

Académie de Lyon

MATHÉMATIQUES

EXEMPLES D'UTILISATIONS PÉDAGOGIQUES DE L'ORDINATEUR EN LYCÉE

(Janvier 1993)

Document réalisé par René JAFFARD



I.R.E.M.
de Lyon

Inspection Pédagogique
Régionale de Mathématiques



M.A.F.P.E.N.
de Lyon

IREM de Lyon - Université Claude Bernard, 43 Bd du 11 Novembre 1918 - 69622 Villeurbanne Cedex.

MAFFPEN de Lyon - 47 rue Philippe de Lassalle - 69316 Lyon Cedex 04

SOMMAIRE

Avant-Propos.....	1
Remerciements	3
Liste des membres du groupe "U.P.O. - Maths"	5
Avertissement	7
 PREMIÈRE UTILISATION : La dérivation en première	 9
<u>Outils</u> : Images logicielles - Graphe - works <u>Auteurs</u> : Michel RICHARD	
 DEUXIÈME UTILISATION : Utilisation d'un logiciel de Géométrie en "grand tableau" (en première)	 27
<u>Outils</u> : le Géomètre <u>Auteur</u> : Jacky CLÉMENT	
 TROISIÈME UTILISATION : Le second degré : séance de TD avec la calculatrice graphique (en première).....	 39
<u>Outil</u> : calculatrice graphique rétroprojetable (Ti81 ou Casio 7000 G...) <u>Auteur</u> : Dominique DREVOSKI	
 QUATRIÈME UTILISATION : Utilisation en séance de TD d'un logiciel d'entraînement au calcul algébrique (en seconde)	 57
<u>Outil</u> : Calnum + <u>Auteur</u> : Jean BERTHÉAS	
 CINQUIÈME UTILISATION : L'ordinateur au service d'une situation-problème ou "les ordinateurs-ressources" (en seconde)	 67
<u>Outil</u> : le Géomètre - Graphe <u>Auteur</u> : René JAFFARD	
Bibliographie sommaire	85
Quelques logiciels pour le lycée	87

AVANT PROPOS

Cette brochure est le prolongement de celle qui a été réalisée l'an dernier¹. A nouveau, elle est la description réaliste et objective de séquences effectuées en classe de **seconde** ou de **première**. Toujours aussi enthousiaste, la même équipe de professeurs propose à nouveau un document extrêmement riche et intéressant.

On notera la **variété** du **matériel** utilisé et des **modes d'emploi** de l'outil informatique. De même, la variété des **thèmes** abordés est tout à fait significative des préoccupations actuelles de nombreux enseignants. D'autre part, si, au travers de ces comptes rendus, l'ordinateur et la calculatrice graphique apparaissent comme des auxiliaires puissants pour développer chez nos élèves **imagination** et **sens critique**, ils ne sont pas pour autant les instruments magiques qui résoudraient toutes nos difficultés. Par exemple, un professeur constate en conclusion d'une des utilisations proposées : "Le problème de la démonstration demeure".

Loin d'exprimer un regret, cette remarque montre que le champ d'action de l'enseignant est toujours aussi vaste. L'Utilisation Pédagogique de l'Ordinateur permet souvent d'apporter une réponse personnelle, très souple à différents types de problèmes : ainsi l'apparition des **modules** en classe de seconde ne peut qu'inciter de nombreux collègues à une lecture attentive de ce document, fruit de l'expérience d'un groupe de professeurs dynamiques et créateurs.

Pour l'Inspection Pédagogique Régionale de
Mathématiques (Académie de Lyon)

M. COUTAREL Yves

¹"Exemples d'utilisations pédagogiques de l'ordinateur en classe de seconde"

REMERCIEMENTS

Cette brochure, malgré les premières apparences - elles sont souvent trompeuses !!! -, n'est pas la réédition de celle transmise à tous les lycées de l'Académie au printemps 91 et qui était centrée sur la classe de seconde.

Le document que vous avez entre les mains en est une suite, il procède cependant de la même démarche globale :

- * offrir quelques exemples d'**Utilisations Pédagogiques de l'Ordinateur** (ce que nous appellerons par la suite des "**U.P.O.**")

- d'une part effectivement **expérimentées et testées** avec les élèves et concernant non seulement le niveau de seconde, comme l'an dernier, mais aussi celui de première scientifique (en un ou deux ans)

- d'autre part **discutées et retenues** par le groupe académique "Recherche-Action" -"**U.P.O.-Maths**"- où sont présents aussi bien l'Inspection Pédagogique Régionale que l'IREM et la MAFFEN

- * produire un document destiné à tous les lycées de l'Académie et qui leur soit transmis gratuitement (en un exemplaire).

Si ce document existe, c'est grâce à l'implication active des instances académiques concernées par le développement des **U.P.O.** en mathématiques à savoir :

- l'**Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques** qui a suivi les travaux du groupe et apporté, outre ses conseils, un éclairage plus global et plus extérieur ;

- l'**Institut de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques (I.R.E.M.)** qui a participé aux travaux et a assuré financièrement et matériellement l'édition de ce document ;

- la **Mission Académique à la Formation des Personnels de l'Education Nationale (M.A.F.P.E.N.)** qui a, entre autres, assuré la distribution de ce document.

Que tous se trouvent ici , une nouvelle fois, très vivement remerciés sans bien sûr oublier les Collègues du groupe "**U.P.O.-Maths**" sans qui cette brochure ne serait pas.

Le Responsable Académique Logiciels (Lyon)
et coordonnateur du groupe "**U.P.O.-Maths**"
René JAFFARD (M.A.F.P.E.N.)

LISTE des PROFESSEURS du groupe "U.P.O. - MATHS"

(année 91-92)

- ALLARY Jacques. Lycée Charlie CHAPLIN
13, rue Francisco Ferrer - BP 273 - 69152 DECINES CHARPIEU
tél : 78 49 40 67
- BERTHEAS Jean Lycée Jean MONNET
16, rue du Portail Rouge - B.P. 269 - 42014 Saint Etienne Cedex 2
tél : 77.25.26.12
- CLEMENT Jacky Lycée Parc CHABRIERES
9, chemin des Chassagnes - B.P. 65 - 69922 Oullins Cedex
tél : 78.51.40.15
- DREVOSKI Dominique Lycée Jean PUY
rue Jean Puy - 42328 Roanne Cedex
tél : 77.71.24.60
- JAFFARD René Lycée SAINT EXUPERY
82 rue Hénon - 69316 Lyon Cedex 04
tél : 78.29.98.97
(Coordonnateur du groupe)
- PETRI Paulette Collège Léon COMAS
rue du Collège - 01330 Villars les Dombes
tél : 74.98.00.32
- RICHARD Michel Lycée Claude LEBOIS.
8, boulevard Alamagny - B.P. 128 - 42403 Saint Chamond
tél : 77.22.06.37
- ROBIN Anne Lycée Parc CHABRIERES
9, chemin des Chassagnes - B.P. 65 - 69922 Oullins Cedex
tél : 78.51.40.15

Note :

- Outre les huit professeurs cités ci-dessus, sont membres du groupe et participent à ses travaux :
- * l'Inspection Pédagogique Régionale en la personne de M. Yves COUTAREL
 - * l'IREM représentée par plusieurs des membres du groupe et en la personne de son Directeur M. Yvan GERARD.

AVERTISSEMENT

Qui pourrait, aujourd'hui, remettre en cause le rôle joué par les **calculatrices** - programmables ou pas suivant les niveaux et les sections - dans l'enseignement des mathématiques :

- * leur apprentissage et leur utilisation sont intégrés dans les programmes de collège et de lycée,
- * leur utilisation est officialisée au brevet des collèges comme au baccalauréat et donc elles sont intégrées aux systèmes d'évaluation des connaissances.

Certaines de ces **calculatrices** possèdent un système de rétroprojection propre permettant, avec les limites de définition de leur écran, leur utilisation en "**grand tableau électronique**". On remarquera alors une analogie certaine avec l'**ordinateur** muni d'un **grapheur** et d'une **tablette de rétroprojection** ; mais là, la définition de l'écran peut être de bien meilleure qualité et des informations de types différents peuvent être visualisées simultanément sur un même écran (par exemple la courbe représentative et un tableau de valeurs). Ces deux outils -calculatrice et ordinateur-, loin d'être en concurrence, sont au contraire complémentaires et supportent des utilisations, des pratiques pédagogiques, des objectifs et des activités d'apprentissage différents.

Dans les lycées et collèges, il existe des **ordinateurs** : ils sont présents surtout en salle informatique, ce sont des compatibles P.C. et/ou des Nano-Réseaux. Dans certains établissements l'ordinateur (souvent un portable) peut aussi "pénétrer" dans la salle de classe avec sa **tablette de rétroprojection**, l'ensemble pouvant même être disposé sur un **chariot informatique** -notamment citons celui mis au point par le lycée professionnel "Gustave Eiffel" de Brignais- ; là il sera le plus souvent utilisé en "**grand tableau électronique**".

Cette brochure veut notamment montrer, par quelques exemples, que les Utilisations Pédagogiques de l'Ordinateur en mathématiques sont très variées :

- * **de par les modalités d'utilisations** : de la séance d'exercices en salle informatique (éventuellement en libre accès) à l'utilisation en "grand tableau" en salle de classe, en passant par les "ordinateurs-ressources" lors d'une séance de travaux dirigés,
- * **de par les parties de programmes abordées** : du calcul algébrique à l'étude de lieux géométriques en passant par les fonctions numériques (pour ne citer que celles-ci),
- * **de par les logiciels utilisés** : outils pour faire, pour voir, pour faire explorer, pour faire faire, chacun sous-tendant des démarches pédagogiques propres.

L'introduction de l'ordinateur lors d'une séquence d'enseignement - que ce soit en salle de classe ou en salle informatique - a des effets multiples :

- * **sur les élèves** : l'ordinateur est source de motivation, d'autonomie, d'activités d'apprentissage et d'images mentales (notamment en géométrie et en analyse),
- * **sur l'enseignant** : l'ordinateur comme outil - tableurs pour l'approche des statistiques, traceurs de courbes, animations de figures dans l'espace, simulation et découverte de lieux géométriques ... - lui permet de **faire**, de **faire voir**, de **faire explorer** et donc de se rendre à la fois plus performant et plus disponible auprès des élèves en le libérant de certaines tâches matérielles ,
- * **sur les mathématiques à enseigner** : l'ordinateur en permet une approche plus expérimentale, plus numérique et plus algorithmique sans pour autant leur faire perdre de leur rigueur.

Ces utilisations possibles de l'ordinateur nous amènent tout naturellement à s'interroger sur les pratiques pédagogiques à mettre en oeuvre dans les **enseignements modulaires** de la classe de seconde (rentrée de septembre 1992) : il nous semble qu'elles ouvrent des pistes conformes à l'idée "*d'espace de liberté pédagogique*" contenue dans ces enseignements .

Nous ne saurions terminer sans insister sur l'importance que tous les membres du groupe "U.P.O.-Maths" attachent aux commentaires que vous voudrez bien retourner à l'un de nous ou, plus généralement, au groupe (dans ce dernier cas transmettez-les à René JAFFARD : MAFPEN de Lyon, 47-49 rue Philippe de Lassalle - 69316 Lyon Cedex 04). Soyez en remerciés par avance.

PREMIÈRE UTILISATION

RÉSUMÉ

Le premier contact des élèves avec la notion de dérivée doit leur en montrer les différents aspects. L'utilisation d'images dynamiques, d'approches numériques permet d'illustrer le sens de la dérivation.

Cette séquence montre deux aspects de l'utilisation de l'ordinateur dans une classe de 1^{ères} (normale de 30 élèves).

L'intégration de l'outil informatique est vue ici comme un enrichissement du cours "traditionnel" à l'aide de différents logiciels dont on n'utilise souvent que certaines fonctionnalités.

LA DÉRIVATION EN PREMIÈRE

INTRODUCTION

La notion de dérivée apparaît pour la première fois en première, il est donc important d'insister sur le sens de ce nouveau concept, pendant que l'élève est encore libre de toute contrainte technique. On sait que beaucoup de lycéens ne retiennent de cette notion que l'algorithme de dérivation et l'utilisation de la dérivée pour l'étude du sens de variation.

Les notions de vitesse instantanée, de tangence, de coût marginal ont en commun le fait qu'elles découlent de la comparaison locale des variations de x et de son image $f(x)$ par une fonction. Les physiciens ne considèrent-ils pas df/dx comme la limite de $\Delta f/\Delta x$?

Bien qu'elle ne soit guère utilisée au lycée la notion d'approximation affine ne doit pas être négligée, elle est le premier contact de nos élèves avec la notion de développement limité et l'idée que "rien ne vaut les polynômes!".

Ces interprétations de la dérivée se prêtent bien à l'usage en classe d'ordinateurs, car leur enseignement peut facilement s'appuyer sur des illustrations graphiques et (/ou) dynamiques.

La présentation qui suit est une amélioration d'un premier essai que j'ai réalisé l'an dernier dans une classe de 1^{ère} S.

DESCRIPTION DES LOGICIELS UTILISÉS

Quatre logiciels me fournissent l'aide nécessaire à cette introduction.

CARTESI2

C'est un traceur de courbes, rustique, dont j'utilise deux fonctionnalités: la possibilité de faire des zooms et celle d'avoir les coordonnées de n'importe quel point de la courbe. Une calculatrice graphique qui offre ces possibilités peut avantageusement le remplacer (1)

ENCADRE

Ce logiciel visualise sur deux axes parallèles les variations de x et de $f(x)$ (2). Comme le précédent il fait partie de l'ensemble de logiciels distribués par Hachette en complément du livre de seconde "Mathématiques avec images logicielles".

(1): Voir à ce propos l'article de M.L.PORT : un exemple d'utilisation des calculatrices graphiques au lycée dans le bulletin vert de l'A.P.M.E.P n°377 de février mars 1991

(2): Jean Berthéas en a décrit le fonctionnement dans la brochure IREM/MAFPEN "Utilisations Pédagogiques de l'Ordinateur en seconde", distribuée dans les lycées de l'académie fin 1990.

GRAPHE

Ce logiciel illustre toutes les notions d'analyse figurant au programme des lycées (voire au delà). Il permet d'animer les beaux dessins que nous faisons au tableau pour illustrer le calcul d'intégrales, la limite d'une sécante, etc... Il est distribué par NATHAN et peut être acquis par les établissements dans le cadre des licences mixtes.

WORKS

C'est un grand classique des logiciels intégrés qui est disponible dans beaucoup de lycées. Il possède en particulier un tableur et un grapheur ce qui permet de mettre en parallèle les approches numériques et graphiques (3). C'est un produit Microsoft qui peut être acquis par les établissements dans le cadre des licences mixtes..

LE MATÉRIEL DISPONIBLE

Je dispose dans mon lycée (4) d'une salle de huit ordinateurs contiguë à la salle où je travaille habituellement.

Depuis cette année nous avons un chariot qui supporte en permanence un rétroprojecteur, un ordinateur portable, un écran rétroprojetable.

DÉROULEMENT DE LA LEÇON

Avant d'attaquer ces activités, il est nécessaire que tous les élèves de la classe aient sur leur calculatrice deux programmes, l'un permettant de tabuler une fonction, l'autre donnant le coefficient directeur d'une droite passant par deux points. Cela facilitera énormément leur travail et en, diminuant la difficulté des calculs, leur permettra d'en saisir plus facilement le sens.

DEUX ACTIVITÉS D'INTRODUCTION

La classe est séparée en deux groupes l'un travaillant sur des ordinateurs, l'autre sur papier.

Groupe "sur ordinateur": Par deux, les élèves devront faire dessiner à l'aide de CARTESI2 la courbe d'équation $y=x^3-2x^2-4x+3$ sur l'intervalle $[-3;5]$, puis faire des zooms successifs au voisinage de x_0 jusqu'à obtenir l'apparence d'une droite, ils devront alors écrire les coordonnées de deux points de la courbe et le coefficient directeur de la droite. Ils feront ce travail en donnant à x_0 les valeurs -2, -1, 0, 1, 2, 3 (5).

Un tableau des résultats que j'ai obtenus est en annexe 6.

Groupe "sur papier": chaque élève disposant de la représentation de courbe précédente, il devra dessiner des sécantes passant par le point d'abscisse -1 et en calculer les coefficients directeurs (6).

Ce premier travail occupera les élèves pendant environ une heure et demi (2 fois 45 mn). L'activité "papier" pourra être complétée par un exercice de calcul des "différences finies" sur un polynôme (tabulation de la fonction sur $[1,10]$ puis calcul

(3): On peut aussi utiliser "Multiplan" associé à "Graph in the box"

(4): Lycée Claude Lebois à St Chamond

(5): voir annexe 1

(6): voir annexe 2

des différences $d(h)=p(h+1)-p(h)$, puis des différences $d(h+1)-d(h)$ et ainsi de suite...) Cette activité sera exploitée après avoir calculé quelques fonctions dérivées.

Chaque groupe ayant réalisé les deux activités, avec la classe entière, je fais le point sur l'activité papier, que j'anime avec le logiciel GRAPHE, je prolonge en réalisant l'animation pour d'autres valeurs de x ; je reprends l'activité "machine" en insistant sur l'approximation affine et en donnant des coefficients directeurs cherchés.

Il reste à faire le lien entre ces deux activités. J'utilise le logiciel WORKS avec une feuille de calcul organisée de la façon suivante(7):

Une colonne contient les valeurs de x entre $x_0-\varepsilon$ et $x_0+\varepsilon$, x_0 et ε peuvent être modifiés.

Une colonne contient les valeurs de $f(x)$.

Une colonne contient les valeurs de df/dx .

Une colonne contient les valeurs de $ax+b$ où a et b sont les coefficients de l'équation de la droite qui joint les points de coordonnées $(x_0-\varepsilon, f(x_0-\varepsilon))$ et $(x_0, f(x_0))$.

Le grapheur permettra de voir que cette droite, qui tend à devenir la tangente, a aussi tendance à se confondre avec la courbe.

Je donne alors la définition du nombre dérivé (limite du taux d'accroissement), puis le théorème de l'approximation affine.

Je propose aux élèves de montrer, en utilisant le théorème, et la définition, que les fonctions suivantes sont dérivables en 0:

$$(1+t)^2; (1+t)^3; \sqrt{1+t}; \frac{1}{(1+t)}$$

A l'aide de WORKS je mets en évidence les approximations affines en montrant quel est l'ordre de grandeur de la différence (sous une forme numérique)

Nous arrivons à ce stade après environ 3 heures de travail. En utilisant WORKS je propose alors de conjecturer la dérivabilité de sinus et cosinus en 0.

INTRODUCTION DE LA FONCTION DÉRIVÉE

Pour passer à la notion de fonction dérivée, je vais m'appuyer sur l'usage qu'on fait habituellement de cette fonction, l'étude du sens de variation. Je propose donc aux élèves de tabuler la fonction définie par $f(x)=x^3-2x^2-4x+3$ sur $[-3;5]$, puis à l'aide de cette tabulation de déterminer les intervalles sur lesquels la fonction f semble monotone, il sera bien sûr nécessaire de réduire le pas de tabulation pour déterminer avec précision (à 10^{-3} près par exemple) les bornes des intervalles de monotonie.

Cette activité a pour but de mettre en évidence l'utilisation de $\Delta f/\Delta x$ en de nombreux points pour obtenir le résultat. J'illustre cette activité avec le logiciel GRAPHE qui peut superposer au graphe de f le graphe de la fonction qui à x fait correspondre le taux d'accroissement en x calculé pour h fixé.

Je fais noter la définition de la fonction dérivée, et je propose de déterminer cette fonction pour quelques exemples simples.

A l'aide du logiciel GRAPHE je fais conjecturer par les élèves la fonction dérivée de la fonction sinus et celle de la fonction cosinus.

(7): voir annexe 3

LIEN ENTRE SENS DE VARIATION ET VITESSE

Une brève présentation du fonctionnement du logiciel ENCADRE me permet de mettre en évidence le fait que les phénomènes que nous allons voir sont liés au rapport $\Delta f / \Delta x$, donc à la fonction dérivée.

La notion de sens de variation saute aux yeux et l'utilisation de fonctions comme $x \rightarrow x^2$ est très parlante pour établir le lien avec la vitesse.

QUELQUES COMMENTAIRES EN GUISE DE CONCLUSION

Pour moi la notion de dérivée est une notion très dynamique, donc qui gagne à être présentée avec des outils permettant d'insister sur cet aspect. Cette présentation n'est, bien sûr, que le début du travail sur la dérivation et doit se compléter par un travail technique.

Cependant il apparaît nécessaire d'apporter quelques améliorations à la première partie de cette activité. L'autonomie des élèves face à un ordinateur peut être considérée comme nulle. Sauf ceux qui ont rapport privilégié à l'informatique, ils apparaissent incapables de faire fonctionner un logiciel simple. Ceci entraîne une perte de temps importante. Pour remédier à cet état de fait, je proposerai l'an prochain un document dans lequel la première recherche sera guidée d'une façon très stricte. Les élèves auront seulement trois autres calculs à effectuer ce qui permettra de réduire le temps consacré à ces activités d'introduction à une heure (2 fois 30 mn) et de rééquilibrer les activités "papier-crayon" et "machine". (Voir annexe 7)

Cet ensemble de présentations contient une grande quantité d'informations importantes et délicates, ce qui nécessite un certain étalement dans le temps, que j'obtiens en insérant de nombreuses activités d'acquisition des connaissances

Michel RICHARD

ANNEXE 1
DOCUMENT N°1
DONNÉ AUX ÉLÈVES

A l'aide du traceur CARTESI2, faire dessiner la courbe d'équation $y=x^3-2x^2-4x+3$ sur $[-3,5]$. faire des zooms successifs, centrés sur le point d'abscisse x_0 , jusqu'à obtenir l'apparence d'une droite. Lire, à l'aide de la cible, les coordonnées de deux points de la droite et calculer son coefficient directeur. Noter les résultats dans le tableau ci-dessous

$x_0=-2$	$x_A=$ $y_A=$	$x_B=$ $y_B=$	$a=$
$x_0=-1$	$x_A=$ $y_A=$	$x_B=$ $y_B=$	$a=$
$x_0=0$	$x_A=$ $y_A=$	$x_B=$ $y_B=$	$a=$
$x_0=1$	$x_A=$ $y_A=$	$x_B=$ $y_B=$	$a=$
$x_0=2$	$x_A=$ $y_A=$	$x_B=$ $y_B=$	$a=$
$x_0=3$	$x_A=$ $y_A=$	$x_B=$ $y_B=$	$a=$

Entrer la fonction en tapant successivement les touches:

$X^3 - 2X^2 - 4X + 3$ puis deux fois "ENTREE".

Choisir le cadrage Standard : S puis "ENTREE"

Z permet de faire un Zoom sur une partie de la courbe limité par un rectangle qu'on peut déplacer avec les flèches.

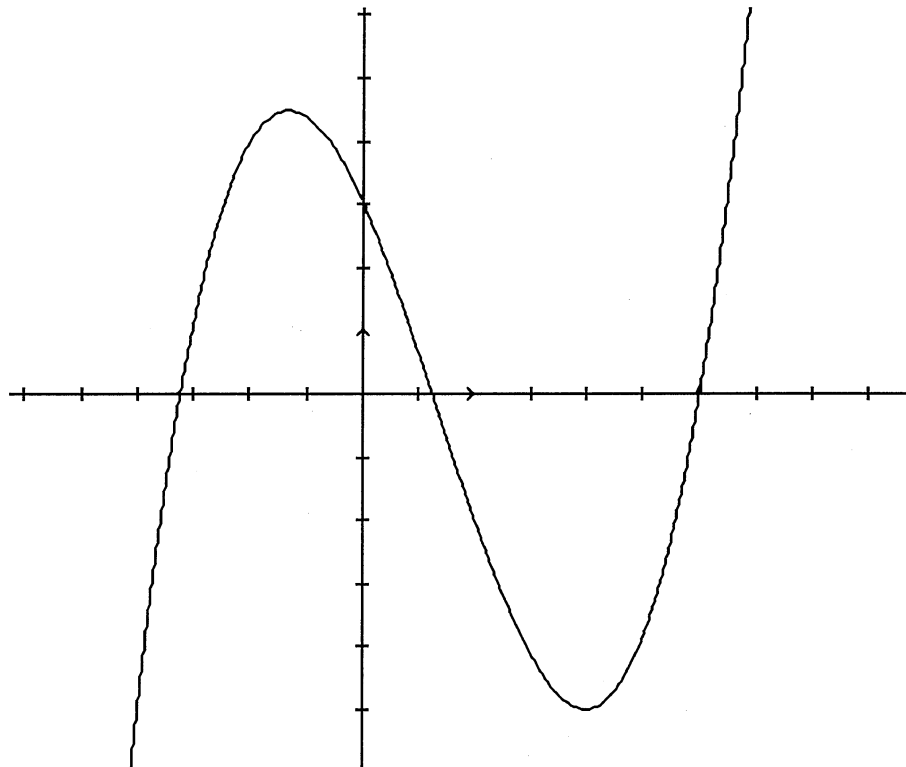
C permet de faire déplacer une cible dont on voit les coordonnées.

Pour passer au calcul suivant taper successivement:

M puis N en réponse à "Ajouter une fonction..."
 puis N en réponse à "Changer Supprimer..."
 puis S pour choisir le cadrage standard.

ANNEXE 2
DOCUMENT N°2
DONNÉ AUX ÉLÈVES

Sur le graphique ci-dessous, qui est la courbe d'équation $y=x^3-2x^2-4x+3$ sur $[-3,5]$, dessiner les sécantes passant par le point d'abscisse -1 et les points d'abscisses respectives 2; 1; 0; -0,5; -0,75; -0,9. Calculer les différents coefficients directeurs.



ANNEXE 3 FEUILLE WORKS

Cette feuille Works est utilisée pour faire le lien entre les deux premières activités proposées aux élèves.

$x_0 = 0$	$\text{eps} = 0,05$			
x	f(x)	df/dx	droite	écart
-0,5000	4,3750			
-0,4500	4,3039	-1,4225	4,3039	0,00000
-0,4000	4,2160	-1,7575	4,1590	-0,05700
-0,3500	4,1121	-2,0775	4,0141	-0,09800
-0,3000	3,9930	-2,3825	3,8693	-0,12375
-0,2500	3,8594	-2,6725	3,7244	-0,13500
-0,2000	3,7120	-2,9475	3,5795	-0,13250
-0,1500	3,5516	-3,2075	3,4346	-0,11700
-0,1000	3,3790	-3,4525	3,2898	-0,08925
-0,0500	3,1949	-3,6825	3,1449	-0,05000
0,0000	3,0000	-3,8975	3,0000	0,00000
0,0500	2,7951	-4,0975	2,8551	0,06000
0,1000	2,5810	-4,2825	2,7103	0,12925
0,1500	2,3584	-4,4525	2,5654	0,20700
0,2000	2,1280	-4,6075	2,4205	0,29250
0,2500	1,8906	-4,7475	2,2756	0,38500
0,3000	1,6470	-4,8725	2,1308	0,48375
0,3500	1,3979	-4,9825	1,9859	0,58800
0,4000	1,1440	-5,0775	1,8410	0,69700
0,4500	0,8861	-5,1575	1,6961	0,81000
0,5000	0,6250	-5,2225	1,5513	0,92625

La 1^{ère} colonne contient les valeurs de x entre $x_0 - \varepsilon$ et $x_0 + \varepsilon$, x_0 et ε peuvent être modifiés (WORKS ne permettant pas d'obtenir des caractères grecs, ε est écrit dans la feuille eps).

La 2^{ème} colonne contient les valeurs de f(x).

La 3^{ème} colonne contient les valeurs de df/dx.

La 4^{ème} colonne contient les valeurs de $ax+b$ où a et b sont les coefficients de l'équation de la droite qui joint les points de coordonnées $(x_0 - \varepsilon, f(x_0 - \varepsilon))$ et $(x_0, f(x_0))$.

Les valeurs de x_0 et de ε peuvent être changées

ANNEXE 4 **EXEMPLE DE FEUILLE** **WORKS**

Ce tableau sert à montrer à quoi correspondent, d'un point de vue numérique exclusivement, les calculs effectués sur les fonctions définies par:

$$(1+t)^2 ; (1+t)^3 ; \sqrt[3]{(1+t)} ; \frac{1}{(1+t)}$$

approximation affine de $(1+t)^2$				
t	$(1+t)^2$	$1+2t$	pas= 0,1 différence	
-0,8	0,04	-0,6	0,64	-106,67%
-0,7	0,09	-0,4	0,49	-122,50%
-0,6	0,16	-0,2	0,36	-180,00%
-0,5	0,25	0	0,25	!!!
-0,4	0,36	0,2	0,16	80,00%
-0,3	0,49	0,4	0,09	22,50%
-0,2	0,64	0,6	0,04	6,67%
-0,1	0,81	0,8	0,01	1,25%
0	1	1	0	0,00%
0,1	1,21	1,2	0,01	0,83%
0,2	1,44	1,4	0,04	2,86%
0,3	1,69	1,6	0,09	5,63%
0,4	1,96	1,8	0,16	8,89%
0,5	2,25	2	0,25	12,50%
0,6	2,56	2,2	0,36	16,36%
0,7	2,89	2,4	0,49	20,42%
0,8	3,24	2,6	0,64	24,62%
0,9	3,61	2,8	0,81	28,93%
1	4	3	1	33,33%
1,1	4,41	3,2	1,21	37,81%
1,2	4,84	3,4	1,44	42,35%
1,3	5,29	3,6	1,69	46,94%
1,4	5,76	3,8	1,96	51,58%
1,5	6,25	4	2,25	56,25%

ANNEXE 5
EXEMPLE DE FEUILLE
WORKS

Cette feuille peut être utilisée pour introduire les nombres dérivés de sinus et cosinus en 0.

Le pas de la tabulation peut être changé et tous les calculs sont refaits automatiquement.

dérivabilité de sinus et cosinus en 0		
h	$\sin(h)/h$	$(\cos(h)-1)/h$
1	0,8414710	-0,4596977
0,9	0,8703632	-0,4204334
0,8	0,8966951	-0,3791166
0,7	0,9203110	-0,3359397
0,6	0,9410708	-0,2911073
0,5	0,9588511	-0,2448349
0,4	0,9735459	-0,1973475
0,3	0,9850674	-0,1488784
0,2	0,9933467	-0,0996671
0,1	0,9983342	-0,0499583

ANNEXE 6
RÉSULTATS

nb dérivé en x_0 GRAPHE		Résultats obtenus avec:		
		la TI81	CARTESI2	
16	-2	16,26	13,625	14,722
3	-1	2,889	3,0714	2,87
-4	0	-4,121	-4,798	-4,135
-5	1	-4,726	-5,12	-5,177
0	2	0,016	0	0
11	3	10,007	11,857	11,366

ANNEXE 7
DOCUMENT N°1 BIS
DONNÉ AUX ÉLÈVES

1. Entrer la fonction en tapant successivement les touches:
 $X^3 - 2X^2 - 4X + 3$ puis deux fois "ENTREE".
 2. Choisir le cadrage Standard : S puis "ENTREE"
 3. Calculer les coordonnées du point M d'abscisse -2
 4. Taper la touche Z et déplacer le rectangle obtenu à l'aide des touches marquées d'une flèche, de façon à ce que le point M soit au centre de cette fenêtre. Taper "ENTREE".
 5. A l'aide de la cible (Taper C) repérer le point M sur l'écran. Taper "ENTREE".
 6. Taper Z et déplacer le rectangle de façon à ce qu'il contienne M.
 7. La courbe a désormais l'aspect d'une droite. Taper C pour déterminer les coordonnées d'un point de la courbe différent de M. Utiliser ces coordonnées et celles de M pour calculer le coefficient directeur de la droite qui semble se confondre avec la courbe. Si x et y sont les coordonnées trouvées le coefficient directeur est:
 $(y - (-5)) / (x - (-2))$
 8. Pour revenir au cadrage initial, il faut successivement taper.
M puis N en réponse à "Ajouter une fonction..."
puis N en réponse à "Changer Supprimer..."
puis S pour choisir le cadrage standard.
- On peut alors recommencer aux points d'abscisse -1, 1, 2 et remplir le tableau suivant:

$x_0 = -2$	$x_A =$ $y_A =$	$x_B =$ $y_B =$	a =
$x_0 = -1$	$x_A =$ $y_A =$	$x_B =$ $y_B =$	a =
$x_0 = 1$	$x_A =$ $y_A =$	$x_B =$ $y_B =$	a =
$x_0 = 2$	$x_A =$ $y_A =$	$x_B =$ $y_B =$	a =

DEUXIÈME UTILISATION

Cette séquence propose une utilisation de l'ordinateur comme outil de présentation pour le professeur. L'élève, ici, ne manipule pas; l'ordinateur est employé à la place, ou plutôt en complément d'autres outils (tableau, transparents).

Le contenu de l'écran de l'ordinateur est projeté sur un écran mural à l'aide d'une tablette rétroprojectable.

Ici, au plan pédagogique, le "plus" attendu est l'aspect dynamique apporté par le logiciel "LE GEOMETRE" de NATHAN.

UTILISATION D'UN LOGICIEL DE GÉOMETRIE EN "GRAND TABLEAU"

Le thème :

Cette séquence a porté sur les droites remarquables d'un triangle et l'utilisation de leurs propriétés pour résoudre des problèmes classiques en géométrie (alignement de points, droites concourantes).

Conditions de fonctionnement :

Le Matériel :

Cette séance s'est déroulée dans une salle de cours ordinaire, mais avec des rideaux pour obscurcir la partie de la salle vers le tableau.

J'ai disposé d'un ordinateur portable, d'une tablette rétroprojetable et d'un rétroprojecteur permettant de projeter, sur un écran mural, l'affichage de l'écran de l'ordinateur.

Le logiciel employé est le "GEOMETRE" édité par Nathan, actuellement en licence mixte. C'est un outil de dessin géométrique.

A partir d'objets de base (points, droites, cercles) qu'on peut aisément déplacer à tout moment, d'autres objets peuvent être construits (droite passant par deux points, droite perpendiculaire à une autre passant par un point, etc). Seuls les objets de base peuvent être déplacés, la figure se déformant en conservant les liens logiques définis.

Les élèves :

Il s'agit d'élèves de première S'1 (première scientifique en deux ans destinée à des élèves désirant faire des études scientifiques, qui ont à peu près un niveau de première, mais avec des difficultés dans les disciplines scientifiques).

Cette classe, peu nombreuse, 22 élèves, est relativement faible surtout en géométrie.

Intégration de la séquence :

La séance s'est déroulée à la mi-octobre 90, donc en début d'année, et s'inscrivait dans une série de cours-exercices de rappels ou plutôt de réorganisation des connaissances en géométrie et de leur utilisation.

Déroulement de la séance :

Après le rappel des définitions et propriétés des médiatrices, médianes, hauteurs et bissectrices d'un triangle, trois exercices sont proposés (voir annexe 1). Les élèves font la figure sur une feuille, la recherche se fait collectivement en suivant la figure projetée à l'écran. Les figures sont, soit réalisées devant les élèves soit, pour gagner du temps, enregistrées à l'avance.

Les conjectures des élèves peuvent être étudiées :

- En déformant la figure,
- En mesurant des angles ou des longueurs de segments,
- En rajoutant ou en cachant des éléments de la figure,

Ces manipulations permettent, en général, soit de les infirmer, soit, au contraire, de rendre leur validité vraisemblable et dans ce cas on cherche une démonstration.

Les élèves rédigent ensuite ces démonstrations chez eux.

Exercice 1 :

L'outil informatique apporte peu ici pour cet exercice assez simple, la première question orientant clairement vers la solution.

Exercice 2 : (figure annexe 2)

Cet exercice est plus complexe car les trois droites n'ont pas le même rôle (deux côtés d'un triangle et la hauteur issue du sommet commun). Ici c'est la possibilité de déformer la figure qui permet aux élèves d'observer les invariants de la figure (l'orthogonalité des droites BB_1 et CB_1 , BC_1 et CC_1 , ainsi que BC et AA_1).

Exercice 3 : (figure annexe 3)

Ici la figure complète est assez chargée et la solution pas évidente.

En cachant les bissectrices issues de B et C, J apparaît comme intersection de deux bissectrices du triangle ADI, IJ étant alors la troisième bissectrice de ce triangle.

La même manipulation est faite en cachant cette fois les bissectrices issues de A et D mais ici les droites BK et CK sont des bissectrices extérieures au triangle IBC. Les rappels du début de séance sur les bissectrices, axes de symétrie, permettent de conclure.

La démarche est guidée par le professeur, les manipulations effectuées n'étant pas évidentes a priori.

En guise de conclusion :

Sur la séquence :

Outre l'attrait, pour les élèves, de la nouveauté du matériel qui a augmenté la motivation, l'utilisation du "GEOMETRE" pour cette séquence permet de donner un aspect "dynamique" aux figures de géométrie.

Les conjectures des élèves peuvent être étudiées facilement, la déformation aisée du dessin permettant de disposer d'un grand nombre de situations que les élèves n'avaient pas envisagées mais correspondant à l'énoncé.

Bien évidemment si cet outil facilite, dans certains cas, la mise en évidence de propriétés non évidentes sur une figure statique, le problème de la démonstration demeure.

Sur le matériel utilisé :

L'utilisation de ce type de matériel est encore peu répandue dans les lycées et collèges. Une possibilité d'achat par les établissements de ce type de matériel a été proposée dans l'académie (cf BIR n°36 du 3/06/91).

Un tel matériel peut s'envisager dans le cadre de l'équipement d'une salle de mathématiques. Un chariot mobile peut permettre une utilisation plus souple dans les salles d'un même niveau.

Avec ce matériel l'ordinateur devient un support du cours. C'est le plus souvent le professeur seul qui manipule la machine. Au cours d'une séance, l'utilisation peut éventuellement être très limitée pour montrer quelque chose que les moyens traditionnels (tableau, transparents) ne peuvent pas permettre (par exemple une animation ou la visualisation d'un lieu géométrique).

ANNEXE 1

TD : Droites remarquables d'un triangle.

I. Rappels des définitions et propriétés.

HAUTEURS :

MEDIANES :

MEDIATRICES :

BISSECTRICES :

II. Exercices d'application.

1°) Soit ABC un triangle quelconque. On construit les parallèles aux côtés de ce triangle passant par les sommets opposés.

I est le point d'intersection des parallèles à (AB) et (AC), J celui des parallèles à (BA) et (BC) enfin K celui des parallèles à (CA) et (CB).

Que représentent pour le triangle ABC les médiatrices du triangle IJK ?

En déduire que les hauteurs d'un triangle sont concourantes.

2°) On considère deux cercles (C) et (C') sécants en A et A_1 . On note B et C les points diamétralement opposés à A sur (C) et (C').

On suppose que la droite (AB) recoupe le cercle (C') en C_1 et que la droite (AC) recoupe le cercle (C) en B_1 .

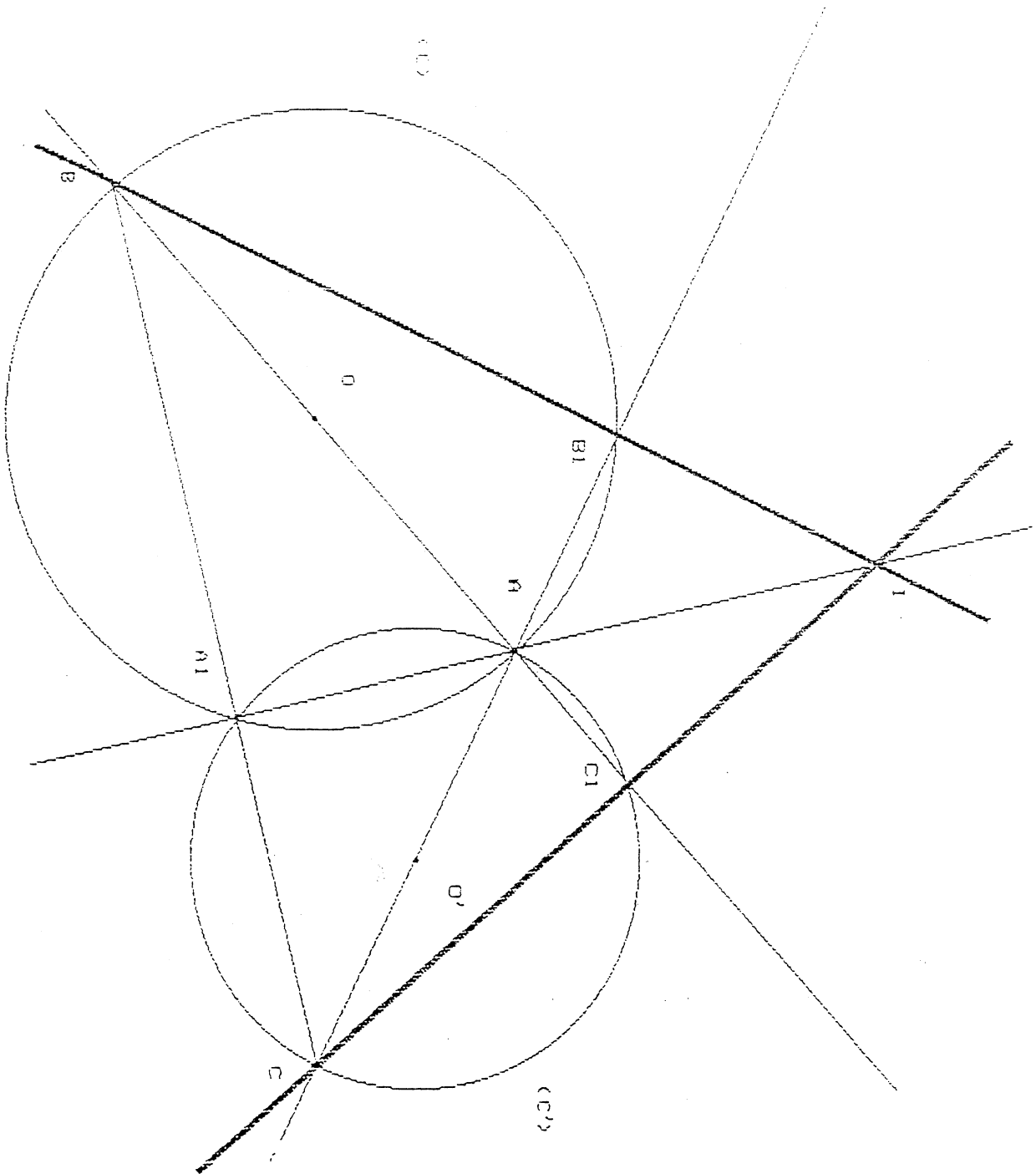
Montrer que les droites (AA_1) , (BB_1) et (CC_1) sont concourantes.

3°) Soit ABCD un quadrilatère. On suppose que les droites (AB) et (CD) se coupent en un point I.

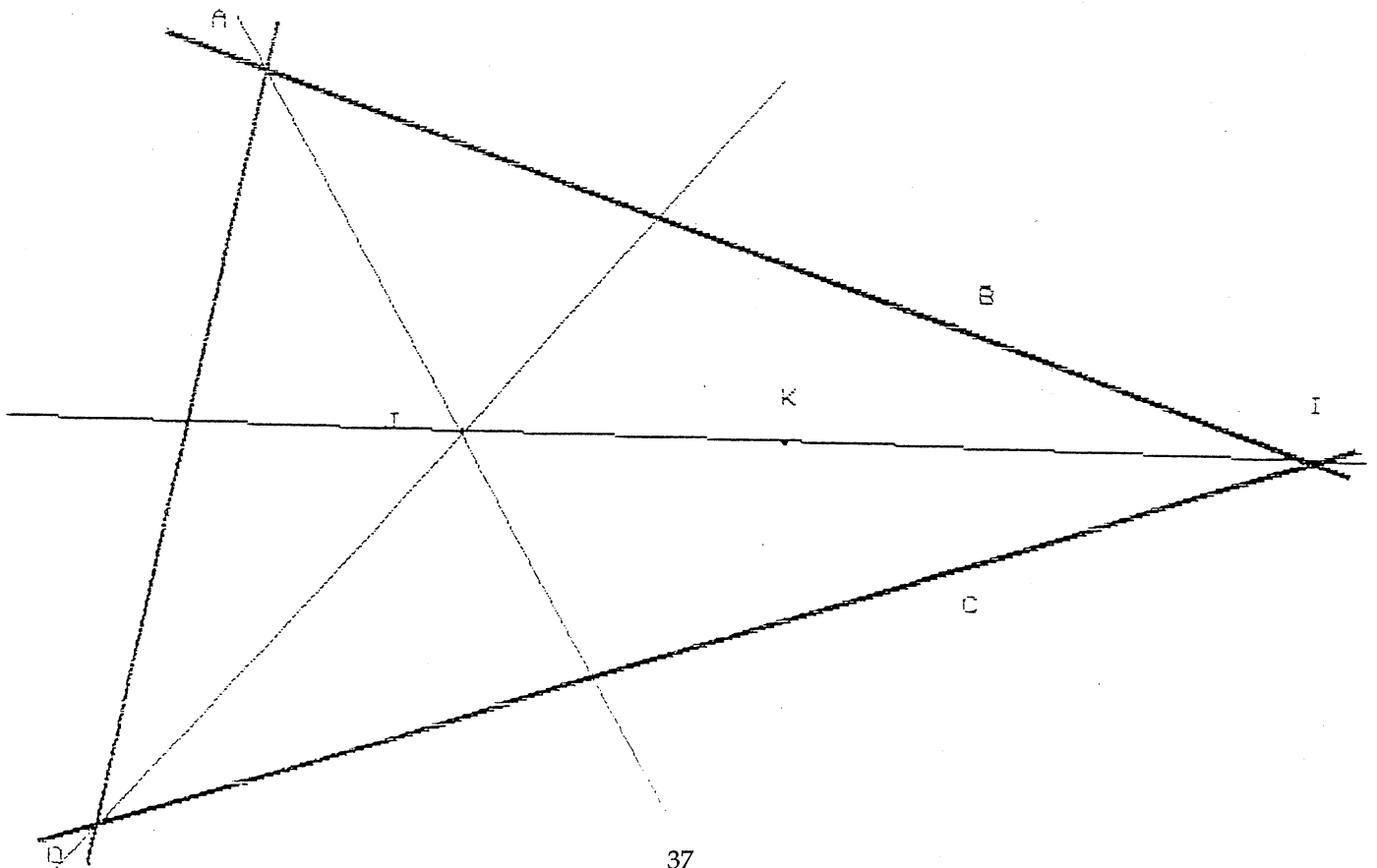
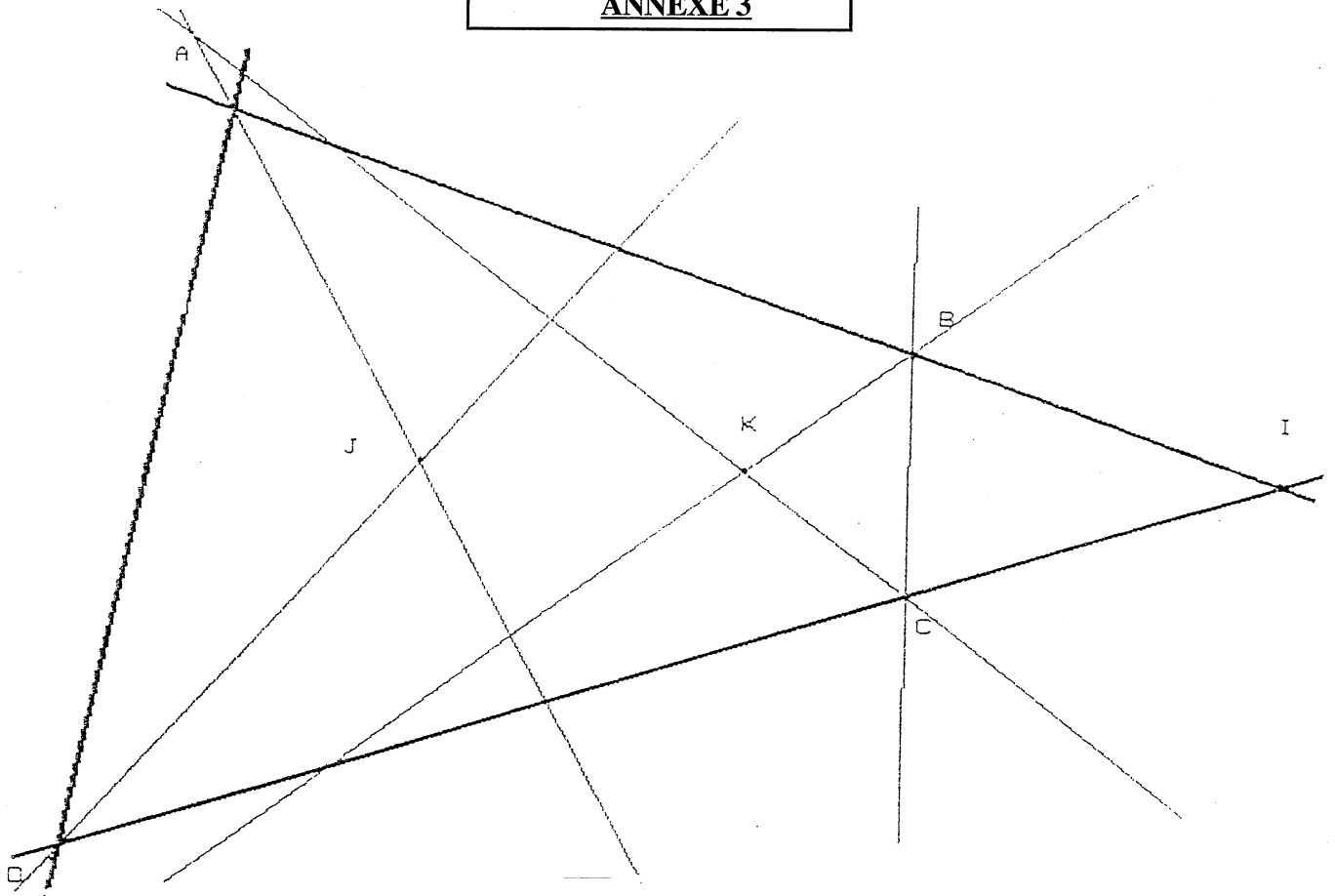
La bissectrice des demi-droites [AD) et [AB) coupe celle de [DC) et [DA) en un point J. La bissectrice des demi-droites [BA) et [BC) coupe celle de [CB) et [CD) en un point K.

Montrer que les points I, J et K sont alignés.

ANNEXE 2



ANNEXE 3



TROISIÈME UTILISATION

En classe de première, à propos de l'influence de a , b , c dans l'allure de la parabole d'équation : $y = ax^2 + bx + c$, il s'agit d'un premier contact avec les fonctions associées.

L'utilisation de la calculatrice graphique rétroprojetable permet ici une mise en commun efficace des travaux effectués par les différents groupes d'élèves.

LE SECOND DEGRÉ

TP UTILISANT LA CALCULATRICE GRAPHIQUE

1 - Conditions

Le TP a été réalisé trois fois dans des classes de première S de 32 à 35 élèves découpées en groupes de trois à quatre élèves, chaque groupe disposant d'au moins deux calculatrices graphiques (toutes du même modèle CASIO 7000G la première année et de marques et types différents les deux dernières).

La salle est équipée d'un retroprojecteur et je dispose d'une calculatrice 7000G version retroprojectable.

2 - Situation

Ce TP, de deux séquences de une heure, se situe après l'étude de l'équation du second degré et avant l'étude du signe du trinôme.

La leçon sur les polynômes a été faite auparavant et, à cette occasion, les élèves ont déjà utilisé les possibilités graphiques des calculatrices pour, entre autre, rechercher les racines de polynômes.

3 - Objectifs

Un objectif général est commun aux deux séquences :

Elaborer une méthode de recherche expérimentale avec la calculatrice graphique ; celle-là comprenant trois phases :

expérimentation - conjecture - justification.

Dans la séquence 1, l'objectif est de mettre en évidence l'intérêt et la richesse de la forme canonique ; celle-ci est, dans cette séquence, la mieux adaptée pour les justifications mathématiques.

Dans la séquence 2, il s'agit avant tout de dégager une démarche de type algorithmique.

Séquence 1

1- Objectif :

Il s'agit d'étudier l'influence de a , b et c dans l'allure de la parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$

Notamment, les élèves doivent pouvoir déduire, à partir de la parabole correspondant à un triplet (a, b, c) , la parabole correspondant à un autre triplet (a', b', c') . Cette séquence est donc aussi un premier contact avec les fonctions associées.

2 - Déroulement

Remarque : Au début de la séquence, la majorité des élèves n'a jamais programmé la calculatrice. Aussi, les rudiments de programmation nécessaires sont posés au cours de la séquence.

a- Définition de l'objectif de la séquence :

"Emettre des hypothèses, qui seront ensuite validées par une justification mathématique, quant à l'allure de la parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ en langage éventuellement naïf - la parabole est plus ou moins ouverte, plutôt à droite, plutôt à gauche, etc...."

b- Avant toute recherche, remarque des élèves :

"si a est positif la parabole est dirigée vers le haut, vers le bas sinon".

c- Temps de recherche de 5 minutes, en groupes, sans autre commentaire.

Pendant ces 5 minutes, trois attitudes des groupes :

- * ceux qui essaient de programmer d'emblée $y = ax^2 + bx + c$ avec saisie de a , b et c et boucles. (une partie de la classe fait l'option informatique).
- * ceux qui construisent une courbe, puis une autre, etc... en mode commande et ne font varier qu'un paramètre à la fois.
- * ceux qui construisent une courbe, puis une autre, etc... en mode commande en faisant varier tous les paramètres à la fois.

d- 1er bilan

"On ne peut pas tout faire varier à la fois sinon on ne voit rien."
il vaudrait mieux programmer la calculatrice pour éviter des saisies fastidieuses.

e- Nouvelles consignes

Etudier dans l'ordre c puis b puis a .

Le programme nécessaire, saisi avant le cours, est affiché directement avec la calculatrice retroprojetable .

f- Etude de c (15 min)

Le temps de cette phase est nécessairement un peu long par rapport au rôle de c car les élèves doivent entrer le programme dans leur machine.

Après les 3 phases - expérimentation - conjecture - justification - déjà citées, distribution d'une fiche (annexe 1) comportant six fonctions et leurs représentations que les élèves doivent associer. Le rôle de cette fiche est de consolider les acquis mais aussi, le travail se faisant de manière expérimentale, de garder une trace écrite de la séquence. La consigne est d'essayer de répondre à la première question sans la calculatrice.

g- Etude de b, puis de a (10 min chacune)

Le déroulement est le même mais beaucoup plus rapide bien que le rôle de b et de a soit plus complexe.

Les fiches sont en annexe 2 et 3.

Concernant l'étude de a, j'ai suggéré de prendre d'abord $b = 0$ puis de recommencer avec b non nul.

Les justifications sont obtenues à partir de la forme canonique et les hypothèses traduites en termes de translation et affinité (certains élèves ayant tenté de justifier le rôle de a par des homothéties, j'ai donné quelques précisions à propos de l'affinité).

h- Synthèse

La séquence se termine par la distribution d'une fiche de synthèse (annexe 4) qui est à travailler pour le cours suivant.

Séquence 2

1 - Objectif :

Il s'agit de mettre au point une démarche de type algorithmique de recherche d'une valeur approchée d'une équation du second degré, basée sur l'utilisation des possibilités graphiques de la calculatrice.

2 - Déroulement

a- Consignes

L'équation $x^2 - x - 1 = 0$ a deux racines. Trouver graphiquement la partie entière, puis le chiffre des dixièmes puis celui des centièmes, etc... de la racine positive r en utilisant la fonction RANGE de la calculatrice.

b- Attitude des groupes

Tous les groupes commencent par faire construire la parabole d'équation $y = x^2 - x - 1$ et localisent la racine positive. La recherche des décimales successives est plus fastidieuse. Notamment, je dois préciser à plusieurs reprises la notion de démarche algorithmique.

c- L'algorithme

L'algorithme se précise peu à peu ce qui permet un premier bilan :

Lorsqu'on a obtenu un encadrement $[a_n, a_n + 10^{-n}]$ de r , on modifie le "RANGE" en :

$X_{\min} = a_n$ $X_{\max} = a_n + 10^{-n}$ $X_{\text{scale}} = 10^{-(n+1)}$

Parallèlement, les valeurs de $Y_{\min}$, $Y_{\max}$, Y_{scale} sont modifiées.

On fait alors tracer la partie de parabole correspondante, ce qui permet de "lire" un nouvel encadrement de r à $10^{-(n+1)}$ et on réitère le procédé.

d- Traduction algébrique de l'algorithme

Après distribution des fiches (annexe 5), je demande de recommencer en complétant le tableau au fur et à mesure : à chaque étape, on vérifie par le calcul que la racine est bien dans l'intervalle supposé.

e- Bilan collectif

Questions :

1/ Combien de décimales peut-on obtenir par cette méthode ?

Jusqu'à 8 décimales.

Remarque : sur la CASIO 7000G, à partir de 8 décimales le graphique est perturbé bien qu'on obtienne un dessin alors qu'avec la TI81, un message d'erreur est affiché.

2/ La méthode trouvée peut-elle être appliquée à d'autres fonctions ? Trouver des fonctions pour lesquelles il est possible de l'utiliser et d'autres qui posent problème.

Les fonctions polynômes, comme exemple, et la fonction inverse, comme contre exemple, sont proposées presque aussitôt par les élèves.

3/ Quelle propriété a-t-on utilisée ?

Si $f(a).f(b) < 0$ alors $r \in [a,b]$

4/ Comment modifier la méthode au cas où on ne dispose pas d'une calculatrice graphique ?

Deux propositions :

compléter un tableau analogue à celui utilisé en effectuant tous les calculs de 10^{-n} en 10^{-n}

procéder par dichotomie - méthode vue en seconde.

3 - Evolution

Au cours des trois années et conjointement à l'introduction des calculatrices graphiques dans ces classes il est apparu que ce type de séquences étaient un peu lourdes et j'essaye maintenant de privilégier des utilisations plus ponctuelles, dès le début de l'année avec l'étude des polynômes. Il en résulte une meilleure familiarisation avec l'outil que les élèves utilisent avec davantage de recul. J'ai continuellement à ma disposition un retroprojecteur et une calculatrice retroprojetable ce qui permet cette utilisation mieux dosée.

ANNEXE 1

SECOND DEGRÉ

Rôle de a dans l'allure de la parabole

1• Associer courbes et équations données ci-dessous.

2• Retrouver les axes du repère.

Equations :

$$y = x^2 + 3$$

$$y = 0,2x^2 + 3$$

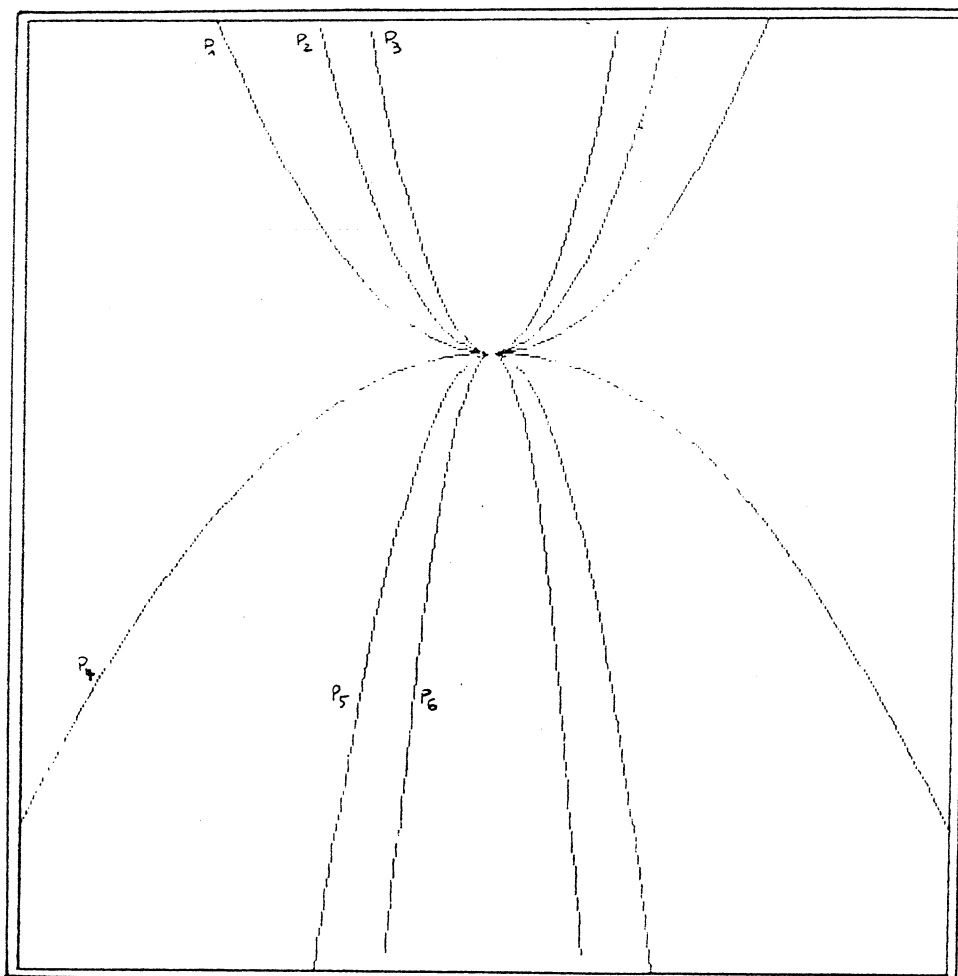
$$y = -0,1x^2 + 3$$

$$y = -x^2 + 3$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + 3$$

$$y = -3x^2 + 3$$

Courbes :



ANNEXE 2

SECOND DEGRÉ

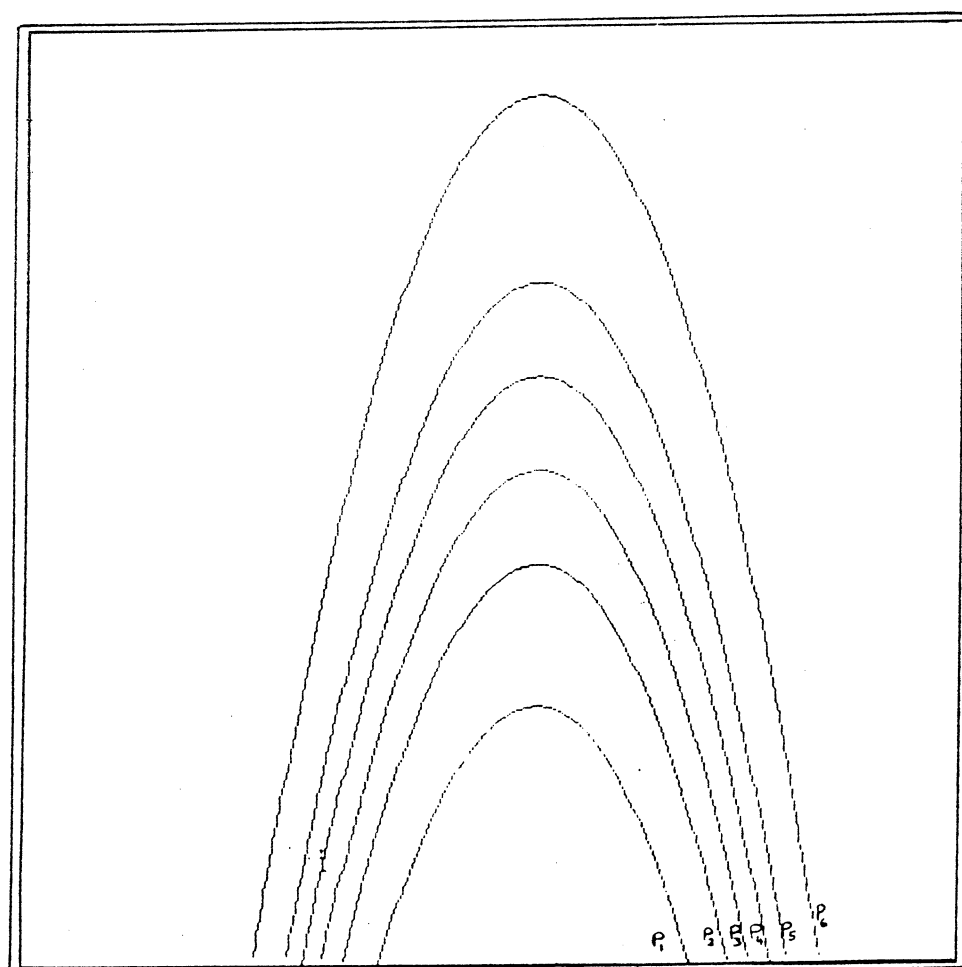
Rôle de c dans l'allure de la parabole

- 1• Associer courbes et équations données ci-dessous.
- 2• Retrouver les axes du repère.

Equations :

$y = -0,5x^2 + x + 2$	$y = -0,5x^2 + x - 5$	$y = -0,5x^2 + x + 8$
$y = -0,5x^2 + x$	$y = -0,5x^2 + x + 4$	$y = -0,5x^2 + x - 2$

Courbes :



ANNEXE 3 SECOND DEGRÉ

Rôle de b dans l'allure de la parabole

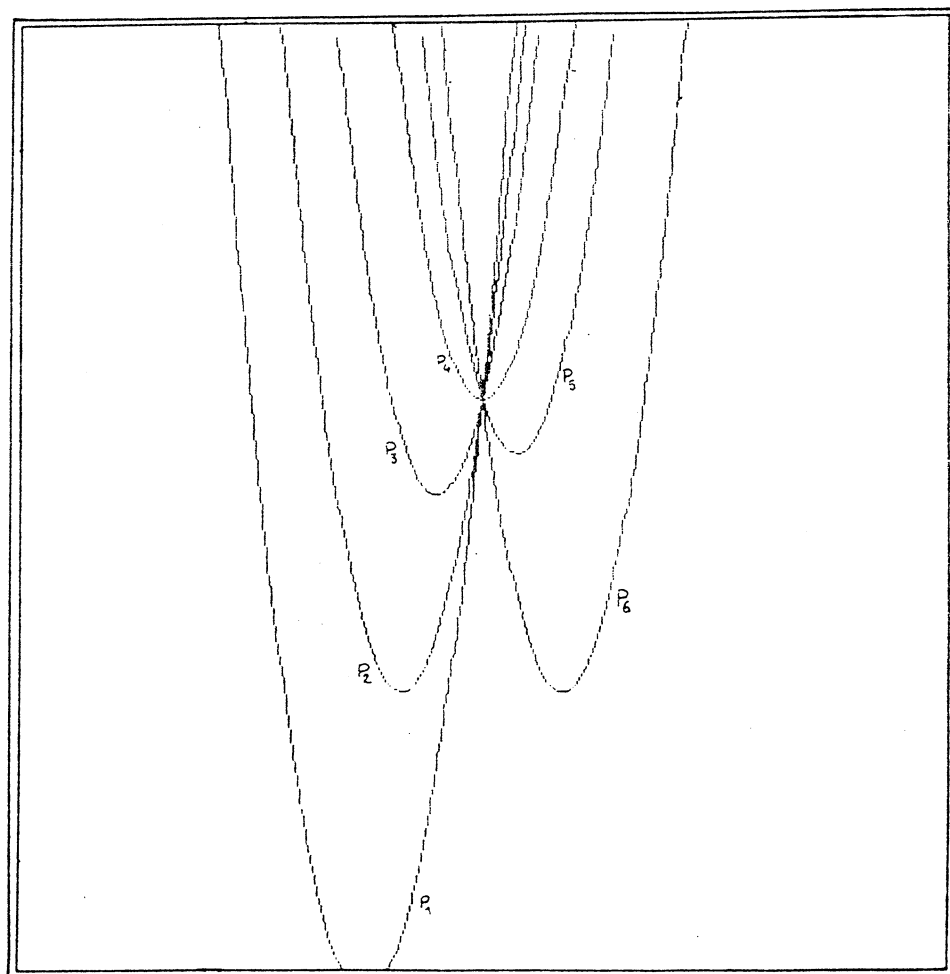
1 • Associer courbes et équations données ci-dessous.

2 • Retrouver les axes du repère.

Equations :

$y = 2x^2 + 7x + 2$	$y = 2x^2 + 4x + 2$	$y = 2x^2 - 3x + 2$
$y = 2x^2 + 2$	$y = 2x^2 - 7x + 2$	$y = 2x^2 + 10x + 2$

Courbes :



ANNEXE 4 SECOND DEGRÉ

Rôle de a, b et c dans l'allure de la parabole

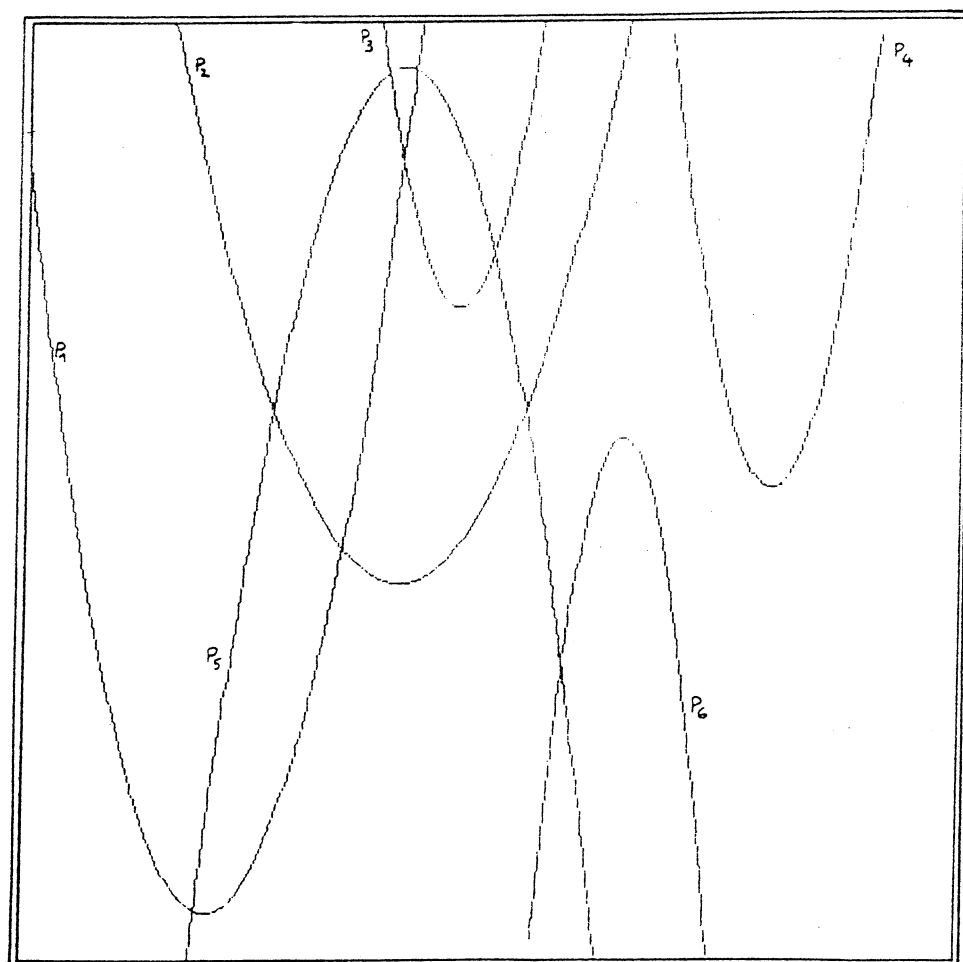
1• Associer courbes et équations données ci-dessous.

2• Retrouver les axes du repère.

Equations :

$y = x^2 + 12x + 27$	$y = 2x^2 + 3x + 5$	$y = 2x^2 - 24x + 72$
$y = -x^2 - 4x + 5$	$y = \frac{1}{2}x^2 + 2x$	$y = -3x^2 + 17x - 23$

Courbes :



ANNEXE 5

Recherche de la racine positive de $x^2 - x - 1 = 0$

On pose $f(x) = x^2 - x - 1$ et on appelle r cette racine.

recherche de :	a	b	f(a)	f(b)	encadrement de r
partie entière					
dixième					
centième					
millième					
dix millième					
cent millième					
millionième					
dix millionième					
cent millionième					

QUATRIÈME UTILISATION

Le document qui suit traite d'un entraînement méthodique à l'apprentissage du calcul numérique et algébrique en utilisant le logiciel "Calnum+" (Chrysis). Celui-ci couvre par thèmes, de manière progressive les activités numériques et algébriques du collège concernant des expressions polynômes ; les difficultés sont graduées, les niveaux les plus difficiles ainsi que les prolongements de certains modules du logiciel recouvrent les activités de techniques de calcul de la classe de seconde.

Un tel type de logiciel peut être utilisé pour approfondir des techniques, pour une remise à niveau individualisée d'élèves sur des questions spécifiques, par exemple calcul fractionnaire, priorité des opérations, maîtrise de la manipulation des exposants, ...

UTILISATION EN SÉANCE DE TD D'UN LOGICIEL D'ENTRAÎNEMENT AU CALCUL ALGÈBRE

(Classe de seconde)

I - Prise en main du logiciel

Avec une première classe, en deux groupes de travaux dirigés (2 séances), les activités ont commencé, logiciel en fonctionnement ; les consignes de manipulation de clavier ont été préalablement données, j'ai demandé aux élèves de travailler par groupes de deux ; ils disposaient d'une feuille récapitulant les modules et les types d'exercices (annexe 1).

Pour l'autre classe, constituée par moitié d'élèves ayant une "courte" expérience informatique (option) et d'élèves étant plus littéraires (trois langues vivantes) une première séance d'une demi-heure a permis la prise en main de l'ordinateur et du logiciel. Les élèves ont procédé à la mise sous tension de l'ordinateur, j'ai commenté puis demandé l'accès à un répertoire "MATH", à son catalogue et au lancement du logiciel, les instructions étant inscrites au tableau. Les élèves ont eu le temps de faire un ou deux exercices et de se familiariser avec l'utilisation du logiciel : éditer les formules, utiliser la possibilité de faire des calculs numériques, ... Les séances suivantes furent l'objet d'un travail précis.

II - Activités

Il s'agit, en s'entraînant à des techniques de calcul, de se familiariser avec des propriétés mathématiques traitées en classe dans le cadre d'un cours ou d'exercices préparatoires et de les mémoriser. Pour un type donné, le logiciel offre une grande variété d'exercices de difficultés comparables, l'entraînement est systématique, l'élève peut interrompre quand il veut les exercices d'un niveau donné. Les activités recouvrent le calcul sur les nombres (entiers, fractions, usage des exposants) et le calcul algébrique (développement, factorisation) mettant en jeu les propriétés des lois de composition utilisées.

Les nombreux modules et leur gradation par ordre de difficulté permettent de s'exercer aux techniques de calcul de manière très complète (annexe 2, travail proposé sur deux séances) : calcul non littéral, calcul par substitution de valeurs numériques à des variables, initiation progressive au calcul littéral avec une seule variable puis plusieurs.

Les modules les plus simples pourront être utilisés pour une remise à niveau d'élèves en difficulté (calcul fractionnaire, priorité des opérations, maîtrise de la manipulation des exposants, ...) dans le cadre d'activités en libre service.

III - Attitude des élèves :

La prise en main est rapide, et l'autonomie de fonctionnement vite acquise. Les élèves travaillant par groupes de deux, peuvent réagir aux erreurs signalées par le logiciel. L'analyse de réponse est élémentaire, elle se borne à quelques messages : "juste", "faux", "faites attention à ce que vous écrivez" ; le message correspondant à un calcul satisfaisant est : "Très bien". Pour ce type d'exercices, cela me semble suffisant, obligeant les élèves à réfléchir sur la nature de leurs erreurs éventuelles. Il y a coopération devant l'écran pour détecter la faute, le rythme de travail pour le groupe est individualisé.

L'éditeur de formules permet de corriger directement sur un calcul déjà écrit, ce qui permet d'autres attitudes de réflexion devant un texte qu'il n'est pas nécessaire de réécrire en entier. La formule est toujours écrite complètement, ce qui évite les abréviations, source de mauvaise compréhension.

Une "calculatrice", ligne de l'écran sur laquelle on peut faire exécuter un calcul simple (une seule opération par utilisation) est disponible ; le décompte du nombre d'utilisations apparaît sur la première ligne écran ce qui incite à faire certains calculs mentalement.

J'ai fait noter les textes d'exercices et les solutions trouvées afin de permettre un travail à la maison en vue de révisions ; d'autre part il est bon de conserver une mémoire de l'activité en gardant des traces.

IV - Evaluation

Elle se fait par l'intermédiaire de plusieurs compteurs : compteur d'exercices : chaque exercice a une certaine valeur en points qui varie avec le degré de difficulté, un score est écrit en clair sur la ligne supérieure de l'écran ; le nombre d'erreurs par module est détecté ainsi que le nombre d'accès à la calculette en cas d'utilisation de celle-ci. Cette manière de faire motive certains élèves. (Voir annexe III)

L'évaluation de l'efficacité se fait lors de la pratique de ces calculs dans la résolution des différents exercices et problèmes qui seront proposés ensuite.

Je n'ai pas comparé les résultats d'apprentissage à partir de l'utilisation de ce logiciel à ceux d'un apprentissage par des exercices tirés de manuels. Je pense que les effets de ces deux méthodes sont complémentaires. Les types d'exercices proposés par le logiciel étant plus variés, (utilisation de lettres pour nommer les variables ou de coefficients choisis inhabituels), on voit des erreurs qui n'apparaissaient pas à partir d'exercices tirés du livre. Cela permet de comprendre que certaines méthodes d'apprentissages de techniques de calcul conduisent à un "dressage" de l'élève qui réagit mal devant des situations nouvelles alors qu'un entraînement raisonné doit permettre la mise en place d'automatismes contrôlés.

ANNEXE 1

Feuille de description des modules du logiciel avec les degrés de difficulté.

Entrainement au calcul algébrique

Avec l'ordinateur, vous disposez de plusieurs logiciels

CALCUL LITTERAL

VALPLUS : additions, multiplications	sans parenthèses, niveaux 1 à 4 avec parenthèses, niveaux 5 à 7
VALSOMM : additions et soustractions (lettres et parenthèses)	sans parenthèses, niveaux 1 à 3 avec parenthèses, niveaux 4 à 7 plus difficile, niveaux 8 et 9
VALPRIO : (sans puissance)	sans parenthèses, niveaux 1 et 2 avec parenthèses, niveaux de 3 à 5 produits de sommes, niveaux de 6 à 8
VALPUISS :	sans parenthèses, niveaux 1 et 2 avec produits remarquables, niveaux de 3 à 6

FACTORISATIONS

simples	niveau 1 à 7
plus difficiles	niveau 1 à 9
autres (seconde)	niveau 1 à 3

EQUATIONS

9 niveaux Si aucune solution, tapez A (Aucun nombre n'est solution)
Si tout réel est solution, tapez T (tout nombre réel est solution)
Sinon le résultat est attendu sous la forme $x = \dots$

VALEURS NUMERIQUES

Additions et multiplications
Additions et soustractions
Additions et soustractions et produits
Additions, soustractions, produits et puissances

EXPRESSIONS LITTERALES ET FRACTIONS (9 niveaux)

Vous pouvez utiliser une touche d'aide	F1
une calculatrice	F2
Revoir un calcul écrit	F3

Travail à faire : Pour chaque module, traitez un ou deux exercices par niveau. Ne vous attardez pas sur ce qui vous paraît facile. Notez l'énoncé et votre résultat juste (vous obtenez des félicitations), les identités remarquables et les théorèmes que vous utilisez (une fois suffit) ; il faut aussi penser aux justifications de vos calculs..

ANNEXE 2

Feuille de travail sur deux séances

MATHEMATIQUES - TD

Calcul algébrique (TP sur ordinateur):

Consignes : pour le travail qui suit, vous noterez sur une feuille au nom de votre équipe :

- les références de chaque exercice (par exemple, pour un exercice de calcul littéral VALPRIO 3 niveau 2, indiquez Valprio, niv 3-2) ;
- l'énoncé de l'exercice ;
- des indications de calcul si vous le désirez ;
- le résultat.

Traiter :

1) Calcul littéral :

VALPRIO 3 (sans puissance),
niveaux 2, 5, 6, 7, 8 : faire deux exercices pour chacun des niveaux

VALPUIS 4 (avec puissance),
niveau 2 (sans parenthèses), faire deux exercices ;
niveaux 4, 5, 6, faire trois exercices pour chaque ;

2) Factorisation :

CALFACT Plus difficile 2 : niveaux 7 à 9, faire un exercice de chaque ;
Autres (seconde) 3 : faire trois exercices de chaque

3) Equations :

niveaux 6, 7, 8, 9 : faire au moins un exercice de chaque, les calculs font intervenir des fractions.

4) Valeurs numériques : remplacer les "lettres" par leur valeur numérique notée dans le cadre de l'exercice.

Valprio 3 (avec parenthèses) 4 : faire deux exercices ;
Valprio 4 (avec puissances) 4, 5, et 6: faire deux exercices.

ANNEXE 3

Ecrans complets d'exercices type, avec les erreurs et leurs commentaires.

Impression de calculs littéraux après résolution.

CALNUM	Fractions	Fractions ordinaires	niveau	6
Ex: 1	Points: 100	Erreurs: 0	Calc.: 0	Score: 0
$\left(\frac{6}{12} + \frac{5}{144}\right) * \left(\frac{16}{48} + \frac{2}{72}\right)$				
Transformez cette expression:				

$$\left(\frac{6}{12} + \frac{5}{144}\right) * \left(\frac{16}{48} + \frac{2}{72}\right)$$

Menu: Esc Infos...: F1 Calculatrice...: F2 Rappel...: F3
--

CALNUM	Calcul littéral	ValPuis	niveau	5
Ex: 1	Elève: Jean			Date: 26-01-1993
$(12c + 15)(12c - 15) + (3c + 14)^2$				
Faux.	$144c^2 - 180c + 180c - 225$			
Juste.	$144c^2 - 180c + 180c - 225 + 9c^2 + 196 + 84c$			
Juste.	$144c^2 - 225 + 9c^2 + 196 + 84c$			
Très bien!	$153c^2 + 84c - 29$			
Réponse: $153c^2 + 84c - 29$				

CINQUIÈME UTILISATION

Lors d'une séance de T.D. les élèves d'une classe de seconde sont mis devant une "situation-problème" d'origine géométrique relativement complexe.

Les deux logiciels utilisés, LE GÉOMÈTRE et GRAPHE, doivent permettre aux divers groupes de travailler à **leur rythme**, de **visualiser** certains concepts abstraits et de **construire**, de manière autonome, les **savoirs nouveaux** nécessaires. Ils seront utilisés à **leur demande** et **conjointement** aux autres outils indispensables que sont : papier, crayon, calculatrice programmable et papier millimétré.

Mots-clés : Situation-problème, ressources, ordinateurs, construction de savoirs, intégration, gestion de la classe.

**L'ORDINATEUR AU SERVICE
D'UNE SITUATION-PROBLEME**

OU

"les ORDINATEURS-RESSOURCES"

A- Pourquoi cette démarche ?

L'idée m'est venue en lisant la brochure de l'APMEP n° 79 sur la "CLASSE DE SECONDE : UN OUTIL POUR DES CHANGEMENTS" (page 89). Le titre en est "*fonctions issues de problèmes de géométrie*" : une démarche par elle-même très intéressante par son approche et qui peut permettre d'illustrer le décloisement indispensable des différentes parties du programme que sont ici "analyse" et "géométrie", idée importante, me semble-t-il, à faire passer auprès des élèves. En voilà le rappel de l'énoncé :

On donne un triangle ABC isocèle tel que $AB = AC = 10$ (cm), la base [BC] est de longueur variable.

Question : étudier le comportement de l'aire du triangle ABC lorsque la base varie.

Plusieurs approches de ce problème sont possibles -fonctions, trigonométrie...- mais, concernant ma classe de seconde et compte tenu des acquis récents (nous traitons des fonctions et la trigonométrie n'était pour eux qu'à l'état de souvenirs de 3ème, donc bien lointains et avec les "a priori" bien connus des élèves sur ce sujet), la démarche qu'ils choisiraient serait, presque à coup sûr, l'étude d'une fonction. Or la fonction obtenue (expression de l'aire $A(x)$ du triangle ABC en fonction de la longueur x de la base [BC]) est la suivante :

$$A(x) = \frac{1}{4} \cdot x \cdot \sqrt{400 - x^2}$$

elle dépasse les compétences à acquérir en classe de seconde, du moins si on en fait une approche globale quant à son "comportement". De plus la longueur de la base conduisant au maximum de l'aire n'est pas rationnelle d'où l'idée de l'approcher par valeurs successives.

Si on fait un premier bilan des difficultés prévisibles que vont rencontrer les élèves lors de la recherche de ce problème -surtout s'il est posé sous forme de "situation-problème" lors d'une séance de travaux dirigés- on s'aperçoit qu'elles sont nombreuses et de natures très différentes :

a) le texte même de l'énoncé : un mélange de géométrie et de numérique avec une donnée "variable"...qu'est ce qu'une "variable" ?...que signifie "comportement" ?...quelles sont les idées sous-jacentes cachées derrière?...rappelons que nous sommes en classe de seconde.

b) comment passer du domaine géométrique au domaine numérique ? ce que nous appelons du mot délicieux de "mathématiser" la situation...il faut déjà la "voir"...

c) à supposer qu'on ait obtenu cette fameuse expression de "l'aire en fonction de BC", celle-ci comporte une racine carrée d'où des conditions d'existence ; une double approche est possible : purement algébrique (et tout à fait à la portée des élèves), mais aussi une approche géométrique liée à l'existence même du triangle ABC. Cette dernière permet, me semble-t-il, d'illustrer cette idée abstraite du "domaine de définition" d'une fonction et donc, ici, de la visualiser et par là même de la concrétiser.

d) arrivés à ce stade, les élèves pourront probablement aisément voir que l'aire s'annule pour chacune des deux bornes de $[0 ; 20]$ donc que l'aire admet un maximum ; compte tenu des fonctions habituellement rencontrées antérieurement -comme des paraboles, des droites- l'idée intuitive et naturelle qui devrait venir à l'esprit des élèves est que ce maximum est atteint pour la valeur 10... l'idée de "symétrie" est bien naturelle. Là encore, comment illustrer qu'il n'en est rien dans ce problème ?

e) comment accéder au maximum de cette fonction alors qu'on est en seconde ? Une approche possible est le tracé de la courbe représentative avec usage de la calculatrice programmable (mais non graphique...elle n'est jamais obligatoire et, de plus, nous sommes en classe de seconde).

f) autre difficulté : la longueur cherchée n'est pas d'une catégorie de nombres très familière aux élèves en dehors des exercices d'algèbre prévus à cet effet, il s'agit d'un irrationnel. Peut-on, en dehors d'une lecture graphique directe, accéder à une meilleure précision, comment et jusqu'où ? Ce sera l'occasion de montrer aux élèves de seconde que leurs connaissances actuelles sont mises en défaut et que le programme de première viendra partiellement combler leurs lacunes. Il me semble aussi important de montrer aux élèves, à un niveau donné, que leurs connaissances peuvent être mises en défaut et que parfois ils ne peuvent pas répondre à toutes les questions ; c'est une situation souvent oubliée puisque les exercices et les devoirs qui leur sont posés sont faits pour être résolus en totalité par tous, du moins en théorie...Enfin, dans le cadre de cette "situation-problème", il est aussi important de ne pas rester sur une "défaite" intellectuelle, en effet les élèves auront la possibilité finalement d'approcher la réponse avec une précision "aussi grande qu'ils le souhaiteront" ...du moins en théorie.

En conclusion un énoncé très riche, aux incidences très variées et qui sera l'occasion de faire utiliser par les élèves des outils aussi variés que : papier, crayon, calculatrice programmable (du niveau de seconde), voire papier millimétré pour certains et aussi, bien sûr, l'ordinateur, ou plutôt, des ordinateurs...

B- Les contextes pédagogique et matériel de cette séance

B.1.- Le public : une classe de seconde indifférenciée de 35 élèves du Lycée A. de Saint Exupéry (Lyon 4ème) habituée à une certaine pratique pédagogique de l'ordinateur en mathématiques : pour la séquence qui nous intéresse ici, le logiciel GRAPHE [1] a été précédemment souvent utilisé aussi bien en travaux dirigés par les élèves qu'en grand tableau en salle de cours, pour traiter (illustrer, conjecturer) la partie du programme "étude de fonctions".

B.2.- Place dans la progression pédagogique : lors d'une *séance de TD en demi-classe (durée une heure et demi)* à la mi-mars 1991.

Côté géométrie, avaient été traitées les "configurations géométriques planes élémentaires", nous avons étudiés aussi les notions "d'encadrements, valeurs approchées, approximations, arrondis et troncatures" et nous étions dans la partie "étude de fonctions". Dans ce cadre, l'apprentissage de la calculatrice programmable avait été fait (programmation pour le calcul de valeurs numériques d'une fonction d'une variable) ainsi que la prise en main (très simple) du logiciel "GRAPHE".

B.3.- Le lieu et les matériels : les deux salles informatiques du Lycée communiquent ; l'une (appelée *salle 1* dans la suite) possède une partie "hors machines" (ici le nano-réseau) suffisante pour permettre à 18 élèves de travailler à l'aise par groupe de deux avec papier et crayon et ceci sans être devant un clavier ; l'autre (appelée *salle 2* dans la suite) est équipée de 11 ordinateurs compatibles PC avec écran monochrome (les 11 postes de travail ne seront jamais tous utilisés simultanément). Dans la *salle 1* il y a un rétroprojecteur me permettant de projeter, suivant le moment, l'énoncé du problème ainsi que les consignes générales (l'ensemble des deux étant aussi distribué sur support papier aux élèves -ANNEXE 1-) mais aussi des indications instantanées suivant la progression du

travail des groupes sans pour autant les déranger en prenant la parole (par exemple en projetant un message du genre : "inconnue ? variable ? " lorsque je constatais, dans certains groupes, une confusion entre ces deux notions, ceci afin d'attirer leur attention). De plus, dans un "coin" de la salle, un ordinateur où était installé le logiciel "LE GEOMETRE" [2] et chargé d'un fichier adapté à l'exercice proposé (voir la copie d'écran en ANNEXE 2).

Dans la *salle 2* le logiciel "GRAPHE" était chargé sur tous les ordinateurs avec l'option "représentation graphique".

Pour cette séance, les élèves devaient avoir amené leurs calculatrices programmables ainsi que du papier millimétré (ou au moins à petits carreaux). En début de séance ils sont tous installés dans la *salle 1* dans la partie "hors machines".

C- Les objectifs généraux

Ils sont ici de deux types : ceux liés à toute situation-problème et ceux, plus spécifiques, liés aux difficultés recensées dans le paragraphe A.

Les objectifs liés à une situation-problème : [3]

"... On devra donc privilégier l'activité de chaque élève. Mais on n'oubliera pas la nécessité d'une pédagogie n'assujettissant pas tous les élèves aux mêmes rythmes, sans que soit délaissé l'objectif d'acquisitions communes." Il s'agit d'un extrait des programmes de 1985, classe de 5ème, dans la partie "méthodes".

Poursuivons avec ce nouvel extrait, lui aussi tout à fait transférable en classe de seconde :

"Dès lors, les professeurs vont avoir à choisir des situations créant un problème, dont la solution fera intervenir des "outils", c'est-à-dire des techniques ou des notions déjà acquises, afin d'aboutir à la découverte ou à l'assimilation de notions nouvelles.

Les activités choisies doivent développer la capacité de se poser des problèmes et de progresser vers leur résolution.. Elles doivent aussi :

- * permettre un démarrage possible pour tous les élèves, donc ne donner que des consignes très simples et n'exiger que des connaissances solidement acquises par tout le monde.*
- * créer rapidement une situation assez riche pour provoquer des conjectures.*
- * rendre possible la mise en jeu des outils prévus.*
- * fournir, aux élèves, aussi souvent que possible, des occasions de contrôle de leurs résultats, tout en favorisant un nouvel enrichissement."*

Des objectifs généraux liés au choix du problème posé :

a) bien évidemment, vérifier le *bon transfert des acquis* sur les "configurations géométriques planes élémentaires" et sur l'approche des "fonctions" et des "équations" (notamment une illustration simultanée des deux concepts de "variable" et "d'inconnue")

b) utiliser la *richesse* créée par un *travail de groupe* (ici de deux élèves, ceci notamment pour une meilleure utilisation pédagogique de l'ordinateur).

c) établir, une fois de plus, un *lien* entre *différentes parties du cours* (ici géométrie, analyse et algèbre).

d) illustrer, sur une situation "complexe" parce que mettant en jeu des connaissances et des approches multiples, la nécessité *en premier lieu* d'élaborer et de décrire les grandes étapes d'une *stratégie* à mettre en oeuvre ceci avant de résoudre chacune d'elles...savoir le POURQUOI avant le COMMENT.

e) montrer une approche "*expérimentale*" voire *visuelle* (ici grâce au logiciel "LE GEOMETRE"), de la notion d'*existentiel* d'une fonction numérique.

f) favoriser une approche par la "*recherche*" grâce à l'accès d'une ressource (ici le logiciel "GRAPHE") permettant l'exploration d'un champ de connaissances en cours d'acquisition.

g) montrer aux élèves, *qu'à un instant donné*, les connaissances acquises dans un domaine ne suffisent pas *toujours* à résoudre *tous* les problèmes...d'où la nécessité de connaissances nouvelles, de théorisation et d'outils nouveaux (ici pour l'étude du "sens de variation d'une fonction") ce qui est, aussi, une illustration bien modeste de la "démarche scientifique".

On se reportera avantagement aussi au *programme de la classe de seconde* actuellement en vigueur (cf B.O.E.N. n°20 du 17 mai 1990) notamment dans la partie "I - EXPOSÉ DES MOTIFS" au §4 a) "organisation du travail de la classe" et dans la partie "III - PROGRAMME" aux paragraphes intitulés "représentations graphiques", "problèmes numériques et algorithmiques", "emploi des calculatrices ; impact de l'informatique", "unité de la formation" et "formation scientifique".

Dans la suite, l'accent sera mis essentiellement sur les *apports spécifiques* de l'*outil informatique* dans cette situation-problème qui, bien sûr, peut être exploitée de bien d'autres manières avec ou sans l'ordinateur (cf. la brochure de l'APMEP n° 79 citée en référence au paragraphe A).

D- Les logiciels utilisés

D.1.- "LE GEOMETRE" :

a) présentation générale du logiciel :

Ce logiciel, co-édité par Nathan-Logiciels (il a fait l'objet d'une licence mixte jusqu'à la fin 91), a été conçu par une équipe du CNRS de l'Université J. Fourier de Grenoble autour de Jean-Marie Laborde ; il permet de construire de très nombreuses figures de géométrie plane, de les modifier et ainsi de visualiser des ensembles de points, de les animer, de les sauvegarder (sous forme de fichiers) et de les imprimer.

b) utilisation lors de la séquence décrite :

Ainsi, pour cette situation-problème, j'avais créé un fichier (cf ANNEXE 2) où figuraient les points A, B C et la droite (BC) celle-ci pouvant être déplacée parallèlement à elle-même grâce à la souris. Les élèves n'ayant auparavant jamais utilisé ce logiciel, pour que celui-ci puisse apporter un "plus pédagogique" sans engendrer de "parasites pédagogiques", il était indispensable de mettre à leur disposition un outil directement utilisable sans aucune prise en main préalable.

Les buts de cette animation étaient de rendre possible une **visualisation** directe des difficultés suivantes recensées au paragraphe A :

- * "mathématiser" la situation initiale, ou : comment passer d'un point de vue géométrique à un point de vue numérique.
- * comment *illustrer* la notion de "conditions d'existence" et d'intervalle de définition pour la fonction qui, à la longueur x de $[BC]$, fait correspondre l'aire $A(x)$.
- * comment approcher, par *visualisation* directe, la valeur de x correspondant au maximum de la fonction ou, pour le moins, se rendre compte que ce n'est pas pour la valeur médiane de l'intervalle de définition de la fonction c'est-à-dire 10.

L'utilisation de cet outil par un groupe de deux élèves, au cours de la séance, était **NON obligatoire** mais seulement présentée (cf. les consignes générales -ANNEXE 1-) comme une aide dont ils pouvaient disposer, soit à leur demande, soit sur conseil de ma part, compte tenu des difficultés que j'avais pu identifier dans tel ou tel groupe.

D.2.- "GRAPHE" :

a) présentation générale du logiciel :

Ce logiciel outil a été développé sur compatibles P.C. par Piet van Blokland d'après un projet initial de David Tall et produit (en langue française) par VU-Soft à Amsterdam ; il fait l'objet depuis le début de 1992 d'une licence mixte pour trois ans et est distribué en France par Nathan-Logiciels. Il s'adresse aussi bien à des enseignants ou étudiants des niveaux lycées, classes préparatoires ou enseignement supérieur. Son utilisation courante n'impose pas l'usage d'une souris, d'un écran couleur, mais seulement d'un compatible P.C. d'au moins 512 ko de mémoire centrale avec écran CGA, EGA, Hercules ou qui les émule, donc une très grande portabilité dans le parc actuel en Lycées.

Concernant la classe de seconde seule une très petite partie de ses potentialités a été utilisée par les élèves, essentiellement les deux premières options à savoir :

1.- *Chercher la formule*

cette option n'a pas été utilisée lors de cette situation-problème ; elle permet de proposer des représentations graphiques de fonctions, l'activité consistant, pour les élèves, à "deviner" pour chacune l'expression de la fonction correspondante. On peut, soit utiliser un fichier existant, soit en créer et ainsi, lors de séances de travaux dirigés (ou en libre service), réaliser une approche visuelle et individualisée des liens entre "représentation graphique" et "fonction" mais aussi entre "représentation graphique" et "sens de variation d'une fonction".

2.- *Tracer des courbes*

c'est cette option qui a été utilisée lors de cette situation-problème. Elle permet notamment : * de tracer des courbes, * d'en superposer... jusqu'à 20, * d'effectuer un zoom sur une zone rectangulaire sélectionnée préalablement (et ce de manière très simple), * d'obtenir un tableau de valeurs des images (jusqu'à 10) en partant d'une valeur spécifiée avec un pas déterminé, l'affichage se faisant simultanément avec la courbe, * de donner une valeur de x pour laquelle l'ordinateur calcule l'image par la fonction sélectionnée.

En ce qui concerne le tracé d'une courbe représentative, le logiciel demande, outre l'expression de la fonction (ce qui s'écrit de manière simple tout en respectant les conventions d'écriture algébrique) mais aussi l'intervalle choisi pour x (donc aussi l'existential) ainsi que celui choisi pour y (nécessité donc d'approcher les valeurs extrêmes prises par la fonction sur l'intervalle choisi pour x) .

b) utilisation lors de la séquence décrite :

D'une part la valeur x de la base [BC] correspondant au maximum de l'aire $A(x)$ n'est pas accessible directement par un raisonnement du niveau de seconde (du moins pas par la démarche utilisée ici, les élèves ne disposant pas, bien sûr, de la notion de dérivée) ; ils savent seulement que la fonction s'annule aux bornes de son existentiel et doivent donc s'appuyer sur sa représentation graphique, ce qui, ici, n'est pas tout à fait intuitif ; d'où un intérêt de l'option "2.- *Tracer des courbes*" de "GRAPHE". On rappellera que le logiciel demande l'intervalle choisi pour x et aussi celui pour y ce qui nécessite donc des connaissances préalables à tout tracé de la courbe (voir la copie d'écran en ANNEXE 3).

D'autre part cette valeur cherchée de x est un nombre irrationnel qui, n'étant pas accessible ici par une équation, devra être approchée par valeurs successives ; d'où l'intérêt de la fonction "zoom" pour "localiser" cette valeur et de la fonction "tableaux de valeurs" pour en réaliser des approximations de plus en plus précises ; tout ceci est rendu possible grâce à l'option 2 de "GRAPHE" (voir la copie d'écran en ANNEXE 3).

E- Déroulement de la séance

E.1.- Mise en place :

Les élèves, par groupes de deux (ils sont habitués à cette pratique), s'installent dans la *salle 1*, dans la partie "hors-machine". L'énoncé du problème à résoudre ainsi que les consignes générales et les tâches à réaliser sont projetées sur écran, ces mêmes informations leur sont remises à chacun sur papier (cf. ANNEXE 1). Oralement je leur commente la partie "*Deux outils de visualisation, de vérification*" en leur expliquant les conditions d'accès éventuel au "GEOMETRE" (présentées au paragraphe D.1.) et le rôle que pourra jouer "GRAPHE" -qu'ils connaissent déjà bien et utilisent de manière autonome-.

Remarque : il est clair que ces informations ont aussi joué un rôle dans le choix de la méthode générale utilisée par les élèves, à savoir une approche fonctionnelle ; mais nous avons observé déjà que ce n'était pas la seule raison ni, probablement, la raison essentielle.

E.2.- Déroulement général :

Dans le déroulement de cette séance on a pu distinguer quatre grandes phases :

1) PHASE 1 : d'abord une phase de questionnement par rapport à l'énoncé même et à la question posée. C'est ce qui correspond aux deux premières difficultés identifiées (cf. partie A).: elles mettent en jeu essentiellement des difficultés de conception et d'abstraction - c'est là que se situe la première tâche : "*élaborer et décrire* (au brouillon) une *stratégie* à utiliser en n'indiquant que les *grandes étapes*".

2) PHASE 2 : ensuite vient une phase de transposition numérique : trouver la valeur de $A(x)$ avec, en corollaire, les conditions d'existence.

3) PHASE 3 : puis une phase méthodologique pour "trouver la valeur de x pour laquelle la fonction admet un maximum" : quelle approche utiliser pour cette fonction "exotique" pour la classe de seconde ?

3) PHASE 4 : enfin la mise en pratique de cette méthode, c'est-à-dire le tracé de la courbe représentative et, surtout, son utilisation pour trouver (lecture graphique d'abord) la valeur cherchée de x ; cette dernière étape se complexifie encore si on demande de trouver cette valeur avec un "maximum de précision".

Ces "quatre phases" n'ont pas été évoquées ni "matérialisées" par des coupures dans le temps ; ma stratégie, dans cette "situation-problème", étant de laisser *la plus grande autonomie possible* aux différents groupes tout en évitant qu'ils perdent leur temps suite à des difficultés mal repérées ou mal résolues.

E.3.- Mon rôle et celui des ordinateurs :

De manière générale, en qualité de "personne-ressource", je circule et observe chacun des neuf (9) groupes et intervins, soit à la demande de l'un d'eux, soit à la suite d'une observation de leur brouillon (cf. la première tâche) ou de propos échangés entre les deux élèves d'un même groupe. Concernant les trois premières phases, mon intervention peut se situer à deux niveaux :

* s'il s'agit d'une situation repérée dans *un groupe*, elle sera individualisée et orale (à voix basse). Elle *pourra*, suivant le type de difficulté rencontrée par le groupe et donc d'aide nécessaire, consister à amener les deux élèves du groupe devant l'ordinateur situé dans un "coin" de la *salle 1* (celui chargé d'un fichier créé sous le "GEOMETRE" et placé de manière à ce que l'écran ne soit visible que des seuls utilisateurs du moment). Mon rôle consistera alors à leur présenter le mode d'emploi manipulateur -qui consiste seulement au déplacement de la

souris!!- et, surtout, à guider leur réflexion autour de la difficulté qu'ils ont rencontrée. L'ordinateur permet :

- dans la première phase, une approche concrète du problème.
 - dans la deuxième phase, une représentation concrète de l'ensemble de définition d'une fonction
 - dans la troisième phase, une vérification visuelle du fait que le maximum de la fonction n'est pas ici atteint par la valeur médiane de son intervalle de définition.
- * s'il s'agit d'une situation repérée dans *plusieurs groupes*, elle pourra se faire sous la forme d'une indication générale rétroprojetée (cf. B.3.) ou écrite au tableau blanc (mais l'impact est souvent meilleur par rétroprojection) ou encore, lorsque la nécessité concerne presque tous les groupes, elle se fera oralement à l'adresse de l'ensemble. Ce sera aussi l'occasion de procéder à une institutionnalisation de certains résultats intermédiaires de manière à permettre une connaissance mutuelle de l'état du travail des différents groupes.

Concernant la quatrième phase, c'est-à-dire d'abord le tracé de la courbe représentative et ensuite son utilisation pour trouver "la valeur cherchée de x ", là encore les groupes ont gardé leur autonomie :

- * certains ont d'abord construit (sur papier millimétré ou sur feuille à petits carreaux) point par point la courbe en utilisant leur calculatrice programmable ; cependant, son exploitation pour trouver "la valeur cherchée de x ", les a conduit à utiliser le logiciel "GRAPHE"... ils se sont donc alors retrouvés dans la situation décrite ci-après.
- * d'autres ont choisi, dès le début, d'utiliser en totale autonomie le logiciel "GRAPHE" chargé sur les ordinateurs de la *salle 2*. Trois remarques à ce propos :
 - le tracé de la courbe ne constituait pas un objectif premier de cette "situation-problème"...il y avait beaucoup à faire par ailleurs.
 - l'utilisation de "GRAPHE" ne permet pas pour autant d'échapper à une première approche, sinon de la courbe, mais du moins des valeurs extrêmes prises par x et surtout par y (cf. D.2. a)).
 - enfin ces ordinateurs étaient dans la salle voisine de manière à ce que leur utilisation soit possible par plusieurs groupes de deux élèves simultanément, en autonomie et sans pour autant perturber ni induire, par un écran vu du coin de l'oeil, le travail des autres groupes qui eux n'en étaient pas encore à cette phase. La communication entre les deux salles m'a permis d'intervenir ce qui a été le cas notamment lorsqu'il s'est agi de "trouver la valeur cherchée de x , avec un maximum de précision" grâce à la fonction "tableau" du logiciel (voir la copie d'écran en ANNEXE 3).

E.4.- Premier bilan de cette séance :

Globalement d'abord : la séquence d'une heure et demie est apparue comme *trop courte* compte tenu de la densité du travail à effectuer, ceci explique les suites données à cette séance (cf. le paragraphe F). Pour remédier à cela, on pourrait penser à fournir l'énoncé avant la séance de travaux dirigés afin de favoriser une réflexion préalable à la maison ; mais cela ne me semble pas être une solution à retenir puisque une grande part de l'importance de la première phase se trouverait ainsi supprimée.

Concrètement et quantitativement, on peut dire que :

- * *un tiers* des groupes a été amené à utiliser l'ordinateur-ressource de la *salle 1* pour les aider à "visualiser", et donc à concrétiser, certaines des situations mathématiques rencontrées.
- * en fin de séance, *une moitié* des groupes était en *salle 2* utilisant le logiciel "GRAPHE" afin d'approcher "la valeur cherchée de x ", certains à partir du tracé de la courbe, d'autres à partir des fonctions "zoom" et "tableau" du logiciel. Un seul groupe avait maîtrisé la notion de "avec un maximum de précision" grâce à cette même fonction "tableau"...il est vrai qu'il était constitué des deux meilleurs élèves de la classe, est-ce surprenant ? Ceci dit, ces derniers ont pu progresser à leur rythme sans subir ni perturber celui des autres groupes.

* en fin de séance toujours, *tous* les groupes avaient trouvé l'expression de l'aire $A(x)$ en fonction de la base x , ses conditions d'existence et avaient posé le problème de la recherche du maximum et abordé sa solution par l'utilisation de sa courbe représentative.

En particulier lors de cette séance et dans le compte rendu présenté ici, j'ai voulu mettre fortement l'accent sur une des conditions nécessaires (mais non suffisante...il fallait bien la faire ici!!!) à une *bonne intégration* de l'ordinateur dans les pratiques pédagogiques, à savoir éviter au maximum les "parasites pédagogiques" que peut véhiculer l'utilisation de cet outil :

- * une *prise en main* par les élèves aussi évidente ou simple que possible des logiciels qu'ils sont amenés à utiliser.
- * lorsque le travail se fait avec papier, crayon, calculatrice...éviter que les élèves soient en contact "physique" direct avec l'ordinateur (son clavier sur lequel on tapote ou l'écran même éteint...) ; d'où la nécessité d'une *partie "hors machines"* dans une salle informatique destinée à l'enseignement général.
- * enfin faire en sorte que l'écran de l'ordinateur ne soit vu que par les utilisateurs du moment, ceci de manière à ne pas induire des comportements dus à des visions, mêmes furtives et accidentelles, surtout dans une "situation-problème" comme celle décrite ici.

F- Quelles suites à cette séance ?

Répartition des heures de mathématiques dans la classe :

- * séance de travaux dirigés en demi classe : le samedi matin (deux fois une heure et demie).
- * cours (en classe entière) : le mardi matin et le vendredi matin.

Travail donné (le samedi 16 mars) pour le cours du mardi :

A la fin de la séance décrite ci-dessus et compte tenu de l'état d'avancement du travail effectué par les différents groupes :

- * faire un retour sur le travail par groupe réalisé, prévoir (au brouillon) les questions à poser et construire, point par point, la courbe représentative de la fonction qui à x associe $A(x)$ en utilisant sa calculatrice programmable.
- * faire le point sur les difficultés rencontrées et/ou restant à résoudre.

Travail effectué lors du cours du mardi : (19 mars)

Durant environ un quart d'heure nous sommes revenus sur la "situation-problème" :

- * d'une part en faisant un retour sur la stratégie utilisée et l'explicitation des grandes étapes et l'utilité de cette approche(cf. la première tâche).
- * d'autre part en utilisant le logiciel "GRAPHE", mais cette fois en "grand tableau" (c'est-à-dire avec un portable et une tablette de rétroprojection) afin de faire exprimer la dernière phase en termes de tâches successives à effectuer ; pour ce faire je me suis appuyé sur les groupes ayant déjà approché, sinon "résolu", le problème en totalité.

Travail (par groupe). pour la séance de travaux dirigés du samedi 23 mars : .

- * conformément aux consignes déjà données, rédiger sur une feuille de copie le travail fait lors de la séance du samedi précédent,
- * sur une feuille de papier millimétrée, construire la courbe représentative de la fonction qui à x associe $A(x)$.

Travail fait le samedi 23 mars, en travaux dirigés :

Le logiciel "GRAPHE" était chargé sur chacun des postes de travail de la *salle 2*, l'un des ordinateurs était couplé avec une tablette de rétroprojection permettant la visualisation de son écran et le travail avec des feutres sur un tableau blanc. Il s'agissait de permettre aux divers groupes de répondre le plus complètement possible à la question "trouver la valeur de x avec un *maximum de précision*". Pour cela, et comme il a été déjà dit, ce sont les fonctions "zoom" et "tableau" (voir l'ANNEXE 3) qui ont été utilisées en autonomie par les différents groupes. Au bout d'une demi-heure et en guise de bilan provisoire, (en utilisant "GRAPHE" en "grand tableau"), j'ai beaucoup insisté sur ce qui a été présenté au *paragraphe A f)* comme étant une "autre difficulté" : la nécessité d'acquérir un niveau de connaissances supérieur afin de résoudre "complètement" ce problème. Pour terminer, je signalerai que les élèves ayant, au cours de la première séance, pratiquement répondu à la question ont été utilisés comme "personnes ressources" auprès de leurs camarades.

La rédaction complète, sur feuille de copie, du problème posé a été ramassée le mardi 26 mars et ceci dans un double but :

- * d'une part d'obliger les deux élèves d'un même groupe à une formalisation en commun de situations complexes.
- * d'autre part de pouvoir juger de la compréhension et des transferts de connaissances.

Globalement je crois pouvoir affirmer que cette "situation-problème" a été source d'enrichissements pour tous les élèves qui, par ailleurs, m'ont fait part de leur intérêt à avoir travaillé dans cet esprit ; mais, bien sûr, il ne s'agit là que d'une évaluation "à chaud" et qui donc a ses limites.

René Jaffard
Lycée Antoine de Saint Exupéry
Lyon (4ème)

[1] "GRAPHE" : logiciel sur compatible PC, il peut être visionné à l'IREM à Lyon et à Saint-Etienne ; il est distribué par Nathan-Logiciels et peut-être acquis par les établissements sous "licence mixte" (cf. annexe).

[2] "Le GEOMETRE" : logiciel sur compatible PC, il peut être visionné dans les mêmes conditions ; il est distribué par "Nathan-Logiciels" et par la "Camif", il ne fait plus actuellement l'objet d'une "licence mixte" (cf. annexe).

[3] "PROBLEME OUVERT ET SITUATION-PROBLEME" de Gilbert ARSAC, Gilles GERMAIN et Michel MANTE, publié à l'IREM de Lyon (brochure n° 64, mai 1988).

ANNEXE 1

Lycée A. de Saint-Exupéry (Lyon)

Classe de 2ème 4

Séance de Travaux dirigés du samedi 16 mars 1991

UN PROBLEME A RESOUDRE :

On donne un triangle ABC isocèle tel que : $AB = AC = 10$ (cm), la base [BC] est de longueur variable.

Question : étudier le comportement de l'aire du triangle ABC lorsque la base varie.

MODALITES :

- 1) travail de recherche par groupe de DEUX.
- 2) DEUX outils de visualisation, de vérification...

* **le GEOMETRE** : pour "visualiser" le problème et conjecturer.

Remarque : son utilisation par un groupe N'est **PAS** obligée, elle se fera à la demande du groupe, ou à mon initiative.

* **GRAPHE** : traceur de courbes (... que tu connais).

Remarque : son utilisation, qui n'est pas imposée, se fera en **libre-service** sur les postes de travail situés en salle 103 où il est déjà installé.

ROLE DU PROFESSEUR :

il est une "**personne-ressource**" pour chacun des groupes.

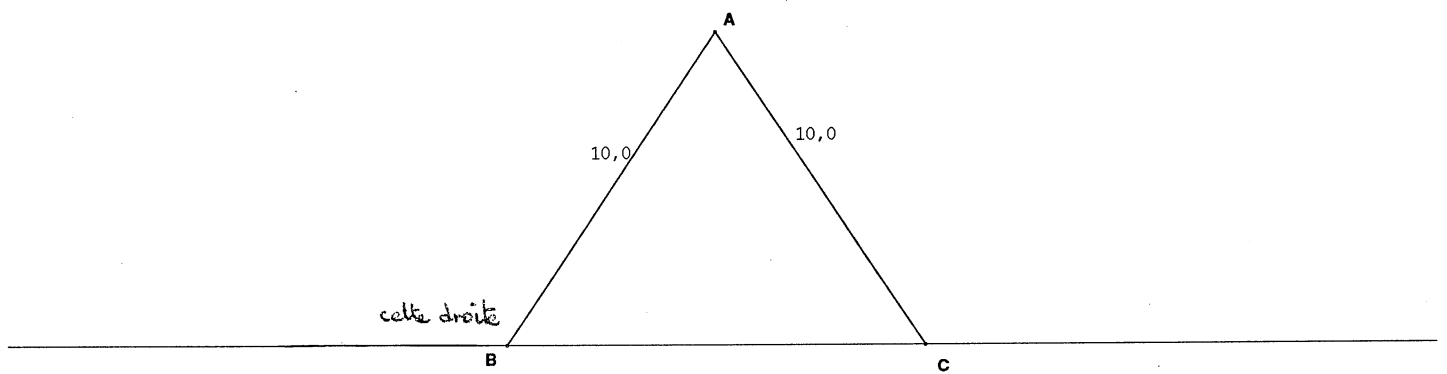
LES CONSIGNES :

1°) élaborer et **décrire** (au brouillon) une **stratégie** à utiliser en n'indiquant que les **grandes étapes**.

2°) effectuer les **calculs intermédiaires** successifs.

3°) pour la prochaine séance (samedi 23 mars), par groupe de deux, sur une feuille de copie, **rédigé** le travail fait et **préparer** le travail restant à faire (...éventuellement).

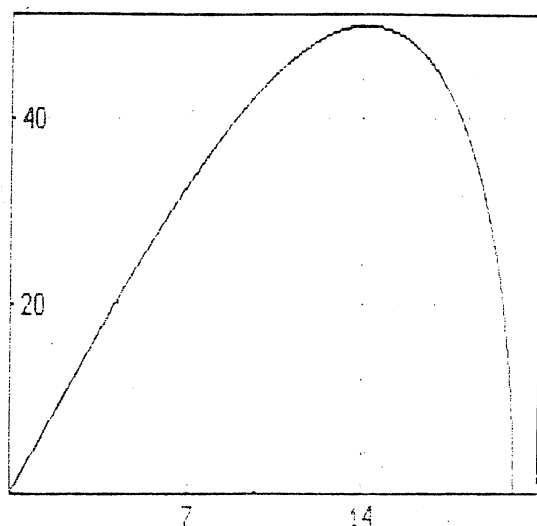
ANNEXE 2
LE GÉOMÈTRE
(sortie sur imprimante)



L'élève grâce à la souris de l'ordinateur va pouvoir déplacer la droite "horizontale" parallèlement à elle-même, la figure se déformera en conséquence. Ceci permet une observation continue du phénomène "quand la base varie".

ANNEXE 3

GRAPHE (copie d'écran)



$$f(x) = \frac{1}{4} x \sqrt{400 - x^2}$$

X=

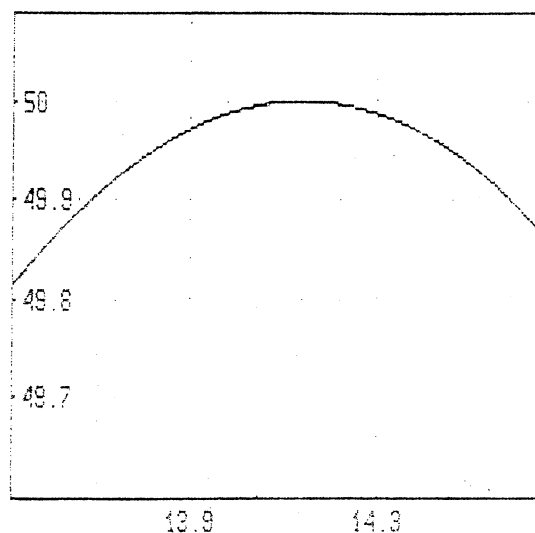
y=

X	Y
13.5	49.802696651
13.6	49.858423561
13.7	49.905200067
13.8	49.942846335
13.9	49.97117663
14	49.989999
14.1	49.99911493
14.2	49.998318972
14.3	49.987398349
14.4	49.96613253

Cet écran montre conjointement le tracé de la courbe représentative de la fonction f lorsque x varie de 0 à 21 et le tableau des valeurs lorsque x varie de 13,5 à 14,4.

ANNEXE 3 (suite)

Copies d'écrans obtenus avec GRAPHE (travaux d'élèves)

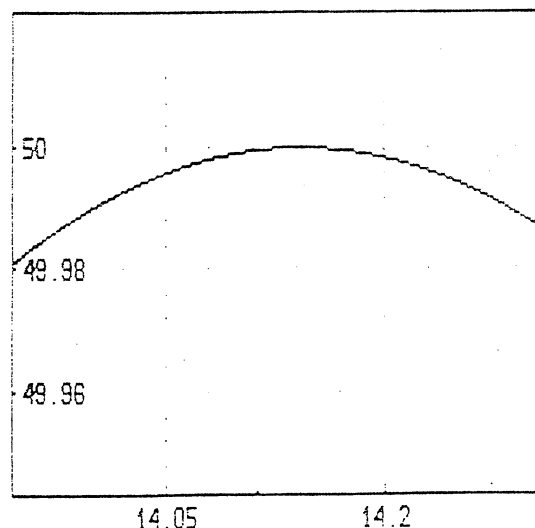


$$f(x) = 1/4 * x * \sqrt{400 - x^2}$$

X=14.01
y=49.99135072

X	Y
13.9	49.97117663
13.92	49.975707893
13.94	49.979257485
13.96	49.983623557
13.98	49.987004591
14	49.989999
14.02	49.992605173
14.04	49.99462149
14.06	49.996646819
14.08	49.998078018

- Ecran 1 -



$$f(x) = 1/4 * x * \sqrt{400 - x^2}$$

X=
y=

X	Y
13.99	49.988550224
13.992	49.988847734
13.994	49.989141368
13.996	49.989431125
13.998	49.989717003
14	49.989999
14.002	49.990277114
14.004	49.990551345
14.006	49.99082169
14.008	49.991098148

- Ecran 2 -

Ces deux écrans montrent deux nouvelles étapes de recherche effectuées par un groupe d'élèves. Il est rappelé ici que le choix de la zone agrandie (fonction : Zoom) et la sélection des éléments affichés dans le tableau (fonction : tableau) sont indépendants et laissés à l'initiative de l'utilisateur (d'où un choix discutable ... du tableau dans l'écran 2).

BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE

STNT (Sans Tambour Ni Trompette)

- Une séance de travail avec "DÉRIVÉE", G. Mounier, STNT n° 1
- Les paraboles en TA2, M. Richard, STNT n° 2
- Découverte active de l'homothétie, M. Richard. STNT n° 4
- Utilisations pédagogiques de l'ordinateur dans l'enseigneemnt des mathématiques en lycée et collège, R. Jaffard, STNT n° 8 (juin 92).

Commission inter-IREM "Logiciels et pédagogie"

- Les traceurs au Lycée, M. Richard, brochure n° 3
- "GRAPHIX", P. Moutte, brochure n° 3
- Faire de la géométrie avec "EUCLIDE" en seconde et première, B. Lachambre
- Découverte d'une application non affine, M. Cailleaux.

Publications

- Imagiciels, collection rencontres pédagogiques, 1983, n° 1 - INRP
- Faire des maths avec "MULTIPLAN", M. Laura, Nathan.
- Cari-info : périodique des centres de ressource informatique de Bordeaux, Nantes, Poitiers, Strasbourg.
- Classe de seconde : un outil pour des changements, Publication de l'APMEP, n° 79 (avril 90).
- "EUCLIDE", une autre façon de faire de la géométrie, IREM de Lyon n° 71 (février 91)
- Exemples d'utilisations Pédagogiques de l'Ordinateur en classe de seconde, MAFPEN - inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques - IREM de Lyon, n° 72 (Février 91) (envoyée dans tous les lycées de l'académie de Lyon).
- Intégration de l'outil informatique dans la discipline IMAGES LOGICIELLES - Mathématiques en seconde (Ministère de l'Education Nationale - DLC - CNAM - CREEM) (éditée par le CRDP de Poitiers, envoyée dans tous les lycées).
- Enseigner la géométrie avec l'ordinateur, Université d'été de Juillet 1991 - CAFIP de Douai (actes).
- Pratique de DERIVE en Lycée, Contacter Michel Breuiller - SUFMEF - Université d'ORLéANS - BP 6759 - 45007 orleans Cedex
- Outils informatiques pour les mathématiques au Lycée, par Mireille Cailleux, Marie-José Duperré, Paul Moutte, Henri Rolland - Publication de l'IREM d'Aix-Marseille (91/92 - n° 5).

- *Intégration de l'outil informatique dans la discipline : Activités Mathématiques avec IMAGICIELS* (premières et terminales : fonctions numériques ; suites probabilités ; géométrie plane ; géométrie dans l'espace, géoplan) (Ministère de l'Education Nationale et de la Culture - DLC - CNAM - CREEM) (éditée par le CRDP de Poitiers, cinq brochures avec disquettes envoyées dans tous les lycées) (novembre 1992).

Bulletin de l'APMEP

- notamment n° 371 de décembre 1989 (p. 683 et suivantes)
"Imagiciels pour la classe de Seconde" par l'équipe du CREEM-CNAM.

Bulletin de l'EPI

- notamment n° 59 de septembre 1990
"Autour du logiciel "EUCLIDE", André Bailleux (CAFIP de Douai).
- n° 62 de Juin 1991
Les Utilisations Pédagogiques de l'Ordinateur : pourquoi ? comment ?, René Jaffard.

QUELQUES LOGICIELS POUR LE LYCÉE

Notes :

- Cette liste est indicative, NON exhaustive et NON hiérarchisée, elle est actualisée en décembre 1992.
- après le nom du logiciel sont indiqués entre parenthèses :
 - le matériel informatique support : (NR) pour nano-réseau, (PC) pour compatible P.C.
 - et si ce logiciel est actuellement sous licence mixte, il précisé (L.M.). On se reportera notamment au Bulletin d'Informations Rectorales (B.I.R.) (n° 21 du 3 février 1992 et à paraître en février 1993).

Première liste : logiciels confirmés

- **IMAGICIELS** (constructions géométriques) (NR) (CNDP, Collection : Micro-Savoir)
- **MATHEMATIQUES AVEC IMAGES LOGICIELLES** (seconde) (PC) (CREEM, distribué par Hachette) (manuel accompagné des "Images Logicielles).
- **Activités Mathématiques avec IMAGICIELS** (premières et terminales) (PC) (Ministère DLC - CNAM - CREEM, distribuées par CRDP-Poitiers).
- **LE GÉOMÈTRE** (outil de constructions géométriques) (PC) (Nathan-Logiciels)
- **L'ATELIER de GÉOMÉTRIE - COLLÈGE** (PC) (LM) (Nathan-Logiciels)
- **L'ATELIER DE GÉOMÉTRIE, - LYCÉE** (PC) (LM) (Nathan-Logiciels)
- **GRAPH'X** (traceur de courbes) (PC) (LM) (IREM de Marseille, édité par Softia)
- **GRAPHE** (traceur de courbes) (PC) (LM) (Vu-Soft), distribué par Nathan-Logiciels)
- **DERIVE** (calculateur scientifique - grapheur) (PC) (LM) (Nathan-Logiciels)
- **CANUM++** (calcul numérique) (PC) (LM) (Chrysis)
- **EUCLIDE** (NR et PC) (Nathan-logiciels)
- **DESSINER L'ESPACE** (outil de visualisation) (PC) (IREM de Lorraine - Topiques éditions, Metz)
- **CALQUES GÉOMÉTRIQUES** (outil de constructions) (PC) (IREM de Lorraine - Topiques éditions, Metz)
- **AUTOGRAPHIQUE** (traceur de courbes) (PC) (Profil)
- **O.V.N.I.** (Observation Vidéo Newton Informatisé) (PC) (LM) (Chrysis) (logiciel interdisciplinaire : Sciences Physiques et Mathématiques).

Deuxième liste : les logiciels professionnels

(utilisables en Mathématiques) (tous sur PC).

- **MULTIPLAN et WORKS (LM)** en version 2 ou sous windows (Microsoft) ou autres tableurs.
- **GRAPH IN THE BOX** (ABsoft) ou autres grapheurs.
- **CHIWRITER** (version 4) (Churing, 15 impasse du Verger - 33500 Libourne) : traitement de texte scientifique.