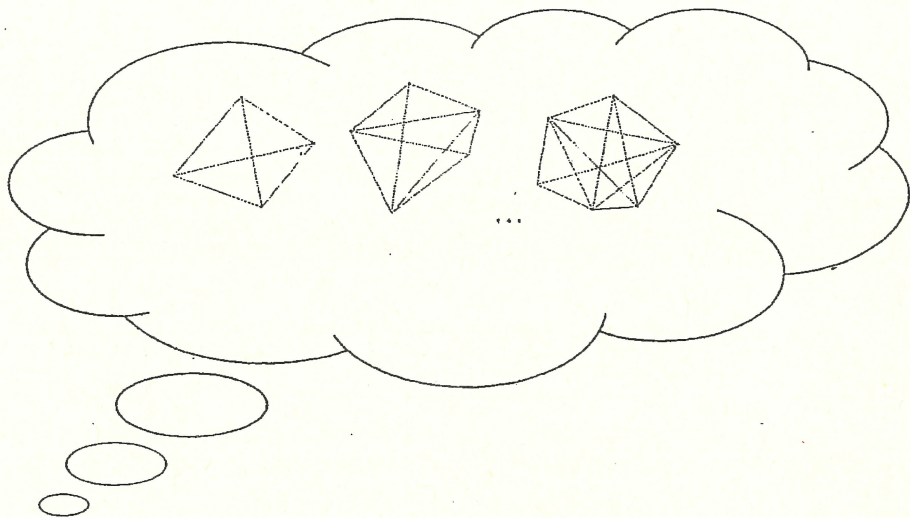


IREM de LYON



50 problèmes (et plus si affinités)

*pour les élèves de sixième
et cinquième*



Et un, et deux, et trois, et ...

50 problèmes (et plus, si affinités...)

Les mathématiques peuvent-elles soulever l'enthousiasme comme un événement sportif ? La configuration des salles de classe, les usages et le respect du voisinage ne sont pas propices à la pratique intensive de la « hola ». Nous pouvons toutefois témoigner de l'intérêt réel que peuvent manifester les élèves pour la recherche de problèmes.

De quels problèmes s'agit-il ? Peut-on piquer la curiosité des élèves grâce à des problèmes « concrets », « proche de leurs préoccupations » ? Ayant fait le constat sur nous même et avec nos classes de la difficulté à se mobiliser, par exemple pour un « beau » calcul de TVA, nous avons choisi de vous proposer des problèmes qui peuvent être présentés comme autant de petits défis. Ce n'est pas un menu imposé, mais plutôt un buffet où il convient de picorer et faire son choix : si une question nous intrigue, il nous sera d'autant plus facile de donner envie à nos élèves de la chercher. Dans ce buffet vous trouverez des problèmes formulés de manière « ouverte » pour ne pas induire de méthode et laisser le plaisir de la découverte. Intriguer, susciter la curiosité des élèves, leur faire partager notre bonheur de chercher, d'oser prendre le risque de parcourir des sentiers qui ne sont pas balisés, voilà des objectifs qui nous semblent au cœur de notre métier d'enseignant de mathématiques.

1

Parmi les nombres ci-dessous, trouve quatre nombres dont la somme est 80.

12 14 16 18 20 22 24 26 28

Trouve toutes les solutions

2

Sans calculette !

Trouve trois nombres dont le produit est 504.

Même question avec 336, 567, 288.

Je pense à un nombre de deux chiffres.

Si j'écris un 5 à la droite de ce nombre, il augmente de 329.

Quel est le nombre auquel je pense ?

Trois quarts d'heure avant la fin de la soirée, la moitié des invités ont quitté la salle.
Le tiers de ceux qui restent sont en train de danser.
Il y a 12 personnes qui ne dansent pas.

Combien y avait-il d'invités ?

Trouve les quatre chiffres qui manquent, de façon à ce que la phrase écrite dans le cadre soit vraie.

Dans ce cadre, il y a

... fois le chiffre 1

... fois le chiffre 2

... fois le chiffre 3

... fois le chiffre 4

On dispose de trois bidons pouvant contenir respectivement 8 litres, 5 litres et 3 litres.

Au départ, celui de 8 litres est plein d'eau, les autres sont vides.

Comment faire pour obtenir exactement 1 litre d'eau ?

Christian, Brigitte, Jean-Pierre et Annick se placent autour d'une table ronde.
Annick a pour voisins Christian et Jean-Pierre. Elle est à la gauche de Jean-Pierre.

Qui est à la droite de Brigitte ?

Je pense à un nombre de deux chiffres.

Si j'écris un 0 à la droite de ce nombre, il augmente de 432.

Quel est le nombre auquel je pense ?

Camille et Dominique parlent de leur soirée de la veille.

- " J'ai parlé à tout le monde " - dit Camille.
- " moi aussi !" - répond Dominique.
- " J'ai parlé à autant de garçons que de filles " - dit Camille.
- " Et moi, j'ai parlé à deux fois plus de garçons que de filles ".

Combien y avait-il de garçons et de filles à la soirée ?

On a écrit à la suite les uns des autres les nombres entiers de 1 à 30, de la façon suivante :

1234567891011.....282930

On a barré 45 chiffres de façon que le nombre formé des chiffres restants soit le plus grand possible.

Quel est ce nombre ?

Combien faut-il écrire de chiffres pour numérotter les pages d'un cahier de 1 à 100 ?

Quel sera le jour de la semaine dans 100 jours ? dans 1000 jours ?

Si on calculait le produit $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 17$ que trouverait-on pour les trois derniers chiffres ?

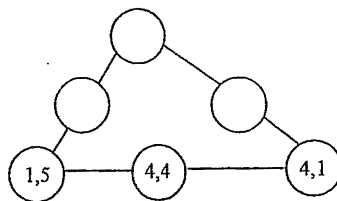
Combien y a -t-il de zéros à la fin du nombre

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 27 ?$$

Triangle magique

La somme des nombres est la même sur chaque côté. Chacun des nombres s'écrit avec deux chiffres, pris parmi

2 3 6



J'ai trouvé par terre une feuille de journal : 4 pages.
 La première portait le numéro 17, la quatrième le numéro 36.
 Le journal n'est constitué que de feuilles doubles comme celle que j'ai ramassée.

Quel est le numéro de sa dernière page ?

Histoire sans paroles ...

$1 \times 1 = 1$ $11 \times 11 = 121$ $111 \times 111 = 12321$ $111\ 111\ 111 \times 111\ 111\ 111 = ?$	$3 \times 3 = ?$ $33 \times 33 = ?$ $333 \times 333 = ?$
--	---

Sur un parking de supermarché, il y a des autos et des motos.
En tout cela fait 368 véhicules et 1 336 roues .

Combien y a-t-il de motos ?

Place chaque nombre suivant dans une bulle au sommet du cube.

La somme des nombres doit être la même sur toutes les faces

3,7	7,4	11,1	14,8	18,5
	22,2	25,9	29,6	

On note 2^2 le produit 2×2 ; on a donc $2^2 = 4$.

On note 2^3 le produit $2 \times 2 \times 2$; on a donc $2^3 = 8$.

De la même façon 2^4 désigne le produit $2 \times 2 \times 2 \times 2$ et ainsi de suite.....

$2^4 = 16$: son chiffre des unités est 6.

Quel est le chiffre des unités du nombre 2^{222} ?

... et celui du nombre 2^{2222} ?

Trouve 100 en utilisant quatre fois le chiffre 9 et les opérations de ton choix.

Trouve 1000 avec huit chiffres 8 .

Dans une feuille de papier rectangulaire de dimensions 30 cm et 50 cm, on veut découper des rectangles de 7 cm sur 8 cm.

Combien peut-on découper de rectangles au maximum ?
Comment faut-il découper la feuille ?

On a écrit à la suite les uns des autres les nombres entiers de 1 à 20, de la façon suivante :

1234567891011121314151617181920

On a barré 22 chiffres de façon que le nombre formé des chiffres restants soit le plus grand multiple de 3 possible.

Quel est ce nombre ?

On dispose de 162 bougies, placées dans des chandeliers.

La forme des chandeliers fait qu'on ne peut brûler les bougies qu'aux trois quarts de leur longueur.

On fait fondre les quarts restants pour reformer de nouvelles bougies, identiques aux premières.

Combien peut-on faire brûler de bougies au total ?

(Rallye mathématique de la Sarthe)

On divise 123 par 7

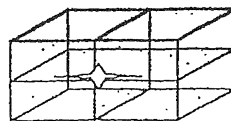
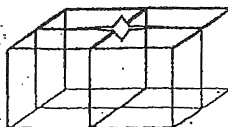
Quel est le 57^{ème} chiffre après la virgule ? le 557^{ème} ? le 5 557^{ème} ?

Quelle est la fraction égale à $0,77777777\dots$?

Dans un aquarium, Kevin a 6 poissons (de même appétit). Le réservoir à nourriture contient de quoi nourrir les poissons pendant 30 jours.

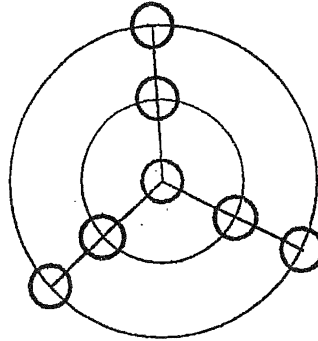
Si Kevin met 2 poissons de plus dans l'aquarium, y aura-t-il assez de nourriture pour 3 semaines ?

Une boîte de bonbons a la forme d'un pavé droit de dimensions 24 cm, 15 cm, 6 cm.
Pour l'emballer, on peut disposer la ficelle de l'une des deux façons suivantes



Quelle est celle qui utilise le moins de ficelle ?

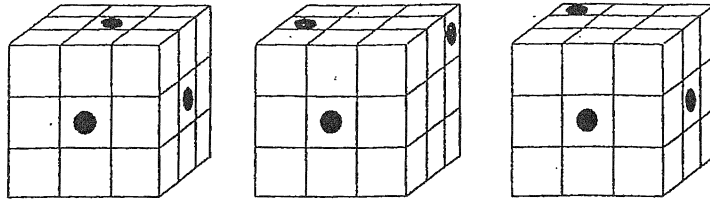
On doit placer sur les sept planètes sept réservoirs contenant respectivement 1 tonne, 2 tonnes, 3 tonnes 7 tonnes de carburant.



Comment les placer pour qu'il y ait autant de carburant sur chaque cercle et sur chaque rayon ?

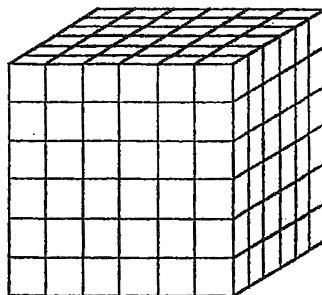
Chaque cube ci-contre est constitué de 27 petits cubes et traversé par trois tunnels, comme indiqué sur le dessin.

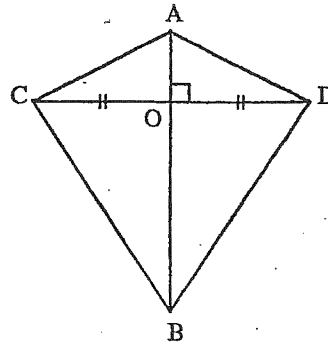
Combien y a-t-il de petits cubes troués ?



En utilisant tous les $6 \times 6 \times 6$ petits cubes constituant le cube ci-dessous, pourriez-vous reconstituer

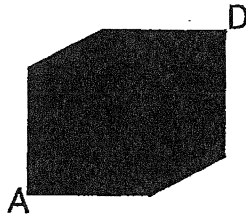
- trois cubes entiers ?
- deux cubes entiers ?





Les supports $[AB]$ et $[CD]$ du cerf-volant mesurent respectivement 60cm et 40 cm.

Où faut-il placer l'attache O pour que l'aire de l'objet soit la plus grande possible?



Une fourmi située au sommet A du cube veut atteindre une goutte de sucre située au sommet D.

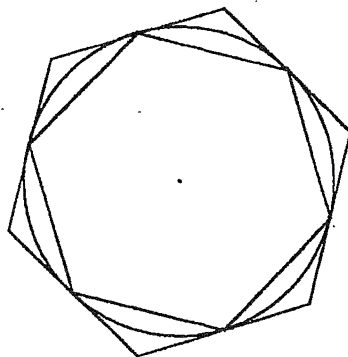
Quel est le plus court chemin qu'elle peut suivre sur le cube ?

Deux bergers disposant d'une même longueur de clôture fabriquent chacun un enclos.
Le premier enclos a la forme d'un triangle équilatéral, le second celle d'un hexagone régulier.

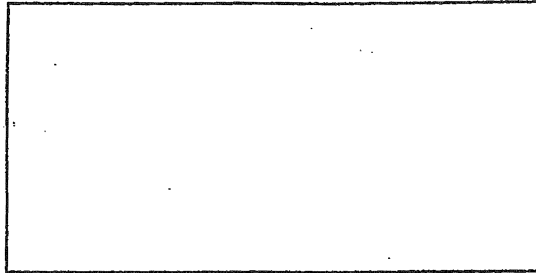
J'ai 50% de surface de plus que toi, dit le second berger au premier.

A-t-il raison ?

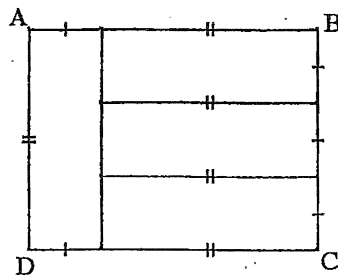
Montrer sans calcul que l'aire de l'hexagone inscrit dans le cercle est égale aux trois-quarts de l'aire de l'hexagone circonscrit.



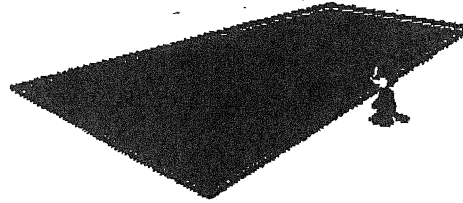
Dans le rectangle ci-dessous, dessine une figure de 1 m de périmètre.



Le périmètre du rectangle ABCD est égal à 140 m. Quelle est son aire ?



Restons au sec !

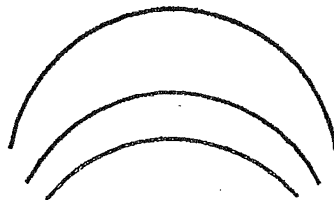


Félix le chat a horreur de l'eau ! Aussi fait-il le tour de la piscine en restant à bonne distance du bord.

La piscine est de forme rectangulaire et son périmètre est de 100 mètres. Félix en fait le tour en se plaçant toujours exactement à 2 m du bord.

Quelle est la longueur du parcours de Félix ?

Lequel de ces arcs appartient au plus grand cercle ?



Fantagbé a tracé un triangle ABC et les bissectrices de $\hat{A}$ et $\hat{B}$.

" Tiens - dit-elle - mes bissectrices se coupent à angle droit "
 - " Impossible ! " - répond Aline.

Qui a raison ?

Fantagbé et Noémie ont tracé chacune un triangle ABC , rectangle en C
et les bissectrices de $\hat{A}$ et $\hat{B}$.

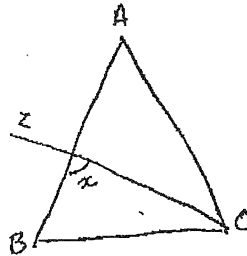
"Tiens - dit Fantagbé - on dirait que les bissectrices forment le même angle sur ta figure et sur la mienne ..."

"Impossible - dit Aline - nos deux triangles rectangles n'ont pas les mêmes angles. "

Qui a raison ?

Le triangle ABC est isocèle en A. [Cz) est la bissectrice de l'angle $\hat{C}$.
L'angle $\hat{A}$ mesure 42° .

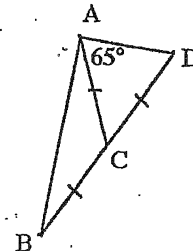
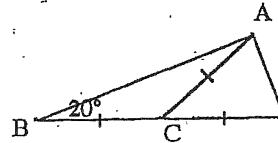
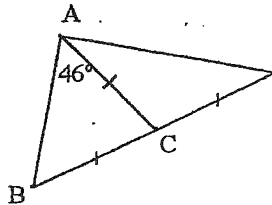
Calcule x



Monsieur Lafaya est un jardinier fantaisiste. Il a planté

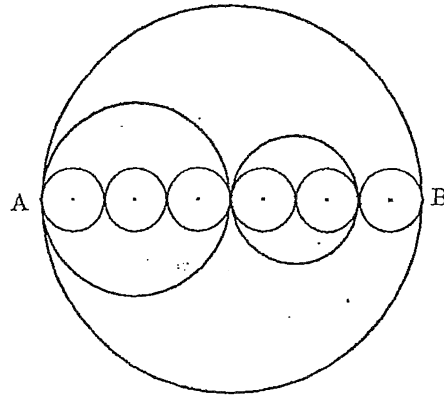
- 12 plants d'aubergines en quatre rangées de quatre plants,
- 15 plants de poivrons en cinq rangées de quatre plants,
- 18 plants de tomates en six rangées de quatre plants,
- ... et, pour finir 10 rosiers en cinq rangées de quatre !

Comment est-ce possible ?

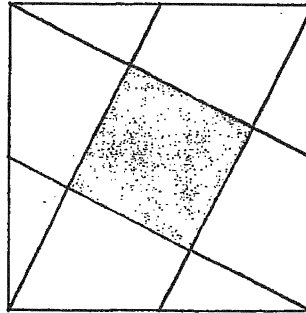


- 1° En observant ces figures peux-tu faire un pari sur la nature de chaque triangle ABD ?
- 2° Calcule les mesures de tous les angles de chaque figure. Cela confirme-t-il ta prévision ?

Une fourmi doit se rendre de A en B en suivant toujours un des cercles.
Quel est le plus court trajet ?



Le carré grisé a une aire de 5 cm^2 . Quelle est la mesure du côté du grand carré ?



On veut ranger des morceaux de sucre de dimensions 1 cm, 2 cm, 3 cm dans une boîte de dimensions 15cm, 9cm, 9cm.

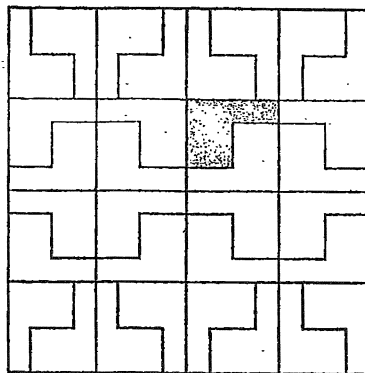
Quel est le nombre maximum de sucres que l'on peut ranger dans la boîte ?

On prend une feuille de papier rectangulaire.
En l'enroulant sur sa longueur, on peut former un cylindre.
En l'enroulant sur sa largeur, on peut former un autre cylindre.

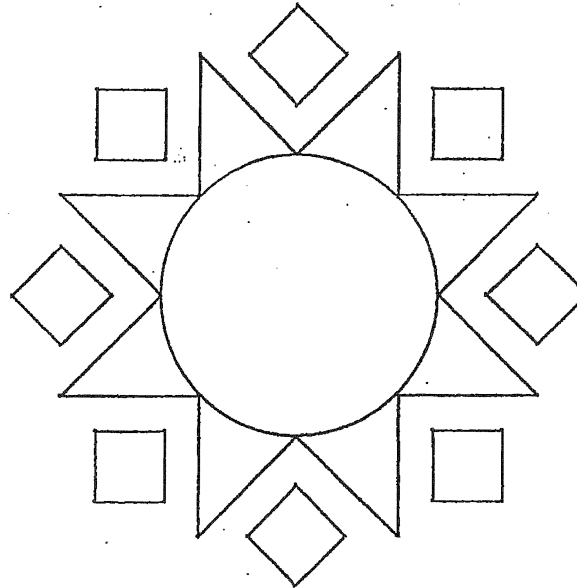
Quel cylindre a le plus grand volume ?

Le dessin ci-dessous représente un puzzle dont toutes les pièces sont identiques, avec une face rouge et l'autre grise.
Sur le dessin, on a colorié une face grise.

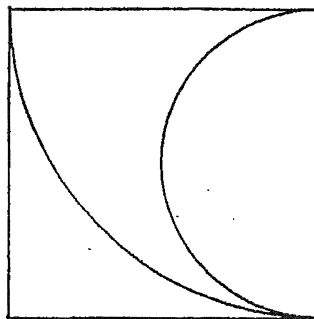
Colorie toutes les autres.



Voici le plan d'un jardin inspiré d'un jardin du moyen-âge situé à Pérouges, dans l'Ain.
Construire cette figure en prenant 10 cm comme diamètre du cercle.



Quel est l'arc de cercle le plus long ?

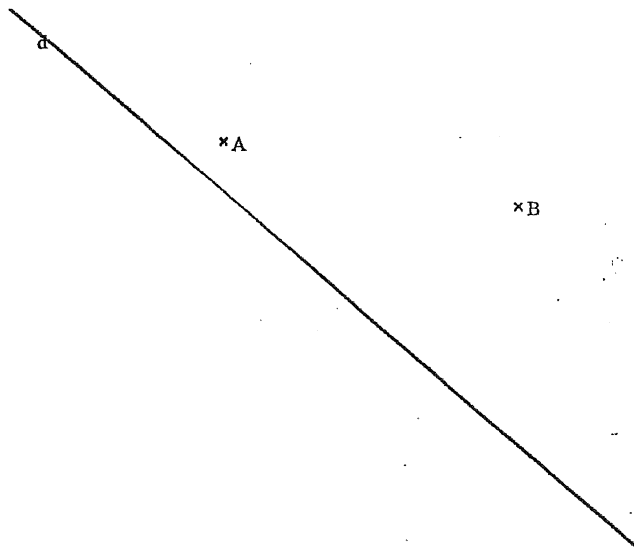


Comment peut-on partager un camembert en huit parts égales en trois coups de couteau?

Construire tous les rectangles correspondant aux deux conditions suivantes :

Un des sommets du rectangle est situé sur la droite d ,

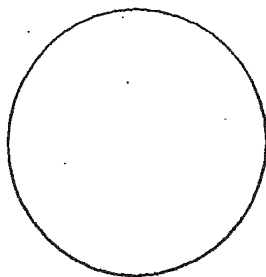
A et B sont deux autres sommets du rectangle.



Construis un losange tel que :
Un des sommets du losange est situé sur le cercle,
E et M sont deux autres sommets du losange.

*E

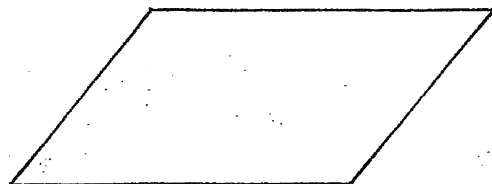
*M



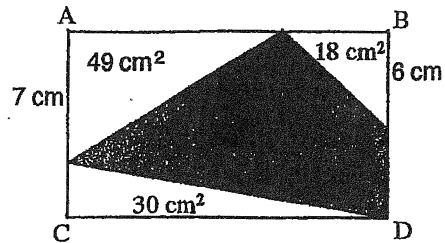
Combien y a-t-il de solutions ?

Sans calcul !

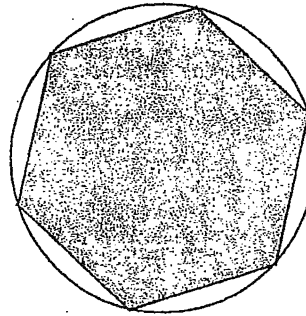
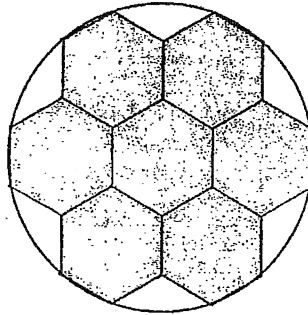
Construis un parallélogramme ayant les mêmes longueurs de côtés que le parallélogramme ci-dessous mais une aire deux fois plus petite.



ABCD est un rectangle. Calcule l'aire de la surface grisée.



La figure de gauche est composée de sept hexagones réguliers. La figure de droite est un hexagone régulier. Elles sont inscrites dans des cercles de même rayon.

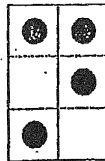


Ont-elles la même aire ?

(Irem paris-Nord)

L'alphabet braille

Au XIX^{ème} siècle, Louis Braille inventa un alphabet pour les aveugles. Chaque signe de cet alphabet consiste en une disposition de points en relief sur un rectangle partagé en trois lignes et deux colonnes.



Voici le signe qui
représente la lettre

n



Voici le signe qui
représente le chiffre

3

Combien de signes différents peut-on former avec ce système ?

IREM de LYON

Université Claude Bernard - Lyon 1
21, avenue Claude Bernard
69622 – VILLEURBANNE Cedex France

Tel. : 04 72 44 81 24 - 04 72 43 13 82 - 04 72 43 26 15

Fax. 04 72 44 80 67

Site : math.univ-lyon1.fr/irem/

Adresse électronique : Irem@univ-lyon1.fr

ISBN : 2 906 943-57-6 (3 euros)