IREM APMEP

Le Rallye mathématique de la fête des maths

Lyon - Novembre 1993

IREM DE Lyon - Université Claude Bernard
43 Bd du 11 Novembre 1918 - 69622 VILLEURBANNE Cedex

IREM APMEP

Le Rallye mathématique de la fête des maths

Lyon - Novembre 1993

Sommaire

Le 10 Novembre 1993, l'IREM et la régionale de l'APMEP de Lyon organisaient une fête des maths sur le campus de l'université Lyon I, pour un public composé principalement de collégiens et de lycéens.
L'idée centrale était celle d'un rallye mathématique joué sur place, dans la matinée, et prolongé par différentes manifestations et activités l'après-midi.

La formule choisie pour le rallye sortait un peu des cadres habituels : unité de temps, unité de lieu, mais diversité d'actions, voilà comment le décrire rapidement. Deux autres choix essentiels : celui d'une compétition entre classes entières, et non individuelle, celui de la gratuité du jeu : chaque classe gagnante reçut une coupe et un lot de revues, offertes par le Kangourou.

Il est certain que ce caractère d'évènement, hors de toute référence scolaire, a été un élément important de succès. Mais toute formule a ses contraintes. La plus importante fut sans doute la limitation du nombre de participants, pour des raisons évidentes de locaux et d'encadrement.
Plus de 900 élèves, cependant ont réveillé quelques amphis !

Cette brochure s'adresse d'abord aux déçus de l'académie de Lyon, qui n'ont pu, selon leur souhait, participer au rallye, ainsi qu'aux participants qui ont demandé à avoir l'ensemble des épreuves. Nous espérons qu'elle pourra être utile aux enseignants de mathématiques qui organisent, à n'importe quelle échelle, des jeux et compétitions.

Les concepteurs du rallye :
Jacques Allary
René Gauthier
Michel Gonnard
Maryvonne Le Berre
Ginette Mison
Annie Peix

Fête des maths

La Doua

10 novembre 1993

L'IREM (Institut de Recherche sur l'enseignement des Mathématiques) et l'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public), organisaient le 10 novembre 1993, une manifestation destinée à un large public : collégiens, lycéens, enseignants, amateurs de problèmes...

Cette manifestation s'est déroulée sur le campus de la Doua (Université Claude Bernard, 43, boulevard du 11 novembre 1918, Villeurbanne), dans les locaux du premier cycle de mathématiques.

PROGRAMME

Le matin : **un rallye mathématique,** compétition entre des classes de l'académie, sur inscription.

horaires :	8h 30 - 9 h	Accueil des participants
	9h - 11h 30	Déroulement du rallye
	13h - 13h 30	Remise des prix

L'après-midi, de 14 h à 17 h, en accès libre : **ateliers, stands, projection de films et vidéos, jeux, conférence, animations** diverses...

- Initiation à des jeux stratégiques, tels que Go, Hex, bridge, échecs...
- Partie simultanée d'échecs (un joueur contre 20)
- Jeux sur ordinateurs
- Jeux avec des calculatrices
- Défis et puzzles géométriques
- Fabrication de polyèdres par pliage
- Atelier "hasardez-vous"
- Maths et magie
- La mesure du méridien
- Voyage en image dans l'arithmétique
- Dernières nouvelles du théorème de Fermat
- Stand kangourou
- Présentation de l'expérience "math en jeans"
- Deux expositions : "jeux et mathématiques"
- La moisson des formes (matériel pour faire de la géométrie)
- Démonstrations de la logithèque de l'IREM
- Projection de vidéos sur des thèmes mathématiques

Extrait du dossier de presse

Un rallye mathématique à Lyon

Classes de collège et lycée
10 Novembre 1993
8h 30 - 11h 30

Ces dernières années ont vu le développement rapide de diverses compétitions mathématiques. Outre les deux "grands", Championnat des jeux mathématiques et Kangourou, des rallyes, tournois, olympiades ... sont organisés dans différentes régions avec un succès croissant.

Comment se situe dans ce paysage le rallye qui inaugure la fête des maths du 10 Novembre ?

Fête des maths : faites des maths !

L'objectif central de ce rallye est de développer chez les élèves l'intérêt pour les mathématiques, la curiosité, le goût de la recherche, en permettant à chacun d'exprimer ses qualités propres, de se découvrir peut-être des capacités insoupçonnées.

A plusieurs ...

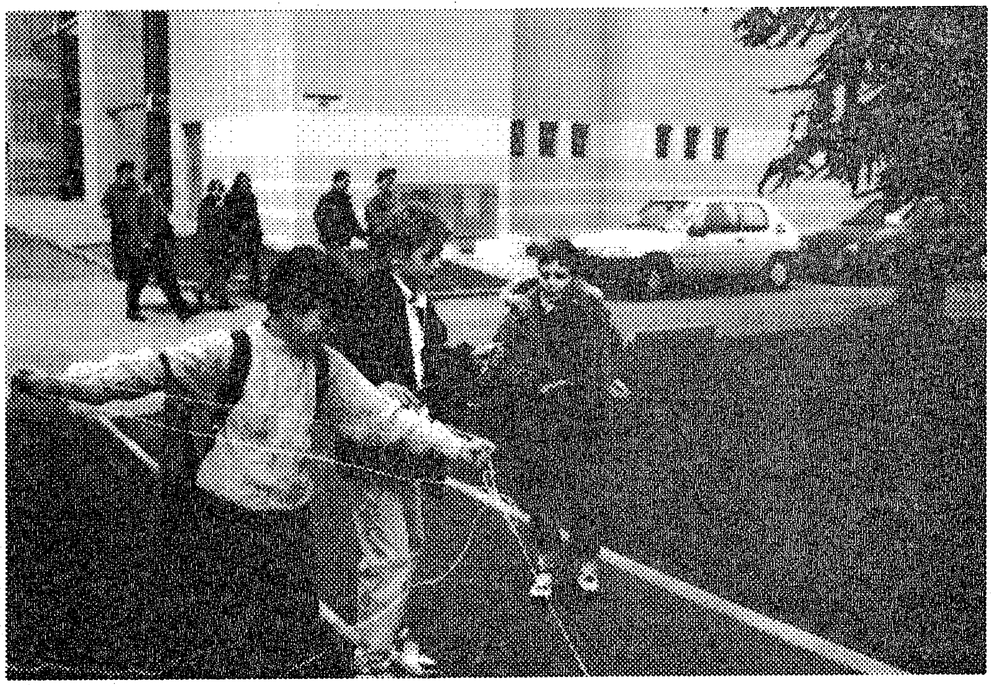
Un principe essentiel est celui de la compétition entre classes, dans laquelle chaque élève doit pouvoir jouer son rôle. Ce principe affirme a priori le caractère non isolé de l'activité mathématique, la volonté de promouvoir une culture mathématique accessible au plus grand nombre, d'où le refus de toute exclusion et le souci d'éviter les dérives liées au jeu et à la compétition (sélection de champions, entraînement à des problèmes-type ...)

Une diversité d'approches ...

Cet objectif et ce principe guident la forme et le contenu des épreuves du rallye : la conception des épreuves doit amener les élèves à communiquer, s'organiser, débattre entre eux. les problèmes posés sont assez divers, par le cadre, la formulation, la difficulté, pour que tous les élèves puissent valablement s'impliquer dans une recherche.

... pour un même jeu.

Disons, pour terminer, que l'aspect ludique reste primordial : il s'agit avant tout d'un jeu, donc d'une activité libre et gratuite
.



Les caractéristiques du rallye

Il s'agit d'une compétition entre classes, qui vise à favoriser la communication et la coopération entre élèves. Une première condition est qu'aucun élève, aussi excellent soit-il, ne puisse faire à lui seul tous les problèmes posés, dans le temps donné.

Catégories B (4ème, 3ème, 2nde) et C (1ère, terminale)

-- La formule choisie veut favoriser l'émergence d'un **débat de validation** à l'intérieur de la classe.

-- Les élèves reçoivent une dizaine de problèmes, et sont avertis que la classe doit rendre collectivement trois seulement de ces problèmes.
Chaque problème a un coefficient. En cas de réponse fausse, les points seront décomptés.
C'est cette obligation de choisir les trois problèmes à rendre qui est le déclencheur prévu du débat.

-- La classe s'organise comme elle le veut pour la recherche, mais, en vue de favoriser le débat, l'enseignant qui surveille arrêtera la recherche 1 heure avant la fin, pour rappeler la consigne et les enjeux.

-- Les problèmes proposés sont de type ouvert et priviégient la recherche de stratégies diverses.

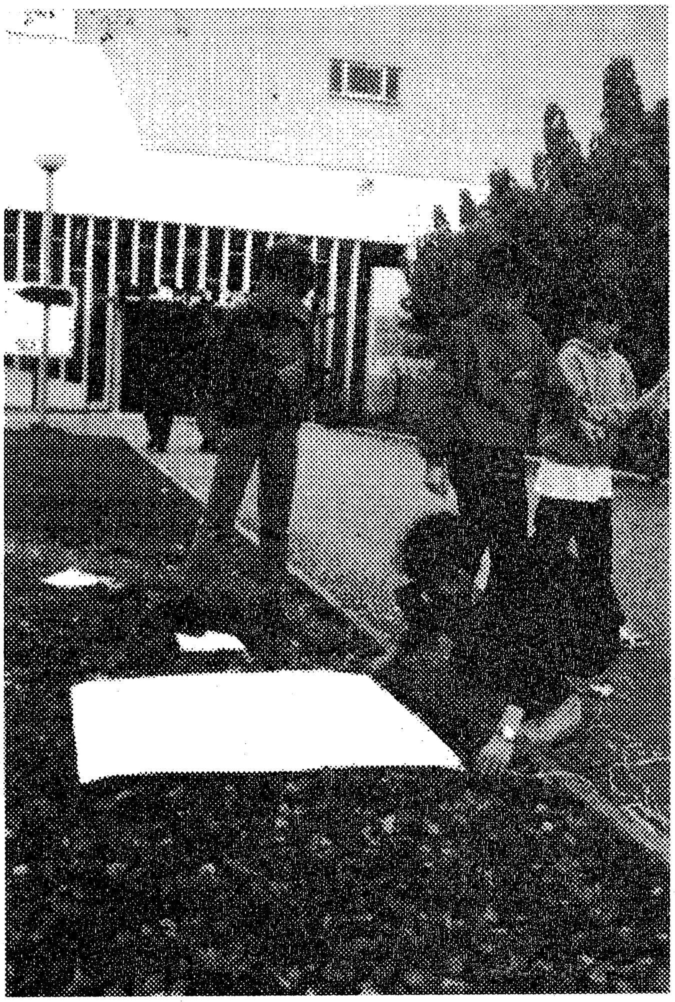
Catégorie A (6ème, 5ème)

-- La formule met l'accent sur la **modélisation** : des connaissances mathématiques sont à utiliser pour comprendre une réalité, la décrire, voire modifier certaines représentations de cette réalité.

-- Deux sortes de problèmes : les **problèmes "verts"** (voir l'exemple en annexe) qui sont des problèmes de modélisation demandant mesures, utilisation de la proportionnalité, etc ... , et les **défis**, plus proches des jeux mathématiques, en logique, calcul, géométrie, etc ..;

-- La classe doit s'organiser dès le départ en équipes et se répartir tous les problèmes proposés. Le score de la classe se fait par addition des scores des équipes.

-- La plupart des problèmes, et certains défis, nécessitent des déplacements des élèves, à l'intérieur et à l'extérieur des bâtiments (dans un lieu nouveau pour eux).



EPREUVES DE LA CATÉGORIE A

(SIXIÈME - CINQUIÈME)

Six épreuves : **six équipes** par classe

Chaque équipe devait chercher :

Trois défis, dans une catégorie choisie a priori : en tout 30 pts

Un problème vert : 20 pts

Score de la classe : somme des scores des six équipes.

Les catégories de défis que les élèves avaient se répartir a priori étaient les suivantes :

Géométrie plane (4 à 6 élèves)
Géométrie dans l'espace (4 à 6 élèves)
Fabrication d'objets (4 à 6 élèves)
Logique (4 à 6 élèves)
Calcul (4 ou 5 élèves)
Dénombrement (4 élèves)

Chaque classe disposait d'une salle.
Chaque sorte de défi était associée à un problème vert suivant le tableau suivant :

Défis		**Problèmes verts**		
Nature	*Lieu*	*Titre*	*Lieu*	*Matériel fourni*
Logique	Sur place	**Un arbre, ça va ...**	extérieur et sur place	ficelle, mètres-ruban, carton calculatrice
Dénombrement	Sur place	**Grains de riz... au complet**	salles IREM	matériel fourni à la demande, sur place (récipients, balance ..)
Calcul	Sur place	**22, voilà les plis ! ..**	Bibliothèque IREM et sur place	deux ramettes de papier réquerres calculatrice
Puzzles plans	Déambulatoire	**Tapis gris**	extérieur et sur place	ficelle, mètres-ruban, carton calculatrice
Puzzles dans l'espace	Déambulatoire	**Haut, l'immeuble !**	extérieur et sur place	calculatrice ficelle, mètres-ruban
Fabrication d'objets	Déambulatoire	**Sur le carreau ...**	extérieur et sur place	calculatrice ficelle, mètres-ruban

Epreuve n°1
Défis "logique"

Défi 1

Quel jour serons-nous après-demain,si le jour qui suit avant-hier était mercredi ?

Réponse : **Samedi**

Score : **80%**

A proposer en évaluation diagnostique à vos collègues de français

Défi 2

Camille : J'ai deux fois plus de soeurs que de frères.
Claude : C'est drôle, moi, j'ai deux fois plus de frères que de soeurs !

Sachant que Claude et Camille sont frère et soeur, saurez-vous dire combien il y a d'enfants dans leur famille ?

Réponse :
Nombre de garçons : **2**
Nombre de filles : **2**
Nombre d'enfants : **4**

Score : **80 %**

Un véritable DEFI pour l'enseignant : interpréter les réponses à ce petit problème !
La bonne réponse a été donnée par 8 équipes, mais comment savoir si elle provient d'un raisonnement correct ? En effet, les deux réponses fausses ont été : ***(3, 3, 6)*** *et* ***(4, 4, 8)****...*
Bref, changez l'énoncé.

Défi 3

- Qui a sifflé ? demande le prof
- C'est Aziz, dit Bruno
- C'est Philippe, dit Jacques
- Ce n'est pas moi , dit Philippe
- Ce n'est pas Philippe, dit Aziz

Un seul des quatre garçons dit la vérité.
Lequel est-ce ?

Réponse : **Jacques**

Score : **40 %**

Problème "vert" n°1

Un arbre, ça va ...

Le paysagiste de l'Université voudrait mettre un peu d'ordre dans les plantations : enlever quelques arbres, trop rapprochés, en ajouter d'autres à certains endroits .
Il a entrepris de faire un schéma qui représente la disposition actuelle des quatre arbres marqués A, B, C et D sur la photo ci-dessus.

A et B sont déjà placés sur le schéma (voir feuille jointe). Compléter, en plaçant les points C et D.

Voir au verso le plan de l'université : l'endroit où se trouvent les arbres de la photo y est signalé par une croix

Un arbre, ça va ....

Nous considérions a priori ce problème comme difficile, les écueils se situant à plusieurs niveaux :

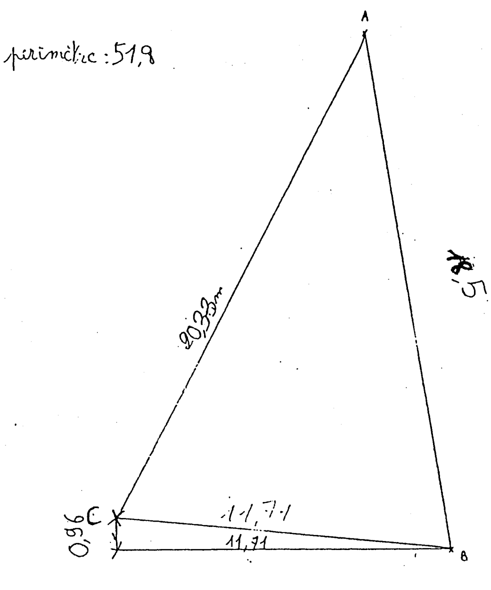
celui du choix des mesures à prendre sur le terrain
celui du mesurage (longueurs de 10 à 20m, mesurage éventuel d'angles)
celui d'une échelle peu commode, imposée par le dessin donné aux élèves
celui de la construction géométrique d'un triangle ou d'un quadrilatère

Choix des mesures :
Deux équipes sur trois en sixième, et trois équipes sur sept en cinquième, n'ont pas pris un nombre suffisant de mesures : par exemple, ils ont mesuré les quatre côtés du quadrilatère ou la distance d'un sommet aux trois autres

Mesurage :
Tous les élèves ont utilisé le rouleau de ficelle et effectué des mesures de longueurs, facilement semble-t-il. On a pu entendre une discussion dans une équipe de sixième : un élève tentait, vainement, de convaincre les autres de compléter les deux mesures de longueur déjà faites d'une mesure d'angle.
Une autre équipe de sixième a pu éviter tout à fait la difficulté en mesurant .. sur la photo.

Mise en oeuvre de la proportionnalité :
Elle a été correctement effectuée dans presque tous les cas. C'était plutôt une surprise : il semble que les problèmes de réduction étaient assez familiers aux élèves.

Construction d'un triangle ou d'un quadrilatère de dimensions données :
Trois équipes de cinquième se sont appuyées sur la technique de construction au compas pour tracer leurs figures. C'est visiblement cette technique qui manque (encore) à la classe de sixième qui a produit le dessin ci-dessous :



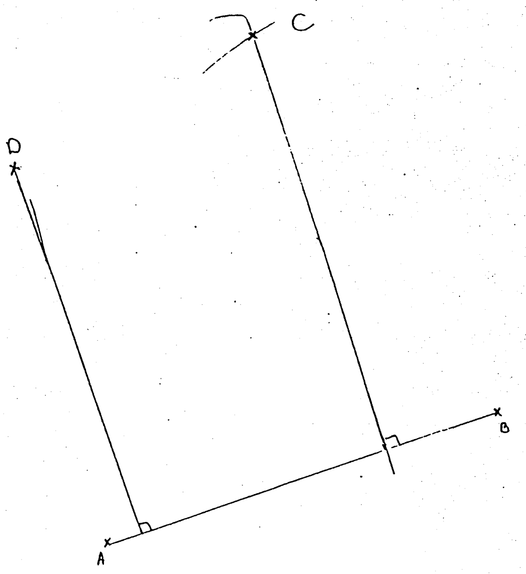
Réponse : Sur feuille

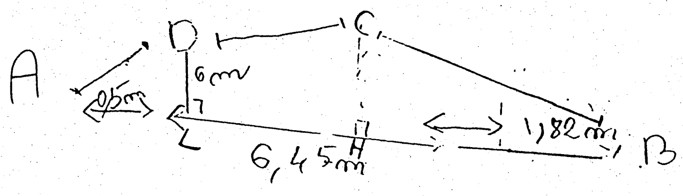
Indiquez ici les mesures que vous avez faites :
point A à point B = 18,5 m
point B à point C = 11,71 m
point C à point A = 20,33 m
point B à point parallèle du point C au son parallèle = 0,96 m

Indiquez ici les calculs que vous avez effectués, en donnant leur signification :
14,02 ÷ 18,5 = 0,75 783 783 : transformation

Après avoir mesuré trois côtés et correctement calculé les dimensions à l'échelle, cette équipe s'est trouvée devant un triangle "ouvert", et pour le fermer, s'est aidée d'une quatrième mesure, "parallèle au point B", assez mystérieuse.

Une équipe de cinquième a utilisé une stratégie originale :





Les sixièmes avaient seulement deux arbres à placer. En réalité, cela n'a pas représenté d'avantage pour eux : c'est la construction géométrique finale qui a semble-t-il guidé toute la démarche de résolution du problème, en tout cas pour les équipes gagnantes. Les élèves de sixième se sont montrés tout à fait démunis pour la construction du triangle : il n'y a pas eu de tâtonnement à la règle contrairement à ce que nous pensions.

Epreuve n°2
Défis "dénombrement"

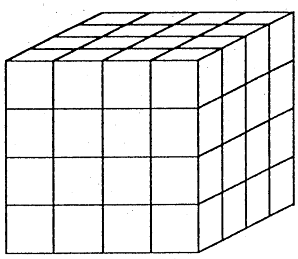
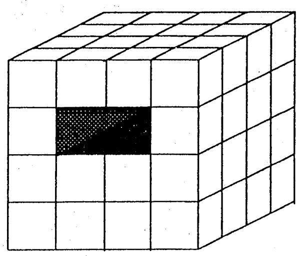
Cette série de défis était la plus facile : les élèves y ont répondu très rapidement; il est vrai que l'épreuve "grains de riz "a ensuite occupé très longtemps les équipes Comparer la réussite totale au défi 2 dénombrement et la difficulté rencontrée par les élèves au défi 2 de géométrie dans l'espace : reconstitution d'un cube peint.

Défi 1

Un nombre *palindrome* est un nombre qui se lit de la même façon "dans les deux sens". Par exemple, 1221 et 363 sont des nombres *palindromes.*
Combien y a -t-il de nombres palindromes à trois chiffres ?

Réponse **: 90**
Score **: 80%**

Défi 2

De combien de petits cubes le cube ci-dessous est-il formé ?	On a percé un tunnel dans ce cube , comme indiqué sur le dessin. Combien reste-t-il de petits cubes ?
	

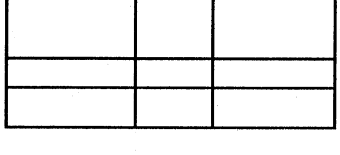
Réponse : **64**
Score : **100%**

Réponse : **56**
Score : **100%**

Défi trop simple pour une compétition en collège

Défi 3

Combien y a -t-il de rectangles dans la figure ci-dessous ?



Réponse : **36**
Score : **50%**

Une seule équipe a compté 9 rectangles

Problème "vert" n°2

Grains de riz ... au complet !

Combien y a-t-il (environ) de grains de riz dans un sac de 1 kg ?

Pour résoudre ce problème, vous devrez vous rendre dans les locaux de l'IREM, au premier étage du bâtiment 711. Deux salles sont réservées pour la recherche de ce problème.

Vous y trouverez des personnes à qui vous pourrez demander un sac de riz d'un kilog et du matériel.

Grains de riz

Quel était le problème ?

Nous attendions principalement les démarches suivantes, et leurs combinaisons :

- compter un certain nombre de grains , les peser

- compter le nombre de grains correspondant à une masse arbitraire, par ex 10g, 100 g

- évaluer le volume total ou le volume correspondant à une masse commode en fonction de sous-unités (gobelets, dés à coudre ..)

Quelques observations sur le déroulement effectif

La dernière démarche a été employée une seule fois par une équipe, qui a trouvé un résultat raisonnable.

C'est la deuxième démarche qui a été majoritaire, accompagnée d'un seul calcul de proportionnalité !

Les élèves étaient avertis qu'ils pouvaient disposer d'un sac de riz de 1 kg et des objets dont ils feraient la demande. Toutes les équipes ont demandé d'emblée une balance, et la premièrе information fournie par cette épreuve a été la suivante : les sacs de riz étiquetés 1 kg pesaient en réalité 970 g !

Les élèves ont été très étonnés de voir la balance muette alors qu'ils ajoutaient un par un des grains de riz sur le plateau.

Dans l'ensemble il y a eu peu de procédures de contrôle.
On a pu voir des élèves trouver 17 g pour 200 grains, et décider d'arrondir à 20 g !
A l'inverse les recomptages ont été nombreux : une erreur de quelques grains paraissant beaucoup plus significative qu'une erreur de quelques grammes .

Epreuve n°3
Défis "calcul"

Défi 1

On a écrit à la suite les uns des autres les nombres entiers de 1 à 60, de la façon suivante :

1 2 3 4 5 6 7 8 9 1 0 1 1 1 2 1 3 1 4 ....5 7 5 8 5 9 6 0

On a barré **cent** des chiffres, de façon que le nombre formé des chiffres restants soit le plus grand possible.

Quel est ce nombre ?

Réponse **: 99 999 785 960**

Score **: 0% !!!**

Le défi 1 est visiblement très difficile pour des élèves de sixième et cinquième. Trois types d'explication, qui ne sont pas antagonistes :

1° Le nombre de contraintes du problème:
- *le résultat doit être le plus grand possible*
- *le nombre de chiffres du résultat est d'abord à calculer*
- *l'ordre des chiffres de l'écriture initiale doit être respecté*

2° Les connaissances des élèves sur la numération

50% des réponses ne privilégient pas les chiffres 8 et 9 !!!

Exemples de réponses : 56 987 654 321 555 657 585 960

3° l'absence de moyens de validation de la réponse

Une proposition d 'énoncé plus "praticable" à ce niveau :

On a écrit à la suite les uns des autres les nombres entiers de 1 à 30, de la façon suivante :

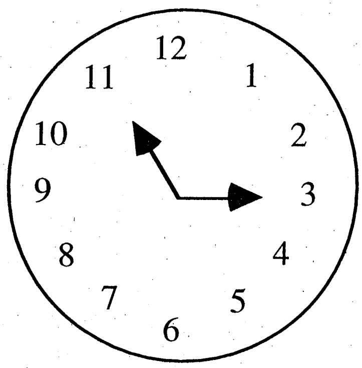
1 2 3 4 5 6 7 8 9 1 0 1 1 1 2 1 3 1 4 27282930

On a barré **45** des chiffres, de façon que le nombre formé des chiffres restants soit le plus grand possible.

Quel est ce nombre ?

Défi 2

Découper le cadran de montre ci-dessous en six parties, **de forme quelconque**, de telle sorte que **la somme des nombres dans chaque partie soit la même.**



Score : **100 % !**

Le défi 2 portait sur de petits nombres, avec une validation mentale immédiate. Pour justifier l'étiquette de défi, cet exercice aurait dû être chronométré.

Défi 3

Les **Ò** désignent des chiffres, les lettres aussi, mais.chaque lettre désigne toujours un même chiffre. Reconstituer l'opération.

```
        A  R  T
     x  R  A  T
   ------------------
     Ò  Ò  Ò  T
     Ò  Ò  Ò
Ò  Ò  Ò  R
------------------------
Ò  Ò  Ò  Ò  Ò  T
```

Réponse :

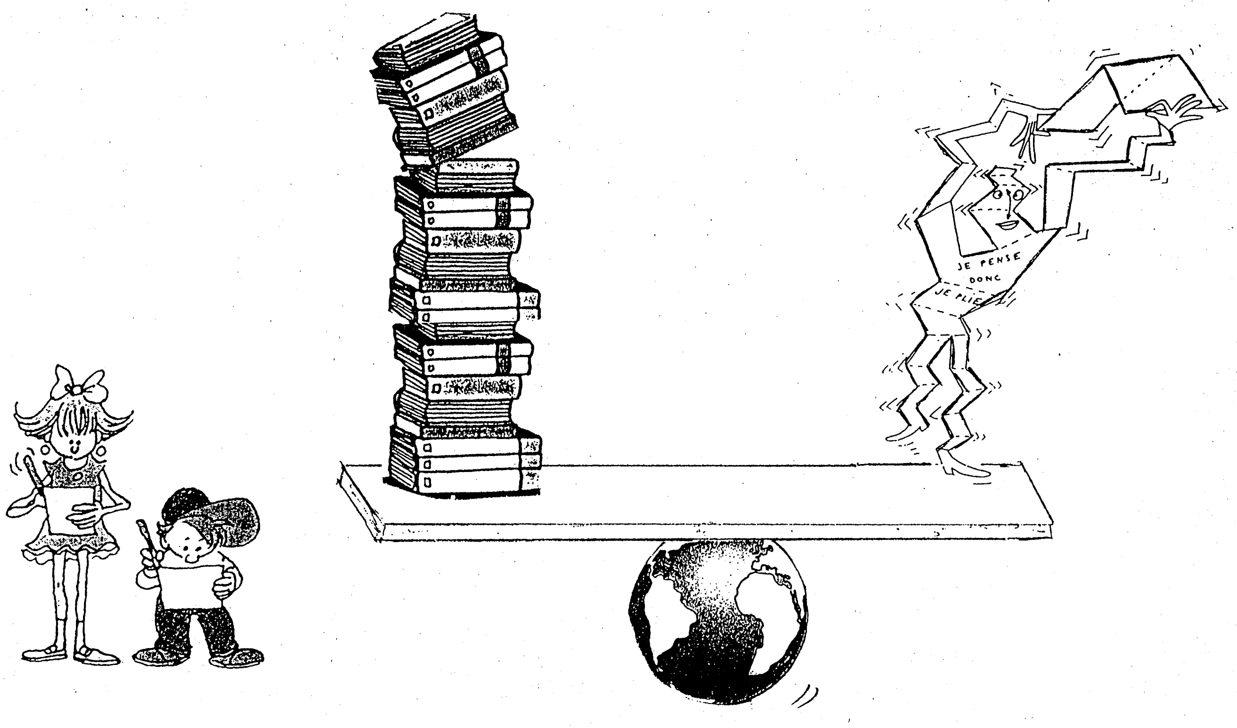
```
     2 8 6
   x 8 2 6
  ---------
    1 7 1 6
     5 7 2
  2 2 8 8
  ---------
  2 3 6 2 3 6
```

Score : **60%**

Les 60% de réponses erronées au défi 3 peuvent peut-être être rattachées
- à un contrôle insuffisant des résultats partiels ou du résultat final
- à un défaut d'organisation des essais, de stratégie (que l'on a observé aussi pour le défi 1)

Problème "vert n°3

22, voilà les plis !



Supposons que l' on empile les uns sur les autres tous les livres de la bibliothèque de l'IREM ...
Supposons que l'on plie en deux une feuille de papier, de même épaisseur que celle-ci, puis qu'on la plie encore en deux, puis encore en deux ... , en tout 22 fois de suite.

Qu'est-ce qui sera le plus haut : la pile des livres de l'IREM ou la feuille pliée ?

La bibliothèque de l'IREM se trouve au premier étage du bâtiment 711. Comme elle est assez petite, vous ne pourrez vous y rendre que deux par deux, mais aussi souvent qu'il sera nécessaire.

22, voilà les plis !....

Quel était le problème ?

- estimer la hauteur de la pile que pourraient former tous les livres de l'IREM

- déterminer un ordre de grandeur pour l'épaisseur d'une feuille de papier

- comprendre qu'à chaque pliage l'épaisseur double, et calculer la hauteur totale en utilisant des multiplications réitérées, et non un calcul de proportionnalité.

Il fallait pour les deux premières étapes faire des approximations "raisonnables" , et pour la troisième se rendre compte de l'inefficacité de plier et mesurer.

Les mauvaises langues ont estimé ce problème impossible, étant donné qu'il n'existe pas de réponse ferme à la question : combien y a-t-il de livres à la bibliothèque de l'IREM ? Nous l'avions nous-même résolu de la façon la plus économique qui soit , en assimilant le nombre maximum de livres à ce que pourraient contenir tous les rayonnages, (et bien entendu, cela n'atteignait pas 400 m, épaisseur théorique de la feuille de papier pliée!).

Quelques observations sur le déroulement effectif

La plupart des élèves ont choisi d'évaluer l'épaisseur moyenne d'un livre moyen, et la question du nombre de livres de la bibliothèque les a beaucoup tourmentés. Ils ont tenté, avec ou plus ou moins de succès, de soutirer le renseignement à des familiers de l'IREM.

Les autres tenaient tout mesurage ou calcul pour inutile, étant donné l'évidence a priori du résultat :
" la pile de livres sera beaucoup plus haute que la feuille de papier **même dépliée** "

Une seule équipe a utilisé la multiplication réitérée par 2 pour évaluer l'épaisseur de la feuille pliée. Toutes les autres ont mis en oeuvre un calcul de proportionnalité :

- soit en assimilant les 22 pliages de la feuille à l'empilement de 22 feuilles : réponse sans calcul, ou à partir d'une estimation grossière de l'épaisseur de la feuille

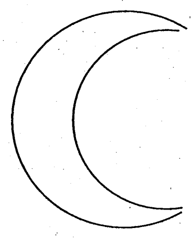
- soit en mesurant l'épaisseur d'une feuille pliée 5 ou 6 fois et en calculant par proportionnalité l'épaisseur correspondant à 22 pliages !

Epreuve n°4
Défis "géométrie plane"

Il s'agissait de trois défis successifs chronométrés.

Défi 1

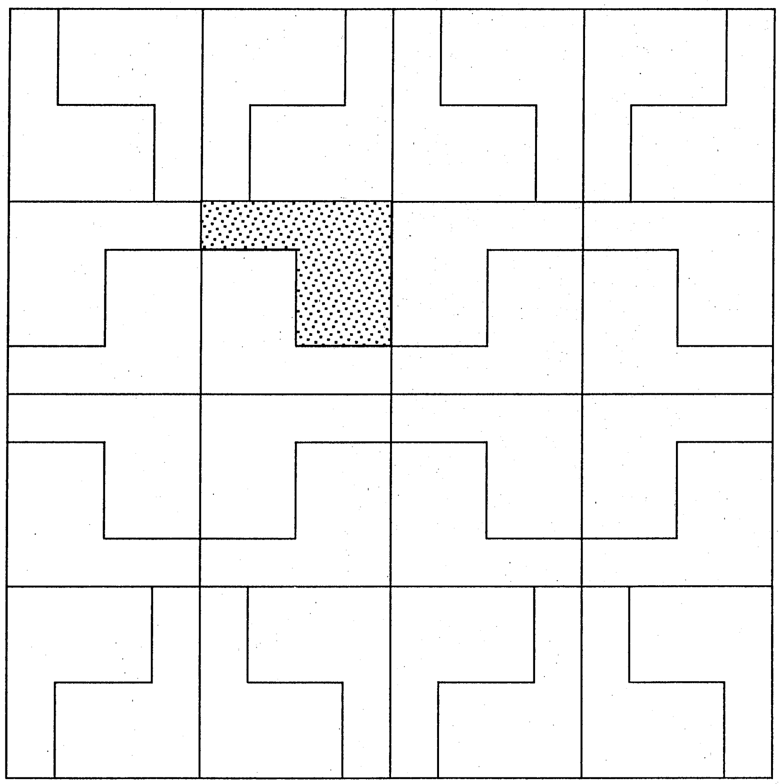
En traçant seulement **deux** droites, découper le croissant de lune ci- dessous en **six** parties.



100 % de réussite (de 1min à 7 min 30)

Défi 2

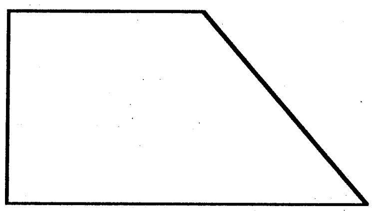
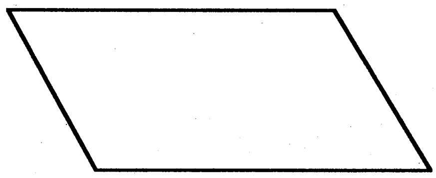
Le puzzle représenté ci-dessous est constitué de pièces toutes identiques, ayant une face rouge, l'autre grise.
Sur le dessin, une seule pièce a été coloriée, en gris. Colorier toutes les autres.



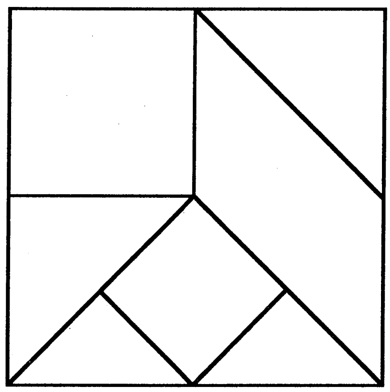
40 % de réussite

Défi 3

Reproduction de figures avec les éléments d'un puzzle .

En utilisant **toutes les pièces** du puzzle , former les figures suivantes	
 un **trapèze rectangle**	 un **parallélogramme**

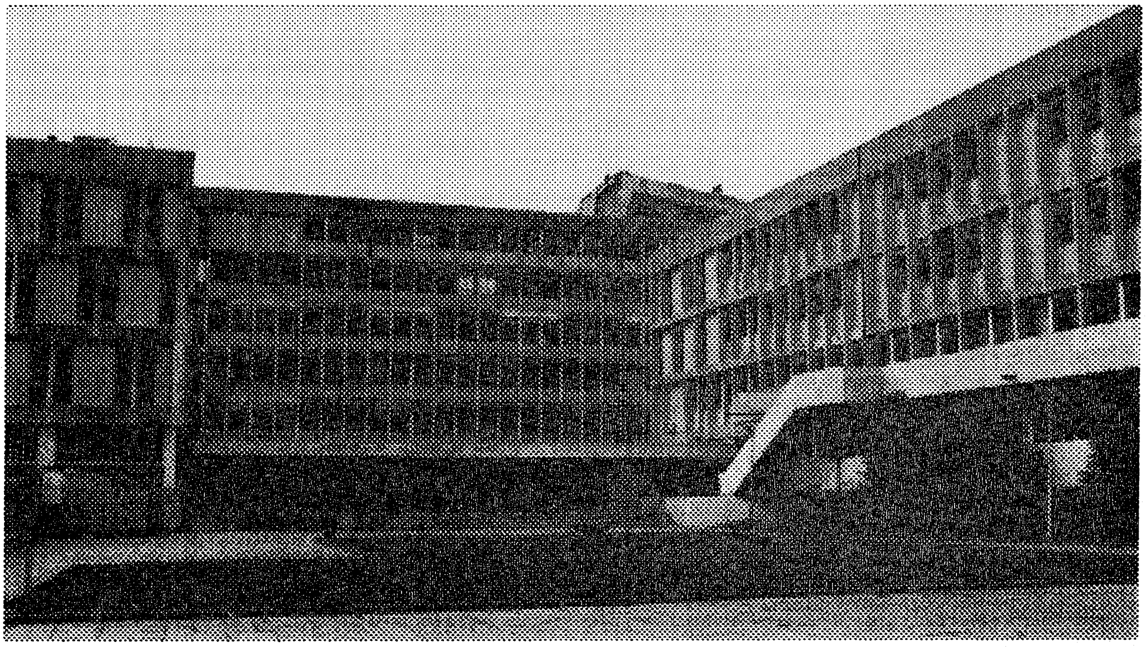
Voici le puzzle, dit de Pythagore, vous devinerez sans peine pourquoi



50 % des équipes ont réussi au moins une des deux figures

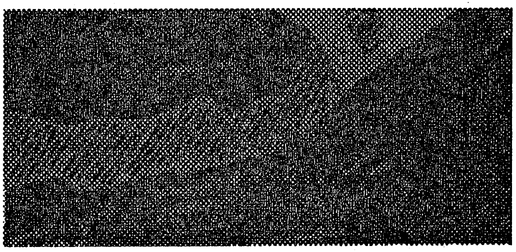
Problème "vert" n°4

Tapis gris



Les pelouses de l'Université sont renouvelées tous les cinq ans : le jardinier retourne la terre, puis lui ajoute du terreau avant de semer un nouveau gazon.
Voici un extrait du mode d'emploi de ce terreau.

Terreautage des gazons :
En fin d'automne, griffer légèrement votre gazon avec un râteau ou un rouleau à dents . Epandre le Terreau Universel à la volée
(4 à 5 litres au m^2).
Ratisser pour faire pénétrer dans le sol



Conforme à la norme NF U 44551, réf P120.
Terreau Universel à base de Compost Forestier.
Matière sèche sur produit brut : 35 % minimum.
Matière Organique sur produit brut : 25% minimum
pH(H_2O) - 6,5 environ
Résistivité - 1200 - 1700 Ω/cm.
Rétention en Eau - 200 %.
20 litres à l'ensachage.
Produit conditionné sous presse.
Reprend son volume en se délitant.

Quelle quantité de terreau le jardinier devra-t-il employer pour cette pelouse ?

Voir au verso le plan de l'université : l'endroit où se trouve la pelouse de la photo y est signalé par une croix.

Tapis gris

C'est un des problèmes qui a été le mieux réussi.

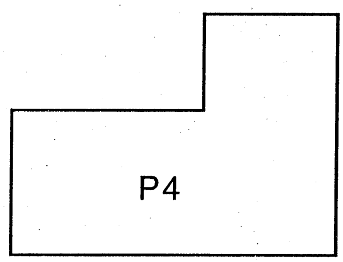
Quel était le problème ?

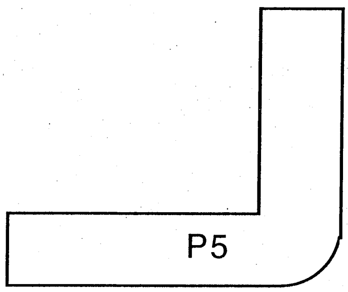
Pour le résoudre , il fallait :
- trier parmi les informations de l'énoncé et choisir les mesures pertinentes à effectuer sur le terrain
- effectuer correctement mesurage et calcul d'aire
- calculer la quantité de terreau correspondante

Quelques observations sur le déroulement effectif

Calcul d'aire

Les sixièmes devaient traiter le problème pour des pelouses rectangulaires, et n'ont eu aucune difficulté.
Les cinquièmes avaient à traiter les deux formes suivantes :





Toutes les équipes sont parvenues à un résultat correct ou presque correct. En ce qui concerne la pelouse P5, étant donné sa forme et ses dimensions (de l'ordre de 20m), cela peut être considéré comme une performance. Les 3 équipes ont résolu le problème en assimilant la partie arrondie à un quart de cercle.
Pour l'autre forme, deux équipes sur quatre seulement n'ont pris aucune mesure superflue.

Calcul de la quantité de terreau

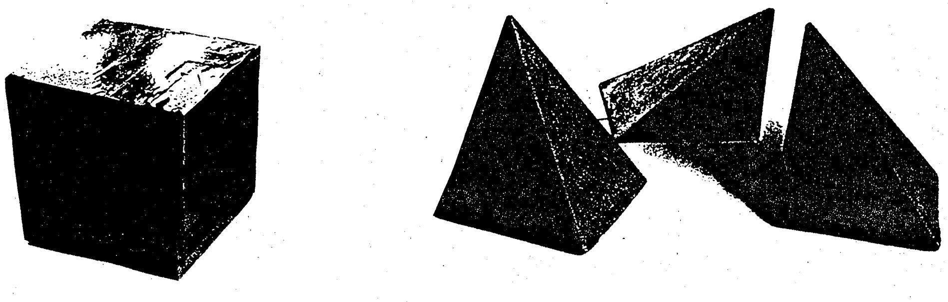
Il y avait là un choix à effectuer puisque l'énoncé indiquait une fourchette : 4 à 5 l/m^2. Trois types de réponse étaient possibles :
- une seule valeur : 4 x aire ou 5 x aire
- une valeur moyenne
- un encadrement

La moitié des équipes a donné une valeur moyenne, et deux équipes de cinquième ont fourni leur réponse sous forme d'un encadrement.

Epreuve n° 5
Défis "géométrie dans l'espace"

Défi 1 , chronométré : **"Pyramides dans un cube"**

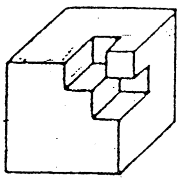
Consigne : Réaliser un cube avec ces trois pyramides



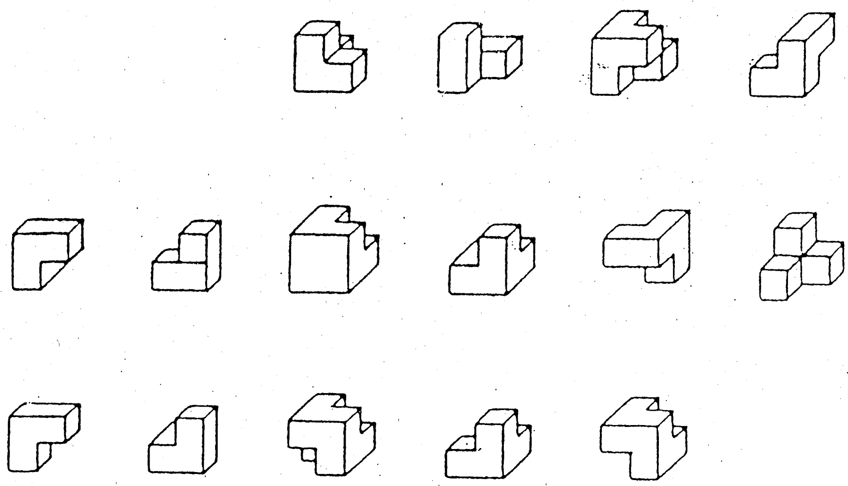
Toutes les équipes ont réussi : la plus rapide en 8 secondes, la plus lente en deux minutes.

Défi 2 : "Le cube entamé"

1° Sur papier quadrillé, dessiner les vues de face, de derrière, de gauche, de droite, du dessus, du dessous pour l'objet suivant :

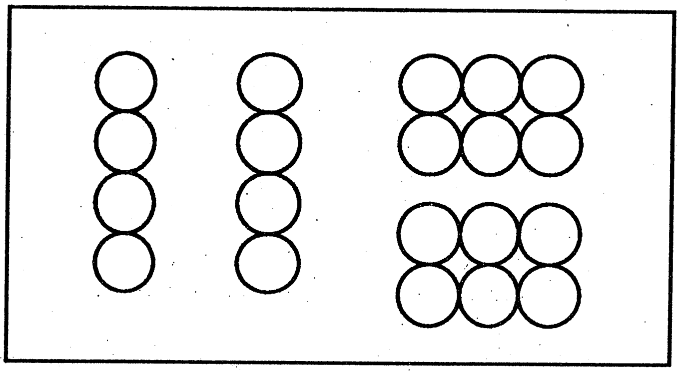


2° Parmi les morceaux suivants, quel est celui qui manque à l'objet précédent pour former un cube plein ?



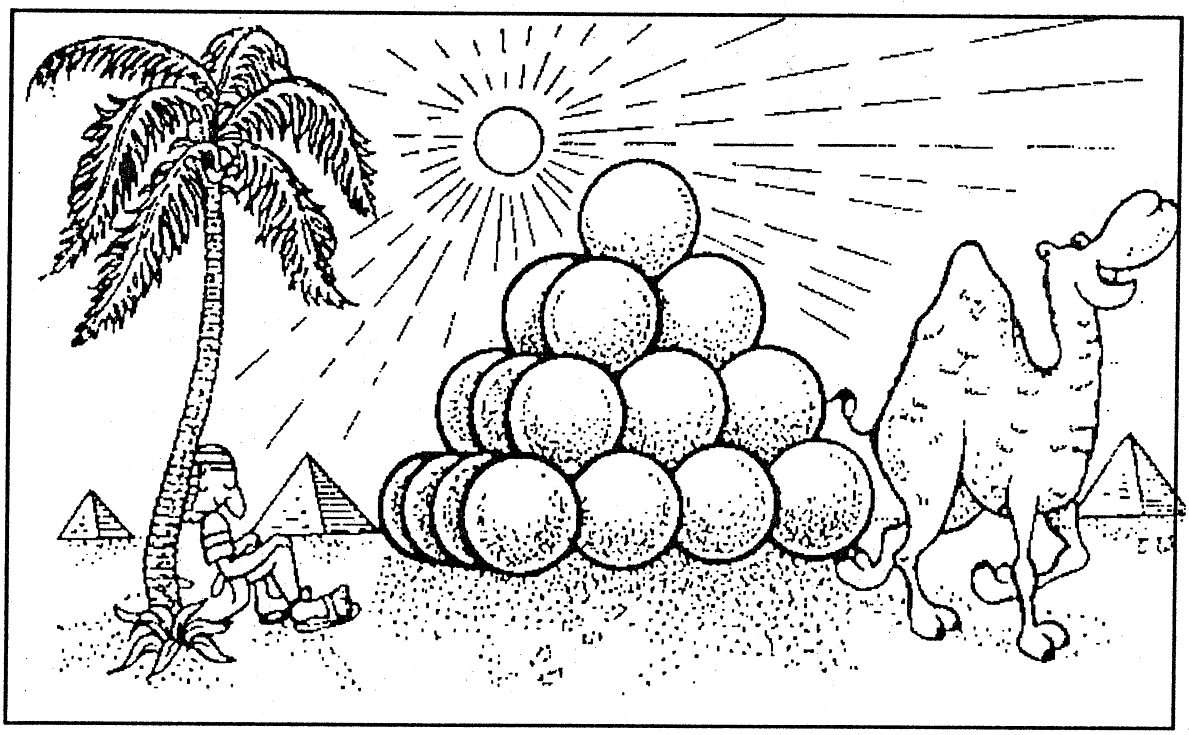
4 bonnes réponses complètes ; une seule équipe n'a pas identifié la "pièce manquante".

Défi 3 : Pyramide de boules



Les élèves disposent des quatre pièces représentées ci-contre, formées de boules collées les unes aux autres, et du dessin ci-dessous.

Consigne :
Avec ces quatre pièces, reconstituer une pyramide comme celle ci.



5 équipes sur 10 ont résolu l'énigme (la plus rapide en 46 secondes, la moins rapide en 4 minutes)
Nous vous laissons le plaisir de découvrir comment.

La fabrication des pièces est facile : acheter des boules en bois ou en papier mâché au rayon travaux manuels, et utiliser de la colle à bois.
C'est plus facile de coller d'abord les pièces deux par deux : sans presser, mais en les plaçant sur un plan incliné, de façon à ce qu'elles restent en contact.

Problème "vert" n°5

Haut, l'immeuble !

Quelle est la hauteur de l'immeuble photographié, à l'endroit marqué par deux flèches ?

Voir au verso le plan de l'université : l'endroit où se trouve l'immeuble de la photo y est signalé par une croix

Haut, l'immeuble!

Ce problème a beaucoup séduit les journalistes. Est-ce à cause de certaines tentatives d'escalade, heureusement sans suite ?

Quel était le problème ?

Les élèves devaient :

- prendre au moins une mesure sur place et utiliser la mesure correspondante sur la photo (il fallait alors tenir compte des effets de perspective dans le choix de la mesure)

- utiliser la proportionnalité de façon implicite ou explicite, en faisant un report de longueur sur la photo ou un calcul.

- donner un résultat dans une fourchette acceptable.

Quelques observations sur le déroulement effectif

Quatre équipes ont mis en oeuvre la totalité de la démarche décrite ci-dessus, quatre autres ont évalué la hauteur de l'immeuble de façon plus approximative, en se basant sur une estimation de la hauteur d'un étage ou d'éléments repérables sur place.

Nous vous livrons les deux autres réponses, telles qu'elles nous ont été transmises par les élèves :

*La hauteur de l'immeuble est 15 m.
aucunes mesures. renseignements donnés par un spécialiste. j'ai essaié de mesurer mais j'étais trop petite.*

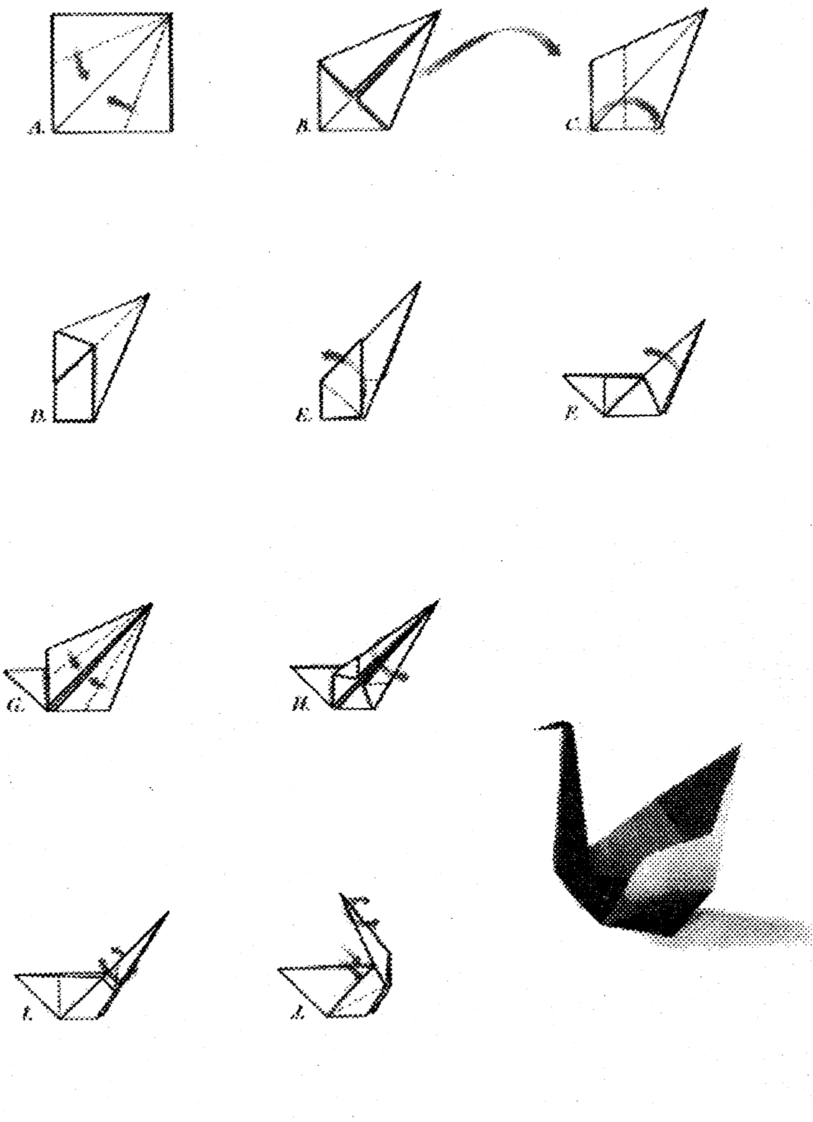
*L'immeuble fait 10 m de haut.
quand on saute du 5m à la piscine, cela fait à peu près la moitié de l'immeuble.*

Epreuve n° 6
Défis "fabrication d'objets"

Il s'agit de trois défis successifs. Chacun est chronométré.

Défi 1 : le pliage oiseau

Consigne : **réaliser ce pliage .**
La qualité de la réalisation sera appréciée , mais aussi la vitesse de réalisation.
Vous vous organisez comme vous voulez, vous disposez de plusieurs feuilles de papier, mais vous ne pouvez rendre qu'un seul pliage.

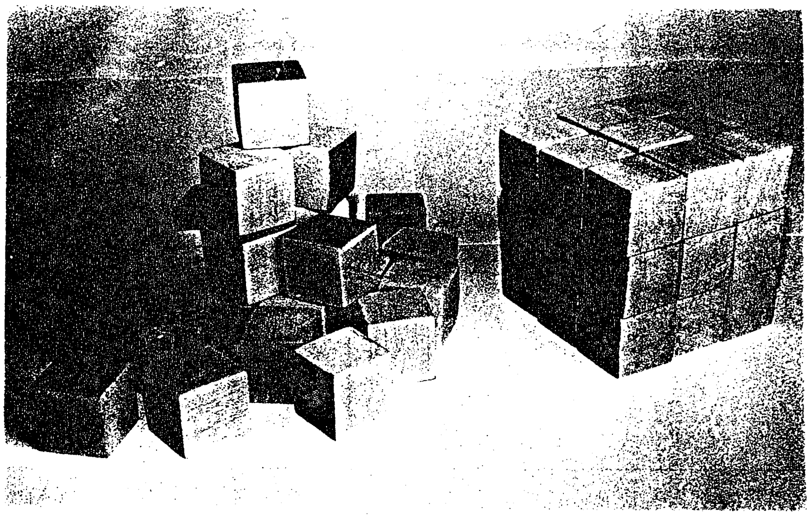


Cette épreuve était difficile : 5 équipes seulement ont réussi, dans un temps variant de 5 à 28 minutes.
Il faut deux contrôles :

- *on a bien interprété l'action à faire (en observant son résultat sur la figure suivante)*
- *on a bien réalisé cette action (comparaison entre le dessin et le pliage effectué)*

Défi 2 : cube peint

Avec ces 27 petits cubes reconstituer un cube peint sur toutes ses faces.



Il y a en tout 3 couleurs, et les petits cubes ne sont peints que sur les faces qui seront visibles sur le cube final.

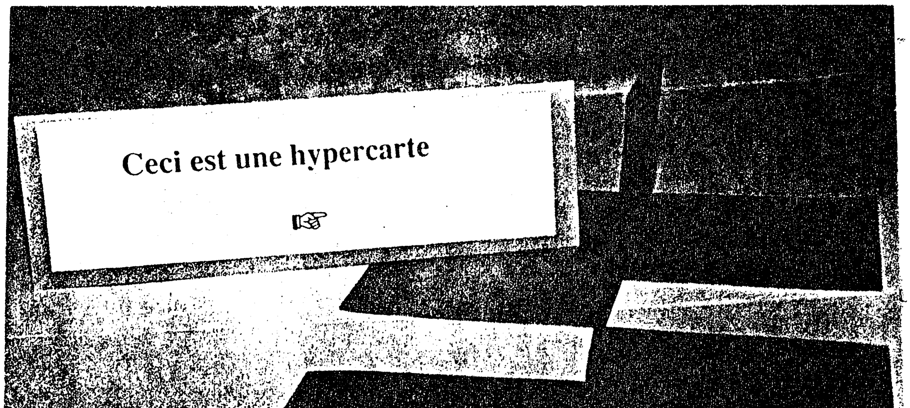
Les élèves n'ont pas de modèle du cube à réaliser.

100% de réussite, mais dans un temps variant de 7 à 35 minutes. On dira encore que les enfants n'ont pas de constance....

Défi 3 : Hypercarte

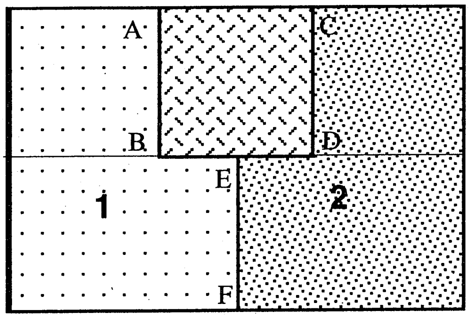
Observer l'hypercarte puis en fabriquer une en vous servant uniquement des ciseaux.

L'objet est disponible, mais collé sur un support.
Seul matériel: une feuille, qui doit rester en un seul morceau. Pas de collage autorisé.



6 réussites en 4 à 16 minutes.

Le secret de l'hypercarte



Trois coups de ciseau selon AB, CD, EF.

Les parties 1 et 2 effectuent chacune une rotation de 90° autour de l'axe pointillé, en sens inverse.

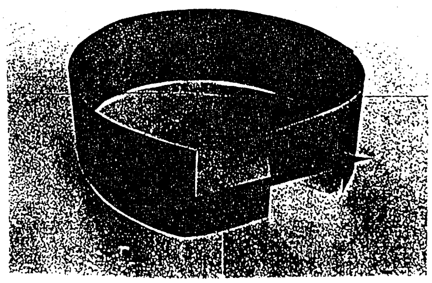
Encore plus fort : l'hypercasquette !

On peut la fabriquer de deux façons :

- à partir d'une hyper-carte ou hyper-bande, car les proportions doivent être un peu revues, en collant simplement les deux bouts.
- à partir d'une bande de Moebius, sur laquelle on opère le même découpage et retournement que pour fabriquer l'hypercarte.

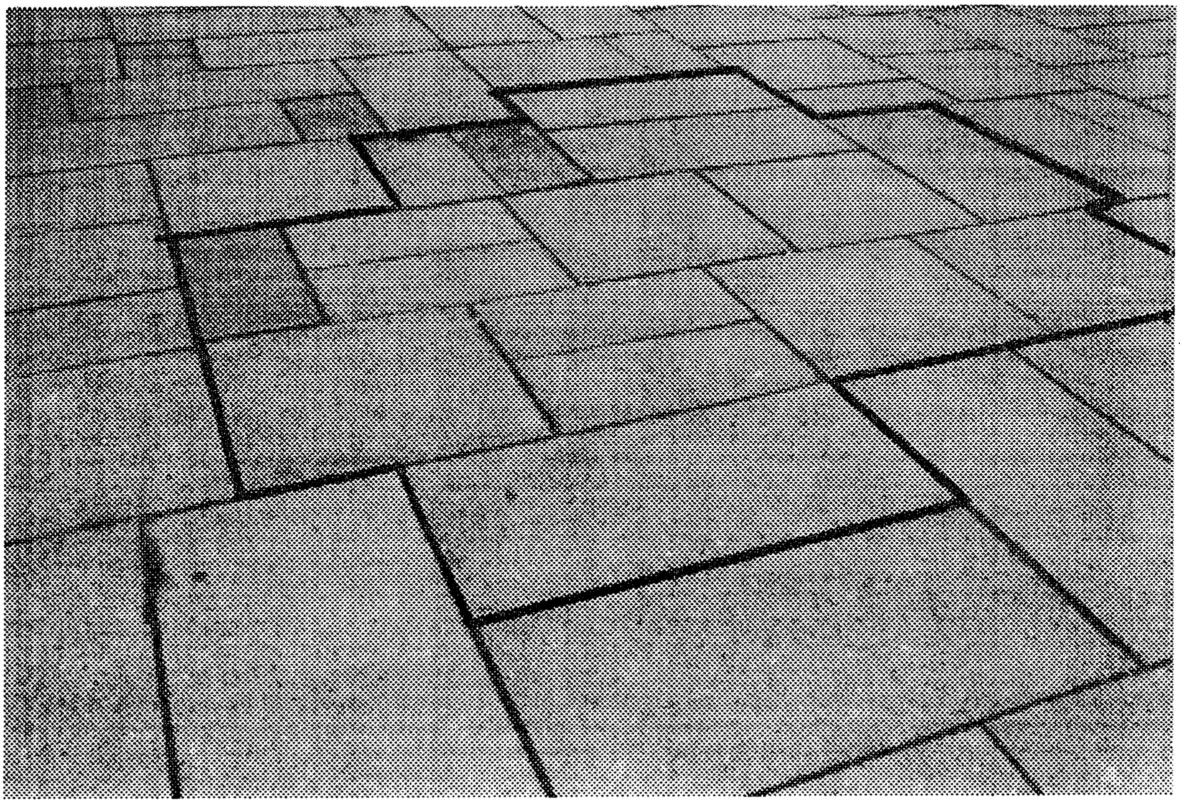
L'hypercasquette est un objet assez surprenant, et sa fabrication à partir de la bande de Moebius ressemble presque à un tour de magie. L'effet est plus fort évidemment pour quelqu'un qui n'a pas rencontré l'hypercarte.

L'origine de cette idée : semble-t-il Martin Gardner, encore lui !



Problème "vert" n°6

Sur le carreau ...



Quelle est l'aire de la surface de carrelage délimitée au crayon sur la photo ci - dessus ?

Vous pouvez observer ce carrelage tout autour des bâtiments de l'université, en particulier devant les bâtiments 401, 731, ...

Voir au verso le plan de l'université.

Sur le carreau

Quel était le problème ?

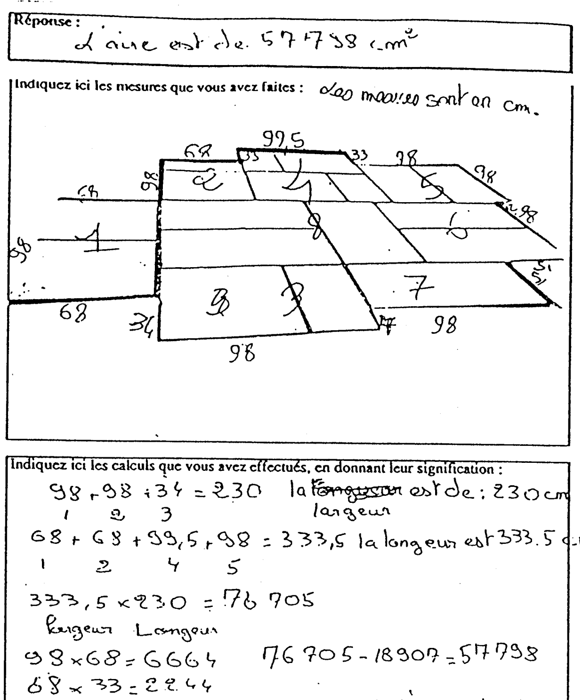
Pour résoudre le problème les élèves devaient identifier les différents carreaux de leur figure, ce qui était une difficulté étant donné l'effet de perspective prononcé.
Il y avait deux stratégies raisonnables :
- mesurer les différentes sortes de carreaux, les dénombrer sur la figure, en déduire l'aire totale
- faire le même travail à partir de regroupements des carreaux en plus grands rectangles.

Quelques observations sur le déroulement effectif

Une équipe de sixième s'est contentée de prendre des mesures sur la photo, et a effectué une série de multiplications, avant de conclure :

> *les résultats que nous avons trouvés proviennent des côtés* x *par les côtés de la figure.*

Pour les autres classes, les principales difficultés ont été liées à l'identification des carreaux de la figure et à l'organisation des calculs. Voir l'exemple ci-dessous :



Réponse : l'aire est de 57 798 cm²

Indiquez ici les mesures que vous avez faites : les mesures sont en cm.

Indiquez ici les calculs que vous avez effectués, en donnant leur signification :

98 + 98 + 34 = 230 la ~~longueur~~ largeur est de : 230 cm

68 + 68 + 99,5 + 98 = 333,5 la longeur est 333.5 cm

333,5 × 230 = 76 705 largeur Longeur

98 × 68 = 6664

68 × 33 = 2244

68 × 33 = 2244

12 × 98 = 1176

51 × 51 = 2601

98 × 17 = 1666

68 × 34 = 2312

76 705 - 18907 = 57798

l'aire est de 57 798 cm²

Une seule équipe a donné un résultat dans une fourchette acceptable.

CATÉGORIE B (CLASSES DE QUATRIÈME, TROISIÈME, SECONDE)

CATÉGORIE C (CLASSES DE PREMIÈRE ET TERMINALE)

FORMULE "DÉBAT"

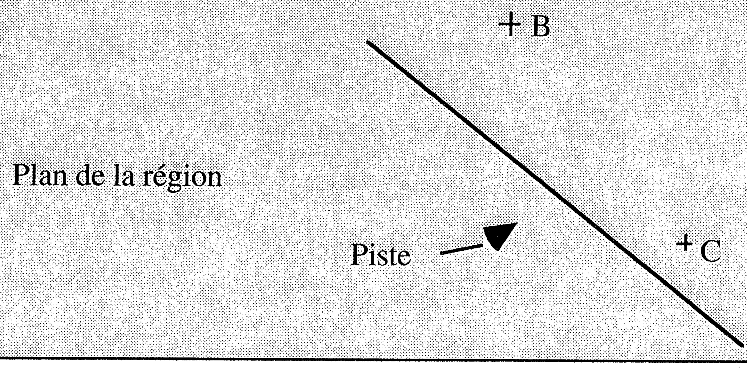
Les élèves disposaient d'une dizaine de problèmes affectés de coefficients, mais ne devaient en rendre que trois, sachant que les réponses fausses seraient comptées négativement.

PROBLÈMES DE LA CATÉGORIE B
ENONCÉS ET CORRIGÉS.

1 LES MOTARDS - *2 Points*

Deux motards B. IDON et C. ARTER doivent rejoindre au même moment un point A d'une piste tracée dans un désert plat. B. IDON part du village B avec sa moto de 950 cm^3, et C.ARTER part du village C avec sa moto de 1043 cm^3. Les villages sont distants de 193 km. Bien que les motos n'aient pas la même puissance, ils roulent à la même vitesse : 93 km/h. Le village B est à 50 km de la piste, et le village C est à 43 km de la piste. Ils partent tous les deux le 19 octobre 1993 à 19h exactement.

Placer le point A sur le plan ci-dessous :



Puisque les motards roulent à la même vitesse, ils auront parcouru la même distance quand ils se rencontreront au point A, et le problème est donc simplement de déterminer le point de la droite d équidistant de B et de C. La difficulté du problème tenait uniquement à l'habillage et au luxe de détails superflus donnés dans l'énoncé.

2 EPICERIE - *2 Points*

"Bonjour M. l'épicier. Je veux un kg de pommes de terre, et un kg de courges ; comment se fait-il que les pommes de terre soient plus chères que les courges ?"
"A cause de la saison. Voilà, M. le client. Vous me devez 4,05 F"
"Mais M. l'épicier, vous avez multiplié les prix au lieu de les ajouter !"
"Ah, désolé M. le client. Je recompte. Vous me devez 4,05 F"

Quels sont les prix d'un kg de pommes de terre, et d'un kg de courge ?

Il s'agit de trouver deux prix, en francs, dont le produit est 4,05 et la somme 4,05.
Réponse : **1,80 et 2,25**

Deux méthodes possibles
- Par essais : le produit et la somme sont environ 4, donc on peut penser que les nombres sont voisins de 2.

Les essais à la calculatrice peuvent aboutir assez rapidement.
- Par résolution d'un système :

$$x + y = 4{,}05$$
$$xy = 4{,}05$$

c'est à dire : $x^2 - 4{,}05\,x + 4{,}05 = 0$

Ce n'est pas à la portée des élèves à ce niveau. Alors ?

Une idée, a priori intelligente, consiste à travailler en centimes et écrire :

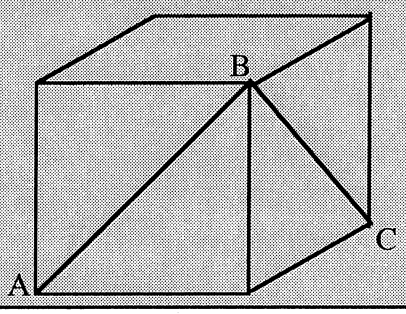
$x + y = 405$; $xy = 405$ et chercher les diviseurs de405 (huit diviseurs propres)

On se rend compte que cette idée conduit à une impasse. Mais pourquoi ?

Tout simplement parce que si les prix s'expriment en centimes, leur produit est 40 500 ("centimes carrés" !) et non 405. Cette mésaventure en dit long sur les erreurs possibles lors d'un changement d'unité.

3 L'ANGLE - *2 Points*

Combien mesure l'angle ABC de ce cube ?



Les trois côtés du triangle ABC sont des diagonales des faces du cube, c'est donc un triangle équilatéral et l'angle vaut 60°.

Majorité de réponses : 90°, souvent argumentées par la présence de deux triangles rectangles isocèles, d'où 45° + 45°.

Voilà un problème qui peut donner lieu à un débat en classe !

4 LA PESEE - *2 Points*

On dispose de 162 boules indiscernables (elles ont toutes la même apparence), et d'une balance de Roberval.

Parmi ces boules il y en a une plus lourde que les autres.

F. Léaud dit : "j'ai trouvé cette boule en 4 pesées"

Comment a-t-il fait ?

Pouvez-vous faire mieux ?

Faire mieux, oui, avec beaucoup de chance : par exemple, on peut réussir en une seule pesée de 2 boules !

Voilà un énoncé franchement raté ...

Le problème, un classique, est de déterminer le nombre minimal de pesées permettant de trouver **à coup sûr** la boule plus lourde que les autres.

Par exemple, si l'on divise le paquet en deux, et qu'on les compare par pesée, on est sûr de savoir dans quel paquet de 81 boules se trouve la plus lourde. Si l'on compare deux lots de 40, on peut avoir la chance de réduire la recherche suivante à 30 boules, ou la malchance d'avoir les 102 restantes à considérer.. C'est donc un moins bon choix. Par contre, comparer deux lots de 50 boules est une meilleure idée, car dans le pire des cas, on aura à chercher la boule la plus lourde parmi 62 ...

Pour déterminer la meilleure stratégie, on va donc se placer toujours dans le cas le plus défavorable.

La stratégie optimale est la suivante :

Diviser le nombre de boules par 3, soit
$n = 3q + r$

- Si $r = 0$ écarter un paquet de q boules et comparer les deux paquets de q boules restants.
- si $r = 1$ écarter un paquet de q + 1 boules et comparer les deux paquets de q boules restants.
- Si $r = 2$ écarter un paquet de q boules et comparer les deux paquets de q + 1 boules restants.

Dans tous les cas, la première pesée permet de savoir dans quel paquet de q ou q+ 1 boules se trouve la boule cherchée, et on recommence ensuite l'opération... Pour 162 boules, on est sûr du résultat en **5 pesées au plus**.

5 LES MENTEURS : *3 Points*

Un naufragé débarque sur l'île de Cépavrai. Cette île est peuplée de menteurs qui mentent dès qu'ils ouvrent la bouche, et de véridiques qui disent toujours la vérité.

Il rencontre trois indigènes et leur demande : "êtes-vous un menteur ?"
Le premier dit quelque chose ; le naufragé n'entend pas, à cause du vent.
Le deuxième dit : "il vient de dire qu'il était menteur".
Le troisième dit : "ce sont tous les deux des menteurs".

Qui dit la vérité ?

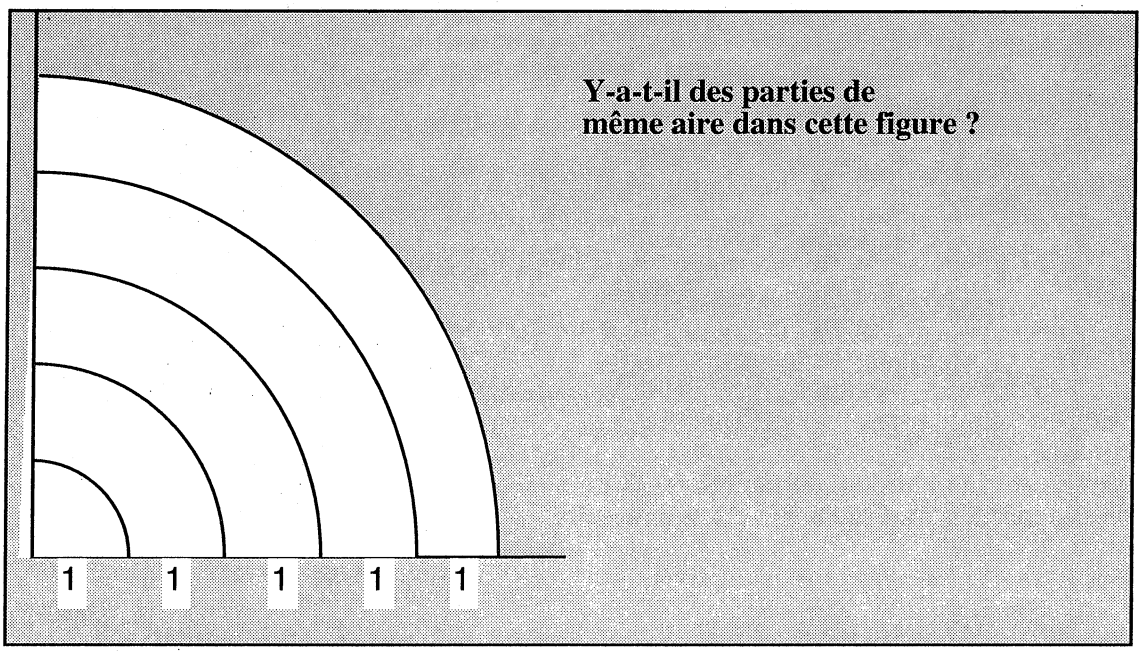
A la question "Es-tu menteur ?" :
- Quelqu'un qui ment toujours ne peut que répondre NON.
- Quelqu'un qui dit toujours la vérité ne peut que répondre NON.

Le premier indigène n'a donc pu répondre que "NON, je ne suis pas menteur", à la question posée, et donc **le deuxième ment.**

A partir de là, deux cas sont possibles :
ou le premier ment, et dans ce cas le troisième dit la vérité
ou le premier dit la vérité, et dans ce cas le troisième ment;

La solution était donc : **soit le premier, soit le troisième**.

6 LES SECTEURS - *3 Points*



Les surfaces à considérer étaient soit des secteurs circulaires, d'aire proportionnelle à n^2 (n = 1, 2, 3, 4, 5), soit des couronnes, d'aire proportionnelle à $n^2 - m^2$.
Le tableau suivant résume les possibilités pour $n^2 - m^2$, avec m = 0 (secteurs), ou m = 1, 2, 3, 4 (couronnes). Il donne les deux solutions correspondant au triplet pythagoricien (3,4,5)

m \ n	1	2	3	4	5
0	1	4	**9**	**16**	25
1		3	8	15	24
2			5	12	21
3				4	**16**
4					**9**

Première solution : le secteur (0,3) et la couronne (4,5)

Deuxième solution : le secteur (0,4) et la couronne (3,5)

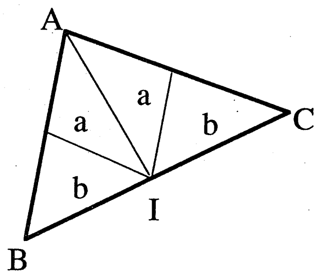
7 DECOUPAGE - *3 Points*

On suppose connues la propriété suivante : "La médiane (AI) d'un triangle ABC partage ce triangle en deux triangles AIB et AIC qui ont même aire."

Mais comment découper l'un de ces deux triangles pour reconstituer l'autre ?

Justifier la réponse

Il suffit par exemple, de découper le triangle AIB suivant sa médiane relative à [AB], et le triangle AIC suivant sa médiane relative à [AB]



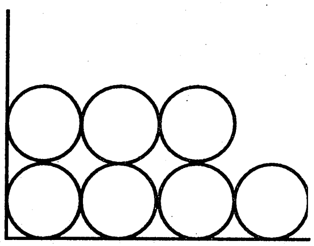
8 LES BOULES - *4 Points*

A l'intérieur d'une boite dont la base est un carré de 30 cm de côté, et dont la hauteur est 2 cm, on range des billes qui ont 1 cm de rayon.

Jojo Laboule dit, en montrant la boite fermée : "j'en ai rangé 232 à l'intérieur"

"Comment ? mais c'est impossible ! dit Toto Labille.

Qu'en pensez-vous ? Justifier votre réponse

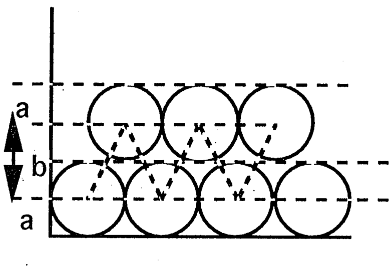


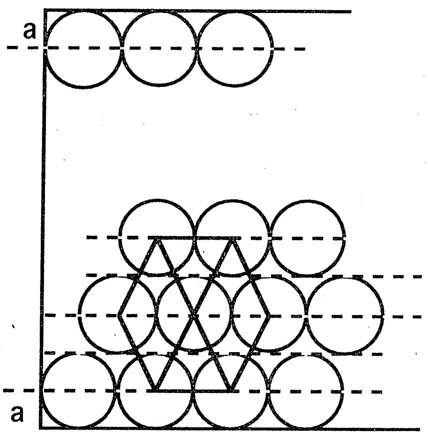
30 : 2 = 15

Une première idée consiste à dire que l'on peut aligner 15 boules sur chaque côté, d'où 15x15 soit 225 boules dans la boîte.

En y regardant d'un peu plus près, et en disposant les boules de la seconde couche dans les "trous", pour **deux** couches contenant 15 + 14 soit 29 boules, on a une épaisseur de $2a + b = 2 + \frac{2\sqrt{3}}{2}$, soit environ 3,732 cm.

30 : 3,732 = 8, soit 8 fois 29 boules donc 8 x 29 : 232 boules.





Mais il y a mieux.
Eliminons 2 fois 1 cm en haut et en bas : restent 28cm.
Les empilements dans la partie restante sont des empilements de triangles équilatéraux de hauteur b, soit
2 x 1,732 = 3,464 pour 29 boules en deux couches.

28 : 3,464 = 8
8 couches de 29 : 232 boules
1 couche sur les bords (en deux demi-couches) : 15 boules
On peut placer 247 boules.

9 LES TOURS - *4 Points*

M. Latour construit de hautes tours, une seule chaque année. Il a bâti la première vers la fin des années soixante.

Chaque année la tour construite a deux étages de plus que celle construite l'année précédente. En 1992, il a construit sa dernière tour. Il compte alors tous les étages de toutes ses tours : au total, il en trouve 1992

Combien y-a-t-il d'étages à la tour la plus haute ? En quelle année a-t-il bâti sa première tour ?

Réponse : Monsieur Latour a construit sa première tour en **1969**. La dernière tour construite a **106 étages**.

Résolution algébrique. Posons x : nombre d'étages de la première tour, n nombre de tours (de préférence au nombre d'années écoulées, cela limite le problème d'intervalle!)
On arrive à
$n (x + n - 1) = 1\,992$

Un schéma est plus parlant : représentons les n tours, dont chacune a 2 étages de plus que la précédente (fig. 1)

On empile la première sur la dernière, la seconde sur l'avant-dernière, etc (fig. 2)
Cela fait 2x1992 étages, disposés dans un rectangle de dimensions n et x+y (l'unité étant l'étage).

fig 1

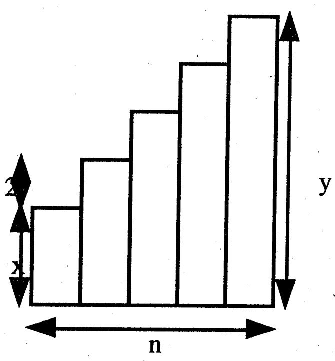
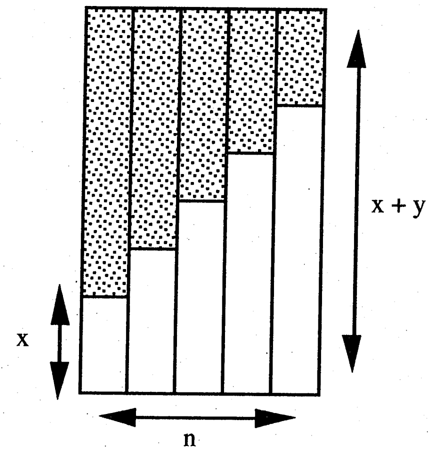


fig. 2



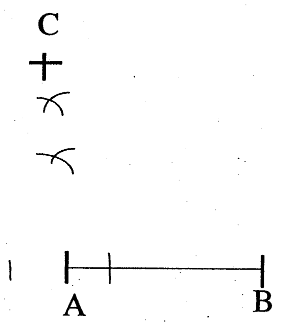
D'où : n . (x + y) = 3 984 = 2^4 x 3 x 83
On connaît l'ordre de grandeur de n,
il y a donc une seule solution : n = 24, et x+y = 166
La 24ème tour a une hauteur y égale à x + 2x23
2x + 46 = 166, d'où x = 60

Ce n'est pas le type de démarche que l'on attendait des élèves, Des démarches plus expérimentales, en utilisant l'information : fin des années soixante permettaient d'orienter et de réduire le nombre d'essais. Trois des six équipes qui ont choisi ce problème ont donné les bonnes réponses, il y a eu évidemment des réponses partielles (ces fameux problèmes d'intervalles!).

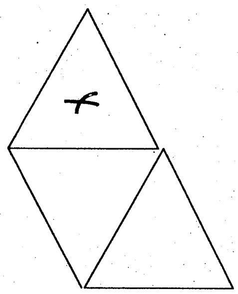
10 LES FLEURS - *4 Points*

M. Déquerre est jardinier. Il a préparé trois massifs centrés en A, B, C...Il souhaiterait que les segments [AB] et [AC] soient perpendiculaires. AB mesure 5m et AC environ 8m. Il ne dispose que d'une ficelle de 5m et de quelques piquets.

Comment vérifier que les segments sont bien perpendiculaires ?



Avec la ficelle de 5m, on peut facilement placer deux points sur la perpendiculaire à (AB) passant par A, à une distance de A supérieure à 4,5 m.
Il reste à vérifier l'alignement de C avec ces points.



On peut aussi penser à utiliser le fait que AB et la ficelle sont de même longueur, 5m, pour construire des triangles équilatéraux...

Ce problème, très inhabituel pour les élèves, n'a pas été compris. Certains ont monté des "démonstrations" très scolaires comme :
Hypothèses : AB = 5, AC = 8
Conclusion : (AB) et (AC) sont orthogonales
Entre les deux : Thalès et Pythagore ....

11 LA BATTERIE DE POMPES - *4 Points*

En raison de récentes et violentes inondations, deux parkings des bords de Saône ont été inondés. Dans le premier, situé le plus bas, il y avait deux fois plus d'eau que dans le second.

Lundi, une batterie de pompes à été mise en service pendant 5 heures pour évacuer l'eau du premier parking. Il restait encore de l'eau : la moitié des pompes est restée en service sur le premier parking, et l'autre moitié, bien entendu, a été mise en service sur le deuxième parking, ceci pendant encore 5 heures.

Au bout de ces 5 heures, le premier parking était à sec, mais pas le second. Il a fallu trois pompes pendant encore 5 heures pour achever le travail.

Au fait, combien de pompes ont-elles été utilisées ?

On peut raisonner soit sur le nombre de pompes, soit sur la quantité d'eau, car les pompes travaillent à la même vitesse pendant des tranches horaires égales.

1) Par essais successifs et ajustement:

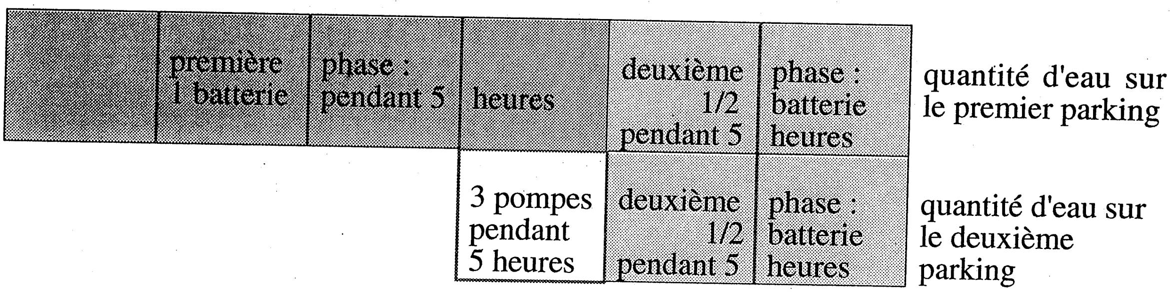
Exemple: supposons qu'il y ait 18 pompes

	1er parking	2ème parking
1ère phase	18	
2ème phase	9	9
3ème phase		3
	27	12

27 n'est pas le double de 12, donc on change d'hypothèse jusqu'à trouver:

	1er parking	2ème parking
1ère phase	12	
2ème phase	6	6
3ème phase		3
	18	9

2) On peut s'aider d'un schéma représentant la quantité d'eau pompée durant chaque phase de 5 heures. On sait que sur le deuxième parking, il y a deux fois moins d'eau que sur le premier.



D'après le dessin, les trois pompes de la troisième phase absorbent 1/6 de la totalité de l'eau du premier parking. Donc pour la première phase, ou pour la deuxième il faut **12 pompes.**

3) On peut mettre le problème en équation.

Soit x le nombre de pompes.

Nombre de pompes qui travaillent sur le premier parking : $x + \frac{x}{2}$

Nombre de pompes qui travaillent sur le deuxième parking : $\frac{x}{2} + 3$

Le temps mis est le même. Les pompes travaillent à la même vitesse. Il y a deux fois moins d'eau sur le deuxième parking que sur le premier.

donc : $$x + \frac{x}{2} = 2\left(\frac{x}{2} + 3\right)$$

ce qui conduit à : $\mathbf{x = 12}$

Les résultats

Les élèves ont surtout tenté les plus gros coefficients. A noter que le taux de réussite des problèmes à petit coefficient est peu élevé. Il semble que les élèves aient sous-estimé leur difficulté, ou se soient davantage concentrés sur la recherche des problèmes plus payants. Quitte ou double en somme.
Les problèmes étaient les mêmes de la quatrième à la seconde, mais ne pouvait attendre le même niveau de justification pour des élèves en début de quatrième ou de seconde. Aussi les critères pour l'attribution des points ont-ils été différents, et les classements effectués niveau par niveau.

Problème	Coefficient	Nombre de réponses données	Nombre de réponses justes
1 Les motards	2	0	
2 Epicerie	2	0	
3 L'angle	2	3	1
4 La pesée	2	0	
5 Les menteurs	3	2	0
6 Les secteurs	3	4	1
7 Découpage	3	0	
8 Les boules	4	11	3
9 Les tours	4	6	3
10 Les fleurs	4	5	0

PROBLÈMES DE LA CATÉGORIE C

ENONCÉS ET CORRIGÉS

EXERCICE 1 : *1 point*

Les coureurs Hector et Achille partent au même moment : le premier de A vers B et le second de B vers A sur la même route. Leurs mouvements sont uniformes. Ils se croisent en C, entre A et B.
A ce moment, il faudrait encore 16 minutes à Hector pour parvenir en B et 25 minutes à Achille pour arriver en A.
Quel est le rapport de leurs vitesses ?

Lorsque les deux coureurs arrivent en C, il s'est écoulé t minutes.
Désignons par V_H la vitesse constante d'Hector (en m/mn) et par V_A la vitesse constante d'Achille (en m/mn).

On a : $AC = V_H .t = 25V_A$ et $CB = V_A .t = 16\ V_H$

D'ou $t = 25\frac{V_A}{V_H} = 16\frac{V_H}{V_A}$

Nous avons donc

$$\frac{V_H{}^2}{V_A{}^2} = \frac{25}{16}$$

Le rapport $\frac{V_H}{V_A}$ vaut donc $\frac{5}{4}$

$$\boxed{\frac{V_H}{V_A} = \frac{5}{4}}$$

EXERCICE 2 : *1point*

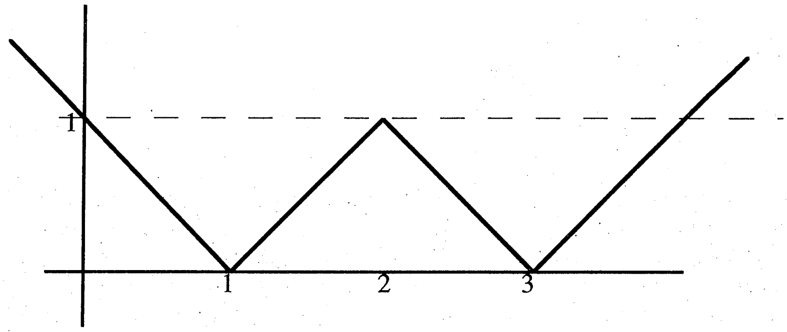
On a tracé un angle de 19°
Comment le partager en 19 angles de 1° avec seulement une règle non graduée et un compas ?

Sur un cercle on reporte **10 fois** l'angle, d'où un angle de 190°. Par différence avec l'angle plat , on a construit l'angle de 10°.

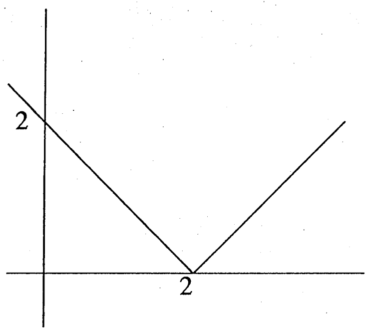
En doublant cet angle : 20°. Par différence avec 19° on obtient l'angle de 1°. C'est fini.

EXERCICE 3 : *2 points*
Sachant que l'équation d'inconnue x : $\lvert \lvert x-2 \rvert - 1 \rvert = m$
a exactement trois solutions distinctes, trouver la valeur de m.

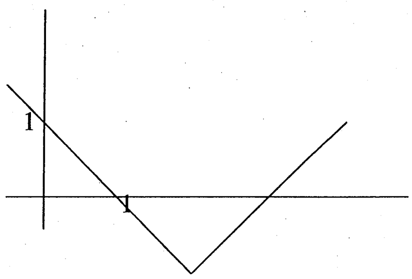
Le graphe de
$x \longrightarrow \lvert \lvert x-2 \rvert - 1 \rvert$
est :



obtenu à partir de celui de :
$x \rightarrow \lvert x-2 \rvert$



puis de :
$x \rightarrow \lvert x-2 \rvert - 1$

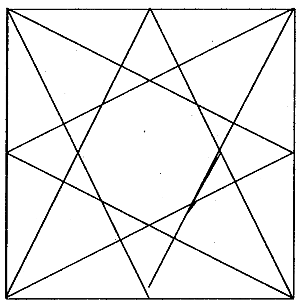


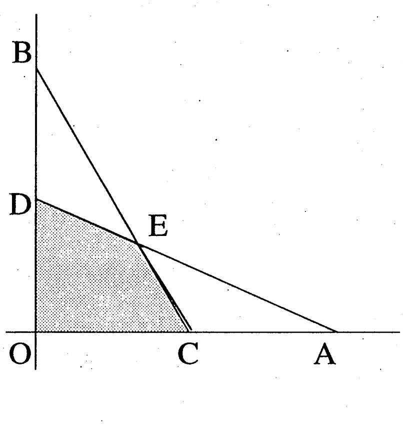
On a donc : **m = 1**

EXERCICE 4 : *4 points*

Dans le carré ci-contre, de côté 1 mètre, on a tracé, comme l'indique le dessin, les segments joignant les milieux des côtés.

Calculer l'aire de la surface pointillée.



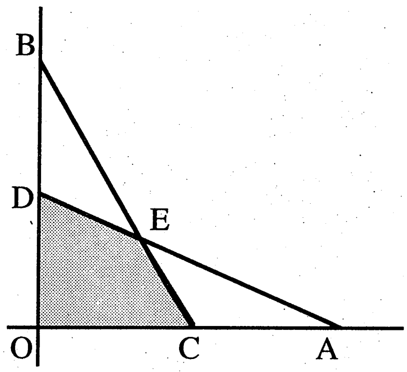


Nous construisons un repère orthonormé dont l'origine est au centre O du carré. Pour simplifier, nous ne représentons qu'**un quart de l'octogone**.

Solution 1

Nous avons :

$A(\frac{1}{2},0)$ $C(\frac{1}{4},0)$ $D(0,\frac{1}{4})$ $B(0,\frac{1}{2})$



La droite (BC) a pour équation : $y=-2x+\frac{1}{2}$

La droite (DA) a pour équation : $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}$

D'où les coordonnées de E $(\frac{1}{6};\frac{1}{6})$

La partie hachurée a donc une aire égale à

$2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{24}(m^2)$

La surface pointillée a donc une aire de $\frac{1}{6}$ (m^2)

Solution 2

OD = OC par symétrie.
Les triangles ODE et OEC ont même aire par symétrie.

Mais aire (OEC) = aire (CAE) (OC = CA et hauteur commune)

D'où : aire (OEC) = aire (OAD)/3

$=\frac{1}{3}\times(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4})=\frac{1}{48}(m^2)$

L'aire hachurée vaut bien 2 x 1/48 soit 1/24 m^2 et la surface pointillée 4 x 1/24 soit 1/6 m

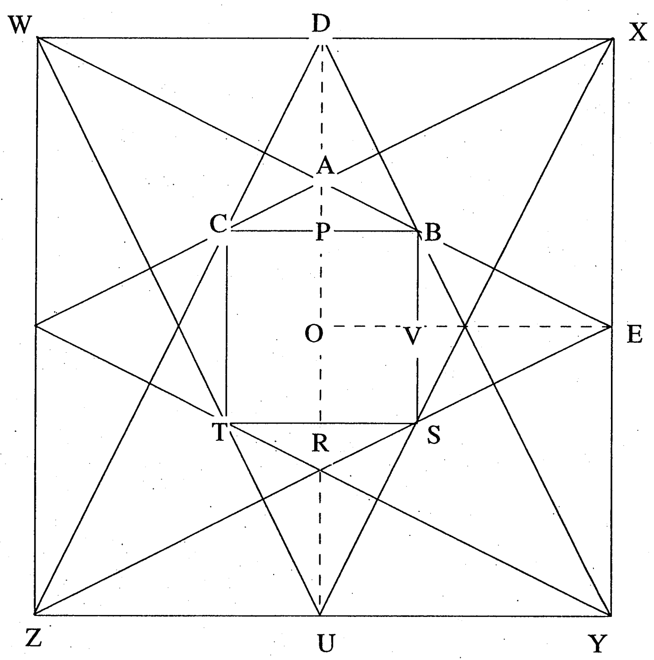
Solution 3

Les triangles DBC et DYZ sont homothétiques.
D'où DP = BC
De manière analogue
PR = BS = EV = RU = DP
Nous en déduisons que le carré BCTS a une aire égale à 1/9 de celle de XWZY soit 1/9 m ^{2}.

Mais puisque OA = 1/2 OD et OP = 1/3 OD, on a AP = 1/6 OD = 1/12.
Le triangle ABC a donc une aire de :

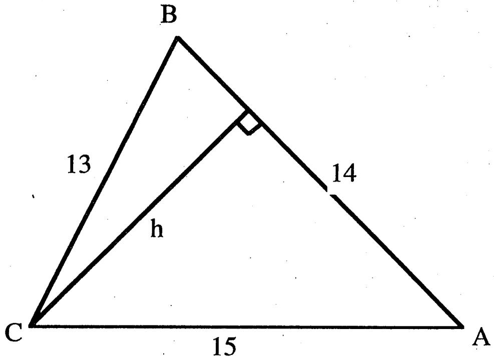
$\frac{1}{2}\times\frac{1}{12}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{72}(m^2)$

d'où le résultat.



EXERCICE 5 : *2 points*

Un triangle a pour côtés 13, 14 et 15 : montrer que la hauteur relative au côté moyen est un entier.
En est-il de même du rayon du cercle circonscrit ?



Par Pythagore généralisé (Al - Kashi), on a :

$225 = 169 + 196 - 2 \times 13 \times 14 \cos \hat{B}$

D'où $\cos \hat{B} = 5/13$. D'autre part : $\sin\hat{B} = h/13$

Comme $\cos^2 \hat{B} + \sin^2 \hat{B} = 1$, on obtient :

$25 + h^2 = 169$ ou encore $h^2 = 144$ et finalement

h = 12.

On a $15/\sin \hat{B} = 2R$ où R est le rayon du cercle circonscrit.

Comme $\sin \hat{B} = 12/13$, on obtient :

$R = \dfrac{15 \times 13}{12 \times 2} = \dfrac{65}{8}$ et **R n'est pas entier**.

EXERCICE 6: *3 points*

Le nombre k est un nombre entier. Une fourmi se promène sur le plan muni d'un repère de la façon suivante : dès qu'elle arrive au point de coordonnées (x, y), autre que (0, 0), elle marche sans s'arrêter jusqu'au point de coordonnées
(- 3x - y ; 7x + ky) , s'arrête un moment, puis repart en respectant la même règle de déplacement.
Trouver k sachant que, quel que soit son point de départ, autre que l'origine, elle retournera à ce point après un nombre fini de déplacements.

En partant de (1,0), il vient

$(1,0) \rightarrow (-3, 7) \rightarrow (2, -21 + 7k) \rightarrow (15 - 7k, 14 - 21k + 7k^2)$

$(-3,7) \neq (1,0)$; $(2, -21 + 7k) \neq (1,0)$; $(15 - 7k, 14 - 21k + 7k^2)$ peut être égal à (1,0)

La résolution du système :

$15 - 7k = 1$

$14 - 21k + 7k^2 = 0$

donne k=2. On vérifie ensuite que k = 2 est bien solution.

$(x,y) \rightarrow (-3x - y, 7x + 2y) \rightarrow (2x + y, -7x - 3y) \rightarrow (x,y)$

Remarque : matriciellement, on a $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

EXERCICE 7 : *1 Point*

La fonction f est définie pour les entiers n et k par :

$f(0\ ;\ n) = n + 1 \quad f(k\ ;\ 0) = f(k - 1\ ;\ 1) \qquad \text{et } f(k + 1\ ;\ n + 1) = f(k\ ;\ f(k + 1\ ;\ n))$

Calculer le nombre f(2 ; 2).

$f(2,2) = f(1, f(2,1))$

mais $f(1, n+1) = f(0,f(1,n)) = f(1,n) +1$

ce qui donne
$f(1, n) = n+2$, puisque $f(1, 0) = 2$

donc :
$f(2,2) = f(2,1) + 2$

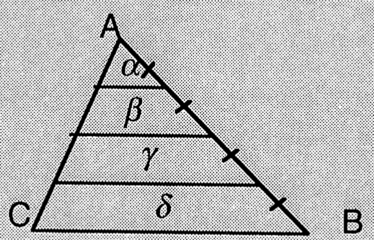
mais $f(2,1) = f(1, f(2,0)) = f(2,0) + 2 = f(1,1) + 2$

$= f(0,f(1,0)) + 2 = f(1,0) + 1+2 = 2+ 1 + 2 = 5$

Finalement : $\boxed{\mathbf{f(2,2) = 7}}$

EXERCICE 8 : *1 point*

ABC est un triangle quelconque. On partage [AB] en quatre segments égaux et on trace les parallèles à (BC) par les points de division. Montrer que les aires des surfaces α, β, γ, δ sont proportionnelles à quatre entiers que l'on précisera.



On a

$\alpha = \dfrac{1}{16}(\text{aireABC})$ $\qquad \alpha + \beta = \dfrac{1}{4}(\text{aireABC})$ $\qquad$ d' où : $\beta = \dfrac{3}{16}(\text{aireABC})$

$\alpha + \beta + \gamma = \dfrac{9}{16}(\text{aireABC})$ $\qquad$ d' où : $\gamma = \dfrac{5}{16}(\text{aireABC})$

Enfin :

$$\delta = \frac{(16 - 5 - 3 - 1)}{16}(\text{aireABC}) = \frac{7}{16}(\text{aireABC})$$

Les aires des surfaces α, β, γ, δ sont proportionnelles à 1, 3, 5, 7

EXERCICE 9 : *3 points*

Trouver la somme de tous les nombres réels X qui satisfont au système d'équations suivant :

$$Y = X^2 - 5X + 5$$
$$Z = X^2 - 12X + 35$$
$$Y^Z = 1$$

$Y^Z = 1$ est satisfait par les couples (Y,Z) tels que

1) Y = 1 et Z quelconque
2) Z = 0 et $Y \neq 0$
3) Y = -1 et Z est un <u>entier pair</u>

Examinons les différents cas :

1) $X^2 - 5X + 5 = 1$ D'où $\boxed{X=1}$ et $\boxed{X = 4}$

2) Z =0 équivaut à $\boxed{X=5}$ ou $\boxed{X = 7}$
Pour ces deux valeurs de X, on a bien $Y \neq 0$

3) Y = -1 équivaut à X = 2 ou X = 3
mais si X = 2 Z = 15 n'est pas pair
et si X = 3 Z = 8 est bien pair

on retient donc $\boxed{X = 3}$

Finalement, X peut être égal à **1, 4, 5, 7 et 3**

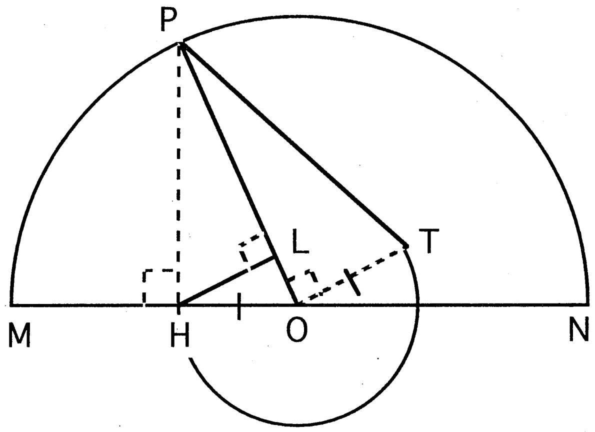
La somme vaut alors $\boxed{\mathbf{20}}$

EXERCICE 10 : *2 points*

Sur ce dessin, on pose HM = a et HN = b.
Retrouver :
m, moyenne arithmétique de a et b :
$$m = \frac{1}{2}(a + b)$$
g, moyenne géométrique de a et b : $g = \sqrt{ab}$

h, moyenne harmonique de a et b : $h = \dfrac{2ab}{a+b}$

q, moyenne quadratique de a et b :
$$q = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$



On a évidemment $\boxed{\mathbf{OP = \frac{a+b}{2} = m}}$

. On remarque : $OH = \frac{b-a}{2}$ $(b>a)$

. Par Pythagore : $OH^2 + HP^2 = OP^2$

D'où $HP^2 = (\frac{a+b}{2})^2 - (\frac{b-a}{2})^2$

$HP^2 = ab$ Donc $\boxed{\mathbf{HP = \sqrt{ab} = g}}$

. On a aussi $OT = \frac{b\text{-}a}{2}$. Par Pythagore encore :

$$PT^2 = (\frac{a+b}{2})^2 + (\frac{b-a}{2})^2 = \frac{a^2+b^2}{2}$$

Donc : $\boxed{\mathbf{PT = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} = q}}$

. Enfin $H\hat{P}L = L\hat{H}O$

D'où $\cos H\hat{P}L = \frac{PH}{OP} = \frac{HL}{HO}$, ce qui donne : $HL = \frac{HO.PH}{OP}$

En appliquant Pythagore dans PHL, on a :

$$PL^2 = PH^2 - HL^2 = PH^2\left(1 - \frac{HO^2}{OP^2}\right)$$

Or $PH^2 = ab$ et $\frac{HO^2}{OP^2} = \frac{(b-a)^2}{(b+a)^2}$ ce qui donne :

$$PL^2 = ab.\frac{(a+b)^2 - (b-a)^2}{(a+b)^2} \text{ soit } PL^2 = \frac{4(ab)^2}{(a+b)^2}$$

Finalement : $\boxed{\mathbf{PL = \frac{2ab}{a+b} = h}}$

EXERCICE 11 : *4 points*

m étant un entier positif, on sait que le nombre A est un entier qui s'écrit avec m chiffres tous égaux à 1 et que B est un entier qui s'écrit sous la forme : B = 1000...05, où il y a (m - 1) zéros.
Montrez que, pour tout nombre m, le nombre AxB + 1 est le carré d'un entier à préciser.

Solution 1

On constate que $B = 9A + 6$. Ainsi
$AB + 1 = 9A^2 + 6A + 1 = (3A+1)^2$

$AB + 1$ est le carré de $3A + 1$ qui s'écrit 33333..........34 avec (m-1) chiffres 3

Solution 2

$A = 1 + 10 + 10^2 + ...+ 10^{m-1} = \frac{10^m - 1}{9}$ (Somme de termes en progression géométrique)

$B = 5 + 10^m$

Alors $AB + 1 = \dfrac{10^m - 1}{9}(10^m + 5) + 1 =$

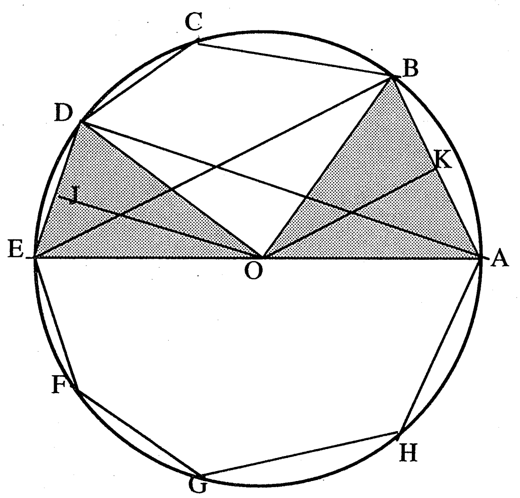
$$\frac{10^{2m} + 4 \times 10^m + 4}{9} = \left(\frac{10^m + 2}{3}\right)^2 = \left(\frac{10^m - 1}{3} + 1\right)^2$$

Or, $\dfrac{10^m - 1}{3}$ est un entier qui s'écrit avec m chiffres 3

Ainsi, $AB + 1 = (\underbrace{33........3}_{\text{m chiffres 3}} + 1)^2 = (\underbrace{33........3}_{\text{(m-1) chiffres 3}}4)^2$

EXERCICE 12 : *4 points*

Trouver l'aire d'un octogone convexe inscrit dans un cercle, sachant que quatre des côtés ont une longueur de 3 mètres et que les quatre autres côtés ont une longueur de 2 mètres.
Donner la réponse sous la forme : $S = a + b\sqrt{c}$, où a, b, et c sont des entiers.



Solution 1

Nous avons
GH = HA = AB = BC = 3 et
CD = DE = EF = FG = 2
Soit O le centre du cercle.
Nous avons :
aire (ABCDEFGH) = 4 (aireOAB + aire ODE)
Pour calculer aire OAB, il nous faut la hauteur OK
Pour calculer aire ODE, il nous faut la hauteur OJ

Mais $OK = \frac{1}{2}EB$ ($E\hat{O}A$ est un angle plat)

($E\hat{B}A$ est un angle droit)

De même $OJ = \frac{1}{2}AD$

Pour calculer EB, nous évaluons EI et IB
Pour calculer AD, nous évaluons DI et IA ..

Les triangles DBC et DBI sont symétriques (DB côté commun + angles)

$\Rightarrow$ DI = DC = 2
BI = BC = 3

Mais alors IBA est rectangle isocèle en B $\Rightarrow$ $IA = 3\sqrt{2}$

EDI est rectangle isocèle en D $\Rightarrow$ $EI = 2\sqrt{2}$

Finalement $OK = \frac{1}{2}(EI + IB) = \frac{1}{2}(2\sqrt{2} + 3)$

et $OJ = \frac{1}{2}(AI + ID) = \frac{1}{2}(3\sqrt{2} + 2)$

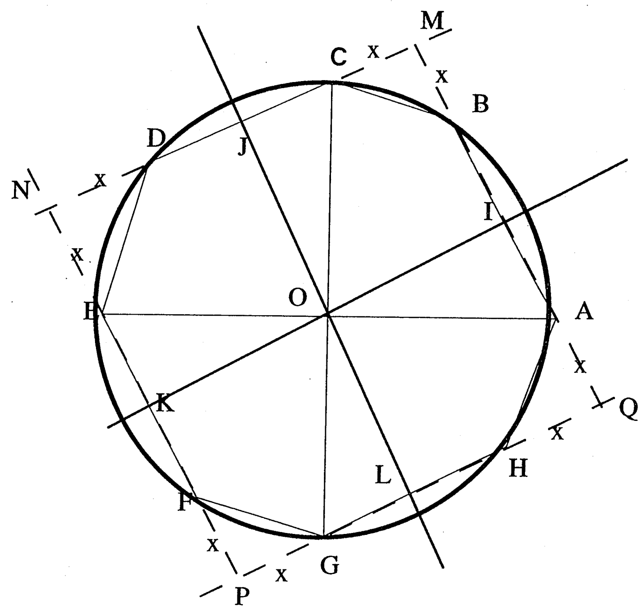
Ainsi, aire (ABCDEFGH) = $4\left(\frac{1}{2} \times 3 \times \frac{2\sqrt{2}+3}{2} + \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{3\sqrt{2}+2}{2}\right)$

aire (ABCDEFGH) = $9 + 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 4$

Conclusion $\boxed{\textbf{aire (ABCDEFGH)} = \mathbf{13+12\sqrt{2}}}$

Solution 2

Nous pouvons alterner les côtés de longueur 3 et de longueur 2.
AB = CD = EF = GH = 3
BC = DE = FG = HA = 2
Soit I, J, K, L les milieux respectifs de [AB], [CD], [EF] et [GH].
Nous complétons la figure par M, N, P, Q (M tel que OIMJ soit un carré, N...)



Alors aire (ABCDEFGH) =
= $(3 + 2x)^2 - 4(\frac{1}{2}x^2)$
= $9 + 12x + 2x^2$
mais $x = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ ce qui donne :

aire (ABCDEFGH) = $9 + 12\sqrt{2} + 4$ =
$13 + 12\sqrt{2}$

Solution 3 . Avec la même figure :

aire (OABC) = aire (OAC) + aire (ABC). Soit R le rayon du cercle.

aire OAC = $\frac{1}{2}R^2$, et par la formule de Héron : aire ABC = $\sqrt{p(p-2)(p-3)(p\ \sqrt{2}R)}$ où $p=\frac{1}{2}(2+3+\sqrt{2}\,R)$

donc aire (OABC) = $\frac{1}{2}R^2 + \sqrt{(\frac{1}{2}R^2-\frac{1}{4})(\frac{25}{4}-\frac{1}{2}R^2)}$

De plus l'angle $\hat{B}$ qui intercepte $\frac{3}{4}$ du cercle mesure $\frac{270}{2}$ = 135° (ou encore $\frac{3\Pi}{4}$ Rd)
Par Pythagore généralisé :

$2R^2 = 4 + 9 - 2 \times 2 \times 3 \times \cos 135° = 13 - 12 \cos \frac{3\Pi}{4} = 13 + 6\sqrt{2}$

Remplaçons dans aire (OABC). Il vient :
aire (ABCDEFGH) = 4 aire (OABC) = $2R^2 + \sqrt{(2R^2 - 1)(25 - 2R^2)} = 13 + 6\sqrt{2} + \sqrt{72}$
aire (OABCDEFG) = $13 + 6\sqrt{2} + \sqrt{72} = 13 + 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = \mathbf{13 + 12\sqrt{2}}$

Les exercices choisis
classe par classe

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
			x					x		x	
								x		x	x
			x							x	x
	x	x									
		x				x		x			
			x					x			x
			x							x	x
			x			x				x	
			x				x	x			
0	1	2	6	0	0	2	1	5	0	5	4

Quelques commentaires

Les exercices que nous considérions comme les plus délicats (4 points (n° 4 et 11) et 3 points (n° 9 et 12)) ont été les exercices le plus souvent choisis et souvent bien traités.
L'exercice 1, que l'on peut traiter par l'algèbre élémentaire, n'a jamais été choisi, de même que l'exercice 10, qui relève de la géométrie de seconde, voire de troisième.
Il semblerait que dans cette situation de "compétition", les élèves n'hésitent pas à choisir "ce qui paie" le plus, et ne s'en tirent pas mal...!
Le fait de ne pas attribuer le même nombre de points à tous les exercices introduit donc un comportement particulier de la classe, dont certains éléments au moins font preuve d'une belle assurance.

Notons que l'exercice 8, pour lequel il suffit de penser à l'homothétie, n'a été choisi que par une classe de première.
Une mention particulière pour l'exercice 4 qui a été fort bien traité par plusieurs classes : les élèves ont assez vite découvert la démarche efficace.
Notons aussi :
- une solution remarquable de l'exercice 11 par des élèves de première, utilisant parfaitement des suites géométriques et leurs sommes.
- de très bonnes solutions du n°2, utilisant des rotations et des symétries.

Une classe a cru bon d'ajouter aux solutions des trois exercices choisis des solutions d'autres exercices "en cas d'ex-aequo", ce qui prouve que la consigne n'a pas toujours été très bien reçue !

Il est intéressant, et plutôt réconfortant, de constater que, la plupart du temps, les rédacteurs de solutions ont pris la peine d'expliquer, de rédiger, de commenter leur recherche.

Enfin, on nous a reproché de proposer les mêmes sujets pour toutes les séries : A, B, C, D ... Des élèves de TB seraient donc défavorisés... Il est bien évident que, compte-tenu du style de cette compétition, on ne pouvait pas tenir compte des programmes spécifiques à chaque série.

C'est volontairement aussi que n'ont pas été communiquées les "notes" de chaque classe.

Classes ayant participé au rallye

GROUPE A : 6ème-5ème
10 classes

Collège de Renaison	5ème A	29 élèves
Collège de Renaison	5ème D	24 élèves
Collège Maurice Scève Lyon	5ème	32 élèves
Collège Jules Vallès Lyon	6ème 3	25 élèves
Collège Colette St Priest	6ème 3	29 élèves
Collège Colette St Priest	5ème 3	29 élèves
Collège Soucieu en Jarrest	5ème B	25 élèves
Collège Soucieu en Jarrest	5ème	25 élèves
Collège G. Rosset Lyon	5ème A	22 élèves
Coll. H. de Balzac Venissieux	6ème	26 élèves
		259 élèves

Groupe B : 4ème - 3ème - seconde
14 classes

Collège des Iris Villeurbanne	4ème 4	26 élèves
Collège des Iris Villeurbanne	4ème	26 élèves
Coll P.de Ronsard Mornant	3ème A	32 élèves
Coll P de Ronsard Mornant	3ème B	32 élèves
Coll. Pont de Veyle	4ème	25 élèves
Collège M. Scève Lyon	4ème	25 élèves
Lycée d'Oullins	2nde	35 élèves
Lycée J. Moulin Lyon	3ème 2	26 élèves
Collège de Roanne	3ème 2	24 élèves
Collège Colette St Priest	3ème 2	26 élèves
Collège de Vaise Lyon	4ème 2	26 élèves
Lycée H. Herriot Lyon	2ème 2	36 élèves
Lyc L. Armand Villefranche	2ème	30 élèves
Coll. H.de Balzac Venissieux	3ème	28 élèves
		397 élèves

Groupe C : 1ère - Terminale
10 classes

Lycée Colbert Lyon	TC	20 élèves
Lycée Jean Moulin Lyon	TC1	34 élèves
Lycée A. Thomas Roanne	T5	20 élèves
Lyc Edouard Herriot Lyon	TB 1	40 élèves
Lycée L. Armand Villefranche	1ère ST	19 élèves
Lycée L. Armand Villefranche	TE	20 élèves
Lycée Brossolette Villeurbanne	1ère S	31 élèves
Lycée Marcel Sembat Vénissieux	TC	28 élèves
Lycée de Belley	1ère S1	26 élèves
Lycée de Belley	1ère S2	27 élèves
		265 élèves

Un atelier de la fête des maths :

"PUZZLES ET DEFIS"

Etre le plus rapide à reconstituer des figures ou des volumes à l'aide de différents puzzles, trouver le minimum de coups au jeu de pousse-pousse, proposer des solutions pour le jeu des pairs, vaincre l'adversaire au jeu des Grains du Roy, donner une solution au jeu des Missionnaires et des Cannibales : tels étaient les défis proposés à ceux qui s'arrêtaient à cet atelier.

Collégiens et adultes s'y sont attelés, avec parfois beaucoup d'acharnement, établissant le dialogue à l'occasion .

Certains défis étaient primés (des calculatrices étaient à gagner), mais la motivation des participants allait bien au-delà du désir de rapporter un prix. Beaucoup se sont acharnés longtemps sur une activité, passant à une autre après avoir trouvé. Plusieurs enfants sont repartis avec la satisfaction d'avoir été meilleurs qu'un adulte ... Des lots de consolation (exemplaires des jeux proposés, documents pour en fabriquer) ont récompensé les plus persévérants.

Dans différentes parties de la pièce, le matériel suivant était mis à la disposition des participants:

Puzzles plans

- 6 TANGRAM

Défis proposés : réussir le plus vite possible la "flèche symétrique" et la "flèche dissymétrique", puis quelques autres configurations (voir annexes).

- 5 PENTAMINOS

Défi : reconstituer un rectangle 5 x12 avec les 12 pièces du Pentamino.

- 3 OEUFS MERVEILLEUX

- 2 "BRISE-CROIX"

Ce sont des puzzles constitués d'une croix découpée en plusieurs polygones.

- Des puzzles de PYTHAGORE

Volumes à reconstituer

- 4 cubes SOMA

- 1 jeu de CUBES DIABOLIQUES

- 3 séries de pyramides TIERS DE CUBE pour faire un cube

Jeux à deux ou solitaires

- "Les grains du Roy"

- "Pousse-Pousse"

- Une variante du jeu de "passage de rivière avec missionnaires et cannibales".

Les documents proposés en annexe ne sont pour la plupart pas originaux . Nous les avons trouvés dans diverses publications (souvent épuisées), publications des IREM, des CEMEA, éditions du Chêne ...

Jean - François et Hélène Zucchetta

L'ŒUF MERVEILLEUX

Le jeux consiste à reconstituer la forme proposée à l'aide de <u>toutes</u> les pièces du puzzle sans en laisser une seule inemployée.

Mais pouvez-vous refaire l'œuf ?

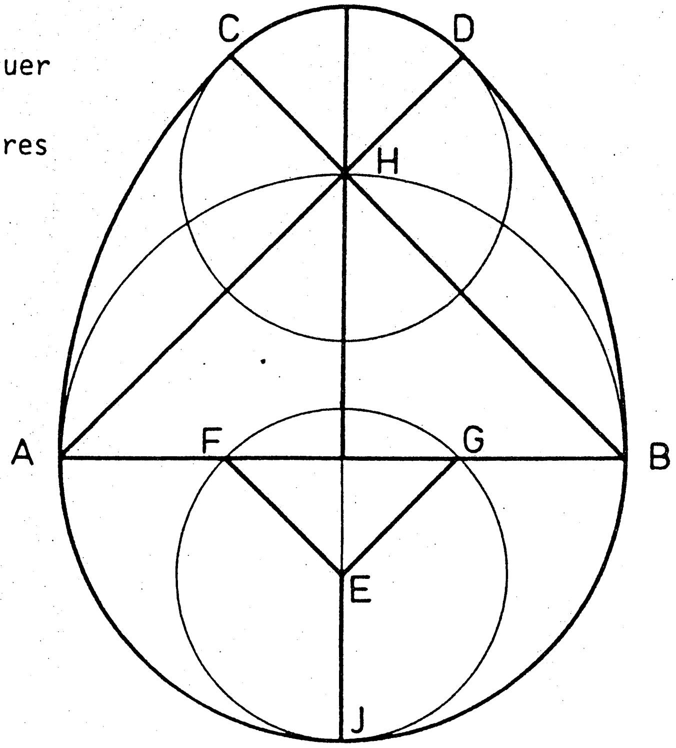
L'ŒUF

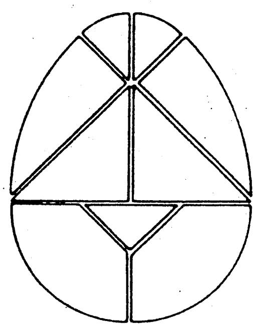
1 JOUEUR

- **MATERIEL** : Un puzzle de 9 piéces à fabriquer de la façon suivante :

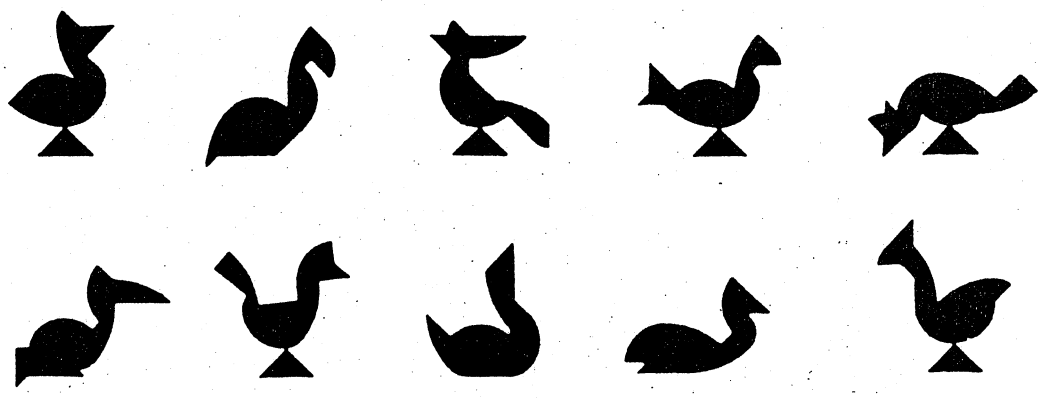
  - tracer un cercle et ses diamètres AB et HJ perpendiculaires
  - tracer les segments AH et BH et les prolonger au-delà de H
  - tracer les arcs AC et BD
  - en centrant le compas sur H tracer le cercle de rayon HC
  - tracer un cercle de rayon EJ égal au cercle de rayon HC
  - tracer les segments EF et EG

  Les pièces obtenues sont les suivantes :

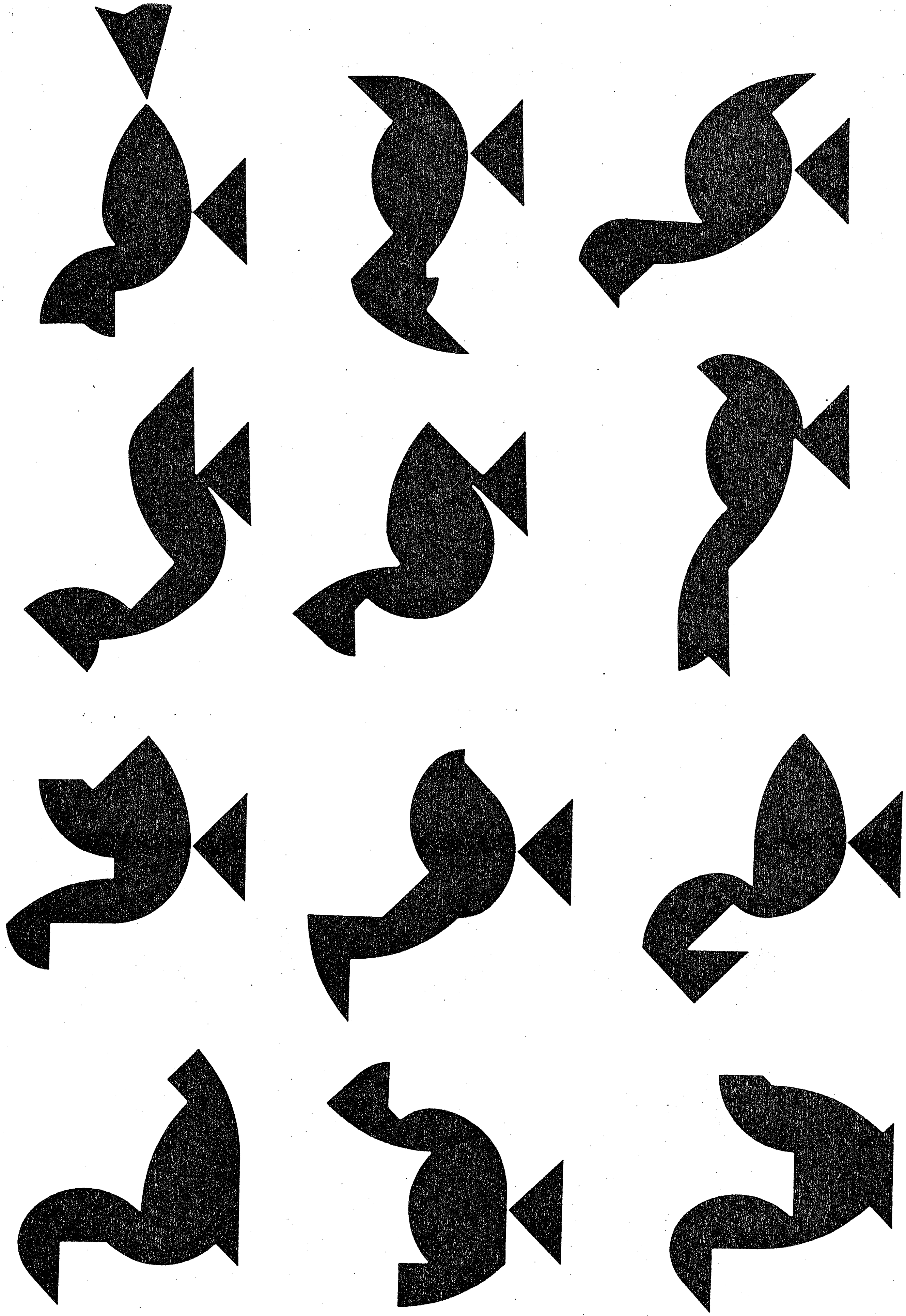




- **BUT** :
  - Reconstituer l'oeuf
  - Donner naissance à ces oiseaux et à tous ceux que l'imagination peut créer



Remarque : Le dessin ou la construction de ces figures à la même échelle que les pièces du puzzle facilitera le jeu des plus jeunes enfants.



Fête des Maths LYON 10 novembre 1993

POUSSE - POUSSE

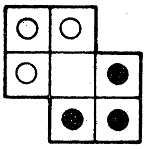
1 JOUEUR

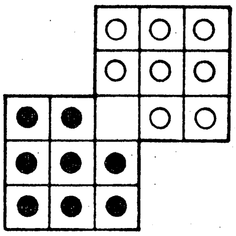
- **MATERIEL** : Un réseau de cases ayant la forme de deux carrés qui ont une case commune, cette seule case étant vide au départ.

  Pions blancs et pions noirs en nombre égal.

- **BUT** : Permuter les pions blancs et les pions noirs en un minimum de coups.

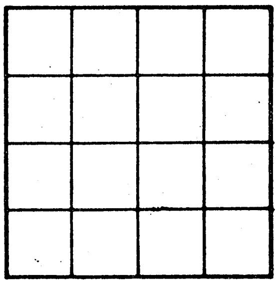
- **DEROULEMENT** : On s'autorise deux règles de déplacement :
  - Pousser un pion voisin de la case vide dans celle-ci.
  - Sauter par dessus un pion, quelle qu'en soit la couleur, pour aller dans la case vide (on ne peut sauter ni pousser en diagonale).





JEU DES PAIRS

1 JOUEUR



- **MATERIEL** : Un carré de 16 cases

  6 pions noirs

  10 pions blancs

- **BUT** : Placer les 16 pions de manière à ce que , dans chaque ligne et dans chaque colonne, il y ait un nombre pair de jetons de chaque couleur.

  On peut s'efforcer de trouver toutes les solutions.

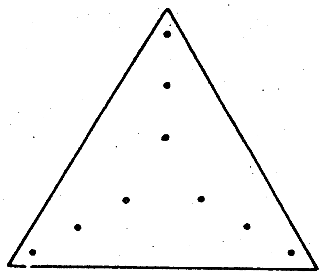
LES GRAINS DU ROY

2 JOUEURS

- **MATERIEL** : Un support sur lequel sont fixées 9 tiges destinées à recevoir les grains (perles, boulons...)

  14 "grains" blancs

  13 "grains" noirs

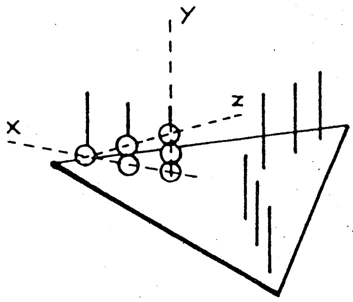


- **BUT** : Marquer plus de points que l'adversaire

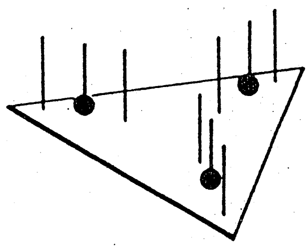
- **DEROULEMENT** :
  - Choix des couleurs par tirage au sort
  - Les blancs commencent
  - A tour de rôle chaque joueur place un de ses grains sur l'une des neuf tiges.

- **VICTOIRE**: Acquise au joueur qui a marqué le plus de points

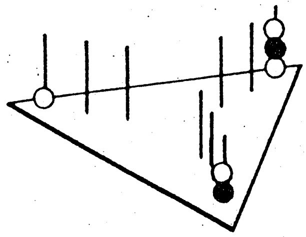
  On marque un point si 3 grains d'une même couleur sont
  - alignés
    - soit sur une ligne horizontale (X)
    - soit sur une ligne verticale (Y)
    - soit sur une ligne oblique (Z)



  - aux sommets d'un triangle équilatéral
    - soit dans un même plan horizontal



    - soit en spirale, placés à trois niveaux différents



Remarque : Un grain peut entrer dans plusieurs combinaisons et participer ainsi à la marque de plusieurs points.

CUBES DIABOLIQUES

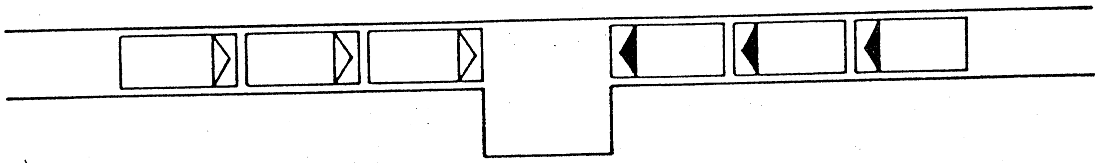
Ce sont quatre cubes dont les faces sont coloriées de quatre couleurs différentes : bleu, orange, rouge et vert.

Pouvez-vous construire une tour, ayant un cube pour base, telle que l'on voit sur chacune de ses faces chacune des quatre couleurs ?

LA GARE D'EAU

1 JOUEUR

- MATERIEL : 6 pièces représentant 6 péniches ; un canal étroit et une voie de garage.



- BUT : Faire croiser les deux convois

- DEROULEMENT :

  - Faire manoeuvrer les péniches en avant
en arrière
une par une
plusieurs à la fois.

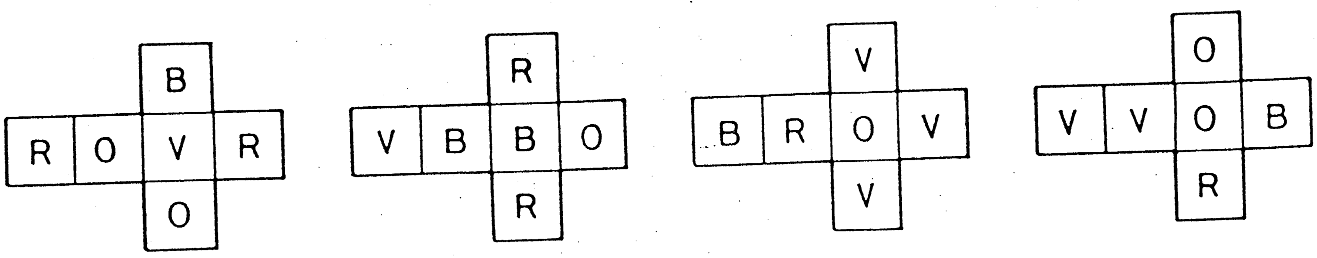
  - Ne jamais les soulever du canal ou de la voie de garage.

- VARIANTE : On peut modifier le nombre de péniches ou la capacité du garage.

CUBES DIABOLIQUES

1 JOUEUR

- MATERIEL : Quatre cubes dont les faces sont coloriées de la façon suivante :



Par exemple, Bleu, Orange, Rouge et Vert.

- BUT : Construire une tour, ayant un cube pour base, telle que l'on voit sur chacune de ses faces chacune des quatre couleurs.

PENTAMINOS

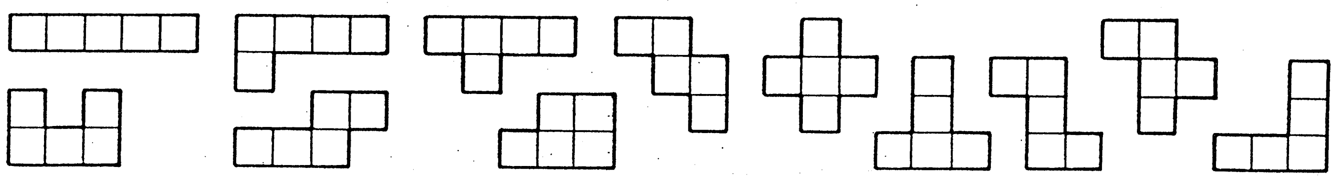
En assemblant les 12 pentaminos, réaliser par exemple des rectangles (6 x 10 , 5 x 12 , 4 x 15 ou 3 x 20). On peut aussi réaliser d'autres figures comme le montre le document mis sur la table.

A vous de jouer!

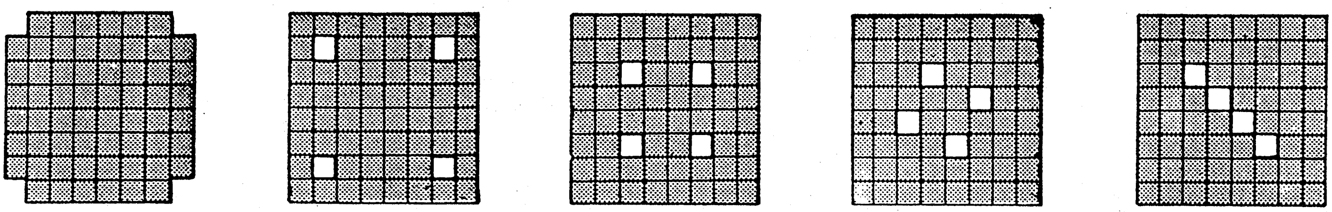
PENTAMINOS

1 JOUEUR

- MATERIEL : 12 pièces (ce sont tous les accolements possibles de 5 carrés semblables)

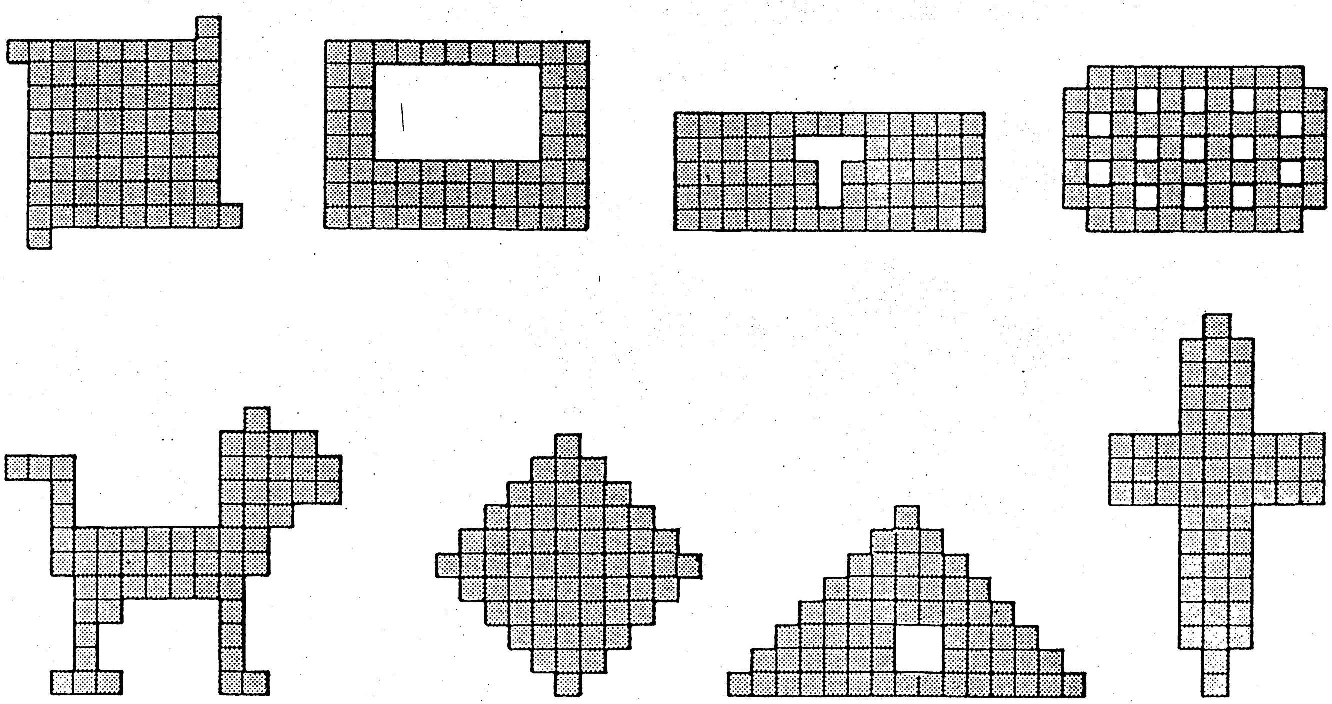


- BUT : - En assemblant les 12 pentaminos, réaliser des rectangles (6 x 10, 5 x 12, 4 x 15 ou 3 x 20)
  - Réaliser ces différents carrés



(toutes les figures formées d'un carré de 8 x 8 amputé d'un carré de 2 x 2 sont réalisables)

- On peut aussi construire des figures telles que celles-ci



- Enfin la forme de chaque pentamino peut être reproduite à l'aide de neuf autres pièces.

CUBE SOMA

Ces 7 assemblages de 3 et 4 cubes s'emboitent et donnent des combinaisons multiples.

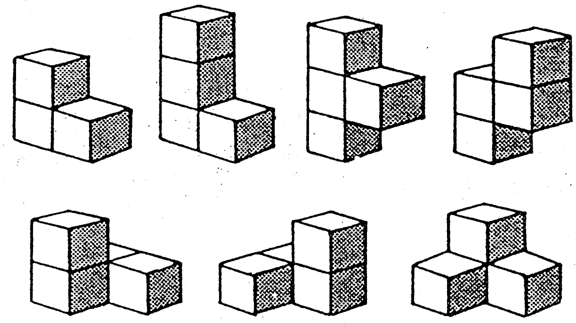
Pouvez-vous reconstituer le cube SOMA, ou préférez-vous faire, avec les pièces du cube, le chien, la tour ?

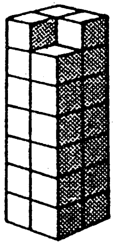
SOMA

1 JOUEUR

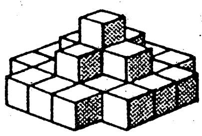
- MATERIEL : Ces 7 assemblages de 3 et 4 cubes
- BUT : Ces éléments s'emboitent et donnent des combinaisons multiples.

Ils peuvent aussi former un cube.
Pour de jeunes enfants, les formes ci-dessous peuvent être construites pour servir de modèle, l'assemblage des éléments n'étant pas visible.

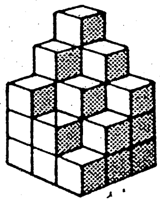




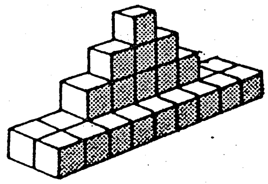
la tour



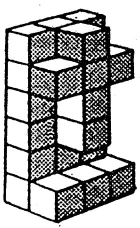
la pyramide



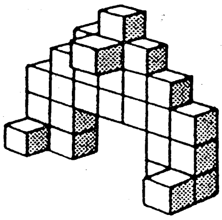
le cristal



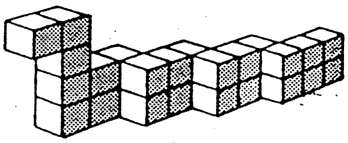
le torpilleur



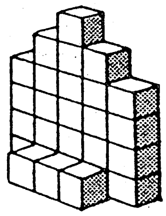
la croix



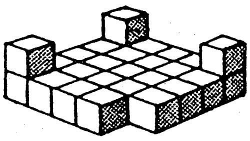
l'arche



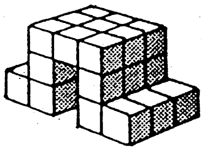
le serpent



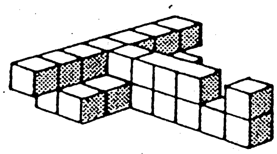
l'église



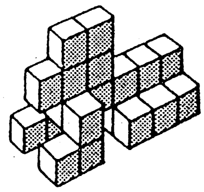
le château



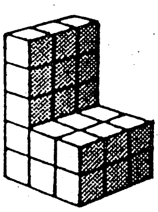
le tunnel



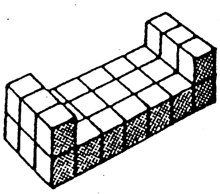
l'avion



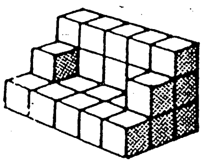
le chien



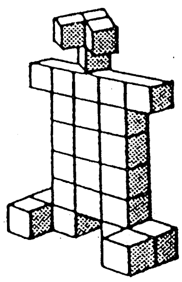
la chaise



le lit



le canapé



le robot

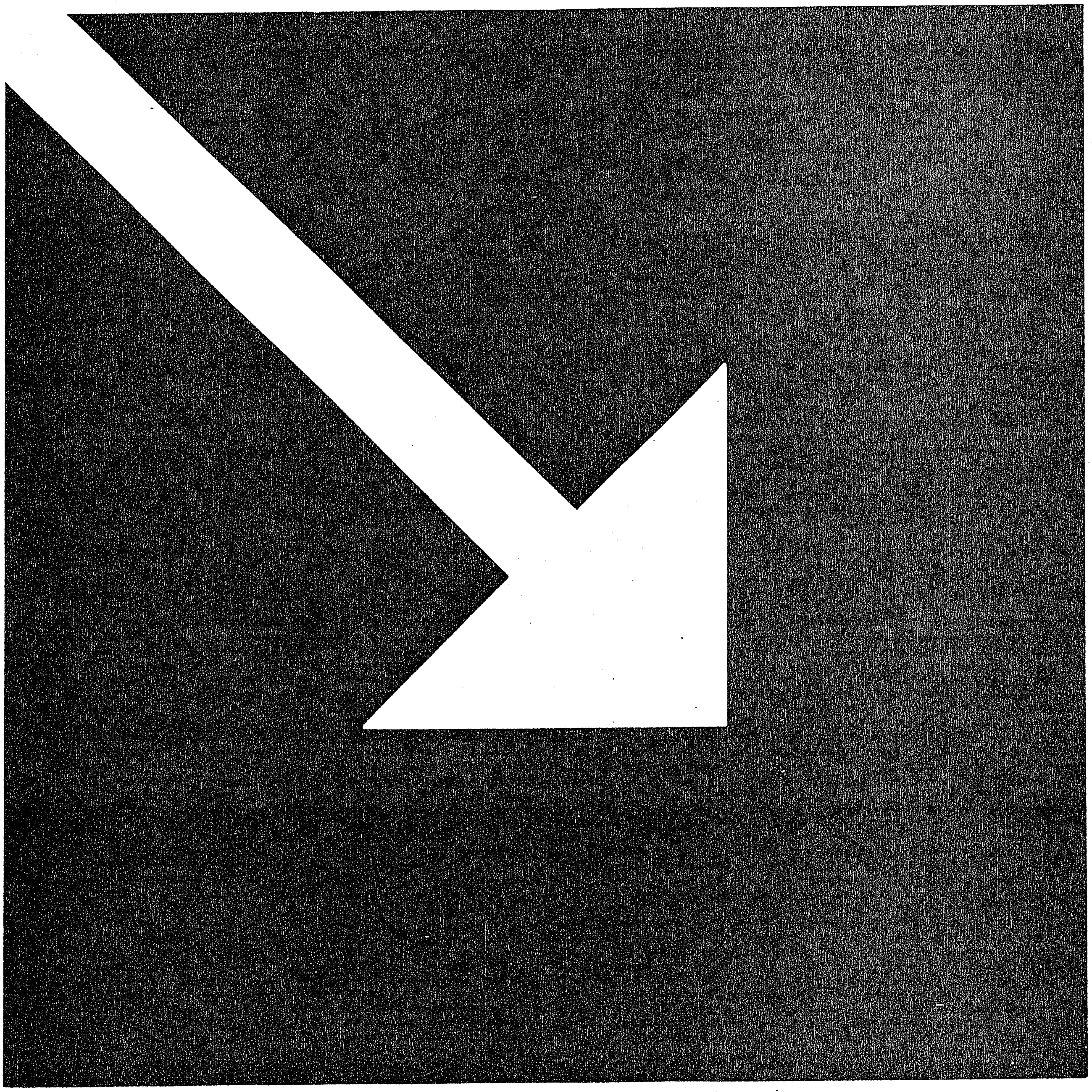
Construction :

Plutôt que de tailler ces pièces dans un volume quelconque, il est plus simple de procéder par assemblage de petits volumes (un collage est souvent suffisant pour reconstituer les pièces.

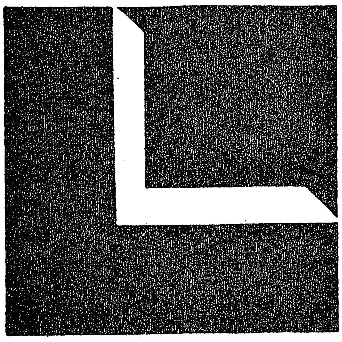
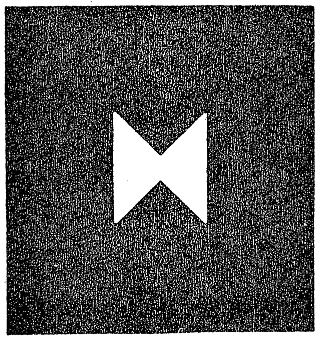
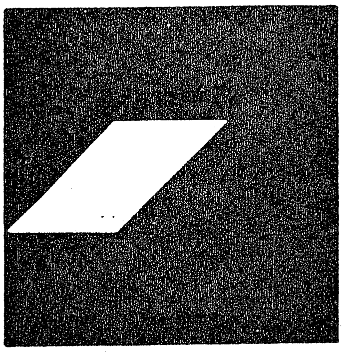
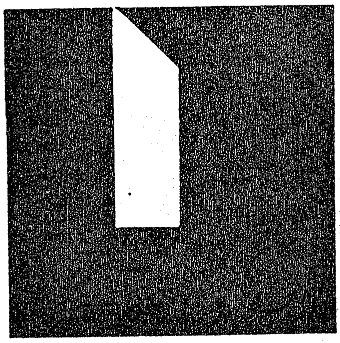
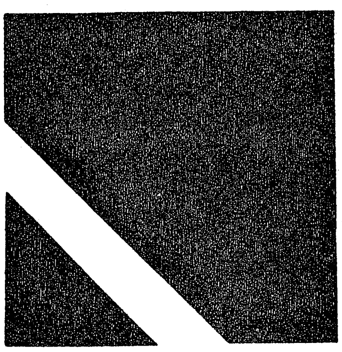
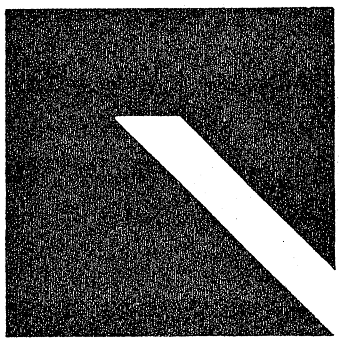
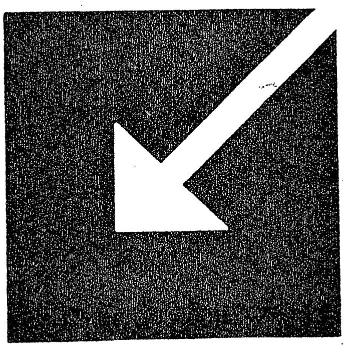
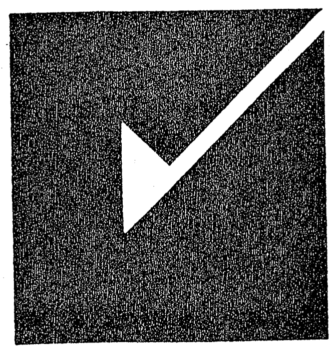
TANGRAM

Le jeu consiste à reconstituer la forme proposée à l'aide de <u>toutes</u> les pièces du puzzle sans en laisser une seule inemployée.

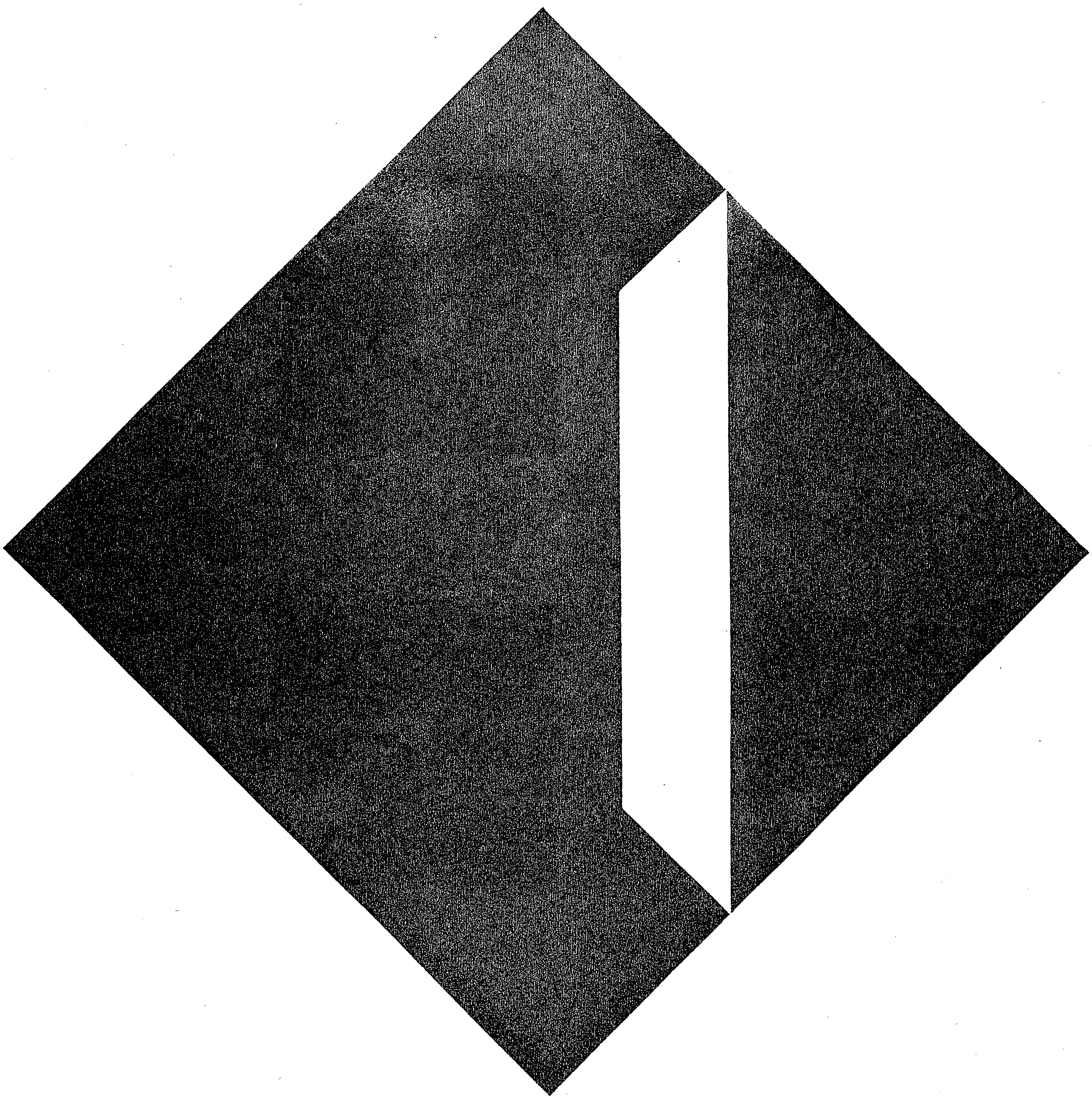
Mais, pouvez-vous refaire le carré ?



Fête des Maths LYON 10 novembre 1993

Fête des Maths LYON 10 novembre 1993



Fête des Maths LYON 10 novembre 1993