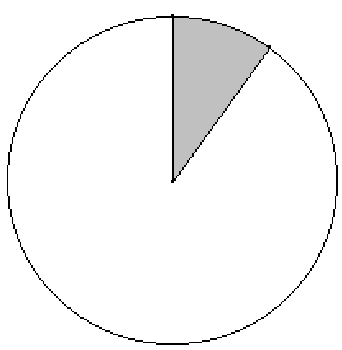
$x = \dfrac{90 \times 100}{360}$ $\quad$ $x = 25$ $\quad$ 25 % d'élèves jouent au football.

- L'enseignant demande aux élèves de la classe quelle méthode a leur préférence.
- La première méthode, plus visuelle et plus rapide ici, fait l'unanimité.

Troisième temps : étude de diverses situations et débat

Le professeur propose l'étude de trois autres diagrammes circulaires, la même question étant posée, et demande aux élèves de choisir une des méthodes précédentes en essayant de justifier leur choix.





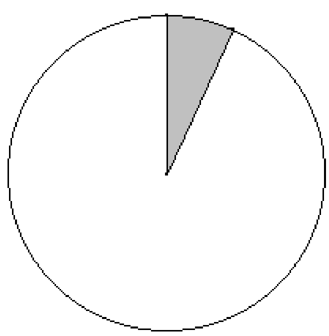


diagramme 1 *: (angle de 45°)* ***diagramme 2*** *: (angle de 36°)* ***diagramme 3*** *: (angle de 24°)*

- Les élèves travaillent d'abord individuellement puis un bilan collectif est dressé pour chacun des diagrammes proposés, les différentes méthodes employées étant exposées au tableau par des élèves :

Diagramme 1 : Sur vingt-six élèves :

- Huit élèves ont utilisé la méthode par partage :
  soit en partageant le disque en 8 puis 100 en 8,
  soit en réutilisant le résultat de l'exercice précédent ;
- Dix-huit élèves ont utilisé un tableau de proportionnalité avec recherche d'une quatrième proportionnelle.

Les avis sont partagés quant au choix de la méthode préférée ; un grand nombre d'élèves pense « qu'il n'est pas si évident de partager le disque en 8 parties égales, que cela ne se voit pas au premier coup d'œil comme dans le cas d'un angle de 90° ». Une grande majorité préfère la deuxième méthode « plus sûre ».

Diagramme 2 : Sur vingt-six élèves :

- Un élève n'a pas répondu ;
- Huit élèves (les mêmes que précédemment) ont écrit que 36° était le dixième de 360° et ont donc trouvé 10% de footballeurs ;
- Dix-sept élèves ont utilisé la deuxième méthode.

Tous reconnaissent que la méthode par partage est plus rapide et plus sûre car « tout le monde sait que 36 est le dixième de 360 », mais elle ne leur vient pas naturellement à l'esprit.

Diagramme 3 : Sur vingt-six élèves :

- Un élève n'a pas répondu ;
- Un élève a partagé le disque en 15 parties approximativement égales ;
- Vingt-quatre élèves ont utilisé la deuxième méthode.

Cette dernière fait l'unanimité et le partage du disque en 15 parties égales est jugé hasardeux et source d'erreurs.

- Le professeur demande à la classe : « Qu'est-ce qu'une méthode efficace ? ».

Plusieurs critères sont retenus et inscrits au tableau :
La méthode doit être :

- rapide ;
- sûre, éviter les erreurs.

- Dans le cas des diagrammes 1 et 3, la majorité de la classe pense que la deuxième méthode est plus efficace car plus sûre. Pour le diagramme 2, la première méthode est jugée plus efficace, car plus rapide ; il est évident, pour les élèves que le dixième de 360 est 36.

Remarque :
La classe dit avoir apprécié la séance mais reconnaît avoir du mal à quitter ses habitudes devant une résolution d'exercice.

D - CANEVAS D'UNE GESTION DE CLASSE FAVORISANT L'APPRENTISSAGE DE LA DELIBERATION

Premier temps :

On propose à la classe un exercice susceptible d'approches multiples. On choisit l'exercice de telle sorte que plusieurs démarches paraissent également adaptées à sa résolution. La recherche est individuelle, sur feuille et sans brouillon. Les démarches apparaissent sur les copies.

Deuxième temps

Le professeur sollicite des élèves volontaires pour exposer les différentes démarches possibles. Si certaines méthodes n'apparaissent pas, le professeur guidera les élèves pour les amener à découvrir celles-ci. Ces démarches sont écrites au tableau et suscitent un débat : quelle méthode ? Pourquoi ? A la fin de ce deuxième temps la préférence est subjective (liée aux compétences, aux habitudes et aux goûts de chacun).

Troisième temps

On donne à chercher différents exercices faisant intervenir plusieurs situations du même type dont les méthodes de résolution sont à choisir parmi les méthodes recensées. Pour un exercice donné une méthode est-elle plus efficace que les autres ? Qu'est ce qu'une méthode efficace ? On animera un débat dans la classe autour de ces questions.

La répartition des temps de travail est laissée à l'appréciation de l'enseignant, mais les deux premiers peuvent être regroupés ; dans ce cas le début de la 2ième séance sera consacré à un rappel des différentes méthodes utilisées.

Suggestion : Constitution d'un dossier

On peut faire réaliser un dossier s'articulant de la façon suivante :

1) L'énoncé proposé aux élèves ;
2) La trace de la recherche individuelle ;
3) La synthèse des différentes approches utilisées par la classe ;
4) Les énoncés des autres exercices ;
5) Les réponses de l'élève aux exercices avec la raison du choix de la méthode utilisée ;
6) L'auto-appréciation de l'élève sur la pertinence de ses démarches, après débat dans la classe.

E - PROPOSITION D'AUTRES ACTIVITES

NIVEAU 6°-5°

Problèmes – Niveau 6°

1er énoncé : *Linda et Pierre vont acheter des gâteaux à la pâtisserie voisine. Pierre qui est très gourmand en achète deux fois plus que Linda. Ils en ont 15 au total.*
Quel est le nombre de gâteaux achetés par Linda ?

Démarches observées :

- Division par 3 spontanée, sans explication de l'obtention du 3.
- Division par 2 (à quel élément de l'énoncé 2 renvoie-t-il (2 enfants ? 2 fois plus ?).

A partir de là, diverses conduites :

- L'obtention de 7,5 est invalidée : « On ne peut pas diviser une pâtisserie par 2 ». Puis découverte de 5 et 10 !
- Annonce de la réponse : 8 et 7, ou encore 7,5 et 7,5.
- Maintien de 7,5 puis de 7,5 x 2. Conclusion : 22 gâteaux pour Pierre.

2ème énoncé : *En additionnant un nombre entier et son double, on trouve 39. Quel est ce nombre ?*

Démarches observées :

- Ecriture d'une "addition à lettres" dont le résultat est 39 ;
- Erreur qui consiste à considérer que le tout est le double : 19,5 pour chacun,

avec, pour calculer la moitié de 39 : *3 : 2 = 2,5*
9 : 2 = 4,5
2,5 + 4,5 = 7,0 ;

- Recherche par essais et erreurs raisonnés (Claire L) ;
- Division par 3 justifiée : « Je dis 3 car il y a 3 nombres », puis retour à l'énoncé pour une vérification : « Le nombre entier est 13 car 13 plus son double, c'est-à-dire 26, égale 39 ».

Pourcentages – Niveau 5°

Enoncé : *Quand je parcours 20% de la distance qui sépare l'école de la maison, je parcours 120 mètres.*
Quelle est la distance entre l'école et la maison ?

Différentes approches :

- Passage par le 1% ;
- Proportionnalité ;
- Passage par une fraction réduite.

Méthodes :

- Algorithme d'utilisation des pourcentages, passer à 1%. L'ordinateur peut être programmé pour effectuer ce travail. Il s'agit d'une méthode (systématique) de résolution de ce type de problèmes ;
- 20 % est considéré comme 1/5ème. C'est élégant, moins besogneux que la méthode précédente, mais la démarche est empreinte de subjectivité. Il faut qu'elle saute aux yeux. Il ne s'agit pas d'une méthode. On peut se poser la question de son rôle pédagogique. Y a-t-il un avantage à la présenter à l'élève ? A celui qui possède la méthode algorithmique ? A celui qui ne la possède pas ?

NIVEAU 4°-3°

Calcul fractionnaire – Niveau 4°

Le professeur propose l'exercice suivant *: Calculer* $3{,}5-\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{10}\right)$.

Premier temps : recherche individuelle.

- *Remarque sur le travail des élèves :*

Tous les élèves ont réduit au même dénominateur, certains allant même jusqu'à choisir 20 comme dénominateur commun !

Deuxième temps : confrontation des méthodes.

- Le professeur demande à un élève de venir exposer son calcul au tableau :

$$3{,}5-\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{10}\right)=3{,}5-\left(\frac{5}{10}+\frac{3}{10}\right) \qquad =3{,}5-\frac{8}{10}=\frac{35}{10}-\frac{8}{10}=\frac{27}{10}\ .$$

- Le professeur demande aux élèves s'il ne pourrait pas y avoir d'autre(s) méthode(s) de calcul.

Très rapidement, un élève A propose le calcul avec des nombres décimaux :

$$3{,}5-\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{10}\right) = 3{,}5-(0{,}5+0{,}3) = 3{,}5-0{,}8 = 2{,}7\ .$$

- Questions à la classe : « Quelle méthode préférez-vous ? »

Dans le cas du calcul proposé, l'ensemble de la classe préfère la deuxième méthode, plus rapide et qui donne un résultat plus simple. Une élève B objecte que le calcul avec les nombres décimaux « l'embrouille » car il lui faut effectuer la division de 1 par 2 pour savoir que $\frac{1}{2}=0{,}5$.

L'élève A remarque que le calcul décimal n'est pas valable dans tous les cas, par exemple lorsque $\frac{1}{3}$ figure dans un calcul. L'ensemble de la classe acquiesce.

<u>Troisième temps : étude de diverses situations et débat.</u>

- Le professeur propose d'effectuer trois autres calculs et demande aux élèves de choisir une des méthodes précédentes en justifiant leur choix.

Calculer :

a) $\frac{5}{2}-(\frac{3}{4}-\frac{7}{10})$ *b)* $\frac{4}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{12}$ *c)* $\frac{7}{25}+\frac{2}{50}$

- Les élèves effectuent les calculs puis chaque méthode utilisée est exposée au tableau par un élève, un bilan est établi :

- Calcul a) :

Seulement 20% des élèves (dont l'élève A) ont utilisé le calcul décimal, les autres, le calcul fractionnaire prétextant « qu'ils ont plus l'habitude », comme l'élève B, ou que « cela marche tout le temps ».
Ils reconnaissent cependant que, dans ce cas, le calcul décimal, plus rapide et plus sûr est préférable.

- Calcul b) :

Tous les élèves, sauf un, ont utilisé le calcul fractionnaire et 50% de ceux-ci ont justifié en écrivant que $\frac{4}{3}$ et $\frac{1}{12}$ n'ont pas d'écriture décimale ou que « cela ne tombait pas juste ».
L'élève qui a "remplacé" $\frac{4}{3}$ par 1,33 et $\frac{1}{12}$ par 0,8 reconnaît son erreur.

- Calcul c) :

77% des élèves ont utilisé le calcul fractionnaire avec 50 pour dénominateur commun, dont l'élève B.
8% des élèves ont utilisé le calcul fractionnaire avec 25 pour dénominateur commun après avoir simplifié.
15% des élèves ont utilisé leur calculatrice pour « passer » en écriture décimale, dont l'élève A.
La classe est très partagée quant au choix de la méthode préférée.

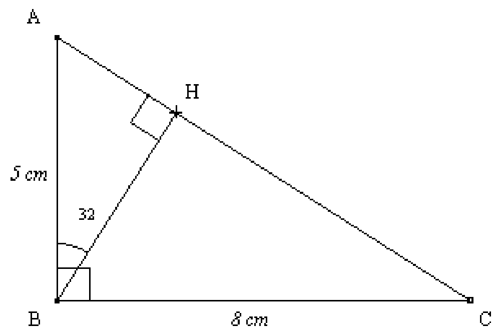
- Le professeur demande à la classe : « Qu'est-ce qu'une méthode efficace ? ».

Plusieurs critères sont retenus et inscrits au tableau :
La méthode doit être :

- rapide ;
- sûre ;

donner un résultat simple.
A l'unanimité, la classe reconnaît que le calcul décimal pour le a) et le calcul fractionnaire pour le b) sont les plus efficaces. Pour le dernier calcul, la classe est très partagée quant au choix de la méthode la plus efficace.

Détermination d'angle - Niveau 4°



- ***Enoncé :*** *Déterminer une mesure en degrés de l'angle BCH dans la figure ci-contre . L'angle ABH est donné en valeur approchée.*

Les données sont volontairement redondantes, pour susciter l'apparition de procédures variées.

32° n'est pas la valeur exacte de l'angle ABH si l'on considère que la figure est déterminée par la donnée du couple (5 cm ; 8 cm), mais l'erreur est imperceptible au rapporteur.
L'angle cherché ne peut donc pas être déterminé en valeur exacte (sans disposer de connaissances trigonométriques) et une procédure par mesurage a autant de valeur qu'un calcul.

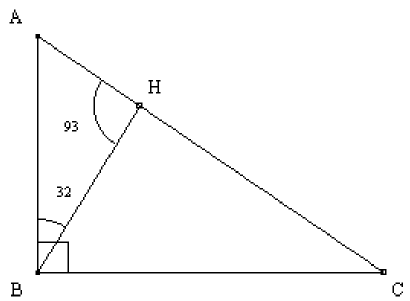
Les procédures recensées
Certaines procédures sont ressenties comme distinctes par les élèves, alors qu'elles reposent sur la même propriété mathématique. D'autres peuvent être amenées par le professeur pour compléter.

a – *Calcul* de proche en proche par HBC ;
b – *Calcul* de proche en proche par BAH ;
c – *Construction* du triangle rectangle 5 cm x 8 cm *et mesure* ;
d – *Sans calcul ni mesure* : l'angle BCH a le même complémentaire (angle A) que ABH, et lui est donc égal.

- **Enoncés du même type pour lesquels une délibération s'avère utile :**

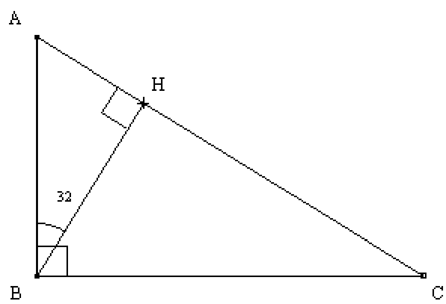
Déterminer une mesure en degrés de l'angle BCH dans les figures ci-dessous :

Figure 1



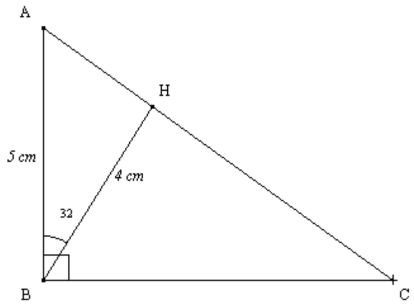
Ici, le calcul de proche en proche par BAH convient bien.

Figure 2



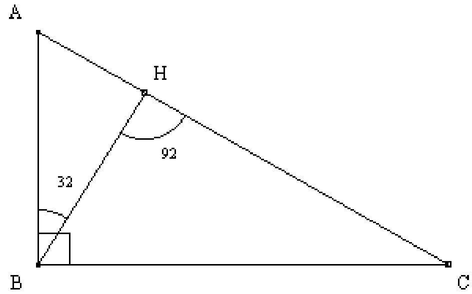
Ici, le raisonnement par le complémentaire commun permet de se passer de calcul.

Figure 3



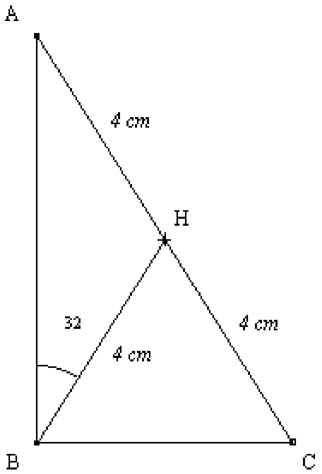
Ici, la construction de la figure, suivie d'une mesure est la seule possibilité à ce niveau.

Figure 4



Ici, le calcul de proche en proche par HBC convient bien.

Figure 5



Si l'activité est proposée en cours de quatrième après l'étude des propriétés liant cercle et triangle rectangle, on peut présenter la figure 5 ci-contre. Elle donne une nouvelle possibilité de choisir une méthode avec peu de calculs, reposant sur l'utilisation d'une propriété du cours.

Calcul littéral – Niveau 3°

<u>Premier temps :</u>
On propose, en début d'année, l'exercice suivant :
Effectuer $4(2x + 10 – x)$.

Sur 28 élèves, seulement 8 arrivent au bon résultat.

<u>Deuxième temps :</u>
Parmi les 8 élèves ayant réussi l'exercice, 2 ont d'abord réduit l'expression entre parenthèses puis ont développé, les autres ont développé directement et réduit ensuite.
Les deux démarches sont facilement exposées au tableau :
$4(2x + 10 – x) = 4 \times 2 x + 4 \times 10 - 4 \times x = 8 x + 40 - 4 x = 4 x + 40$;
$4(2x + 10 – x) = 4(x + 10) = 4x + 4 \; 10 = 4x + 40$.

Les 20 autres élèves ont utilisé à peu près dans les mêmes proportions ces deux méthodes, avec des erreurs du type :
$4(x + 10) = 4(10x) = 40x$, ou encore :
$4(10 + 2x - x) = 4\ 10\ \ + 2x - x = 40 + x$.

<u>Troisième temps :</u>
Le professeur propose les exercices suivants et demande aux élèves de choisir à chaque fois une des méthodes précédentes et de justifier ce choix :

Effectuer : $17(96x + 3 - 95x)$; $\frac{7}{6}(6x - \frac{6}{7}x - 1)$.

A peu près la moitié de la classe réussit au moins un des deux exercices.
Pour le premier calcul, les élèves en général, réduisent l'expression entre parenthèses puis développent, mis à part quatre d'entre eux qui utilisent l'autre méthode avec leur calculatrice.
Pour le deuxième calcul, ils développent en majorité puis simplifient. Cinq élèves n'abordent pas cet exercice.
Après le débat, le choix des démarches fait l'unanimité. Les élèves sont rebutés, pour le premier exercice par les multiplications 17×96 et 17×95 sans calculatrice et pour le deuxième, par la réduction au même dénominateur. Le dernier exercice a eu moins de succès que le premier.

Autres idées d'énoncés

a) *J'ouvre mon livre au hasard. Je regarde les numéros des pages que j'ai devant moi et je les additionne. Je trouve 25.*
A quelles pages le livre est-il ouvert ?

b) *J'ouvre une encyclopédie au hasard. Je regarde les numéros des pages que j'ai devant moi et je les additionne. Je trouve 1229.*
A quelles pages le livre est-il ouvert ?

Je pense à un nombre de deux chiffres. Si on met un 7 à la droite de ce nombre, il augmente de 529. Quel est le nombre auquel je pense ?

---

a) *Je pense à un nombre. Il y a le même écart entre 5 et mon nombre qu'entre mon nombre et 19. Quel est le nombre auquel je pense ?*

b) *Je pense à un nombre. Il y a le même écart entre 63 et mon nombre qu'entre mon nombre et 181. Quel est le nombre auquel je pense ?*

---

a) *7 repas coûtent 18 € de plus que 5 repas. Quel est le prix d'un repas ?*

b) *31 repas coûtent 108 € de plus que 13 repas. Quel est le prix d'un repas ?*

F- DELIBERATIONS AU LYCEE ET A L'UNIVERSITE

1- Délibération au lycée

Nous allons illustrer ce paragraphe par quelques exercices pris en géométrie dans le chapitre des similitudes. La question qui se pose est de savoir si l'on va utiliser une solution géométrique utilisant la forme réduite d 'une similitude directe ou une modélisation du problème par les nombres complexes.

- *Soit s une similitude directe de centre W, de rapport k et d 'angle a et soit R une rotation de centre W et d 'angle a'.*
  Montrer que s ° R = R ◦ s et préciser la transformation ainsi obtenue.

- *On donne quatre points A, B, C, D, avec A distinct de B.*
  Montrer qu'il existe une seule similitude directe S telle que S(A) = C et S(B) = D.

- *Soit t une translation de vecteur $\vec{u}$ et R une rotation d 'angle a (avec 0< a < pi). Étant donné un point O du plan, on définit l'application S par : S(M) = M' tel que :*
  $\overrightarrow{OM}' = \overrightarrow{Ot(M)} + \overrightarrow{O\quad(M)}$.
  Montrer que S est une similitude directe dont on précisera l'angle et le rapport.

Quel est le "bon" choix ?
Si pour les deux premiers exercices, les deux méthodes sont équivalentes, pour le troisième la méthode géométrique demande des outils sophistiqués tandis que l'utilisation des nombres complexes ne demande pas d'astuce importante.

Certains jugent telle méthode plus esthétique, telle autre plus efficace. En débattre est sans enjeu. L'important est de savoir utiliser les deux.

2- Délibération à l'université

Ce qui suit est le compte-rendu d'observations conduites par deux enseignants-chercheurs du département de mathématiques de la Faculté des Sciences de Luminy sur leurs groupes respectifs d'étudiants, notamment pendant les séances de travaux dirigés. Il s'agit de la description du comportement d'étudiants confrontés à des choix de méthode dans deux chapitres du niveau DEUG. Bien que ces observations ne reposent pas sur un protocole expérimental mené auprès des étudiants, contrairement à celles de leurs collègues du secondaire, ces enseignants ont cherché à transcrire leurs impressions de la façon la plus objective possible.

- **Décomposition en éléments simples d'une fraction rationnelle**

On se donne une fraction rationnelle $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$, où P et Q sont deux polynômes à coefficients réels. La théorie garantie qu'une telle fraction rationnelle s'écrit de façon unique comme somme d'un polynôme et de fractions rationnelles simples dites "éléments simples" dont les dénominateurs sont des polynômes qui divisent le polynôme Q et dont les numérateurs sont des constantes réelles ou des polynômes de degré 1.

Par exemple, les fractions rationnelles
$R_1(x) = \frac{1}{x^2-1}$, $R_2(x) = \frac{1}{x^3-1}$, et $R_3(x) = \frac{1}{x(x+2)^2}$ se décomposent de façon unique sous la forme :

$$R_1(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$$

$$R_2(x) = \frac{\mathbf{a'}}{x-1} + \frac{\mathbf{b'x + c'}}{\mathbf{x^2 + x + 1}}$$

$R_3(x) = a''/(x+2)^2 + b''/(x+2) + c''/x$ où $a, b, a', b', c', a'', b''$ *et* c'' sont des nombres réels. La question est de calculer explicitement ces constantes. Pour cela on dispose essentiellement de deux méthodes.

Première méthode **:** A partir de la décomposition théorique en éléments simples, on met au même dénominateur, et on identifie les coefficients des polynômes obtenus au numérateur. Ceci conduit à un système linéaire carré dont les inconnues sont les constantes cherchées. En résolvant ce système, qui admet toujours une solution unique, on détermine donc la décomposition en éléments simples cherchée.
Si cette méthode a l'avantage d'exiger peu de connaissances et de savoir-faire (elle est tout à fait accessible à un lycéen), en revanche, elle présente l'inconvénient d'être très calculatoire et lourde, même lorsque le nombre de réels à déterminer est restreint. De plus, ces constantes sont déterminées de façon dépendante, ce qui est fatal à l'ensemble dès la moindre erreur de calcul.

Deuxième méthode **:** A partir de la décomposition théorique en éléments simples, on utilise des astuces pour déterminer les constantes. Cette méthode demande plus de connaissances et de dextérité en calcul, et, pour être bien assimilée, exige de comprendre la différence entre les points de vue algébriques (polynômes) et analytiques (fonction d'une variable réelle) sur les fractions rationnelles. Nous n'allons pas donner une liste exhaustive de ces astuces, citons-en trois.

1) Partons de l'égalité $\dfrac{1}{x^2-1} = \dfrac{a}{x-1} + \dfrac{b}{x+1}$. Pour déterminer a, on multiplie (algébriquement) les deux membres par $x - 1$, ce qui donne après simplification :

$$\frac{1}{x+1} = a + \frac{b(x-1)}{x+1}$$

puis on évalue cette nouvelle égalité en $x = 1$ (point de vue fonctions numériques), ce qui conduit immédiatement à : $a = 1/2$.
De la même façon on détermine b en multipliant par $x + 1$ et en évaluant en $x = -1$: $b = -1/2$.
De même, on obtient $a' = 1/3$ et $a'' = 1/4$.
Enfin, en multipliant par $(x - 2)^2$ et en évaluant en $x = 2$, on obtient $c'' = -1/2$.

2) Pour déterminer b' et c', on multiplie l'égalité par $x^2 + x + 1$ et on évalue la nouvelle égalité en les deux racines complexes de $x^2 + x + 1$, c'est-à-dire en $x = exp(2i\pi/3)$ et $x = exp(-2i\pi/3)$. On obtient un système linéaire de deux équations à deux inconnues b' et c', que l'on résout. On obtient ainsi $b' = -1/3$ et $c' = -2/3$

3) Pour déterminer b'', on multiplie l'égalité par $x + 2$, puis on passe à la limite en faisant tendre x vers $+ \infty$. On obtient : $0 = a'' + b''$, ce qui conduit à : $b'' = -a'' = -1/4$.

Réactions observées chez les étudiants : pour une grande partie des étudiants, l'assimilation des différents procédés de calcul de la deuxième méthode s'avère difficile pour des questions de compréhension, notamment la dernière "astuce", mais aussi peut-être pour une simple raison de paresse intellectuelle (« Pourquoi apprendrais-je une nouvelle méthode de résolution, alors que j'ai à ma disposition une méthode standard ? »). C'est pourquoi la plupart d'entre eux commence par déterminer les coefficients correspondant aux pôles simples de 1ère espèce [1) de la 2ème méthode], puis termine (dans le meilleur des cas) de façon lourde et calculatoire en utilisant le principe d'identification. Rares sont les étudiants qui savent panacher au mieux les divers outils à leur disposition au sein d'un même exercice.

- **Produit matriciel**

Enoncé :

Soit A la matrice suivante : $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -10 \\ 8 & 5 & -20 \\ 4 & 2 & -9 \end{pmatrix}$

1- *Calculer* A^2.
2- *Montrer que A est inversible et donner son inverse.*

Réponse à la 1ère question : le calcul direct donne $A^2 = I$.

Pour la 2ème question, on dispose de deux méthodes :

1ère méthode

On calcule le déterminant de A :

det(A) = 5(-45 + 40) – 2(8(-9) - 4(-20)) - 10(16 - 20)
= 5(-5) - 2(-72 + 80) - 10(-4)
= -25 – 16 + 40 = -1

det(A)   0 donc A est inversible.

On calcule l'inverse de A en appliquant la formule : $A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)}\ .\ (A_{ij})^t$ d'où :

$$A^{-1} = \frac{1}{-1}\begin{pmatrix} +(-5) & -(-8) & +(-4) \\ -(+2) & \pm(5) & -(+2) \\ +(10) & -(-20) & +(+9) \end{pmatrix}$$

2ème méthode

$A^2 = I$, donc d'après la définition-proposition de l'inverse d'une matrice (matrice B vérifiant AB = I), on en déduit immédiatement que A est inversible et que $A^{-1} = A$

Commentaires

Cet exercice est une version allégée d'un exercice posé lors d'un examen ; il a été résolu de manière équilibrée par les 2 méthodes. La 1ère méthode, de nature calculatoire, est plus standard car elle est plus souvent utilisée dans les exercices d'application du cours. La 2ème méthode, non algorithmique, demande à l'étudiant d'avoir compris et assimilé la notion de "matrice inverse".

G - CONCLUSION

L'objet de ce travail était de mettre l'accent sur l'importance qu'il y a à faire acquérir aux élèves, face à un problème ou à un calcul, un mode de réflexion qui ne fasse pas la part trop belle aux méthodes canoniques, lorsqu'elles existent, ni aux premières impulsions qui viennent à l'esprit.

Il est en effet souvent utile d'évoquer plusieurs approches possibles d'un problème ou d'un calcul et de délibérer pour en choisir une qui semble, mieux que d'autres, adaptée à la situation. On pourra d'ailleurs revenir sur ce choix après un début de mise en œuvre.
Cette pratique de la délibération préalable est scientifiquement efficace mais aussi formatrice de l'esprit critique et de la réflexion qui doit accompagner l'action.

Les situations proposées dans ce document ne sont que quelques exemples construits dans l'objectif de former les élèves à la délibération. A chacun de continuer ...

H – Annexe

Voici deux exemples de fiches d'activités à proposer en classe de 5ème ou 4ème.
La ligne 1 comporte un calcul pour lequel plusieurs démarches peuvent être utilisées aussi facilement les unes que les autres. Les exercices de la ligne 2 se prêtent à des démarches spécifiques qui, préférablement à d'autres, facilitent les calculs.

On pourra procéder comme suit :
1er temps : distribution de la ligne 1 pour un travail individuel.
2° temps : mise en commun et recueil des différentes démarches suivies.
3° temps : distribution de la ligne 2 pour un travail individuel
4° temps : débat sur les raisons du choix de la démarche pour chacun des calculs.

niveau 5°

$3 \text{x} 5 + 3 \text{x} 4$

$3x77 + 3x125$	

niveau 5°-4°

$\frac{1}{5} - (\frac{1}{2} + \frac{1}{3})$

$\frac{1}{3}-(3+\frac{1}{3})$	$\frac{11}{15}-(\frac{1}{3}+\frac{1}{5})$

niveau 4°

$4(2x+10-x)$	
$3(17x+3-7x)$	$\frac{7}{6}(6x-1-\frac{6}{7}x)$