

PRATIQUE DE L'ÉVALUATION FORMATRICE

BERNARD ANSELMO

MONIQUE BONNET

MARIE-THÉRÈSE PINON

PAUL PLANCHETTE

JOSETTE SIZE

INSTITUT DE RECHERCHE
SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

ACADÉMIE DE LYON

Université Claude Bernard, Lyon I - 43 Bd du 11 Novembre 1918
69622 VILLEURBANNE Cédex

PRATIQUE DE L'ÉVALUATION FORMATRICE

BERNARD ANSELMO

MONIQUE BONNET

MARIE-THÉRÈSE PINON

PAUL PLANCHETTE

JOSETTE SIZE

**IREM DE LYON
GROUPE ÉVALUATION FORMATRICE
UN PREMIER BILAN DE NOS PRATIQUES**

SOMMAIRE

A) EN GUISE D'INTRODUCTION	3
B) NOS BASES THÉORIQUES	8
B1 - DIFFÉRENTES FORMES D'ÉVALUATION	8
B2 - APPRENTISSAGE ET ACTION	9
1. Les phases de l'action	9
2. La base d'orientation	11
3. L'assimilation de l'action	12
B3 - L'ENTRÉE PAR LA TÂCHE	14
1. La tâche complexe	14
2. Différentes logiques	15
3. Procédures et critères	16
C) NOS DISPOSITIFS EN CLASSE	20
C1 - FAMILIARISATION AVEC LA TÂCHE	20
1. Premier enseignement	20
2. Premiers essais	21
C2 - VERS UNE BASE D'ORIENTATION COMPLÈTE	21
1. La tâche à erreurs	21
2. La fiche critériée	22
C3 - VERS UNE BASE D'ORIENTATION RATIONNELLE	23
1. L'usage du code	23
2. L'auto-évaluation	24
3. La verbalisation	24

D) LES LIMITES DE NOTRE PRATIQUE, ET LES QUESTIONS QUE NOUS NOUS POSONS.	26
D1 - Notre façon d'aborder l'enseignement	26
D2 - Recherche tâche complexe désespérément...	26
D3 - Combien d'essais faut-il faire ?	27
D4 - Quel est le rôle de la codification des critères ?	28
D5 - Y a t-il en mathématiques une gradation des erreurs ?	28
E) COMPTES- RENDUS D'EXPÉRIMENTATION	29
E1 - TRACÉS GÉOMÉTRIQUES EN SIXIÈME	29
1. Notre point de vue sur la figure géométrique au collège	29
2. Motifs, buts, objectifs de cette expérimentation	30
3. Déroulement chronologique	31
4. Annexes	39
E2 - LA DÉMONSTRATION EN GÉOMÉTRIE EN QUATRIÈME	45
1. Motifs, buts, objectifs	45
2. Chronologie :	46
a : Pourquoi démontrer ? avec quoi ?	46
b : Apprendre à démontrer	49
- aide à la représentation du but à atteindre	49
- construction d'un langage commun	51
- appropriation des critères	52
c : En guise d'évaluation	54
3. Annexes	56
F) CONCLUSION	68
F1 - DES DISPOSITIFS TRANSFÉRABLES SOUS CONDITIONS	68
F2 - DES EFFETS SUR LA CLASSE	69
F3 - DES EFFETS SUR L'ENSEIGNEMENT	70
LEXIQUE	71
BIBLIOGRAPHIE	73

A) EN GUISE D'INTRODUCTION...

Nous voulons dans cet article, témoigner de la pratique d'enseignement développée dans notre groupe IREM (5/6 personnes, tous enseignants en collège) ; à la fois la décrire et cerner les raisons qui nous poussent à enseigner de cette manière, que nous appelons "évaluation formatrice" en référence aux travaux de G. Nunziati [1] qui nous ont largement inspirés.

Tout d'abord, comme beaucoup d'enseignants, nous constatons les difficultés des élèves dans leur apprentissage :

- les contrôles arrivent toujours trop tôt pour les élèves en relative difficulté,
- les élèves ont peu de capacité d'anticipation, d'organisation, ils se jettent dans le travail sans réfléchir...
- leurs représentations des tâches à effectuer peuvent être fausses ou incomplètes,
- ils ont des difficultés à généraliser, à transférer une connaissance ponctuelle sur un autre type d'exercices ou de tâches,
- pour la plupart des élèves, les erreurs sont des fatalités et la réussite est "magique",
- ils sont culpabilisés par leurs erreurs, pénalisés et finalement découragés.

Par l'évaluation formatrice, nous avons cherché, à notre façon, à répondre à ces problèmes.

Cette pratique d'apprentissage s'appuie, notamment, sur le précepte "seul l'élève peut apprendre" : il est en effet "impossible" d'enseigner quelque chose à quelqu'un qui ne veut pas apprendre ou n'est pas prêt ; en revanche, si on place l'élève dans une situation adéquate, il est "possible" qu'une certaine réorganisation de connaissances soit amorcée : il peut alors apprendre.

Allons plus loin sur ce chemin : placé dans une situation convenable, à un certain stade, c'est l'élève lui-même qui décide d'apprendre ou de ne pas apprendre ; il y a une part dans son apprentissage qui relève de sa responsabilité propre.

Dans certaines pratiques de type formatif (analyse par objectifs, par exemple), le professeur s'approprie la responsabilité des échecs des élèves : à lui de gérer leurs erreurs, de proposer des exercices adaptés aux difficultés qu'ils rencontrent, à lui de "les faire" progresser.

Dans d'autres pratiques, de type transmission du savoir (cours magistral, par exemple), c'est l'apprenant qui porte seul l'entière responsabilité de ses échecs.

La pratique décrite dans cet article :

- permet à l'élève de prendre pleinement la responsabilité de son apprentissage : de toute façon, lui seul peut apprendre.
- permet aussi de ne pas le laisser seul devant cette responsabilité, en lui donnant les moyens de la gérer par **une évaluation transparente, dialoguée, formatrice...** : c'est l'autonomie de l'élève qui est visée.

- pourquoi l'évaluation et pas un autre terrain?

Parce que l'évaluation est une activité reconnue par les élèves et un lieu de motivation important. On entend parfois "que je travaille ou que je ne travaille pas, j'ai toujours 5/20 ; autant ne pas travailler !". La progression des notes est une motivation puissante au travail des élèves. Nous voulons utiliser une évaluation motivante et non bloquante pour leur apprentissage.

- transparente et dialoguée :

Elle est élaborée avec les élèves, en ce sens, elle est transparente et facilite le dialogue parce qu'en fabriquant ensemble les critères d'évaluation, la classe et son enseignant commencent à mettre au point le langage commun qui permettra de donner du sens aux apprentissages. Transparente aussi parce qu'un temps particulier sera consacré à ce que les élèves se représentent correctement et par eux-mêmes à la fois le but à atteindre et leurs propres moyens pour y arriver.

- formatrice :

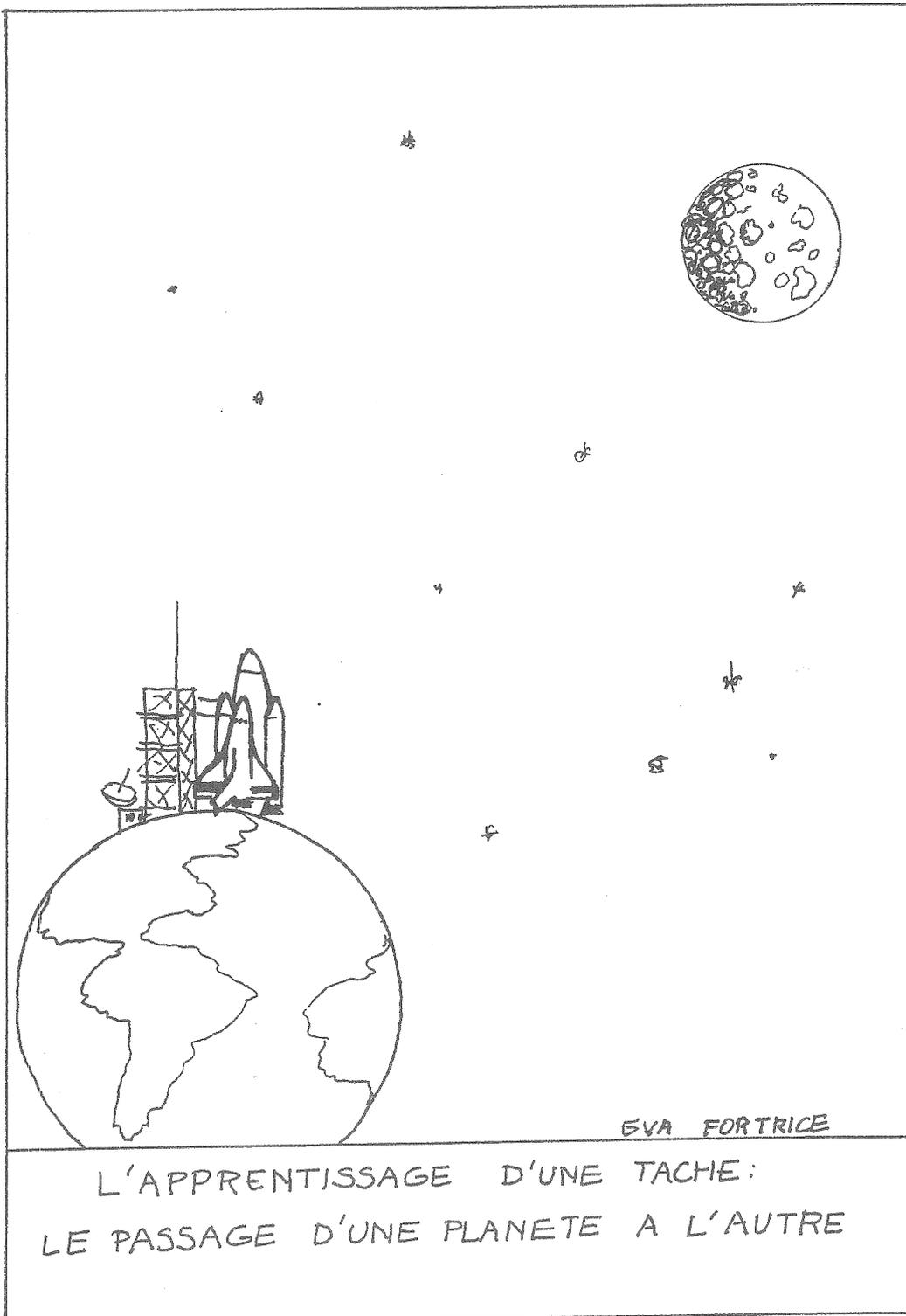
L'évaluation que nous mettons en place se situe pendant le temps d'apprentissage de l'élève. C'est un moyen puissant de régulation de l'apprentissage : à travers les critères d'évaluation, l'élève peut situer le chemin déjà parcouru et celui qui lui reste à parcourir.

Nous avons trouvé dans cette pratique :

- une plus grande motivation des élèves
- une efficacité accrue reconnue par l'évaluation sommative et les collègues des années suivantes
- une plus grande autonomie des élèves plus âgés (troisième, lycée) ou sans difficultés particulières
- un développement des capacités d'analyse et d'anticipation de l'élève
- une gestion possible de l'hétérogénéité de la classe
- une gestion possible du temps d'apprentissage respectant l'élève et les impératifs institutionnels
- un mieux-vivre dans la classe

Au prix de :

- une quantité accrue de travail la première année de pratique pour un niveau de classe
- un changement important dans le déroulement du programme
- l'abandon de l'idée de vouloir traiter tout le programme en évaluation formatrice
- l'abandon d'une certaine "toute-puissance" du professeur qui saurait tout, dirigerait tout, au profit d'une confiance nouvelle dans l'élève, dans sa capacité à s'orienter lui-même au cours de son apprentissage.



B) NOS BASES THÉORIQUES

B1 - DIFFÉRENTES FORMES D'ÉVALUATIONS

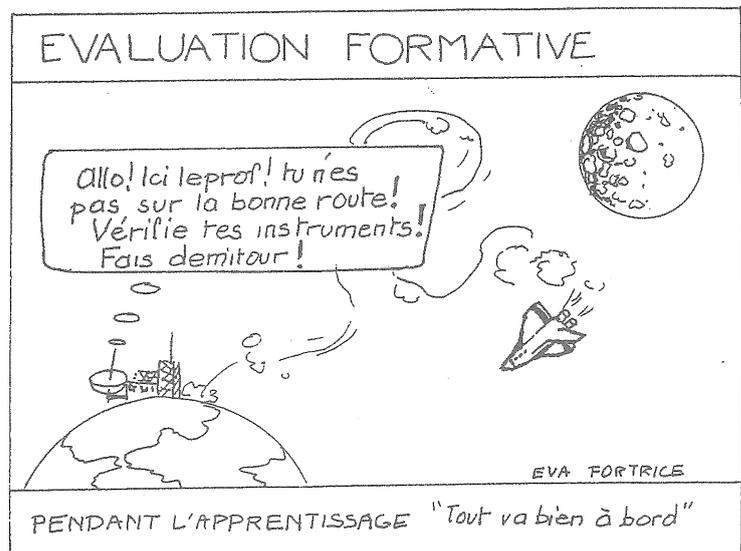
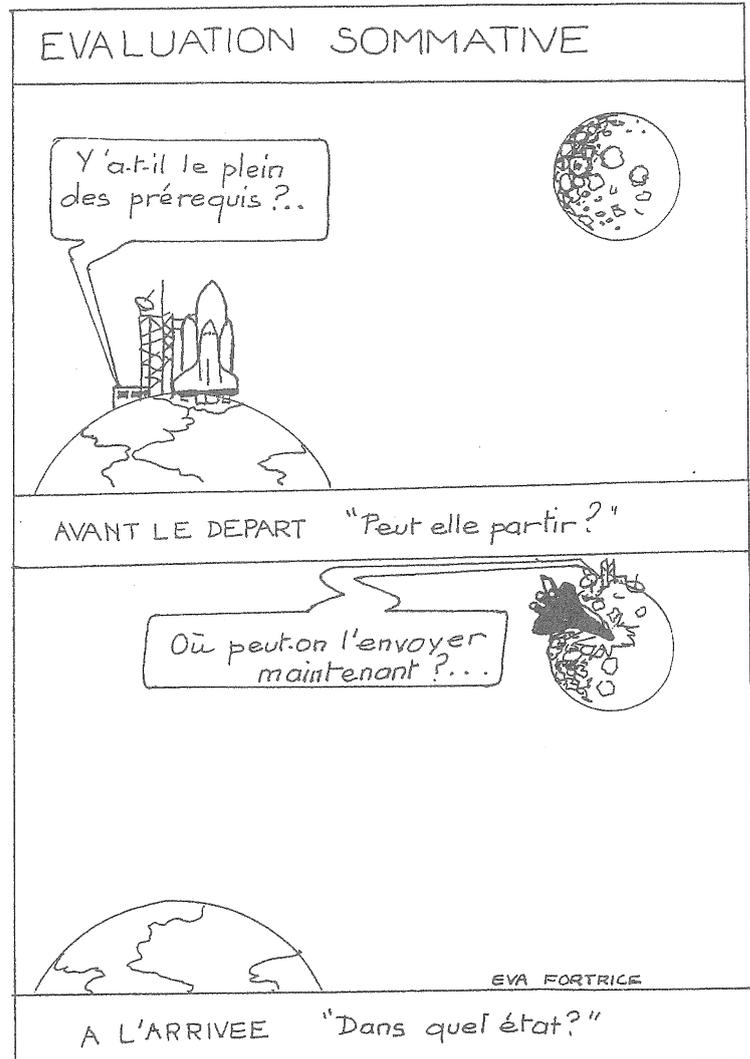
Suivant les différents moments de l'apprentissage, on peut distinguer différents types d'évaluations.

Celles-ci ne sont pas toutes de même nature et ne remplissent pas les mêmes fonctions.

a/ Lorsque par des bilans, des interrogations, des contrôles, des examens, le professeur vérifie des acquisitions, il pratique essentiellement une évaluation sommative :

- pratiquée avant le début d'un apprentissage, elle permet au professeur de prévoir un dispositif pédagogique qui prenne en compte la réalité de ses élèves.
- demandée en fin d'apprentissage par l'institution, elle permet de classer les élèves et de les orienter.

b/ Lorsque le professeur en classe est attentif aux démarches des élèves en cours d'apprentissage, il tente, par des bilans intermédiaires, de les faire corriger ; il pratique alors une évaluation formative. Elle permet au professeur d'adapter son enseignement.



c/ Mais il n'y a pas qu'un seul élève, et ceux-ci ne disposent pas tous des mêmes acquisitions ; ils ne partent pas tous du même endroit, n'arrivent pas tous au même but.

Heureusement, chacun possède une capacité d'"auto-pilotage", que l'évaluation formatrice se propose de prendre en compte, de développer et de rendre plus efficace.

Comme l'évaluation formative, l'évaluation formatrice permet au professeur de réguler son enseignement ; elle permet de plus à l'élève de réguler son apprentissage.



Commentaires :

- L'évaluation formatrice repose entre autre sur un modèle d'apprentissage développé par des psychologues cogniticiens soviétiques (Cf Galpérine [2], Savoyant [3])

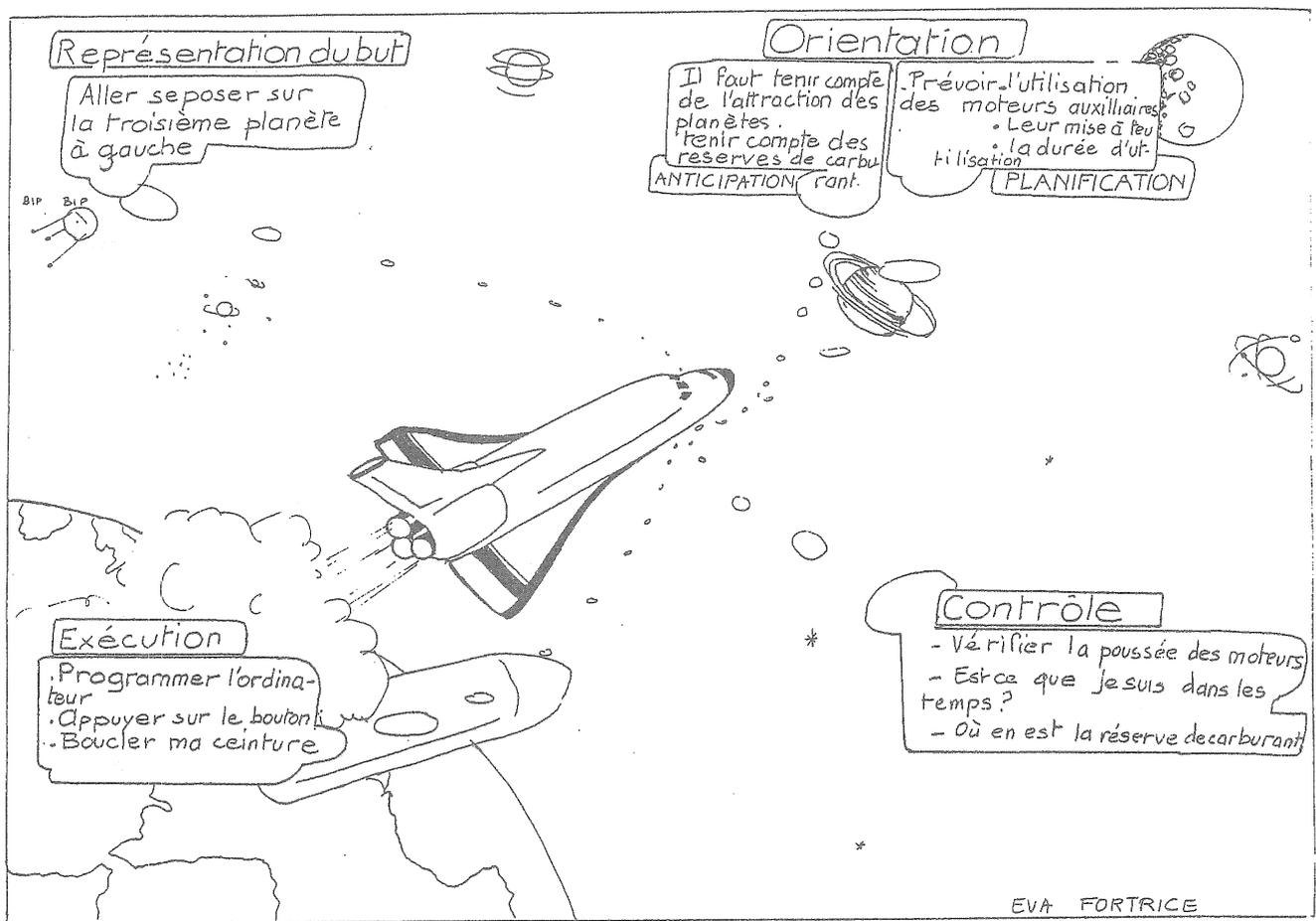
- Ce modèle, tout en mettant l'accent sur l'évolution du processus d'apprentissage, du concret à l'abstrait et du particulier au général, fixe comme but à l'apprentissage la formation d'actions mentales en un sens qui sera précisé ci-dessous (cf. p. 13).

B2 - APPRENTISSAGE ET ACTION

1. Les phases de l'action

Toute activité humaine est déclenchée par un motif. Stimulée par ce motif, toute personne agissant passe nécessairement par quatre phases :

- une phase de représentation du but à atteindre : "l'acteur se fait une certaine idée du produit fini"
- une phase d'orientation de l'action : "l'acteur analyse, anticipe, élabore une stratégie, planifie son action"
- une phase d'exécution de l'action : "l'acteur matérialise le produit"
- une phase de contrôle de l'action : "l'acteur observe le déroulement des phases précédentes, il compare le produit avec le but visé".



Commentaires :

- Ces phases ne se déroulent pas de façon linéaire mais se renvoient sans cesse les unes aux autres et s'interpénètrent.
- L'évaluation formatrice prend en compte la représentation du but à atteindre ; elle le montre dans sa complexité dès le début de l'apprentissage.
- L'évaluation formatrice agit aussi sur la phase de contrôle et par ce biais, elle agit sur les phases d'orientation et d'exécution.

- La partie orientation de l'action est essentielle, c'est d'elle dont dépend en fait la réussite ou l'échec de l'action. La réalisation correcte est fondée sur le contenu de ce qu'on appelle la base d'orientation de l'acteur.

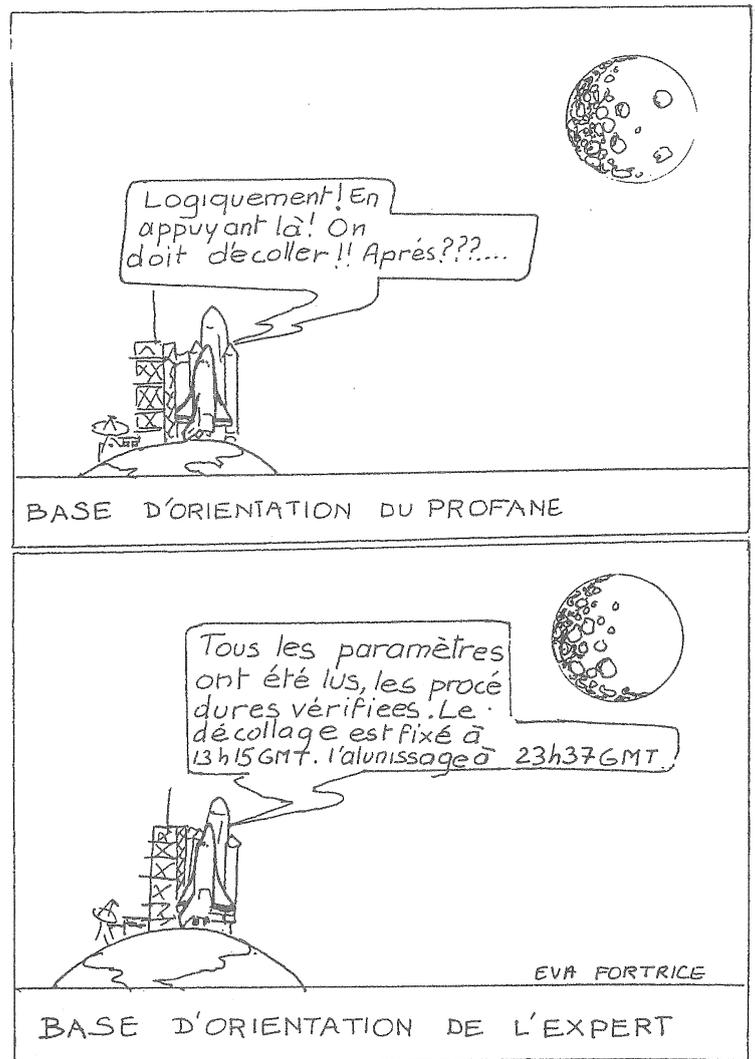
2. La base d'orientation

Tout acteur, muni d'une représentation du but à atteindre, a une idée de la manière d'y parvenir ; il repère des éléments, commence à les articuler, à mettre en place certaines relations, en suivant une logique qui lui est propre.

L'ensemble de ces éléments et de ces relations constitue ce qu'on appelle une **base d'orientation**. Tout acteur, expert ou profane, en possède une, mais tout le monde n'a pas la même :

- un non-expert risque d'oublier des éléments, de prendre en compte des éléments ou relations faux ou non pertinents. Souvent il ne distingue pas ce qui est général dans le cas particulier qu'il traite : sa base d'orientation peut être incomplète, fautive, ou empirique. Ainsi, il n'arrive à la solution que par essais-erreurs, ou par un guidage rigoureux de la part de l'enseignant.

- un expert, dans son domaine de compétence, tiendra compte de tous les éléments et relations, et les utilisera de façon juste, complète et pertinente. Il saura passer du général au particulier, sa base d'orientation est juste, complète, généralisée. On dit que l'expert a une base d'orientation rationnelle.



Commentaires :

- l'évaluation formatrice veille donc à ce que l'apprenant se construise une base d'orientation rationnelle. Cette base d'orientation est personnelle, et peut être différente d'une personne à l'autre.

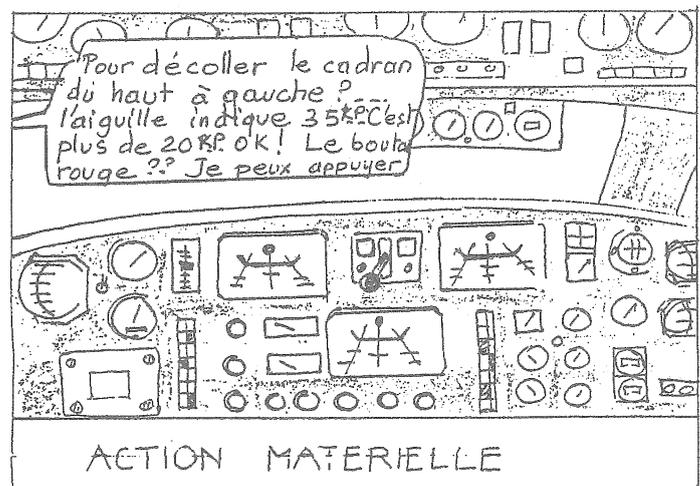
- pour cela, professeur et apprenant vont se créer un langage commun, afin de pouvoir constituer des bases d'orientation complètes, puis en variant les situations de les généraliser.

- Le fait de disposer d'une base d'orientation complète est une condition nécessaire, mais elle n'est pas suffisante : qui n'a pas déjà raté une crème anglaise avec pourtant une excellente recette ? Ce n'est pas parce que l'acteur dispose des éléments nécessaires à l'exécution d'une action qu'il sait pour autant l'accomplir. L'acteur doit auparavant assimiler cette action.

3. L'assimilation de l'action

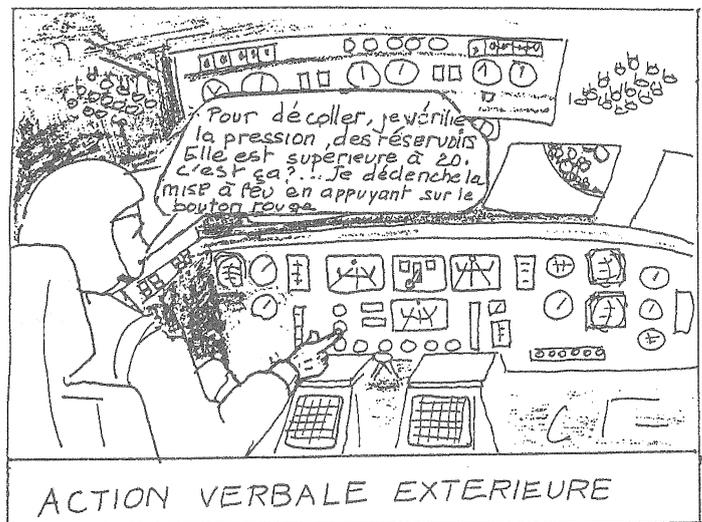
D'après Galpérine et Leontief [3], l'assimilation de l'action est une transformation progressive d'actions matérielles en actions mentales qui passe par plusieurs étapes.

L'étape de l'action matérielle se situe en début d'apprentissage quand la base d'orientation est incomplète et ponctuelle. C'est l'étape de la manipulation. Elle concerne des objets matériels ou des représentations matérialisées (modèle, schéma,...). Par exemple, pour apprendre à compter, un enfant va rassembler des objets pour former des paquets d'objets dénombrables.

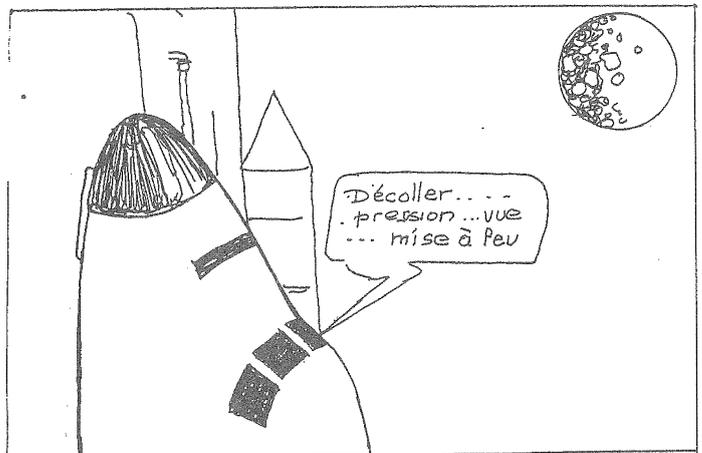


Dans l'étape suivante, l'acteur recrée, avec des mots, une image exacte de l'action matérielle. Il n'a plus besoin de manipuler, il lui suffit de décrire ce qu'il faut faire. C'est l'étape de l'**action verbale extérieure**. Le sujet repère mieux l'essentiel. Il commence à réduire l'exécution de l'action. Dans l'exemple précédent, l'enfant se contentera de suivre du regard les objets en les dénombrant à haute voix.

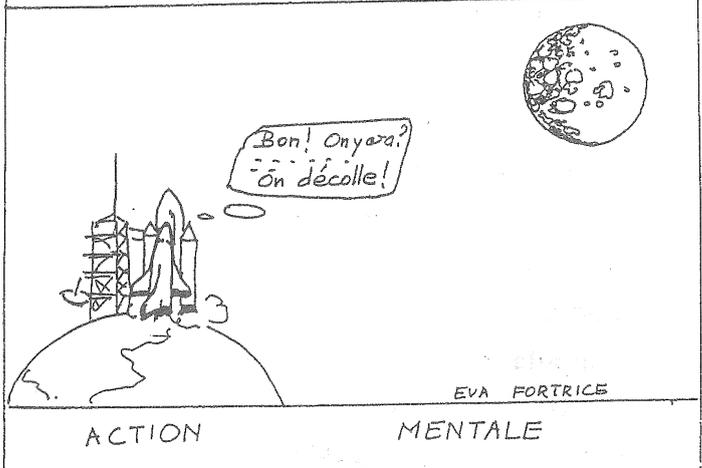
Puis vient l'étape de l'**action verbale extérieure mentale** (langage extérieur pour soi), où le langage à haute voix, utilisé dans l'étape précédente est reproduit au plan intérieur. Le sujet se parle à lui-même, il n'est plus nécessaire d'articuler les mots. L'action se réduit encore (de plus en plus d'opérations sont sous-entendues). Pour compter l'enfant se parlant à lui-même, dira peut être 2,4,6,8....



ACTION VERBALE EXTERIEURE



ACTION VERBALE EXTERIEURE MENTALE



ACTION MENTALE

Petit à petit la forme sonore de l'action verbale disparaît ; on se parle moins, le nombre de sous-entendus devient maximum. C'est l'étape de l'**action mentale**. L'action s'est tellement réduite qu'elle devient automatisée (l'acteur n'a plus conscience des opérations nécessaires à sa réalisation). La base d'orientation est complète et généralisée. L'enfant peut maintenant, en regroupant les objets du regard, les dénombrer.

Commentaires :

- *La mise en mots favorise le passage à l'abstraction : l'étape de l'action verbale crée les conditions du passage à l'action mentale.*

- *C'est à travers les actions mentales que le concept se généralise et prend du sens.*

Un dispositif complet d'évaluation formatrice prévoit :

- *des temps et des moyens d'aide à la verbalisation, afin de favoriser la formation des concepts.*

- *de faire varier les conditions de l'action, afin d'aider à la généralisation.*

Il est donc intéressant de choisir, pour une discipline donnée, des actions synthétisant le plus possible les apprentissages de la matière. C'est pourquoi l'évaluation formatrice propose aux élèves de travailler sur des tâches complexes.

B3 - L'ENTRÉE PAR LA TÂCHE

1. La tâche complexe

Une tâche complexe est un travail scolaire nécessitant une synthèse de plusieurs savoir-faire, de plusieurs connaissances.

Elle comprend de l'analyse, de l'anticipation, de la régulation à un niveau de synthèse des savoirs et pas uniquement d'application de ces savoirs.

Complexe est différent de **compliqué** : une démonstration simple peut être complexe pour un élève de 4ème s'il faut extraire les hypothèses d'un codage de figure, traduire la conclusion mathématiquement pour avoir une chance d'isoler la "bonne propriété", en plus de dessiner et de rédiger aux convenances du professeur. Une somme de fractions pour un élève de 3ème peut devenir compliquée sans être complexe, si elle comporte dix fractions de dénominateurs différents.

2. Différentes logiques [4]

- Un expert considère que pour accomplir une tâche, on doit nécessairement connaître et apprendre certaines notions, certains savoir-faire ; il connaît plusieurs méthodes et sait choisir celle qui lui convient le mieux dans chaque contexte particulier, pensant souvent qu'alors, même pour d'autres que lui, c'est la seule (bonne) méthode. Il suit sa **logique d'expert**. Elle se fonde le plus souvent sur des habitudes personnelles ou des nécessités du milieu.

- La **logique de l'apprenant** est différente : l'apprenant a un fonctionnement propre, souvent empirique. Sa logique passe par ce qu'il a compris (ou non) , les outils qui lui sont disponibles (ou non), qui lui sont sympathiques (ou non). Elle est souvent déroutante, voire incompréhensible, pour l'expert : on rencontre des élèves qui ne divisent pas même quand ils savent bien qu'il faut diviser, car ils ne **savent pas diviser** ; ou des élèves qui n'emploient jamais la médiatrice en démonstration, car ils **n'aiment pas la médiatrice**...



Commentaires :

- *L'expert n'a pas besoin de passer par des étapes intermédiaires pour accomplir la tâche ; son action est réduite, automatisée, intériorisée. Il est difficile pour lui de déterminer quels sont les éléments essentiels dans une démarche d'apprentissage. Ses dires ne permettent pas l'appropriation des savoirs et des savoir-faire par l'apprenant : tous deux fonctionnent sur des registres trop différents.*

L'évaluation formatrice propose de rapprocher ces registres en instaurant des référents communs auxquels maître et élèves peuvent se reporter : ces référents témoignent de la logique de la tâche elle-même ; ce sont les "incontournables" de la tâche, les passages obligés de sa réalisation. Nous les appelons procédures.

3. Procédures et critères

A chaque passage obligé, à chaque procédure, correspondent des opérations d'analyse ou de contrôle, dont les moyens, les lieux, les temps sont propres à chaque individu.

Prenons l'exemple, pour une classe de 4ème, de la tâche "calculer", appliquée à la situation particulière du calcul avec des fractions.

Quelles sont les procédures de cette tâche, ses passages obligés ?

Par exemple, appliquer les règles du calcul fractionnaire est une procédure, qui suppose d'avoir au préalable observé, repéré, quelles sont les opérations à faire, et sur quels type de nombres. Il s'agit donc ici d'analyser l'énoncé puis de recenser les techniques opératoires disponibles et enfin d'adapter la technique employée au matériel présent (ici, les fractions).

Sans oublier de repérer l'ordre des opérations à effectuer, etc.....

Nous pouvons aboutir à un tableau des procédures, classées selon la phase de l'action qu'elles concernent :

ORIENTATION	EXÉCUTION
- repérer :	
- les nombres, leurs signes	
- les sommes, les différences	- appliquer des règles
- les produits, les quotients	de priorité
- les parenthèses ,leurs tailles	
	- appliquer des
- choisir :	techniques opératoires
- un ordre de calcul	
- une ou des techniques opératoires	
- une présentation du calcul	- rédiger

On observe facilement sur cet exemple que des **procédures existent à différentes phases de l'action**, chacune pouvant être assortie de ses critères de réussite.

Et leur assimilation est indispensable à la réussite de la tâche.

Mais dans la pratique, en-dehors d'un questionnement particulier sur la démarche de l'élève (type "entretien d'explicitation"), **on n'a généralement accès qu'aux procédures d'exécution** de l'élève, grâce à ses écrits. Seules ces procédures d'exécution sont objectivement évaluables.

Commentaires :

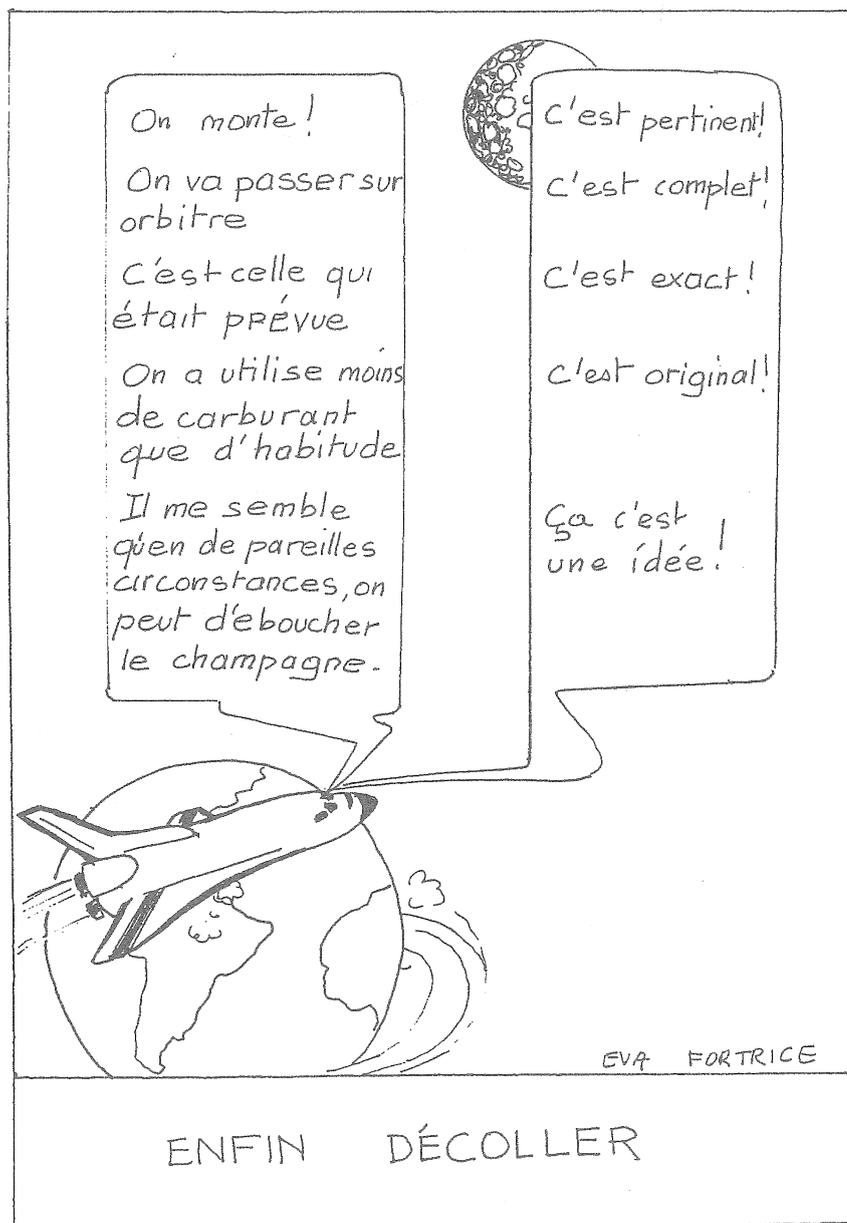
- *L'exécution est au centre de l'action : en effet, pour exécuter l'action, il aura fallu analyser, anticiper, planifier et contrôler, quel que soit l'ordre dans lequel ces opérations auront été faites.*

C'est pourquoi, dans une volonté simplificatrice à la fois pour l'élève et pour l'évaluateur, l'évaluation formatrice s'est centrée sur les procédures d'exécution.

- *Les autres procédures feront aussi l'objet d'un apprentissage, en les adaptant à chaque cas, mais ne sont pas directement évaluables.*

- Si les procédures d'exécution ne dépendent que de la tâche, les critères de réussites qui leur sont associées, peuvent, eux, différer suivant les exigences du correcteur ; ils fixent en effet le seuil d'acceptabilité des opérations d'exécution. On peut généralement les ramener aux catégories suivantes :

- pertinence
- complétude
- exactitude
- originalité
- volume des connaissances ou des idées mises en jeu.



Exemple de fiche critériée

POUR CALCULER

PROCÉDURES D'EXÉCUTION (FAIRE)	CRITÈRES DE RÉUSSITE (RÉUSSIR)
- appliquer les règles de priorité	- de façon pertinente
- appliquer des techniques opératoires	- en cohérence avec le type d'opérations et de nombres - de façon complète - de façon juste - de façon astucieuse
- rédiger	- en cohérence avec les consignes de présentation (disposition, soins...) - sans oublier ni rajouter de données - en écrivant tous les résultats intermédiaires - en exprimant le résultat sous forme décimale ou irréductible - en respectant le sens du "="

C) NOS DISPOSITIFS EN CLASSE

A travers ce paragraphe nous voulons décrire l'adaptation que nous avons faite, au jour le jour de la théorie dans nos classes. En voici les points communs :

Pendant le temps consacré à une tâche, qui peut recouvrir une longue période, avec de nombreux apports d'outils entre temps, des pauses pour traiter d'autres choses, etc., l'enseignant va donner aux élèves une première représentation du but, il va instaurer un langage commun avec la classe, puis proposer plusieurs essais en en faisant varier les conditions (construire à partir d'un énoncé, d'une figure fausse, d'une figure à reproduire.....) et les concepts utilisés (triangles, cercles, quadrilatères,....). Il propose aussi des activités visant à faire prendre conscience à l'élève de la nécessité de prendre le temps d'analyser, de vérifier, d'anticiper ; il l'exerce à ces opérations en les faisant verbaliser. Il utilise la verbalisation pour son rôle facilitateur de la prise de conscience, et dirige le travail d'auto-évaluation autant sur le "comment j'ai fait" que sur le "jusqu'où j'ai réussi" et le "que me reste-t-il à faire".

C1 - FAMILIARISATION AVEC LA TÂCHE

1. Premier enseignement

G. Nunziati démarre l'enseignement d'une notion directement dans la tâche où elle apparaît. Ce n'est pas toujours possible en mathématiques et pour éviter que nos élèves se perdent dans des notions inconnues, dans des usages nouveaux, nous pratiquons la tâche à erreurs (voir 3) le plus souvent après un premier enseignement, un premier essai.

Le temps consacré à cette familiarisation varie suivant la tâche à aborder : 1 à 2 séances peuvent suffire pour la tâche "calculer" en 5ème ; il en faudra beaucoup plus pour se familiariser avec "démontrer" en 4ème.

Commentaires :

- Ces séquences d'enseignement visent à créer pour les élèves le motif à entreprendre la nouvelle tâche, avec de nouveaux outils.

- Elles permettent de fournir aux élèves une première représentation du but à atteindre.

- A cette occasion nous fixons clairement les conditions de l'apprentissage (les objectifs, le temps d'enseignement.....).

2. Premiers essais

Les élèves tentent de réaliser un ou des exercices qui réunissent ces notions. Cette phase d'essai est plus ou moins longue, suivant la tâche ; mais elle peut être très courte : 5 à 10 minutes suffisent pour un premier essai de calcul ou de reproduction de figure.

Commentaires :

A ce stade, la plupart des élèves agissent avec une base d'orientation ponctuelle et incomplète : les erreurs sont nombreuses ; mais ils savent que pour ces essais, elles sont "autorisées" : elles témoignent de leurs représentations, de leurs logiques, elles sont un instrument de travail que nous utiliserons par la suite.

C2 - VERS UNE BASE D'ORIENTATION COMPLÈTE

1. la tâche à erreurs

Les élèves analysent un document reprenant des copies d'élèves (si possible de leur classe). Celles-ci ont été triées par l'enseignant, qui les a accompagnées d'une grille d'analyse succincte. Les élèves ont pour consigne de recenser les erreurs et les réussites (ce qui ne va pas et ce qui va). Ils travaillent à cette analyse, par groupe, pendant une à deux séances.

Commentaires :

La collecte présentée aux élèves de travaux plus ou moins bien réussis est appelée "tâche à erreurs" par G.Nunziati. Son but est triple :

- *permettre aux élèves de se représenter le but à atteindre. Il est donc nécessaire de montrer des copies réussies ;*
- *découvrir les critères de réussite. Les élèves repèrent plus facilement les erreurs...C'est par comparaison qu'ils déterminent les réussites. Il est donc nécessaire de montrer des copies qui comportent des erreurs ;*
- *participer à la construction d'un statut de l'erreur aidant l'apprentissage : en la montrant, en en faisant une critique positive, en travaillant dessus, l'élève peut prendre conscience de la logique qui l'a conduit à faire cette erreur, et il peut à partir de là, réorganiser ses connaissances.*

2. la fiche critériée

A partir des travaux des groupes, une séance de mise en commun animée par le professeur, permet d'établir les critères de réussites de la tâche, de les grouper en catégories auxquelles on associe à chaque fois une procédure d'exécution. Élèves et enseignant décident alors d'un code commun pour désigner chacune d'elles.

Commentaires :

- *Le but de cette mise en commun est d'instaurer, entre professeur et élèves, un langage commun ; on retient donc parfois des formulations d'élèves plus parlantes que celles du professeur (par exemple : l'expression "faire des traits gommables" est peut être plus explicite que "tracer sans appuyer").*

- *L'ensemble de ces informations (procédures d'exécution, codes et critères de réussites associés), regroupées dans un même document, constitue "la fiche critériée de la tâche".*

- *Sur celle-ci, l'élève retrouve ce qu'il faut faire et réussir pour mener la tâche à bien : il a ainsi tous les éléments pour compléter sa base d'orientation.*

- *En se référant à sa fiche, l'élève pourra mesurer l'écart entre ce qu'il sait déjà faire et ce qu'il lui reste à assimiler : la fiche critériée est alors un outil d'apprentissage à l'auto-évaluation.*

C3 - VERS UNE BASE D'ORIENTATION RATIONNELLE

1. L'usage du code

Dans la suite de l'enseignement, l'élève est souvent renvoyé à la fiche critériée par l'intermédiaire d'un code. Celui-ci est en effet systématiquement utilisé par l'enseignant pour annoter les copies en cours d'apprentissage et est parfois utilisé par l'élève pour annoter la copie d'autres élèves.

Il n' y a pas de contrôle sommatif avant que l' élève ait procédé à plusieurs essais corrigés à l'aide de ce code.

Commentaires :

Nous prenons souvent la peine de coder chaque procédure d'exécution et parfois même les critères de réussite (procédure F, critères F1, F2, F3, par exemple). Cela nous permet de signaler à l'élève trois situations différentes sur sa copie :

- *il n'a pas fait l'action (F absent)*
- *il a fait l'action mais "mal" (F-, ou F1+, F2-, F3+)*
- *il a fait l'action et l' a réussie (F+)*

Il est très différent en effet de signaler à un élève de 4ème qu'il a bien cité une propriété dans sa démonstration, mais pas la bonne, ou de lui signaler qu'il n'a pas cité de propriété du tout.

- Les codes que nous utilisons pour ce signalement, sont communs non seulement à la classe, mais aussi, pour une même procédure d'exécution concernée, à toutes les tâches : on peut choisir par exemple la lettre R pour désigner "rédiger" aussi bien en démonstration qu'en calcul.

Puisqu'elle revient régulièrement à propos d'exercices variés ou de tâches différentes, la référence à la procédure aide au transfert et à la généralisation. Elle favorise ainsi la formation des concepts qui lui sont associés.

- Le recours au code établit une distance entre l'élève et son travail, son décryptage le conduit à analyser sans juger : le code aide à ce que Nunziati appelle la décentration.

- Un élève en échec ne peut pas prendre en charge toutes ses erreurs à la fois. Aussi est-il inutile (et même parfois décourageant) de les signaler toutes (pensez à la première fois où vous avez conduit une voiture, ou skié...). C'est pourquoi nous nous efforçons de trier les types d'erreurs à signaler, quitte à s'attacher à la même

procédure, annotée plusieurs fois au cours de la copie (une fois réussie, une fois ratée, une fois absente quand elle était nécessaire). C'est une contrainte importante pour l'enseignant de renoncer à signaler la totalité (ou presque) des erreurs.

2. l'auto-évaluation

Après chaque essai, l'élève détermine l'écart entre ce qu'il a fait et ce qu'il fallait faire : en quoi ai-je réussi ? en quoi ai-je raté ? que me manque-t-il pour réussir mieux ?

Commentaires :

- *De cette verbalisation (souvent par écrit, et qui est un apprentissage en soi), vient la mise en projet et le choix de la procédure particulière à travailler à travers les exercices communs. Par exemple, en 4ème, pour la démonstration, certains élèves peuvent travailler le tri entre une propriété et sa réciproque quand d'autres travaillent à respecter la conclusion demandée et d'autres encore à trouver la démonstration la plus courte...!*

- *Dans les exercices suivants, pendant que l'apport de connaissances se fait, chaque élève sera particulièrement attentif à ses erreurs personnelles, aux procédures qu'il aura choisi de travailler : c'est en ce sens que nous parlons de prise en charge par l'élève de son propre apprentissage.*

Cette responsabilisation de l'élève facilite pour l'enseignant la gestion de l'hétérogénéité de la classe.

3. La verbalisation

A travers le travail de groupe, par un questionnement du professeur, par l'explication qu'un élève donne à un autre élève, par écrit, les démarches utilisées par les élèves sont recherchées et verbalisées.

Cette verbalisation consiste au début à un simple décryptage des codes et évolue petit à petit jusqu'à une analyse précise des erreurs et des réussites et de leur cause :

- j'ai mal calculé ----- je n' ai pas appliqué la bonne règle de calcul ----- j'ai fait comme si j' ajoutais au lieu de multiplier ----- je n'ai pas vu que c' était une multiplication ;

- j'ai mal tracé ----- je n'ai pas respecté les relations ----- mon angle n'est pas droit -----il ne faut pas que mon équerre bouge quand je trace.

Commentaires :

- *La verbalisation favorise la prise de conscience des connaissances mises en oeuvre (ou non), et des raisons des erreurs commises.*

- *Elle vise aussi le passage du stade "démarche parfois efficace" mais non consciente, à "connaissance précise", dégagée du contexte : l'élève sort de l'empirisme et commence à généraliser, il élabore des actions mentales, sa base d'orientation se rationalise.*

D) LES LIMITES DE NOTRE PRATIQUE ET LES QUESTIONS QUE NOUS NOUS POSONS

D1 - Nous avons été parfois critiqués sur notre façon d'aborder les concepts mathématiques.

Une façon possible d'enseigner est de faire fonctionner le concept à travers les problèmes qu'il permet de résoudre. C'est une démarche proche de la réalité de la recherche mathématique.

Notre façon de faire est différente, quand nous travaillons en évaluation formatrice. Nous faisons fonctionner le concept à l'intérieur des tâches scolaires qu'il permet de réaliser, tâches matérialisées le plus souvent par un devoir à rendre au professeur. Cela présente le danger évident, si on n'a pas pris soin de varier suffisamment les situations pour que les concepts y prennent du sens, de contenir l'invention mathématique, de toujours scolariser les connaissances : l'aspect "culturel" des mathématiques peut disparaître, on peut facilement dévier sur du bachotage.

Il nous semble important de varier les méthodes et de ne pas traiter tout le programme en évaluation formatrice, de ne traiter ainsi que les grosses tâches du programme, qui s'y prêtent bien d'ailleurs (démontrer, construire, factoriser,...).

Sur ces grandes tâches, nous savons mieux faire travailler les élèves sur les grandes opérations mentales (analyser, planifier, trier, comparer, anticiper, synthétiser, vérifier,...) à l'aide de l'évaluation formatrice.

D2 - Une limite particulière aux mathématiques est le petit nombre de tâches complexes qu'elles offrent.

G.Nunziati [1] définit la tâche complexe comme une tâche scolaire qui rassemble la quasi totalité des apprentissages d'une discipline : cela existe certainement en français, en histoire-géographie,... mais pas en mathématiques. En effet, il y a une foule de micro-tâches, de petits savoir-faire, en mathématiques ; chaque objectif du

programme pourrait être une micro-tâche (multiplier un nombre par une fraction, savoir ajouter trois fractions de dénominateurs différents, savoir construire une tangente à un cercle,...). Mais, surtout en collège, nous manquons de tâches de taille suffisante pour faire varier suffisamment les conditions des exercices.

Il est pourtant essentiel de proposer des exercices variés : c'est une condition nécessaire au transfert et à la généralisation du concept ou du savoir-faire en jeu.

C'est pourquoi nous choisissons pour la pratique de l'évaluation formatrice, de gros savoir-faire, qui recouvrent une année ou plus de programme : cela nous permet non seulement de faire varier les situations mais aussi de rentabiliser le temps d'enseignement consacré au départ à définir ensemble les procédures et les critères de réussite associés.

D3 - Un problème qui nous est posé quotidiennement, c'est la limite à fixer au nombre d'essais avant un contrôle sommatif ou avant de cesser les essais tout simplement.

Il pourrait y avoir danger d' "acharnement formatif" du style "je continue tant qu'ils n'y arrivent pas tous" avec une non prise en compte du stade réel d'apprentissage de l'élève. Ou bien danger de confondre temps d'apprentissage et temps d'enseignement, c'est -à -dire d'enseigner encore et encore..., sans tenir compte du temps d'enseignement forcément limité, ce qui revient au même : le nombre d'essais n'a plus de limites. Se rajoute à cela la difficulté à faire varier suffisamment les exercices quand on s'acharne...

Nous trouvons en général une solution là encore en ne traitant en évaluation formatrice que de grosses tâches qui traversent toute la scolarité ou au moins toute une année , pour lesquelles les élèves sont largement en cours d'apprentissage... On n'a pas fini d'apprendre à démontrer en fin de collège ! Pour des tâches plus petites, l'expérimentation a donné une limite de 5 à 8 essais au-delà desquels les progrès de la classe n'étaient plus sensibles (voir E1).

Des questions se posent que nous n'avons pas résolues :

- D4 - Quel est le rôle exact de la codification des procédures? Le codage est pratique pour nous et facilite la décentration de l'élève, mais n'est-il pas aussi une gêne supplémentaire pour les élèves en difficulté devant trop de contraintes ?

D5 - Existe-t-il en mathématiques une gradation des erreurs? D'une erreur de signe ou d'une erreur de priorité, laquelle est la plus grave ? La plus lourdement sanctionnée ? D'aucuns sanctionnent plus une erreur de priorité (évaluation sommative) : pourtant le résultat est faux de toute façon... Cela nous questionne au moment de choisir les erreurs à traiter en premier, au moment d'établir ou non une gradation des critères. Qu'est-ce qui peut rendre un critère réellement plus important qu'un autre?

E) COMPTES - RENDUS D'EXPÉRIMENTATION

E1 - TRACES GÉOMÉTRIQUES EN SIXIÈME

Notre point de vue sur la figure géométrique en sixième.

En 6ème, les élèves vont, étant donné leur stade de pensée opératoire (d'après les théories de Piaget, puis de Galpérine), travailler avec et sur du matériel, du concret. Le dessin sera alors une représentation concrète et juste, dans une certaine tolérance déterminée à l'avance entre professeur et élève, des objets géométriques et de leurs relations. La figure à ce niveau est un dessin. (Voir "Initiation au raisonnement déductif au collège", G. Arsac et coll., Irem de Lyon).

Mais il y aura déjà utilisation d'un code de représentation des objets et des relations (exemples : dessin d'une droite, codage des égalités de longueurs, angles droits,..., utilisation des lettres, de symboles $[AB]$, (AB) , AB , etc.). Au départ, l'élève n'a pas conscience de ce code et le confond souvent avec l'objet qu'il désigne : longueur et segment, milieu d'une droite, droite et segment... L'appropriation des règles de représentation se fera par une pratique répétée et explicitée conduisant à une automatisation. Le recours à la verbalisation aidera à cette appropriation.

Cet apprentissage permettra en 4ème de changer le statut de la figure. En 4ème, celle-ci n'est plus un dessin matériel ("juste"), mais devient une mathématisation de l'énoncé et est à considérer comme le dessin d'une figure idéale. L'utilisation du code permettra de le dessiner plus ou moins exactement suivant les exigences (on pourra aller jusqu'au dessin à main levée).

Motifs , buts, objectifs de cette expérimentation

L'expérience est réalisée dans deux classes de ZEP du Collège Marc Seguin, à Saint-Etienne, avec deux professeurs, P. PLANCHETTE et J. SIZE en 1991-1992.

1 / Le **motif de notre travail** est d'augmenter le taux de réussite des élèves de 6ème après avoir constaté que les élèves de 5ème et de 4ème ont des difficultés pour tracer des figures.

2 / Le **but général de notre travail** est de permettre aux élèves de construire un dispositif d'auto-évaluation afin qu'ils régulent eux-mêmes leur apprentissage.

3 / **Objectif général** : l'élève en fin de 6ème, doit être capable de construire une figure juste, propre, codée, précise.

4 / **Objectifs d'apprentissage en 6ème** :

- nous visons à développer chez l'élève des capacités de

- * analyse : reconnaître des objets, découvrir leurs relations, décrypter un codage,...;
- * déduction, pour choisir une stratégie ;
- * synthèse : produire un dessin, organiser des données, utiliser des codes,...

- à travers la tâche "construire une figure", abordée sous les trois aspects suivants :

- * reproduire une figure donnée dans les mêmes dimensions ou pas ;
- * construire une figure à partir d'un énoncé sur du papier non quadrillé avec le matériel classique de la géométrie ;
- * transformer une figure par symétrie orthogonale.

Notre choix pédagogique est de permettre aux élèves de construire un dispositif **d'auto-évaluation**. Ce compte - rendu se limite au 1er aspect.

Déroulement chronologique

C'est le premier travail de géométrie de l'année scolaire de sixième.

a) Nous proposons des activités, en travail individuel, sur le vocabulaire de prérequis : sécantes, parallèles, perpendiculaires,... (voir annexe 1).

Ensuite, au bout d'un quart d'heure environ, les élèves sont invités à prendre la parole, à s'écouter ; nous animons le débat en posant éventuellement des questions qui les aideront à expliciter et nous institutionnalisons les résultats à partir des méthodes de chaque élève en fin de séance (1 h).

C'est pendant cette heure que nous nous apercevons, par exemple , que la représentation mentale d'une perpendiculaire varie d'un élève à l'autre (angle d'un carré, angle de 90° d'un rapporteur, plan partagé en quatre parties égales,...).

Puis nous faisons utiliser ce vocabulaire dans une activité sur des figures complexes (annexe 2). Généralement, durant cette activité, les élèves ne réussissent pas à trouver toutes les parallèles et toutes les perpendiculaires car il faut pour cela savoir isoler une partie de la figure. Les élèves qui ont le mieux réussi expliquent alors leur façon de procéder.

b) Ensuite les élèves font des exercices de tracés en manipulant uniquement l'équerre et la règle (annexe 2b 3 et 3b). Notre objectif en termes de savoir est de leur permettre d'avoir une plus grande maîtrise des instruments de géométrie pour tracer des figures "complexes".

Nos buts sont de :

- les laisser se critiquer
- accepter la méthode d'autrui
- utiliser le vocabulaire
- verbaliser
- apprendre à débattre
- leur permettre de prendre confiance en ce qu'ils font.

Nous nous efforçons de demander à un ou (ou plusieurs) élève(s) d'un groupe de venir expliquer ce qu'il fait en terme d'action et à argumenter éventuellement pour faire respecter et accepter sa méthode. Nous prenons garde au temps car pour chaque exercice, de nombreuses méthodes sont proposées.

Nous profitons de la structure en petits groupes pour élaborer avec les élèves des consignes de présentation qui sont notées sur le cahier après une mise en commun :

- * travail au crayon
- * traits fins
- * traits non appuyés
- * pas de double trait
- * propreté de la feuille
- * représentation du point

c) A ce moment là, nous proposons l'exercice de l'annexe 3, à faire à la maison sur du papier blanc non quadrillé.

d) Nous choisissons parmi ces travaux, les figures faisant apparaître des erreurs ou des réussites significatives.

Par exemple :

- une figure non codée et une figure bien codée ;
- une figure avec des dimensions fausses et une figure avec des dimensions exactes ;
- un angle droit ne mesurant pas 90° et un autre réellement droit...

Nous regroupons ces travaux sur une fiche qui constitue la "tâche à erreurs" (annexe 4).

e) Cette tâche à erreurs est distribuée aux élèves. Ils ont 15 min. de réflexion individuelle, puis ils se réunissent par affinité en groupe de 3 ou 4 pendant 40 min. La consigne de chaque groupe est de produire un document sur une feuille : la liste de toutes les erreurs trouvées.

Durant la séquence suivante, un élève par groupe passe au tableau, le premier notant toutes les erreurs trouvées par son groupe, les suivants complétant la liste.

Nous proposons à chaque groupe d'élèves de rassembler les erreurs par catégorie et de donner un titre à chaque catégorie.

- Exemples :
- le trait est trop long
 - le triangle est trop petit
 - "ça ne mesure pas 1,5 cm, ça mesure 2 cm"

Ceci peut être regroupé sous le titre : "je reporte les dimensions".

Une des difficultés est de faire passer l'élève des erreurs à ce qu'il fallait faire pour réussir. Dans ce but, nous les avons questionnés, en nous efforçant d'élaborer un langage commun aux élèves et au professeur, ce qui est indispensable pour que l'élève donne un sens à chaque critère et puisse ultérieurement se l'approprier.

Exemples :

Groupe d'erreurs :

- "on ne sait pas où il y a des angles droits"
- "il faut marquer où c'est perpendiculaire"
- "on ne voit pas les segments égaux"
- "il manque les petits traits sur le petit côté"

Questionnement :

(On choisit un élève qui réussit plutôt bien)

l'élève :

- "il faut mettre un carré au coin de l'angle droit"

le professeur :

- "mais quand tu mets un carré, quel est ton but ?"

l'élève :

- "c'est montrer l'angle droit"

le professeur :

- "et c'est un carré que tu dessines ?"

l'élève :

- "et ben oui, pour un angle droit, c'est toujours un carré"

un autre élève :

- "pour un angle droit, c'est toujours un carré"

le professeur :

- "comme un code ?"

les élèves :

- "oui"

le professeur :

- "nous pouvons dire que pour qu'une figure soit lisible, on utilise des codes".

Nous en arrivons ainsi au critère : "je code ma figure".

Ainsi la mise en commun permet d'obtenir un seul classement des erreurs avec des titres, acceptés par tous, y compris le professeur, qui propose un code pour chaque catégorie d'erreur (annexe 5 : fiche critériée).

f) En même temps que nous continuons notre progression (activités sur le compas), nous réservons une partie (environ 15 min.) des deux séances suivantes pour permettre aux élèves de s'approprier les procédures et leurs critères de réussite :

Cette séquence s'organise ainsi :

- donnée d'une figure à reproduire individuellement, évaluation par groupes de 3 ou 4 des travaux d'autres élèves,... Chaque groupe doit pointer sur chaque figure les procédures réussies et les non réussies.

g) Pendant les activités sur les calculs et problèmes, nous faisons 8 séances de 5 à 10 minutes avec contrats sur le thème suivant : (voir annexe 6)

reproduire une figure

Les élèves ont une feuille double sur laquelle est collée l'annexe 6. Ils choisissent un critère sur lequel ils s'engagent à réussir. Ils doivent écrire en toutes lettres le contrat choisi. Ils réalisent la figure.

Cette figure est notée par le professeur qui signale les critères réussis et non réussis. Si le contrat est réussi, l'élève aura une bonification sur sa note.

La figure est corrigée au tableau par le professeur. Chaque élève, sur sa copie, explique par une phrase une des erreurs qu'il a commises et aussi ce qu'il pense avoir réussi.

Nous avons procédé ainsi : les élèves sont par groupes de 3. Ils observent et cherchent leurs erreurs et en discutent entre eux (phase de **verbalisation**). Ils ne doivent s'intéresser qu'à l'erreur signalée par la correction critériée du professeur. Chaque élève rédige seul une phrase qui ne doit pas être la copie de la phrase de la fiche critériée. Exemple : s'il manque un arc de cercle à la figure, il ne faut pas écrire : "je n'ai pas reporté les objets", mais par exemple : "je n'ai pas trouvé le centre de l'arc de cercle et je n'ai pas pu le tracer".

Lors des premières séances, il est difficile d'obtenir des phrases qui parlent de l'action qui a été accomplie pour l'exercice. On a très souvent un "plagia" de la fiche critériée. Il nous arrive aussi de laisser les élèves rédiger leur phrase à la maison.

Souvent, entre chaque séance, il y aura "remédiation" pour une partie des élèves sur un point précis. Pour les élèves ne sachant pas tracer des perpendiculaires par exemple, nous avons pu éclater nos deux classes en sous-groupes (les classes avaient des heures de cours sur la même plage horaire) pour essayer de donner un sens à ce concept aux élèves en difficultés, à partir d'exercices très concrets (pliages, calques, ...).

Au bout de cinq séances, des progrès sensibles se sont fait sentir. Toutes les figures étaient codées, les consignes de présentation étaient respectées, tous les objets étaient reportés, les dimensions étaient justes.

Pour tracer et réussir les figures proposées, ces élèves ont mis en jeu des connaissances d'objets (segments, droites, demi-droites, cercles, triangles, quadrilatères,...) et de relations entre ces objets (perpendiculaire, parallèle, égalité de longueur,...). Ceci a développé leur capacité d'analyse d'une figure donnée :

- * pour tenir compte de plusieurs renseignements à la fois : dimensions, relations, mise en page, codage ;
- * pour planifier la construction : choix de l'ordre d'exécution, choix des outils (compas, règle graduée pour une longueur,...).

Les performances étaient satisfaisantes au niveau du soin et de la précision. Le simple fait qu'ils évaluent l'écart entre une figure faite avec un crayon bien taillé et un crayon mal taillé, et qu'ils sachent que cela fait partie de la réussite de la procédure "présenter", a fait qu'on a obtenu pour toutes les figures des traits fins, même pour les tracés au compas. En rendant public notre critère de réussite à propos de la précision (pendant certaines séances d'autocorrection , nous leur avons fourni des calques de correction, avec les tolérances sur les dimensions et les angles), nous avons pu obtenir des figures répondant aux tolérances d'erreurs fixées. A ce propos, de vives discussions se sont engagées dans les groupes et beaucoup ont compris l'importance qu'il fallait accorder à la précision du dessin du sommet d'un angle ou du centre d'un cercle.

L'évaluation de leur figure et des figures de leurs camarades a montré qu'ils étaient capables de décentration : capacité à analyser les erreurs des autres et capacité à critiquer leur propre copie.

Nous nous limitons à huit séances pour la reproduction de figures simples.

1) Les premiers objectifs visés ont été atteints pour 90% des élèves qui représentent un public en difficulté. En effet, au bout de six séances, les figures reproduites étaient correctes (d'après les critères mis en place avec les élèves).

2) Ce dispositif sera utilisé tout au long de l'année : tracé d'une figure à partir d'un énoncé, tracé de symétrique,...

3) Nous avons pu expérimenter les années précédentes qu'au delà de 8 séances avec un dispositif de cette sorte, il n'y a pas de changement observable des compétences des élèves.

Le dispositif a permis aux élèves qui avaient des difficultés avec les perpendiculaires de prendre conscience de la nature de ces difficultés en isolant chacune d'elles. Ils ont pu gérer eux-mêmes leurs apprentissages, ce qui les a conduits vers une plus grande autonomie (auto-évaluation). Ainsi ils ont compris que la réussite en mathématiques n'était pas miraculeuse, ni réservée aux bons élèves, ni due au hasard, ni inaccessible : les élèves deviennent acteurs de la réussite et n'attendent pas tout du professeur. Cela a été source de motivation pour tous les élèves, en particulier pour les élèves à qui nous avons proposé un travail de remédiation.

Ce dispositif a mobilisé un certain nombre d'heures mais le temps investi est récupéré plus tard. En effet, les capacités développées seront utilisées tout au long de la scolarité. Donnons quelques exemples :

- * en 6ème pour la description d'une figure ; l'analyse d'une figure en vue de calculs de périmètre, d'aires, la symétrie orthogonale (tracé du symétrique d'une figure). En éliminant les difficultés de tracés , on peut s'intéresser directement aux propriétés de la symétrie.
- * en 5ème pour les triangles, les droites remarquables du triangle, la symétrie centrale, les quadrilatères.

Paul Planchette a remarqué en 5ème que les élèves qui avaient pratiqué cette méthode d'apprentissage avec Josette Size en 6ème, étaient capables de faire des figures propres, aux bonnes dimensions, bien codées, dès le début de l'année.

- * en quatrième, le gain de temps sera obtenu d'un autre point de vue pour l'analyse d'une figure pour la traduction des hypothèses ; l'élimination des cas particuliers et le choix des propriétés ; la figure juste et suffisamment précise pour pouvoir conjecturer.

Tout au long du cycle au collège, on notera une amélioration (et donc un gain de temps) en raisonnement déductif (analyse des figures, planification de l'action, ordre d'exécution, validation).

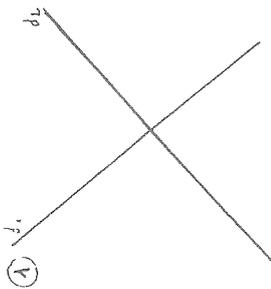
ANNEXES

ANNEXE 1

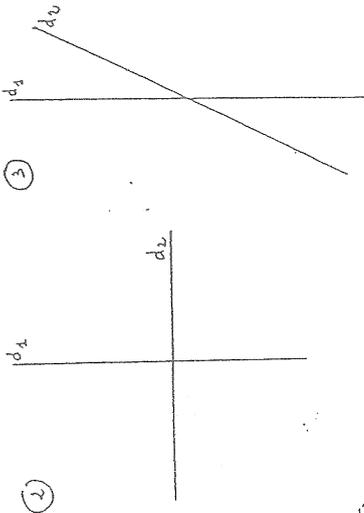
Géométrie

avec des représentations des droites (d_1) et (d_2). Utilise les mots : perpendiculaires, parallèles et autres pour indiquer la position de (d_1) et (d_2).

(1)



(1)



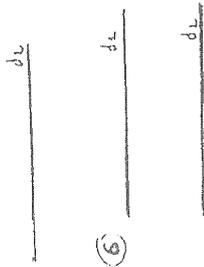
(2)

(3)

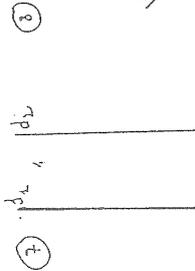


(4)

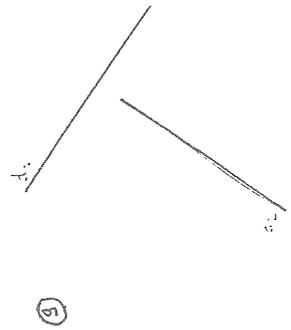
(5)



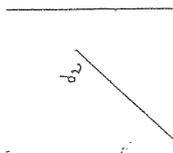
(5)



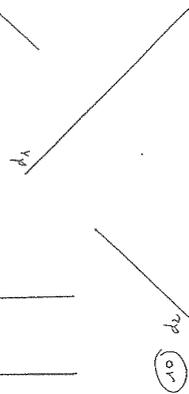
(6)



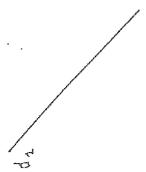
(7)



(8)



(9)

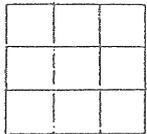


(10)

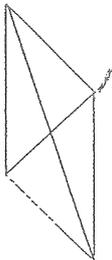
ANNEXE 2

(2)

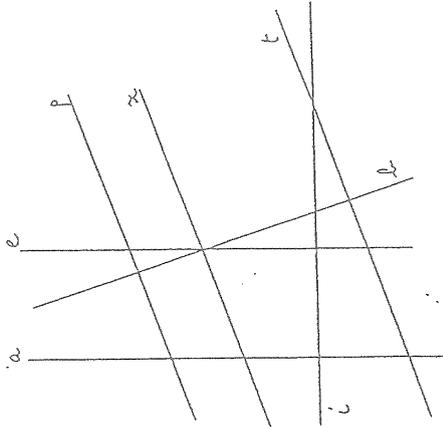
1) Combien y-a-t-il de carrés dans chaque figure?



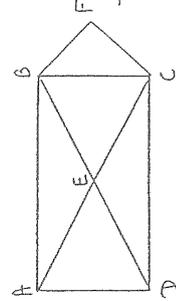
2) Combien y-a-t-il de triangles dans cette figure?



1) Nomme toutes les droites parallèles



2) Nomme les droites perpendiculaires



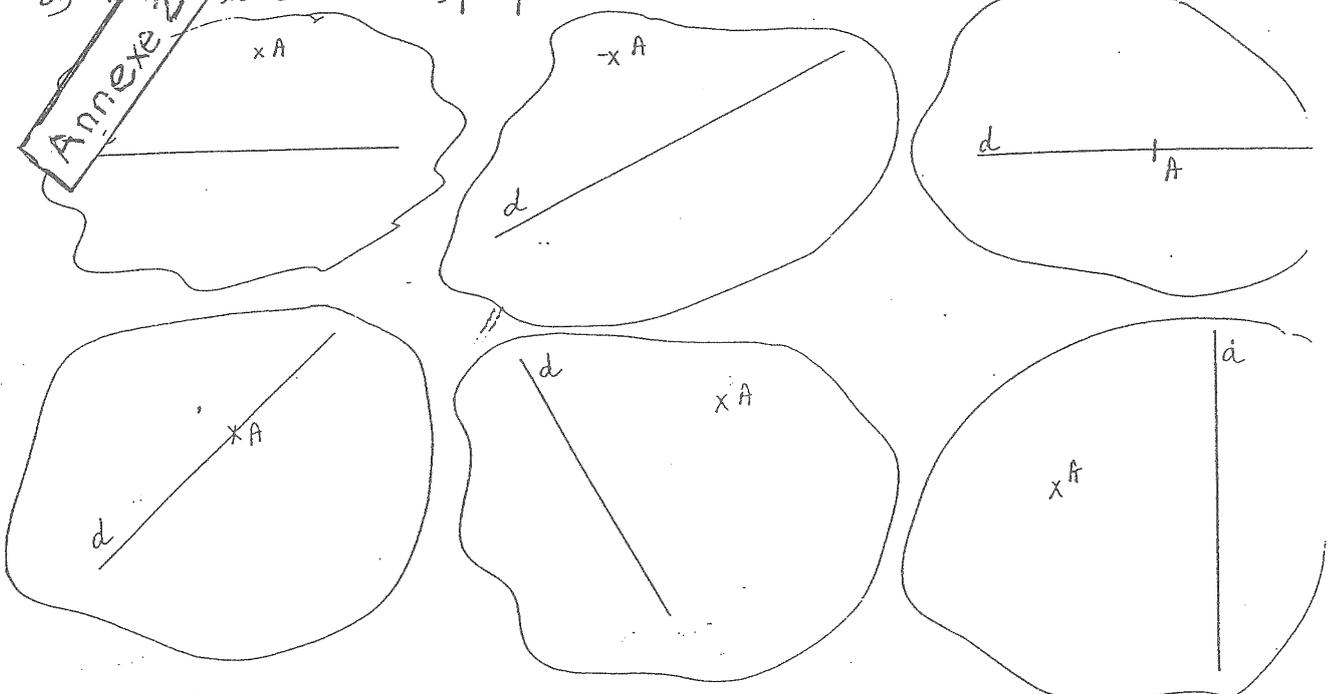
1) Nomme toutes les droites parallèles en utilisant le symbole //.

2) Nomme toutes les droites perpendiculaires en utilisant le symbole ⊥.

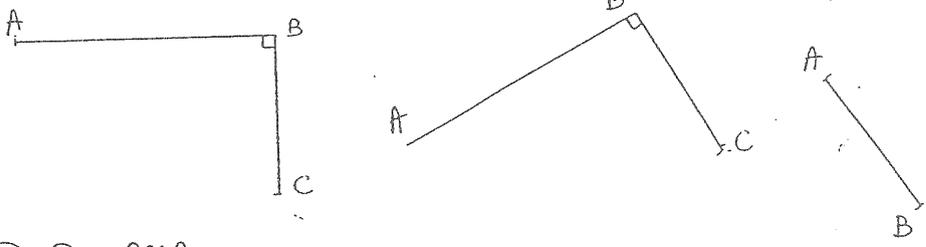
(A) Perpendiculaires

1) Trace une droite perpendiculaire à la droite (d) et passant par A

Annexe 2b

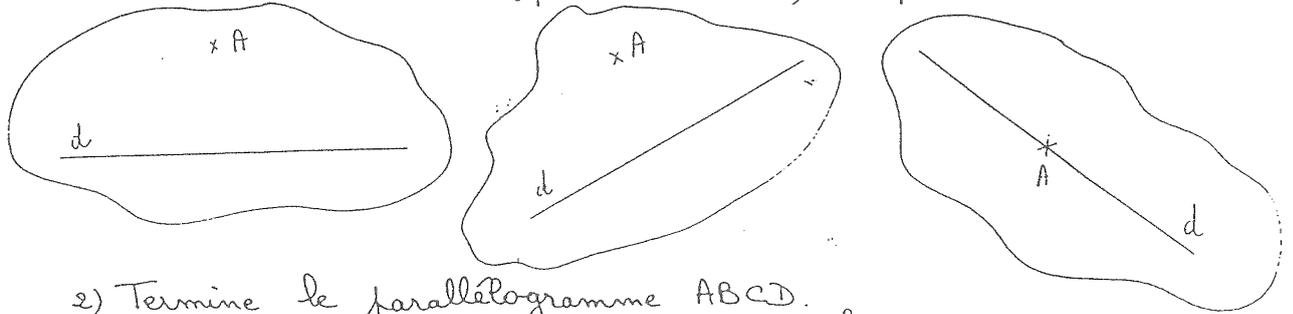


2) On a commencé à tracer un rectangle ABCD - Termine le...

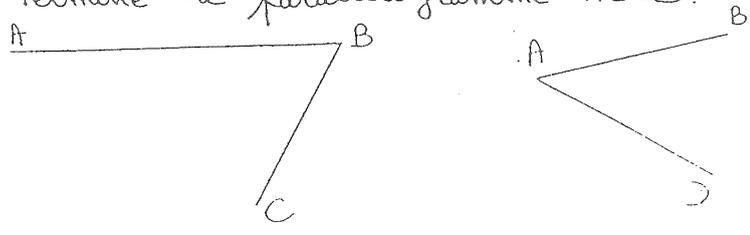


(B) Parallèles

1) Trace une droite (d') parallèle à (d) et passant par A.



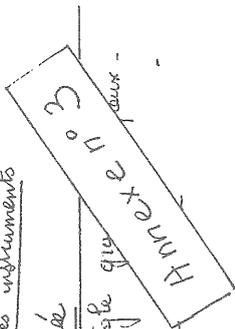
2) Termine le parallélogramme ABCD.



des instruments

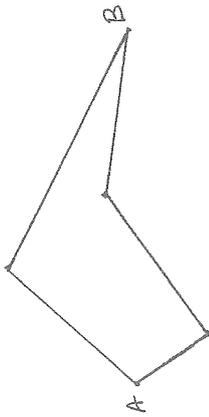
I La règle graduée

Avec une règle graduée

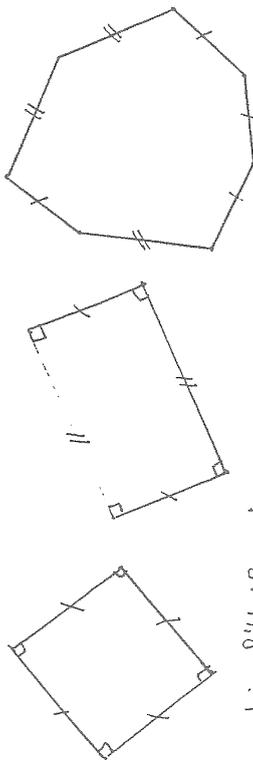


Exercices

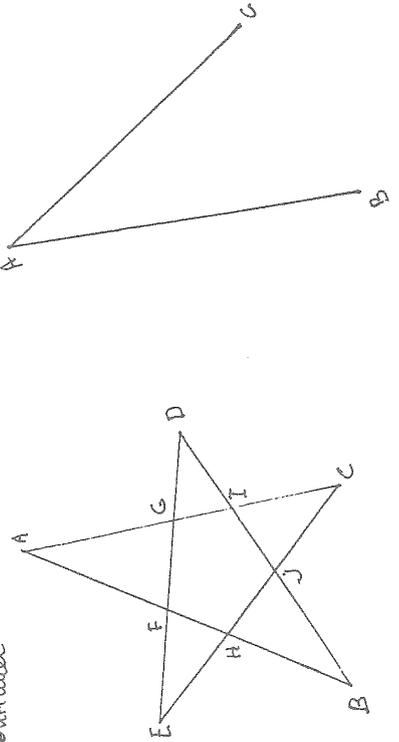
① Pour aller de A vers B quel est le chemin le plus court. On peut se servir de ta règle graduée.



② En faisant le moins de mesures, calcule le périmètre de chaque figure. Les petits signes désignent des segments de même longueur.



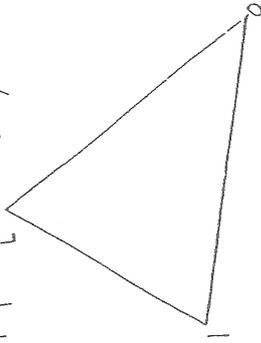
③ Reproduis l'étoile ci-dessous. Nous avons commencé à toi de continuer.



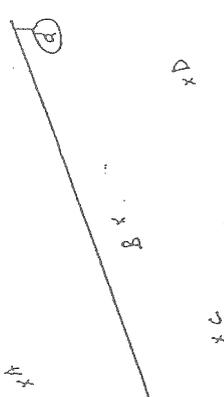
II L'équerre

a) Répète seule

- 1) Place la droite passant par L et perpendiculaire à (OI)
- 2) Place la droite passant par I et perpendiculaire à (LO)
- 3) Place la droite passant par O et perpendiculaire à (LI)



- 1) Place les droites perpendiculaires à d et passant par A et B
- 2) Répète et la règle non graduée

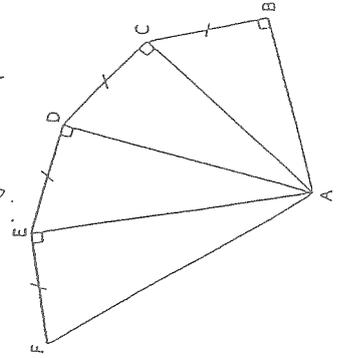


1) Place les droites parallèles à d passant par A, B, C et D

2) Trace les hauteurs distantes de 1 cm. (C'est indiqué dans la figure. Les hauteurs sont des droites parallèles)

2) Répète et la règle graduée

3) Reproduis la figure ci-dessous. Nous avons commencé, continue en utilisant la règle et l'équerre.

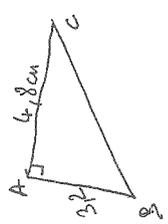


A' _____ B'

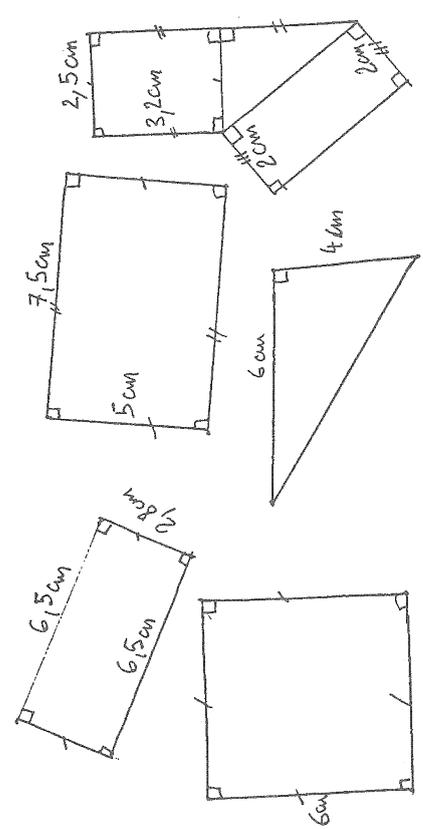
ANNEXE n° 316b

2°

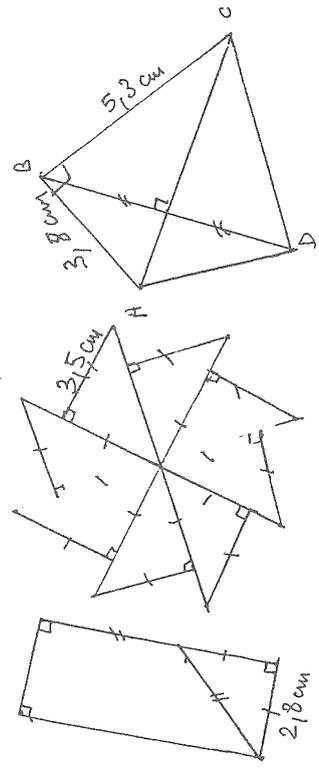
à schéma à main levée
d'un triangle
reproduis-le en vraie
grandeur sur une feuille
de papier non quadrillé



3° Fais la même chose pour les figures ci-dessous

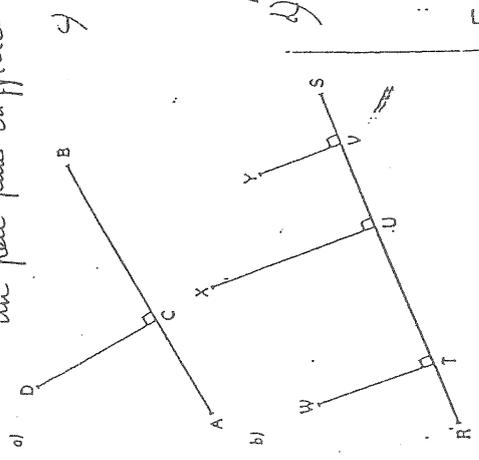


4° Toujours avec la règle graduée et ton équerre

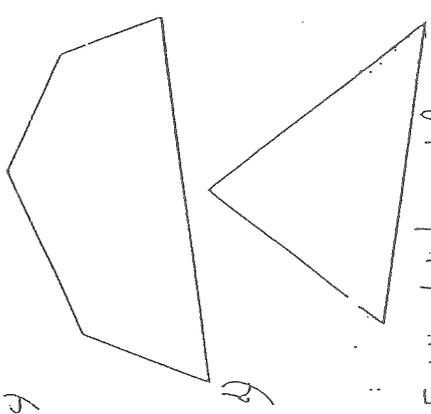


3

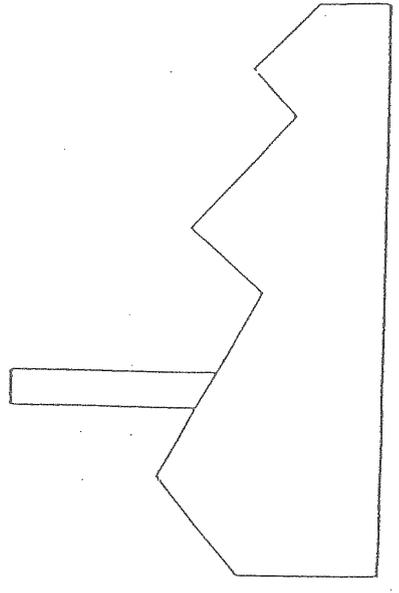
5° Un peu plus difficile



4



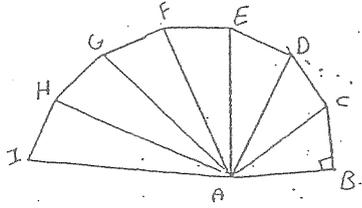
Indique toi de a et b pour
faire c et d)



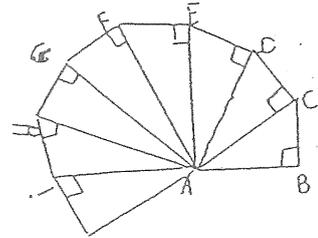
appel
Annexe n° 4

1) Construis un triangle ABC, rectangle en B avec $AB = 1,5\text{cm}$ et $BC = 1\text{cm}$.
 2) A partir du triangle ABC, construis la figure ci-contre (on verra la construction au point I.)

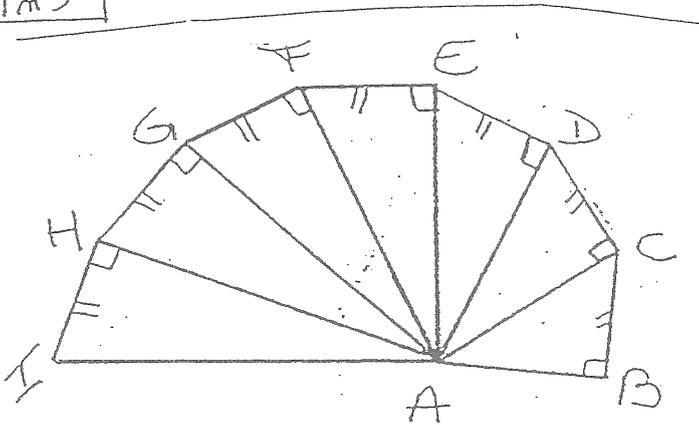
n°1



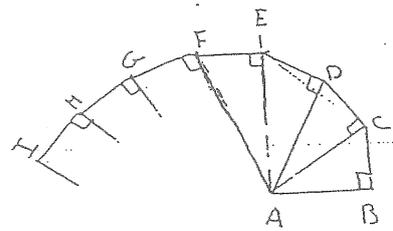
n°2



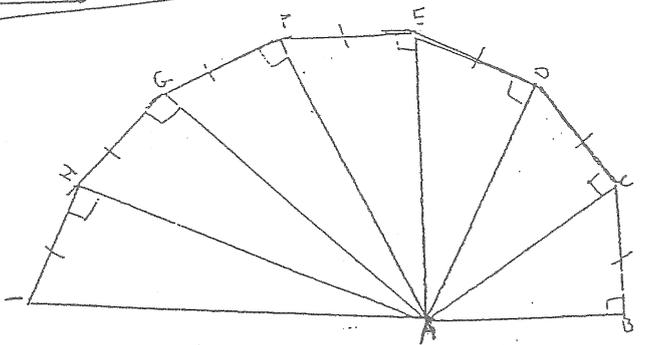
n°3



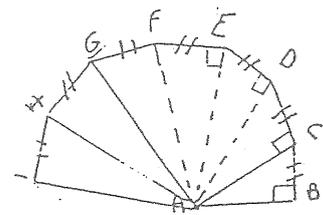
n°4



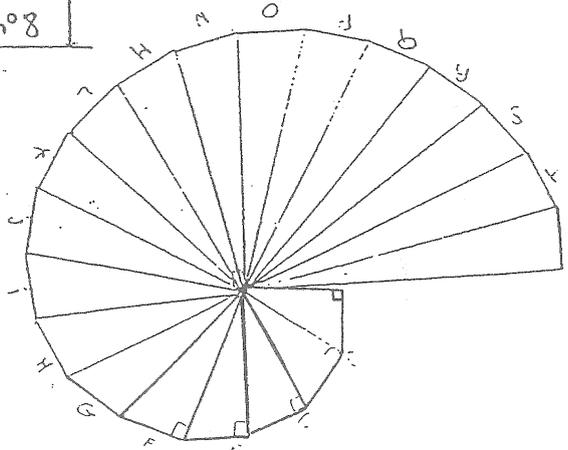
n°5



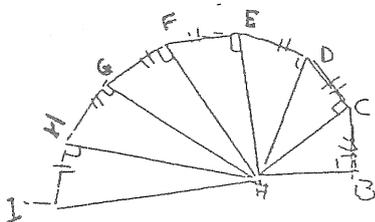
n°6



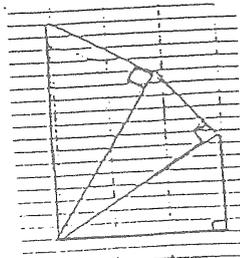
n°8



n°7



n°9



Pour reproduire une figure

Annexe n° 5

Avant d'agir ----	Pour faire la figure...	Je vérifie que	Co
- repères, les angles droits - repères aussi les dimensions - repères les objets géométriques (rectangles, carrés, cercles, segments ----) - décide du matériel dont j'ai besoin (règle, compas rapporteur)	Reporter les dimensions	Les dimensions sont justes	D
	Reporter les objets	Je n'ai pas oublié d'objets et je n'en ai pas rajouté, les objets sont justes	O
	Reporter les relations (angles droits, droites parallèles ----)	Je n'ai pas oublié de relations et je n'en ai pas rajouté	R
	Coder la figure	J'ai codé les consignes sans en rajouter	C
	Appliquer les consignes de présentation	J'ai respecté les consignes de présentation	P

Reproduire une figure

Annexe n° 6

Séance n°	D	O	R	C	P	Score
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						

• Tu choisiras un contact et tu codes par une croix dans la 1ère ligne de la séance
 • Dans la deuxième ligne, après consultation par le professeur tu fais un croix rouge quand tu t'es trompé(e) et une croix verte quand c'est juste.
 • Entre chaque séance tu fais deux phrases, sur ton feuille, à côté de la figure pour dire ce que tu as bien réussi et le cas échéant ce qui ne va pas.

E2 - LA DÉMONSTRATION EN GÉOMÉTRIE EN QUATRIÈME

Cette expérience a été menée par Bernard ANSELMO dans une classe de 4ème du collège Marie Laurencin à Tarare. Elle s'étale sur les trois quarts de l'année scolaire et est menée parallèlement à d'autres travaux.

1 / Motifs, buts, objectifs

Motif : Le mot démonstration apparaît pour la première fois dans le commentaire des programmes de 4ème : "... de nouveaux outils, notamment les projections, le théorème de Pythagore, les translations viennent s'ajouter aux outils des classes antérieures ; à ces enrichissements correspond un développement des capacités de découverte de la démonstration..."

"**Démontrer**" est une tâche complexe faisant appel à des capacités d'analyse et de synthèse, utiles en mathématiques, mais transférables dans d'autres matières. Apprendre à démontrer en apparaît d'autant plus nécessaire.

Les entretiens avec les enseignants de lycée montrent qu'à leur avis, cet apprentissage doit être commencé au collège : c'est le programme de 4ème qui semble le mieux s'y prêter.

But recherché : Amener les élèves à s'approprier la notion de démonstration (le pourquoi et le comment), en recherchant des problèmes, en verbalisant, en construisant un dispositif d'auto-évaluation.

Objectif visé : L'élève devra être capable à partir d'un énoncé avec figure donnée ou non, de trouver et de rédiger un enchaînement de plusieurs pas de démonstration (au moins trois) permettant de lier les données de l'énoncé à la conclusion à prouver.

Remarque : 3 pas semblent suffisants pour évaluer les capacités à démontrer d'un élève de 4ème ; les démonstrations plus longues pourront être découpées en plusieurs étapes.

2 / Chronologie

Le travail s'est fait en deux temps :

- 1er temps : au niveau du sens de la démonstration
- 2ème temps : au niveau des techniques de la démonstration

a : POURQUOI DÉMONTRER ? AVEC QUOI ?

1ère activité.

- Dès le début de l'année, les élèves ont à rechercher un problème ouvert (voir annexe 1). Après une présentation des consignes, ils travaillent seuls pendant 5 à 10 minutes, puis par groupe, produisent un document présentant leurs propositions, une synthèse est faite la séance suivante. (voir compte-rendu en classe de Bernadette Coste, Feuille à problèmes n°27, octobre 87).

- Si le but premier de cette activité est de mettre les élèves en situation de recherche, d'autres buts sont visés :

- montrer qu'une mesure faite sur une figure ne donne pas forcément un résultat identique pour tout le monde, et qu'un raisonnement déductif permet d'en connaître parfois la valeur exacte.

- mettre une première fois les élèves en groupe et voir comment cela se passe...

- établir quelques règles du débat mathématique : on doit prendre en compte l'avis de l'autre ; une proposition est soit vraie, soit fausse ; la majorité de la classe n'a pas forcément raison. (cf. Michel Mante : De l'Initiation au raisonnement

déductif à l'apprentissage de la démonstration, suivi scientifique classe de 4° , 1987-1988)

Activités 2 et 3 : (voir annexes 2 & 3)

Le but est de mettre en évidence que ce qu'on constate sur une figure ou par découpage, n'est pas forcément vrai. L'argument "c'est vrai parce que ça se voit" devient donc irrecevable.

Activité 4 :

- Je propose aux élèves de rechercher à la maison l'exercice suivant : "trace un triangle ABC avec $AB = 5$ cm, $\widehat{ABC} = 20^\circ$, $\widehat{CAB} = 21^\circ$. Mesure AC et CB. Que peux-tu dire de ce triangle ?"

- La séance suivante, le débat s'instaure, les avis sont partagés :
- une partie de la classe considère que le triangle est isocèle, car il a deux cotés égaux.
- une partie qu'il ne l'est pas car il a deux cotés inégaux.
- une troisième partie qu'il ne l'est pas car il a deux angles inégaux.
- une partie enfin ne sait pas trancher : il est isocèle car il a 2 cotés égaux, et il n'est pas isocèle car il a deux angles inégaux.

- Je note les propositions au tableau et rappelle qu'en mathématique, une affirmation est soit vraie, soit fausse ; le triangle est donc soit isocèle, soit pas. Je demande à la classe de trancher.

Après un débat houleux sur la validité des mesures de chacun, un élève se souvient : "ce que l'on constate sur une figure n'est pas forcément vrai !". J'en profite pour demander ce que l'on sait dans ce problème de façon sûre, et comment on le sait (les deux angles sont inégaux, c'est dit dans l'énoncé). La classe cherche alors la proposition qui s'appuie sur cette donnée et élimine les autres.

Reste alors à valider la propriété : si tout le monde sait qu'un triangle isocèle a deux angles égaux, il faudra un peu de temps à certains pour reconnaître que "si un triangle n'a pas 2 angles égaux, alors il n'est pas isocèle (parce que sinon il aurait 2 angles égaux)".

En conclusion de l'activité, je fais remarquer :

- la constatation sur le dessin a conduit certains élèves à un résultat faux. Ce n'est donc pas une preuve valable.
- le raisonnement déductif s'appuie sur les données de l'énoncé ; elles sont forcément vraies ; on les appelle "hypothèses".
- le raisonnement déductif utilise une ou des propriétés, des définitions, reconnues par tous. On les appellera "outils" et ils seront formulés sous la forme "si... alors...".

Activité à propos des phrases "si... alors..." (voir annexe 4)

- celle-ci est proposée en deux temps : trouver si les phrases sont vraies ou fausses ; puis après correction, formuler les phrases réciproques et tester leur véracité. La recherche est individuelle et la correction est faite par la classe entière.

- les buts visés sont multiples :

- donner son sens logique mathématique à la formulation "si... alors...", et montrer la différence avec certains "si...alors..." du langage courant.
- rappeler ou établir des règles du débat mathématique (une proposition est soit vraie, soit fausse ; un contre-exemple suffit à prouver qu'une affirmation est fausse ; la validité d'une affirmation mathématique ne varie pas avec le temps).
- faire formuler des phrases réciproques, et sensibiliser au fait que la propriété n'est plus la même.

- pour la séance suivante, les élèves doivent chercher des outils se terminant par "... alors c'est un triangle isocèle ;... alors c'est un triangle équilatéral". Ceux-ci seront classés par conclusion, affectés d'un code et rangés dans une boîte à outils (annexe 5).

Tout au long de l'année, chaque propriété rencontrée sera complétée par un exemple de "mise en situation" et rangée dans cette même boîte.

b : APPRENDRE A DÉMONTRER

Aide à la représentation du but à atteindre

Je propose aux élèves de rechercher à la maison l'exercice suivant " soit C un point d'un cercle de centre O et de diamètres AB et CD. Que peux tu dire du triangle ABC ?".

Le lendemain, les élèves ont constaté, dans leur majorité, que le triangle ABC semble rectangle, certains ont constaté de plus qu'il semble isocèle. Une grande partie d'entre eux doute de la validité de sa constatation : "on l'a vu sur le dessin, c'est sûrement faux". Aucun élève n'a proposé de raisonnement déductif.

Je propose alors aux élèves une "démonstration type" (voir annexe 6), en précisant que c'est le genre de travail qu'ils devront être capables de réaliser en cours d'année.

Après un temps de lecture silencieuse, je demande aux élèves de compléter le dessin. Dès que toute la classe a terminé, on corrige : un élève au tableau trace 2 diamètres perpendiculaires, d'autres les ont tracés de façon quelconque. Dans un cas comme dans l'autre, la classe pense que la figure est juste. J'interviens alors pour montrer que, suivant les situations, la conclusion diffère, et qu'un des cas est particulier. Je demande aux élèves de retenir que "pour faire un dessin, on utilise uniquement les données de l'énoncé, en vérifiant que l'on n'en induit pas d'autres".

On complète ensuite hypothèses et conclusion : les élèves n'ont pas de difficultés pour les hypothèses (je rappelle qu'elles sont données donc forcément vraies). Mais ils ne devinent pas tous ce qu'est la conclusion. Je définis alors celle-ci comme la réponse à la question "qu'est-ce que je dois prouver ?". J'insiste sur le fait que, pour l'instant, la conclusion n'est pas forcément vraie (le triangle semble rectangle, mais ne l'est peut-être pas) ; les élèves rajoutent un point d'interrogation.

Je demande alors aux élèves de relire la partie démonstration et de me faire part de leurs remarques. Je les note au tableau : "ce sont des phrases comme si... alors... ; elles s'enchaînent ; à la fin, on trouve la conclusion ; ça commence par les hypothèses..."

Je propose ensuite à la classe de souligner les hypothèses en vert, la conclusion et ce qui suit "alors" en rouge. Le vert correspond à ce qui est vrai, le rouge à ce qui doit être prouvé. Les élèves cherchent alors à justifier chaque étape par un outil de la "mini boîte" ; à chaque fois, le rouge passe au vert, et on enchaîne ainsi jusqu'à la fin de la démonstration. Je note au tableau "Pour être validée, chaque étape doit être justifiée par un outil".

La synthèse est faite en reprenant les points notés au tableau : "la démonstration lie hypothèses et conclusion par un enchaînement d'étapes ; chaque étape commence par une hypothèse ou quelque chose qui a été prouvé avant ; chaque étape est justifiée".

Je donne alors l'objectif de travail sur la démonstration : être capable de réaliser, à partir d'un énoncé, un enchaînement d'étapes justifiées par des outils, qui permette de prouver une affirmation ou une constatation".

Je propose un délai de 5 mois d'apprentissage et précise qu'en contrôle, il n'y aura pas d'enchaînement de plus de 4 pas de démonstration.

Les 4 séances suivantes, les élèves commencent à chercher, à la maison et en classe, quelques exercices simples (voir annexe 7), utilisant des outils qu'ils connaissent bien (triangles, angles...). Les séances se déroulent à peu près ainsi :

- je signale en début de séance une ou deux erreurs rencontrées la veille
- un élève, qui a su faire, donne au tableau sa solution de l'exercice à la maison.

Il tente d'expliquer comment il a procédé.

- les élèves recherchent individuellement en temps limité un petit enchaînement.

La copie est ramassée et je l'annote en français pour la séance suivante.

- la classe range dans la boîte à outils quelques propriétés déjà connues, et quelques nouvelles. A chaque fois, les élèves notent un exemple de mise en situation, formulent la phrase réciproque, contrôlent sa véracité, éventuellement rangent l'outil ainsi obtenu.

Les outils sont à apprendre pour le cours suivant ; un petit exercice est à faire à la maison.

Construction d'un langage commun (fin octobre)

Analyse d'erreurs

A l'issue de la dernière interrogation, j'ai inventorié les erreurs rencontrées, en rajoutant des erreurs des années précédentes. Je les ai rassemblées sur une fiche que j'ai photocopiée : c'est une tâche à erreurs (annexe 8). Celle-ci est distribuée aux élèves avec la consigne suivante : "voici des erreurs rencontrées dans des classes de 4ème, lors de l'exercice énoncé en tête. Dis à chaque fois quelle est l'erreur commise et éventuellement comment l'éviter".

Après 5 mn de lecture individuelle, les élèves réunis par affinité établissent 2 par 2 une liste d'erreurs (30 mn). En fin de séance, chaque groupe, à tour de rôle, donne une erreur de sa liste ; je les note au tableau. Les autres groupes peuvent intervenir au fur et à mesure pour donner leur avis. La classe établit ainsi une liste commune. Je demande aux élèves de conserver cette liste pour le lendemain.

Fiche critériée

La séance suivante, je distribue la fiche "faire une démonstration" (annexe 9), en disant : "voici tout ce que je regarde pour noter vos démonstrations ; j'appelle ça des critères de réussite ; quand ils sont tous vérifiés, vous avez 20/20. Vous pourrez utiliser cette fiche toute l'année ; regardons la !"

Après une lecture silencieuse, je propose aux élèves de reprendre la liste critère par critère, et de la confronter à la liste des erreurs établie la veille. Ce travail se fait en commun : un élève lit un critère, la classe cherche à quelles erreurs il correspond, comment il s'applique dans ces cas particuliers. Quand c'est possible, à la lumière de cette explication, je propose aux élèves de reformuler à leur manière le critère, et éventuellement de noter cette reformulation sur la partie extrême droite de la feuille.

Par exemple :

- "la figure n'est pas un cas particulier", correspond à l'erreur V (le triangle est isocèle alors qu'il ne devrait être que rectangle) ; reformulé, le critère est devenu "seules les données de l'énoncé sont utilisées pour le dessin".
- "la notation est appropriée à chaque objet géométrique", correspond à l'erreur VI ; reformulé, cela donne : les droites sont écrites entre () , les segments entre [..], les angles avec \wedge , les longueurs sans rien.

Nous complétons ensuite la colonne "je réalise", en donnant un titre à chaque catégorie de critère. Ces titres seront exprimés en verbe d'action. Les élèves, et moi-même si nécessaire, proposons des titres ; la classe retient : "dessiner, écrire hypothèses et conclusion, lier les hypothèses à la conclusion, rédiger".

Pour terminer, les élèves remplissent la colonne "code" en affectant chaque critère d'une lettre générique et d'un indice chiffré (D1, D2,... pour je dessine ; H1, H2,... pour j'écris hypothèses et conclusion...). J'explique que c'est avec ce code que j'annoterai les copies.

Appropriation des critères

Dans le mois qui suit, une fois par semaine, les élèves seront conduits à utiliser la fiche critériée, pour en revoir les critères et leur codage, tout en réalisant des démonstrations :

- Pendant la première séquence, je distribue aux élèves une fiche bilan (annexe 10). Cette fiche suivra la copie pendant les 4 séances. Sur la fiche l'élève pointe un critère qu'il s'engage à réussir : c'est le contrat, qui , s'il est respecté, lui rapportera 2

points (0 s'il ne l'est pas). L'élève cherche alors une petite démonstration qu'il rédige. Je ramasse. Je corrige chez moi, en annotant avec le code ; je pointe les réussites et les échecs sur la fiche bilan, collée en début de copie et je mets une note.

- la 2ème séance, je signale tout d'abord au tableau l'erreur ou les erreurs le plus souvent commises la fois précédente. Puis chaque élève revient sur sa copie ; il doit décoder une ou deux de ses erreurs, c'est à dire : écrire en langage courant ce qui n' a pas été vérifié ou qui manque. Avant de plancher sur un deuxième exercice, il s'engage sur un nouveau contrat (à 4 points). Ce contrat reprend l'ancien, et s'il a été réussi, s'enrichit d'un nouveau critère qui n'était pas maîtrisé la première fois.

- les 3ème et 4ème séances reprennent le même fonctionnement, le contrat s'enrichissant à chaque fois que possible.

- la semaine suivante, à l'issue du décodage, l'élève dresse son bilan ; il comptabilise les critères réussis au dernier contrat, pointe ceux qu'il maîtrise, et ceux qui lui posent des problèmes, il l'écrit sur sa copie. Si l'ensemble des élèves de la classe est encore loin de la perfection (4 élèves ne sont jamais parvenus à franchir la première étape), d'autres sont parvenus à vérifier tous les critères sur certains exercices. Au dernier, la confusion entre sens direct et phrase réciproque n'apparaît plus sur aucune copie.

Travail en groupes :

Aussi bien en contrôle qu'à la maison, les élèves ont encore à produire des démonstrations personnelles, mais la séance hebdomadaire (6 entre mi-décembre et mi-mars) est consacrée à la recherche et à la rédaction d'une démonstration en groupe . Cela se passe comme ceci :

- les élèves se réunissent à 4 par affinité, les groupes restant à peu près stables d'une séance à l'autre.
- il y a un ou deux exercices à traiter (différents pour chaque groupe) ; on rend une copie par groupe.
- dans le groupe, chaque élève est responsable d'un certain nombre de critères (3 ou 4).
- A chaque séance, les responsabilités tournent (voir annexe 11)

- la note sur 10 est constituée d'une partie commune à tous les élèves du groupe (sur 3 points) et d'une partie individualisée : 7 points sont attribués à l'élève si, sur la copie commune, les critères dont il est responsable sont correctement vérifiés ; dans le cas contraire, aucun point n'est attribué.

Si ces séances sont un peu bruyantes, le travail y est fructueux, et les échanges nombreux ; chacun peut verbaliser ses idées et actualiser les critères dont il est responsable. On m'appelle pour confirmer : "c'est bien ça, c'est faux ici, la phrase ne commence pas par quelque chose de prouvé avant, il manque une étape". Les élèves confrontent aussi leur technique de recherche. Quand le groupe ne parvient pas à lier les outils, je lui propose une méthode de tri, en précisant que c'est la mienne et qu'il peut en exister d'autres.

c : EN GUISE D'ÉVALUATION

Fin Mars : je propose aux élèves de réaliser la démonstration de l'annexe 12 , de façon individuelle, en 20 min., sans document.

Sur 23 élèves, voici les résultats obtenus :

- 9 élèves ont réalisé une démonstration parfaite (tous les critères sont vérifiés).
- 5 ont fait des erreurs de lien (parmi eux, 3 ont prouvé correctement que $(NV) \parallel (AT)$ et $NV = AT$).
- les autres erreurs rencontrées sont codées :

H1 (2 fois) ; R4 (8 fois) ; R6 (5 fois) ; R3 (6 fois) ; R5 (1 fois).

Remarque :

Sur cette démonstration, les notes ont été à plus de 70 % supérieures à 7 / 10 ; 3 élèves (environ 13 %) ont eu en dessous de 5 (respectivement 4, 3 et 1). A première vue, le nombre important d'erreurs rencontrées traduit que l'apprentissage n'est pas terminé. Mais la présence de certaines d'entre elles peut, au contraire, montrer que

- l'élève commence à automatiser la tâche. En effet, ce sont des erreurs que nous commettons nous, experts, quand nous voulons rédiger rapidement une démonstration:*
- nous n'écrivons pas forcément les hypothèses en en-tête (H1), le reste est cependant juste (ce qui est le cas 2 fois pour ces élèves) ;*
 - nous n'écrivons pas non plus l'outil qui justifie l'étape (R4), il nous paraît évident ;*
 - nous ne précisons pas dans quel triangle nous appliquons la droite des milieux (R6) : trivial !*
 - nous n'écrivons pas toujours les parenthèses ou les crochets, ça va plus vite!...*

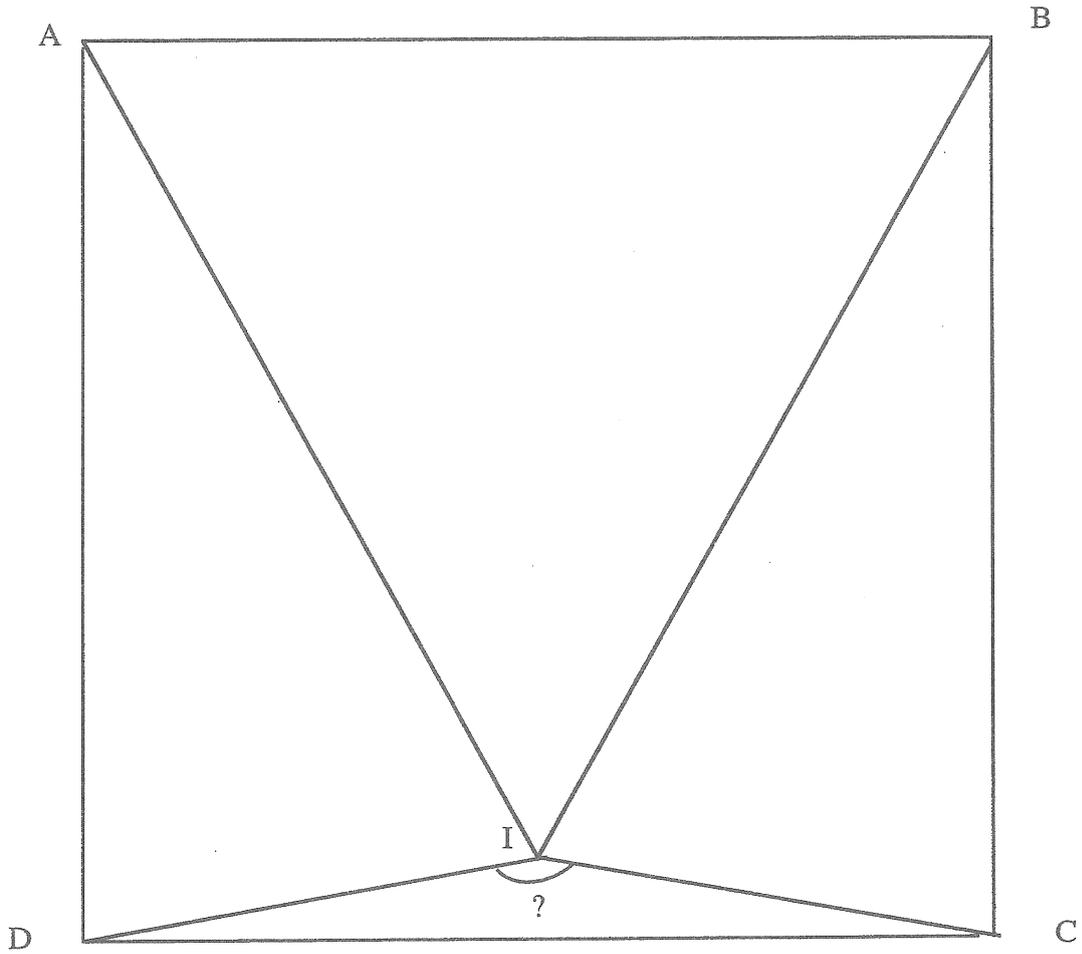
Ces erreurs mériteraient d'aller vérifier auprès des élèves la logique qui les a entraînées...

3) Annexes

LISTE DES ANNEXES

- Annexe 1 : Énoncé du problème ouvert
- Annexe 2 : D'après Pythagore 4ème, ex.31 p. 134
- Annexe 3 : D'après Pythagore 4ème, ex.30 p.134
- Annexe 4 : Quelques phrases "si... alors..."
- Annexe 5 : Une page de la boîte à outils
- Annexe 6 : Une démonstration "modèle"
- Annexe 7 : Exemples d'exercices simples proposés en début d'année
- Annexe 8 : Tâche à erreurs
- Annexe 9 : Fiche critériée
- Annexe 10 : Fiche bilan
- Annexe 11 : Fiche bilan (travail de groupe)
- Annexe 12 : Exercice de contrôle

ANNEXE 1



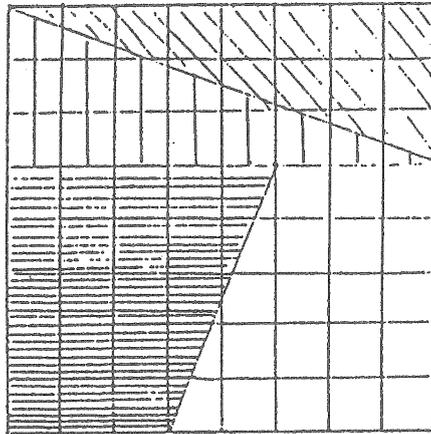
ABCD est un carré

AIB est un triangle équilatéral

Peux tu retrouver (sans la mesurer au rapporteur) la mesure de l'angle \widehat{CID} ?

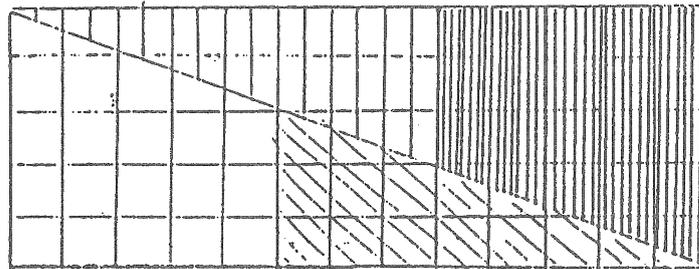
ANNEXE 2

LE CÔTÉ DU CARRÉ MESURE 8 unités



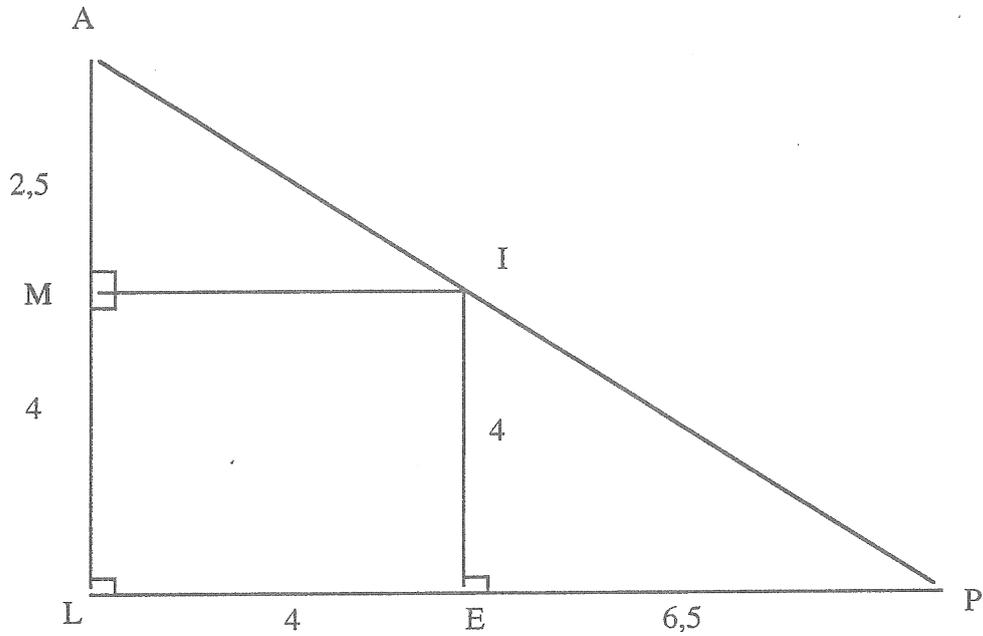
LA LONGUEUR DU RECTANGLE EST 13 unités

SA LARGEUR EST DE 5 unités



EST-CE LE RECTANGLE OU LE CARRÉ QUI A LA PLUS GRANDE AIRE ?

ANNEXE 3



- Reproduire en respectant les dimensions la figure ci-dessus.
- Que peux tu dire des points A,I,P ?
- Calculer l'aire
 - du triangle AMI
 - du triangle EPI
 - du carré MIEL
 - du triangle PAL
- Calculer l'aire de PAL en utilisant une autre méthode.
Que constates-tu ? Peux tu expliquer cette constatation ?

Rappels

AIRE DU CARRÉ = CÔTÉ X CÔTÉ

AIRE DU DEMI RECTANGLE = (LONGUEUR X LARGEUR) : 2

ANNEXE 4

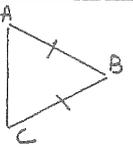
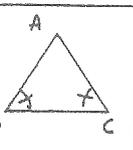
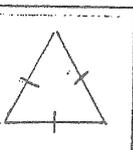
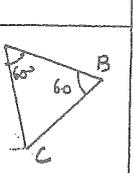
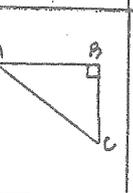
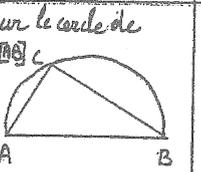
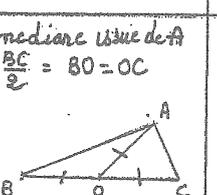
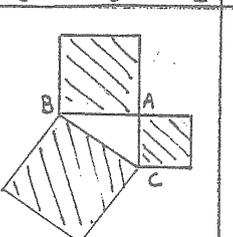
DES PHRASES "SI.....ALORS"

- * Si il fait beau, alors le soleil brille.
- * Si je fais beaucoup de vélo, alors je suis sportif.
- * Si je suis fort en math, alors j'ai de bonnes notes dans toutes les matières.
- * Si je gagne la super cagnotte du loto, alors je suis riche.
- * Si le ciel se couvre, alors je prends mon parapluie.
- * Si un nombre est plus grand que 2, alors il est plus grand que 4.
- * Si un nombre est plus grand ou égal à 3, alors il est plus grand que 3.
- * Si un quadrilatère a 4 côtés de même longueur, alors c'est un losange.
- * Si $OA = OB$, alors O est le milieu de AB.
- * Si ABC est un triangle équilatéral, alors ABC est un triangle isocèle.

I / DIS SI CES PHRASES SONT VRAIES OU FAUSSES.

II / ÉCRIS LES PHRASES RÉCIPROQUES. DIS SI ELLES SONT VRAIES.

ANNEXE 5

$AB=BC$ 	<p>Si un triangle a 2 cotés de même longueur alors il est isocèle</p> <p style="text-align: right;">T11</p>	alors c'est un triangle isocèle
$\widehat{B}=\widehat{C}$ 	<p>Si un triangle a 2 angles de même mesure alors il est isocèle</p> <p style="text-align: right;">T12</p>	
$AB=BC=AC$ 	<p>Si un triangle a 3 cotés de même longueur alors il est équilateral</p> <p style="text-align: right;">TE1</p>	alors c'est un triangle équilateral
$\widehat{A}=60^\circ$ $\widehat{B}=60^\circ$ 	<p>Si un triangle a 2 angles de 60° alors il est équilateral</p> <p style="text-align: right;">TE2</p>	
$\widehat{B}=90^\circ$ 	<p>Si un triangle a un angle droit alors il est rectangle</p> <p style="text-align: right;">TR1</p>	alors c'est un triangle rectangle
<p>C'est sur le cercle de diamètre $[AB]$</p> 	<p>Si le sommet d'un triangle est sur un cercle dont le diamètre est opposé à ce sommet, alors ce triangle est rectangle.</p> <p style="text-align: right;">TR2</p>	
<p>(AO) médiane issue de A</p> $AO = \frac{BC}{2} = BO = OC$ 	<p>Si dans un triangle la médiane relative à un côté mesure la moitié de ce côté alors ce triangle est rectangle.</p> <p style="text-align: right;">TR3</p>	
		
<p>TRIANGLE isocèle, équilateral, rectangle</p>		

ANNEXE 6

Soit (C) un cercle de centre O . $[AB]$ et $[CD]$ sont 2 diamètres de ce cercle.

Que peux tu dire du triangle ABC ? Comment le sais tu ?

Dessin (à compléter)

Hypothèses

O est

$[AB]$ est

$[CD]$ est

Conclusion

ABC est

Démonstration

* Comme $[AB]$ et $[CD]$ sont des diamètres de (C) et comme O est le centre de (C) , alors O est le milieu de $[AB]$ et de $[CD]$. (outil n°)

* Comme O est le milieu de AB et de CD , alors $ABCD$ est un parallélogramme. (outil n°)

* Comme $[AB]$ et $[CD]$ sont diamètres d'un même cercle, alors $AB = CD$. (outil n°)

* Comme $ABCD$ est un parallélogramme et comme $AB = CD$, alors $ABCD$ est un rectangle. (outil n°)

* Comme $ABCD$ est un rectangle alors $\hat{C} = 90^\circ$. (outil n°)

* Comme $\hat{C} = 90^\circ$, alors ACB est un triangle rectangle en C . (outil n°)

Mini boîte

1 Si un segment est diamètre d'un cercle, alors le centre de ce cercle est le milieu de ce segment.

2 Si un triangle a un angle droit alors il est rectangle.

3 Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

4 Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.

5 Si deux segments sont diamètres d'un même cercle, alors ils sont de même longueur.

6 Si un quadrilatère est un rectangle, alors il a 4 angles droits.

ANNEXE 7

EXEMPLES D'EXERCICES SIMPLES PROPOSÉS EN DÉBUT

I / ABC et BCD sont deux triangles isocèles de sommet principal C. Que peux tu dire de ACD ? Prouve le.

II / Prouve qu'un triangle équilatéral est isocèle.

III / ABC est un triangle rectangle en A. La médiane issue de A coupe BC en M. Démontre que le triangle ACM est isocèle de sommet principal A.

IV / C est sur un cercle de diamètre AB. Montrer que l'angle $\widehat{ACB} = 90^\circ$.

V / Soit NEZ un triangle tel que $\hat{N} = \hat{Z} = 60^\circ$, montre que $NE = EZ = ZN$

ANNEXE 9
FICHE CRITÉRIÉE "DÉMONTRER"

<i>RÉALISER</i>	<i>CODE</i>	<i>VÉRIFIER</i>	<i>C'EST À DIRE</i>
	D1	- Le dessin est juste	
	D2	- Il est propre, clair, suffisamment grand	
	D3	- Les hypothèses qui le peuvent sont codées (uniquement elles)	
	D4	- La figure n'est pas un cas particulier	
	H1	- Les hypothèses sont justes et complètes	
	H2	- La conclusion est juste et complète	
	L1	- Chaque étape débute par une hypothèse ou par quelque chose prouvé avant	
	L2	- Il existe un outil dans la boîte qui correspond à cette étape	
	L3	- La démonstration se termine par la conclusion demandée	
	R1	- Chaque phrase est écrite en français correct	
	R2	- Les objets géométriques sont désignés par leur nom (des lettres)	
	R3	- La notation est appropriée à chaque objet	
	R4	- Chaque étape est justifiée par l'outil correspondant	
	R5	- Il n'y a pas de donnée ou de phrase inutile	
	R6	- toutes les données nécessaires à l'application de l'outil sont présentes	

ANNEXE 10

	contrat	ex 1	contrat	ex 2	contrat	ex 3	contrat	ex 4	Bilan
D1									
D2									
D3									
D4									
H1									
H2									
L1									
L2									
L3									
R1									
R2									
R3									
R4									
R5									
R6									
notes	0 ou 2	/8	0 ou 3	/7	0 ou 4	/6	0 ou 5		/5

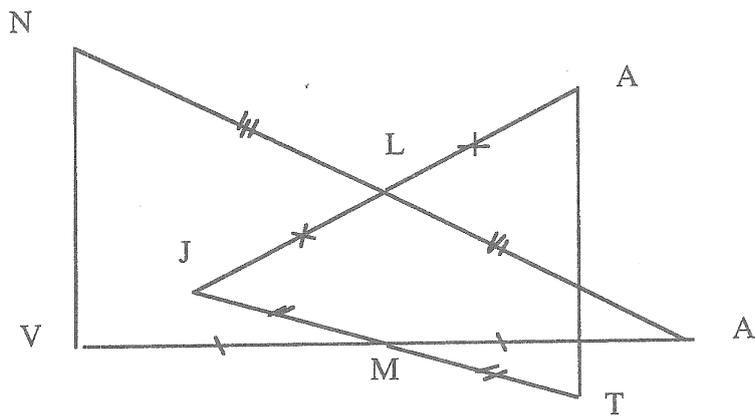
ANNEXE 11

NOM DE L'ÉLÈVE	RESPONSABLE DE	NOTE	
		de contrat	de groupe
	D1 H1 L3 R4	0 ou 7	sur 3
	D2 H2 R1 R5	0 ou 7	sur 3
	D3 L1 R2 R6	0 ou 7	sur 3
	D4 L2 R3	0 ou 7	sur 3

ANNEXE 12

UN EXERCICE DE CONTRÔLE

HYPOTHÈSES



CONCLUSIONS

$(NV) // (AT)$

$NV = AT$

NATV est un parallélogramme

F) CONCLUSION

F1 - DES DISPOSITIFS TRANSFÉRABLES SOUS CONDITIONS...

Nos dispositifs évoluent chaque année, parce que professeur et classes changent eux aussi, parce que nous travaillons nos dispositifs et que nous expérimentons encore.

A ce titre et aussi par l'expérience que les stages que nous avons animés sur ce sujet nous ont donnée, nous pouvons affirmer (malheureusement) qu'**aucun modèle n'existe**, qu'**aucune expérience n'est applicable telle quelle** dans une autre classe et avec un autre professeur.

Une fiche critériée par exemple, est le fruit d'une négociation entre le professeur (avec ses exigences et ses conceptions des maths, du programme), et les élèves (qui changent chaque année, ne font pas tous les mêmes erreurs, ont leur langage propre) : elle n'est pas transférable telle quelle.

Aussi nous mettons en garde le lecteur contre une reproduction trop fidèle des expériences racontées ici.

Une préparation personnelle pourrait être :

- analyser les erreurs des élèves
- réaliser sa propre analyse de la tâche, ce qui fournit le projet personnel de fiche critériée
- corriger des copies avec cette fiche critériée, ce qui permet de la tester, de l'adapter éventuellement
- définir ses propres objectifs d'apprentissage, sa progression à l'intérieur du programme, ses propres activités, car cela découle directement des **conceptions de l'enseignant** et si on tente de s'approprier les progressions de quelqu'un d'autre sans précautions, on risque fort de voir ses conceptions personnelles venir court-circuiter la bonne marche des choses...

Si les expérimentations ne sont pas directement transposables, en revanche, on trouve des tâches complexes utilisables sur plusieurs niveaux de classe en collège :

construire une figure géométrique

calculer

transformer une expression

démontrer

résoudre un problème...

F2 - DES EFFETS SUR LA CLASSE :

D'après nos impressions et celles de nos stagiaires, la pratique de l'évaluation formatrice induit des modifications au sein de la classe :

- **l'erreur change de statut** : elle devient pour les élèves un tremplin pour l'apprentissage, ils en parlent beaucoup plus facilement, ils ne la cachent plus.

- **l'élève est plus actif**, c'est-à-dire qu'il s'investit plus dans les recherches et n'attend pas le professeur pour vérifier son travail.

- une conséquence directe du 2ème point est le renforcement de **l'efficacité de situations de conflits socio-cognitifs** : les élèves s'investissent beaucoup et échangent sans se préoccuper de l'opinion du professeur.

- **les points de vue entre professeur et élèves se rapprochent** :

* par l'élaboration d'un langage commun

* par la centration du professeur sur les démarches de l'élève : l'élève est pris en compte en tant qu'individu, là où il en est dans son apprentissage.

- **les relations** à l'intérieur de la classe (professeur - élève et élève - élève) **s'améliorent**.

F3 - DES EFFETS SUR L'ENSEIGNEMENT

Même si certains d'entre nous ont arrêté de pratiquer des dispositifs lourds d'évaluation formatrice (comme ceux décrits précédemment), ils demeurent attachés à :

- ne pas donner un contrôle sommatif sans avoir proposé un essai et sans avoir mis en place au moins une séquence qui puisse faire évoluer les élèves.
- se servir de tâches à erreurs pour la correction de devoirs.
- favoriser la verbalisation (par la co-correction, l'explicitation orale ou écrite des démarches....)
- repérer le type d'erreurs que fait chaque élève et oeuvrer à la mise en place d'une certaine auto-évaluation
- Prendre en compte le temps nécessaire à l'apprentissage, il se fera tout au long de l'année au fur et à mesure du réemploi de la notion.
- utiliser des fiches - méthodes qui ressemblent à des fiches critériées, c'est-à-dire issues d'une analyse de la tâche
- se centrer sur l'élève, sa logique, ses besoins pour progresser...

Autrement dit, l'évaluation formatrice, quand on l'a pratiquée un certain temps, reste une référence essentielle dans la façon d'enseigner.

Lyon, Janvier 1994

LEXIQUE

ACTION : suite d'opérations devant aboutir à un produit fini, en respectant un ensemble de règles.

ACTION MENTALE : activité abstraite intériorisée, automatisée, et généralisée. La formation d'actions mentales est l'objectif visé lors d'un apprentissage.

AUTO-ÉVALUATION : l'élève identifie lui-même ses erreurs et ses réussites, les nomme, et verbalise l'écart entre ce qu'il a fait et le produit attendu. Il ne faut pas confondre auto-évaluation et auto-notation.

BASE D'ORIENTATION (d'après Galpérine) [2] : "système ramifié de représentations de l'action et de son produit, des propriétés du matériel de départ et de ses transformations successives, plus toutes les indications dont on se sert pratiquement pour exécuter l'action".

CONTRÔLE : fait de comparer le produit en cours d'élaboration avec le produit attendu. C'est une phase de l'action.

CRITÈRES DE RÉUSSITE DE LA PROCÉDURE : indicateurs permettant de contrôler si une procédure est réussie ou non. Chaque procédure a ses critères de réussite. Ils sont utilisés pour la notation des copies.

DE CENTRATION : fait d'établir une distance entre son travail et soi-même, afin de pouvoir le juger avec un regard objectif.

EXÉCUTION : phase de l'action pendant laquelle un produit fini est réalisé "concrètement".

FICHE CRITÉRIÉE : document regroupant les procédures d'exécution et leurs critères de réussite. C'est l'outil central de l'évaluation formatrice.

ORIENTATION : démarche d'analyse basée sur l'anticipation et la planification. Cette phase de l'action s'effectue avant et pendant l'exécution.

PROCÉDURES : opérations incontournables dans la réalisation d'une action donnée. Elles peuvent être liées à la phase d'orientation ou à la phase d'exécution. Seules les procédures d'exécution sont directement évaluables.

REPRÉSENTATION DU BUT : phase de l'action pendant laquelle se forme une image du produit attendu en résultat de cette action.

TÂCHE "COMPLEXE" : travail scolaire qui comporte plusieurs procédures, et nécessite une synthèse de plusieurs savoirs et savoir-faire.

TÂCHE "A ERREURS" : échantillonnage de travaux d'élèves réalisés pour une tâche donnée. Elle regroupe des réussites et des erreurs caractéristiques que les élèves devront analyser.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] NUNZIATI (G.) - **Pour construire un dispositif d'évaluation formatrice - dossier du formateur**, in *Cahiers Pédagogiques* n°280 - Janvier 1990.
- [2] GALPERINE (P.I.) - **Essai sur la Formation par Étapes des Actions et des Concepts**, in *Recherches Psychologiques en URSS, Moscou, Éditions du Progrès* 1966, 114-132.
- [3] SAVOYANT (A.) - **Éléments d'un cadre d'analyse de l'activité : quelques conceptions essentielles de la psychologie soviétique**, in *Cahiers de Psychologie*, 1979, 22(17-26).
- [4] VERMERSCH (P.) - **Analyse de la tâche et fonctionnement cognitif dans la programmation de l'enseignement**, in *Bulletin de Psychologie*, tome 33, n° 343

On pourra aussi consulter utilement :

LEPLAT (J.), PAILHOUS (J.) - **La description de la tâche : Statut et rôle dans la résolution de problèmes**. *Bulletin de Psychologie* , 1977, 332 , XXXI, 149-156.

NUNZIATI (G.) - **Évaluation formative et réussite scolaire**, in *Revue Collège*, n°2, 1984.

NUNZIATI (G.) - **L'évaluation des élèves**, Intervention aux "Rencontres d'Automne" Académie de Nancy-Metz, novembre 1986.

VESLIN (O. et J.) - **Corriger des copies, évaluer pour former**, chez *Hachette Éducation* , 1992 .

*Imprimé au service de reprographie de l'IMI,
UNIVERSITÉ CLAUDE BERNARD
LYON
Mai 1994*

N° ISBN : 2-906943-34-7

